

---

**CAPÍTULO 5**  
**DESARROLLO PROFESIONAL DE LOS DOCENTES DE**  
**MATEMÁTICAS CON APOYO DE UN DISEÑO *B-LEARNING*:**  
**LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN<sup>1</sup>**

*Juan Luis Luna Díaz\* y Cristianne Butto Zarzar\*\**

Tradicionalmente la enseñanza de las matemáticas es una tarea difícil, pues requiere tomar diversas decisiones e intervenir de manera directa en el salón de clases. De acuerdo a Llinares (2002), para mejorar la práctica profesional de los profesores de matemáticas es necesario considerar varios aspectos: los saberes de referencia, la naturaleza del conocimiento profesional docente, las características del conocimiento matemático y su uso en la práctica de enseñar matemáticas.

Llinares, Valls y Roig (2008) afirman que el profesor de matemáticas necesita un amplio conocimiento de esta materia, poseer destrezas para gestionar la enseñanza, y creencias epistemológicas

---

<sup>1</sup> Esta investigación contó con el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt), mediante una beca para estudios de maestría en Desarrollo Educativo, UPN-Ajusco, Programa en el PNCP de Conacyt como programa consolidado.

\* Egresado de la Maestría en Desarrollo Educativo, Línea Tecnologías de la Información y la Comunicación en Educación.

\*\* Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, Ciudad de México.

compatibles con la visión de la enseñanza de las matemáticas que se quiere desarrollar.

En este sentido, el mismo autor comenta que el desafío de los programas de desarrollo profesional docente en matemáticas es que, deben considerar una visión amplia de conocimientos del profesor y articular las diversas tareas que implican enseñar matemáticas.

Es conveniente entonces que los profesores desarrollen: el conocimiento sobre el pensamiento matemático de los alumnos al igual que de y sobre las matemáticas, y sobre la enseñanza. En este sentido, cuando los profesores examinan los procedimientos usados por los alumnos y conjeturan sobre la comprensión matemática puesta de manifiesto, pueden identificar cuáles otras tareas necesitan ser presentadas y qué preguntas se pueden formular para maximizar la comprensión matemática de sus alumnos. Bajo esta visión, el profesor puede desarrollar las siguientes actividades:

1. Caracterizar los conceptos y procesos matemáticos como objetos de enseñanza y aprendizaje (verlos como nociones y procesos que han de ser aprendidos y no sólo como elementos componentes de un determinado dominio de conocimiento matemático).
2. Identificar sus propias concepciones sobre el aprendizaje matemático, la enseñanza, su papel como profesores y las situaciones matemáticas como instrumentos de aprendizaje.
3. Expresar sus propias ideas didácticas y desarrollarlas cuando interpretan los procesos de aprendizaje matemático de los alumnos.

Llinares, Valls y Roig (2007) plantean que, desde la perspectiva sociocultural sobre el aprendizaje, llegar a ser profesor de matemáticas significa alcanzar la comprensión de la enseñanza de la disciplina y aprender a realizar las tareas requeridas, así como usar y justificar los instrumentos que la articulan en un contexto institucional. Esto implica:

- Dotar de sentido la información procedente de la didáctica de las matemáticas como dominio científico (instrumentos conceptuales y técnicos) relativos a las diferentes dimensiones de la práctica de enseñar matemáticas.
- Desarrollar métodos de análisis e interpretación para fundamentar iniciativas pedagógicas (razonamiento pedagógico).
- Adoptar posiciones críticas sobre la relación entre sus creencias y conocimiento, y las perspectivas de acción y práctica generadas.

En este sentido, Ball y Cohen (1999) señalan que el conocimiento matemático que debe desarrollar un profesor supone llegar a conocer el contenido matemático desde la perspectiva de que dicho contenido debe ser aprendido por alguien. Esta condición se apoya en el reconocimiento de la relevancia de conocer las matemáticas que van a ser enseñadas para que alguien las aprenda, lo cual supone un conocimiento específico de la materia, vinculado a la tarea profesional de la enseñanza de la misma.

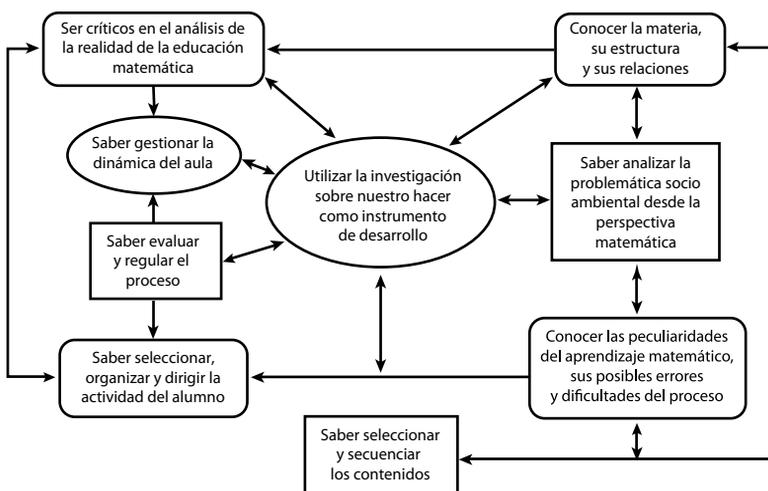
Al mismo tiempo deben desarrollar conocimientos sobre el pensamiento matemático de los alumnos; si los profesores aprenden a interpretar los razonamientos matemáticos de los alumnos, estarán mejor capacitados para desarrollar una mejor enseñanza. Una manera de lograr esto es incorporar al contenido de los programas de formación docente información sobre la forma como los alumnos intentan solucionar ciertas cuestiones matemáticas; cuando los profesores analizan el trabajo de sus alumnos e intentan comprender lo que hacen y por qué lo hacen, pueden identificar qué otras tareas necesitan ser presentadas y cuáles preguntas se pueden formular para maximizar la comprensión matemática de sus alumnos.

De acuerdo con Azcárate (1998), diversos autores, como Bromme, 1998, Abrincones, 1994, Gay, 1994, Rico y Gutiérrez, 1994, Porlán y Martín, 1994, Luengo, 1995 (citados en Azcárate, 1998) coinciden en que el profesor de matemáticas necesita un profundo entendimiento de las matemáticas, estructura, relaciones,

representaciones, así como los fundamentos filosóficos y epistemológicos de los diferentes contenidos de las matemáticas. El profesor también debe tener un profundo conocimiento de los alumnos, y de los procesos de aprendizaje, las actividades de enseñanza, los errores que cometen los estudiantes cuando se enfrentan a un contenido escolar, los recursos que deben utilizar en la enseñanza y cómo evolucionan los conceptos matemáticos en los alumnos.

El siguiente esquema sintetiza las ideas de Azcárate (1998).

**Figura 5.1. Esquema propuesto por Azcárate (1998)**



De acuerdo con Vila (2010), las TIC pueden también suponer un dispositivo fundamental para su formación permanente, para la participación en redes de docentes, para apoyar grupos de trabajo o proyectos cooperativos. Pero, para que esto suceda, las TIC se deben asumir como un recurso adecuado a realidades y contextos emergentes, trascendiendo las limitaciones espacio-temporales, utilizando metodologías basadas en la interactividad, el aprendizaje colaborativo, la reflexión compartida y la generación de conocimientos de tipo teórico-práctico.

Según Bartolomé (2004), en los últimos años ha surgido con fuerza un concepto en el ámbito de la formación: *Blended Learning* o *B-Learning*. Literalmente podemos traducirlo como *aprendizaje mezclado*. La definición más sencilla y también la más precisa lo describe como *aquel modo de aprender que combina la enseñanza presencial con la tecnología no presencial*, “*which combines face-to-face and virtual teaching*” (Coaten, 2003; Marsh, 2003).

*B-Learning* es un entorno virtual de aprendizaje, un espacio educativo alojado en la web, conformado por un conjunto de herramientas informáticas que posibilitan la interacción didáctica. Podemos destacar como sus principales características:

- Es un ambiente electrónico, no material en sentido físico, creado y constituido por tecnologías digitales.
- Está hospedado en la red y se puede tener acceso remoto a sus contenidos mediante algún tipo de dispositivo con conexión a internet.
- Las aplicaciones o programas informáticos que lo conforman sirven de soporte para las actividades formativas de docentes y alumnos.
- La relación didáctica no se produce en ellos “cara a cara” (como en la enseñanza presencial), sino mediada por tecnologías digitales. Por ello, los EVA permiten el desarrollo de acciones educativas sin necesidad de que docentes y alumnos coincidan en el espacio o en el tiempo.

Evidentemente, podemos elegir entre todos los recursos que proporciona el *E-Learning*; sin embargo, aquí es muy relevante la comparación entre los recursos presenciales y no presenciales. Así, Marsh, Mcfadden y Price (2003) indican cómo se mejoran situaciones de aprendizaje mediante diferentes técnicas según la experiencia de diferentes instituciones. Es muy relevante constatar cómo “se mezclan” técnicas presenciales y no presenciales, con más o menos la utilización de aparatos, en función de los objetivos. Pero esto no

se refiere a técnicas utilizadas todas al mismo tiempo sino en diferentes momentos.

Durante los últimos años se han desarrollado algunos proyectos de investigación en la formación de profesores, cuyo objetivo es caracterizar el proceso de aprendizaje que ellos han generado en entornos basados en la web (Callejo, Llinares y Valls, 2007; Rey, Penalva y Llinares, 2007; Valls, Llinares y Callejo, 2006). En estos entornos hay dos características relevantes: primero, la actividad de formar profesores, y segundo, la investigación sobre el aprendizaje del estudiante.

El diseño de estos entornos de aprendizaje usando el análisis de lecciones de matemáticas se apoya en tres ideas:

1. La necesidad de que los profesores lleguen a conceptualizar la enseñanza de las matemáticas.
2. La creación de espacios de interacción social entre los profesores como un medio para apoyar la construcción social del conocimiento; de esta manera, la integración de debates en línea permite a los profesores interactuar con los compañeros y el material sin necesidad de coincidir en un lugar dado o en un momento determinado.
3. La naturaleza evolutiva del proceso de construcción del conocimiento necesario para enseñar implica desarrollar trayectorias de aprendizaje que favorezcan que los profesores expliquen sus conocimientos, negocien nuevos significados y la posibilidad de una integración del uso de la información teórica, procedente de la didáctica de la matemática (instrumentos conceptuales) en el análisis de la enseñanza de las matemáticas.

De acuerdo con Callejo, Llinares y Valls, 2007; Rey, Penalva y Llinares, 2007; Valls, Llinares y Callejo, 2006, es preciso crear opciones de formación que contemplen aspectos relevantes, como atender los contenidos matemáticos y tomarlos como objeto que será aprendido

por alguien; en ese sentido se debe considerar el aprendizaje del estudiante como objeto de reflexión y estudio para el profesor. El uso de un *entorno virtual de aprendizaje* puede ser una opción de formación, en cuyo seno se generen espacios para la reflexión y la construcción de conocimientos para los profesores de matemáticas.

A continuación, se presentan los procesos de generalización, contenido escolar que se trabajó en esta investigación como una ruta para acceder al pensamiento algebraico en la escuela secundaria. Este contenido escolar también será descrito y detallado en las etapas del estudio.

### PROCESOS DE GENERALIZACIÓN

De acuerdo con Butto (2010), internacionalmente, se reconocen cuatro acercamientos a la enseñanza del álgebra Bednard, Kieran y Lee (1996): 1) La generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que gobiernan las relaciones numéricas 2) La modelación de situaciones matemáticas y de situaciones concretas, 3) El estudio de situaciones funcionales, y 4) La solución de problemas.

De acuerdo con Mason (1985), la generalidad es fundamental para el pensamiento matemático y algebraico. La generalización en álgebra es algo primario hacia la abstracción matemática y puede ser desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades, que favorecen la articulación de la generalización en situaciones cotidianas.

Para aprender el lenguaje del álgebra es necesario conocer la utilización de patrones en la enseñanza de las matemáticas; esto es pertinente, por lo menos por dos razones: primero, porque el mundo donde vivimos contiene patrones y regularidades; segunda, porque los patrones están presentes en las matemáticas, y la habilidad para reconocerlos contribuye a llegar intuitivamente a fórmulas y relaciones que pueden ser utilizadas en matemáticas, particularmente en el aprendizaje del álgebra.

El trabajo con la generalización debe pasar por cuatro etapas, al entender de este autor:

- Percibir un patrón,
- Expresar un patrón,
- Registrar un patrón, y
- Prueba de la validez de las fórmulas.

Para Mason y otros (1985), el trabajo con la generalidad es una ruta de acceso al álgebra, en el sentido en que no es algo que se hace pocas veces y luego se olvida, sino que puede estar en la vida cotidiana de las personas. Las matemáticas comprenden muchas generalizaciones, ya sea que tomen forma de métodos, procedimientos o de fórmulas; y éstas pueden ser vistas de la misma manera que las propias generalizaciones de los alumnos cuando perciben ya sea un patrón o una generalidad. Es adecuado tener una lluvia de actividades para expresarla.

La vía de acceso *los procesos de generalización* involucra a los estudiantes en la detección de patrones, para que sean capaces de expresarlos y escribirlos. Esto, por supuesto, nos lleva a una entrada al pensamiento algebraico, mediante actividades que involucran el razonamiento acerca de patrones (en gráficas, patrones numéricos o figuras) detectando similitudes, diferencias o repeticiones. La generalización o pensamiento en términos de número general, puede ser vista partiendo de lo general a lo particular y viceversa. Al involucrarse en este tipo de actividades, los estudiantes también pueden realizar operaciones aritméticas (suma y resta, por ejemplo) para generalizar acerca de la naturaleza y los efectos de cualquier número o un grupo de números en particular.

Este estudio se dirigió al desarrollo profesional de los profesores de matemáticas de educación secundaria. Se trabajó con los procesos de generalización como una vía para acceder al pensamiento algebraico, apoyados en un entorno virtual de Aprendizaje (EVA), en la modalidad *B-Learning*.

### **Objetivos**

- Diseñar un entorno *B-Learning* para el desarrollo de los procesos de generalización como una vía de acceso al pensamiento algebraico.
- Verificar la viabilidad del *B-Learning* como apoyo al desarrollo profesional de los docentes y el aprendizaje de los estudiantes.

### **MÉTODO**

Se realizó un estudio descriptivo con un enfoque cualitativo. Para Rodríguez, Flores y García (1999), el enfoque cualitativo estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas.

### **Contexto/Participantes**

El estudio se realizó en una escuela secundaria diurna, turno vespertino, en la Delegación Tlalpan del Distrito Federal. Participaron dos profesores de matemáticas de secundaria y un grupo de 18 estudiantes de segundo grado, con edades entre 12 y 15 años; los dos profesores de matemáticas atendían grupos de segundo y tercer grado; atendían más grupos en la escuela y llevaban más tiempo en ella, (en promedio diez años). El plantel cuenta con los servicios básicos de luz y agua en los baños; además, con un aula digital con aproximadamente veinticinco computadoras con conexión a internet que funcionan de manera regular.

### **Montaje experimental**

El trabajo experimental consistió de dos etapas: 1) Evaluación sobre procesos de generalización, seguida de un entrevista grupal

aplicada a los estudiantes de secundaria; la entrevista semiestructurada fue realizada con los profesores de educación secundaria y 2) Diseño de un Entorno Virtual de Aprendizaje en la modalidad *B-Learning* para promover los procesos de generalizada como una vía al pensamiento algebraico.

### **Primera etapa:**

#### **Cuestionario sobre procesos de generalización**

Esta etapa consistió en la aplicación de un cuestionario sobre procesos de generalización, seguida de una entrevista grupal abierta, cuyo propósito fue explorar las principales habilidades, estrategias y dificultades presentadas por los alumnos cuando resuelven el cuestionario sobre procesos de generalización. La aplicación del instrumento duró aproximadamente 60 minutos y los estudiantes tuvieron libertad para resolver el cuestionario en el orden deseado. El cuestionario constó de siete preguntas, conforme se muestra en la tabla 5.1.

**Tabla 5.1. Descripción del cuestionario sobre procesos de generalización**

<b>Pregunta</b>	<b>Contenido matemático</b>
1 y 2	Secuencias aritméticas crecientes y decrecientes; con números y figuras.
3	Secuencia numérica. Patrones de tipo lineal o cuadráticos. Números triangulares.
4 y 5	Variación conjunta.
6	Variable como número general.
7	Variable como número específico.

*Aplicación de una entrevista grupal:* Se aplicó una entrevista grupal a los estudiantes. De acuerdo con Rodríguez (2005), este tipo de instrumento consiste en exponer a un grupo de personas a una pauta de entrevista semiestructurada; es una entrevista que sigue un esquema semejante al de la entrevista individual; sin embargo,

el entrevistado no es un individuo, sino un grupo de personas. Este método se aplicó con el fin de explorar el grado de acercamiento hacia el tema, así como profundizar en las principales estrategias y dificultades cuando resuelven el cuestionario sobre los procesos de generalización.

### **Segunda etapa:**

#### **Entrevista semiestructurada aplicada a profesores**

Esta etapa consistió en aplicar una entrevista semiestructurada a los profesores de educación secundaria. El objetivo de la entrevista fue profundizar sobre cuatro categorías:

- Categoría 1. Formación, perfil académico y oferta educativa,
- Categoría 2. Conocimientos pedagógicos,
- Categoría 3. Conocimientos de contenido, y curriculares,
- Categoría 4. Conocimientos de los estudiantes.

La aplicación individual del instrumento duró 40 minutos aproximadamente. Esta etapa sirvió de base para el diseño del trabajo en un entorno virtual para promover los procesos de generalización como una vía para acceder al pensamiento algebraico.

#### **DISEÑO Y APLICACIÓN DE UN ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE EN LA MODALIDAD *B-LEARNING***

Esta etapa da cuenta del trabajo realizado con los profesores en un Entorno Virtual de Aprendizaje en la modalidad *B-Learning*, durante cinco sesiones. Las primeras fueron presenciales y tuvieron el propósito de familiarizarlos con la plataforma y presentarles la temática a ser trabajada: los procesos de generalización como vía

de acceso al pensamiento algebraico. En las tres sesiones restantes se realizaron actividades en la *wiki*:

En una plataforma Moodle, se participó en un foro, se aportó para realizar una *wiki* y se realizó un plan de clase.

Las sesiones de trabajo en la plataforma no tenían límite de tiempo. Se realizaron cinco sesiones para ejecutar las siguientes actividades:

1. Familiarizarse con la plataforma y presentación de la temática a ser trabajada.
2. Participar en un foro en torno a la conveniencia o dificultades para trabajar los procesos de generalización en clase.
3. Aportar a una *wiki* respecto a las estrategias utilizadas por los alumnos cuando resolvieron el cuestionario sobre procesos de generalización.
4. Realizar un plan de clase utilizando la Hoja de cálculo Excell.

## **ANÁLISIS DE LOS DATOS**

A continuación se presenta el análisis de los datos correspondientes a las dos etapas del estudio, a partir del cuestionario sobre procesos de generalización y la entrevista grupal aplicada a los estudiantes de educación secundaria.

## **RESULTADOS DE LA PRIMERA ETAPA DEL ESTUDIO**

En la primera etapa del estudio se analizó el cuestionario sobre procesos de generalización a partir de los niveles de logro (alto, medio e inicial) y las estrategias de resolución de problemas como se describen a continuación:

La tabla 5.2 describe las actividades realizadas.

**Tabla 5.2. Descripción de las actividades y los recursos utilizados en la plataforma**

<b>Sesión</b>	<b>Recurso</b>	<b>Actividad</b>	<b>Producto</b>	<b>Propósito</b>
1	Texto <i>Procesos de Generalización con Estudiantes de 1° y 2° de Secundaria de una Escuela pública del Distrito Federal: una propuesta de enseñanza</i> (Arriaga y Burto, 2009).	Foro Los procesos de generalización como una vía para acceder al pensamiento algebraico y para ejemplificar cómo se puede trabajar en el salón de clases de matemáticas.	Transcripción de la discusión	Explorar las percepciones de los profesores sobre a los procesos de generalización, pertinencia de acuerdo a los planes y programas de estudio, ventajas o dificultades para trabajarlos en el aula.
2	Material: Cuestionario sobre procesos de generalización Vídeo: sobre las estrategias utilizadas por los alumnos en la resolución del cuestionario	Wiki ¿Qué estrategias utilizan los alumnos para resolver las preguntas del cuestionario sobre procesos de generalización? Discutir sobre las dificultades que presentan los alumnos con los procesos de generalización ¿Cómo atiende estas dificultades?	Documento colaborativo	Analizar las estrategias utilizadas por los estudiantes en la resolución del cuestionario, e identificar dificultades, y otra forma de enfrentarlo.
3	Dos actividades en Excel	Tarea Realizar un plan de clase, tomando como base dos actividades en Excel.	Plan de clase	Diseñar un plan de clase en base a las dos actividades anteriores utilizando Excel.

## 1. Niveles de logro

Los niveles de logro se entienden como una especie de ruta de proceso del estudiante acerca del tipo de pregunta, contenido matemático, que presentan los estudiantes en una determinada tarea (SIMCE, 2007).

En este estudio se encontraron tres niveles de logro:

*Nivel de logro alto:* En esta categoría el alumno usa un pensamiento multiplicativo; es capaz de identificar un patrón y expresar una regla en términos prealgebraicos; es capaz de completar las sucesiones aritméticas y geométricas utilizando estrategias aditivas o multiplicativas; llena tablas y percibe un patrón de cambio y puede establecer una regla general; en las últimas preguntas plantea y resuelve una ecuación lineal. Ejemplo:

En esta estrategia el alumno completa la serie de números triangulares dibujándolos, aumentando un punto por lado y responden a las preguntas contando.

A continuación, se reproduce el diálogo de los estudiantes con la entrevistadora con los alumnos sobre la pregunta 5 en que se solicitó al estudiante completar una secuencia aritmética (números triangulares) y responder a tres preguntas.

Entrevistador: “¿Y para la pregunta cinco?”

Alumno 1: “Para cada línea superior disminuía en uno el número de puntos de la anterior sumo la cantidad de puntos en cada fila”.

Alumno 2: “Sumo 1 para obtener los puntos totales de la siguiente figura. Multiplicaron el número de base por 3”.

Entrevistador: “(...Menciona un número de puntos para la figura 10, sin que esta corresponda)”.

*Nivel de logro medio:* En esta categoría el estudiante resuelve el problema usando un pensamiento aditivo y, en ocasiones, un pensamiento multiplicativo, pero incompleto. Los estudiantes eran capaces de completar las sucesiones aritméticas y geométricas,

Figura 5.2. Cuestionario sobre procesos de generalización

V. Completa las sucesiones de figuras, anota el número de puntos hay en cada figura

Fig.1 fig.2 fig.3 fig.4 fig.5 fig.6

¿Cuántos puntos hay en la cuarta y sexta figura?

M. 4-9 6-21

¿Cómo encontraste el número de puntos para la figura 6?

M. por los lados

Comentario: el alumno dibujó de manera correcta la base del número triangular percibiendo que van aumentando en uno, pero no puede encontrar un patrón.

utilizando estrategias aditivas o multiplicativas; llenan tablas, aunque no siempre con datos correctos, y en algunos casos perciben un patrón de cambio, pero no pueden establecer una regla general. La figura 5.3 da un ejemplo de la respuesta de una estudiante al cuestionario sobre procesos de generalización.

A continuación, se reproduce la entrevista realizada a los alumnos sobre la pregunta número 7.

Entrevistador: “¿Cómo resolvieron la pregunta 6?”

Alumno 1: “contando los palillos, por ejemplo, en la escalera uno hay un cuadrado y cuatro palillos; en la figura dos son tres cuadrados y 10 palillos”.

Entrevistador: ¿Cómo encontraron el número de palillos para la escalera 9?

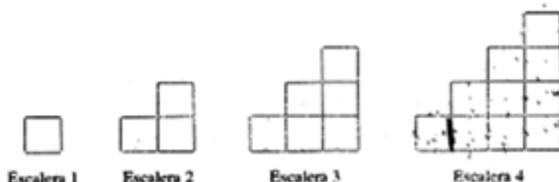
Alumno 2: “multipliqué las casillas por los palillos”.

Entrevistador: “¿Cómo establecerían una regla para calcular el número de palillos para cada escalera?”.

Alumno 3: “se podría multiplicar el número de cuadrados que forman la escalera y multiplicarlos por cuatro”.

Figura 5.3. Cuestionario sobre procesos de generalización

VI.- Juan forma escaleras con palillos arreglados en cuadrados. Encuentra el número de palillos que utiliza y crea una tabla para mostrar tus resultados.



1. completa la siguiente tabla

Escalera	1	2	3	4	5	6
# palillos	4	10	18	28		
cuadrados	1	3	6	10	6	

2. ¿Cuántos palillos hay en la escalera 9? 329

3. ¿Cuántos palillos hay en la escalera n?

n palillos

4. Escribe una regla o fórmula que te ayude a encontrar el número de palillos

Multiplicar las casillas x pos palillos

Figura 5.4. Cuestionario sobre procesos de generalización

1. 3 6 9 12 15 18 21 24

2. 10 8 6 4 2 0 -2

3. 5 10 15 20 25 30

Comentario: se observa que los alumnos cuentan y utilizan la multiplicación para calcular el número de palillos en cada figura. Los estudiantes llenan la Tabla con el número de palillos de las escalares 1-5, pero no llegaron a encontrar una fórmula general.

Nivel de logro inicial: en esta categoría el alumno usa el pensamiento aditivo, pues resuelve los problemas planteados con sumas y restas. La figura 5.4 muestra que los alumnos son capaces de completar las secuencias aritméticas y algunas geométricas utilizando estrategias aditivas.

A continuación, se reproduce el diálogo sostenido con los alumnos sobre la pregunta número 1.

Entrevistador: “Vamos a revisar cómo han resuelto sus ejercicios. Revisen la primera, ¿cómo la resolvieron?”

Alumno 1 (A1): “Nada más iba sumando de tres en tres”.

Entrevistador: (... Todos asintieron con su cabeza y diciendo que sí)

Entrevistador: “Y, ¿cómo resolvieron la dos?”

Alumno 2: “Se fueron quitando de dos en dos”.

Alumno 1: “y ya luego quedó cero y menos dos”.

Profesor: Ok, ¿y la tercera?

Alumno 1: “sumando de cinco en cinco”.

Comentario: Los alumnos utilizan estrategias aditivas con números enteros y negativos.

## 2. Estrategias de resolución de problemas

La entrevista con los estudiantes tuvo como objetivo profundizar el tipo de estrategias empleadas en la resolución del cuestionario sobre procesos de generalización. Este tipo de análisis consistió en identificar estrategias utilizadas para responder las preguntas del cuestionario sobre procesos de generalización; se encontró el uso de estrategias aritméticas o aditivas y estrategias prealgebraicas.

## **RESULTADOS DEL CUESTIONARIO SOBRE PROCESOS DE GENERALIZACIÓN**

En la primera etapa, correspondiente al cuestionario sobre procesos de generalización, los estudiantes utilizaron estrategias básicamente aritméticas. Por otro lado, al enfrentarse al manejo de números negativos, la mayoría presentó dificultades; no podían visualizar figuras o números que ellos habían anotado para completar las sucesiones, de tal manera que ya no podían encontrar el elemento “n” de la serie; se dificultó encontrar el patrón y por lo tanto no pudieron llegar a establecer una fórmula que representara dicho patrón.

A continuación, se describen los niveles de logro obtenidos en el cuestionario sobre procesos de generalización. En la figura 5.5 se muestran los niveles obtenidos por los estudiantes en la resolución del cuestionario sobre procesos de generalización.

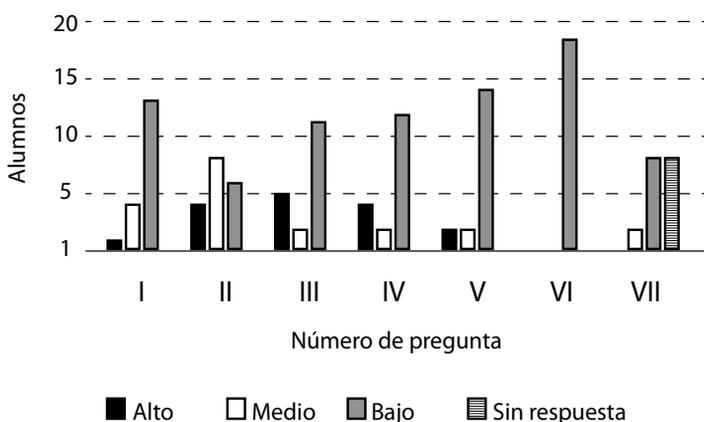
## **RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA DEL ESTUDIO: ENTREVISTA A LOS PROFESORES Y ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE EN LA MODALIDAD *B-LEARNING***

En esta etapa se presentan los resultados de la entrevista semiestructurada realizada a los profesores y el trabajo realizado con los profesores en un Entorno Virtual de Aprendizaje en la modalidad *B-Learning* (el foro, la *wiki* y la entrega del plan de clase).

### **Resultados de la entrevista semiestructurada**

A partir de los resultados en la entrevista semiestructurada realizada con los profesores de educación secundaria, se presentan los resultados, de acuerdo con cada categoría:

**Figura 5.5. Resultados del cuestionario sobre procesos de generalización: niveles de logro**



### ***Categoría 1: Formación y perfil académico y oferta educativa***

Los profesores entrevistados, tienen entre 43 y 31 años, son egresados de Escuelas Normales y tienen una especialidad en matemáticas; tienen entre 6 y 14 años de servicio respectivamente, y en los últimos tres años han tomado uno o dos cursos de actualización pedagógica. A continuación, se presenta una parte de la entrevista realizada con los profesores sobre la Categoría 1:

Entrevistador (E): “¿Usted cree que lo que estudió en la Escuela Normal es suficiente para ejercer su profesión?”

Profesor 1: (D1): “Bueno....para empezar ejercer es suficiente, pero es necesario mantenerse en continua actualización y capacitación”.

Entrevistador: “¿Qué opina de la oferta de actualización que existe actualmente?”

Profesor 1: “Bueno...considero que la mayoría de los facilitadores son improvisados”.

Entrevistador: “¿Cómo deberían ser las opciones de actualización para que éstas correspondan a su contexto laboral?”

Profesor 2: “Pues... que tomaran en cuenta las características propias de los alumnos con los que se trabaja y que fueran impartidos por gente profesional”.

En general, los docentes no están conformes con la oferta educativa actual; buscan apoyar su labor con materiales concretos o herramientas como la computadora, lo cual puede ayudar a la comprensión por parte de los alumnos de algunos temas complicados para ellos; también favorecen el razonamiento deductivo, incluyendo ejercicios donde tengan que encontrar algún elemento faltante, a lo cual se podría agregar estrategias que ayuden a dar sentido o significado a los contenidos estudiados en ese nivel educativo.

### ***Categoría 2: Conocimientos pedagógicos***

En una pregunta respecto al tipo de recursos utilizados, los profesores mencionan:

Profesor 1: “Bueno se utilizan láminas, papiroflexia, computadora, internet y libro de texto, entre otros”.

Entrevistador: “¿Qué actividades resultan una herramienta para apoyar su actividad docente?”

Profesor 2 (D2): “Bueno, definitivamente las secuencias didácticas que además contengan preguntas que guíen el aprendizaje de los alumnos. Bueno (mmm) creo que el empleo de ejercicios matemáticos en los cuales falte algún sumando o factor –en el caso de las sumas y las multiplicaciones respectivamente–, también puede ser usando figuras en las cuales se tenga la necesidad de encontrar algún valor sin que este sea necesariamente un perímetro o área”.

### ***Categoría 3. Conocimientos de contenido y conocimientos curriculares***

Las percepciones respecto a los conocimientos curriculares y el enfoque sobre el estudio del álgebra coinciden con lo planteado por la SEP (2011); el conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas

y definiciones sólo es valioso en la medida en que los alumnos lo puedan usar para solucionar problemas y reconstruir en caso de olvido; de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y procedimientos.

Entrevistador: ¿Qué contenidos se incluyen en el eje sentido numérico y pensamiento algebraico?

Profesor 2: “Bueno... yo creo que números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, patrones y ecuaciones”.

Entrevistador: Mencione propósitos y aprendizajes esperados en una temática de pensamiento algebraico.

Profesor 1: “Pueden ser... representar sucesiones de números o de figuras a partir de una regla dada y viceversa, y que los alumnos modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones”.

Entrevistador: ¿Cómo se aborda el eje sentido numérico y pensamiento algebraico dentro de los planes y programas de estudio de secundaria actuales?

Profesor 1: “Bueno... puede ser... que el alumno vaya del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados”.

Entrevistador: Mencione qué relación existe entre los problemas que presentan sus alumnos con el álgebra y los conocimientos adquiridos en primaria.

Profesor 1: se sabe que con los nuevos programas de educación básica, no es necesario que un alumno tenga concepción clara y perfecta de un contenido como el álgebra durante un momento exacto... ese conocimiento se va refinando durante su estancia en la secundaria y ahora también durante su estancia en el bachillerato, o por los menos eso es lo que se maneja en los actuales programas se esta retomado los temas todo el ciclo escolar.

A partir de los resultados de la entrevista, se observa que los profesores, reconocen la pertinencia de los procesos de generalización,

como un medio para motivar pensamientos deductivos, y que se debe trabajar en transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados, indican además que la utilización de materiales concretos ayuda para desarrollar ideas más elaboradas o complejas.

#### ***Categoría 4: Conocimientos de sus estudiantes***

Respecto a los resultados del cuestionario de sus alumnos, expresan:

Profesor 2: “Es común que algunos alumnos tengan dificultades para recordar conocimientos adquiridos con anterioridad, puesto que el mismo programa considera dicha situación al realizar una programación de contenidos en pautas; por ejemplo, se puede ver el tema de números con signo, posteriormente construcción de triángulos, problemas de proporcionalidad múltiple y nuevamente, hasta el siguiente bloque, retomar algún tema que involucre números con signo”.

Más tarde, se les pidió jerarquizar los principales problemas de los alumnos y que propusieran algunas estrategias para resolverlos.

Profesor 1: “Bueno... primero el uso de números con signo, después la multiplicación de números, las estrategias podrían consistir en repasar con anterioridad los conocimientos necesarios para dar una solución correcta a las preguntas planteadas”.

Profesor 1: “Por otra parte y pensando que las imágenes propuestas corresponden a una secuencia didáctica, considero que no es posible llegar a una generalización de la segunda actividad; en este caso es totalmente necesaria la intervención del profesor.

A partir de los resultados de la entrevista, podemos verificar la necesidad para continuar su formación, pero, al parecer, no están conformes con la oferta actual; la consideran un tanto desvinculadas de su contexto. Si consideramos la formación de los profesores, tendríamos que propiciar espacios donde el profesor pueda reflexionar

para comprender la forma como aprenden sus estudiantes. Los profesores necesitan espacios dónde puedan reflexionar sobre su práctica profesional docente.

### **Resultados de la segunda etapa del estudio en un entorno virtual *B-Learning***

A continuación, los resultados del trabajo en la Plataforma Moodle en un entorno virtual *B-Learning*.

A partir del trabajo con los profesores en el entorno virtual *B-Learning*, podemos pensar que perciben el trabajo con la generalidad como una opción viable para acceder al pensamiento algebraico y compatible con los planes y programas de estudio actuales; sin embargo, el trabajo en las actividades con los alumnos y profesores se percibe aún como un conocimiento superficial sobre los procesos de generalización. Los profesores mencionan que los alumnos necesitan afianzar el dominio de aspectos provenientes de la aritmética; sus respuestas demostraron tener aún problemas con algunas situaciones correspondientes a lo estudiando en aritmética y esto obstaculiza el acceso al pensamiento algebraico, por lo menos para los problemas que requieren un pensamiento de tipo multiplicativo.

### **Familiarización con la plataforma y presentación de la temática a trabajar**

Respecto al uso del EVA, utilizaron los recursos de manera individual y participaron en el foro *La creación de la wiki y el diseño del plan de clase*, pero se observó poca interacción entre ellos. En cuanto a las características de la plataforma *Moodle* y la estructura del repositorio de recursos, se utilizaron tres tipos de formatos: textos en formato PDF, imágenes en formato JPEG de los cuestionarios escaneados de los alumnos, y videos en formato AVI que muestran

algunas de las respuestas de los alumnos cuando resolvieron el cuestionario sobre procesos de generalización.

### **Participación en un foro sobre la conveniencia o dificultades para trabajar los procesos de generalización en clase**

El trabajo con los procesos de generalización puede servir como puente entre las dos disciplinas, pero además como repaso a situaciones estudiadas en la aritmética. Los profesores igualmente manifiestan que otra situación problemática es la falta de interés de los estudiantes.

### **Los aportes para realizar una *wiki* respecto a las estrategias utilizadas por los alumnos cuando resolvieron el cuestionario sobre procesos de generalización**

En la actividad del *foro*, los profesores refieren una forma mecánica de trabajar por parte de los estudiantes; asimismo expresan que los procesos de generalización pueden ayudar en el aprendizaje del álgebra, pues pueden dotar de sentido a conceptos abstractos estudiados en el álgebra. También refieren la necesidad de contar con algunos conocimientos básicos por parte de los alumnos, para avanzar en temas más complicados como los estudiados en el álgebra; esto se confirma con los resultados del cuestionario, donde la mayoría de alumnos aún sigue teniendo problemas relacionados con la aritmética.

En la segunda actividad, compuesta por los aportes para una *wiki*, los profesores señalaron que los alumnos presentan problemas cuando se les pide calcular un lugar alto en las series, pues recurren a dibujos o a contar para localizar lugares pequeños en éstas; eso confirma que se encuentran utilizando estrategias aditivas y multiplicativas básicamente, e indica que se encuentran en un nivel

de pensamiento aritmético, aún no desarrollan ideas (incluso) pre-algebraicas. Al parecer, se debe propiciar la reflexión sobre sus métodos y estrategias, lo cual es posible en actividades con los procesos de generalización, iniciando con ejercicios de un nivel de dificultad menor e ir aumentando el nivel de dificultad progresivamente.

Mediante la actividad tres, que contemplaba la entrega de una tarea, observamos que uno de los profesores diseñó un plan de clase: una serie de actividades en donde se identificaba el trabajo con los procesos de generalización, basado en las cuatro etapas propuestas por Mason y otros (1985). Con esto se demuestra que: el trabajo con los procesos de generalización, en el entorno *B-Learning* tomó en cuenta las características de los estudiantes al mencionar los conocimientos previos y al usar la primera actividad de forma muy sencilla, de acuerdo con las características mostradas por los alumnos durante el estudio.

### **Realización de un plan de clase utilizando la “Hoja de cálculo Excel”**

Respecto al uso del EVA, utilizaron los recursos de manera individual y participaron en el foro, la creación de la wiki y el diseño del plan de clase. Hicieron aportaciones valiosas, pero se observó poca interacción entre ellos.

### **CONCLUSIONES**

A partir de los resultados, se concluye que los profesores perciben y comprenden los procesos de generalización como una ruta para acceder al pensamiento algebraico; identifican dificultades de los estudiantes presentan y perciben la necesidad de revisar las actividades trabajadas en el aula con la finalidad de que los estudiantes puedan acceder al pensamiento algebraico vía la generalidad.

En relación a los Entornos Virtuales de Aprendizaje reconocieron la potencialidad de dicho medio, pero hubo poca interacción entre ellos, aunque participaron en el diseño de actividades en el salón de clase; expresaron la necesidad de ampliar espacios de discusión sobre su quehacer profesional y éste incluía la reflexión sobre los procesos cognitivos que los estudiantes utilizan cuando se enfrentan a preguntas y problemas matemáticos que involucran un tipo de razonamiento matemático más complejo y estructuras matemáticas más complejas, pero también una reflexión sobre los procesos cognoscitivos que involucran dicho contenido escolar.

Es pertinente generar espacios para que los profesores interactúen entre sí, de tal manera que se apoyen unos con otros en la generación de conocimientos sobre cómo enseñar las matemáticas y la comprensión de los problemas encontrados con sus alumnos. La mayoría mostró disponibilidad para trabajar en la plataforma, pero tenían poca disponibilidad de tiempo. Es necesario crear espacios de discusión entre los profesores y sus estudiantes para provocar dicha interacción y buscar formas atractivas dentro del EVA, de tal manera que se estimule una participación entusiasta y se generen espacios para analizar las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes, así como también las diversas habilidades y conocimientos que se van generando en esos espacios de interacción virtual.

## REFERENCIAS

- Azcarate, P. (1998). La formación inicial del profesor de Matemáticas: análisis desde la perspectiva del conocimiento práctico profesional. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 32, 129-142.
- Ball, D. y Cohen D. (1999). Developing practice, developing practitioners. Toward a practice-based theory of professional education. In: *Teaching as the learning profession. Handbook of Policy and Practice*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Bartolomé, A. (2004). Blended Learning. Conceptos básicos. Píxel-Bit. *Revista de Medio y Educación*, 23, 7-20.
- Butto, C. (2005). *Introducción temprana al pensamiento algebraico: una experiencia en la escuela primaria*. Tesis doctoral inédita, Cinvestav-IPN, México.

- Butto, C. y Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: el papel del entorno logo. *Educación Matemática*, 22(31)113-148.
- Callejo, M., Llinares S. y Valls, J. (2007). Interacción y análisis de la enseñanza. Aspectos claves en la construcción del conocimiento profesional, *Investigación en la Escuela*, (61) 5-21.
- Coaten, N. (2003). Blended e-learning. *Educaweb*, Recuperado de: <http://www.educaweb.com/esp/servicios/monografico/formacionvirtual/1181076.asp>
- Llinares, S. (2002). La práctica de enseñar y aprender a enseñar matemáticas. La generación y uso de instrumentos de la práctica. *Revista de Enseñanza Universitaria*, 19, 11-124.
- Llinares, S., Valls J. y Roig A. (2007). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3) 59-82.
- Llinares, S, Valls, J., y Roig, A. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Revista de Educación Matemática*, 20 (3), 59-82.
- Marsh, G., Mcfadden, A. y Price, B. (2003). *Blended Instruction: Adapting Conventional Instruction for Large Classes*. *Online Journal of Distance Learning Administration*, 6(4). Recuperado en <http://www.westga.edu/~distance/ojdla/winter64/marsh64.htm>
- Mason, J., A. Graham, D. Pimm y N. Gower (1985). *Routes of Roots of Algebra*. Gran Bretaña, The Open University Press.
- Rey, C., Penalva, C. y Llinares S. (2007). Aprendizaje colaborativo y formación de asesores en matemáticas: análisis de un caso. *Cuadrante*, 15, 95-120.
- Rodríguez, D. (2005). El grupo de diagnóstico, en *Diagnóstico organizacional*. México D.F. Alfaomega.
- Rodríguez, G., Gil Flores, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Malaga: ed. Aljibe.
- Simce (2007). Niveles de logro 4o Básico, Lectura y educación matemática. Gobierno de Chile: Ministerio de Educación.
- Valls, J., Llinares, S. y Callejo, M. (2006). "Video-clips y análisis de la enseñanza. Construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas", en M. C. Peñalva, I. Escudero y D. Barba (eds.) (2006), Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutoría para la formación del profesorado de matemáticas, Granada, Grupo Proyecto Sur, pp. 25-48.
- Vila, E. (2010). Aprendizaje de competencias docentes en entornos virtuales: reflexiones desde la formación permanente del profesorado. *Innovación Educativa*, 10 (52) 5-11.