



SEV
ESTADO DE VERACRUZ

VER Educación
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN



**GOBIERNO DEL ESTADO DE VERACRUZ DE IGNACIO DE LA LLAVE
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN**

UNIDAD REGIONAL 305 COATZACOALCOS

OPCIÓN DE TITULACIÓN

MONOGRAFÍA

DENOMINADA

**LA ENSEÑANZA – APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN
SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA
A TRAVÉS DEL JUEGO.**

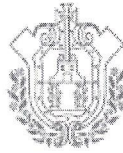
**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN EDUCACIÓN**

PRESENTA

EUTIMIA CAMPUZANO CRUZ

COATZACOALCOS, VERACRUZ

JUNIO 2018



SEV
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN



DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Coatzacoalcos, Ver. 17 de Mayo, 2018.

C. EUTIMIA CAMPUZANO CRUZ.
PRESENTE:

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado por la Comisión Revisora a su trabajo intitulado. **LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS EN SEXTO GRADO DE EDUCACION PRIMARIA A TRAVES DEL JUEGO.** Opción: Tesina (Monografía), a propuesta de su asesor; **Mtra. Cayetana Ruíz Estudillo**, manifiesto a Usted que reúne los requisitos establecidos que en materia de titulación exige esta Universidad.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza presentar su Examen Profesional.

ATENTAMENTE
“EDUCAR PARA TRANSFORMAR”


MTRA. MA. DEL CARMEN RENDON HERNANDEZ.
PRESIDENTE DE LA H. COMISION DE TITULACION
UNIDAD REGIONAL 305 U.P.N.



ÍNDICE

Introducción.....	1
-------------------	---

CAPÍTULO I

JUSTIFICACIÓN DEL TEMA	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Explica y delimita el problema.....	5
1.3. Justificación.....	8
1.4. Objetivos	9

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS – METODOLÓGICOS.....	10
2.1 Enfoque de análisis.....	10
2.2 Metodología de la investigación.....	11

CAPÍTULO III

EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN EL NIÑO.....	13
3.1 Como se construye el pensamiento matemático.....	13
3.2 Las características del pensamiento matemático del niño de 11 años.....	19

CAPÍTULO IV

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COMO CONTENIDO DEL CURRÍCULUM DE EDUCACIÓN PRIMARIA: EN SEXTO GRADO.....	25
4.1 Las matemáticas como área curricular de la educación primaria.....	25
4.2. El desarrollo del pensamiento matemático en sexto grado.....	31
4.2.1. Propósitos y contenidos del desarrollo del pensamiento matemático en sexto grado.....	33
4.2.2. El enfoque didáctico pedagógico en sexto grado.....	35

CAPITULO V

EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DE E – A PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	39
5.1 La enseñanza de las matemáticas en educación primaria.....	39
5.2. La enseñanza - aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas en 6to grado.....	41
5.3. El aprendizaje de las matemáticas en educación primaria a través del juego....	47
Conclusión.....	52
Referencias Bibliográficas	
Anexo	

INTRODUCCIÓN

La dificultad en la enseñanza – aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos son realidades que viven tanto los maestros como los alumnos dentro de las aulas de la escuela primaria, y su implicación en el bajo rendimiento escolar y rezago educativo.

Este hecho inspiró la realización de este trabajo aunque se presentan diversas investigaciones al respecto aquí se destaca la resolución de problemas en educación primaria en los alumnos de sexto grado, bajo diferentes puntos de vistas de autores e investigaciones.

El problema resulta importante pues este contenido curricular constituye un aprendizaje clave, es decir; en el aprendizaje del alumno. El presente trabajo pretende profundizar a partir de un análisis documental respecto de las necesidad de enseñar las matemáticas a través de la resolución de problemas, a partir del juego como recurso de la enseñanza – aprendizaje.

Los enfoques desde los que se problematiza la curricula en una visión constructivista del aprendizaje y la enseñanza. El objetivo de esta monografía es analizar la posibilidad de una enseñanza – aprendizaje de resolución de problemas a través del juego en el sexto grado de primaria.

Esta monografía como todo trabajo de investigación presenta alcances y limitaciones; en cuanto a los alcances se realizó la presentación del problema y su importancia, incluyendo la función del juego en la E – A. En las limitaciones se presentaron dificultades para encontrar libros y textos, no eran accesibles.

Esta monografía titulada La enseñanza – aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos en sexto grado de educación primaria a través del juego consta de cinco capítulos expuestos en el siguiente orden significativo para el análisis de los temas:

El capítulo I presenta la justificación del tema a través de otros antecedentes respecto de la investigación, así mismo se explica y delimita, para lograr justificar la importancia del problema y los objetivos.

El capítulo II presenta el fundamento teórico y metodológico, de la monografía, a través de una metodología documental y las fuentes de consulta, bajo el enfoque constructivista dentro de la enseñanza y el aprendizaje y la importancia del juego como herramienta de trabajo para el docente.

El capítulo III aborda el desarrollo del pensamiento matemático en el niño, y consta de dos partes en la primera se explica cómo se construye el pensamiento matemático y su desarrollo, y el segundo las características de los alumnos de 11 años que favorecen su trabajo dentro de su contexto social y cultural.

El capítulo IV aborda la resolución de problemas matemáticos como contenido del curriculum en educación primaria: en sexto grado, trata de las matemáticas como área curricular de la educación básica, mencionando la importancia de que se lleve a cabo la planeación de un currículo como son los aprendizajes clave, así como las cualidades prioritarias que son necesarias para el educando, como son las competencias, los ejes temáticos, propósitos y contenidos del pensamiento matemáticos solo en sexto grado de primaria, finalizando con la evaluación de los contenidos.

El capítulo V, el juego como estrategia de enseñanza – aprendizaje para la resolución de problemas matemáticos. Expone como primer punto el propósito de la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, y al enfoque de la resolución de problemas como la sucesión más importante para promover aprendizaje significativo y por punto final se reflexionará respecto de la implementación del juego como una herramienta que va a permitir la construcción del aprendizaje más relevante e interesante.

CAPÍTULO I

JUSTIFICACIÓN DEL TEMA

El capítulo trata de analizar y delimitar el tema de investigación, buscando antecedentes de otros autores para verificar la importancia del trabajo, con la finalidad de poder delimitarlo lo más posibles a partir del enfoque constructivista.

Llegando a justificar el tema a través de hechos reales y contextualizados para el trabajo de la enseñanza y el aprendizaje dentro de las aulas, argumentando su importancia y la utilidad del trabajo, haciendo una serie de interrogantes que se resolverán en esta monografía, con los cuales se logran crear los objetivos para analizar en la investigación.

Logrando crear el tema de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en sexto grado de educación primaria a través del juego.

1.1. Antecedentes.

El aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria resulta ser un problema preocupante no sólo por el profesor que lo enfrenta en su práctica cotidiana, sino también porque es un problema que refleja la baja calidad de la educación en términos de resultados de aprendizaje.

Existen estudios donde se ha planteado el problema criticando la enseñanza tradicional y rutinaria de esos contenidos, y han propuesto algunas de las alternativas para su transformación como en la introducción del juego como estrategia didáctica. Algunos trabajos de investigación que relacionan ambas variables, que parten de la bondad del juego en la enseñanza de las matemáticas.

Por ejemplo García Solís (2013) realizó un manual de juegos para mejorar el aprendizaje de los alumnos comprobando que los juegos son funcionales, uno de sus objetivos fue enseñar a sus alumnos a tomar decisiones ante problemas que se den en la vida, garantizando la posibilidad de adquirir experiencia, modificando las

formas en que los estudiantes aprenden y captan la realidad de las cosas de su vida diaria.

Los juegos matemáticos permiten mantener a los estudiantes interesados en el tema que se va a desarrollar, este estudio se llevó a cabo en el nivel de preparatoria, contando con 60 alumnos, divididos en dos grupos de trabajo cada uno contaba con 30 integrantes de entre 15 y 18 años, se realizaron pruebas diagnósticas, parciales y finales a través de un examen así como una bitácora, llegando a la conclusión de que el juego apoyó el estudio de las matemáticas pues redujo a 14.64% el índice de alumnos con bajo rendimiento escolar, dejando como recomendación seguir utilizando los juegos dentro del salón de clases.

Sánchez por su parte analizó a los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de problemas matemáticos, utilizó un análisis retrospectivo. (Sánchez Ramos, 2001), destacando que uno de los problemas sigue siendo la memorización y el no dejar razonar al alumno por su propia cuenta, además de que los contenidos planteados no iban de acuerdo con a la realidad; esto se verificó a través de una serie de entrevistas y encuestas a los padres de familia, alumnos así como maestros; el investigador registró en un diario de campo las experiencias vividas en dos escuelas. Del mismo modo se aplicó una prueba diagnóstica de problemas matemáticos a 98% alumnos de los cuales 23% lograron contestar correctamente los reactivos y el 75% no lograron resolver los problemas matemáticos de manera favorable. Detectó que la memorización o mecanización son los grandes errores que se cometen ya que el maestro utiliza el libro y el cuaderno como única forma de trabajo y no lleva cabo la guía de su planeaciones, no planean actividades adecuadas cayendo en un enfoque tradicionalista.

Por su parte Espinoza (2009) reconoce la importancia de plantear problemas matemáticos relevantes, relacionados con el contexto del estudiante, su investigación se basó en el análisis documental, entrevistas a los alumnos y maestros. Una prueba diagnóstica y el análisis de los cuadernos de los niños en los que planteaban las interrogantes que los maestros dictaban, se observó que la mayoría de los problemas estaban descontextualizados, es decir, lejos de la realidad del alumno.

A partir del reconocimiento de esas situaciones se organizó con los maestros frente a grupo el trabajo de realizar planeaciones adecuadas al contexto del alumno, que ayudan a facilitar la resolución de problemas matemáticos.

A partir de los planteamientos anteriores, podemos destacar que las prácticas tradicionalistas de la enseñanza de las matemáticas han limitado el aprendizaje significativo de los alumnos de primaria.

1.2. Explica y delimita el problema.

El problema más significativo y grave del sistema educativo es la calidad de la educación, esta se evidencia a partir del logro de los aprendizajes planteados por el sistema educativo, donde destacan español y matemáticas como las prioridades de obtener un aprendizaje esperado. En nuestra educación primaria se logra evidenciar que una de las asignaturas con mayor dificultad es matemáticas porque no se logran cumplir estos aprendizajes, surgiendo la necesidad de un pensamiento en la resolución de problemas matemáticos, donde *“Pensamiento matemático que se denomina a la forma de razonar que utilizan los matemáticos profesionales para resolver problemas provenientes de diversos contextos, ya sea que surjan en la vida diaria, en las ciencias o en las propias matemáticas.”*¹ por esta razón las matemáticas son una necesidad prioritaria dentro de la vida cotidiana, para resolver problemas del contexto social.

El perfil de egreso de primaria plantea los siguientes rasgos relacionados con el aprendizaje de las matemáticas: lograr razonar sobre la solución de problemas de cantidad; construir estructuras con figuras y cuerpos geométricos, y organizar información de forma sencilla (por ejemplo: tablas, gráficas, etc.) estos constituyen un referente obligatorio de la enseñanza – aprendizaje en este nivel educativo.

Sin embargo tales rasgos no se logran alcanzar, evidencia de ello son los resultados de la prueba PLANEA (ver anexo 1) aplicada a los estudiantes de sexto grado en el

¹ SEP, **Aprendizaje clave para la educación integral**, planes y programas de estudios de educación básica, pág. 296.

2015. Se observó que “al término de la educación primaria, 6 de cada 10 estudiantes no logran adquirir los aprendizajes claves de matemáticas”² es decir el 60%, más de la mitad al terminar la primaria no logran los aprendizajes esperados.

El aprendizaje de las matemáticas es uno de los retos a lograr en la educación primaria. Esta pretende mejorar la calidad de la educación, pues solo el 6.8% de los estudiantes se encuentran en el nivel IV con un logro sobresaliente, el 18.3% están en el nivel III teniendo un logro satisfactorio, el 18.9% en el nivel II indispensable y un alarmante 60.5% se ubican en un nivel insuficiente.

Lo anterior quiere decir que más de la mitad de los estudiantes de sexto grado no ha adquirido los aprendizajes clave, lo que refleja carencias fundamentales para seguir aprendiendo, pues no lograron adquirir las habilidades ni los conocimientos necesarios (ver anexo 2). Estos resultados demuestran que existe una problemática en el aprendizaje de las matemáticas que abarca a todos los alumnos de nivel primaria, que es necesario tomar las decisiones pertinentes con la finalidad de ayudar a los que presentan rezago en esta materia, y puedan lograr el perfil que se pide al finalizar el educación primaria. El estado de Veracruz se encuentra a la par de la media nacional (500.0), obteniendo un promedio de 501.0, es decir, que aun no cumplen con los estándares que se deben lograr.

Una evidencia más específica de los problemas matemáticos en el estado de Veracruz son los resultados de la prueba SISAT³ , en este apartado donde se retomaron los resultados obtenidos por los alumnos de sexto grado de educación primaria de la escuela Francisco Villa se observó que el rendimiento en cálculo mental es bajo, pues solo el 4.55% de los alumnos de sexto grado alcanzan el nivel esperado, el 18.18% se encuentran en desarrollo y el 77.27% están en el nivel de

² INEE, resultados nacionales 2015, matemáticas.

³ Que es una prueba que se aplica a todos los alumnos de todos los niveles de educación primaria para poder medir como se encuentran en cuanto a conocimiento matemático y español; en este caso solo trabajaremos con los resultados obtenidos en los alumnos de sexto grado en el ciclo escolar 2017, aplicada al final del ciclo escolar y se evalúa los conocimientos generales de sentido numérico y pensamiento algebraico con 38 reactivos y forma, espacio y medida con 12 preguntas.

requieren apoyo, esto permite saber que la mayor parte de los niños cuentan con bajo rendimiento en matemáticas (Ver anexo 3). Lo cual indica que no se logra cumplir con los estándares que marcan los planes y programas de educación primaria, y no pueden resolver problemas matemáticos de manera favorable.

Uno de los factores que influye en el problema de las dificultades que presentan los niños en la resolución de problemas matemáticos es según Sánchez Ramos la enseñanza tradicional mecanizada basada en la memorización, que impide al alumno razonar por sí mismo.

Otro factor es la descontextualización de los problemas que se plantean al alumno, es decir, éstos no tienen relación con su realidad cotidiana (Sánchez; 2001. Espinoza, 2009) el último factor señalado por Espinoza (2009) es la no comprensión del problema por parte del alumno.

Esta situación conduce a la necesidad de replantear la manera de entender y practicar la enseñanza de problemas matemáticos, más orientados al aprendizaje del alumno y ajustándolos a su contexto, necesidades y características.

Esto obliga a buscar enfoques y alternativas más pertinentes para el logro de este aprendizaje clave, resulta congruente una enseñanza completa en la instrucción del alumno de base constructivista, una didáctica orientada hacia la resolución de problemas, pero que además tenga un sentido contextual y lúdico.

Los enfoques constructivistas determinan el aprendizaje no como memorización sino como *“un proceso activo en que los estudiantes construyen nuevas ideas o conceptos basados en sus conocimientos actuales y pasados”*⁴ (Pimiento Julio, pág. 3) esto significa que el alumno construya, a partir de nuevos conocimientos, un aprendizaje significativo.

La problemática anterior conduce a plantear las siguientes interrogantes ¿Cómo se desarrolla el pensamiento matemático en el niño?, ¿Cómo orienta el curriculum de

⁴ Pimiento Julio, **constructivismo para aprender a aprender**, 3era edición, pág. 7.

primaria en la resolución de problemas matemáticos?, y ¿Cómo mejora el juego la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos?

1.3. Justificación.

Los resultados obtenidos de la prueba PLANEA y SISAT a nivel nacional y estado, demuestran que el aprendizaje de las matemáticas constituye un problema de grandes proporciones, la línea de trabajo que orienta el curriculum y su enfoque de la enseñanza de los contenidos apuntan a la resolución de problemas, a partir de estas vía que se van a lograr los aprendizajes esperados y los rasgos del perfil de egreso.

El reto es superar las prácticas tradicionalistas como son la memorización por medio del constructivismo, en donde los alumnos a partir de sus experiencias previas realicen nuevas construcciones mentales logrando aprendizajes significativos. Además se busca un aprender a aprender de los conocimientos matemáticos en los educandos, donde los maestros lleven a cabo el proceso esencial de enseñanza, siendo indispensable que se modifiquen las formas de enseñar tradicionalistas.

En mi experiencia docente la resolución de problemas matemáticos se les ha dificultado a los alumnos, muchos de ellos rechazan las matemáticas como asignatura, pues les inspiran miedo, ya que piensan que no pueden aprender los contenidos por ser muy difíciles; esto es causa de bajo rendimiento escolar.

Por eso es necesario que tanto el profesor como el alumno comprendan que la resolución de problemas matemáticos puede ayudar a mejorar el mundo que los rodea, así el profesor a de buscar alternativas de enseñanza que puedan hacer más fácil la comprensión de los problemas.

Matemáticas es una materia de interés ya que es una de las herramientas principales de trabajo, tanto en una vida profesional como diaria, a través de ella se convive diariamente, comprando comida o algún objeto que implique cuentas, o medida; es esencial que todos los alumnos se desenvuelvan de manera satisfactoria dentro de esta área de estudio.

El trabajo aporta ideas constructivistas que ayuden a mejorar el trabajo escolar en la construcción y resolución de problemas matemáticos, con la finalidad de mejorar los referentes sobre la contextualización de problemas matemáticos, permitiendo que las planeaciones puedan involucrar al juego como una estrategia que apoye la resolución de problemas matemáticos. Mejorando el desarrollo de habilidades y destrezas para la vida diaria aportando el rendimiento escolar que tienen dentro de su educación.

1.4. Objetivos.

General: Analizar la posibilidad de una enseñanza – aprendizaje de resolución de problemas matemáticos a través del juego en el sexto grado de primaria.

Objetivos específicos:

1. Analizar el desarrollo del pensamiento matemático en el niño.
2. Explicar la resolución de problemas matemáticas como contenido del curriculum de educación primaria.
3. Reflexionar las posibilidades del juego como una herramienta para la E – A de la resolución de problemas matemáticos en 6to grado de primaria.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS – METODOLÓGICOS

En este apartado consta de dos capítulos en el primero trata sobre el enfoque de análisis donde se encuentra el objetivo general, así como el estudio de la enseñanza – aprendizaje como parte del papel del profesor y el alumno en este proceso.

La segunda parte de la metodología de la investigación que refiere estudio del trabajo a través de la investigación monográfica de tipo documental, determinando el tema de análisis y las fuentes de consulta las cuales fueron de apoyo para el análisis exhaustivo de la investigación.

2.1. Enfoque de análisis.

La investigación del tema de la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, se basa en la resolución de problemas *“comienza con la identificación de un inconveniente, se hace necesario establecer una planificación para desarrollar la acción que derive en la resolución y esta obliga a seguir determinados pasos o a respetar modelos o patrones”*⁵ eso significa que a lo largo de la primaria las acciones realizadas al resolver problemas como agregar, unir, igualar, etc.; forman parte de las operaciones y su complejidad aumenta según el grado que cursen, aumentando la variedad de problemas que resuelven así como los datos que utilizan.

Para analizar el problema se partió de un marco teórico que plantea diferentes enfoques para la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en sexto grado de educación primaria, a través del juego.

El desarrollo del pensamiento matemático se analizó desde el punto de vista psicogenético, apoyado en los planteamientos de Piaget. Los del desarrollo del pensamiento son Fernández Bravo Josep, Tomas Jaume Almenara, Jean Piaget.

Para elaborar el apartado de la enseñanza – aprendizaje y evaluar la función del profesor, el alumno y el papel del curriculum se utilizó el planteamiento

⁵ <https://definicion.de/resolucion-de-problemas/>, 19 de marzo.

constructivista que explica al proceso de enseñanza – aprendizaje del cual *“conlleva a concebir al aprendizaje escolar como un proceso de construcción del conocimiento y la enseñanza como una ayuda a este proceso de construcción; de ahí el término constructivismo”*⁶ el objetivo es que los alumnos a partir de sus conocimientos previos, comprendan el significado de los números y símbolos para utilizarlos como una herramienta para solucionar diversas problemáticas planteadas.

Se analizó el aprendizaje de las matemáticas desde el enfoque de la resolución de problemas apoyándose de los planteamientos de Godino D Juan, y los libros de la SEP como son los planes y programas de estudios.

En el presente trabajo el juego se aborda como una estrategia didáctica que permitirá en conjunto la resolución de problemas generando un aprendizaje más relevante, divertido y personal de los alumnos. Esta se aborda desde los puntos de vista de Godino D Juan, Cruz Ramírez Miguel, Meneses Montero Maureen, Monge Alvarado María de los Ángeles, Minerva Torres y Salvador Adela.

2.2. Metodología de la investigación.

El presente trabajo constituye una monografía, esta se define como *“el estudio o investigación que se realiza en forma exhaustiva sobre un tema en particular, desarrollándolo en una forma lógica, ordenada y sistemática con el fin primordial de transmitir a otros el resultado de todo ese cúmulo de información obtenida en la investigación”*⁷ Representa un análisis profundo del problema, con la finalidad de dar la importancia al proceso de la resolución de problemas matemáticos a través del juego en sexto grado de educación primaria.

La metodología de investigación implementada es la documental, esta se define como un *“procedimiento reflexivo, sistemático, controlado y crítico que permite descubrir nuevos hechos o datos”*⁸ ya que presenta las bases principales para el

⁶ UPN, **Corrientes pedagógicas contemporáneas**. Primera edición, México 1995. Pág. 12.

⁷ Cruz Barrios Ma. Luisa. **Pasos a seguir en la redacción de una monografía**, Bibliotecaria profesional II. 2006. Pág. 1

⁸ Ander Egg Ezequiel. **Introducción a las técnicas de investigación social**, 21ª. Ed., El Ateneo, México, 1998, pág. 57

desarrollo de los temas de trabajo, “es la búsqueda de una respuesta específica a partir de la indagación en documentos”⁹ de los cuales se investigaron trabajos realizados para darle sustento al tema, que se considera muy importante para la educación primaria.

La problemática conduce a las siguientes interrogantes ¿Cómo se desarrolla el pensamiento matemático en el niño? ¿Cómo orienta el curriculum de primaria en la resolución de problemas matemáticos? Y ¿cómo mejora el juego la enseñanza de la resolución de problemas?; con la finalidad de lograr el objetivo de analizar la posibilidad de una enseñanza – aprendizaje de resolución de problemas matemáticos a través del juego en el sexto grado de primaria.

Para la elaboración de la monografía se contempló primero determinar el tema de investigación, su delimitación, el planteamiento del problema, preguntas y objetivos de la investigación y la estructura de un esquema expositivo, esto condujo a la búsqueda y selección de la bibliografía pertinente.

Con base al esquema expositivo se revisó la bibliografía, se seleccionó la información significativa con base en los enfoques elegidos. Las fuentes de información empleadas fueron libros, diccionarios, plan y programas, revistas electrónicas, manuales, resúmenes, Internet, libros electrónicos; así como hallazgos y reflexiones que se rescataron de los trabajos de investigación realizados en el nivel primaria.

Se elaboraron fichas de resumen y textuales y en base a esta se procedió a redactar los capítulos.

⁹ Baena Paz Guillermina. **Metodología de la investigación**, editorial Patria, México 2014.

CAPÍTULO III

EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN EL NIÑO

El presente capítulo consta de dos partes, en la primera se explica cómo se construye el pensamiento matemático y su desarrollo, logrando contestar la interrogante ¿Cómo se desarrolla el pensamiento matemático en el niño de 11 años?; así como las cuatro etapas de desarrollo del niño: Sensorio motriz, pre operacional, operaciones concretas y operaciones formales.

Y dentro de la segunda parte se explica el pensamiento se construye con los objetos y entornos que son necesarios para ir pasando por diferentes etapas de crecimiento mental y que es necesario para los alumnos de 11 años, con algunas características permitirá que paso a paso se dé el pensamiento matemático pudiendo así trabajar favorablemente dentro de su contexto social y cultural.

3.1. Cómo se construye el pensamiento matemático.

El pensamiento matemático se construye a través de tres categorías que son: uno la capacidad de generar una idea ya sea verdadera o falsa, se le ofrece al niño el símbolo, el dibujo, signo o representación cualquiera sobre el concepto en cuestión, haciendo que el sujeto intente comprender el significado de lo que se ha representando; dos, la utilización de representaciones con las que puede hacer referencia a esas ideas, suele creer que tanto más signos matemáticos reconozca el niño más sabe sobre matemáticas y tres, comprender el entorno que nos rodea mediante los conceptos aprendidos favoreciendo la interpretación matemática, esto permite ir construyendo un pensamiento lógico - matemático.

Según Piaget *“El pensamiento lógico es la coronación del desarrollo psíquico y constituye el término de una construcción activa y de un compromiso con el exterior, los cuales ocupan toda la infancia”*¹⁰. Se puede decir que la construcción del pensamiento matemático es un proceso que se va desencadenado a lo largo de toda

¹⁰ Fernández Bravo J.A. **Desarrollo del pensamiento matemático en educación infantil**, 2005, pág. 5-6.

la vida del sujeto, desde sus primeros años de edad y es parte esencial del mundo que rodea.

La génesis del pensamiento del niño es el punto de partida y permite que a través del lenguaje pueda ir reconstruyendo su pasado y anticipando acciones futuras aun no ejecutadas que puedan ayudarle a un nuevo pensamiento.

Sin embargo este autor suizo en *“su teoría psicológica trata de describir y explicar las diferentes formas o estructuras del pensamiento, cómo evoluciona y cómo cada una de ellas contribuye, de manera más o menos sofisticada, a la adaptación a la realidad del ser humano; como veremos, la actividad del sujeto en la construcción del conocimiento es fundamental”*¹¹ esta construcción del pensamiento permite que se vayan formulando nuevas ideas que pueden llegar a mejorar el desarrollo mental de cada uno de los alumnos durante su proceso educativo, se puedan ir adaptando a su realidad dando las pautas necesarias para que logren plantear problemas concretos y de relevancia; analizando y sacando conclusiones idóneas para sus conocimientos, logrando mejorar sus capacidades intelectuales.

La teoría genética ha demostrado que el desarrollo consiste en la construcción de estructuras intelectuales progresivamente más equilibradas; es decir, permite un mayor grado de adaptación de la persona al medio físico y social mediante una serie de intercambios múltiples y variados con el mismo.

Según Piaget la conducta humana es el resultado de la combinación de cuatro áreas: la maduración, la experiencia, transmisión social y el equilibrio principio supremo del desarrollo mental; *“el desarrollo es por tanto, en cierto modo una progresiva equilibración, un perpetuo pasar de un estado de menor equilibrio a un estado de equilibrio superior”*¹² dentro de esta equilibración se presentan la asimilación y acomodación que son las que permiten pasar por varios niveles de desarrollo.

“La intención de una teoría que trata de explicar el desarrollo de las estructuras cognitivas mediante la equilibración es evidentemente explicar la reversibilidad final de las operaciones lógico-matemáticas

¹¹ Universidad de Barcelona, **Psicología evolutiva y Psicología de la educación**, 2001, pág. 268.

¹² Piaget Jean. **Seis estudios de psicología**. 1991. Pág. 11.

(inversión y reciprocidad) mediante mecanismos que no las presuponen desde el comienzo, pero que conducen a ellas mediante etapas sucesivas, haciendo de ella un resultado necesario de las construcciones psicogenéticas al tiempo que conservan un estatuto terminal de norma intemporal y general."¹³

El desarrollo y la formación de conocimientos de la equilibración es un proceso que llega a suponerse como un final, es reversible y se autorregula, son condiciones existen en el desarrollo de las operaciones matemáticas, en el sujeto.

Se puede decir el conocimiento procede de una acción que se desarrolla con procesos constructivos innatos que ya poseen las personas, y van evolucionando conforme madura el pensamiento, para lo cual *"el progreso de los conocimientos se debe a una programación hereditaria innata, y a una acumulación de experiencias empíricas, y es el resultado de una autorregulación, a la que podemos llamar equilibración"* ¹⁴

Por lo cual el equilibrio es *"un concepto original en la teoría de Piaget y designa las tendencias innatas del ser humano en mantener en equilibrio sus estructuras cognitivas, aplicando para ello los procesos de asimilación y acomodación"*¹⁵

El ser humano puede caer en un desequilibrio de la información y encontrarse en un desajuste, por lo cual todas las ideas que él creía favorables son erróneas y se encuentra en conflicto con él mismo; para que no exista este tipo de conflicto, se tiene que llevar a cabo el proceso de la asimilación y la acomodación obteniendo un equilibrio de las estructuras mentales llegando a tener un pensamiento lógico, que le permita seguir aprendiendo o analizando sus información relevante.

No en todos los casos el desequilibrio desemboca en una mejora o en la reequilibración, es decir, que la fuente del progreso cognitivo se basa en la reequilibración. Mientras los desequilibrios y contradicciones capaces de generar un conflicto cognitivo son mucho más frecuentes en las etapas iniciales del desarrollo, y esto se halla directamente ligado a las circunstancias psicogenéticas o históricas y

¹³ Piaget Jean. **La equilibración de las estructuras cognitivas**. Ed. Siglo XXI, España, 1978. Pág. 45.

¹⁴ Piaget Jean., Inhelder B., García R., Voneche J. **Epistemología genética y equilibración**. Ed. Fundamentos, España, 1981. Pág. 12.

¹⁵ Jaume Almenara Josep Tomas. **Modulo I de Paidopsiquiatría**. 2007. Pág. 4.

no tanto al nivel de complejidad de los problemas a los que se encuentra expuesto el sujeto.

Los mecanismos a partir de los cuales se construye el conocimiento se denomina asimilación, acomodación y equilibrio a los cuales nombró principios de desarrollo. *“mediante el proceso de la asimilación moldea la información nueva para que encaje en sus esquemas actuales, la asimilación no es proceso pasivo; a menudo requiere modificar o transformar la información nueva para incorporarla a la ya existente”*¹⁶ el niño pueda ir asimilando la información nueva con la existente, formando una serie de conflictos de la información ya poseída, y la nueva; ahí las estructuras mentales cognitivas comenzarán a transformar la información por nuevas ideas, que darán sentido a su información, creando nuevas opiniones que transforman su pensamiento, ya que podrá adquirir la nueva información de manera relevante para sus conocimientos y adaptando con la que ya tenía.

*Mientras que “la asimilación es el mecanismo de la progresión continua de los reflejos a los hábitos adquiridos y de éstos a la inteligencia; toda nueva relación va a estar integrada a un esquema o estructura anterior de forma acumulativa, asocia nuevas relaciones a los reflejos; es una respuesta a los estímulos exteriores”*¹⁷ se incorpora nueva información o experiencias a las ideas existentes, este proceso es algo personal porque se modifican en alguna forma las experiencias o la información, juega un papel importante puesto que aprendemos acerca del mundo que nos rodea.

Por lo cual al *“proceso de modificar los esquemas actuales se llama acomodación... tiende a darse cuando la información discrepa un poco con los esquemas”*¹⁸ la acomodación es un proceso que consiste en modificar los esquemas existentes para encajar la nueva información discrepante. Los esquemas pueden ser varios ya que el contiene información que creía importante y relevante al relacionarla con la nueva información real se da cuenta de que estaba en un error y su tarea será acomodar

¹⁶ **Ibid.** 2007. Pág. 3.

¹⁷ Piaget Jean. **El nacimiento de la inteligencia del niño.** 1985. Pág. 7.

¹⁸ Jaume Almenara Josep Tomas. **Modulo I de Paidopsiquiatria.** 2007. Pág. 3.

toda esa información en esquemas ya organizados, dándole un nivel de importancia para que luego pueda ser ocupada por el dentro de sus esquemas mentales.

*Donde “la acomodación implica una modificación de la organización actual en respuesta a las demandas del medio. Es el proceso mediante el cual el sujeto se ajusta a las condiciones externas. La acomodación no sólo aparece como necesidad de someterse al medio, sino se hace necesaria también para poder coordinar los diversos esquemas de asimilación”*¹⁹ al poder acomodar la información se pueden ir acomodando las estructuras internas del individuo, tomando también parte del contexto, donde se encuentra inmerso, permitiendo a la información se vaya ajustando de acuerdo a sus necesidades.

Las estructuras “*son las formas de organización de la actividad mental, bajo su doble aspecto motor o intelectual, por una parte, y afectivo, por otra, así como sus dos dimensiones individual y social. Para una mejor comprensión se distinguen seis etapas o periodos de desarrollo que señalan la aparición de estas estructuras construidas sucesivamente*”²⁰ durante las etapas de desarrollo, estas estructuras cognitivas vayan evolucionando y transformando el pensamiento de el sujeto, cada una de estas etapas se caracteriza por estructuras originales, y estas a su vez van formando subestructuras.

Por su parte “*los esquemas son un conjunto de acciones físicas; de operaciones mentales, de conceptos o teorías con los cuales organizamos y adquirimos información sobre el mundo*”²¹ mejoran la capacidad de crear esquemas complejos y abstractos que permiten ir organizando el conocimiento de ser humano, así como reorganizar diferentes esquemas de estructuras ya existentes.

Las operaciones lógico – matemática “*derivan de las acciones mismas, puesto que son el producto de una abstracción que actúa a partir de la coordinación de las acciones y no a partir de los objetos*”²² tienen que llevarse a cabo dentro de

¹⁹ Piaget Jean. **Terapia cognitivas**. Pág. 34

²⁰ Piaget Jean. **Seis estudios de psicología**. 1991. Pág. 13.

²¹ Jaume Almenara Josep Tomas. **Modulo I de Paidopsiquiatría**. 2007. Pág. 3.

²² Piaget Jean. **Seis estudios de psicología**. 1991. Pág. 103.

lenguajes estructurales claros que permitan adquirir de manera lógica los puntos más importantes de una problemática presentada y empezar a formular alternativas que sirvan de solución al problema, encontrando no una solución sino varias, ayudándole a obtener un pensamiento lógico dentro de las matemáticas.

Las operaciones *“no son únicamente acciones interiorizadas: para las operaciones es preciso, además, que las acciones se hagan reversibles y se coordinen en estructuras de conjunto, siendo expresables entonces estas estructuras en términos de álgebra general.”*²³ las acciones pueden existir dentro de una problemática se deben de coordinar con la finalidad de poder encontrar la solución a través de un conjunto de estructuras que puede ser utilizado a través de los números abstractos.

El desarrollo del niño inicia en el nacimiento y finaliza en la edad adulta es comparable al crecimiento orgánico que consiste en una marcha hacia el equilibrio, permitiendo a las estructuras mentales la construcción de un aprendizaje de menor a mayor eficacia. Este proceso ocurre en etapas:

Sensorio motriz abarca de los 0-2 años, constituye la primera fase del desarrollo cognitivo, para Piaget tiene lugar entre el momento del nacimiento y la aparición del lenguaje articulado en oraciones simples, así el conocimiento se construye a partir de la interacción física con el entorno inmediato, el desarrollo cognitivo se articula mediante juegos de experimentación en los que se asocian ciertas experiencias con interacciones con objetos, personas y animales cercanos. Una actividad notable en este período es la imitación y el juego, sonar objetos o golpearlos. El niño muestra un comportamiento egocéntrico en el que la principal división conceptual que existe es la que separa las ideas de yo y de su entorno, no se sabe distinguir demasiado entre los matices y sutilezas conquista la comprensión de la permanencia del objeto.

Pre operacional aparece entre los 2-7 años, empiezan a ganar la capacidad de ponerse en el lugar de los demás, actuar y jugar siguiendo roles ficticios y utilizando objetos de carácter simbólico (monólogos). El egocentrismo sigue estando muy presente lo cual se traduce en serias dificultades para acceder a pensamientos y

²³ *Ibíd.* Pág. 103.

reflexiones de tipo relativamente abstracto. Aun no se ha ganado la capacidad para manipular información siguiendo las normas de la lógica para extraer conclusiones formalmente válidas, y tampoco se pueden realizar correctamente operaciones mentales complejas típicas de la vida adulta. El pensamiento mágico basado en asociaciones simples y arbitrarias está muy presente en la manera de interiorizar la información acerca de cómo funciona el mundo.

Operaciones concretas entre los 7 – 12 años de edad, en esta etapa de desarrollo cognitivo el niño empieza a usar la lógica para llegar a conclusiones válidas, siempre y cuando las premisas partan estén relacionados con situaciones concretas, no abstractas, se presenta el juego simbólico. Los sistemas de categorías para clasificar aspectos de la realidad se vuelven notablemente más complejos y el estilo de pensamiento deja de ser egocéntrico.

Operaciones formales desde los 12 años en adelante, se gana la capacidad para utilizar la lógica para llegar a conclusiones abstractas que no están ligadas a casos concretos que se han experimentado de primera mano. A partir de este momento es posible pensar sobre pensar, hasta sus últimas consecuencias, analizar y manipular deliberadamente esquemas de pensamiento, y también utilizarse el razonamiento hipotético deductivo.

Cada una de estas etapas representa la formación de estructuras originales, que el niño va creando a través de sus nuevas experiencias, en las que cada una es una forma más compleja y especializada de equilibración.

Por esta razón son primordiales para explicar el desarrollo del pensamiento matemático, características que se adquieren a lo largo del desarrollo, consolidan así un pensamiento activo.

3.2. Las características del pensamiento matemático del niño de 11 años.

El pensamiento matemático se va construyendo a través de diferentes experiencias a lo largo de sus primeros años de vida del niño, en esta analizarán algunas de las

características del pensamiento matemático en el niño de 11 años, pues esta edad tiene los alumnos de sexto grado de primaria.

El niño se encuentra en la etapa de las operaciones concretas estas *“no consisten más que en operaciones aditivas y multiplicativas de clases y de relaciones, y no constituyen más que estructuras elementales de agrupaciones que consisten en semiredes y en grupos imperfectos”*²⁴ para Piaget las operaciones concretas son simplemente operaciones aditivas (suma y resta) y multiplicativas que permiten al niño ir resolviendo estructuras organizadas de lo más fácil a lo más complejo, combinando cada una de ellas puede formar grupos no establecidos varias operaciones en un número que resolverán un problema o en ocasiones utilizando sólo una operación para hacerlo.

Conforme los niños se desarrollan, las operaciones concretas de manera gradual alcanzan el concepto de conservación, entendida como la capacidad para distinguir los aspectos invariables de clases de objetos o acontecimientos, de sus aspectos variables.

Por tal razón la conservación *“es el entendimiento de que, a pesar de que un objeto cambie de apariencia, aún sigue siendo el mismo en cantidad”*²⁵ Se refiere a la permanencia en cantidad o medida de sustancias y objetos aunque se cambien de posición y su forma varíe. Por ejemplo si se pone una cierta cantidad de líquido en un envase alto en forma de tubo de ensayo y se vierte la misma cantidad de líquido en un envase con un diámetro cuatro veces más ancho, el niño que ya asimiló el concepto de la conservación dice que es la misma cantidad de líquido el que hay en un envase y en el otro. Por el contrario el niño que no ha asimilado este concepto dice que hay una mayor cantidad de líquido en el envase que tiene forma de tubo de ensayo.

Este concepto proporciona la base de las operaciones concretas paralelas usadas en razonar acerca de problemas de conservación. Una de ellas es la negación para

²⁴ Piaget Jean. **Seis estudios de psicología**. 1991. Pág. 116.

²⁵ Piaget Jean. **Teorías del desarrollo cognitivo**. pág. 5.

restablecer la situación original, los niños que la han dominado reconocen de inmediato que las cantidades deben ser las mismas, otra es la que ayuda a los niños a comprender este problema es el reconocimiento de que un cambio en una dimensión es equilibrado por un cambio compensatorio o recíproco en otra dimensión.

En esta etapa sucede otra serie de procesos importantes:

La clasificación definida como *“la capacidad de nombrar e identificar los conjuntos de objetos de acuerdo a la apariencia, tamaño u otras características, incluyendo la idea de que un conjunto de objetos puede incluir a otro”*²⁶ por esto los niños son capaces de clasificar objetos en clases o subclases de acuerdo a las características que sean necesarias.

La seriación definida como *“habilidad de ordenar los objetos en un orden según el tamaño, forma, o cualquier otra característica, transitividad, que se refiere a la capacidad de ordenar objetos mentalmente y reconocer las relaciones entre varias cosas en un orden serial”*²⁷ logrando que el individuo compare elementos, relacione y ordene de acuerdo a sus diferencias, este ordenamiento constituye una serie. La seriación es una operación además de intervenir en la formación de conceptos de número constituye uno de los aspectos del pensamiento lógico, es vista como una operación del pensamiento a través de la cual el niño implica un determinado orden de los objetos presentes.

El pensamiento hipotético abstracto en los niños de este estadio no se ha desarrollado y sólo pueden resolver los problemas relativos a eventos u objetos concretos. Por esta razón Piaget *“determinó que los niños son capaces de incorporar el razonamiento inductivo. El razonamiento inductivo involucra inferencias a partir de observaciones con el fin de hacer una generalización”*²⁸ los niños tienen dificultades con el razonamiento deductivo, que implica el uso de un principio generalizado con el fin de tratar de predecir el resultado de un suceso.

²⁶ Piaget Jean. **Teorías del desarrollo cognitivo**. pág. 5.

²⁷ **Ibíd.** pág. 6.

²⁸ **Ibíd.** pág. 5.

El logro de la reversibilidad del pensamiento en el niño constituye un motor en el arranque hacia un pensamiento abstracto es la reversibilidad “*el niño entiende que los números o los objetos se pueden cambiar y luego volver a su estado original*”²⁹ Cuando se habla de reversibilidad del pensamiento se hace referencia a la capacidad de volver a un punto de partida o a una situación inicial, se realiza una acción física o una acción mental. Así como la capacidad de reconocer y de hacer una acción cualquiera en un sentido y en el contrario. La mayoría de actividades matemáticas que se les propone a los niños se hacen de forma directa o inversa.

*Por otra parte “a la capacidad de pensar hacia atrás Piaget la llama reversibilidad. Esta aptitud ayuda a acelerar el pensamiento lógico y se pueden llevar a cabo deducciones”*³⁰ se puede ver el desarrollo de la inteligencia, desde el saber edificado durante las experiencias concretas del período sensoriomotor, hasta la posibilidad de poder simbolizarlo y razonar sobre ellas de forma abstracta.

*“A partir de los 11 o 12 años, las operaciones se despliegan de sus referentes concretos para poder manipular entes no físicos, puramente lógicos e hipotéticos, esta nueva forma de operaciones, llamada formales... son la capacidad de pensar de forma totalmente abstracta e hipotética – deductiva, de analizar sistemáticamente las variaciones o combinaciones posibles en determinadas situaciones.”*³¹

Así que una de las características del pensamiento matemático del niño de 11 años puede ser el resolver sus problemas de manera más abstracta, sin la necesidad de manipular objetos.

Durante este estadio los procesos de pensamiento de un niño se vuelven más maduros y como un adulto, empieza a solucionar problemas de una manera más lógica.

En las operaciones formales la persona es capaz de razonar hipotéticamente y deductivamente, durante este tiempo las personas desarrollan la capacidad de

²⁹ *Ibíd.* pág. 5.

³⁰ Castilla Ma. Francisca, **la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget aplicada en la clase de primaria.** Universidad de Valladolid, pág. 20.

³¹ Universidad de Barcelona, **Psicología evolutiva y Psicología de la educación**, 2001, pág. 274.

pensar en conceptos abstractos. Este tipo de pensamiento implica situaciones hipotéticas y a menudo se requiere en la ciencia y las matemáticas.

“El pensamiento abstracto surge durante el estadio de las operaciones formales. Los niños tienden a pensar muy concreta y específicamente en los estadios anteriores, y empiezan a considerar los posibles resultados y consecuencias de las acciones y la Metacognición es la capacidad de pensar sobre el pensamiento que permite a los adolescentes y adultos para razonar acerca de sus procesos de pensamiento y su monitoreo. La resolución de problemas se demuestra cuando los niños utilizan ensayo y error para resolver problemas. La capacidad para resolver un problema de forma sistemática y emerge una manera lógica y metódica”³²

Los adolescentes también están cambiando cognitivamente la forma en que ellos piensan acerca de los asuntos sociales, el egocentrismo adolescente regula la forma en que piensan sobre cuestiones sociales y es la autoconciencia elevada en ellos, ya que son lo que se refleja en su sentido de la singularidad personal y la invencibilidad. El egocentrismo del adolescente puede ser de dos tipos: de pensamiento social o público imaginario que envuelve la atención que consigue el comportamiento, y la fábula personal que envuelve el sentido de un adolescente de la singularidad personal y la invencibilidad. Estos dos tipos de pensamiento social comienzan a afectar el egocentrismo de un niño en el estadio concreto, llevándolo hacia el estadio de las operaciones formales cuando se enfrentan con el pensamiento abstracto y el pensamiento completamente lógico.

Concluyendo en la construcción del pensamiento matemático sucede a través de una serie de procesos como son la asimilación, acomodación y el equilibrio. Permitiendo a través estructuras ir construyendo esquemas que consentirán que se vaya desarrollando el pensamiento lógico matemático, pasando por etapas del desarrollo como son: sensorio motriz, preo operacional, operaciones concretas y operaciones formales.

Mientras que las características del niño de 11 años se encuentran presente en las operaciones concretas y operaciones formales, donde esta el egocentrismo social o público. Desarrollando una reversibilidad del pensamiento así como la generalización, clasificación, conservación y la seriación; por el cual conforme va

³² Piaget Jean. **Teorías del desarrollo cognitivo**. pág. 7.

pasando de una etapa a otra de su pensamiento, pasa de inductivo a hipotético deductivo, obteniendo un pensamiento abstracto logrando madurar sus ideas.

CAPÍTULO IV

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS COMO CONTENIDO DEL CURRÍCULUM DE EDUCACION PRIMARIA: EN SEXTO GRADO

El capítulo tratará de analizar la resolución de problemas matemáticos como contenido curricular de la educación primaria, y de qué manera se pretende organizar su enseñanza con la finalidad de poder contestar a la pregunta de ¿Cómo orienta el curriculum de primaria en la resolución de problemas matemáticos?

El desarrollo de este capítulo consta de cuatro apartados, en el primero se aborda a las matemáticas como área curricular de la educación básica, mencionando la importancia de estos como son aprendizaje clave para la nueva educación que se quiere impulsar actualmente.

En el segundo se analiza el desarrollo del pensamiento matemático en sexto grado, se explican las cualidades prioritarias que son necesarias definir en el educando, como son las competencias, los ejes temáticos; por otra parte también están presente los propósitos y contenidos del pensamiento matemático de primaria.

Posteriormente se analiza el enfoque didáctico pedagógico en sexto grado, que recalca la importancia de poder realizar una planeación bien organizada contemplando los aprendizajes previos que posee el alumno y pretende adquirir con apoyo de los nuevos contenidos, y por último se finalizara con la evaluación.

4.1. Las matemáticas como área curricular de la educación primaria.

El aprendizaje de las matemáticas es un proceso de indagación y reflexión social e individual que se va construyendo a través de la resolución de problemas, este proceso implica una serie de errores, aciertos, avances y dificultades; logrando así la solución de problemas.

El curriculum se define como *“una alternativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma tal que permanezca abierto a*

*discusiones crítica y pueda ser trasladado efectivamente a la práctica*³³ el curriculum puede ser reajustado por los docentes a las necesidades de cada uno de los alumnos, marcando el propósito que se pretenda y los aprendizajes esperados, para poder crear con esto secuencias de trabajo en cada uno de los grupos de educación primaria.

Dentro del nuevo modelo educativo de aprendizajes clave para la educación integral se plantea la organización de los contenidos programáticos en tres componentes curriculares: campos de formación académica; áreas de desarrollo personal y social; y ámbitos de la autonomía curricular. Ubicándonos por motivos profesionales en el campo de formación académica que contempla: lenguaje y comunicación, pensamiento matemático y exploración y comprensión del mundo natural y social; trabajando sólo con el pensamiento matemático.

Las matemáticas como contenido curricular es uno de los aprendizajes claves, los cuales “son un conjunto de conocimientos, prácticas, habilidades, actitudes y valores fundamentales que contribuyen sustancialmente al crecimiento integral del estudiante, los cuales se desarrollan específicamente en la escuela y que, de no ser aprendidos, dejarían carencias difíciles de compensar en aspectos cruciales para su vida.”³⁴

Las matemáticas siempre van a estar en constante evolución, son importantes para los individuos involucrados en el proceso de enseñanza – aprendizaje, permite ir desarrollando una variedad de problemas prácticos, fáciles de resolver, llamados conocimientos de otras asignaturas y que, de manera conjunta ayudan al desarrollo del pensamiento matemático.

El campo de formación académica del desarrollo del pensamiento matemático está presente en los siguientes dos rasgos del perfil de egreso de educación primaria:

1.- El pensamiento matemático comprende *“los fundamentos y procedimientos para resolver problemas matemático y para aplicarlos en diferentes contextos. El alumno*

³³ SEP, **planes y programas 2017**. México. Pág. 28.

³⁴ Godino D. Juan. **Didáctica de las matemáticas para maestros, 2004**, pág. 22.

*tiene una actitud favorable hacia las matemáticas*³⁵ buscando que se despierte el interés en los alumnos por lograr aprender a resolver problemas matemáticos de manera óptima, permitiendo obtener resultados favorables, desenvolviéndose en su realidad o en el contexto donde viven para que tengan las herramientas necesarias para enfrentarse al contexto donde están inmersos, de ahí debe surgir una actitud favorable que permita al alumno propiciar su propio aprendizaje significativo, dándole las facultades para su desarrollo mental.

2.- El pensamiento crítico y solución de problemas consiste en *“resolver problemas aplicando estrategias diversas: observa, analiza, reflexiona y plantea con orden. El estudiante obtiene información que apoya la solución que propone y explica sus procesos de pensamiento”*³⁶ el alumno puede resolver por su cuenta todos los problemas matemáticos que se le asignan, por uno u otro procedimiento encontrando la solución o dando respuesta a las interrogantes planteadas, por lo cual puede organizar la información de manera relevante para él, dando algunos argumentos válidos para su explicación de la problemática y así el mismo puede proponer nuevas soluciones o alternativas que pueda compartir con sus compañeros logrando un aprendizaje más integro y una convivencia sana dentro de su mismo contexto escolar y social.

Los rasgos del perfil de egreso permiten lograr los objetivos dentro de la educación primaria y busca alcanzar los aprendizajes claves relevantes para la educación primaria obligatoria, permitiendo que el alumno pueda seguir aprendiendo a lo largo de su vida educativa.

El espacio curricular de las matemáticas se organiza en tres ejes temáticos y doce temas³⁷:

1. Número, álgebra y variación.

- Número

³⁵ SEP. Modelo Educativo para la Educación Obligatoria, México, 2017. Pág. 48.

³⁶ *Ibíd.* Pág. 49.

³⁷ SEP, **aprendizaje clave para la educación integral, plan y programas de estudio**. México 2017. Pág. 303.

- Adición y sustracción
 - Multiplicación y división
 - Proporcionalidad
 - Ecuaciones
 - Funciones
 - Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes.
2. Forma, espacio y medida.
- Ubicación espacial
 - Figuras y cuerpos geométricos
 - Magnitudes y medidas
3. Análisis de datos.
- Estadística
 - Probabilidad

*Con base a la guía de maestro de sexto grado se retomaron los puntos importantes sobre las matemáticas.*³⁸ La educación primaria organiza el currículo del desarrollo del pensamiento matemático en dos periodos:

1) Primer periodo (Primer, segundo y tercer grado).

Su propósito es que el alumno utilice el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y la resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos; conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferente.

Los organizadores curriculares que están presentes son: Sentido numérico y pensamiento algebraico. Forma, espacio y medida. Manejo de la información. Actitud hacia el estudio de las matemáticas, esto son también los ejes con los que se trabaja en matemáticas.

El enfoque didáctico pretende que los alumnos se acostumbren a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas planteados, mientras el docente observa

³⁸ SEP, programa de estudios 2011 guía para el maestro, sexto grado. Pág. 63 - 79.

y cuestiona localmente en los equipos de trabajo para conocer los procedimientos y argumentos puestos en práctica como para aclarar ciertas dudas, destrabar procesos y lograr que los alumnos puedan avanzar.

Las competencias en el área de matemáticas son: la resolución de problemas de manera autónoma; comunicar información matemática.; validar procedimientos y resultados y manejar técnicas eficazmente.

Los aprendizajes esperados son los siguientes:

- Produce, lee y escribe números hasta de cuatro cifras.
- Resuelve problemas que implican el cálculo mental o escrito de productos de dígitos.
- Resuelve problemas que implican la lectura y el uso del reloj.
- Resuelve problemas que implican multiplicar mediante diversos procedimientos.
- Resuelve problemas de reparto cuyo resultado sea una fracción de la forma $\frac{m}{2n}$.
- Utiliza el algoritmo convencional para resolver sumas o restas con números naturales.
- Resuelve problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones con progresión aritmética.
- Resuelve problemas que implican efectuar hasta tres operaciones de adición y sustracción.
- Resuelve problemas que impliquen dividir mediante diversos procedimientos y utiliza unidades de medida estándar para estimar y medir longitudes.

Los temas principales son los números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, medida, análisis de la información.

2) Segundo periodo (Cuarto, quinto y sexto grado) ³⁹

³⁹ **Ibíd.** pág. 63 – 79.

Su propósito es utilizar el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos.

Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, así como del círculo, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera al realizar algunas construcciones y calcular medidas y usen e interpreten diversos códigos para orientarse en el espacio y ubicar objetos o lugares.

Los organizadores curriculares son: sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida; manejo de la información; actitud hacia el estudio de las matemáticas

El enfoque didáctico pretende que los alumnos aprendan a trabajar de manera colaborativa ya que les ofrece la posibilidad de expresar sus ideas y de enriquecerlas con las opiniones de los demás, y desarrollen una actitud de colaboración y la habilidad para argumentar; además, de esta manera se facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran.

Las competencias en el área de matemáticas en este periodo son: la resolución de problemas de manera autónoma; comunicar información matemática; validar procedimientos y resultados y manejar técnicas eficazmente.

Los aprendizajes esperados son:

- Resuelve problemas que impliquen leer, escribir y comparar números naturales, fraccionarios y decimales, explicitando los criterios de comparación.
- Resuelve problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios que implican dos o más transformaciones.
- Describe rutas y calcula la distancia real de un punto a otro en mapas.
- Calcula porcentajes e identifica distintas formas de representación (fracción común, decimal, %).

- Utiliza el sistema de coordenadas cartesianas para ubicar puntos o trazar figuras en el primer cuadrante.
- Resuelve problemas que implican conversiones del Sistema Internacional (si) y el Sistema Inglés de Medidas.
- Resuelve problemas que involucran el uso de medidas de tendencia central (media, mediana y moda).
- Explica las características de diversos cuerpos geométricos (número de caras, aristas, etc.) y usa el lenguaje formal.
- Resuelve problemas que implican identificar la regularidad de sucesiones con progresión aritmética, geométrica o especial.
- Resuelve problemas que implican multiplicar o dividir números fraccionarios o decimales con números naturales.
- Resuelve problemas que implican comparar dos o más razones.

4.2. El desarrollo del pensamiento matemático en sexto grado.

Para trabajar el pensamiento en el sexto grado nos remitiremos al segundo periodo que comprende (cuarto, quinto y sexto), ya que es ahí donde se ubican a los alumnos de entre 11 y 12 años.

El pensamiento matemático busca que los estudiantes desarrollen esa forma de razonar tanto lógica como no convencional y que al hacerlo aprecien el valor del pensamiento, su utilidad y su valor científico y cultural.

Se trata de que los estudiantes usen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general; comparando y obteniendo conclusiones. La resolución de problemas da las oportunidades para ser un trabajo colaborativo y el desarrollo del niño.

Para lograr el pensamiento matemático en los alumnos de sexto grado, se tienen que lograr una serie de pasos y objetivos que son según *los planes y programas 2017*.⁴⁰

⁴⁰Información retomada del libro de la SEP, **aprendizaje clave para la educación integral, plan y programas de estudio**. México 2017, Pág. 299.

1. Concebir las matemáticas como una construcción social donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
2. Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposiciones para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
3. Desarrollar habilidades que les permitan planear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.

Los aprendizajes esperados en sexto grado están descritos por eje y tema (ver anexo 4)⁴¹ se describe los principales para el desarrollo del pensamiento matemático como son el desarrollo de problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones, así como también problemas de multiplicación.

Al mismo tiempo el resolver problemas de cálculo de porcentajes y de tanto por ciento. Estos aprendizajes esperados pertenecen al eje temático de número, algebra variación; y se encuentran en los temas de número, adición y sustracción; multiplicación y división así como proporcionalidad.

En sexto grado se deben de desarrollar las diferentes competencias:⁴²

- Resolver problemas de forma autónoma.-

Implica que los alumnos aprendan a identificar diferentes tipos de problemas o situaciones y que sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, exponiendo con claridad las ideas matemáticas encontradas, probando la eficacia de un procedimiento para generalizar procedimientos de resolución.

⁴¹ SEP, **Aprendizaje clave, planes y programas 6 grado 2018**, México, pág. 262.

⁴² Información retomada del libro de la SEP **programa de estudios 2011 guía para el maestro de sexto grado**, México 2011, pág.71.

- Comunicar información matemática.-

Comprende la posibilidad de que los alumnos expresen e interpreten información matemática contenida en un en una situación o fenómeno y se expongan con claridad las ideas encontradas deduciendo la información derivada.

- Validar procedimientos y resultados.-

Que los alumnos adquieren la confianza para justificar los procedimientos y soluciones encontradas mediante argumentos a su alcance.

- Manejar técnicas eficientes.-

Se refiere al uso eficiente de procedimientos y la representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos con o sin apoyo de la calculadora.

4.2.1. Propósitos y contenidos del desarrollo del pensamiento matemático en sexto grado.

Los propósitos y los contenidos del programa de estudio de sexto grado busca que los alumnos logren desarrollar los aprendizajes esperados por cada uno de los contenidos que se vayan avanzando de manera razonable; ofreciéndoles una visión clara de lo que se busca aprender.

Por tal razón a continuación se muestran los propósitos generales de la educación primaria en sexto grado son:

1. Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales.
2. Identificar y simbolizar conjuntos de cantidades que varían proporcionalmente, y saber calcular valores faltantes y porcentajes en diversos contextos.
3. Usar e interpretar representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos.

4. Conocer y usar las propiedades básicas de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, círculos y prismas.
5. Calcular y estimar el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros, y estimar e interpretar medidas expresadas con distintos tipos de unidad.
6. Buscar, organizar, analizar e interpretar datos con un propósito específico, y luego comunicar la información que resulte de este proceso.
7. Reconocer experimentos aleatorios y desarrollar una idea intuitiva de espacio muestral.⁴³

Por otro lado los contenidos a desarrollar por los alumnos de sexto grado están marcados por contenido curricular y las especificaciones a realizar, donde se tomarán sólo las actividades para la resolución de problemas matemáticos.

Estos se organizan en: la resolución de problemas aditivos con número naturales, decimales y fracciones, variando la estructura de los problemas; problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.

La resolución mediante diferentes procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentajes, donde a partir de un planteamiento de la vida cotidiana pueda calcular el 10%, 20%, 50%, 75%.

La resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión a/b de n . así como la división de estas fracciones a partir de planteamientos comunes que puedan analizar y resolver.

Y finalmente la resolución de problemas de comparación de razones, con base en la equivalencia, a partir de problemas reales.⁴⁴

⁴³ SEP, **aprendizaje clave para la educación, educación primaria 6to**, plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación, México 2017, pág. 224.

⁴⁴ SEP, **aprendizaje clave para la educación, educación primaria 6to**, plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación, México 2017, pág. 243 – 251.

Los propósitos permiten desarrollar la manera de pensar del alumno, permitiéndole formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, así como elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos; utilizando diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.

Así los estudiantes pueden demostrar disposición, trabajo autónomo y colaborativo hacia las matemáticas, por lo cual es importante que los propósitos se lleven a cabo mejorando el proceso de enseñanza – aprendizaje de cada uno de los alumnos.

4.2.2. El enfoque didáctico pedagógico en sexto grado.

Las matemáticas requieren de una serie de habilidades o destrezas que el alumno debe de ir desarrollando a lo largo de su vida y la experiencia que va adquiriendo.

El planteamiento central de la metodología didáctica consiste *“en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar.”*⁴⁵

Es decir, tanto los docentes como los educandos tienen por un lado la necesidad, de formular problemas más reales y relevantes y por otro resolverlos utilizando todas las herramientas necesarias que puedan llevar a cabo llegando a una respuesta favorable, permitiendo despertar el interés del alumno por las matemáticas, se trata de que el mismo educando se acostumbre a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas presentados a lo largo de sus estudios y la vida misma.

Toda situación problemática presenta obstáculos; sin embargo, la solución no puede ser tan sencilla, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella. La solución debe construirse si existen diversas estrategias posibles y es necesario usar al menos una. Por esta razón los alumnos deben de acostumbrarse a

45 SEP, Programas de estudio 2011. **Guía para el Maestro. Educación Básica.** Primaria. Sexto grado. México 2011. Pág. 67.

leer y analizar los enunciados de los problemas y así poder superar el temor “de que las matemáticas son difíciles”.

Para poder realizar una buena planeación es necesario tener la situación de aprendizaje y la organización necesaria para su ejecución, se requiere de la planeación y la anticipación de los comportamientos como son: estrategias, habilidades y dificultades de los estudiantes para hacer de la experiencia, la base propicia para el desarrollo de competencias. *“El uso de problemas prácticos, comúnmente llamados de la vida real, evoca al lenguaje cotidiano para expresarse y es a partir de estas expresiones que se reconoce el fondo o base de los conocimientos, que pueden incluir también a los conocimientos matemáticos relacionados con el aprendizaje esperado”.*⁴⁶ El uso del lenguaje matemático supone la necesidad de algunos ejercicios de cuantificación, de registro, de análisis de casos y del uso de distintas letras para favorecer que todas las interpretaciones personales tengan un canal de desarrollo de ideas matemáticas.

Los diversos escenarios escolares brindan elementos fundamentales para preparar las acciones de clase, se puede determinar si es posible usar algunos materiales manipulables o utilizar los que se encuentran dentro del salón de clases; también se puede salir a parques, jardines, mercados, talleres, patios, la finalidad de que los sujetos puedan tener una experiencia de clase y ayuda a comprender su realidad y contexto mejorando sus condiciones de aprendizaje.

Las prácticas pedagógicas de los docentes deben contribuir a la construcción de una comunidad de aprendizaje solidaria y afectiva, donde todos sus miembros se apoyen entre sí.

Otro punto relevante de la educación matemática son las evaluaciones *“que tiene como objetivo mejorar el desempeño de los estudiantes e identificar sus áreas de oportunidad a la vez que es un factor que impulsa la transformación pedagógica, el seguimiento de los aprendizajes y la metacognición.”*⁴⁷

⁴⁶ . SEP. **Programa de estudios de tercer grado**, México 2011. Pág. 287.

⁴⁷ SEP. **Aprendizaje clave. Para una educación integral**, México 2018, pág. 117.

La evaluación no busca medir únicamente el conocimiento memorístico en los alumnos, si no es un proceso que resulta de aplicar una serie de herramientas o instrumentos para verificar que los conocimientos y el aprendizaje clave sea adquirido por los educandos.

*“La evaluación del aprendizaje tiene en cuenta cuatro variables: las situaciones didácticas, las actividades del estudiante, los contenidos y la reflexión del docente sobre su práctica.”*⁴⁸ Todas las evaluaciones parten de una planeación, al planear la enseñanza con base a los aprendizajes previos que los alumnos poseen, que le permitan aprender y mejorar sus conocimientos.

La evaluación forma parte de la secuencia didáctica como elemento integral del proceso pedagógico, busca conocer cómo el estudiante organiza, estructura y usa sus aprendizajes en contextos determinados para resolver problemas de diversa complejidad e índole. Cuando el docente realimenta al estudiante con argumentos claros, objetivos y constructivos sobre su desempeño la evaluación adquiere significado para él, pues brinda elementos para la autorregulación cognitiva y la mejora de sus aprendizajes.

Los planes y programas de estudio del 2017 marcan la importancia de valorar a la didáctica en la resolución de problemas ya que ha sido reconocida como un componente importante en el estudio del conocimiento matemático; en la didáctica de la matemática el uso de los diversos problemas se representa en las tareas, los ejemplos de clase y los exámenes.

Por lo que se ha priorizado el proceso de resolver problemas como una importante actividad en el desarrollo de las matemáticas, poniendo atención tanto en el diseño y presentación de problemas, así como en estudiar los procedimientos utilizados al resolverlo, aunque existe interés en identificar los procedimientos de resolver problemas e incorporar actividades de aprendizaje que se relacionan con el uso de procedimientos en el proceso de enseñanza - aprendizaje.

⁴⁸ SEP. **aprendizaje clave para una educación integral**, México 2018, pág. 116.

Así podemos finalizar que dentro de este capítulo se encuentran una serie de aspectos relevantes como son las matemáticas como área curricular de la educación primaria considerada como aprendizaje clave que pretende los dos objetivos prioritarios del desarrollo del pensamiento matemáticos en los alumnos de primaria, organizados en dos periodos.

El sexto grado se ubica en el segundo periodo donde se pueden observar sus propósitos, aprendizajes esperados, contenidos, competencias y sus ejes temáticos.

Y finalmente se encuentra el enfoque didáctico pedagógico en el que se marca la importancia de poder realizar una buena planeación de acuerdo a los contenidos y aprendizajes claves de los alumnos deben de adquirir en sexto grado. Los contenidos curriculares para el desarrollo de problemas matemáticos están realizando la resolución de problemas.

CAPÍTULO V

EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

En este capítulo se analizará al juego como parte esencial de la enseñanza de las matemáticas y también de la resolución de problemas, se verá como primer punto la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, marcando sus prioridades para el niño durante ese periodo escolar.

En un segundo apartado se reflexiona a la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, para ayudar a cumplir los objetivos planteados por los docentes y se comprenderá cómo estos ejercicios permiten contextualizar el problema con la realidad del alumno. Al mismo tiempo que se marcan algunas características y cómo se enseña un buen problema.

En el último apartado se reflexiona respecto del aprendizaje de las matemáticas en educación primaria a través del juego, y la importancia de que el docente implemente lo lúdico como parte de su planeación para estimular el interés del alumno por aprender esta asignatura y le encuentre ventaja en la resolución de problemas.

5.1. La enseñanza de las matemáticas en educación primaria.

“las matemáticas se han inventado, como consecuencia de la curiosidad del hombre y su necesidad de resolver una amplia variedad de problemas...”⁴⁹

Según Godino cuando se sabe el tipo de matemáticas que se quiere enseñar y la forma de llevarlo a cabo se debe de reflexionar en dos puntos:

1. Que los alumnos lleguen a comprender y apreciar el papel de las matemáticas en la sociedad y el modo en que han contribuido a su desarrollo.
2. Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método matemático que permite responder, las formas básicas de razonamiento del trabajo matemático y sus limitaciones.

⁴⁹ Godino Juan D. **Didáctica de las matemáticas para maestros**, edición 2004. pág. 19.

La construcción de una enseñanza matemática nos muestra la importancia del razonamiento hipotético – deductivo que desempeña un papel activo en la elaboración de nuevos conceptos.

Se necesita un verdadero entendimiento generalizado del papel que las matemáticas juegan en la sociedad en que vivimos. Por lo cual *“es importante mostrar a los alumnos la necesidad de cada parte de las matemáticas antes de que les sea presentada. Los alumnos deberían ser capaces de ver cómo cada parte de las matemáticas satisfacen una cierta necesidad”*.⁵⁰ Así van a poder comprender las dificultades que se presentan al elaborarlas; y relacionar unas ideas con otras, utilizar estos conocimientos como referencia para enseñar.

Los profesores deben de tener en cuenta que la didáctica de las matemáticas influye en la formación de valores de la humanidad, con esa energía se caracteriza la enseñanza de manera favorable facilitando el aprendizaje.

Por lo cual *“la mejor forma de enseñar matemáticas sería la presentación de objetos, del mismo modo que la mejor forma de hacer que un niño comprenda qué es un elefante es llevarlo al zoológico, o mostrarle un vídeo sobre la vida de los elefantes.”*⁵¹ Los profesores de todos los niveles deben de saber aprovechar las facetas de la disciplina, para entusiasmar al alumno así como la originalidad y claridad de sus razonamientos, la brevedad y argumentación y finalmente la sorpresa de sus resultados.

El diálogo parece ser una vía importante para su aprendizaje por eso resulta necesario promover en el niño la *“Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional”*.⁵² Una de las razones del uso de las matemáticas es la elaboración de un lenguaje de acuerdo a la edad del alumno donde pueda analizar la información y poder crear soluciones adecuadas de la vida cotidiana. Permitiendo que el problema sea resuelto utilizando

⁵⁰ **Ibíd.** Pág. 19.

⁵¹ **Ibíd.** Pág. 21.

⁵² **Ibíd.** Pág. 24.

herramientas matemáticas partiendo de una simple suma, hasta procesos del cálculo mental.

La enseñanza en primaria lleva a destacar los aspectos lúdicos que son tan importantes en la formación general de los individuos y su intelecto, se trata de explicar los desafíos abiertos en algunos problemas esto se lleva a cabo a través de *“el proceso histórico de construcción de las matemáticas que nos muestra la importancia del razonamiento inductivo que, en muchos casos, desempeña un papel mucho más activo en la elaboración de nuevos conceptos que el razonamiento deductivo.”*⁵³

La enseñanza de la matemática se presenta como un problema no resuelto, los estudiantes que no avanzan en el ciclo escolar debido a sus fracasos con la asignatura y el número de reprobados son las manifestaciones inmediatas de que no comprende el tema. Por lo cual los profesores son vistos como verdugos del sistema educativo.

*“Las matemáticas, como el resto de las disciplinas científicas, aglutinan un conjunto de conocimientos con características propias y una determinada estructura y organización internas. Lo que confiere un carácter distintivo al conocimiento matemático es su enorme poder como instrumento de comunicación, conciso y sin ambigüedades.”*⁵⁴ Los objetivos de las matemáticas llevan una gradualidad, ya que la abstracción que caracteriza al primer elemento es un proceso de complicada asimilación, algún error en este proceso hacen muy difícil la asimilación de nuevos conceptos y procedimientos, lo que genera grandes traumas futuros que no son usuales en la vida diaria.

5.2. La enseñanza – aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas en 6to grado.

Las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua y que en dicha evolución desempeña un papel de primer orden la necesidad de resolver

⁵³ *Ibíd.* Pág. 27.

⁵⁴ *Ibíd.* Pág. 29.

determinados problemas prácticos y su interrelación con otros conocimientos. Se debe tener en cuenta que determinados conocimientos matemáticos permiten modernizar y resolver problemas de otros campos y que a menudo estos problemas no estrictamente matemáticos proporcionan la base intuitiva sobre la que se elaboran nuevos conocimientos matemáticos.

En torno a la enseñanza a través de la resolución de problemas es primordial para el docente, la aplicación de métodos de enseñanza *“para promover la indagación, la creatividad, la colaboración y la motivación, se encuentra el aprendizaje basado en preguntas, problemas y proyectos, el cual considera los intereses de los alumnos y los fomenta mediante su apropiación e investigación”*⁵⁵ el poder resolver problemas de manera favorable, le permitirá al alumno lograr una enseñanza idónea para su desarrollo personal y social, al mismo tiempo el docente se sentirá satisfecho que el educando logre resolver problemas, permite cumplir el objetivo planteado.

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM), descritos por *“Godino en su didáctica para maestros”*⁵⁶; marca una serie de pasos que se deben llevar a cabo dentro del aula para la resolución de problemas matemáticos entre los que encontramos:

1. Resolución de problemas (que implica la exploración de posibles soluciones).
2. Representación (el uso de recursos, graficas, etc.).
3. Comunicación (diálogo y discusión con sus compañeros y profesor).
4. Justificación (diferentes tipos de argumentos del problema).
5. Conexión (utilizar objetos para representarlos).
6. Institucionalización (fijación de reglas y convenio con el grupo y profesor).

Resulta importante que *“los estudiantes deben de ver, por sí mismos, que la axiomatización, la generalización y la abstracción de las matemáticas son necesarias con el fin de comprender los problemas de la naturaleza y la sociedad”*⁵⁷ ya que la

⁵⁵ SEP. **Modelo Educativo para la Educación Obligatoria**, México, 2017. Pág. 68.

⁵⁶ Godino Juan D. **Didáctica de las matemáticas para maestros**, edición 2004. pág. 38.

⁵⁷ Godino Juan D. **Didáctica de las matemáticas para maestros**, edición 2004., pág. 21.

resolución de problemas es un componente importante en el estudio del conocimiento matemático, y se origina a partir de un esfuerzo por resolver un determinado problema.

Las matemáticas se originan de un esfuerzo por resolver un problema específico, el uso de los diversos problemas representa *“ejercicios, a aquellas tareas que pretenden desarrollar algún tipo de algoritmo. Si se trata de un texto formulado con precisión, donde aparecen todos los datos necesarios para obtener la solución, entonces la tarea se denomina problema con texto. Cuando el contexto descubre el potencial recreativo de la Matemática, obligando al sujeto resolvente a ser flexible y considerar varias perspectivas, la tarea se denomina problema puzzle. En este último caso la formulación puede resultar engañosa, y la solución no tiene necesariamente que suponer procesos matemáticos”*.⁵⁸

Los que han valorado el proceso de resolver problemas como una importante actividad en el desarrollo de las matemáticas pusieron atención tanto en el diseño y presentación de problemas, así como en estudiar los procedimientos utilizados al resolverlos para el desarrollo del conocimiento matemático. Existiendo un interés por parte del alumno por identificar los procedimientos de resolver problemas logrando resolver las actividades de aprendizaje.

El docente frente al aula debe de considerar que *“el trabajo con ejercicios, no sólo constituye el medio fundamental para la realización de los objetivos de la enseñanza de la Matemática, sino también el instrumento adecuado para la medición del rendimiento de los estudiantes. El éxito de la enseñanza de la Matemática no sólo depende de cuáles ejercicios se plantean, sino también de cómo el profesor dirige su proceso de resolución.”*⁵⁹

Este proceso debe de ser adecuado para que el mismo alumno al ir viendo como el docente resuelve el problema, él pueda ser capaz de resolverlos posteriormente,

⁵⁸ Cruz Ramírez, Miguel. **La enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas**. Tomo 1. Educación Cubana, 2006, pág. 68.

⁵⁹ Cruz Ramírez, Miguel. **La enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas**. Tomo 1. Educación Cubana, 2006, pág. 68.

aunque los datos sean diferentes; se deben de plantear problemas de suma, resta y multiplicación que sean adecuados a la realidad del aprendiz, teniendo en cuenta un lenguaje adecuado el cual pueda permitir la comprensión de textos y que él estudiante pueda ser evaluado con facilidad.

La enseñanza es *“aquella donde los alumnos son situados sistemáticamente ante problemas, cuya resolución debe realizarse con su activa participación, y en la que el objetivo no es sólo la obtención del resultado sino, además, su capacitación independiente para la resolución de problemas en general”*.⁶⁰ Donde se plantean problemas de acuerdo al contexto y son resueltos por los niños en diversas actividades.

El problema a resolver es considerado como una incógnita, lo cual facilita su solución y es ilustrado con varios ejemplos en diferentes áreas.

El estudio integral del proceso de resolución de problemas reconoce *“la intervención de tres variables independientes profundamente interrelacionadas: el sujeto que resuelve la tarea, la tarea, y el ambiente en el cual el sujeto resuelve la tarea. Los eventos de resolución de problemas terminan con un producto, el cual es conclusión explícita de una serie de subprocesos llevados a cabo por el sujeto de manera consciente o inconsciente”*.⁶¹

El docente juega un papel esencial dentro del proceso de enseñanza en la resolución de problemas matemáticos, ya que es él quien plantea los problemas de acuerdo al contexto del alumno y al mismo tiempo explica cómo se debe de resolver, buscando todas las alternativas para que el estudiante las pueda comprender, así se logrará un andamiaje por parte del alumno, ya que el docente es una ayuda para éste. Por lo cual la actividad de resolver problemas es de suma importancia en el proceso de aprendizaje como una disciplina.

⁶⁰ *Ibíd.*, pág. 109.

⁶¹ *Ibíd.*, pág. 110.

Según *Elisa Pardo*⁶² las características de un buen problema son:

A) Formato externo, que contempla el tamaño del problema, la complejidad gramatical, los datos, la pregunta y la secuencia del enunciado.

B) Número de operaciones, se refiere al número mínimo de operaciones que ha de realizar el resolutor, está claro que el problema se podrá resolver con más operaciones.

C) Indicaciones de resolución, se refiere al hecho de que haya o no alguna indicación para empezar a resolver el problema.

D) Significado matemático, hace referencia al sentido del texto, al significado global del texto, a la relación que se establece entre los datos. Hay situaciones o problemas que se resuelven con la misma expresión matemática y, sin embargo, corresponden a modelos matemáticos distintos.

Por otro lado respecto de algunas de las características de cómo enseñar a través de la resolución de problemas Yenny Pérez y Raquel Ramírez.⁶³ Presentan una síntesis con algunas consideraciones que el maestro puede asumir en el desarrollo de estrategias de enseñanza de resolución de problemas de adicción y sustracción:

1. Los problemas que se plantean en la escuela deben estar relacionados con el contexto de los estudiantes, es decir, con la situación real en la cual se desenvuelven, pues esto despertará la curiosidad e interés en los escolares.
2. El docente debe diseñar previamente un programa secuenciado de resolución de problemas, a través del cual establezca los tipos de problemas que trabajará y el grado de dificultad de los mismos de acuerdo al nivel de los escolares. Es necesario que el docente sea cuidadoso para tratar de plantear problemas adecuados al nivel del estudiante, no tan fácil como para que no

⁶² Pardo Elisa, Revista Sigma 13/14, **Características, en los problemas escolares, que inciden en la dificultad de los mismos**, mayo 2014, Páginas 175 - 180

⁶³ Revista de Investigación N° 73. Vol. 35. Mayo-Agosto 2011, **Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos**, Páginas 188-191

reflexione, ni tan difícil como para que el estudiante se frustre y se sienta incapaz de afrontar la solución del problema.

3. Los enunciados de los problemas se deben redactar con un lenguaje claro, preciso, utilizando palabras relacionadas con la realidad de los estudiantes, además deben ser creativos, originales y novedosos.
4. Se recomienda a los docentes orientar a sus estudiantes para utilizar estrategias o técnicas para resolver los problemas matemáticos, es recomendable explicar a los estudiantes que, inicialmente deben leer el problema con atención y tratar de comprenderlo, antes de ponerse en marcha hacia la búsqueda de la solución. Se puede sugerir técnicas que los ayude a comprender mejor el problema, tales como usar dibujos, representar gráficamente los datos, hacerse preguntas relacionadas con el problema, entre otros.
5. Es necesario que el docente considere y así lo haga ver a sus estudiantes, que no existe una manera única de resolver problemas. Puede ocurrir que éstos descubran estrategias o técnicas distintas de resolver una situación a las que conozca y maneje el maestro.
6. Los docentes deben animar a los estudiantes a anticipar resultados, lo que les permite evaluar la corrección o no de las operaciones realizadas.
7. Es frecuente encontrar entre los estudiantes la búsqueda de palabras claves como una técnica para descubrir la(s) operación(es) que deberá efectuar para resolver correctamente el problema.

Finalmente, es de señalarse que las ideas propuestas anteriormente para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos son importantes, ya que todas ellas han sido planteadas como producto de investigación y estudios de diferentes autores y expertos en el área.

En base a la experiencia personal se plantea un ejemplo de cómo se puede llevar a cabo una clase con el juego involucrado, esta se llama: LA GANANCIA.

1. Primero se pide con una semana de anticipación los productos que consumen en su casa; así como realizar o comprar los billetes y monedas.
2. Se da a conocer a los alumnos el tema de porcentaje, definición, para qué sirve y cómo se usa.
3. Se trabaja con algún tema de fracciones, con problemas explicados por el maestro (la problemática y la resolución del problema) aplicando la regla de tres o simplemente una multiplicación para calcular porcentajes.
4. Posteriormente se empieza a cuestionar al alumno sobre el porcentaje, mediante algún problema sencillo y cuanto será lo que pagaría si tuviera descuento.
5. Una vez comprendido, se les explica a los alumnos que se realizará una tienda donde irán a comprar productos, habrá una cajera y los compradores, donde a cada producto le aplicará un descuento o el IVA con la finalidad de que lo calculen mentalmente.
6. Esta actividad se va repitiendo una vez a la semana con los alumnos y con el paso de los días, ya ellos solos pueden calcular mentalmente los resultados.

5.3. El aprendizaje de las matemáticas en educación primaria a través del juego.

El aprendizaje *“es un cambio perdurable en la conducta o en la capacidad de comportarse de cierta manera, el cual es resultado de la práctica o de otras formas de experiencia”*⁶⁴

Piaget por su parte señala que el aprendizaje es *“un proceso de construcción interno, activo e individual...el mecanismo básico de adquisición de conocimiento consiste en*

⁶⁴ Schunk H. Dale. **Teorías del aprendizaje**. México 2012. Pág.3.

*un proceso en que las nuevas informaciones se incorporan a los esquemas o estructuras preexistentes en la mente de las personas, que se modifican y organizan según un mecanismo de asimilación y acomodación facilitado por la actividad del alumno*⁶⁵

Para que este aprendizaje sea esencial los esquemas y las estructuras interactúan con su ambiente, pasando por las diferentes etapas; obteniendo un aprendizaje significativo.

Ayudados del juego como una herramienta de trabajo ayudará a la resolución de problemas matemáticos, es la parte integral de cualquier aprendizaje matemático y debe estar relacionada dentro de los diferentes procesos de estudios así como los diferentes contextos y experiencias.

Por lo cual también es necesario que dentro de una clase de matemáticas se promueva un buen ambiente de aprendizaje, definido como *“un conjunto de factores que favorecen o dificultan la interacción social de un espacio físico o virtual determinado. El ambiente trasciende la idea de espacio físico y descansa, fundamentalmente, en las distintas relaciones humanas que dan sentido de existencia. Implica un espacio y un tiempo, donde los participantes construyen conocimientos y desarrollan capacidades, habilidades y valores”*⁶⁶ siendo esencial que dentro de la clase se utilice el juego como un recurso de enseñanza - aprendizaje, se deban crear los espacios adecuados para lograr el objetivo principal y un ambiente dentro del aula, logrando así el aprendizaje clave que en la actualidad es lo esencial.

Las teorías constructivistas obligan a los docentes poner al alumno al centro como un sujeto activo, poseedor y constructor de nuevos conocimientos, responsable de su propio aprendizaje convirtiéndose en una persona autónoma, por eso resulta importante el aprendizaje matemático para lograr un aprendizaje clave donde

⁶⁵ Tunnermann B. Carlos. **El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes**. México 2011, pág. 24.

⁶⁶ SEP. **Modelo Educativo para la Educación Obligatoria**, México, 2017. Pág. 51.

“posibilita que la persona desarrolle un proyecto de vida y disminuye el riesgo que sea excluida socialmente”⁶⁷

Es necesario crear una actitud positiva en el alumno hacia las matemáticas, a partir de las revisiones bibliográficas y experiencia personal se ha observado que al fomentar con el trabajo cotidiano la resolución de problemas, es posible una actitud lúdica que favorece la comprensión y el aprendizaje de las matemáticas para el alumno.

Estas situaciones conducen a los profesores a que se cuestione cómo es que enseña matemática, a que busque nuevas prácticas a través de varias vías alternas y una de ellas es el juego como una herramienta de trabajo durante el proceso de enseñanza – aprendizaje de los alumnos en desarrollo.

Para el educador el juego será ante todo un excelente medio para conocer al niño, constituye una actividad educativa esencial, ya que condiciona un desarrollo del cuerpo, la inteligencia y de la efectividad.

“Para Díaz (1993) el juego lo caracteriza como una actividad pura, donde no existe interés alguno; simplemente el jugar es espontáneo, es algo que nace y se exterioriza. Es placentero; hace que la persona se sienta bien”.⁶⁸

“Para Flinchum (1988) el juego abastece al niño de libertad para liberar la energía que tiene reprimida, fomenta las habilidades interpersonales y les ayuda a encontrar un lugar en el mundo social”.⁶⁹

El juego también se emplea como un recurso didáctico, ya que permite que el profesor lo pueda utilizar como una herramienta de trabajo dentro de su clase diaria

⁶⁷ SEP, **Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria**, 2016, pág. 65.

⁶⁸ Meneses Montero Maureen; Monge Alvarado María de los Ángeles, Revista educación, **el juego en los niños: enfoque teórico**. Septiembre 2001. pág. 113.

⁶⁹ Meneses Montero Maureen; Monge Alvarado María de los Ángeles, Revista educación, **el juego en los niños: enfoque teórico**. Septiembre 2001. pág. 114.

de matemáticas, facilitando su trabajo y el aprendizaje del alumno; logrando transmitir los aprendizajes y desarrollar habilidades a través de la motivación.

Este proceso de enseñanza a través del juego implica una serie de procesos que deben permitir al niño alcanzar los conocimientos propuestos para luego poder aplicarlos en la vida cotidiana y formarse íntegramente como personas.

Es de vital importancia que el aprendizaje sea para los niños una participación activa, donde puedan manipular los elementos, observar y reflexionar sobre los procesos implicados y los mismos conceptos involucrados en dicha actividad; así con el análisis de datos pueden terminar de resolver sus problemas matemáticos.

Por lo que se puede decir que *“el juego se convierte en un gran aliado para los aprendizajes de los niños, por medio de él descubren capacidades, habilidades para organizar, proponer y representar; asimismo, propicia condiciones para que los niños afirmen su identidad y también para que valoren las particularidades de los otros.”*⁷⁰

Por tal razón se sugiere emplear el uso de los juegos ya que son un importante recurso para convertir el proceso de enseñanza-aprendizaje en un momento muy agradable y participativo, pero para ello el maestro debe de incluir en la planeación actividades que le permitan enseñar y aprender por parte del alumno logrando un aprendizaje significativo.

El juego convierte el contenido en algo atractivo permitiendo que se desarrollen algunas cualidades de los alumnos, ya que *“el juego en las actividades diarias que realizan los estudiantes se pueden generar cualidades como la creatividad, el deseo y el interés por participar, el respeto por los demás, atender y cumplir reglas, ser valorado por el grupo, actuar con más seguridad y comunicarse mejor, es decir, expresar su pensamiento sin temor a hacer el ridículo.”*⁷¹ Creado así ciudadanos capaces de poder desenvolverse diariamente en diferentes contextos, mostrando

⁷⁰ SEP. **Aprendizaje clave para la educación integral**, segundo grado. 2017. Pág. 71.

⁷¹ Minerva Torres, Carmen. **El juego: una estrategia importante**. Educere, 2002, pág. 296.

interés por diferentes actividades y participando activamente, propiciando una participación segura por parte del alumno.

El docente debe de ser capaz de diferenciar un juego de otro; puesto que *“el juego bien elegido puede servir para introducir un tema, ayudar a comprender mejor los conceptos o procesos, afianzar los ya adquiridos, adquirir destreza en algún algoritmo o descubrir la importancia de una propiedad, reforzar automatismo y consolidar un contenido. Ayuda a los estudiantes a adquirir altos niveles de destrezas en el desarrollo del pensamiento matemático.”*⁷²

El poder conocer cuál es el juego adecuado para cada asignatura o contenido que se trabaje, ayudará al docente a que el manejo de la información sea claro y eficiente, logrando que el alumno adquiriera los conocimientos necesarios.

Cuando las dinámicas del juego se hacen parte de los espacios de aprendizaje, y transforman el ambiente brindan beneficios para el profesor y los estudiantes durante las clases. Logrando que el tiempo entre risas, textos y juegos, cada día leyendo, sumando, restando y multiplicando experiencias de aprendizaje sea de interés ya que propicia un aprendizaje significativo.

Por lo cual finalizamos que el resolver problemas matemáticos a través del juego en educación primaria es una de las herramientas esenciales para el desarrollo del pensamiento del alumno, donde el proceso de adquisición va de lo inductivo a lo deductivo, donde se utiliza al juego con ayuda del constructivismo para planear las actividades adecuadas de acuerdo a los aprendizajes esperados de los alumnos de sexto grado.

El docente debe enseñar en la resolución de problemas matemáticos de acuerdo a los contextos en los que se encuentra inmerso el alumno, apegado al nuevo plan y programa que marca la educación primaria, motivando al estudiante a través del juego.

⁷² Salvador, Adela. **El juego como recurso didáctico en el aula**. Universidad politécnica de Madrid. Pág. 5 y 6.

CONCLUSIÓN

En la actualidad tener la habilidad de adquirir y poner en práctica nuevos conocimientos en la resolución de problemas matemáticos es una prioridad tanto del alumno como del docente. Por eso es importante la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en sexto grado de educación primaria a través del juego, ya que proporciona las herramientas de trabajo para facilitar este proceso, que puede ayudar a mejorar la educación primaria bajando los índices de reprobación y deserción escolar.

Esta monografía permite que los interesados en este tema puedan y tengan los fundamentos necesario para poder aplicarlos adecuadamente, como es la teoría constructivista y el análisis del plan y programas de sexto grado que marca la Secretaria de Educación Pública, con la finalidad de que los alumnos desarrollen las habilidades para la resolución de problemas y el docente pueda aplicarlos adecuadamente.

Cada capítulo marca prioridades de interés entre los que encontramos la construcción del pensamiento matemático que sucede a través de una serie de procesos como son la asimilación, acomodación y el equilibrio, donde a través de estructuras vayan construyendo esquemas pasando por las etapas del desarrollo como son: sensorio motriz, preo operacional, operaciones concretas y operaciones formales.

Entre las características del niño de 11 años se encuentran las operaciones concretas y operaciones formales, desarrollando una reversibilidad del pensamiento así como la generalización, clasificación, conservación y la seriación; por el cual conforme va pasando de una etapa a otra de su pensamiento, pasa de inductivo a hipotético deductivo, obteniendo un pensamiento abstracto logrando madurar sus ideas.

También encontramos que las matemáticas en los alumnos de sexto grado se ubican en el segundo periodo donde se puede observar todos sus propósitos, aprendizajes esperados, contenidos, competencias y sus ejes temáticos; así como el enfoque

didáctico pedagógico que marca la importancia de poder realizar una buena planeación de acuerdo a los contenidos y aprendizajes claves que los alumnos deben de adquirir para la resolución de problemas.

La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en educación primaria es una de las herramientas esenciales para el desarrollo del pensamiento del alumno, y el empleo del juego fundamentado en el constructivismo ha de potencializar el logro de los aprendizajes esperados en los alumnos de sexto grado.

Asegurando no solo aprendizajes relevantes, pertinentes y significativos, sino también el gusto, el placer de aprender a resolver problemas matemáticos de manera autónoma, logrando los objetivos que marca el plan y programas de estudios.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Ander Egg, E. (1998). *Introducción a las técnicas de investigación social*. (21ª). México: El ateneo.
- Baena Paz, G. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Patria.
- Castilla Ma., F. (1993). *La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget aplicada en la clase de primaria*. México: Universidad de Valladolid.
- Cruz Barrios, I. (2006). *Pasos a seguir en la redacción de una monografía*. México: Bibliotecaria profesional II.
- Cruz Ramírez, M. (2006). *La enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. (1ª). México: cubana.
- D. Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. España: Universidad de Granada.
- Fernández Bravo, J. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático en educación infantil*. México: Trillas.
- Pérez Porto, J & Gardey, A. (2014). *Definición de resolución de problemas*. Recuperado de: <https://definicion.de/resolucion-de-problemas/>
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2015). *Resultados nacionales 2015 matemáticas*. México: INEE.
- Jaume Almenara, J. & Josep, T. (2007). *Modulo I de paidopsiquiatria*. España: UB.
- Meneses Montero, M & Monge Alvarado, M. (2001). El juego en los niños: enfoque teórico. *Revista educación*. 45.
- Minerva Torres, C. (2002). *El juego: una estrategia importante*. México: Educere.

Pardo, E. (2014). Características, en los problemas escolares, que inciden en la dificultad de los mismos. *Revista sigma*, 13/14.

Piaget, J. (1985). *El nacimiento de la inteligencia del niño*. Londres: Crítica.

Piaget, J. & Inhelder, B & García, R. (1981). *Epistemología genética y equilibración*. España: fundamentos.

Piaget, J. (1978). *La equilibración de las estructuras cognitivas*. España: siglo XXI.

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. (19ª). México: trillas.

Piaget, J. *Teorías del desarrollo cognitivo*. México: Paidós.

Piaget, J. *Terapias cognitivas*. Disponible en: <http://www.terapia-cognitiva.mx/wp-content/uploads/2015/11/Teoria-Del-Desarrollo-Cognitivo-de-Piaget.pdf>

Pimienta, J. (2001). *El constructivismo para aprender a aprender*. (3ª). México: Pearson Educación.

(2011). fundamentos teóricos y metodológicos. *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos vol.35*. (73) páginas 30.

Salvador, A. *El juego como recurso didáctico en el aula*. España: Universidad Politécnica de Madrid.

Schunk Dale, H. (2012). *Teorías del desarrollo*. (6ª). México: Pearson Educación.

Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizaje clave para la educación integral, planes y programas de estudios de educación básica*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2011). *Guía para el maestro. Educación básica. Sexto grado*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2016). *Propuesta curricular para la educación obligatoria*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2018). *Aprendizaje clave, planes y programas 2 grado*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2018). *Aprendizaje clave, planes y programas 6 grado*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2017). *Modelo educativo para la educación obligatoria*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública. (2011). *Programa de estudios tercer grado*. México: SEP.

Tunnermann, B. (2011). *El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes*. México: Universidades.

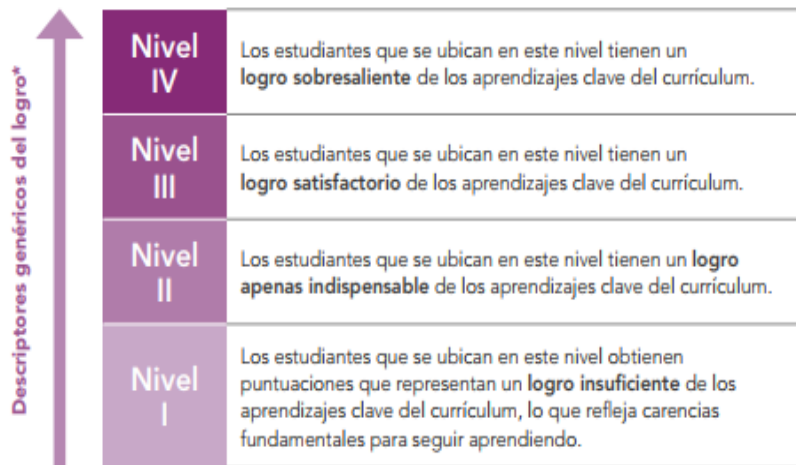
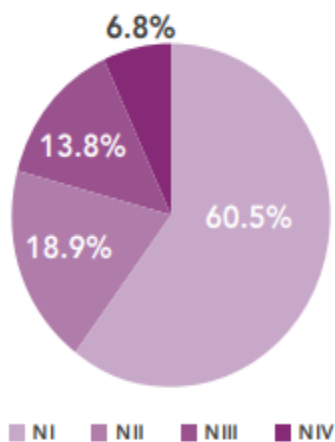
Universidad de Barcelona. (2001). *Psicología evolutiva y psicología de la educación*. España: UB.

Universidad Pedagógica Nacional. (1995). *La pedagogía constructivista. Corrientes pedagógicas contemporáneas*. México: UPN.

ANEXOS

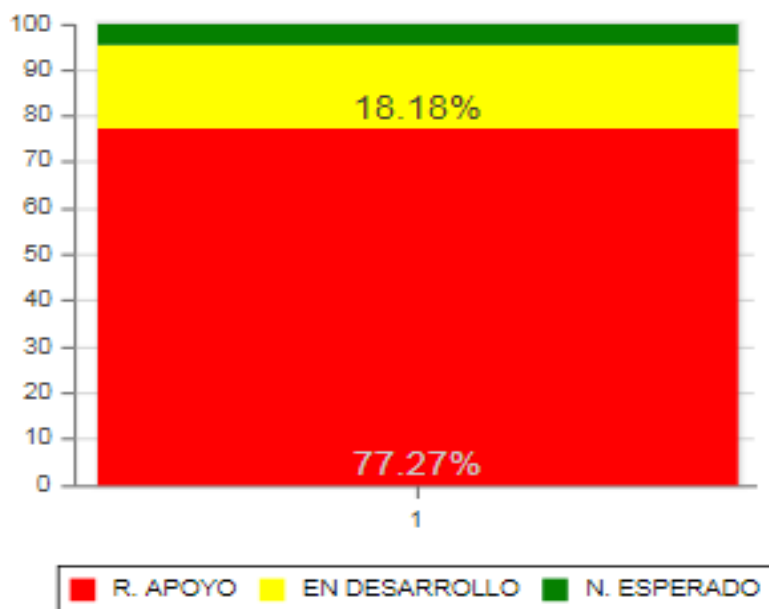
Eje Temático	Unidad de análisis	Número de reactivos
Sentido numérico y pensamiento algebraico	Números y sistemas de numeración	10
	Problemas aditivos	14
	Problemas multiplicativos	14
Forma, espacio y medida	Figuras y medición de longitud y tiempo	12
Total		50

Anexo 1



Anexo 2

PORCENTAJE DE ALUMNOS POR NIVEL DE LOGRO



Anexo 3

Eje	Tema	Aprendizaje esperado
Número, álgebra variación	Número	Lee, escribe y ordena números naturales de cualquier cantidad de cifras, fracciones y números decimales. Estima e interpreta números en el sistema de numeración maya. Lee y escribe números romanos. Resuelve problemas que impliquen el uso de números enteros al situarlos en la recta numérica, compararlos y ordenarlos.
	Adición y sustracción	Resuelve problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones. Usa el algoritmo convencional para sumar y restar decimales. Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de decimales.
	Multiplicación y división	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador número natural, y de división con cociente o divisores naturales.

	Proporcionalidad	<p>Compara razones expresadas mediante dos números naturales (n por cada m) y con una fracción (n/m).</p> <p>Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con un número natural como constante.</p> <p>Resuelve problemas de cálculo de porcentajes y de tanto por ciento.</p> <p>Calcula mentalmente porcentajes (50%, 25%, 10% y 1%) que sirvan de base para cálculos más complejos.</p>
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	<p>Analiza sucesiones de números y de figuras con progresión aritmética y geométrica.</p>
Forma, espacio y medida	Ubicación espacial	<p>Lee, interpreta y diseña planos y mapas para comunicar oralmente o por escrito la ubicación de seres, objetos y trayectos.</p> <p>Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano.</p>
	Figuras y cuerpos geométrico	<p>Construye triángulos con regla y compás, traza e identifica sus alturas.</p> <p>Construye prismas y pirámides rectos cuya base sea un rectángulo o un triángulo a partir de su desarrollo plano.</p>
	Magnitudes y medida	<p>Calcula y compara el área de triángulos y cuadriláteros mediante su transformación en un rectángulo.</p> <p>Estima, compara y ordena el volumen de prismas rectos rectangulares mediante el conteo de cubos.</p>
Análisis de datos	Estadística	<p>Lee gráficas circulares.</p>
		<p>Usa e interpreta la moda, la media aritmética y el rango de un conjunto de datos.</p>
	Probabilidad	<p>Determina los resultados posibles de un experimento aleatorio.</p>

Anexo 4

Contenido curricular	Especificaciones
Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación	A partir de una serie de números naturales, fraccionarios y decimales, comparar su valor.
Resolución de problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de los algoritmos convencionales.	A partir del planteamiento de un problema aditivo con números naturales y/o decimales y/o fraccionarios, resolver utilizando el algoritmo convencional.
Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.	A partir del planteamiento de un problema multiplicativo con valores fraccionarios o decimales, resolver empleando procedimientos no formales
Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos.	A partir de figuras geométricas (poligonales o no), identificar ejes de simetría o figuras simétricas entre sí.
Cálculo de distancias reales a través de la medición aproximada de un punto a otro en un mapa.	A partir de un mapa con diferentes rutas, calcular una distancia real a través de la medición aproximada.
Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas. Ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, etc.	A partir de una recta numérica, ubicar números fraccionarios y/o decimales.
Construcción de reglas prácticas para multiplicar rápidamente por 10, 100, 1 000, etcétera.	A partir de una situación problemática de la vida real, resolver utilizando reglas prácticas que permitan multiplicar por 10, 100 y 1000.
Resolución, mediante diferentes	A partir del planteamiento de la vida

procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentaje: aplicación de porcentajes, determinación, en casos sencillos, del porcentaje que representa una cantidad (10%,20%, 50%, 75%); aplicación de porcentajes mayores que 100%.	cotidiana, resolver mediante diversos procedimientos problemas que impliquen el cálculo de porcentajes o el porcentaje que representa una cantidad (10%,20%, 50%, 75%); o aplicación de porcentajes mayores que 100%.
Lectura de datos, explícitos o implícitos, contenidos en diversos portadores para responder preguntas.	A partir de tablas y/o gráficas de datos, identificar la información requerida.
Identificación de una fracción o un decimal entre dos fracciones o decimales dados. Acercamiento a la propiedad de densidad de los racionales, en contraste con los números naturales.	A partir de dos números decimales o fraccionarios, identificar una fracción o un decimal entre los dos números dados.
Representación gráfica de pares ordenados en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas cartesianas.	A partir del trazo de un plano cartesiano, ubicar puntos en el primer cuadrante.
Relación entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y las unidades más comunes del Sistema Inglés.	A partir del planteamiento de la vida cotidiana, resolver problemas que impliquen conversiones entre las unidades del Sistema Inter nacional de Medidas y del Sistema Inglés.
Uso de la media (promedio), la mediana y la moda en la resolución de problemas.	A partir de una tabla de datos, usar la media y/o la mediana y/o la moda.
Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa.	A partir de un número fraccionario, cambiar a su escritura decimal o

Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.	viceversa.
Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con números (naturales, fraccionarios o decimales) que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales.	A partir de sucesiones con números (naturales, fraccionarios o decimales), identificar la que tiene progresión aritmética o geométrica.
Resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión "a/b de n".	A partir del planteamiento de un problema con números naturales, resolver utilizando la expresión "a/b de n"
Anticipación y comprobación de configuraciones geométricas que permiten construir un cuerpo geométrico.	A partir de la representación de cuerpos geométricos, identificar el número de caras y/o aristas.
Cálculo de la longitud de una circunferencia mediante diversos procedimientos.	A partir del trazo de una circunferencia, calcular su longitud mediante diversos procedimientos.
Cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades.	A partir del trazo de un prisma, calcular el volumen mediante el conteo de unidades.
Determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números.	A partir de una fracción dada, determinar cuáles son los múltiplos comunes.
Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con figuras, que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales.	A partir de una sucesión con figuras que tengan progresión aritmética o geométrica, identificar la regularidad.

Resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario o decimal entre un número natural.	A partir del planteamiento de un problema que implique un número decimal o fraccionario entre un número natural, resolver aplicando el algoritmo de la división
Armado y desarmado de figuras en otras diferentes. Análisis y comparación del área y el perímetro de la figura original, y la que se obtuvo.	A partir de una figura compuesta por varias figuras geométricas, comparar el perímetro y/o el área de c/u (armado y desarmado de figuras).
Resolución de problemas de comparación de razones, con base en la equivalencia.	A partir de un problema de comparación de razones, resolver con base en su equivalencia.

Anexo 5