



**EDUCACIÓN**  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



---

---

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
UNIDAD AJUSCO  
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA

ANÁLISIS DE LOS PLANES Y PROGRAMAS DE ESTUDIO  
DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MÉXICO EN LA  
ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

PRESENTA:

MARÍA ISABEL GONZÁLEZ CASIMIRO

ASESOR:

LIC. ENRIQUE VEGA RAMÍREZ

CIUDAD DE MÉXICO, OCTUBRE 2021

## Agradecimientos

Agradezco infinitamente a Dios a mis padres Esperanza y Octaviano, a mis hermanas, hermanos, sobrinas y sobrinos por manifestarme su apoyo, confianza, paciencia y amor incondicional en todo momento.

Maestro Enrique Vega, agradezco su apoyo y paciencia, así como el compartir sus conocimientos conmigo.

Gracias a mis amigas, amigos y todas las personas que me brindan su confianza y apoyo incondicional.

# Índice

Introducción .....	4
Capítulo I. ....	7
Justificación.....	7
Delimitación del problema .....	8
Objetivos .....	9
Metodología .....	10
Capítulo II. Contexto histórico .....	11
Educación socialista .....	12
Escuela secundaria en 1925.....	13
Escuela Normal Superior de México .....	15
Organización de los planes y programas de estudio de la especialidad de matemáticas de la ENSM .....	17
Capítulo III. Sustento Teórico.....	21
Capítulo IV. Planes de estudio de la especialidad de matemáticas de la escuela normal superior de México de 1936 a 1999.....	28
Análisis y comparaciones de los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de 1936 a 1999 .....	42
Conclusiones del capítulo.....	55
Capítulo V. Análisis de los planes y programas de estudio de matemáticas de 1984 y 1999. ....	67
Análisis y reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas en el aula con el plan de estudios 1999 .....	80
Conclusión del capítulo.....	127
Conclusiones generales.....	129
Bibliografía.....	137
Apéndice.....	140

## Introducción

El Artículo Tercero de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos establece que “[...] la educación inicial, preescolar, primaria y la secundaria conforman la educación básica [...]”<sup>1</sup>. Asimismo, la secundaria cierra un periodo educativo donde los adolescentes deben contar con habilidades, valores y conocimientos que les permitan satisfacer sus necesidades básicas e integrarse a la sociedad. Los maestros encargados de atender este nivel son parte esencial durante el proceso de aprendizaje que siguen los alumnos y deben contar con una preparación pertinente en cuanto a conocimientos del área, así como en el ámbito de la pedagogía, la pregunta es ¿cuál es la formación académica de los maestros egresados de la Escuela Normal Superior de México que prestan sus servicios en las escuelas secundarias? La manera de contestar a la interrogante anterior me lleva al análisis de los planes y programas de la Escuela Normal Superior de México (ENSM), institución que se encarga de especializar a los maestros en distintas áreas, en particular en matemáticas.

El presente trabajo se centra en el análisis de los planes y programas de estudio de matemáticas que se han implementado en la ENSM a lo largo de su historia, conocer los elementos centrales en la formación de los docentes que han sido considerados en dichos planes y programas de estudio, así como un acercamiento a la preparación docente normalista, para lo cual se analizan algunas de las secuencia didácticas que se utilizan en las clases de matemáticas con el plan y programa de estudios de 1999.

De esta manera, el trabajo queda dividido en cinco capítulos, en el primero se incluye la justificación, delimitación del problema, objetivos y la metodología que le dan sustento a la organización y estructura del trabajo.

---

<sup>1</sup>Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión (2021). *Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos*. Recuperado el 11 de marzo de 2021 de [http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf\\_mov/Constitucion\\_Politica.pdf](http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf_mov/Constitucion_Politica.pdf)

En el segundo capítulo se abordan los antecedentes históricos, se describen los inicios de la escuela secundaria establecida desde 1925 como parte de la Escuela Nacional Preparatoria dividida en dos ciclos, uno de ellos lo conformaba el ciclo secundario y el otro la preparatoria, en 1926 dan inicio las escuelas secundarias con el propósito de elevar el nivel medio de estudio en todas las clases sociales, así como en la cultura, dándole su espacio e importancia a dicho periodo educativo. La creación de escuelas secundarias trae consigo la preparación de maestros para que atiendan dicho nivel educativo, que ya desde 1923 la Facultad de Altos Estudios contaba con cursos pedagógicos para capacitar a los maestros que prestaban sus servicios en el ciclo secundario, preparatoria y la normal. En este capítulo también se analizan las características de la escuela socialista la cual se establece con la reforma del Artículo tercero en 1934, donde las funciones de los maestros pretendían ir más allá que el hecho de enseñar a leer o realizar cálculos, enseñar a vivir en mejores condiciones. El capítulo finaliza con los antecedentes y trayectoria de la ENSM la cual se encarga de preparar maestros capacitados para atender las escuelas secundarias. Conoceremos que a lo largo de su historia la ENSM ha sufrido varias modificaciones comenzando con el nombre, domicilio, así como la estructura de los planes y programas de estudio que se han implantado a partir 1936 a 1999.

El tercer capítulo lo integra el marco teórico en el que se recupera información sobre algunos teóricos como Cesar Coll, Vigotsky, Bruner, entre otros, los cuales son la guía para realizar los análisis de los planes y programas de la ENSM y de la secuencia de enseñanza-aprendizaje que se generó dentro de las aulas con el plan de estudios de 1999, también se retoman algunos de los elementos que debe adquirir un maestro durante su formación profesional. Asimismo, se revisan aspectos de un diseño curricular, considerando que los conocimientos, habilidades, valores entre otros aspectos que se involucran en el proceso de enseñanza-aprendizaje son de gran relevancia. El proceso educativo conlleva al ámbito cognitivo de los sujetos por lo que se retoma a Vigotsky el cual menciona la importancia del potencial del individuo esquematizándolo en la zona de desarrollo próximo (ZDP), donde hay situaciones que el sujeto puede resolver sin ayuda y que en otras si requiere de

ayuda para aprender; con Bruner se observa la importancia del pensamiento y los niveles de aprendizaje.

El cuarto capítulo lo conforman el análisis de los planes de estudio en la especialidad de matemáticas que ha ofrecido la ENSM de 1936 hasta 1999, se presentan los planes de estudio generales, se sitúa en el análisis de las materias concernientes a matemáticas para apreciar los cambios que se han generado a lo largo de la trayectoria en dicha escuela, la inclusión y desaparición de materias de la especialidad, lo que deja ver algunos elementos importantes en el tipo de formación que se ha logrado en las distintas generaciones de maestros de matemáticas a lo largo de su historia y finaliza con las conclusiones correspondientes al capítulo.

El quinto capítulo se destina al análisis de los planes y programas de estudio de matemáticas de 1984 y 1999, se sitúa en los cambios del programa de 1984 que da origen al de 1999, se presentan los planes generales y los programas ordenados por materias para una mejor apreciación. También se realiza un acercamiento al desarrollo del programa de estudios de 1999 con en el grupo “B” de la especialidad de matemáticas de la generación 2003-2007, es decir se recopilan notas de algunas clases de matemáticas desarrolladas en las aulas y se analiza el desarrollo de dichas clases en relación con lo establecido en el programa de la ENSM. Finalmente se encuentran las conclusiones del capítulo.

El trabajo titulado “Análisis de los planes y programas de estudio de la Escuela Normal Superior de México en la especialidad de matemáticas” concluye con las conclusiones generales, haciendo un breve recorrido por los cinco capítulos cuyo eje central es el análisis de los planes y programas de dicha especialidad de matemáticas de la ENSM en las diferentes reestructuraciones que han tenido a lo largo de la historia.

## Capítulo I.

### Justificación

La educación es un factor importante en el crecimiento de un país, sin dejar de lado los aspectos políticos, económicos, sociales y culturales.

Todo ciudadano mexicano tiene derecho a la formación básica en la que se consideran la educación inicial, preescolar, primaria y secundaria, en estos ciclos escolares la finalidad principal tiene que ver con la formación integral del niño y adolescente, es decir proporcionar conocimientos, desarrollar habilidades, fomentar valores, entre otros aspectos, que los prepara y les da herramientas para satisfacer sus necesidades inmediatas y su desenvolvimiento dentro de la sociedad. Así mismo la educación secundaria es el último peldaño de la formación básica y es ahí donde se recuperan los aprendizajes, capacidades y habilidades que ha venido desarrollado el alumno. También es ahí donde se ven carentes las bases en cuanto a conocimientos matemáticos, la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) muestra que en el 2013 el 20.3%<sup>2</sup> de estudiantes de secundaria pudo obtener un puntaje equivalente al nivel “bueno” o “excelente. Tal fenómeno es causado por diversos factores desde el interés del alumno hasta el proceso de enseñanza-aprendizaje el cual le corresponde al docente. El maestro es uno de los principales responsables de adaptar y renovar los procesos de enseñanza-aprendizaje, por lo que su formación es parte fundamental para fomentar dicha renovación en el campo laboral.

Por lo anterior la presente investigación se enfoca al análisis de los planes y programas de matemáticas que se han implementado en la ENSM de 1936 a 1999. Se pone especial énfasis en las materias relacionadas con la formación matemática de los alumnos. Además, se analizan algunas secuencias didácticas que se usan en el salón de clases para la formación de los alumnos, futuros docentes de matemáticas en secundaria, con el plan de 1999. El estudio de lo anterior es

---

<sup>2</sup>ENLACE (2017). Recuperado 15 de marzo de 2017 de <http://enlace.sep.gob.mx/ba/resultados> históricos por entidad federativa/

importante ya que nos permitirá conocer cómo es la preparación de los maestros en cuanto la formación matemática y sus posibilidades de jugar un papel determinante en la transformación de la enseñanza y aprendizaje de estas.

### **Delimitación del problema**

La investigación, con el título “Análisis de los planes programas de estudio de la Escuela Normal Superior de México en matemáticas”, se realiza tomando como elemento central el análisis de los planes y programas de matemáticas que se han implementado en dicha escuela desde 1936 hasta la fecha.

De los programas que se han establecido en la ENSM, el análisis se enfoca en las materias que estén relacionadas con los contenidos matemáticos, con la intención de conocer la formación que, en matemáticas, se ha fomentado en los alumnos en las diversas generaciones.

Se revisan los planes y programas de matemáticas a partir de 1936 y se analizan las modificaciones que se hayan hecho de ellos, la orientación pedagógica y los contenidos matemáticos.

Se describen y analizan algunas notas de clases relacionadas con los contenidos matemáticos del plan de estudios de 1999, con el fin de tener un acercamiento a la manera como son impartidas las clases, la forma y la profundidad en que se abordan los contenidos, así como la orientación pedagógica que reciben los estudiantes de la especialidad de matemáticas de la ENSM.



## **Objetivos**

1. Analizar los planes de estudio de matemáticas de la Escuela Normal Superior de 1936 hasta el de 1999.
2. Comparar y analizar los cambios efectuados a los planes de estudios de la especialidad de matemáticas de la Escuela Normal Superior.
3. Identificar los cambios fundamentales que se da en el plan de estudios de matemáticas de 1984 al de 1999 en la Escuela Normal Superior de México
4. Analizar del plan de estudios de matemáticas de 1999, y su concreción en el aula.
5. Analizar cursos específicos de las asignaturas de matemáticas.

## **Metodología**

La investigación se centra en el análisis y descripción general de los planes y programas de matemáticas desde 1936 a 1999 de la ENSM. Para lo cual, se seleccionará cada uno de los programas las materias que tienen que ver con la formación matemática que se ha implementado en dicha escuela. También se compararán las modificaciones que se han hecho a los programas de la escuela, relacionadas con los contenidos matemáticos y su pedagogía. Así mismo se comparan las modificaciones que se han implementado a lo largo de su historia, y se examinan los cambios al programa de 1984 a 1999, es decir un estudio minucioso de los contenidos de cada una de las materias de matemáticas. Posteriormente se revisan y analizan los extractos de algunas materias de matemáticas que se han impartido con el programa reciente con el fin identificar lo que se plantea en el programa, la forma en que se implementa en el salón de clases y la manera en que se abordan los contenidos. De los puntos mencionados anteriormente, se obtienen las conclusiones correspondientes.

Tal investigación requiere de la revisión de los textos relacionados con historia de la Escuela Normal Superior de México, currículo, pedagogía entre otros, que ayuden al análisis de los planes y programas que se han implementado a lo largo de su historia. También se revisan las propuestas didácticas que contribuyan al análisis de los procesos de enseñanza-aprendizaje, que los maestros de la ENSM llevan a la práctica en el aula con los futuros maestros de nivel secundaria.

## **Capítulo II. Contexto histórico**

En el presente capítulo se incluyen los antecedentes y las razones por las cuales se crea la Escuela Secundaria en 1925 como un nivel educativo con una organización y una identidad escolar propias. La mayoría de la población que concluía la educación primaria no continuaba sus estudios en el nivel preparatoria, que incluía el de secundaria. En 1926 dan inicio las clases en las escuelas secundarias con el propósito de ampliar la cobertura educativa y elevar el nivel de escolaridad en las distintas clases sociales. La población de las escuelas secundarias requería de docentes especializados que atendieran las necesidades propias creadas por el nuevo nivel educativo, los maestros de primaria y preparatoria eran los encargados de impartir las clases en dicho nivel educativo. Ante las necesidades propias de los estudiantes y los maestros para impartir cátedra en este nivel, en 1936 surge la ENSM encargada de formar maestros especializados y capaces de resolver los nuevos problemas que generaba la nueva población relacionados principalmente con el proceso de enseñanza. Asimismo, en el trabajo se menciona de manera general los planes de estudio, su organización y las especialidades a lo largo de su trayectoria. Se incluyen también los cambios que se han implementado en los programas de estudio.

Un elemento central de las condiciones sociales en las que se encontraba el país se expresa en la iniciativa de impulsar la educación socialista, cuyo propósito se dirigía a formar ciudadanos capaces de enfrentar la vida e integrarse a la sociedad. Lázaro Cárdenas pone en práctica este tipo de educación México.

## **Educación socialista**

Las transformaciones dentro del ámbito educativo son consecuencia de la estructura política y económica que tiene una sociedad, asimismo los propósitos, los contenidos, la metodología, por mencionar algunos factores, responden a necesidades de la vida social. Ejemplo de ello es la educación socialista que pretendió que los ciudadanos adquirieran aprendizajes que les permitiera satisfacer sus necesidades inmediatas (leer, escribir, tejer, labor del campo, etc.), por lo que en esa época se requirió de maestros que cubrieran dichas necesidades.

Durante el periodo presidencial de Lázaro Cárdenas (1934-1940), se pone en práctica la educación socialista, la cual no quedó completamente definida, pues se confundía con la educación racionalista.

Con la reforma del Artículo Tercero, aprobada por la Cámara de Senadores en 1934, se establece la educación socialista. El Artículo expresa que “la educación que impartiría el Estado sería socialista, y que además excluiría toda doctrina religiosa, combatiría el fanatismo y los prejuicios, organizando sus enseñanzas y actividades de tal forma, que la juventud lograra un concepto racional y exacto del universo y de la vida social”<sup>3</sup>. Además, se establece que el único con autoridad para impartir educación primaria, secundaria y normal es el Estado.

En 1934 Ignacio García Téllez, Secretario de Educación Pública formula el Programa de Educación Pública y el “23 de enero de 1935 la Secretaria de Educación dio a conocer las orientaciones precisas, estipulando que la educación socialista era emancipadora, única, obligatoria, gratuita, científica o racionalista, técnica de trabajo, socialmente útil, desfanatizadora e integral”<sup>4</sup>.

Ante un ambiente socialista la tarea de los maestros iba más allá de enseñar a leer, escribir u operar cuentas, educaban a sus alumnos como a los adultos en

---

<sup>3</sup>Medin, T. (1987). *Ideología y praxis política de Lázaro Cárdenas*. 14ª edición. Siglo XXI. México, p. 181.

<sup>4</sup> *Ibidem*, p. 182.

habilidades intelectuales y manuales, es decir, se dedicaban a cultivar el campo, a jugar y cantar.

Una de las funciones de la educación socialista fue que los maestros sean líderes y orientadores para desarrollar las capacidades del alumno y que estas les ayuden a enfrentar la vida dentro de la sociedad. Pero durante la labor docente no era claro qué implicaba y cómo debería traducirse a la práctica pedagógica la educación socialista.

### **Escuela secundaria en 1925**

Hasta 1925 la juventud mexicana, al concluir la primaria podía ingresar a la Escuela Normal de Maestros o a la Escuela Nacional Preparatoria (ENP), esta última nace en el año 1867 con la promulgación de la Ley Orgánica de Instrucción Pública en el Distrito Federal, la cual incluía un periodo secundario.

En 1925 durante el gobierno de Plutarco Elías Calles se divide en dos ciclos los estudios de la Escuela Nacional Preparatoria. El primero comprendía un período de tres años y fue llamado ciclo secundario y el segundo con duración de dos años fue dominado ciclo preparatorio.

Dentro de la estructura educativa existía un periodo que había que cubrir, y ante tal situación se crean las escuelas secundarias para que atiendan el periodo existente entre la primaria y la universidad.

Moisés Sáenz desde la Subsecretaría de Educación impulso la creación de escuelas secundarias, así Plutarco Elías Calles firmó el decreto Núm. 1848 el 29 de agosto de 1925, en el que expresa: "Se autoriza a la Secretaría de Educación Pública para

crear escuelas secundarias [...]”<sup>5</sup>. El 22 de diciembre del mismo año se expide un segundo decreto donde se ratifica la decisión presidencial.

Con la creación de escuelas secundarias se tuvieron en cuenta los siguientes hechos:

- La necesidad de convertir la Escuela Secundaria en una Escuela de posibilidades educativas variadas, al alcance de todos y para todos, con sistemas propios.
- Que las Escuelas Secundarias no podrían depender ni del Departamento de Enseñanza Primaria y Normal, ni de la Universidad Nacional.<sup>6</sup>

La Escuela Secundaria “inició el año escolar de 1926 con cuatro escuelas: dos de nueva creación, el ciclo secundario de la Escuela Nacional Preparatoria y el mismo ciclo de la Escuela Nacional de Maestros”<sup>7</sup>.

Al mismo tiempo se crea la Dirección de Educación Secundaria dentro de la Secretaría de Educación Pública (SEP), encargada de la organización de las nuevas instituciones.

La escuela secundaria se crea para todos los jóvenes mexicanos egresados de la primaria sin importar su condición económica. Con el transcurrir de los años la educación secundaria adquiere fuerza y aumenta el número de planteles y maestros. Los docentes que atendían las secundarias eran maestros de educación primaria, preparatoria, normal o del nivel superior de la Universidad.

Ante la nueva estructura del sistema educativo nacional al crearse un nivel intermedio que constituía un puente entre la educación primaria y la educación superior, y frente a la necesidad de proporcionar atención eficaz a los adolescentes

---

<sup>5</sup> Bahena, S. (1996). *Historia de la Escuela Normal Superior de México, tomo1*. SEP. México. p. 55.

<sup>6</sup> Ibidem, p. 56 y 57

<sup>7</sup> Ibidem, p. 57.

desde el punto de vista científico, pedagógico y psicológico, se genera la demanda de la capacitación y formación de profesionales que cubran tal compromiso.

### **Escuela Normal Superior de México**

La Escuela Normal Superior de México (ENSM), es sin duda una institución importante para la formación de maestros especializados en educación secundaria. Por lo que los planes y programas de estudio son las herramientas esenciales para la formación de los docentes, y fijan las bases y orientación de los maestros que exige la sociedad.

La creación de escuelas secundarias trae consigo la necesidad de capacitar y definir la labor docente, así como preparar formalmente a los que se incorporaban a ese ciclo secundario, desde 1923 Moisés Sáenz, consigue que la facultad de Altos Estudios, de la Universidad Nacional de México, estableciera cursos pedagógicos para capacitar profesionalmente a los maestros que presentaban sus servicios en el ciclo secundario de la preparatoria y en el de la normal.

En 1936, el Departamento de Enseñanza Secundaria entregó al Consejo Nacional de la Educación Superior y la Investigación Científica un proyecto de creación del Instituto de Mejoramiento del Profesorado de Enseñanza Secundaria con la propuesta del plan de estudios. Dicho consejo señala algunas modificaciones a la propuesta del Departamento de Enseñanza Secundaria entre las cuales una de ellas es:

- El nombre de Instituto de Mejoramiento del Profesorado de Enseñanza Secundaria se sustituyó por el de Instituto de Preparación del Profesorado de Enseñanza Secundaria, con el fin de que el nombre de la institución que va a crearse no induzca a pensar que sus actividades se limitan al

perfeccionamiento de los actuales profesores de Enseñanza Secundaria, pues comprenderá también la formación de los profesores futuros.<sup>8</sup>

También “el 29 de Julio de 1936, el presidente Lázaro Cárdenas, expidió el acuerdo mediante el cual autoriza a la SEP para fundar el Instituto de Preparación del Profesorado de Enseñanza Secundaria, a reglamentar su funcionamiento y a establecer un sistema de revalidación de estudios”<sup>9</sup>. Así el Instituto inicia sus cursos el 30 de julio de 1936 en las instalaciones de la Escuela Secundaria No. 2, ubicada en las calles de Fresno y Rivera de San Cosme.

El Instituto de Preparación del Profesorado de Enseñanza Secundaria cambio su denominación en 1940, “año en el que se le llamó Instituto Nacional del Magisterio de Segunda Enseñanza, y que cambió nuevamente a principios de 1942, por el de Centro de Perfeccionamiento para Profesores de Enseñanza Secundaria [...]”<sup>10</sup>.

Para el año de 1942, el Centro de Perfeccionamiento para Profesores de Enseñanza Secundaria “cambió su nombre por el de Escuela Normal Superior al expedirse la nueva Ley Orgánica de Educación Pública”<sup>11</sup>. El nombre de México se lo debe a su ubicación en el Distrito Federal, quedando como actualmente se le conoce Escuela Normal Superior de México (ENSM).

---

<sup>8</sup> Bahena, S. (1996). *Historia de la Escuela Normal Superior de México, tomo1*. México: SEP. p. 98.

<sup>9</sup> Ibidem, p. 98

<sup>10</sup> Bahena, S., González, F. y Juárez, Ma. E. (1996). *Ciclo de conferencias. El Estado Mexicano y su Política Educativa*. México: SEP. ENSM. p. 47.

<sup>11</sup> Ibidem, p. 48.



## **Organización de los planes y programas de estudio de la especialidad de matemáticas de la ENSM**

Los planes y programas de estudio de la Escuela Normal Superior de México al igual que el nombre han sufrido varias modificaciones a lo largo del tiempo, varios fueron los motivos, entre ellos los avances en la ciencia, la tecnología, los cambios en los planes de estudio del nivel y por lo tanto porque el plan no cubría las expectativas que la sociedad demanda día con día.

Así el primer plan de estudios de 1936, cuya finalidad fue la de capacitar a los maestros en servicio en las escuelas secundarias, se estructuró en tres ramas: las pedagógicas, de cultura general y de especialización. Ofreció ocho especialidades con una duración de tres años, Maestros en: Civismo, Historia General, Geografía, Ciencias Biológicas, Lenguas Vivas, Lengua y Literatura Españolas, Matemáticas y Física.

El segundo plan de estudios de 1942, brinda un tronco común para todas las especialidades y se le suma al plan de estudios inicial (1936) la especialidad de Maestro en Química, y se divide por años.

El tercer plan de estudios de 1945, se integra por tres grupos de materias: las pedagógicas, las materias de la especialidad y las materias de cultura general. “Por el acuerdo del Secretario de Educación Pública, doctor Jaime Torres Bodet, se implantó un nuevo plan de estudios en la Escuela Normal Superior, con 11 especialidades: Lengua y Literatura Españolas, Física y Química, Ciencias Biológicas, Geografía, Artes Plásticas, Inglés o Francés, Matemáticas, Civismo, Historia Universal, Historia de México y Maestro Normal y Técnico en Educación”<sup>12</sup>.

En 1959 el Consejo Técnico de la ENS aprueba un nuevo modelo académico, donde el plan de estudios busca mejorar la formación de los maestros y de los investigadores que México necesita. Algunas de las finalidades de la ENS son:

---

<sup>12</sup> Ibidem, p. 50.

formar profesionales técnico-pedagógicos [...]; preparar para la docencia maestros, técnicos de la educación e investigadores científico-pedagógicos [...],”<sup>13</sup> entre otras.

Así, el cuarto plan de estudios de 1959, ofrece 15 especialidades para formar Maestros en: Matemáticas, Dibujo Técnico de Precisión, Física y Química, Biología, Geografía, Historia, Educación Cívica y Social, Inglés, Francés, Lengua y Literatura, Artes Plásticas, Taller, Taller (para maestros en servicio), Pedagogía, y Psicología Educativa. Al término de los estudios y cumpliendo el requisito de examen profesional se otorgará a los alumnos “el grado de *Maestros en la especialidad que se haya cursado*. Así todos los egresados de la ENS de los planes de estudio 1945 y 1959 obtienen el grado de Maestro en su certificado de estudios y en su título profesional”<sup>14</sup>.

El quinto plan de estudios 1976, “adopta una formación básica común de los alumnos en los campos humanísticos, científico y psicopedagógico y una formación especializada por áreas de aprendizaje [...]”<sup>15</sup>. Brinda a nivel licenciatura las especialidades: Español, Matemáticas, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Lengua Extranjera y Orientación Escolar; las cuales se desarrollan en ocho semestres. También se ofrecen maestrías para la profundización de estudios dentro de la misma especialidad con conocimientos psicopedagógicos y de administración educativa, con una duración de cuatro semestres. Así dicho plan de estudios se organiza para la formación de bachiller y profesor, es decir, al término de los estudios los alumnos reciben el título de *Profesor de Educación Media en la especialidad de la que se trate*.

La SEP publica el “[...] Acuerdo 106 (julio 1 de 1983) que establecía la reestructuración académica y administrativa de la ENSM con cinco planteles, cerraba

---

<sup>13</sup>Bahena, S. (1996). *Historia de la Escuela Normal Superior de México, tomo 2*. México: SEP. p.240.

<sup>14</sup> ENSM, (2006). *LXX Aniversario*. Revista de la Escuela Normal Superior de México. p.126.

<sup>15</sup> Bahena, S. (1996). *Historia de la Escuela Normal Superior de México, tomo2*. SEP. México. p. 279.

la antigua escuela por motivos políticos, y abría una nueva escuela con plan de estudios renovado”<sup>16</sup>.

Asimismo, el secretario de Educación Pública, Jesús Reyes Heróles, efectúa el 19 de enero de 1984 una reestructuración académica y administrativa de la ENSM y le señala los siguientes objetivos:

1. Formar licenciados en educación normal; ofrecer al magisterio de educación media normal.
2. Ofrecer al magisterio de educación media normal una formación académica de posgrado especializada.
3. Formar investigadores en educación para los diferentes tipos y modalidades del sistema educativo.
4. Realizar y promover investigación y experimentación educativa en relación con la educación media y normal.
5. Orientar su desarrollo con base en los resultados de un sistema de evaluación instrumental permanente.
6. Promover programas de intercambio académico con instituciones nacionales, extranjeras e internacionales de educación superior y otros por el estilo.<sup>17</sup>

La SEP introdujo un plan de estudios para siete licenciaturas en Educación Media en las Áreas de Español, Inglés, Matemáticas, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Pedagogía y Psicología Educativa. Así el sexto plan de estudios de 1984, se estructura por líneas de formación: social, psicología, pedagógica, científica e instrumental; la organización curricular integra un tronco común a todas las licenciaturas y uno diferencial para cada una.

El séptimo plan de estudios de 1999, tiene como uno de sus propósitos fortalecer en los estudiantes las habilidades y actitudes que son la base del trabajo intelectual, el

---

<sup>16</sup> Meneses, E, (1998). *Tendencias Educativas Oficiales en México, 1976-1988*. México: Centro de Estudios Educativos y Universidad Iberoamericana. p. 333.

<sup>17</sup> Plan de reestructuración de la ENSM, 1984. (Citado en Meneses 1998, p. 335-136).

conocimiento y manejo de fuentes de información y los recursos tecnológicos. Asimismo, el mapa curricular de la licenciatura en educación secundaria se integra por tres campos: formación general, formación común a todos los licenciados en educación secundaria y formación específica. Los estudiantes egresan con el título de “Licenciado (a) en Educación Secundaria, con especialidad”.

Así el plan de estudios de 1999 establece “las competencias que definen el perfil de egreso se agrupan en cinco grandes campos: habilidades intelectuales específicas, dominio de los propósitos y los contenidos de la educación secundaria, competencias didácticas, identidad profesional y ética, y capacidad de percepción y respuesta a las condiciones sociales del entorno de la escuela”<sup>18</sup>.

A partir de 1999-2000 se ofrece de las Licenciaturas en Educación secundaria en las asignaturas de Español, Matemáticas, Formación Cívica y Ética, Biología, Física, Química, Geografía, Historia, Lengua Extranjera, Pedagogía y Psicología Educativa. Los propósitos de la formación docente se centran en el aprendizaje de los contenidos de cada especialidad y en el desarrollo de las competencias didácticas para la enseñanza. La duración de dichas licenciaturas es de cuatro años distribuidos en ocho semestres.

---

<sup>18</sup> Secretaría de Educación Pública (2010). *Plan de estudios 1999. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. Cuarta reimpresión. México.

### Capítulo III. Sustento Teórico

El tercer capítulo lo conforma el sustento teórico, el cual contribuye al análisis de los planes y programas de estudio de la especialidad de matemáticas de la ENSM. También al análisis de algunas materias de matemáticas impartidas a la generación 2003-2007 del plan de estudios de 1999, es decir se recabaron apuntes dentro de las aulas de dicha institución, que permiten vislumbrar la formación académica que adquieren los estudiantes normalistas de esta generación con dicho plan de estudios.

Los planes y programas de la ENSM son parte fundamental del presente trabajo, por lo que se consideran autores que hablan sobre el curriculum uno de ellos es Cesar Coll, quien considera que “el curriculum proporciona informaciones concretas sobre qué enseñar, cuándo enseñar, cómo enseñar y qué, cómo y cuándo evaluar”<sup>19</sup>, los elementos anteriores son esenciales para ser considerados en el diseño curricular por relacionarse directamente con los contenidos académicos que se deben abordar y los fines a los que se pretende llegar.

Además, la formación docente es pieza clave en este trabajo por lo que es relevante considerar ciertos aspectos que debe adquirir un maestro, para lo cual se retoma las aportaciones de Ferry, quien menciona que los docentes deben adquirir durante su formación bases pedagógicas, psicológicas y sobre la disciplina que van a desempeñar.

También se retoman las aportaciones de autores que tratan el proceso cognitivo de los individuos al adquirir conocimientos y habilidades, como lo son Jerome S Bruner y Lev Semionovich Vigotsky.

Para Vigotsky “[...] la escuela puede considerarse un dispositivo cultural orientado a producir ciertos tipos de desarrollo, a generar Zonas de Desarrollo Próximo, en los

---

<sup>19</sup> Coll, C. (1999). *Psicología y currículo*. México: Paidós. p. 32

sujetos que se reincorporan a su régimen de prácticas, con relativa independencia de las orientaciones didácticas que se desarrollen.”<sup>20</sup>

Vigotsky se interesa en el desarrollo del lenguaje y su relación con el pensamiento, donde “[...] el pensamiento se hace verbal; y el habla, intelectual”<sup>21</sup>.

Según Vigotsky, la secuencia de convergencia entre el pensamiento y el lenguaje tienen cuatro estadios principales:

- Primer estadio primitivo en el que el habla todavía es fundamental y la inteligencia opera sin la ayuda de la función verbal.
- Segundo estadio de la inteligencia práctica, en el que el niño domina la lógica de la actividad de resolución de problemas en el nivel sensoriomotor. En este estadio, el habla se caracteriza por la aparición de formas y estructuras gramaticales.
- En el tercer estadio, el niño comienza a utilizar medios simbólicos externos para resolver problemas internamente.
- En el cuarto estadio, se caracteriza por los procesos de internalización. Las operaciones con medios simbólicos externos se meten dentro. El habla también se internaliza, convirtiéndose en habla interna silenciosa.<sup>22</sup>

Vigotsky define la *Zona de Desarrollo Próximo* (ZDP) como “la distancia entre el nivel de desarrollo real, determinando por la capacidad de resolver problemas de manera independiente, y el nivel de desarrollo potencial, determinado por la capacidad de resolver problemas bajo la orientación de un adulto o en colaboración con pares más capacitados”<sup>23</sup>. La zona que se establece entre estos dos niveles es donde el profesor debe intervenir, donde su papel es el de mediador “[...] otorgando pistas,

---

<sup>20</sup> Baquero, R. (1999). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Cuarta edición. Argentina. p. 171

<sup>21</sup> Kozulin, A. (1994). *La psicología de Vygotsky*. Madrid: Alianza Editorial. p. 151.

<sup>22</sup> Ibidem, p. 155.

<sup>23</sup> Citado por Moll, L. C. (1993). *Vygotsky y la educación*. Buenos Aires. pp. 168-169.

guiando, persuadiendo y corrigiendo los pensamientos y estrategias de los sujetos”<sup>24</sup> durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Otro de los autores que aporta sobre el aprendizaje los seres humanos es Jerome S. Bruner quien señala que “la educación es una forma de diálogo, una extensión del diálogo en el que el sujeto aprende a construir conceptualmente el mundo con la ayuda, guía, “andamiaje” del adulto destinadas a posibilitar la relación de conductas, por parte del aprendiz, que estarían más allá de sus capacidades individuales, consideradas de modo aislado”<sup>25</sup>. Asimismo, el papel de la educación es alentar el desarrollo, guiarlo, mediarlo.

Bruner señala que el aprendiz aprende por descubrimiento, de una manera inductiva y siguiendo las fases: Enactiva basada en la actividad y la percepción; Icónica basada en la imaginación por la representación, y la Simbólica utiliza conceptos y símbolos. La fase simbólica es una forma de pensamiento abstracto y crea los conceptos a partir de las fases enactivas e icónica. Esta fase simbólica implica el manejo de conceptos y símbolos interrelacionados. Es aquí donde se sitúa el aprendizaje por descubrimiento.

Del mismo modo, Bruner considera que todo proceso de pensamiento tiene su punto de partida en los actos perceptivos, en los que la definición de lo que es un objeto no se da únicamente por sus características físicas objetivas, sino que el sujeto pone por sí mismo las estructuras en función de las cuales se analizan dichas propiedades. Menciona que “la percepción es un acto de categorización, un modo de reducir la variabilidad de los estímulos o de sus presentaciones en contextos distintos”<sup>26</sup> .

Bruner “define el concepto de aprendizaje que exige la comprensión por parte de quien aprende y no la mera realización de acciones que no entiende”<sup>27</sup>, es decir,

---

<sup>24</sup> Baquero, R. (1999). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Cuarta edición. Argentina. P 20.

<sup>25</sup> Bruner, J. (1998). *Desarrollo cognitivo y educación*. Tercera edición. Madrid: Morata. P 15.

<sup>26</sup> Bruner, J. (1986). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Segunda edición México. Alianza. P 14.

<sup>27</sup> *Ibidem*, P. 21.

considera que cuando el aprendiz se encuentra frente algún problema toma una actitud para darle solución y convertir el conocimiento en algo propio; que requiere de una activación, la cual consiste en motivarlo de modo que pueda experimentar su propia capacidad para solucionar problemas por medio de la elaboración de hipótesis logrando el poder del contraste.

Por otra parte, es de gran relevancia el curriculum diseñando para la formación de los maestros, el cual permite apreciar la directriz que sigue el cumulo de conocimientos, habilidades, estrategias y métodos adquiridos durante el proceso de formación y que se verán reflejados en la práctica docente. Adquirir conocimientos sólidos y herramientas apropiadas ayuda que los docentes brinden un buen desempeño en su labor profesional. Sin embargo, es difícil señalar los elementos con los que debe contar un maestro, estos varían de acuerdo con el ámbito social, cultural, político y económico.

Asimismo, Ferry distingue “un modelo de formación centrado en las adquisiciones, un modelo de formación centrado en el proceso y un modelo de formación centrado en el análisis”<sup>28</sup>.

Para Ferry aquel que dese llegar a ser enseñante, se le pueden proponer tres tipos de discurso:

- Debe adquirir los conocimientos y modelos de razonamiento propios de la o las disciplinas que tendrá que enseñar.
- Debe reorganizar este saber desde las perspectivas de su transmisión e iniciarse en la didáctica.
- Tendrá que adquirir un saber hacer, habilidades.<sup>29</sup>

---

<sup>28</sup> Ferry, Gilles. (1990). *Adquirir, probarse, comprender, en: Ferry Gilles. El trayecto de la formación. Los enseñantes entre la teoría y la práctica.* Paidós, México. P 102

<sup>29</sup> Ibidem, p. 101-102.



Por su parte Jack Beillerot existen dos modelos de formación de enseñantes:

1. Racionalistas. Concibe la formación como una adquisición científica de alto nivel, por un lado, en las disciplinas que se enseña y por otro en psicopedagogía.
2. Situacional. Pone el énfasis en la relación pedagógica, la comunicación y la institución.<sup>30</sup>

La formación de docentes implica varios aspectos tanto conocimientos del área como pedagógicos, psicológicos, didácticos, etcétera; los cuales se reflejarán en su práctica y aún más preciso en el aula. “El estudio de clases es un sistema de planificar y entregar la enseñanza y el aprendizaje que tiene como objetivo desafiar a los profesores a innovar sus enfoques de enseñanza y a reconocer las posibilidades de crecimiento intelectual y responsable de los alumnos fomentando la confianza de los involucrados. Tiene como objetivo desarrollar un buen conocimiento del contenido pedagógico que va a ser útil para la buena práctica cotidiana de los profesores y el consiguiente aprendizaje a largo plazo de los estudiantes”<sup>31</sup>.

Como ya se mencionó el presente trabajo aborda los planes y programas de la licenciatura de matemáticas de la ENSM, por lo que hablar de dichos planes y programas hace referencia al curriculum, en el cual se tocan aspectos sociales, científicos, psicológicos y pedagógicos para su elaboración. El curriculum es complejo y varía de acuerdo a los autores, existen diferentes concepciones como autores que hablan sobre él.

“El currículo es el elemento directriz de la educación en cualquier sistema educativo, independientemente del modelo político del país. Existen muchas definiciones del

---

<sup>30</sup> Citado en Ferry, Gilles. (1990). *Adquirir, probarse, comprender*, en: Ferry Gilles. *El trayecto de la formación. Los enseñantes entre la teoría y la práctica*. Paidós, México. P. 100.

<sup>31</sup> Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE. p. 7.

término, que como plantea Díaz Barriga, es necesario adjetivarlo para comprender su significado, dependiendo de la función atribuida al mismo en ciertos contextos”<sup>32</sup>.

Para Stenhouse “un curriculum es una tentativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma tal que permanezca abierto a discusión crítica y pueda ser trasladado efectivamente a la práctica”<sup>33</sup>, por lo tanto, el curriculum es una guía que sugiere el camino para lograr las metas trazadas durante el proceso educativo.

El curriculum para Cesar Coll es el “proyecto que preside las actividades educativas escolares, precisa sus intenciones y proporciona guías de acción adecuadas y útiles para los profesores que tienen la responsabilidad directa de su ejecución”<sup>34</sup>, es decir una de las funciones del curriculum es la de explicitar el proyecto que preside las actividades educativas escolares, es una guía para que los encargados de desarrollar dicho proyecto cuenten con un instrumento que oriente su práctica pedagógica.

Cesar Coll menciona que en el curriculum se concretan principios de índole diversas como lo son los ideológicos, pedagógicos, psicopedagógicos.

Agrupar cuatro componentes en el curriculum:

1. ¿Qué enseñar? refiere a los contenidos y los objetivos, es decir las actividades educativas escolares se caracterizan por ser actividades intencionales que responden a unos propósitos y persiguen la consecución de unas metas.
2. ¿Cuándo enseñar?, sobre la manera de ordenar y secuenciar los contenidos y objetivos.
3. ¿Cómo enseñar?, la manera de estructurar las actividades de enseñanza-aprendizaje.

---

<sup>32</sup> Mendoza, O. *Currículo y Matemática*. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa #10.

<sup>33</sup> Citado en Coll, C. (1999). *Psicología y currículo*. México: Paidós. p. 32.

<sup>34</sup> Coll, C. (1999). *Psicología y currículo*. México: Paidós. p. 31.

4. Qué, cómo y cuándo evaluar, en la medida en que el proyecto responda a unas intenciones.

Cabe mencionar que dentro del diseño del curriculum para formar docentes, las matemáticas como la educación matemática no deben ser consideradas como si fueran sinónimos. Es decir, “la matemática involucra la enseñanza de diferentes áreas del conocimiento, y muchas habilidades”<sup>35</sup>.

Asimismo, “la matemática es un área necesaria para la innovación, ya que desarrolla el pensamiento crítico y analítico en general, además del pensamiento matemático y estadístico en situaciones específicas”<sup>36</sup>.

Por su parte la Educación Matemática “se sabe que se estudia lo que sucede en el salón de clase, la forma en que se imparte la enseñanza, los procesos mentales en la formación de conceptos o habilidades, como la solución de problemas, el diseño e impartición del currículo, el papel de la matemática en la formación del individuo, la elaboración de propuestas didácticas, la formación de maestros, la evaluación del currículo y del aprendizaje, el uso de materiales didácticos, el desarrollo de habilidades, el impacto de la evolución de la matemática, etcétera”<sup>37</sup>.

Así la Educación matemática requiere profundizar en varios ámbitos relacionados con la educación como lo son la didáctica, la pedagogía, el curriculum, entre otros aspectos.

---

<sup>35</sup> Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE. p. 74.

<sup>36</sup> *Ibidem*, p. 10.

<sup>37</sup> Mancera, E. (1990, abril). Investigación y educación matemática. *Educación matemática*. Vol. 2. (No. 1, p. 12).

#### **Capítulo IV. Planes de estudio de la especialidad de matemáticas de la escuela normal superior de México de 1936 a 1999**

El cuarto capítulo lo componen los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de la ENSM desde su inicio en 1936 hasta el de 1999, en cada uno de ellos se incluye un análisis pedagógico centrado en las asignaturas relacionadas con la especialidad de matemáticas. De igual manera se analizan los cambios de un plan a otro considerando la inclusión, modificación o eliminación de dichas asignaturas y su correspondiente análisis. La manera en que se presentan los programas es en tablas de dos columnas para facilitar el análisis y señalar las modificaciones que se hacen al cambiar de un plan a otro.

En la parte final del capítulo se incluyen las conclusiones que se desprenden del análisis sobre las transformaciones de los planes de estudio que a lo largo de la historia de la ENSM se han realizado.

La estructura de los planes y programas de estudio de la ENSM que se han venido estableciendo a lo largo de su trayectoria, como ya se mencionó, han sufrido notables modificaciones y las causas son diversas, se relacionan con intereses económicos, políticos, culturales, sociales, avances tecnológicos, la adecuación a los planes de la escuela secundaria, entre otros, que en su conjunto determinan la necesidad de adecuar los planes de estudio.

Las reformas al curriculum de la ENSM que se han realizado a lo largo de la historia se refleja en la formación de sus alumnos.

La ENSM es formadora de docentes competentes en diferentes especialidades, y prepara a los docentes para que cuenten con los conocimientos y herramientas que les permitan desempeñarse de manera profesional en su labor docente.

La estructura de los planes de estudio de la ENSM se divide en ramas, materias, líneas de formación y campos; las materias se distribuyen en dichos planes de estudio que los alumnos cubren durante su proceso de formación. Asimismo, en este apartado se muestran los planes de estudio de matemáticas que se han puesto en práctica durante la trayectoria de la institución destacando las materias directamente relacionadas con la especialidad lo que permite observar el contraste que hay de un plan al otro.

**INSTITUTO DE PREPARACIÓN DEL PROFESORADO DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1936.**

<p><b>PLAN DE ESTUDIOS DEL INSTITUTO DE PREPARACIÓN DEL PROFESORADO DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1936<sup>38</sup>.</b></p> <p><b>MATERIAS PEDAGÓGICAS Y CONEXAS (OBLIGATORIAS)</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Psicología general.</li> <li>2. Psicología de la adolescencia.</li> <li>3. Medición de las aptitudes mentales y sus relaciones con la orientación vocacional.</li> <li>4. Métodos objetivos para la estimación del aprovechamiento.</li> <li>5. Técnica general de clase.</li> <li>6. Técnica de la materia objeto de la especialización.</li> <li>7. La educación y sus relaciones con el régimen social.</li> </ol> <p><b>MATERIAS DE CULTURA GENERAL (OBLIGATORIAS)</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Historia de las Ciencias:             <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Físico-Matemáticas</li> <li>b) Ciencias Naturales</li> <li>c) Ciencias Humanas</li> </ol> </li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Lógica.</li> <li>3. Sociología.</li> <li>4. Perfeccionamiento en una lengua extranjera.</li> </ol> <p><b>MATERIAS ESPECÍFICAS DE LA ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Complementos de álgebra.</li> <li>2. Complementos de geometría plana y del espacio.</li> <li>3. Trigonometría plana y esférica.</li> <li>4. Geometría analítica y cálculo diferencial e integral.</li> <li>5. Geometría descriptiva.</li> <li>6. Cálculo práctico y nociones de nomografía.</li> <li>7. Curso general de física.</li> <li>8. Curso general de química.</li> <li>9. Estadística.</li> </ol>
---	--

Como se puede observar el plan de estudios de 1936 se divide en tres ramas: *materias pedagógicas y conexas, materias de cultura general y materias específicas de la especialidad de matemáticas*. Asimismo, en las materias relacionadas con la

<sup>38</sup> Bahena, S. (1996). *Historia de la ENSM*, tomo 2. SEP. México, pp. 185-192.

pedagogía se hace alusión al proceso de enseñanza de manera general, se considera que los aspectos pedagógicos son equivalentes a todas las especialidades y se puede observar que dentro de las *materias pedagógicas y conexas obligatorias* se contempló psicología general, psicología de la adolescencia, medición de las aptitudes mentales y sus relaciones con la orientación vocacional, métodos objetivos para la estimación del aprovechamiento, técnica general de clase, técnica de la materia objeto de la especialización y la educación y sus relaciones con el régimen social. También se puede ver que las *materias específicas de la especialidad en matemáticas* son complementos de álgebra, complementos de geometría plana y del espacio, trigonometría plana y esférica, geometría analítica y cálculo diferencial e integral, geometría descriptiva, cálculo práctico y nociones de nomografía, curso general de física, curso general de química y estadísticas. Dichas materias de matemáticas están directamente orientadas a los contenidos matemáticos y no se visualiza la relación entre los procesos pedagógicos para la enseñanza aprendizaje. Por su parte las *materias de cultura general* están directamente relacionadas con historia de las ciencias, lógica, sociología y perfeccionamiento en una lengua extranjera.

**CENTRO DE PERFECCIONAMIENTO PARA PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1942.**

<p><b>PLAN DE ESTUDIOS DEL CENTRO DE PERFECCIONAMIENTO PARA PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1942<sup>39</sup>.</b></p> <p>MATERIAS OBLIGATORIAS PARA TODAS LAS ESPECIALIDADES.</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Perfeccionamiento de un idioma extranjero, (inglés o francés).</li><li>2. Psicología general.</li><li>3. Lógica y teoría del conocimiento.</li><li>4. Sociología.</li><li>5. Psicología y educación de la adolescencia.</li><li>6. Didáctica general.</li><li>7. Mediciones mentales y pedagógicas y orientación vocacional.</li><li>8. Práctica docente en Escuelas Secundarias.</li></ol>	<p><b>MAESTROS DE MATEMÁTICAS</b> <b>PRIMER AÑO</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Complementos de álgebra.</li><li>2. Complementos de geometría.</li><li>3. Trigonometría plana y esférica.</li><li>4. Técnica de la enseñanza de las matemáticas.</li></ol> <p><b>SEGUNDO AÑO</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Geometría descriptiva.</li><li>2. Geometría analítica y cálculo diferencial e integral, (primer curso).</li><li>3. Física general.</li><li>4. Historia de las matemáticas.</li></ol> <p><b>TERCER AÑO</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Geometría analítica y cálculo diferencial e integral, (segundo curso).</li><li>2. Química general.</li><li>3. Cálculo de probabilidad y elementos de estadística.</li></ol>
--	---

El plan de estudios de 1942 se dividió en: *materias obligatorias para todas las especialidades y maestros de matemáticas*. Con respecto a las *materias para todas las especialidades* se observa un tratamiento general donde todos los estudiantes deben cursar las materias de psicología general, psicología de la educación de la adolescencia, mediciones mentales y pedagógicas y orientación vocacional, lógica y teoría del conocimiento, didáctica general, sociología, perfeccionamiento de un idioma y práctica docente en escuelas secundarias. Por su parte las *materias de la especialidad* se dividen en tres años, en el primero se contemplan las materias de complementos de álgebra, complementos de geometría, trigonometría plana y esférica y técnica de la enseñanza de las matemáticas. En el segundo año aparece geometría descriptiva, geometría analítica y cálculo diferencial e integral, física general e historia de las matemáticas. Para el tercer año se contempló geometría

---

<sup>39</sup> Ibidem, 194-195.

analítica y cálculo diferencial e integral (segundo curso), química general y cálculo de probabilidad y elementos de estadística.

En este plan de estudios hace su aparición didáctica general, técnica de la enseñanza en las matemáticas e historia de las matemáticas, lo cual deja entrever un tratamiento orientado al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

### ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1945

<p><b>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1945<sup>40</sup></b></p> <p><b>CURSO DE CARÁCTER PEDAGÓGICO</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocimiento de los adolescentes.</li> <li>2. Educación de los adolescentes.</li> <li>3. Didáctica general, (un semestre).</li> <li>4. Didáctica de la materia de la especialidad (un semestre).</li> <li>5. Orientación profesional y psicotécnica pedagógica.</li> <li>6. Historia de los sistemas educativos de la segunda enseñanza, (un semestre).</li> </ol> <p>Alumnos que no cuenten con título de maestro normalista, deben tomar los siguientes cursos anuales.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ciencia de la educación.</li> <li>2. Historia general de la educación.</li> <li>3. Historia de la educación en México, (un semestre).</li> </ol> <p><b>MATERIAS PARA LA ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>I. Curso de la materia objeto de la especialidad:             <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Complementos de aritmética.</li> </ol> </li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Complementos de álgebra.</li> <li>3. Complementos de geometría.</li> <li>4. Complementos de trigonometría.</li> <li>5. Geometría descriptiva.</li> <li>6. Primer curso de geometría analítica y cálculo diferencial e integral.</li> <li>7. Segundo curso de geometría analítica y cálculo diferencial e integral (ecuaciones diferenciales).</li> <li>8. Cálculo numérico, gráfico y mecánico.</li> <li>9. Historia de las matemáticas.</li> </ol> <p>II. Cuatro materias afines a la especialidad elegidas por el alumno, con la aprobación del director del plantel, entre los cursos que se imparten en cada período lectivo en la escuela.</p> <p>III. Materias de cultura general.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Primer curso de una lengua moderna (inglés, francés o alemán).</li> <li>2. Segundo curso de una lengua moderna (inglés, francés o alemán).</li> <li>3. Teoría del conocimiento y metodología de las ciencias.</li> <li>4. Curso de la materia de español.</li> </ol>
---	---

<sup>40</sup> Ibidem, 208-209.



En el plan de estudios de 1945 se distribuyeron las materias en  *cursos de carácter pedagógico, materias de cultura general y materias para la especialidad en matemáticas*. En el primero se ofreció a los estudiantes conocimiento de los adolescentes, educación de los adolescentes, didáctica general, didáctica de la materia de la especialidad, orientación profesional y psicotécnica pedagógica e historia de los sistemas educativos de la segunda enseñanza. Los alumnos que no contaran con título de maestro normalista debían tomar cursos anuales de ciencia de la educación, historia general de la educación e historia de la educación en México. Las  *materias para la especialidad en matemáticas* se encuentran dividida en tres cursos; el primero es el  *curso de la materia objeto de la especialidad* donde se presenta complementos de aritmética, álgebra, geometría, trigonometría; geometría descriptiva, geometría analítica y cálculo diferencial e integral (dos cursos); cálculo numérico, gráfico y mecánico;  *historia de las matemáticas*.

En el segundo curso se contemplan cuatro materias afines a la especialidad del alumno, entre otros cursos. En el programa no se señala el nombre de los cursos. Finalmente, el tercer curso se basa en  *las materias de cultura general*, donde se ofreció dos cursos de lengua moderna, curso de la materia de español, teoría del conocimiento y metodología de las ciencias.

En este plan de estudios se puede notar varias materias que vislumbran una orientación a los procesos de enseñanza aprendizaje como lo son  *didáctica general, didáctica de la materia de la especialidad, orientación profesional y psicotécnica pedagógica e historia de las matemáticas*. Si bien no aparecen articuladas las asignaturas de carácter general destinadas a la didáctica con las de contenidos matemáticos, es decir, que hasta este plan de estudios aún no se identifica la importancia de incluir en curriculum que formara a los futuros maestros la didáctica propia de cada uno de los contenidos matemáticos que ayudan al desarrollo de los procesos de enseñanza aprendizaje.

## ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1959

<b>PLAN DE ESTUDIOS 1959<sup>41</sup>.</b>	
<p><b>MAESTROS DE MATEMÁTICAS</b></p> <p><b>PRIMER AÑO</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocimiento de los adolescentes.</li> <li>2. Psicotécnica pedagógica.</li> <li>3. Lengua extranjera, (primer curso).</li> <li>4. Revisión y complementos de Aritmética.</li> <li>5. Geometría.</li> <li>6. Álgebra.</li> </ol> <p><b>SEGUNDO AÑO</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Educación de los adolescentes.</li> <li>2. Didáctica general.</li> <li>3. Lengua extranjera, (segundo curso).</li> <li>4. Complementos de algebra.</li> <li>5. Trigonometría plana y esférica.</li> <li>6. Complementos de geometría.</li> </ol> <p><b>TERCER AÑO</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Materia pedagógica optativa.</li> <li>2. Didáctica de la especialidad, (primer curso).</li> <li>3. Elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones.</li> <li>4. Primer curso de geometría analítica y cálculo diferencial.</li> <li>5. Física general.</li> <li>6. Materia optativa de la especialidad.</li> </ol>	<p><b>CUARTO AÑO</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Política Educativa de México.</li> <li>2. Didáctica de la especialidad, (segundo curso).</li> <li>3. Cálculo práctico y nomografía.</li> <li>4. Historia de las matemáticas.</li> <li>5. Segundo curso de geometría analítica y cálculo integral.</li> <li>6. Materia optativa de la especialidad.</li> </ol> <p><b>MATERIAS OPTATIVAS DE LA ESPECIALIDAD</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Elementos de mecánica general y Aplicaciones fundamentales.</li> <li>2. Conceptos fundamentales de las matemáticas.</li> <li>3. Química general.</li> <li>4. Cosmografía.</li> <li>5. Introducción a la estadística matemática.</li> </ol> <p>❖ <b>Materias optativas de pedagogía:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Psicología y educación de los adultos.</li> <li>- Organización y administración de escuelas postprimarias.</li> <li>- Filosofía de la educación.</li> <li>- Psicología del aprendizaje.</li> <li>- Higiene mental.</li> <li>- Estadística aplicada a la educación.</li> <li>- Iniciación a los métodos de la investigación pedagógica.</li> </ul>

El plan de estudios de 1959 se estructuró en cuatro años, en los que se distribuyeron las materias de matemáticas, cultura general y de carácter pedagógico. Estas últimas incluyó conocimiento de los adolescentes, psicotécnica-pedagógica, educación de los adolescentes, didáctica general, didáctica de la especialidad (dos cursos),

---

<sup>41</sup>Ibidem, pp. 249-254.

materia pedagógica optativa y materia optativa de la especialidad. En las de cultura general se observa lengua extranjera (dos cursos), política educativa de México, física general, química general, elementos de mecánica general y aplicaciones fundamentales y cosmografía.

Las materias de matemáticas también se distribuyen en los cuatro años y son: revisión y complementos de aritmética, geometría, álgebra, complementos de álgebra, trigonometría plana y esférica, complementos de geometría, elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones, geometría analítica y cálculo diferencial e integral (dos cursos), cálculo práctico y nomografía, conceptos fundamentales de las matemáticas, introducción a la estadística matemática e historia de las matemáticas.

Al igual que en el plan de estudios anterior las materias de didáctica general, didáctica de la especialidad e historia de las matemáticas son materias que orientan a los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

## ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1976

<b>PLAN DE ESTUDIOS 1976<sup>42</sup></b>	
<b>MATEMÁTICAS</b>	<b>QUINTO SEMESTRE</b>
<b>PRIMER SEMESTRE</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Filosofía de la educación I.</li><li>2. Ciencias Naturales III.</li><li>3. Ciencias Sociales I.</li><li>4. Trigonometría.</li><li>5. Geometría I.</li><li>6. Matemáticas y su didáctica V.</li></ol>
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Psicología I.</li><li>2. Tecnología educativa I.</li><li>3. Lengua extranjera I.</li><li>4. Español I.</li><li>5. Lógica y conjuntos.</li><li>6. Matemáticas y su didáctica I.</li></ol>	<b>SEXTO SEMESTRE</b>
<b>SEGUNDO SEMESTRE</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Filosofía de la educación II.</li><li>2. Ciencias Naturales IV.</li><li>3. Ciencias Sociales II.</li><li>4. Geometría II.</li><li>5. Analítica I.</li><li>6. Matemáticas y su didáctica VI.</li></ol>
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Psicología II.</li><li>2. Tecnología educativa II.</li><li>3. Lengua extranjera II.</li><li>4. Español II.</li><li>5. Aritmética.</li><li>6. Matemáticas y su didáctica II.</li></ol>	<b>SEPTIMO SEMESTRE</b>
<b>TERCER SEMESTRE</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Legislación educativa.</li><li>2. Historia de la educación I.</li><li>3. Ciencias Sociales III.</li><li>4. Estadística y probabilidad I.</li><li>5. Analítica II.</li><li>6. Actividades de titulación I.</li></ol>
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Psicología III.</li><li>2. Ciencias Naturales I.</li><li>3. Lengua extranjera III.</li><li>4. Español III.</li><li>5. Álgebra I.</li><li>6. Matemáticas y su didáctica III.</li></ol>	<b>OCTAVO SEMESTRE</b>
<b>CUARTO SEMESTRE</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Administración educativa.</li><li>2. Historia de la educación II.</li><li>3. Ciencias Sociales IV.</li><li>4. Estadística y probabilidad II.</li><li>5. Matemática aplicada.</li><li>6. Actividad de titulación II.</li></ol>
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Psicología IV.</li><li>2. Ciencias Naturales II.</li><li>3. Lengua extranjera IV.</li><li>4. Español IV.</li><li>5. Álgebra II.</li><li>6. Matemáticas y su didáctica IV.</li></ol>	

El plan de estudios de 1976 se conformó en cuatro años divididos en ocho semestres, en los que se distribuyen una serie de materias de cultura general, matemáticas, de carácter psicológico y pedagógico.

Así el plan de estudios señala que los estudiantes debían cursar las materias de carácter pedagógico que son: psicología I, II, III y IV, tecnología educativa I y II,

<sup>42</sup> Ibidem, pp.286-289.

matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI, filosofía de la educación I y II, legislación educativa, historia de la educación I y II, administración educativa, actividades de titulación I y II.

Y las que se identifican de cultura general: Lengua extranjera I, II, III y IV, español I, II, III y IV, ciencias naturales I, II, III y IV, ciencias sociales I, II, III y IV.

Las de matemáticas son: Lógica y conjuntos, aritmética, álgebra I y II, geometría I y II, analítica I y II, estadística y probabilidad I y II, trigonometría y matemática aplicada.

Como se puede observar del primero al sexto semestre se considera la materia de *matemáticas y su didáctica* que junto con las materias de corte psicológico y pedagógico vislumbra las bases para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos de la ENSM durante su formación docente en el área de matemáticas.

## ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MÉXICO 1984

<b>PLAN DE ESTUDIOS 1984<sup>43</sup></b>	
<p><b>PRIMER SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Taller de lectura y redacción I.</li> <li>2. Historia contemporánea de México.</li> <li>3. Comunicación educativa I.</li> <li>4. Psicología educativa I.</li> <li>5. Geometría I.</li> <li>6. Aritmética I.</li> </ol> <p><b>SEGUNDO SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Taller de lectura y redacción II.</li> <li>2. El Estado Mexicano y la Educación.</li> <li>3. Comunicación educativa II.</li> <li>4. Psicología del aprendizaje.</li> <li>5. Geometría II.</li> <li>6. Aritmética II.</li> </ol> <p><b>TERCER SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Introducción a las técnicas de investigación educativa.</li> <li>2. Didáctica general.</li> <li>3. Conocimiento del educando, (adolescente).</li> <li>4. Problemas económicos, sociales y políticos de México.</li> <li>5. Geometría III.</li> <li>6. Álgebra I.</li> </ol> <p><b>CUARTO SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Análisis del sistema educativo nacional.</li> <li>2. Tecnología educativa.</li> <li>3. Formación del educando adolescente.</li> <li>4. Técnicas de proyección de la escuela a la comunidad.</li> <li>5. Trigonometría.</li> <li>6. Álgebra II.</li> </ol> <p><b>QUINTO SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Seminario. Pedagogía comparada I.</li> <li>2. Evaluación educativa.</li> <li>3. Técnicas de acercamiento a los problemas del educando, (adolescente).</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Demografía y educación.</li> <li>5. Geometría analítica I.</li> <li>6. Álgebra superior I.</li> </ol> <p><b>SEXTO SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Seminario. Pedagogía comparada II.</li> <li>2. Diseño curricular.</li> <li>3. Laboratorio de docencia I. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética).</li> <li>4. Problemas matemáticos de la ciencia I.</li> <li>5. Geometría analítica II.</li> <li>6. Álgebra superior II.</li> </ol> <p><b>SÉPTIMO SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Taller de estadística aplicada a la educación I.</li> <li>2. Seminario de aportes de la educación mexicana a la pedagogía, (Modelos educativos contemporáneos).</li> <li>3. Laboratorio de docencia II. (El proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra).</li> <li>4. Laboratorio de docencia III. (El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y la trigonometría).</li> <li>5. Problemas matemáticos de la ciencia II.</li> <li>6. Cálculo diferencial e integral.</li> </ol> <p><b>OCTAVO SEMESTRE</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Taller de estadística aplicada a la educación II.</li> <li>2. Laboratorio de docencia IV. (El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática superior).</li> <li>3. Laboratorio de docencia V.</li> <li>4. Seminario de evolución del Conocimiento del área.</li> <li>5. Programación y computación.</li> <li>6. Curso de cálculo diferencial e integral II.</li> </ol>

<sup>43</sup>Secretaría de Educación Pública (1993). *Dirección General de Educación Normal y Actualización del Magisterio en el D. F. Programa de la Licenciatura en Matemáticas. Plan 1984*. México.

El plan de estudios 1984 se dividió en ocho semestres a lo largo de cuatro años de la licenciatura, fue integrado por las materias de matemáticas, de cultura general, social, científicas, psicológicas y pedagógicas, es decir: Instrumental: Taller de lectura y redacción I y II, comunicación educativa I y II, taller de estadística aplicada a la educación I y II. Social: Historia contemporánea de México, el Estado Mexicano y la educación, problemas económicos, sociales y políticos de México y técnicas de proyección de la escuela a la comunidad. Psicológicas: Psicología educativa y del aprendizaje, conocimientos del educando, formación del educando y técnicas de acercamiento a los problemas del educando. Pedagógicas: Introducción a las técnicas de investigación educativa, didáctica general, análisis del sistema educativo nacional, tecnología educativa, evaluación educativa, demografía y educación, seminario de pedagogía I y II, diseño curricular, seminario de aportes de la educación mexicana a la pedagogía.

Matemáticas: Programación y computación, problemas matemáticos de la ciencia I y II. Geometría I, II y III, aritmética I y II, trigonometría, álgebra I y II, álgebra superior I y II, geometría analítica I y II, cálculo diferencial e integral I y II, y seminario de evaluación del conocimiento del área y los laboratorios de docencia I. El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética, II. El proceso de enseñanza-aprendizaje del algebra, III. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y trigonometría, IV. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la materia superior y V. Laboratorio de docencia.

En este plan de estudios se puede notar que didáctica general se cursa en el tercer semestre y que del sexto al octavo semestre de la licenciatura se localiza un laboratorio de docencia que están directamente relacionado con los contenidos y procesos de enseñanza-aprendizaje del área de matemáticas.

## ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1999

<p style="text-align: center;"><b>LICENCIATURA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA PLAN 1999. ESPECIALIDAD: MATEMÁTICAS MODALIDAD ESCOLARIZADA</b></p> <p><b>PRIMER SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bases filosóficas, legales y organizativas del sistema educativo mexicano.</li> <li>2. Estrategias para el estudio y la comunicación I.</li> <li>3. Problemas y políticas de la educación básica.</li> <li>4. Propósitos y contenidos de la educación básica I. (Primaria).</li> <li>5. Desarrollo de los adolescentes I. Aspectos generales.</li> <li>6. Escuela y contexto social.</li> </ol> <p><b>SEGUNDO SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La educación en el desarrollo histórico de México I.</li> <li>2. Estrategias para el estudio y la comunicación II.</li> <li>3. La enseñanza en la escuela secundaria. Cuestiones básicas I.</li> <li>4. Introducción a la enseñanza de: Matemáticas.</li> <li>5. Propósitos y contenidos de la educación básica II. (Secundaria).</li> <li>6. Desarrollo de los adolescentes II. Crecimiento y sexualidad.</li> <li>7. Observación del proceso escolar.</li> </ol> <p><b>TERCER SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. La educación en el desarrollo histórico de México II.</li> <li>2. La enseñanza en la escuela secundaria. Cuestiones básicas II.</li> <li>3. Pensamiento algebraico.</li> <li>4. Los números y sus relaciones.</li> <li>5. La expresión oral y escrita en el proceso de enseñanza y de aprendizaje.</li> <li>6. Desarrollo de los adolescentes III. Identidad y relaciones sociales.</li> <li>7. Observación y práctica docente I.</li> </ol>	<p><b>CUARTO SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Seminario de temas selectos de historia de la pedagogía y la educación I.</li> <li>2. Figuras y cuerpos geométricos.</li> <li>3. Plano cartesiano y funciones.</li> <li>4. Procesos de cambio o variación.</li> <li>5. Planeación de la enseñanza y evaluación del aprendizaje.</li> <li>6. Desarrollo de los adolescentes IV. Proceso cognitivo.</li> <li>7. Observación y práctica docente II.</li> </ol> <p><b>QUINTO SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Seminario de temas selectos de historia de la pedagogía y la educación II.</li> <li>2. Medición y cálculo geométrico.</li> <li>3. Procesos cognitivos y cambio conceptual en matemáticas y ciencia.</li> <li>4. Escalas y semejanza.</li> <li>5. Temas selectos de álgebra, (opcional I).</li> <li>6. Atención educativa a los adolescentes en situaciones de riesgo.</li> <li>7. Observación y práctica docente III.</li> </ol> <p><b>SEXTO SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Seminario de investigación en educación matemática.</li> <li>2. Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas.</li> <li>3. Tecnología y didáctica de las matemáticas.</li> <li>4. La predicción y el azar.</li> <li>5. Presentación y tratamiento de la información.</li> <li>6. Temas selectos de matemáticas, (opcional II).</li> <li>7. Gestión escolar.</li> <li>8. Observación y práctica docente IV.</li> </ol> <p><b>SÉPTIMO SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Taller de diseño de propuestas didácticas y análisis del trabajo docente I.</li> <li>2. Trabajo docente I.</li> </ol> <p><b>OCTAVO SEMESTRE ASIGNATURAS</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Taller de diseño de propuestas didácticas y análisis del trabajo docente II.</li> <li>2. Trabajo docente II.</li> </ol>
---	---



En el plan de estudio 1999 se cursa la licenciatura en cuatro años dividido en ocho semestres y se estructura en tres campos: de formación general, formación común y formación específica.

Como se observa en el cuadro las materias que componen el campo de *formación general* son: Bases filosóficas, legales y organizativas del sistema educativo mexicano, estrategias para el estudio y la comunicación I y II, problemas y políticas de la educación básica, propósitos de la educación básica I y II, desarrollo de los adolescentes I, II, III y IV, la educación en el desarrollo histórico de México I y II, la enseñanza en la escuela secundaria (cuestiones básicas I y II), la expresión oral y escrita en el proceso de enseñanza y aprendizaje, seminario de temas selectos de historia de la pedagogía y la educación I y II, atención educativa a los adolescentes en situaciones de riesgo y gestión escolar.

En cuanto al campo de *formación común* lo integran las materias de: Observación y práctica docente I, II, III y IV, trabajo docente I y II, taller de diseño de propuestas didácticas y análisis del trabajo docente I y II.

Las materias que cubren el campo de *formación específica* son: Introducción a la enseñanza de las matemáticas, pensamiento algebraico, los números y sus relaciones, figuras y cuerpos geométricos, plano cartesiano y funciones, procesos de cambio o variación, planeación de la enseñanza y evaluación del aprendizaje, medición y cálculo geométrico, procesos cognitivos y cambio conceptual en matemáticas y ciencias, escalas y semejanza, temas selectos de álgebra, seminario de investigación en educación matemática, seminario de temas selectos de historia de las matemáticas, tecnología y didáctica de las matemáticas, la predicción y el azar, presentación y tratamiento de la información y temas selectos de matemáticas.

Las materias que hacen alusión al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas son: introducción a la enseñanza de las matemáticas, procesos cognitivos y cambio conceptual en matemáticas y ciencias, seminario de

investigación en educación matemática, seminario de temas selectos de historia de las matemáticas, tecnología y didácticas de las matemáticas.

Se aprecian grandes cambios en las materias de la especialidad de matemáticas y al igual que en los programas anteriores los procesos de enseñanza y aprendizaje aparecen desarticulados con los contenidos de las materias de matemáticas.

### **Análisis y comparaciones de los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de 1936 a 1999**

En los siguientes cuadros se presenta un contraste, específicamente de las materias relacionadas, con los contenidos de matemáticas y las consideradas pedagógicas de un plan de estudios al otro, con la finalidad de destacar los cambios; desaparecen materias, se incluyen nuevas, en otros casos se incrementa el número de materias, en algunos casos se conservan con el mismo nombre o se cambia sin alterar el contenido.

En este apartado se analizan los cambios en los planes de estudio de 1936 a 1999, específicamente en las materias de matemáticas y las pedagógicas que se relacionan con dicha especialidad. Para tener una visión clara de los programas que se comparan, la información se ha organizado en tablas.

## Comparación de las materias en los planes de estudio de la especialidad de matemáticas 1936 y 1942.

PLAN DE ESTUDIOS DEL INSTITUTO DE PREPARACIÓN DEL PROFESORADO DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1936.	PLAN DE ESTUDIOS DEL CENTRO DE PERFECCIONAMIENTO PARA PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1942.
<p>Materias pedagógicas y conexas (obligatorias).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Métodos objetivos para la estimación del aprovechamiento.</li> <li>• Técnica de la materia objeto de la especialización.</li> </ul> <p>Materias específicas de la especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial e integral.</li> <li>• Curso general de física.</li> <li>• Curso general de química.</li> <li>• Lógica.</li> <li>• Complementos de geometría plana y del espacio.</li> <li>• Estadística.</li> <li>• Cálculo práctico y nociones de nomografía.</li> <li>• Historias de las ciencias: fisicomatemáticas.</li> </ul>	<p>Materias obligatorias para todas las especialidades.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lógica y teoría del conocimiento.</li> <li>• Didáctica general.</li> </ul> <p>Materias específicas de la especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial e integral (primero y segundo curso).</li> <li>• Física general.</li> <li>• Química general.</li> <li>• Lógica y teoría del conocimiento.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Cálculo de probabilidad y elementos de estadística.</li> <li>• Técnica de la enseñanza de las matemáticas.</li> <li>• Historia de las Matemáticas.</li> </ul>

En el cuadro anterior se presentan las materias de matemáticas y como se puede observar existen cambios de un plan a otro en cuanto al surgimiento de nuevas materias como la desaparición de algunas o simplemente se modifica el nombre. Es decir, las materias de Complementos de álgebra, Trigonometría plana y esférica, Geometría descriptiva, se presentan en los planes de estudios de 1936 y 1942.

Los cambios en los nombres de algunas materias que se ofrecieron en el plan de estudios de 1936 al de 1942 son: el Curso de geometría analítica y Cálculo diferencial e integral que se transforma en dos cursos; los Cursos generales de

Física y Química, quedan como Física general y Química general; de Lógica a Lógica y teoría del conocimiento, Complementos de geometría plana y del espacio a Complementos de geometría y Estadística a Cálculo de probabilidad y elementos de estadística.

Asimismo, en los planes de estudios de 1936 para el de 1942 ya no se conservan las materias Historia de las ciencias, Cálculo práctico y nociones de nomografía, métodos objetivos para la estimación del aprovechamiento y técnica de la materia objeto de la especialización.

En el plan de estudios de 1942 se integran las materias de Técnicas de la enseñanza de las matemáticas, Historia de las matemáticas y Didáctica general.

Las materias Métodos objetivos para la estimación del aprovechamiento, Técnica general de clase y Técnica de la materia objeto de la especialización que ofreció el plan de estudios de 1936 inician el camino para formar a los alumnos de la ENSM como futuros maestros capacitados en cuanto a contenidos y procesos de enseñanza aprendizaje. Asimismo, las materias de Didáctica general, Lógica y teoría del conocimiento, Historia de las matemáticas y Técnicas de la enseñanza de las matemáticas que se ofrecen en el plan de estudios de 1942, vislumbran la importancia que tienen los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la formación de los docentes.

## Comparación de las materias en los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de 1942 a 1945.

<p>PLAN DE ESTUDIOS DEL CENTRO DE PERFECCIONAMIENTO PARA PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1942.</p> <p>Materias obligatorias para todas las especialidades.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lógica y teoría del conocimiento.</li> <li>• Didáctica general.</li> </ul> <p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial e integral (primero y segundo curso).</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Cálculo de probabilidad y elementos de estadística.</li> <li>• <i>Física general.</i></li> <li>• <i>Química general.</i></li> <li>• <i>Historia de las matemáticas.</i></li> <li>• <i>Técnica de la enseñanza de las matemáticas.</i></li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1945.</p> <p>Curso de carácter pedagógico</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica de la materia de la especialidad (un semestre).</li> <li>• Didáctica general, (un semestre).</li> </ul> <p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de aritmética.</li> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial e integral. (primero y segundo curso).</li> <li>• Complementos de trigonometría.</li> <li>• Cálculo numérico, gráfico y mecánico.</li> <li>• Cuatro materias afines a la especialidad elegidas por el alumno.</li> <li>• <i>Historia de las matemáticas.</i></li> </ul> <p>Materias de cultura general.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Teoría del conocimiento y metodología de las ciencias.</i></li> </ul>
--	---

Como se puede notar los cambios en los planes de estudio de 1942 a 1945 respecto a las materias vinculadas a los contenidos matemáticos se centran en; modificaciones de nombre como lo son: Trigonometría plana y esférica a Complementos de trigonometría; Cálculo de probabilidad y elementos de estadística a Cálculo numérico, gráfico y mecánico; Lógica y teoría del conocimiento a Teoría del conocimiento y metodología de las ciencias.

En el plan de estudios de 1942 al de 1945 se suprimen las materias de Técnicas de la enseñanza de las matemáticas, Lógica y teoría del conocimiento, Física y Química

general; se incluyen Complementos de aritmética, Didáctica de la materia de la especialidad y cuatro materias afines a la especialidad (no se cuenta con el nombre de las materias), por falta de información se desconoce si se consideran las materias del plan anterior que no aparecen explícitamente en éste.

Las materias que aparecen en ambos planes de estudio son: Complementos de álgebra, Complementos de geometría, Cálculo diferencial e integral, Geometría descriptiva, Geometría analítica, Historia de las matemáticas y didáctica general.

Es relevante observar que del plan de estudios de 1942 al de 1945 se suprime la materia de *Técnicas de la enseñanza de las matemáticas* y se integra al mapa curricular *Didáctica de la materia de la especialidad, Teoría del conocimiento y metodología de las ciencias* que junto con *Historia de las matemáticas y Didáctica general* se aprecia la importancia que tienen los métodos y técnicas en los procesos de enseñanza aprendizaje en la formación docente, es decir, el enlace entre la teoría y la práctica.

También es notable la aparición en el plan de estudios de 1945 la materia de Complementos de Aritmética.

## Comparación de las materias en los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de 1945 a 1959

PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1945.	PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1959.
<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo integral (primero y segundo curso).</li> <li>• Complementos de aritmética.</li> <li>• Complementos de trigonometría.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Cálculo numérico, gráfico y mecánico.</li> <li>• Historia de las matemáticas.</li> <li>• Cuatro materias afines a la especialidad elegidas por el alumno.</li> </ul> <p>Materias de cultura general.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Teoría del conocimiento y metodología de las ciencias.</li> </ul> <p>Curso de carácter pedagógico.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica de la materia de la especialidad (un semestre).</li> <li>• Didáctica general, (un semestre).</li> </ul>	<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Álgebra.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Geometría.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo integral (primero y segundo curso).</li> <li>• Revisión y complementos de aritmética.</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones.</li> <li>• Cálculo práctico y nomografía.</li> <li>• Física general.</li> <li>• Historia de las matemáticas.</li> <li>• Didáctica de la especialidad (primero y segundo curso).</li> <li>• Materia optativa de la especialidad</li> <li>• Didáctica general</li> <li>• Materias pedagogía optativa</li> </ul> <p>Materias optativas de la especialidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Elementos de mecánica general y aplicaciones fundamentales.</i></li> <li>• <i>Conceptos fundamentales de las matemáticas.</i></li> <li>• <i>Química general.</i></li> <li>• <i>Cosmografía.</i></li> <li>• <i>Introducción a la estadística matemática</i></li> </ul>

Se puede apreciar en el cuadro anterior los cambios en los planes de estudios de 1945 a 1959 son: la materia Complementos de aritmética cambia a Revisión y complementos de aritmética; Complementos de trigonometría a Trigonometría plana y esférica; Geometría descriptiva a Elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones; Cálculo numérico, gráfico y mecánico a Cálculo práctico y nomografía; Didáctica de la materia de la especialidad a Didáctica de la especialidad (dos cursos).

En el plan de estudios de 1945 al de 1959, desaparece la materia de Teoría del conocimiento y metodología de las ciencias. Se incrementa Geometría, Álgebra, Materia pedagógica optativa y aparece nuevamente Física y Química general.

Las materias que aparecen en ambos planes de estudio de 1945 y 1959 son: Complementos de álgebra, Complementos de geometría, Geometría analítica, Cálculo integral, Didáctica general e Historia de las matemáticas.

Hasta el plan de estudios de 1959 *Historia de las matemáticas y Didáctica de la especialidad* son materias que vislumbran bases en los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y junto con todas las materias de corte pedagógico, cultura general y de la especialidad que integra dicho plan de estudios.



## Comparación de las materias en los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de 1959 a 1976

PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1959.	PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1976.
<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometría.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones.</li> <li>• Álgebra.</li> <li>• Complementos de algebra.</li> <li>• Revisión y complementos de aritmética.</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial (primer curso).</li> <li>• Geometría analítica y cálculo integral (segundo curso).</li> <li>• Física general.</li> <li>• Cálculo práctico y nomografía.</li> <li>• Materia pedagógica optativa.</li> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Didáctica de la especialidad (primer curso).</li> <li>• Didáctica de la especialidad (segundo curso).</li> <li>• Historia de las matemáticas.</li> </ul> <p>Materias optativas de la especialidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos de mecánica general y aplicaciones fundamentales.</li> <li>• Conceptos fundamentales de las matemáticas.</li> <li>• <i>Química general.</i></li> <li>• Cosmografía.</li> <li>• Introducción a la estadística matemática.</li> </ul>	<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometría I.</li> <li>• Álgebra I.</li> <li>• Álgebra II.</li> <li>• Aritmética.</li> <li>• Trigonometría.</li> <li>• Analítica I.</li> <li>• Analítica II.</li> <li>• Estadística y probabilidad I.</li> <li>• Estadística y probabilidad II.</li> <li>• Lógica y conjuntos.</li> <li>• Matemática aplicada.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica I.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica II.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica III.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica IV.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica V.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica VI.</li> </ul>

Los cambios en el plan de estudios de matemáticas de 1959 a 1976 son varios tanto en la supresión, sustitución e incremento de materias.

Así, el plan de estudios de 1959 ofreció las materias de Geometría, Complementos de geometría, Elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones, y con el plan de estudios de 1976 se brindó Geometría I.

Otros cambios son: Complementos de álgebra a Álgebra I y II; de Revisión y complementos de aritmética a Aritmética; de Trigonometría plana y esférica a Trigonometría; de Didáctica de la especialidad (primero y segundo curso) a Matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI, de Geometría analítica y cálculo diferencial (primero y segundo curso) a Analítica I y II.

Del plan de estudios de 1959 al de 1976 se suprime Física general, Cálculo práctico y Nomografía, Historia de las matemáticas y las materias optativa de la especialidad. Se incrementan las materias de Estadística y probabilidad I y II, Lógica y conjuntos, y Matemática aplicada.

Como se puede observar en el plan de estudios de 1976 la aparición de Matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI dejan ver la importancia que tiene la formación docente en este ámbito, así como el bagaje de conocimiento y manejo de los contenidos matemáticos a un nivel medio superior.

Cabe destacar que en este plan de estudios se suprime Historia de las matemáticas la cual se ofreció desde 1942 y aparece Historia de la educación I y II.

## Comparación de las materias en los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de 1976 a 1984

PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1976.	PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1984.
<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometría I.</li>   <li>• Analítica I.</li> <li>• Analítica II.</li> <li>• Trigonometría.</li>   <li>• Álgebra I.</li> <li>• Álgebra II.</li>   <li>• Aritmética.</li>   <li>• Estadística y probabilidad I.</li> <li>• Estadística y probabilidad II.</li>   <li>• Lógica y conjuntos.</li> <li>• Matemática aplicada.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica I.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica II.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica III.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica IV.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica V.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica VI.</li> </ul>	<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometría I.</li> <li>• Geometría II.</li> <li>• Geometría III.</li> <li>• Geometría analítica I.</li> <li>• Geometría analítica II.</li> <li>• Trigonometría.</li> <li>• Laboratorio de docencia III. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría y la trigonometría).</li> <li>• Álgebra I.</li> <li>• Álgebra II.</li> <li>• Álgebra superior I.</li> <li>• Álgebra superior II.</li> <li>• Laboratorio de docencia II. (El proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra).</li> <li>• Aritmética I.</li> <li>• Aritmética II.</li> <li>• Laboratorio de docencia I. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética).</li> <li>• Estadística aplicada a la educación I.</li> <li>• Taller de estadística aplicada a la educación I y II.</li> <li>• Laboratorio de docencia IV. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática superior).</li> <li>• Cálculo diferencial e integral.</li> <li>• Cálculo diferencial e integral II.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia I.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia II.</li> <li>• Laboratorio de docencia V.</li> <li>• Programación y computación.</li> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Introducción a las técnicas de investigación educativa.</li> <li>• Seminario de evolución del conocimiento del área.</li> <li>• Seminario. Pedagogía comparada I y II</li> <li>• Seminario de aportes de la educación mexicana a la pedagogía, (modelos educativos contemporáneos).</li> </ul>

En los planes de estudio de 1976 y 1984 hay cambios muy trascendentales en las materias que se ofrecen, estos son: De Geometría I a Geometría I, II, III; Analítica I y II a Geometría analítica I y II; Álgebra I y II a Álgebra superior I y II; Aritmética a Aritmética I y II; Estadística y probabilidad I y II a Estadística aplicada a la educación I y Taller de estadística aplicada a la educación II.

Desaparece las materias del plan de estudios de 1976 al de 1984 Lógica y conjuntos, Matemática aplicada y Matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI. Para el plan de estudios de 1984 surgen Laboratorio de docencia I. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética). Laboratorio de docencia II. (El proceso enseñanza-aprendizaje del algebra). Laboratorio de docencia III. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría y la trigonometría). Laboratorio de docencia IV. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática superior). Laboratorio de docencia V (Práctica docente). También se incrementa Cálculo diferencial e integral, Cálculo diferencial e integral II, Problemas matemáticos de la ciencia I y II, Programación y computación, Seminario de evolución del conocimiento del área, Introducción a las técnicas de investigación educativa, Pedagogía comparada (seminario I y II), y Seminario de aportes de la educación mexicana a la pedagogía, (modelos educativos contemporáneos).

Es relevante notar que para este plan de estudios (1984) reaparece Didáctica general.

Como se puede apreciar los laboratorios de docencia en el plan de estudios de 1984 están directamente relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, brindando herramientas en la formación de los estudiantes de la ENSM.

## Comparación de las materias en los planes de estudio de la especialidad de matemáticas de 1984 a 1999

PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1984.	PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1999.
<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aritmética I.</li> <li>• Aritmética II.</li> <li>• Laboratorio de docencia I. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética).</li> <li>• Álgebra I.</li> <li>• Álgebra II.</li> <li>• Álgebra superior I.</li> <li>• Álgebra superior II.</li> <li>• Laboratorio de docencia II. (El proceso enseñanza-aprendizaje del algebra).</li> <li>• Geometría I.</li> <li>• Geometría II.</li> <li>• Geometría III.</li> <li>• Geometría analítica I.</li> <li>• Geometría analítica II.</li> <li>• Trigonometría.</li> <li>• Laboratorio de docencia III. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría y la trigonometría).</li> <li>• Estadística aplicada a la educación I.</li> <li>• Taller de estadística aplicada a la educación II.</li> <li>• Programación y computación.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia I.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia II.</li> <li>• Laboratorio de docencia IV. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática superior).</li> <li>• Cálculo diferencial e integral.</li> <li>• Cálculo diferencial e integral II.</li> <li>• Laboratorio de docencia V.</li> <li>• Seminario de evolución del conocimiento del área.</li> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Introducción a las técnicas de investigación educativa.</li> <li>• Seminario. Pedagogía comparada I y II.</li> <li>• Seminario de aportes de la educación mexicana a la pedagogía, (modelos educativos contemporáneos).</li> </ul>	<p>Materias específicas de la Especialidad en matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los números y sus relaciones.</li> <li>• Pensamiento algebraico.</li> <li>• Figuras y cuerpos geométricos.</li> <li>• Medición y cálculo geométrico.</li> <li>• Escalas y semejanza.</li> <li>• Plano cartesiano y funciones.</li> <li>• Proceso de cambios o variación.</li> <li>• Presentación y tratamiento de la información.</li> <li>• La predicción y el azar.</li> <li>• Procesos cognitivos y cambio conceptuales en matemáticas y ciencia.</li> <li>• Tecnología y didáctica de las matemáticas.</li> <li>• Seminario de investigación en educación matemática.</li> <li>• Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas.</li> <li>• Introducción a la enseñanza de las matemáticas.</li> <li>• Opcional I.</li> <li>• Opcional II.</li> <li>• Taller de diseño de propuestas didácticas y análisis del trabajo docente I y II.</li> <li>• Trabajo docente I y II.</li> </ul>

Del plan de estudios de 1984 al de 1999, existen grandes cambios en el mapa curricular, como se puede observar en el cuadro anterior, se reducen en gran medida los conocimientos específicos de matemáticas.

Asimismo, en el plan de estudios de 1984 se ofrecía: Álgebra I y II, Álgebra superior I y II, Laboratorio de docencia II (El proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra), y en 1999 desaparecen del mapa curricular y sólo se ofrece Pensamiento algebraico.

En 1984 también se ofrecían Conocimientos de geometría I, II y III, Geometría analítica I y II, también desaparecen del mapa curricular de 1999 y sólo se brindan Figuras y cuerpos Geométricos y Medición y Cálculo geométrico.

Se puede notar en el cuadro anterior que las materias de Trigonometría, Laboratorio de docencia III (El proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría y la trigonometría), Aritmética I y II, Laboratorio de docencia I (El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética), Estadística aplicada a la educación I, Taller de estadística aplicada a la educación II, Laboratorio de docencia IV (El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática superior), Cálculo diferencial e integral I y II, Problemas matemáticos de la ciencia I y II, Laboratorio de docencia V, Programación y computación y Seminario de evolución del conocimiento del área, Introducción a las técnicas de investigación educativa, Pedagogía comparada (seminario I y II), y Seminario de aportes de la educación mexicana a la pedagogía (modelos educativos contemporáneos), dichas materias que conforman el plan de estudios de 1984 desaparecen y en plan de estudios de 1999 se ofrece Escalas y semejanza, Plano cartesiano y funciones, Los números y sus relaciones, Tecnología y didáctica de las matemáticas, Proceso de cambios o variación, Procesos cognitivos y cambio conceptuales en matemáticas y Ciencia, seminario de investigación en educación matemática, Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas, La predicción y el azar, Presentación y tratamiento de la información, Opcional I y II, Introducción a la enseñanza de las matemáticas.

Como se puede observar en el plan de estudios de 1999 se eliminan materias relacionadas directamente con los conocimientos matemáticos, así como varias que se relacionan con los procesos de enseñanza-aprendizaje. Asimismo, en este plan de estudios se incluyen materias que dirigen directamente a conocer al adolescente, puesto que su área de trabajo será frente a alumnos de secundaria.

### **Conclusiones del capítulo**

Como conclusión se muestran tres cuadros donde se agrupan las materias de la siguiente manera: las materias relacionadas con los contenidos de matemáticas, las que se enfocan en abordar los problemas de enseñanza y aprendizaje de la especialidad, en este caso las de pedagogía de la especialidad y las de corte psicológico y pedagógico relacionadas con el proceso cognitivo de los adolescentes, de manera general.

**MATERIAS ESPECÍFICAS DE LA ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS.**

1936	1942	1945	1959	1976	1984	1999
<p>PLAN DE ESTUDIOS DEL INSTITUTO DE PREPARACIÓN DEL PROFESORADO DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1936.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial e integral.</li> <li>• Curso general de física.</li> <li>• Curso general de química.</li> <li>• Lógica.</li> <li>• Complementos de geometría plana y del espacio.</li> <li>• Estadística.</li> <li>• Cálculo práctico y nociones de nomografía.</li> </ul> <p>Historias de las ciencias: a) fisicomatemáticas.</p>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DEL CENTRO DE PERFECCIONAMIENTO PARA PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1942</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial e integral (primero y segundo curso).</li> <li>• Física general.</li> <li>• Química general.</li> <li>• Lógica y teoría del conocimiento.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Cálculo de probabilidad y elementos de estadística.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1945</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Complementos de aritmética.</li> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Geometría descriptiva.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo diferencial e integral. (primero y segundo curso).</li> <li>• Complementos de trigonometría.</li> <li>• Cálculo numérico, gráfico y mecánico.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1959</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisión y complementos de aritmética.</li> <li>• Complementos de álgebra.</li> <li>• Álgebra.</li> <li>• Complementos de geometría.</li> <li>• Geometría.</li> <li>• Geometría analítica y cálculo integral (primero y segundo curso).</li> <li>• Trigonometría plana y esférica.</li> <li>• Elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones.</li> <li>• Cálculo práctico y nomografía.</li> <li>• Física general.</li> </ul> <p>Materias optativas de la especialidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Elementos de mecánica general y aplicaciones fundamentales.</i></li> <li>• <i>Conceptos fundamentales de las matemáticas.</i></li> <li>• <i>Química general.</i></li> <li>• <i>Cosmografía.</i></li> </ul> <p><i>Introducción a la estadística matemática.</i></p>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1976</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aritmética.</li> <li>• Geometría I.</li> <li>• Álgebra I.</li> <li>• Álgebra II.</li> <li>• Trigonometría.</li> <li>• Analítica I.</li> <li>• Analítica II.</li> <li>• Estadística y probabilidad I.</li> <li>• Estadística y probabilidad II.</li> <li>• Lógica y conjuntos.</li> <li>• Matemática aplicada.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1984</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Geometría I.</li> <li>• Geometría II.</li> <li>• Geometría III.</li> <li>• Geometría analítica I.</li> <li>• Geometría analítica II.</li> <li>• Trigonometría.</li> <li>• Álgebra I.</li> <li>• Álgebra II.</li> <li>• Álgebra superior I.</li> <li>• Álgebra superior II.</li> <li>• Aritmética I.</li> <li>• Aritmética II.</li> <li>• Estadística aplicada a la educación I.</li> <li>• Taller de estadística aplicada a la educación I y II.</li> <li>• Cálculo diferencial e integral.</li> <li>• Cálculo diferencial e integral II.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia I.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia II.</li> <li>• Programación y computación.</li> <li>• Laboratorio de docencia I, II, III, IV y V</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1999</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los números y sus relaciones.</li> <li>• Pensamiento algebraico.</li> <li>• Figuras y cuerpos geométricos.</li> <li>• Medición y cálculo geométrico.</li> <li>• Escalas y semejanza.</li> <li>• Plano cartesiano y funciones.</li> <li>• Proceso de cambios o variación.</li> <li>• Presentación y tratamiento de la información.</li> <li>• La predicción y el azar.</li> <li>• Opcional I.</li> <li>• Opcional II.</li> </ul>



Como se puede observar los cambios realizados en los siete planes de estudio que se han implementado en la ENSM han sido constantes y diversos. Asimismo, se aprecia que hay materias que se consideran desde el primer plan de estudios de matemáticas de 1936 al de 1999, como es el caso de la materia de *Álgebra* que aparece en los siete planes de estudios de la ENSM, es decir desde sus inicios en 1936 hasta 1999. Así, en los tres primeros planes de estudios de 1936, 1942 y 1945 se ofreció Complementos de álgebra. En el cuarto plan de estudios e 1959 se continuó impartiendo Complementos de álgebra y se agregó Álgebra. En el quinto plan de estudios de 1976 se consideran las materias de Álgebra I y II. En el sexto plan de estudios de 1984 se brindó Álgebra I y II, Álgebra superior I y II y Laboratorio de docencia II (El proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra). Finalmente, en el séptimo plan de estudios de 1999 se ofrece Pensamiento algebraico.

En el caso de *Aritmética* no aparece en los planes de 1936 y 1942, surge hasta 1945 con el nombre de Complementos de aritmética, después en 1959 aparece con el nombre de Revisión y complementos de aritmética, en 1976 Aritmética, en 1984 Aritmética I y II y finalmente en 1999 Los números y sus relaciones.

Con respecto a *Geometría*, aparece en todos los planes estudio de la ENSM, varía el nombre, como fue el caso de otras materias. Así en el primer plan de estudios de matemáticas en 1936 se incluyó el curso de Complementos de geometría plana y del espacio, Geometría descriptiva y Geometría analítica y cálculo diferencial e integral; para el segundo plan de estudios en 1942 vuelve a parecer Geometría descriptiva, Geometría analítica y cálculo diferencial e integral dos cursos) y Complementos de geometría. En el tercer plan de estudios en 1945 se considera nuevamente las materias de Complementos de geometría y Geometría analítica y cálculo diferencial e integral (dos cursos) y Geometría descriptiva. En el cuarto plan de estudios en 1959 se sigue conservando la materia de Complementos de geometría y Geometría analítica y cálculo integral (dos cursos), se agrega Geometría y Elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones. En el quinto plan de estudios en 1976 se imparte la materia de Geometría I. En el sexto plan de estudios de 1984 se

incrementan las materias de Geometría I, II y III, Geometría analítica I y II y Laboratorio de docencia III “El proceso de E-A de la geometría y la trigonometría”. Finalmente, en el séptimo plan de estudios de 1999 se imparten las materias de Figuras, y cuerpos geométricos y Medición y cálculo geométricos.

Otra de las materias que se considera en los planes de estudio de matemáticas desde sus inicios de la es ENSM es *Trigonometría*, la cual aparece en los dos primeros planes de estudios de 1936 y 1942 con el nombre de Trigonometría plana y esférica. En el tercer plan de estudios de 1945 se ofreció la materia de Complementos de trigonometría. En el cuarto plan de estudios de 1959 se retoma la materia de Trigonometría plana y esférica. En el quinto plan de estudios de 1976 se impartió la materia de Trigonometría. En el sexto plan de estudios de 1984 se continúa impartiendo la materia de Trigonometría y se agrega el Laboratorio de docencia III (El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría y la trigonometría). En el séptimo plan de estudios de 1999 no se contempla la materia de trigonometría y se puede apreciar que en dicho plan de estudios surgen las materias de Procesos de cambio o variación y Plano cartesiano y funciones.

Por su parte la materia de *Cálculo* se considera en cinco planes de estudio de matemáticas, en el primer plan de estudios de 1936 se ofreció la materia de Cálculo práctico y nociones de nomografía. Durante el tercer plan de estudios de 1945 se dio Geometría analítica y cálculo integral (dos cursos) y Cálculo numérico, gráfico y mecánico. En el cuarto plan de estudios de 1959 se impartió Cálculo práctico y nomografía. En el sexto plan de estudios de 1984 aparece la materia de Cálculo diferencial e integral I y II. En el séptimo plan de estudios de 1999 se, se incluye como materia optativa y los docentes tienen la decisión de impartir cálculo u otra materia. Asimismo, se puede observar que en el segundo y quinto plan de estudios no se impartió ninguna materia relacionada con cálculo.

En cuanto a la materia de *Lógica* se contempló en el primer plan de estudios de 1936. En el segundo plan de estudios de 1942 se impartió *Lógica y teoría del conocimiento*. En el quinto plan de estudios de 1976 se ofreció *Lógica y conjuntos*. Dicha materia de *Lógica* no se considera en los planes de estudio de 1945, 1959, 1984 y 1999.

Las materias de *Estadística* y *Probabilidad* se consideran de la siguiente manera: en el primer plan de estudios de 1936 se imparte *Estadística*, en 1942 se imparte *Cálculo de probabilidad y elementos de estadística*, en 1959 la materia de *Cosmografía. Introducción a la estadística matemática* es considerada como *Materia Optativa de la Especialidad*. En el quinto plan de estudios de 1976 se incluyen las materias de *Estadística y probabilidad I* y *Estadística y probabilidad II*. En el sexto plan de estudios de 1984 se ofreció *Estadística aplicada a la educación I* y *Taller de estadística aplicada a la educación I y II*, en 1999 se imparten las materias, *Presentación y tratamiento de la información* y *La predicción y el azar*

También podemos observar, en la siguiente tabla, en los planes de estudio de la ENSM las materias de matemáticas que se ligan con los procesos de enseñanza aprendizaje.

**MATERIAS RELACIONADAS CON LAS MATEMÁTICAS Y PEDAGOGÍA.**

1936	1942	1945	1959	1976	1984	1999
<p>PLAN DE ESTUDIOS DEL INSTITUTO DE PREPARACIÓN DEL PROFESORADO DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1936.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Técnica de la materia objeto de la especialización.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DEL CENTRO DE PERFECCIONAMIENTO PARA PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1942</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Historia de las matemáticas.</li> <li>• Técnica de la enseñanza de las matemáticas.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1945</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general, (un semestre).</li> <li>• Historia de las matemáticas.</li> <li>• Didáctica de la materia de la especialidad (un semestre).</li> </ul> <p>Materias de cultura general.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Teoría del conocimiento y metodología de las ciencias.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1959</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Historia de las matemáticas.</li> <li>• Didáctica de la especialidad (primero y segundo curso).</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1976</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Matemáticas y su didáctica I.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica II.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica III.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica IV.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica V.</li> <li>• Matemáticas y su didáctica VI.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1984</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Laboratorio de docencia I. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética).</li> <li>• Laboratorio de docencia II. (El proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra).</li> <li>• Laboratorio de docencia III. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría y la trigonometría).</li> <li>• Laboratorio de docencia IV. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática superior).</li> <li>• Laboratorio de docencia V.</li> <li>• Seminario de evolución del conocimiento del área.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1999</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducción a la enseñanza de las matemáticas.</li> <li>• Pensamiento algebraico.</li> <li>• Procesos cognitivos y cambios conceptuales en matemáticas y ciencia.</li> <li>• Tecnología y didáctica de las matemáticas.</li> <li>• Seminario de investigación en educación matemática.</li> <li>• Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas.</li> </ul>

A partir del plan de estudios de 1936 se observa la materia de Técnica de la materia objeto de la especialidad. En el plan de estudios de 1942 se estructura el plan de matemáticas incorporando materias relacionadas directamente con el proceso de enseñanza de las matemáticas como lo es Técnicas de la enseñanza de las matemáticas, Historia de las matemáticas y Didáctica general. En los planes de estudio de 1945 y 1959 también se consideran las materias de Historia de las matemáticas, Didáctica general y se agrega Didáctica de la especialidad. En el siguiente plan de estudios de 1976 se ofreció las materias de Matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI.

Para el plan de estudios de 1984 se contemplan los Laboratorios de docencia I, II, III, IV y V, también se aprecia el Seminario de evolución del conocimiento del área.

Como se puede observar en el cuadro anterior la materia de Didáctica general se considera a partir del primer plan de estudios dejando entrever que los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas son de suma importancia, y es necesario que durante la formación de los alumnos de la ENSM se capaciten en los métodos, técnicas además de los conocimientos de matemáticas.

Se puede notar que la materia de Didáctica general se considera en los planes de estudio de matemáticas de 1942, 1945, 1959 y da un salto hasta 1984. En ese intervalo está el plan de estudios de 1976 donde se comienza a relacionar las materias de didáctica general con las matemáticas, es decir, en dicho plan de estudios se impartió Matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI. En el siguiente plan de estudios de 1984, se suprimen las Matemáticas y su didáctica y se ofrecen nuevamente Didáctica general y los Laboratorios de docencia I, II, III, IV y V los cuales especifican los procesos de enseñanza aprendizaje en los diferentes contenidos matemáticos como, aritmética, algebra, geometría y trigonometría y matemática superior. Estos laboratorios de docencia fueron suprimidos en el plan de estudios de 1999 y se sustituyeron por las materias de Introducción a la enseñanza

de las matemáticas, pensamiento algebraico Procesos cognitivos y cambios conceptuales en matemáticas y ciencias y Tecnología y didáctica de las matemáticas.

Cabe destacar que en los planes de estudio de 1976 y 1984 las “matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI” como los “laboratorios de docencia I, II, III, IV y V” marcan una estrecha relación entre la didáctica y las matemáticas, dejando ver la importancia que existe en los procesos de enseñanza aprendizajes en el ámbito de las matemáticas.

En el plan de estudios de 1999, se puede notar un cambio trascendental en su estructura, se reducen notablemente las materias de contenidos matemáticos y se incrementan materias de corte pedagógico. A partir del segundo semestre se da inicio con materias de matemáticas como Introducción a la enseñanza de matemáticas, en los posteriores semestres se continúa con Pensamiento algebraico, Procesos cognitivos y cambio conceptual en matemáticas y ciencia, Tecnología y didáctica de las matemáticas, Seminario de investigación en educación matemática y Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas.

En el plan de estudios de 1984 se imparten dos seminarios. El primero es Seminario de evolución del conocimiento del área el cual se enfocan a la historia de las matemáticas como es en Oriente, Grecia, Edad media, el Renacimiento, Edad moderna y Etapa contemporánea. Así en el siguiente plan de estudios de 1999 también se imparten el Seminario de investigación en educación matemática el cual se enfoca en Visión general de la investigación en didáctica de la matemática, Algunos aportes de la investigación en educación matemática para el nivel de secundaria y Análisis, experimentación y observación de actividades de estudio. El segundo es Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas.

MATERIAS PEDAGÓGICAS Y CONEXAS						
1936	1942	1945	1959	1976	1984	1999
<p>PLAN DE ESTUDIOS DEL INSTITUTO DE PREPARACIÓN DEL PROFESORADO DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1936.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Psicología general.</li> <li>• Psicología de la adolescencia.</li> <li>• Medición de las aptitudes mentales y sus relaciones con la orientación vocacional.</li> <li>• Métodos objetivos para la estimación del aprovechamiento.</li> <li>• La educación y sus relaciones con el régimen social.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DEL CENTRO DE PERFECCIONAMIENTO O PARA PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA 1942</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Psicología general.</li> <li>• Psicología y educación de la adolescencia.</li> <li>• Lógica y teoría del conocimiento.</li> <li>• Mediciones mentales y pedagógicas y orientación vocacional.</li> <li>• Práctica docente en escuelas secundarias.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1945</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general, (un semestre).</li> <li>• Conocimiento de los adolescentes.</li> <li>• Educación de los adolescentes.</li> <li>• Orientación profesional y psicotécnica pedagógica.</li> <li>• Historia de los sistemas educativos de la segunda enseñanza.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1959</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Psicotécnica pedagógica.</li> <li>• Conocimiento de los adolescentes.</li> <li>• Educación de los adolescentes.</li> <li>• Materia pedagógica optativa.</li> <li>• Política educativa de México.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1976</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Psicología I, II, III y IV.</li> <li>• Tecnología educativa I y II.</li> <li>• Filosofía de la educación I y II.</li> <li>• Legislación educativa.</li> <li>• Historia de la educación I y II.</li> <li>• Administración educativa.</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1984</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Didáctica general.</li> <li>• Psicología educativa I.</li> <li>• Psicología del aprendizaje.</li> <li>• Seminario. Pedagogía comparada I y II.</li> <li>• Seminario de aportes de la educación mexicana a la pedagogía, (modelos educativos contemporáneos).</li> <li>• Análisis del sistema educativo nacional.</li> <li>• Evaluación educativa.</li> <li>• Demografía y educación.</li> <li>• Introducción a las técnicas de investigación educativa.</li> <li>• Comunicación educativa I y II.</li> <li>• Conocimiento del educando (adolescente).</li> <li>• Técnicas de acercamiento a los problemas del educando, (adolescente).</li> <li>• Formación del</li> </ul>	<p>PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1999</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de los adolescentes: I. aspectos generales. II. Crecimiento y sexualidad. III. Identidad y relaciones sociales. IV. Proceso cognitivo.</li> <li>• Atención educativa a los adolescentes en situaciones de riesgo.</li> <li>• Seminario de temas selectos de historia de la pedagogía I y II.</li> <li>• Planeación de la enseñanza y evaluación del aprendizaje.</li> <li>• Estrategias para el estudio y la comunicación I y II.</li> <li>• Bases filosóficas, legales y organizativas del sistema educativo mexicano.</li> <li>• Problemas y políticas de la educación básica.</li> <li>• Escuela y contexto social.</li> <li>• La educación en el desarrollo histórico de México I.</li> </ul>

					<p>educando adolescente.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseño curricular.</li> <li>• Tecnología educativa.</li> <li>• Técnicas de proyección de la escuela a la comunidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La enseñanza en la escuela secundaria. Cuestiones básicas I y II.</li> <li>• Propósitos y contenidos de la educación básica I (primaria) y II (secundaria).</li> <li>• Observación del proceso escolar.</li> <li>• Gestión escolar.</li> <li>• Observación y práctica docente I, II, III y IV.</li> <li>• Taller de diseño de propuestas didácticas y análisis del trabajo docente I y II.</li> <li>• Trabajo docente I y II.</li> </ul>
--	--	--	--	--	--	---



De la misma manera que en los casos anteriores, también son de suma importancia las materias de corte pedagógico que orientan los procesos de enseñanza-aprendizaje, de manera general. Se puede advertir que las materias pedagógicas y psicológicas forman parte del curriculum a partir del primer plan de estudios de 1936, las cuales se fueron modificando a lo largo de la historia. Así, se puede observar que las materias de Psicología se consideran en los planes de estudio de 1936, 1942, 1945, 1959, 1976 y 1984. En los distintos planes se ofrecieron con diferente nombre como fue Psicología general, Psicología de la adolescencia, Psicología y educación de la adolescencia, Psicotécnica pedagógica, Psicología educativa, Psicología del aprendizaje y simplemente Psicología. Dichas materias de psicología se suprimieron en los planes de estudio de 1945 y 1999.

También se puede observar en los cuadros señalados que a partir del primer plan de estudios de la ENSM se consideraron materias relacionadas con el conocimiento del adolescente. En 1936, 1942, 1945, 1959, 1984 y 1999 existen materias directamente relacionadas con el educando adolescente, como lo son Psicología de la adolescencia, Psicología y educación de la adolescencia, Conocimientos de los adolescentes, Educación de los adolescentes, Formación del educando adolescente, Técnicas de acercamiento a los problemas del educando (adolescente), y Desarrollo de los adolescentes I, II, III y IV.

Otra de las materias que predominó en los planes de estudio de 1942, 1945, 1959 y 1984 fue Didáctica general, también se contempló en el mapa curricular de 1945 y 1959 Didáctica de la especialidad, para el plan de estudios de 1999 se considera como Tecnología y didáctica de las matemáticas. Como se puede observar que dicha materia no aparece en 1936 y 1976.

Cabe mencionar que dentro de las materias pedagógicas están consideradas las psicológicas y todas las materias que refieren a los adolescentes. Si bien dichas materias vislumbran la importancia del conocimiento de la materia prima (adolescente), también es de relevancia contar con conocimientos que permitan

relacionar la teoría con la práctica en el campo de la especialidad en este caso de matemáticas.

A lo largo de la historia de la ENSM han surgido varias reestructuras en los planes y programas, lo cual, permiten observar la necesidad de brindar a los estudiantes de dicha institución una formación sólida tanto en contenidos matemáticos como pedagógicos que les permita un desarrollo integral en su labor docente.

## **Capítulo V. Análisis de los planes y programas de estudio de matemáticas de 1984 y 1999.**

El quinto capítulo se centra en el análisis de los planes y programas de estudio de matemáticas de la ENSM de 1984 y 1999 en los que se identifica y diferencia los alcances a lograr por cada uno de los planes de estudio.

Posteriormente bajo el plan de estudios de 1999 se realiza un seguimiento dentro de las aulas de la ENSM de los cursos *Figuras y cuerpos geométricos; Opcional I; Pensamiento algebraico y La predicción y el azar* desarrollado por docentes de dicha institución.

Finalmente se presentan las conclusiones del capítulo.

### **Planes de estudio de 1984 y 1999.**

En el curriculum se determinan objetivos, propósitos, contenidos, conocimientos, habilidades, estrategias, métodos, tiempo, así como el perfil de egreso que se pretenden lograr en la población a la que va dirigido. Igualmente, Cesar Coll menciona que en el “curriculum se concretan principios de índole diversas como lo son los ideológicos, pedagógicos, psicopedagógicos”<sup>44</sup>.

El plan y programa de estudio de la ENSM permite vislumbrar el perfil profesional, de los estudiantes normalistas, por lo que es sustancial analizar la estructura del curriculum.

---

<sup>44</sup> Ir a la página 62 del presente trabajo.

En 1984 el secretario de Educación Pública, Jesús Reyes Heróles efectuó una reestructuración académica y administrativa de la ENSM en la que se establecen los objetivos del plan de estudios los cuales son:

1. Formar licenciados en educación media y normal.
2. Ofrecer al magisterio de educación media normal una formación académica de posgrado especializados.
3. Formar investigadores en educación para los diferentes tipos y modalidades del sistema educativo.
4. Realizar y promover investigación y experimentación educativa en relación con la educación media y normal.
5. Orientar su desarrollo con base en los resultados de un sistema de evaluación institucional permanente.
6. Promover programas de intercambio académico con instituciones nacionales, extranjeras e internacionales de educación superior y otros.<sup>45</sup>

De acuerdo con las disposiciones de la Ley General de Educación, en 1999 da inicio el nuevo plan de estudios para la ENSM. Este plan forma parte del Programa para la Transformación y el fortalecimiento Académico de las Escuelas Normales desarrollado por la Secretaría de Educación Pública.

El plan de estudios de 1999 marca como uno de los propósitos principales “propiciar que el futuro maestro adquiriera un mayor conocimiento y más capacidad de comprensión de los procesos de desarrollo de los adolescentes mexicanos, así como de la relación entre esos procesos y la experiencia escolar en la escuela secundaria”<sup>46</sup>. Por tal motivo la adquisición de conocimientos matemáticos como pedagógica es esencial en el conocimiento de los estudiantes normalistas, siendo

---

<sup>45</sup> Plan de reestructuración de la ENSM, 1984. (Citado en Meneses 1998, p. 335).

<sup>46</sup> Secretaría de Educación Pública (2010). *Plan de estudios 1999. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. Cuarta reimpresión. México. p. 35

que tendrán a su cargo una población conformada por adolescentes, a los que tendrán que incorporar a los procesos de enseñanza-aprendizaje.

También el plan de estudios 1999, enuncia que la formación profesional de maestros en educación secundaria debe cubrir tres campos: formación general, formación común a todos los licenciados en educación secundaria y formación específica.

El campo de formación general incluye las asignaturas de conocimiento de las bases filosóficas, legales y organizativas del sistema educativo mexicano; problemas y políticas de la educación básica; la educación en el desarrollo histórico de México; temas selectos de historia de la pedagogía y la educación y estrategias para el estudio y la comunicación.

Asimismo, el campo de formación común se agrupan las asignaturas referidas al desarrollo de los adolescentes y al conocimiento de la educación secundaria y del funcionamiento real de las escuelas.

Para fortalecer la formación de los estudiantes normalistas se contemplan dos espacios en el mapa curricular denominados opcionales, cuyo contenido será definido en cada plantel.

Con respecto a la formación específica, se contemplan las asignaturas que corresponden al conocimiento de las disciplinas científicas que forman parte del plan de estudios de la educación secundaria y que definen las especialidades ofrecidas por las escuelas normales superiores.

Las asignaturas y cursos considerados en este campo responden a los siguientes criterios:

1. Los contenidos científicos de cada disciplina que se incluyan en el plan de estudios serán aquellos que aseguren que el futuro maestro podrá enseñar, con el

adecuado dominio, las asignaturas de la educación secundaria que correspondan a su especialidad.

2. La formación adquirida en las disciplinas científicas constituirá un marco fundamental y sistemático, que le permita al futuro maestro profundizar de manera autónoma y continua su formación científica y mantenerla actualizada en relación con el desenvolvimiento de las ciencias, en especial con los avances que tienen impacto relativo a la enseñanza secundaria.

3. En el aprendizaje de contenidos científicos, cuando éstos se relacionan directamente con temas comprendidos en los programas de la educación secundaria, el estudiante deberá explorar las formas y recursos didácticos que podría utilizar para enseñar esos temas a alumnos de secundaria. La formación específica tendrá matices propios de acuerdo con el carácter de cada especialidad.<sup>47</sup>

### **Plan y programas de estudio de la especialidad de matemáticas de 1984 y 1999.**

Como ya se mencionó anteriormente la ENSM durante su trayectoria ha sufrido cambios que van desde el nombre de dicha institución, su ubicación y sobre todo en su currículo. Por lo que este apartado se centra en los dos últimos planes y programas de estudio de la especialidad de matemáticas 1984 y 1999, los cuales siguen diferentes directrices, es decir, con el primero se dirigió a formar maestros en educación normal y media, de acuerdo con su estructura de formación social, psicología, pedagógica, científica e instrumental. La organización curricular integraba un tronco común a todas las licenciaturas y uno diferencial para cada una.

El perfil de egreso del plan de estudios de 1999 se integra en cinco campos: “habilidades intelectuales específicas, dominio de los propósitos y los contenidos de la educación secundaria, competencias didácticas, identidad profesional y ética, y

---

<sup>47</sup> Secretaría de Educación Pública (2010). *Plan de estudios 1999. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. Cuarta reimpresión. México. p. 38.

capacidad de percepción y respuesta a las condiciones sociales del entorno de la escuela”<sup>48</sup>. Por tanto, los egresados deben contar con conocimientos de la disciplina, didáctica, habilidades, valores y actitudes.

Así ambos planes se estructuraron para la formación de maestros aptos en el ámbito educativo, y a su vez cada uno de ellos tiene diferentes finalidades, como ya se señaló en el párrafo anterior unos de los propósitos del plan de 1984 fue que los egresados cuenten con conocimientos que les permitiera atender tanto a la población de las escuelas secundarias como a las del nivel medio superior, así como crear investigadores. Por su parte el plan de 1999 tiene la finalidad de formar maestros especialistas para el nivel secundaria, que atiendan las necesidades de los adolescentes.

Asimismo los alumnos normalistas que se formaron con el plan y programa de estudio 1984 cursaron materias de matemáticas durante los ocho semestres de la licenciatura, mientras que con el plan y programa de estudio de 1999 su primer acercamiento con las asignaturas de la especialidad comienza en el segundo semestre y concluye en sexto, siendo que durante el primero y parte del segundo semestre de la licenciatura las asignaturas que se cursan forman parte del tronco común de todas las especialidades que ofrece la ENSM. Además el séptimo y octavo son exclusivos para el trabajo docente y preparación del documento recepcional, es decir, los estudiantes acuden a las escuelas secundarias, prácticamente todo el ciclo escolar, para estar frente a grupo como practicantes de matemáticas y deben implementar una secuencia didáctica, la cual les permitirá realizar la investigación requerida para la elaboración de su documento recepcional con el que podrán egresar con el título de *licenciados en Educación Secundaria con Especialidad en Matemáticas*.

---

<sup>48</sup>Secretaría de Educación Pública (2010). *Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. Plan de estudios 1999*. Cuarta reimpresión. México. p. 9.

Lo concerniente a los alumnos normalistas que egresaron con el plan de estudios de 1984, tienen que presentar su trabajo de tesis y su respectivo examen, una vez aprobado se les otorga el título de *licenciados en Educación Media en el Área de Matemáticas*.

Así la estructura de los planes de estudio de 1984 y 1999 forman maestros con diferentes perfiles educativos, los cuales se aprecian claramente en la carga de estudios que tiene cada uno de los programas. Cabe señalar que hay una diferencia notable en las asignaturas de matemáticas que se cursan con el plan de estudios de 1984 comparado con el plan de estudios de 1999.

A continuación, se muestra el cuadro comparativo con dichas asignaturas de matemáticas de ambos planes educativos de la ENSM.

PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1984.	PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR 1999.
<p>Asignaturas de matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aritmética I.</li> <li>• Aritmética II.</li> <li>• Laboratorio de docencia I. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética).</li> <li>• Álgebra I.</li> <li>• Álgebra II.</li> <li>• Álgebra superior I.</li> <li>• Álgebra superior II.</li> <li>• Laboratorio de docencia II. (El proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra).</li> <li>• Geometría I.</li> <li>• Geometría II.</li> <li>• Geometría III.</li> <li>• Geometría analítica I.</li> <li>• Geometría analítica II.</li> <li>• Trigonometría.</li> <li>• Laboratorio de docencia III. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría y la trigonometría).</li> <li>• Estadística aplicada a la educación I.</li> <li>• Taller de estadística aplicada a la</li> </ul>	<p>Asignaturas de matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los números y sus relaciones.</li> <li>• Pensamiento algebraico.</li> <li>• Figuras y cuerpos geométricos.</li> <li>• Medición y cálculo geométrico.</li> <li>• Escalas y semejanza.</li> <li>• Plano cartesiano y funciones.</li> <li>• Proceso de cambios o variación.</li> <li>• Presentación y tratamiento de la información.</li> <li>• La predicción y el azar.</li> <li>• Procesos cognitivos y cambio conceptuales en matemáticas y ciencia.</li> <li>• Tecnología y didáctica de las matemáticas.</li> <li>• Seminario de investigación en educación matemática.</li> <li>• Seminario de temas selectos de historia de las matemáticas.</li> <li>• Introducción a la enseñanza de las matemáticas.</li> <li>• Opcional I.</li> </ul>



<p>educación II.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Programación y computación.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia I.</li> <li>• Problemas matemáticos de la ciencia II.</li> <li>• Seminario de evolución del conocimiento del área.</li> <li>• Laboratorio de docencia IV. (El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática superior).</li> <li>• Cálculo diferencial e integral.</li> <li>• Cálculo diferencial e integral II.</li> <li>• Laboratorio de docencia V.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Opcional II.</li> <li>• Taller de diseño de propuestas didácticas y análisis del trabajo docente I y II.</li> <li>• Trabajo docente I y II.</li> </ul>
--	---

Como se puede apreciar la reforma educativa que se da entre el plan de estudios de matemáticas de 1984 y 1999 marcar distintos perfiles en la formación docente, y se observa que en el primero existe una mayor carga de conocimientos hacia el área de matemáticas, y el otro busca que los alumnos cuenten con conocimientos generales relacionados con los contenidos de estudio de las escuelas secundarias, así como el conocimiento para tratar a los adolescentes.

Así en el programa de 1984 se observa una serie de materias de matemáticas distribuidas durante los ocho semestres, mientras que en el programa de 1999 se aprecia una reducción bastante considerable de asignaturas de matemáticas que se cursan en cinco de ocho semestres, es decir, con el plan de 1984 se aprecia una mayor carga de conocimientos en el área de matemáticas y menos práctica laboral en las escuelas. Mientras que en el programa de 1999 se observa que varias de las materias propuestas se orientan hacia la educación matemática, dando mayor importancia al proceso de enseñanza-aprendizaje y a las actividades de observación y práctica docente durante toda la licenciatura, lo que permite un acercamiento directo a los estudiantes normalistas con los alumnos de secundaria.

## Programas de estudio de la especialidad de matemáticas 1984 y 1999

En este apartado se muestran los programas de estudio de matemáticas de 1984 y 1999, los cuales están organizados por las materias que se estipulan en cada uno de los programas señalados para una mejor apreciación.

Cabe mencionar que los planes y programas de estudio marcan la directriz en la formación de los alumnos normalistas quienes son los encargados de llevar a la práctica los conocimientos, habilidades, valores y actitudes durante el desarrollo de su labor docente.

A continuación, se presenta el programa de estudios de 1984 de la especialidad de matemáticas que se diseñó para cursarlo en cuatro años y cubrir una serie de materias y temas que a continuación se señalan:

### Programa de estudios 1984

UNIDAD	ARITMÉTICA I	ARITMÉTICA II
1	Conjuntos	Números racionales
2	Números naturales	Proporcionalidad y medición
3	Números enteros	Números reales

UNIDAD	GEOMETRÍA I	GEOMETRÍA II	GEOMETRÍA III
1	Características del razonamiento deductivo e inductivo	Polígonos	Conceptos básicos
2	Ideas fundamentales de líneas y ángulos	Semejanzas	Poliedros
3	Triángulos	El círculo	Cuerpos redondos
4	Transformaciones	Áreas	Simetría, circunferencia y semejanza de cuerpos geométricos
5	Desigualdad de figuras	Lugares geométricos	Polígonos y triángulos esféricos
6	Perpendicularidad y paralelismo	Construcciones y aplicaciones	

7	Cuadriláteros y paralelogramos		
---	--------------------------------	--	--

UNIDAD	GEOMETRÍA ANALÍTICA I	GEOMETRÍA ANALÍTICA II
1	Conceptos básicos	La elipse
2	La recta	La hipérbola
3	La circunferencia	Teoría general de las ecuaciones de segundo grado
4	La parábola	Tangentes y normales a las cónicas
5		Ecuaciones paramétricas
6		Coordenadas polares

UNIDAD	ÁLGEBRA I	ÁLGEBRA II
1	Conceptos fundamentales	Relaciones y funciones
2	Las operaciones fundamentales del álgebra de los números	Ecuaciones e inecuaciones de primer grado con una variable
3	Productos notables y factorización	Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos o más incógnitas.
4	Fracciones algebraicas	Números complejos
5	Potenciación y radicación	Ecuaciones de segundo grado
6		Sistema de ecuaciones de segundo grado con dos variables.

UNIDAD	ÁLGEBRA SUPERIOR I	ÁLGEBRA SUPERIOR II
1	Ecuaciones de grado superior a dos	Determinantes
2	Matrices	Vectores
3	Ecuaciones matriciales lineales	Espacios vectoriales
4	Sistemas de $n$ ecuaciones con $n$ incógnitas	Transformaciones lineales

UNIDAD	TRIGONOMETRÍA
1	Funciones trigonométricas
2	Análisis trigonométrico
3	Logaritmos
4	Resolución de triángulos

UNIDAD	CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I	CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
1	Funciones, límites y continuidad	La diferencial y la curvatura
2	La derivada de una función	Series
3	Derivadas de funciones algebraicas	Integración
4	Derivación de funciones trascendentes	Procedimientos de integración
5	Derivada de funciones inversas e implícitas	Aplicaciones del cálculo integral
6	Aplicaciones de la derivada	

UNIDAD	ESTADÍSTICA APLICADA A LA EDUCACIÓN I	ESTADÍSTICA APLICADA A LA EDUCACIÓN II
1	Conceptos básicos	Teoría elemental del muestreo
2	Medidas de posición	Prueba de hipótesis
3	Medidas de dispersión	Correlación y regresión
4	Probabilidad	Contrastes no paramétricos
5	Distribuciones teóricas de probabilidad	

UNIDAD	PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE LA CIENCIA I	PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE LA CIENCIA II
1	Aplicación de la matemática en la administración y en la economía	Aplicación de la matemática a la física
2	Aplicación de la matemática a la contabilidad	Aplicación de la matemática a la química
3	Aplicaciones de la matemática a la sociología y a la demografía	Aplicación de la matemática a la biología
4	Aplicaciones matemáticas a la lingüística	Aplicación de la matemática a la astronomía
5	Aplicación de la matemática a la psicología	

UNIDAD	SEMINARIO DE EVOLUCIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL ÁREA
1	Oriente
2	Grecia
3	Edad Media
4	Renacimiento
5	Edad Moderna
6	Etapa contemporánea

UNIDAD	PROGRAMACIÓN Y COMPUTACIÓN
1	Fundamentos de la computación
2	Computadoras
3	Programación
4	Aplicaciones educativas de la computación

UNIDAD	LABORATORIO DE DOCENCIA I EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA ARITMÉTICA
1	El campo de estudio de la aritmética
2	Caracterización del alumno que estudia aritmética
3	El proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética
4	Problemas en la enseñanza de la aritmética

UNIDAD	LABORATORIO DE DOCENCIA II EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA
1	El campo de estudio del álgebra
2	Caracterización del estudiante de álgebra
3	El proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra
4	Problemas en la enseñanza del álgebra

UNIDAD	LABORATORIO DE DOCENCIA III EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA Y LA TRIGONOMETRÍA
1	El campo de estudio de la geometría y de la trigonometría
2	Caracterización del alumno que estudia geometría y trigonometría
3	Problemas en la enseñanza de la geometría y la trigonometría

UNIDAD	LABORATORIO DE DOCENCIA IV EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SUPERIOR
1	El campo de estudio de la geometría analítica del cálculo diferencial e integral y de la estadística
2	Caracterización del alumno que estudia cálculo diferencial e integral y de la estadística
3	El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica y del cálculo diferencial e integral
4	Problemas en la enseñanza de la geometría analítica y de cálculo diferencial

UNIDAD	LABORATORIO DE DOCENCIA V PRÁCTICA DOCENTE
1	Planeación de la práctica docente
2	La práctica docente

Por su parte el programa de estudios de 1999 de la especialidad de matemáticas también se cursa en cuatro años al igual que el de 1984, las asignaturas y el bloque temático que se ofrecen para la formación docente es el siguiente:

### Programa de estudios 1999

BLOQUE TEMÁTICO	INTRODUCCIÓN A LA ENSEÑANZA DE: MATEMÁTICAS
I	¿Por qué y para qué estudiar matemáticas en secundaria?
II	¿Qué enseñar?
III	Primeras consideraciones didácticas

BLOQUE TEMÁTICO	PENSAMIENTO ALGEBRAICO
I	La observación, generalización y formalización de patrones
II	El estudio de las funciones y relaciones
III	Estructuras y transformación de expresiones algebraicas
IV	El uso de modelos para representar y entender relaciones cuantitativas

BLOQUE TEMÁTICO	LOS NÚMEROS Y SUS RELACIONES
I	Aspectos históricos de los sistemas numéricos
II	Los números enteros
III	Números racionales
IV	Proporcionalidad

BLOQUE TEMÁTICO	FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS
I	Figuras en el plano
II	Simetrías
III	Los sólidos

BLOQUE TEMÁTICO	PLANO CARTESIANO Y FUNCIONES
I	Análisis del plano cartesiano
II	Características generales de las funciones
III	Relaciones simples del plano cartesiano

BLOQUE TEMÁTICO	PROCESOS DE CAMBIO O VARIACIÓN
I	Cantidades proporcionales y no proporcionales
II	La razón de cambio
III	La razón de cambio instantánea y la noción de derivada

BLOQUE TEMÁTICO	ESCALAS Y SEMEJANZA
I	Escalas
II	Semejanza
III	El teorema de Pitágoras y otras relaciones en los triángulos
IV	Trigonometría

BLOQUE TEMÁTICO	MEDICIÓN Y CÁLCULO GEOMÉTRICO
I	Medición y aproximación
II	Medición de longitudes y superficies (perímetro y área)
III	Medición de capacidad y volumen
IV	Otras magnitudes

BLOQUE TEMÁTICO	PROCESOS COGNITIVOS Y CAMBIO CONCEPTUAL EN MATEMÁTICAS Y CIENCIA
I	Procesos cognitivos y obstáculos en el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas
II	Números racionales y razonamiento proporcional
III	Dificultades conceptuales en el estudio y aprendizaje del álgebra
IV	Procesos cognitivos en el estudio de la geometría

BLOQUE TEMÁTICO	PRESENTACIÓN Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN
I	Conceptos estadísticos e instrumentos de recolección de datos
II	Presentación de datos
III	Parámetros centrales y de dispersión
IV	El tratamiento de la información y las funciones
V	Correlación lineal

BLOQUE TEMÁTICO	SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
I	Visión general de la investigación en didáctica de la matemática
II	Algunos aportes de la investigación en educación matemática para el nivel de secundaria
III	Análisis, experimentación y observación de actividades de estudio

BLOQUE TEMÁTICO	TECNOLOGÍA Y DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS
I	Las tecnologías...al aula
II	El video en el aula
III	El uso de la calculadora en el aula
IV	El uso de software en el aula
V	El uso de Internet en la educación matemática

BLOQUE TEMÁTICO	LA PREDICCIÓN Y EL AZAR
I	El azar
II	Técnicas de conteo (análisis combinatorio)
III	Probabilidad
IV	Funciones de distribución

OPCIONAL I
OPCIONAL II
TRABAJO DOCENTE I
TRABAJO DOCENTE II

Como se puede observar en los cuadros anteriores existe un cambio en la estructura con respecto al programa de estudios de 1984 y 1999, es decir el programa de estudios de 1984 ofreció materias específicas del área de matemáticas como lo fue aritmética, geometría, algebra, entre otras. Por su parte el programa de estudios de 1999 ofrece asignaturas que se derivan de áreas de matemáticas como pensamiento algebraico; los números y sus relaciones; figuras y cuerpos geométricos; etcétera. También se aprecia que el programa de estudios de 1984 se divide en unidades mientras que el de 1999 se organiza por bloques temáticos. Se observan cambios notables dentro de dichos programas de estudio, los cuales se reflejan en la formación docente y el perfil de egreso de los estudiantes.

## **Análisis y reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas en el aula con el plan de estudios 1999**

Los docentes son los responsables directos de llevar a la práctica lo estipulado en los planes y programas de estudio, como punto de partida ante su labor docente, lo cual es una tarea ardua. Un maestro además de dominar los contenidos temáticos de su especialidad requiere de elementos que le ayuden en su desenvolvimiento profesional, particularmente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, de tal forma que pueda guiar a los alumnos hacia aprendizajes significativos. Así las teorías cognoscitivas de autores como Vigotsky y Bruner ayudan al docente a diseñar, guiar, seguir procesos de cada sujeto. Por lo que, en el proceso de formación docente se establecen bases en cuanto a contenidos, métodos, técnicas, estrategias, teorías pedagógicas y experiencias que en su conjunto ayudarán hacer un buen guía de los estudiantes bajo su cargo, tomando decisiones adecuadas y mejorar el desempeño profesional.

Además “la pertinencia y relevancia de un plan de estudios para la formación de docentes radica en que éste responda a las exigencias de una práctica profesional de calidad en una sociedad en permanente cambio”<sup>49</sup>.

El plan de estudios de 1999 especifica que al egresar los estudiantes deben contar con “habilidades intelectuales específicas, dominio de los propósitos y los contenidos de la educación secundaria, competencias didácticas, identidad profesional y ética, y capacidad de percepción y respuesta a las condiciones sociales del entorno en la escuela”<sup>50</sup>. Lo cual puede significar un gran reto para los docentes que forman maestros, porque ellos son los expertos, guías y responsables directos de lograr que los alumnos adquieran un cúmulo de conocimientos matemáticos, pedagógicos, didácticos, valores, entre otros aspectos.

---

<sup>49</sup> ENSM, (2006). *LXX Aniversario*. Revista de la Escuela Normal Superior de México. p.49.

<sup>50</sup> *Ibidem*, p. 9.



Para contrastar lo estipulado en el plan de estudios de 1999 se realiza un acercamiento directo dentro de las aulas con el grupo B de la especialidad de matemáticas de la generación 2003-2007, cuya finalidad es mostrar el proceso y desarrollo de algunos cursos correspondientes a dicha especialidad de matemáticas. El fin que se persigue al presentar diversas evidencias es ilustrar el proceso de enseñanza-aprendizaje, que se genera en las aulas de la ENSM, durante la formación profesional de los maestros de matemáticas. Se presentan apuntes recabados durante el desarrollo las clases de las asignaturas de *figuras y cuerpos geométricos; la predicción y el azar; opcional (Cálculo Diferencial); y pensamiento algebraico*. Dichos apuntes permiten apreciar ciertas características del proceso de enseñanza-aprendizaje con los que se formaron a los estudiantes de la ENSM de la generación 2003-2007 de la especialidad de matemática. Así como la metodología y de manera general la propuesta pedagógica que se utilizó. Por tanto, se hace énfasis en el modo de presentar los contenidos a la clase, siendo uno de los aspectos predominantes en la formación tanto pedagógica como la de conocimientos de la especialidad, fundamentales para los estudiantes que se desenvolverán en escuelas secundarias.

Con las evidencias de los cursos, señalados en el párrafo anterior de matemáticas desarrolladas por maestros de la ENSM, se busca rescatar proceso de enseñanza-aprendizaje, así como los contenidos académicos que adquieren los estudiantes normalistas durante su formación docente, de tal forma que se puede realizar una comparación de lo estipulado en el plan y programa de estudios de 1999 y la realidad dentro de las aulas de dicha institución.

Asimismo, es importante señalar que la planeación de una clase es una de las herramientas que todo docente debe diseñar previamente, la cual permite predecir lo que sucederá durante la clase. “El estudio de clases es un sistema de planificar y entregar la enseñanza y el aprendizaje que tiene como objetivo desafiar a los profesores a innovar sus enfoques de enseñanza y a reconocer las posibilidades de crecimiento intelectual y responsable de los alumnos fomentando la confianza de los

involucrados. [...] Tiene como objetivo desarrollar un buen conocimiento del contenido pedagógico que va a ser útil para la buena práctica cotidiana de los profesores y el consiguiente aprendizaje a largo plazo de los estudiantes”<sup>51</sup>.

A continuación, se presentan los apuntes que se desprendieron de las asignaturas de matemáticas antes mencionadas de la generación 2003-2007. Cabe mencionar que fue un grupo que en el primer semestre inicio con 30 estudiantes normalistas de los cuales concluyeron 18 el octavo semestre.

Las primeras evidencias que se presentan corresponden a la asignatura de pensamiento algebraico.

### **Desarrollo de las sesiones de matemáticas con el plan y programa de estudios de 1999.**

#### ***Pensamiento algebraico***

La asignatura de pensamiento algebraico se cursa en el tercer semestre de la licenciatura de la especialidad en matemáticas. Dicha asignatura está organizada en cuatro bloques temáticos: la observación, generalización y formalización de patrones; el estudio de las funciones y relaciones; estructuras y transformación de expresiones algebraicas; el uso de modelos para representar y entender relaciones cuantitativas.

Los propósitos generales para esta asignatura son:

- Utilicen herramientas algebraicas para resolver problemas en diversos contextos.
- Adquieran elementos de tipo didáctico que les permita analizar situaciones adecuadas para los alumnos de educación secundaria.

---

<sup>51</sup> Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE. p. 7.

- Adquieran elementos para analizar las dificultades con que tropiezan los alumnos de secundaria en el estudio del algebra.<sup>52</sup>

El programa de estudio de pensamiento algebraico señala que las actividades deben presentarse en forma de problemas o preguntas de tal forma que los estudiantes tengan la oportunidad de reflexionar, abordar y resolver una serie de interrogantes relacionadas con el tema de estudio. Asimismo, la tarea del maestro consiste en propiciar en el salón de clase un espacio de diálogo constante donde se problematice el estudio de las matemáticas, es decir, seleccionar y presentar las tareas que ayuden a problematizar la disciplina por parte de los estudiantes.

En seguida se presentan los apuntes obtenidos del trabajo propuesto por el docente a cargo de la asignatura de pensamiento algebraico:

### Apuntes del curso Pensamiento Algebraico

*Conceptos básicos.*

*Variable: es el símbolo que representa un número cualquiera.*

*Constante: tiene un valor definido.*

$3 + 3 = 2(3)$	$8 + 8 = 2(8)$	$15 + 15 = 2(15)$	$a + a = 2(a)$
$3 + 2 = 2 + 3$	$4 + 7 = 7 + 4$	$8 + 5 = 5 + 8$	$x + y = y + x$
$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{5}{5} = 1$	$\frac{7}{7} = 1$	$\frac{a}{a} = 1$

*Expresión algebraica.*

$$\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}}$$

---

<sup>52</sup> Secretaria de Educación Pública (2002). *Pensamiento Algebraico. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. México. p. 11.



*Polinomio homogéneo: cuando todos sus exponentes son del mismo grado.*

$$x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

*Lenguaje algebraico.*

*La computadora de Daniel es la mitad en capacidad de la de Marcos.*

*D = capacidad de la computadora de Daniel*

*M = capacidad de la computadora de Marco*

*$\frac{2}{3}$  partes del precio de un equipo de computo es el costo de fabricaación n.*

$$C = \frac{2}{3}P$$

$$P = \frac{3}{2}C$$

*El promedio de calificaciones es mayor que 8.*

*P = promedio C*

*P > 8*

$a + b$	<i>La suma de un número en otro, la adición.</i>
$a - b$	<i>La diferencia de dos números, la resta.</i>
$bc$	<i>Multiplicación de dos números, el producto de un número por otro.</i>
$\frac{b}{p}$	<i>El cociente de dos números, la división.</i>
$2a, 3a, 4a, 5a, \text{etc.}$	<i>Multiplicación, todos los duplos.</i>
$\frac{a}{2}, \frac{b}{3}, \frac{c}{4}, \text{etc.}$	<i>La mitad de un número, el tercio de un número, el cuarto de un número.</i>
$\frac{2}{3}a, \frac{4}{7}b, \frac{7}{12}c, \text{etc.}$	<i>Las dos terceras partes de un número, cuatro séptimos de un número.</i>
$\frac{a+b}{2}$	<i>La mitad de la suma de dos números.</i>
$\frac{\sqrt{b}}{2}$	<i>La semirraíz de un número.</i>
$a^2, b^3, c^4, \dots$	<i>El cuadrado de un número, el cubo de un número, un número a la cuarta potencia.</i>
$a, a + 1, a + 2, a + 3, \dots$	<i>Números consecutivos.</i>
$2n$	<i>Número par.</i>
$2n - 1, 2n + 1, \dots$	<i>Número impar</i>
$2n + 2, 2(n + 1) + 2, 2(n + 2) + 2$	<i>Números pares consecutivos.</i>
$a + b + c$	<i>La suma de tres números consecutivos.</i>
$3(a + b)$	<i>El triple de la suma de dos números.</i>

*Evaluación de expresiones algebraicas.*

<p>si <math>x = 2</math>      <math>y = 5</math></p> <p>■ <math>4x + 3xy = 4(2) + 3(2)(5) = 8 + 30 = 38</math></p>
--

<p>si <math>a = 4</math>      <math>b = 5</math>      <math>c = -2</math></p> <p>■ <math>3(a + b) - c = 3(4 + 5) - (-2) = 3(9) + 2 = 27 + 2 = 29</math></p>
---

$a = 2$	$b = -1$	$c = 4$	$d = 8$	$e = -3$
---------	----------	---------	---------	----------

■  $\frac{2a + 2c}{c} = \frac{2(2) + 2(4)}{4} = \frac{4 + 8}{4} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1} = 3$

■  $\frac{2(c + d)}{a} = \frac{2(4 + 8)}{2} = \frac{2(12)}{2} = \frac{24}{2} = \frac{12}{1} = 12$

■  $b^5 = (-1)^5 = -1$

■  $\frac{3b^3}{2a^2} + \frac{c}{d} + e^2 = \frac{3(-1)^3}{2(2)^2} + \frac{4}{8} + (-3)^2 = \frac{3(-1)}{2(4)} + \frac{4}{8} + 9 = \frac{-3}{8} + \frac{4}{8} + 9 = \frac{-3 + 4 + 72}{8} = \frac{73}{8}$

■  $\sqrt{\frac{a^4c}{d-c}} = \sqrt{\frac{(2)^4(4)}{8-4}} = \sqrt{\frac{(16)(4)}{4}} = \sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = 4$

*Términos semejantes. Mismas bases afectadas por los mismos exponentes.*

$\frac{1}{3}a^3b^2$     y     $0.5a^2b^2$       si       $2a^2b^3$     y     $3.5a^3b^2$       no

■  $x^2 + x^3 + 2x^2 + x^3 = 3x^2 + 2x^3$

■  $7m + 2n + n - 5m = -12m + 3n$

■  $-\frac{3}{5}ab^2 + 0.25ab - \frac{3}{10}ab + ab^2 = \frac{2}{5}ab^2 - 0.05ab$

*Signos de agrupación.*

( ) *paréntesis*

$+(-a + b) = -a + b$

[ ] *corchetes*

{ } *llaves*

$-(-a + b) = a - b$

$$\blacksquare 2a - (-3a + 2b) + (2b - 5a) = 2a + 3a - 2b + 2b - 5a = 0$$

$$\begin{aligned} \blacksquare 6d + \{-5 + 4x - [4d - 2x + (-2d + 6) + 1] - 5x\} + 3 = \\ 6d + \{-5 + 4x - [4d - 2x - 2d + 6 + 1] - 5x\} + 3 \\ 6d + \{-5 + 4x - 4d + 2x + 2d - 6 - 1 - 5x\} + 3 \\ 6d - 5 + 4x - 4d + 2x + 2d - 6 - 1 - 5x + 3 \\ 4d - 9 + x \end{aligned}$$

*Leyes de los exponentes.*

$a^{3 \rightarrow \text{exponente}}$   
 $a \rightarrow \text{base}$

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

$$a^n = a \cdot a \cdot a \dots \text{"n" veces}$$

$$a^3 a^2 = aaaaa$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

*Multiplicación de monomios.*

$$\blacksquare (2a^3b^5)(-4a^6b^8c) = -8a^9b^{13}c$$

$$\blacksquare \left(-\frac{2}{3}a^5b^2\right)\left(-\frac{5}{4}a^2b^3\right) = \frac{10}{12}a^7b^5 = \frac{5}{6}a^7b^5$$

$$\blacksquare (-2a)\left(-\frac{1}{2}a^x\right) = \frac{2}{2}a^{x+1} = a^{x+1}$$

*Potencias de potencias.*

$$\blacksquare (x^3)^2 = x^3 \cdot x^3 = x^9 \quad \blacksquare (x^4)^2 = x^4 \cdot x^4 = x^8 \quad \blacksquare (x^n)^n = x^{n \cdot n}$$

*Calcular el volumen de un cubo de arista dada por  $2a^3b^2c$ .*

$$V = (2a^3b^2c)^3 = 8a^9b^6c^3$$

*Multiplicación de monomio por polinomio.*

*Propiedad distributiva.*

$$\blacksquare a(b + c + d) = ab + ac + ad$$

$$\blacksquare -2a^3x^6(4a^4y - 3a^5x^6 + 2x) = -8a^7x^6y + 6a^8x^{12} - 4a^3x^7$$

$$\blacksquare (a + b)(b + c) = ab + ac + b^2 + bc$$

$$\blacksquare (x^3 + x^2)(x + 3) = x^4 + 3x^3 + x^3 + 3x^2 = x^4 + 4x^3 + 3x^2$$

$$\blacksquare (c^{n+2} + 2c^{n+1})(c^{n-1} - 2c^{n+2}) = c^{2n+1} - 4c^{2n+3}$$

Calcular el volumen de un cubo que tiene por arista  $(a + b)^3$ .

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Un terreno rectangular tiene de ancho  $2a^2 + 3a + 2$  y el largo es el triple del ancho.  
¿Cuál es el área?

$$(a^2 + 3a + 2)(3) = 6a^2 + 9a + 6$$

$$A = (2a^2 + 3a + 2)(6a^2 + 9a + 6) = 12a^4 + 36a^3 + 51a^2 + 36 + 12$$

Leyes de los exponentes.

$\frac{a^3}{a^5} = \frac{aaa}{aaaaa} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow \frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \Leftrightarrow m > n$
$\frac{a^5}{a^3} = \frac{aaaaa}{aaa} = a^2 \Rightarrow \frac{a^3}{a^5} = a^{5-3} = a^2$	$\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{n-m}} \Leftrightarrow n > m$
$\frac{a^3}{a^3} = \frac{aaa}{aaa} = 1 \Rightarrow \frac{a^3}{a^3} = a^{3-3} = a^0 = 1$	$\frac{a^m}{a^n} = a^0 = 1 \Leftrightarrow m = n$

División de monomios.

$$\blacksquare \frac{-42x^6y^2z^3}{6x^2y^8z} = -7x^{6-2}y^{2-8}z^{3-1} = -\frac{7x^4z^2}{y^6}$$

$$\blacksquare \frac{-4b^8}{-2b^3} = 2b^5$$

División de polinomios.

$$\blacksquare \frac{16x^6 - 12x^8 + 28x^{10}}{4x^2} = \frac{16x^6}{4x^2} - \frac{12x^8}{4x^2} + \frac{28x^{10}}{4x^2} = 4x^4 - 3x^6 + 7x^8$$

$$\blacksquare \frac{7x + 6x^2 - 3}{3 + 2x} = \frac{6x^2 + 7x - 3}{2x + 3} = 3x - 1 \quad \text{se ordena el polinomio}$$

$$\blacksquare \frac{x^3 - y^3}{x - y} = \frac{x^3 + 0x^2y + 0xy^2 - y^3}{x - y} = x^2 + xy + y^2 \quad \text{se completa el polinomio}$$



- $\frac{a^3 + 5a^2 + 6a}{a^2 + 2a} = a + 3$

*Binomio al cuadrado.*

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  trinomio al cuadrado perfecto
- $(2x^3 - 3x^5)^2 = (2x^3)^2 + 2(2x^3)(-3x^5) + (-3x^5)^2 = 4x^6 - 12x^8 + 9x^{10}$

*Binomios conjugados.*

- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  diferencia de cuadrados
- $\left(\frac{4}{6}a^6b^3 + \frac{1}{4}a^5b\right)\left(\frac{4}{6}a^6b^3 - \frac{1}{4}a^5b\right) = \left(\frac{4}{6}a^6b^3\right)^2 - \left(\frac{1}{4}a^5b\right)^2 =$   
 $= \frac{16}{36}a^{12}b^6 - \frac{1}{16}a^{10}b^2 = \frac{4}{9}a^{12}b^6 - \frac{1}{16}a^{10}b^2$

*Binomios con término común.*

- $(a + b)(a + c) = a^2 + ac + ab + bc = a^2 + a(c + b) + bc$
- $(x + 2)(x + 3) = x^2 + x(2 + 3) + 2(3) = x^2 + 5x + 6$

*Binomio a la "n".*

- $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
- $(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
- $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3$  suma de cubos
- $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$  diferencia de cubos

*Factorización.*  $12 = 3 \cdot 4; 6 \cdot 2; 12 \cdot 1$

*Factor común.*

- $ab + ac = a(b + c)$
- $2ab^2x^2 - 4ab^2xy + 6ab^2y^2 = 2ab^2(x^2 - 2xy + 3y^2)$

*Factorización del trinomio al cuadrado perfecto.*

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$  El 1° y 3° término deben tener  $\sqrt{\quad}$
- $9x^2 - 12xy + 4y^2 = (3x - 2y)^2$

*Factorización de la diferencia de cuadrados.*

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $4a^4x^6 - 25b^6y^4 = (2a^2x^3 + 5b^3y^2)(2a^2x^3 - 5b^3y^2)$

*Factorización de trinomio cuadrado.*

- $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$
- $6x^2 - 11x - 10 = \frac{6}{6}(6x^2 - 11x - 10) = \frac{(6x)^2 - 11(6x) - 60}{6} = \frac{(6x + 4)(6x - 15)}{6} =$   
 $= \frac{(6x + 4)(6x - 15)}{2(3)} = \left(\frac{6x + 4}{2}\right)\left(\frac{6x - 15}{3}\right) = (3x + 2)(2x - 5)$

*Mínimo común múltiplo.*

- $a, a^2, a^3$   $MCM = a^3$
- $(x + 1), (x + 1)^2, (x + 1)^3$   $MCM = (x + 1)^3$
- $6x^2, 3xy^2, +12x^3y$   $MCM = 12x^3y^2$
- $x^4 - 1, x^3 + 1, 2x^2 + 2$   $MCM = 2(x + 1)(x^2 + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)$
- $x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$
- $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$
- $2x^2 + 2 = 2(x^2 + 1)$

*Fracciones.*

$$\frac{x + 1}{x^2 + x + 1} \text{ fracción propia}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ fracción equivalente}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} \text{ fracción impropia}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc} \quad c \neq 0$$

$$\blacksquare \frac{2x^3 - 2x}{4x^4 - 8x^3 - 12x^2} = \frac{2x(x^2 - 1)}{4x^2(x^2 - 2x - 3)} = \frac{2x(x+1)(x-1)}{4x^2(x-3)(x+1)} = \frac{x-1}{2(x-3)}$$

$$\blacksquare \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x+3)(x-1)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} &= \frac{(x+1)(x-1) + x(x-1) + x(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 1 + x^2 - x + x^2 + x}{x(x+1)(x-1)} = \frac{3x^2 - 1}{x(x+1)(x-1)} = \frac{3x^2 - 1}{x(x^2 - 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare \frac{2}{a-1} + \frac{a+1}{a^2+a+1} - \frac{a^2-2}{a^3-1} &= \frac{2(a^2+a+1) + (a-1)(a+1) - (a^2-2)}{(a-1)(a^2+a+1)} \\ &= \frac{2a^2 + 2a + 2 + a^2 - 1 - a^2 + 2}{(a-1)(a^2+a+1)} \\ &= \frac{2a^2 + 2a + 3}{(a-1)(a^2+a+1)} \end{aligned}$$

*Fracciones complejas o compuestas.*

$$\blacksquare \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{10+3}{15}}{1 - \frac{2}{15}} = \frac{\frac{13}{15}}{\frac{15-2}{15}} = \frac{13}{13} = 1$$

$$\blacksquare \frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}} = \frac{\frac{a-b}{ab}}{\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}} = \frac{(a-b)(a^2b^2)}{(ab)(a^2-b^2)} = \frac{(a-b)(ab)}{(a+b)(a-b)} = \frac{ab}{a+b}$$

$$\blacksquare \frac{1}{x + \frac{1}{\frac{1}{1+x}}} = \frac{1}{x + \frac{1}{1-x+1+x}} = \frac{1}{x + \frac{1}{2}} = \frac{1}{x + \frac{1-x}{2}} = \frac{1}{\frac{2x+1-x}{2}} = \frac{1}{\frac{x+1}{2}} = \frac{2}{x+1}$$

## Exponentes.

$$\blacksquare 32^{2/5} = (2^5)^{2/5} = 2^{10/5} = 2^2 = 4$$

$$\blacksquare \left[ \frac{27^{-1}a^{-1}b^2}{(3a^{1/3})^{-3}b^5} \right]^{-1/3} = \left[ \frac{\frac{b^2}{27a}}{\frac{b^5}{(3a^{1/3})^3}} \right]^{-1/3} = \left[ \frac{b^2}{27a} \right]^{-1/3} = \left[ \frac{b^{-2/3}}{b^{-5/3}} \right] = \frac{1}{b^{2/3}} = \frac{b^{5/3}}{b^{2/3}} = b^{5/3-2/3} = b^{3/3} = b$$

## Radicalización.

$$\blacksquare (a^2)^{1/n} = a^{2/n}$$

$$\blacksquare (a^2)^{1/n} = \sqrt[n]{a^2}$$

$$\blacksquare a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\blacksquare \sqrt[3]{2^3} = 2 \text{ porque } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$\blacksquare \sqrt[3]{a} = a^{1/3} \text{ porque } a^{1/3} \cdot a^{1/3} \cdot a^{1/3} = a$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{a} = a^{1/n} \text{ porque } a^{1/n} \cdot a^{1/n} \cdot a^{1/n} \dots = a$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{1} = 1$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{a} \text{ cuando } n \text{ es par } a \geq 0$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n]{a^{1/m}} = (a^{1/m})^{1/n} = a^{1/m \cdot n} = \sqrt[nm]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = (a^{1/n})^{1/m}$$

$$\blacksquare \frac{n\sqrt{a}}{n\sqrt{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}; \quad b \neq 0$$

$$\blacksquare \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\blacksquare \sqrt[2]{28} = \sqrt[2]{4 \cdot 7} = \sqrt[2]{4} \cdot \sqrt[2]{7} = 2\sqrt{7}$$

$$\blacksquare \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$$\blacksquare \sqrt[3]{8a^5} = (2^3 \cdot a^3 \cdot a^2)^{1/3} = 2aa^{2/3} = 2a\sqrt[3]{a^2}$$

*Radicales semejantes.*

*Igual radical igual índice.*

■  $2\sqrt{3}, \frac{1}{3}\sqrt{3} \rightarrow si$

■  $0.5\sqrt{5}, 3\sqrt[3]{5} \rightarrow no$

$$\begin{aligned} \blacksquare 4\sqrt{2} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{32} - 50 &= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{9 \cdot 2} + 3\sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{25 \cdot 2} \\ &= 4\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} + 3 \cdot 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

*Multiplicación.*

■  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[6]{2^2} \cdot \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{4 \cdot 27} = \sqrt[6]{108}$

■  $2^{1/3} = 2^{1/3 \cdot 2/2} = 2^{2/6}$

■  $(3\sqrt{x} + 2\sqrt{4})(2\sqrt{x} - 3\sqrt{y}) = 6x - 5\sqrt{xy} - 6y$

*División.*

■  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = 5$

■  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[6]{(3)^3}}{\sqrt[6]{(3)^2}} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{2^2}} = \sqrt[6]{3} = 3^{1/6}$

$$\begin{aligned} \blacksquare \frac{\sqrt{22}}{2\sqrt{3} + \sqrt{11}} &= \frac{\sqrt{22}}{2\sqrt{3} + \sqrt{11}} \cdot \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{11}}{2\sqrt{3} - \sqrt{11}} = \frac{\sqrt{22}(2\sqrt{3} - \sqrt{11})}{4(3) - 11} = \frac{2\sqrt{22 \cdot 3} - \sqrt{22 \cdot 11}}{12 - 11} \\ &= 2\sqrt{66} - \sqrt{242} = 2\sqrt{66} - \sqrt{2 \cdot 121} = 2\sqrt{66} - 11\sqrt{2} \end{aligned}$$

Evaluación 1.

■ Si  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ , obtener  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Resuelve y encuentra las siguientes ecuaciones.

■  $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$

■  $\frac{a^2 + b^2}{2bx} - \frac{b}{x} = \frac{a-b}{2bx^2}$

Resuelve el siguiente sistema.

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{2}{y} &= 1 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} &= -\frac{7}{4}\end{aligned}$$

Resuelve el problema.

Un tanque contiene 100 kg de salmuera (mezcla de agua y sal) con un contenido de sal del 5% ¿cuántos kilogramos de agua pura deben evaporarse para obtener salmuera con un contenido de sal del 8%?

Evaluación 2.

i. Simplifica la siguiente fracción.

■  $\frac{x^5 - ax^4 - a^4x + a^5}{x^4 - ax^3 - a^2x^2 + a^3x} =$

ii. Simplifica a su mínima expresión.

■  $1 - 2x + x^2 + \frac{1 - x^4}{1 + 2x + x^2} =$

■  $\frac{3a - 6b}{a + b} - \frac{5a - 6b}{a - b} - \frac{4a - 5b}{a + b} + \frac{7a - 8b}{a - b} =$

■  $\frac{\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right)x^2}{\left(\frac{1+x}{1-x} - 1\right)\left(1 - \frac{1}{1+x}\right)} =$

■  $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt[4]{25} + 2\sqrt[6]{125} =$

### Evaluación 3.

➤ *Resuelve las ecuaciones completando el trinomio cuadrado perfecto.*

■  $(x - 2)^2 + 2 = x$

■  $x^2 - 3x + 2 = 0$

■  $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab = 0$

■  $\frac{x-1}{x+3} + \frac{x-2}{x+1} = 1$

➤ *Obtener la fórmula general completando el trinomio cuadrado perfecto partiendo de la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ .*

### **Análisis del curso de pensamiento algebraico**

Como se puede observar en la asignatura de *pensamiento algebraico* no se abordan todos los temas antes señalados y se orienta más al tema de la observación, generalización y formalización de patrones; estructuras y transformación de expresiones algebraicas. Así se vislumbra que la directriz que se sigue en el proceso de enseñanza se basa en un listado de conceptos, reglas, leyes, algoritmos, ejemplos propuestos por el docente. Donde una de las funciones del maestro es la de dictar conceptos, ejemplificar ciertos algoritmos sobre el pizarrón y proponer varios ejercicios similares.

Por su parte la labor de los alumnos es la de escribir, escuchar, observar y ejercitar los diferentes procesos algorítmicos en las actividades propuestas, es decir, reproducir lo indicado por el maestro a cargo.

Si bien, el proceso de enseñanza-aprendizaje que se muestra durante las diferentes clases de *Pensamiento algebraico* refleja una orientación hacia un aprendizaje centrado en los aspectos procedimentales, es decir los alumnos son dirigidos a repetir procesos algorítmicos en una serie de ejercicios matemáticos (operaciones algebraicas, productos notables, factorización, fracciones simples y compuestas, etc.), durante dichas clases se aprecia la ausencia del análisis y la comprensión de los conceptos. Asimismo, los conocimientos algebraicos que adquieren los

estudiantes normalistas en el curso tienen que ver con definiciones, reglas y algoritmos y en lograr buenas notas en las evaluaciones parciales del curso.

En la formación educativa que ofrece el maestro a sus alumnos a lo largo del curso, se percibe la falta de análisis en las diversas situaciones planteadas y por tanto difiere con las orientaciones didácticas propuestas en el programa de estudios donde “el papel del maestro es seleccionar y presentar las tareas que ayude a problematizar la disciplina por parte de los estudiantes<sup>53</sup>”. Es decir, no se observa que las actividades induzcan a los estudiantes normalistas a la reflexión con el tema de estudio y se dé un intercambio entre las ideas de los estudiantes y el maestro.

Señala Bruner que “la educación es una forma de diálogo, una extensión del diálogo en el que el sujeto aprende a construir conceptualmente el mundo con la ayuda, guía, “andamiaje” del adulto destinadas a posibilitar la relación de conductas, por parte del aprendiz, que estarían más allá de sus capacidades individuales, consideradas de modo aislado”<sup>54</sup>.

En las diferentes sesiones se observa un ambiente poco favorable para que los estudiantes analicen, intercambien ideas, propongan, etcétera; es decir los estudiantes resuelven las actividades de manera individual y al concluir el trabajo lo entregan al docente para que lo califique. Asimismo, se observa que el maestro no propicia aprendizajes que estimulen el pensamiento algebraico. Como lo señala el programa de estudios “una de las tareas fundamentales del maestro consiste en propiciar en el salón de clases un espacio de diálogo constante donde se problematice el estudio de las matemáticas”<sup>55</sup>.

Además, los contenidos que se presentan en el curso se ven desligados ante la próxima tarea educativa que desempeñaran como maestros en las escuelas

---

<sup>53</sup>Secretaría de Educación Pública (2002). *Pensamiento Algebraico. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. México. p. 10

<sup>54</sup> Bruner, J. (1998). *Desarrollo cognitivo y educación*. Tercera edición. Madrid: Morata. P 15.

<sup>55</sup> *Ibidem*, p. 10.



secundarias, es decir, aprenden a resolver ciertos contenidos algebraicos de forma procedimental y algorítmica, dejando en segundo plano el análisis y la manera en que se debe preparar una clase, que propicie el pensamiento algebraico y que permita obtener un mayor beneficio durante el proceso de enseñanza-aprendizaje para los futuros alumnos de secundaria. Cabe mencionar que los alumnos reflejaron lo aprendido al momento de diseñar y planear una clase durante la práctica profesional, por lo que es conveniente que durante la formación docente se conduzca a los normalistas a enfrentar diversos desafíos donde desarrollen el concepto de lenguaje algebraico, uso de las literales en las expresiones algebraicas y patrones que les permita determinar reglas generales ante diferentes situaciones, y no simplemente limitarlos a seguir reglas, fórmulas, algoritmos o repetición de conceptos.

Tener en cuenta que el pensamiento matemático permite:

1. Entender la necesidad de usar el conocimiento y las habilidades.
2. Aprender cómo aprender por uno mismo y alcanzar las habilidades requeridas para el aprendizaje independiente<sup>56</sup>.

Sería oportuno que la materia de pensamiento algebraico guiara a los estudiantes a una formación donde ellos desarrollen habilidades y destrezas que junto con los conocimientos les permita preparar clases de acuerdo con las características y necesidades que demandan los alumnos de secundaria, es decir, buscar las técnicas y métodos que conduzcan a los adolescentes a adquirir el concepto de lenguaje algebraico (término, expresión, ecuación, etc.). Que los estudiantes de la ENSM analicen las dificultades con las que los alumnos de secundaria se enfrentan regularmente.

---

<sup>56</sup> Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE. p. 74.

Las siguientes evidencias que se presenta a continuación son los de la asignatura de figuras y cuerpos geométricos.

### ***Figuras y cuerpos geométricos***

La asignatura de *figuras y cuerpos geométricos* se cursa en la licenciatura de matemáticas en cuarto semestre. Para el estudio de esta asignatura se divide en tres bloques temáticos figuras en el plano; simetrías, y sólidos.

Los alumnos normalistas deben adquirir habilidades, conocimientos, actitudes y valores que les permita desarrollar su labor docente. Es decir, deben tener “dominio de los propósitos y los contenidos de la educación secundaria: tiene dominio del campo disciplinario de su especialidad para manejar con seguridad y fluidez los temas incluidos en los programas de estudio, y reconoce la secuencia de los contenidos en los tres grados de la educación secundaria. Así como competencias didácticas: sabe diseñar, organizar y poner en práctica estrategias y actividades didácticas, adecuadas a las necesidades, intereses y formas de desarrollo de los adolescentes, así como a las características sociales y culturales de éstos y de su entorno familiar”<sup>57</sup>.

A continuación, se muestra los apuntes y desarrollo de los temas de la materia de figuras y cuerpos geométrico.

### ***Desarrollo de las sesiones de la asignatura de figuras y cuerpos geométricos.***

*Axiomas y postulados: es una proposición que se acepta como verdadera.*  
*Axioma I. Reflexivo o idéntico: toda cantidad es igual a sí misma.  $a = a$ ,  $\overline{AB} = \overline{AB}$*   
*Todo trazo debe llevar una justificación.*

---

<sup>57</sup> Secretaria de Educación Pública (2010). *Plan de estudios 1999. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. Cuarta reimpresión. México. p. 10.

*Axioma II. Simétrico:*  $5 + 8 = 13$ ,  $13 = 5 + 8$      $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{CD}$ ,  $\overline{CD} = \overline{AB} + \overline{BC}$

*Axioma III. Transitivo:* cantidades iguales a una tercera son iguales entre sí.

$$a = b, \quad b = c, \quad a = c \qquad 2^3 \rightarrow 8, \quad 8 = 4 + 4, \quad 2^3 = 4 + 4$$

*Uniformidad de la suma:* si a una igualdad agregamos una cantidad en sus dos miembros obtenemos una misma igualdad.

$$a = b \qquad 2 + 3 = 5 \qquad \overline{ST} = \overline{TV} \qquad \begin{array}{cccc} | & | & | & | \\ \hline & & & \end{array} \begin{array}{c} P \\ S \\ T \\ V \end{array}$$

$$a + c = b + c \qquad 2 + 3 + 9 = 5 + 9$$

*Uniformidad de la resta:* si a una igualdad se resta en ambos miembros una misma cantidad obtendremos una nueva igualdad.

$$7 - 2 = 5 \qquad 7 - 2 - 1 = 5 - 1$$

*Uniformidad en la multiplicación:* si a una igualdad se le multiplica una misma cantidad por ambos miembros obtendremos una misma igualdad.

$$3(3 + 2) = (4 + 1)3$$

*Uniformidad de la división:* si a una igualdad se dividen a ambos miembros entre una misma cantidad obtendremos una misma igualdad. No podremos dividir entre cero.

$$\frac{3 + 2}{2} = \frac{4 + 1}{2}$$

*Tricotomía:* dados dos cantidades sólo podremos establecer entre ellas una y sólo una de las siguientes relaciones.

$$>, <, =; \quad a > b; \quad a < b \quad \text{ó} \quad a = b$$

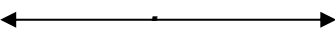


*Sustitución:* toda cantidad puede ser sustituida o remplazada por su igual.

$$\begin{array}{ll} m = a + b & 8 = 6 + 2 \\ m < t & 8 < 20 \\ a + b < t & 6 + 2 < 20 \end{array}$$

*Axioma del todo:* el todo es mayor que cualquiera de sus partes o bien el todo es igual a la suma de sus partes.

$$\overline{RT} = \overline{RS} + \overline{SP} + \overline{PT} \qquad \begin{array}{cccc} | & | & | & | \\ \hline & & & \end{array} \begin{array}{c} R \\ S \\ P \\ T \end{array}$$

### Postulados de Euclides.

1. Dos puntos determinan una y sólo una recta. 
2. Dado un punto y una distancia podemos describir una circunferencia. 
3. Todos los ángulos rectos son iguales  $L$ .
4. Por un punto fuera de una recta podemos trazar una y sólo una paralela a la recta. 

5. Cada segmento tiene un solo punto medio. 

6. Cada segmento tiene una sola bisectriz. Cortada a la mitad el ángulo. 

### Postulados de congruencia de triángulos.

1. Dos o más triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente iguales.
2. Dos o más triángulos son congruentes si tienen respectivamente dos lados iguales y el ángulo comprendido entre ellos también igual.
3. Si dos o más triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales dos ángulos y el lado comprendido entre ellos.

### Rectas perpendiculares.

Para su trazo:

1. Trazar un segmento  $\overline{AB}$
2. Abrir el compás mayor que la mitad del segmento trazado.
3. Colocar el compás en A y Trazar un círculo, luego en B y trazar otro círculo.
4. Trazar una recta donde se cortan las circunferencias.

### Conceptos primitivos.

Punto, coma, recta y plano: algo que no se puede definir.

Los puntos se denotan con letras mayúsculas de imprenta L, M, N, etc.

Las rectas se denotan:

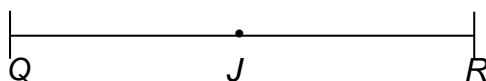
a). Con una letra minúscula manuscrita.

b). Fijando dos puntos sobre ella y sobre estas letras colocar el signo.

Segmento de recta: porción de recta limitada por dos puntos, estos puntos se llaman extremos.  $\overline{PQ}$

Un segmento se denota con sus puntos extremos y sobre ellos una barra horizontal.  $\overline{AB}$

Punto medio: punto que divide a un segmento en dos segmentos iguales.



Rayo: porción de recta en la que se ha fijado un punto como origen al cual llamamos vértice.  $\overrightarrow{OP}$

Para denotar un rayo fijamos un punto sobre la recta distinto del origen que tenga el sentido del rayo y sobre los puntos escribimos el símbolo que le corresponde.

Ángulo plano o rectilíneo: la unión de dos rayos con origen común al cual llamaremos vértice del ángulo. Cada uno de los rayos se llama lado del ángulo.

Los ángulos se denotan:

a) Con letras griegas minúsculas y sobre ellas o su izquierda el símbolo de ángulo.

$$\sphericalangle\beta, \sphericalangle\mu, \sphericalangle\alpha, \sphericalangle\sigma, \text{ etc.}$$

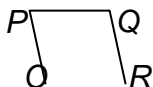
b) Cuando no hay confusión basta con nombrar el vértice.

c) Si varios ángulos tienen vértice común usamos tres letras. La del vértice en el centro y las otras dos una en cada uno de sus lados.

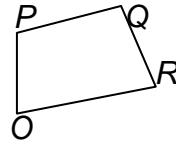
Bisectriz: rayo que divide a un ángulo en dos ángulos iguales.

Poligonal: una sucesión de segmentos de recta cuyo extremo final de uno es a la vez extremo inicial del siguiente segmento.

Poligonal abierta: es una poligonal cuyo extremo inicial del primer segmento no es a la vez extremo final del último segmento.



*Poligonal cerrado: es aquella poligonal cuyo extremo inicial del primer segmento es a la vez extremo final del último segmento.*



*Polígono: cualquier poligonal cerrado.*

*Cuadrilátero: es un polígono de cuatro lados.*

*Paralelogramos: cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos.*

*Trapezios: cuadriláteros con un par de lados paralelos.*

*Trapezoide: todos los demás cuadriláteros.*

*Rectángulo: paralelogramo con sus cuatro ángulos iguales de 90°.*

*Rombos: paralelogramo con sus cuatro lados iguales. Cuadrados cuatro ángulos iguales.*

*Romboide:*

- *Trapezio rectángulo: trapezio con un ángulo recto.*
- *Trapezio isósceles: trapezio con sus lados no paralelos iguales.*
- *Trapezio escaleno: todos los demás trapezios.*

*Simétrico: podemos intercambiar el lugar de los miembros en una igualdad.*

$$\overline{AP} = \overline{PA}$$

$$\overline{PA} = \overline{AP}$$

- *Si  $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{SP}$  son los lados de un polígono entonces es un: cuadrilátero*
- *Dibujar el rectángulo IJKL sabiendo que sus diagonales IK y JL miden 9 cm y se intersecan formando un ángulo de 50°.*
- *Construir el rombo TUVW sabiendo que sus lados miden 5 cm y una de las diagonales mide 6 cm.*
- *Construir un paralelogramo cuyas diagonales miden 7 y 5 cm respectivamente, y forman un ángulo de 55°.*

1. *Definición de ángulo recto: cada uno de los ángulos adyacentes iguales que originan dos rectas perpendiculares. Se denota  $\perp$ .*

*Los ángulos rectos son rectos si y sólo si son:  $m \perp l$*

2. *Ángulo agudo: ángulo que es menor a un ángulo recto.  $\angle O \Leftrightarrow \angle XOP < \angle$*

3. *Ángulo llano o colineal: ángulo que es igual a dos ángulos rectos.*

$$\angle POQ \Leftrightarrow \angle POQ = 2\angle \text{rectos}$$

4. *Ángulo obtuso: ángulo mayor que un ángulo recto y menor que un colineal.*

$$\angle XYZ \Leftrightarrow \angle XYZ < \text{colineal}$$

5. *Ángulo perigonal, perígono o de una vuelta: ángulo que es igual a cuatro ángulos rectos. Es perigonal si se cumple la condición  $\angle POQ \Leftrightarrow = 4\angle s$ .*

6. *Ángulo entrante o cóncavo: ángulo que es mayor que un ángulo llano y menor que un perígono:  $\angle XYZ \Leftrightarrow \text{ángulo llano} < \angle XYZ < \text{ángulo perígono}$ .*

7. *Ángulos complementarios: un par de ángulos cuya suma es un ángulo recto.*

$$\text{Son complementarios} \Leftrightarrow \beta + \alpha = \text{r}, \quad \alpha + 60^\circ = \text{r}$$

8. *Ángulos suplementarios: dos ángulos cuya suma es igual a un ángulo llano.*

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

9. *Ángulos conjugados: dos ángulos cuya suma es igual a un ángulo perígono.*

$$\hat{1} + \hat{2} = 360^\circ$$

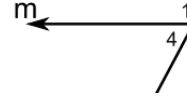
10. *Ángulos opuestos por el vértice: par de ángulos con vértice común y los lados de uno son prolongaciones en sentidos opuestos de los lados del otro.*

11. *Cada recta divide al plano en dos, cada uno de ellos se llama semiplano.*

12. *Ángulos formados por dos rectas y una transversal a ellas.*

- *m y n son dos rectas cualesquiera, t es una transversal a ellas, se forman entonces 8 ángulos.*
- *Los ángulos que se encuentran en la intersección de los semiplanos generados por m y n se llaman internos.  $\angle 3, \angle 4, \angle 5$  y  $\angle 6$*
- *Los ángulos ubicados en semiplanos ajenos generados por m y n se llaman externos.  $\angle 1, \angle 2, \angle 7$  y  $\angle 8$*
- *Los ángulos ubicados en el mismo semiplano generado por la transversal se denominan colaterales.  $\angle 1, \angle 4, \angle 5$  y  $\angle 8$ ;  $\angle 2, \angle 3, \angle 6$  y  $\angle 7$*
- *Los ángulos ubicados en uno y otro lado de la transversal se llaman alternos.*

- Se llaman *ángulos correspondientes* aquellos que están en el mismo lado respecto a la transversal y en la misma posición a las otras dos rectas.  $\angle 2$  y  $\angle 6$ ,  $\angle 3$  y  $\angle 7$ ;  $\angle 1$  y  $\angle 5$ ,  $\angle 4$  y  $\angle 8$
- *Alternos internos*:  $\angle 3$  y  $\angle 5$ ,  $\angle 4$  y  $\angle 6$
- *Alternos externos*:  $\angle 2$  y  $\angle 8$ ,  $\angle 1$  y  $\angle 7$
- *Colaterales internos*:  $\angle 4$  y  $\angle 5$ ,  $\angle 3$  y  $\angle 6$
- *Colaterales externos*:  $\angle 2$  y  $\angle 7$ ,  $\angle 1$  y  $\angle 8$



Teorema relativo a ángulos.

*Teorema 1. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.*  $\alpha = \mu$

*Teorema 2. Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios son perpendiculares.*

*Teorema 3. En todo triángulo el ángulo exterior es mayor que los ángulos interiores no adyacentes a él.*

*Ángulo interior. Es el ángulo que se encuentra en la región interior del polígono.*

*Ángulo interior de un triángulo. Su vértice es uno de los vértices del triángulo y sus lados contienen dos lados del triángulo.*

*Ángulo exterior de un triángulo. Su vértice es uno de los vértices del triángulo, uno de sus lados contiene un lado del triángulo y el otro es prolongación del otro lado del triángulo que pasa por el mismo vértice.*  $\hat{1} > \beta$ ;  $\hat{1} > \alpha$

*Teorema 4. En cualquier triángulo la suma de sus ángulos exteriores es igual a cuatro ángulos rectos.*  $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 4\text{r}$

*Teorema 5. En cualquier triángulo el ángulo exterior tiene por medida la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a él.*  $\hat{1} = \beta + \gamma$ ;  $\hat{2} = \alpha + \gamma$ ;  $\hat{3} = \alpha + \beta$

*Teorema 6. En cualquier cuadrilátero los ángulos interiores suman cuatro ángulos rectos.*

*Teorema fundamental del paralelismo. Dos rectas son paralelas si y sólo si los ángulos alternos internos son iguales.*

*Rectas paralelas. Rectas que están en un mismo plano y no se cortan a sea que no tienen puntos en común.*



### Características entre rectas paralelas:

- Los ángulos correspondientes entre dos rectas paralelas son iguales.
  - Los ángulos internos entre dos rectas paralelas son suplementarios.
  - Los ángulos alternos externos entre paralelas son iguales.
  - Los ángulos colaterales externos entre paralelas son suplementarios.
1. La suma de los ángulos interiores de un polígono es igual al producto de dos rectos por el número de lados menos dos.  $\sum \angle \text{interiores} = 2r(n - 2)$ .
  2. Cada ángulo de un polígono regular de  $n$  lados es igual a la suma de los ángulos dividida entre el número de lados.  $\angle \text{interior} = \frac{2r(n-2)}{n}$
  3. La suma de los ángulos exteriores de un polígono es igual a cuatro rectos.

$$\sum = \frac{4r}{n} \quad 4r = 360^\circ$$

El número de diagonales de un polígono de  $n$  lados es igual a la mitad del producto de  $n$  por  $n - 3$ .  $\text{Diagonales} = \frac{n(n-3)}{2}$

### Medidas angulares.

Los Babilónicos dividieron a la circunferencia en 360 partes iguales a cada una de ellas le llamamos grado y con esto podemos medir ángulos.

Los grados se subdividen en 60 partes cada uno de ellos se llama minuto.  $1^\circ = 60'$

Los minutos se subdividen en 60 partes iguales cada una de ellas se llama segundo.

$$1' = 60''$$

También podemos medir ángulos en radianes, en este caso la circunferencia desciende en su totalidad a dos  $\pi$  radianes.

$$360^\circ = 2\pi r$$

$$1' = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$180^\circ = \pi r$$

$$60' = \frac{\pi r}{180^\circ}$$

$$60'' = \frac{\pi r}{10800}$$

$$1' = \frac{\pi r}{60^\circ}$$

$$1^\circ = \frac{\pi r}{180^\circ}$$

$$1'' = \frac{\pi r}{648000}$$

$$1' = \frac{\pi r}{10800^\circ}$$

$$60^\circ = \frac{60\pi}{180^\circ} r = 60^\circ = \frac{30\pi}{90} r = 60^\circ = \frac{\pi}{3^\circ} r$$

Ejemplos de ejercicios en clase.

- *Trazo de punto medio, rectas perpendiculares, mediatriz, cuadrado, triángulo y polígonos regulares con regla y compás.*
- *Qué polígonos regulares tienen los ángulos centrales respectivamente iguales a  $24^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $120^\circ$ .*
- *Calcula el valor de los elementos del dodecágono regular.*

$$2r(n - 2) = 180^\circ(12 - 2) = 180^\circ(10)1800^\circ$$

$$\frac{180^\circ(10)}{12} = \frac{1800^\circ}{12} = 150^\circ$$

$$\frac{4r}{n} = \frac{360^\circ}{12} 30^\circ$$

$$Diagonales = \frac{n(n - 3)}{2} = \frac{12(12 - 3)}{2} = \frac{12(9)}{2} = 54$$

- *¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyos  $\triangle$  interiores suman  $1440^\circ$ ?*

Calcula.

$$2r(n - 2)$$

■  $48^\circ, 54', 27''$

$$180^\circ(n - 2) = 1440^\circ$$

$$180^\circ n - 360^\circ = 1440^\circ$$

$$180^\circ n = 1440^\circ + 360^\circ$$

$$180^\circ n = 1800^\circ$$

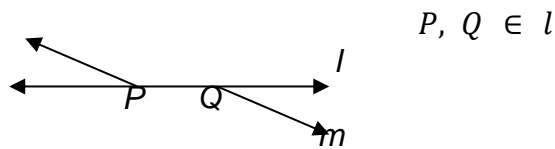
$$n = \frac{1800^\circ}{180^\circ} = 10^\circ$$

$$27'' = \frac{27^\circ \pi}{648000^\circ} = \frac{\pi}{24000} r$$

Evaluación 1.

1. Si  $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{SP}$  son los lados de un polígono entonces es un: \_\_\_\_\_
2. Si en un cuadrilátero  $ABCD$   $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  y  $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$  entonces es un: \_\_\_\_\_
3. Si en un cuadrilátero  $DEFG$ ,  $\overline{EF} \parallel \overline{DG}$  entonces es un: \_\_\_\_\_

4. Si  $y P, Q \in m \Rightarrow$   
 \_\_\_\_\_ por \_\_\_\_\_

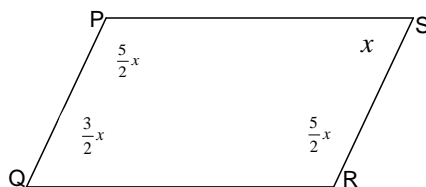


5. Dibuja el rectángulo  $IJKL$  sabiendo que sus diagonales  $\overline{IK}$  y  $\overline{JL}$  miden 9 cm y se intersecan formando un ángulo de  $50^\circ$ .
6. Construir el rombo  $TUVW$  sabiendo que sus lados miden 5 cm y una de las diagonales mide 6 cm.
7. Construir un cuadrilátero cuyos lados miden respectivamente 3.2, 2.6, 4.3 cm. Sabiendo que la diagonal que une el primer vértice con el tercero tiene 3.6 cm.
8. Construir un paralelogramo cuyas diagonales miden 7 y 5 cm respectivamente, y forman un ángulo de  $55^\circ$ .
9. Construir un rectángulo cuyas diagonales miden 54 mm y forman un ángulo de  $58^\circ$ .

Evaluación 2.

Definir correctamente lo que se te pide o completar en el otro caso.

- $\sphericalangle$  agudo: \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle$  entrante: \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle$ s opuestos por el vértice: \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle$ s ubicados en el mismo lado de la transversal y en la misma posición respecto a las rectas: \_\_\_\_\_
- ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyos ángulos interiores suman  $2160^\circ$ ?
- Expresar en grados y en radianes. Cinco cuartos de dos ángulos rectos.
- Con los datos que se te proporcionan, calcular lo que se te pide, en grados, minutos, segundos y convertirlos a radianes.



## **Análisis del curso figuras y cuerpos geométricos**

Durante la trayectoria del curso de Figuras y cuerpos geométricos se puede notar que no se estudió el bloque de simetrías y el de sólidos que marca el programa de estudios. El curso se centra en el bloque uno de *Figuras en el plano* el cual consiste en construcciones geométricas con regla y compás, así como de cálculos de medidas angulares.

Asimismo, se aprecia en los apuntes de la asignatura de *Figuras y cuerpos geométricos* que la estructura del trabajo se rige por una lista de conceptos estipulados, algunos trazos geométricos dirigidos por el docente y cálculos numéricos siguiendo fórmulas y definiciones previamente dictadas.

Los apuntes señalados anteriormente dejan entrever que es indispensable que los alumnos cuenten previamente con las definiciones y fórmulas de los temas trabajados para poder resolver las tareas convenidas en cada una de las sesiones, por lo que una de las actividades predominantes en los estudiantes de la ENSM, es la de escuchar, transcribir y memorizar. Los alumnos normalistas toman nota de lo que se dicta, siguen instrucciones para realizar los trazos geométricos y cálculos, de esta manera también se preparan para las evaluaciones parciales.

La metodología propuesta por el docente a cargo de la asignatura de *Figuras y cuerpos geométricos* deja entrever que su trabajo se fundamenta en una instrucción dirigida basada en definiciones, reglas, leyes y fórmulas; de tal forma que el rol de los alumnos es realizar las actividades propuestas por el maestro a cargo, es decir calcular ángulos y hacer uso de los radianes, el trazo de polígonos regulares, el punto medio, etcétera. Además, se aprecia que la secuencia se centra en la ejercitación de procesos algorítmicos y memorización de conceptos establecidos.

La habilidad de memorización que tienen que desarrollar los alumnos normalistas de la especialidad de matemáticas al retener las definiciones y los pasos requeridos para realizar algún trazo geométrico no son suficientes para la formación docente, es

decir deben adquirir un cúmulo de conocimientos, bases didácticas, métodos, estrategias de aprendizaje que para su labor docente es fundamentales dentro de las escuelas secundarias. Asimismo, “los futuros profesores de educación secundaria con especialidad en matemáticas deben contar con un conocimiento sólido de la disciplina y su didáctica, así como las características generales de la propuesta curricular para la educación básica y las características intelectuales y afectivas”<sup>58</sup>.

De esta manera, los maestros en formación requieren de una preparación sólida en contenidos, métodos, habilidades, actitudes y múltiples conocimientos que les permitan ir más lejos de lo determinado en una definición o el hecho de aprender a seguir indicaciones, hay que tener presente que ellos también van a formar a otros sujetos. Por lo que sería conveniente que durante las clases se dé un espacio para especificar los contenidos, métodos, técnicas, entre otros aspectos necesarios para planear y poner en práctica una clase para alumnos de secundaria, por ejemplo, que en la construcción de polígonos se prepare una clase muestra donde se consideren los conocimientos previos y las actividades que permitirán al alumno entrar en materia e ir reestructurando sus conocimientos, como lo marca el plan de estudios de 1999 donde el alumno normalista debe contar con las competencias didácticas de diseñar, organizar y poner en práctica estrategias y actividades didácticas, adecuadas a las necesidades, intereses y formas de desarrollo de los adolescentes, entre otros aspectos.

Haciendo alusión al andamiaje donde el individuo parte de lo que puede realizar por sí mismo y continúa con la ayuda de alguien experto, es pertinente señalar que los docentes deben organizar su práctica desde el punto pedagógico apoyado de teorías.

Además, como se estipula también en el plan de estudios 1999 se pretende formar maestros capacitados en atender las necesidades de los adolescentes tanto en el plano afectivo como el educativo, es decir buscar alternativas para presentarles los

---

<sup>58</sup> Secretaría de Educación Pública (2000). *Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. Campo de formación específica. Matemáticas*. México. p. 17.

contenidos y lograr el aprendizaje. Y, sin embargo, en la forma de preparar a los nuevos docentes de matemáticas, como se aprecia en las notas del curso presentadas anteriormente, no se vislumbra una formación donde los maestros que atenderán a los alumnos de las escuelas secundarias cuenten con suficientes elementos matemáticos pedagógicos que ayuden en la ardua tarea de cubrir las necesidades requeridas de dicha población.

Como ya se mencionó los estudiantes normalistas que egresan como docentes de secundaria requieren bases sólidas en conocimientos de la materia y su didáctica que los preparen para el desarrollo de su labor docente, es decir, requieren de una enseñanza que los capacite en la planeación y ejecución de los temas, donde la dinámica del proceso de enseñanza atraiga la atención de los adolescentes y estos se nutran de conocimientos significativos.

La planificación de una clase que pretende desarrollar el razonamiento matemático de los niños manera sistemática, se espera que los profesores tengan claras las formas de pensamiento que desean enseñar<sup>59</sup>.

Al mismo tiempo se advierte un alejamiento en la formación de maestros innovadores en los procesos de enseñanza-aprendizaje, se concentran en la repetición de dichos procesos algorítmicos dejando de lado el análisis. Con lo anterior no quiere decir que el memorizar sea inconveniente para el desarrollo de la formación de los maestros, todo lo contrario, es parte del proceso.

---

<sup>59</sup> Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE. p. 89.

En seguida se presenta los apuntes de la asignatura opcional I (Cálculo I).

### ***Cálculo I (opcional)***

El plan de la especialidad de matemáticas de la Licenciatura en Educación Secundaria incluye dos materias opcionales, una en quinto y la otra en sexto semestre, para “fortalecer la formación de los estudiantes normalistas en relación con necesidades regionales y con modalidades del servicio de educación secundaria”<sup>60</sup>. No se especifica el tipo de materia, lo que queda a disposición del profesor a cargo.

La secuencia de trabajo que se presenta corresponde a la materia opcional I, para lo que el profesor a cargo determino impartir *cálculo I*. No se cuenta con el programa de la materia.

La ENSM establece criterios y orientaciones que precisan los lineamientos que regulan el dominio de los contenidos de la disciplina de cada especialidad, es decir “el ejercicio de la profesión de educador requiere de un conocimiento firme de los contenidos fundamentales del campo disciplinario de la asignatura que permitirá en la educación secundaria, así como el dominio de las habilidades, los métodos y los recursos adecuados para favorecer el aprendizaje en los alumnos”<sup>61</sup>.

A continuación, se presentan los apuntes registrados del curso de cálculo I que el profesor a cargo impartió:

---

<sup>60</sup>Secretaría de Educación Pública (2010). *Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. Plan de estudios 1999*. Cuarta reimpresión. México. p. 20.

<sup>61</sup> *Ibíd*em, p. 20.

## CÁLCULO I

Teorema de límite.

1. Límite de una constante: es igual a la constante.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} c = c$$

2. Límite de una variable con respecto a sí misma, es igual al valor de la variable.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} x = \alpha$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} x = 5$$

3. Límite de una constante por una variable, es igual a la constante por el límite de la variable.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} c = c$$

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} cx = ca$$

4. Límite de una suma de funciones o variables, es igual a la suma de los límites.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow \alpha} g(x)$$

5. Límite de un producto de funciones o variables, es igual al producto de los límites.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow \alpha} g(x)$$

6. Límite de un cociente de funciones o variables, es igual al cociente de los límites.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)}{\lim_{x \rightarrow \alpha} g(x)}; \quad g(x) \neq 0$$

7. Límite de una potencia, es igual a la potencia del límite.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} [f(x)]^n = L^n$$

8. Límite de una raíz enésima, es igual al límite de la raíz.

$$\lim_{x \rightarrow \alpha} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L}$$



Ejemplos:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x + 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[5]{\frac{x^3 - 64x}{x^2 + 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[5]{\frac{x(x^2 - 64)}{x(x + 2)}} = \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[5]{\frac{x^2 - 64}{x + 2}} = \sqrt[5]{\frac{0^2 - 64}{0 + 2}} = \sqrt[5]{-32} = -2$$

La derivada.

Regla de los cuatro pasos.

1. Se incrementa la función y la variable.
2. A la función incrementada se le resta la inicial.
3. Se divide entre  $\Delta x$
4. Se toma el límite cuando  $\Delta x$  tiende a cero.

Demostración de las derivadas de funciones algebraicas.

1. Derivada de una constante.

$$\begin{aligned}y + \Delta y &= c \\y - y + \Delta y &= c - c \\ \Delta y &= 0 \\ \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{0}{\Delta x} = 0 \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= 0 \\ \frac{d}{dx}(c) &= 0\end{aligned}$$

2. Derivada de una variable con respecto a sí misma.

$$\begin{aligned}y &= x \\y + \Delta y &= x + \Delta x \\y - y + \Delta y &= x - x + \Delta x \\ \Delta y &= \Delta x \\ \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\Delta x}{\Delta x} = 1 \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= 1 \\ \frac{d(x)}{d(x)} &= 1\end{aligned}$$

3. Derivada de una suma de variables.

$$\begin{aligned}
 y &= \mu + v + \omega \\
 y + \Delta y &= \mu + \Delta\mu + v + \Delta v + \omega + \Delta\omega \\
 y - y + \Delta y &= \mu - \mu + \Delta\mu + v - v + \Delta v + \omega - \omega + \Delta\omega \\
 \Delta y &= \Delta\mu + \Delta v + \Delta\omega \\
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\Delta\mu + \Delta v + \Delta\omega}{\Delta x} \\
 \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\Delta\mu + \Delta v + \Delta\omega}{\Delta x} \\
 \frac{d(\mu + v + \omega)}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{d\mu}{dx} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{dv}{dx} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{d\omega}{dx}
 \end{aligned}$$

La derivada de una suma de variables será igual a la suma de las derivadas de las funciones.

4. Derivada de un producto.

$$\begin{aligned}
 y &= \mu \cdot v \\
 y + \Delta y &= (\mu + \Delta\mu)(v + \Delta v) \\
 y - y + \Delta y &= \mu v + \mu\Delta v + v\Delta\mu + \Delta\mu \cdot \Delta v - \mu v \\
 \Delta y &= \mu\Delta v + v\Delta\mu + \Delta\mu \cdot \Delta v \\
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\mu\Delta v + v\Delta\mu + \Delta\mu \cdot \Delta v}{\Delta x} \\
 \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{\mu\Delta v}{\Delta x} + \frac{v\Delta\mu}{\Delta x} + 0 \\
 \frac{d}{dx} (\mu \cdot v) &= \mu \cdot \frac{dv}{dx} + v \frac{d\mu}{dx}
 \end{aligned}$$

La derivada de un producto de dos factores será igual al primer factor por la derivada del segundo más el segundo factor por la derivada del primero.

$$\begin{aligned}
 y &= (x^2)(5x) \\
 &= x^2(2^\circ) + 5x(1^\circ)
 \end{aligned}$$

5. Derivada de una constante por una variable.

$$\begin{aligned}
 y &= f(x) = cx \\
 \frac{d}{dx} (cx) &= c \frac{dx}{dx}
 \end{aligned}$$

La derivada de una variable por una constante será igual a la constante por la derivada de la variable.

6. Derivada de una potencia.  $y = f(x) = x^{12}$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

7. Derivada de un cociente.  $y = \frac{\mu}{v}$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\mu}{v}\right) = \frac{v \frac{dv}{dx} - \mu \frac{d\mu}{dx}}{v^2}$$

8. Derivada de una raíz.  $y = \sqrt{x}$

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$$

### Ejercicios.

$y = (5x^2 - 3)^2$ $y' = 2(5x^2 - 3)^{2-1}(10x)$ $y' = 20x(5x^2 - 3)$ $y' = 100x^2 - 60x$	$y = \sqrt[3]{(x-4)^2}$ $y = ((x-4)^2)^{1/3}$ $y = (x-4)^{2/3}$ $y' = \frac{2}{3}(x-4)^{2/3-3/3(1)}$ $y' = \frac{2}{3}(x-4)^{-1/3}$	$f(s) = \frac{\sqrt{s^2}}{5}$ $f(s) = \frac{(s^2-3)^{1/2}}{5}$ $f(s) = \frac{\frac{1}{2}(s^2-3)^{1/2-2/2}(2s)}{5}$
$y = (3-x)(2-x)$ $y' = (3-x)(-1) + (2-x)(-1)$ $y' = -3+x + (-2+x)$ $y' = -3+x-2+x$ $y' = 2x-5$	$y' = \frac{2}{3(x-4)^{1/3}}$ $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x-4}}$	$f(s) = \frac{2s}{2(s^2-3)^{1/2}}$ $f(s) = \frac{2s}{10\sqrt{s^2-3}}$ $f(s) = \frac{s}{5\sqrt{s^2-3}}$
$s = \sqrt{1-2t}$ $s' = \frac{-2}{2\sqrt{1-2t}}$ $s' = \frac{-1}{\sqrt{1-2t}}$	$y = \frac{-3}{2-x}$ $y' = \frac{(2-x)(0) - (-3)(-1)}{(2-x)^2}$ $y' = \frac{-3}{(2-x)^2}$	$y = \frac{2-3x}{4+5x}$ $y' = \frac{4+5x(-3) - (2-3x)(5)}{(4+5x)^2}$ $y' = \frac{-12-15x - (10+15x)}{(4+5x)^2}$ $y' = \frac{-12-15x-10+15x}{(4+5x)^2}$ $y' = \frac{-22}{(4+5x)^2}$

### Evaluación 1.

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^3 - x}{x^2 - 1}}$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt[5]{x} - 1}$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x + 1}$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x}{x - 3} - \frac{6x}{x^2 - 9} \right)$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{x^4 + 1} - x}{1 - x}$$

### Evaluación 2.

$$\blacksquare y = x(2x - 1)(3x + 2)$$

$$\blacksquare y = \frac{4x}{1 + x^2}$$

$$\blacksquare y = \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\blacksquare y = \left( a + \frac{b}{x} \right)^2$$

$$\blacksquare y = \sqrt{\frac{10 - x^2}{x}}$$

### Análisis del curso cálculo I

Esta asignatura es opcional y no se cuenta con el programa de estudio que los alumnos deben abordar, como ya se mencionó anteriormente.

En los apuntes recabados de la materia *opcional I (Cálculo I)*, se puede apreciar el estilo de enseñanza que sigue el profesor, el cual se fundamenta en un listado de teoremas, fórmulas para calcular límites y derivadas los cuales son dictados, escritos y ejemplificados sobre el pizarrón por el maestro.

Asimismo, la labor de los alumnos es la de escuchar, escribir lo que se les dicta y realizar una serie de ejercicios sobre límites y derivadas. De esta manera los estudiantes realizan las actividades propuestas, siguiendo fórmulas que les permite obtener resultados favorables en el mejor de los casos. Es decir, se aprecia que la

repetición de procesos convencionales es primordial para avanzar en la clase y así lograr acreditar los exámenes y la materia.

Siguiendo el proceso de “enseñar en función de la zona de desarrollo próximo implica que los alumnos requerirán explicaciones, demostraciones ejemplares, asesoría y otras formas de apoyo por parte del maestro, pero también implica que esta estructura y elaboración de andamiaje por el profesor disminuirá en la medida en que la destreza del alumno aumente [...]”<sup>62</sup>.

Además, la trayectoria que sigue el proceso de enseñanza muestra rasgos donde los alumnos son los oyentes y el maestro es quien determina lo que deben aprender. También se aprecia que la intención educativa se orienta al manejo de los algoritmos pertinentes y obtener resultados favorables ante una expresión de un límite o una derivada, así como prepararse en dichos temas para la evaluación.

Igualmente, se puede ver que el proceso de enseñanza-aprendizaje durante las clases de *Cálculo I*, se orienta en habilitar ciertos procesos y memorizar reglas que permitan resolver las diferentes tareas propuestas por el profesor, quedando los conocimientos delimitados a calcular límites, derivadas y dejando de lado la aplicación y el análisis. Asimismo, sería pertinente que los contenidos de la clase de cálculo se relacionaran con los temas que se trabajan en el nivel básico como lo son las funciones, variación y las gráficas, de tal manera que los temas y la aplicación del cálculo se vinculen con el programa de secundaria. También analizar las múltiples dificultades con las que se enfrentan los adolescentes en dichos temas.

---

<sup>62</sup> Brophy, J. (2000). *La enseñanza*. Academia Internacional de Educación Oficina Internacional de Educación (UNESCO) Cuadernos Biblioteca para la Actualización del Maestro. México: SEP. p. 11. Recuperado 28 de abril de 2021 de <https://blogfcbc.files.wordpress.com/2012/03/3-brophy-laensec3b1anza.pdf>

Tener presente que “la matemática involucra la enseñanza de diferentes áreas del conocimiento, y muchas habilidades”<sup>63</sup>.

La ENSM forma maestros capacitados en la especialidad de matemáticas y las clases que se observaron de *Cálculo I* reflejan una ambigua preparación en dicha especialidad, es decir durante las diferentes sesiones se consideran elementos limitados tanto en conocimientos matemáticos como en métodos, técnicas y habilidades que les permita realizar una planeación de clases que cubra aspectos tanto de contenidos matemáticos como pedagógicos. Es decir, los alumnos normalistas al egresar e incorporarse a la plantilla de docentes de secundaria se enfrentarán a inconvenientes como “la resistencia de los alumnos a buscar por su cuenta la manera de resolver problemas; la dificultad para leer y por lo tanto para comprender los enunciados de los problemas; el desinterés por trabajar en espacios insuficientes para compartir experiencias”<sup>64</sup>. Lo mostrado en los apuntes de cálculo I, carece de las herramientas necesarias con las que debe contar los docentes para enfrentar este tipo de problemas.

Como menciona Ferry la formación de un docente debe estar centrado en las adquisiciones, en el proceso y en el análisis.

Con la información obtenida del curso de *Cálculo I*, se puede percibir que los alumnos normalistas necesitan cubrir las competencias que define el perfil de egreso que marca el plan de estudios de 1999, que se mencionan en este capítulo.

Los últimos apuntes que se muestran son los de la asignatura de *la predicción y el azar*.

---

<sup>63</sup> Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE. p.76.

<sup>64</sup> Secretaría de Educación Pública (2006). *Programa de estudios 2006. Educación básica. Secundaria*. México. pp. 12-13.

## ***La predicción y el azar***

La asignatura de *Predicción y azar* se cursa en sexto semestre, los contenidos están organizados en cuatro bloques temáticos, el primero aborda lo referente *al azar*; en el segundo se ve las *técnicas de conteo*; en el tercero la *probabilidad* y en el cuarto se abordan las *funciones de distribución*.

Esta asignatura tiene como propósitos generales<sup>65</sup>:

- Que los estudiantes usen los conocimientos probabilísticos como herramienta para dar solución a problemas de carácter social, científico o tecnológico.
- Que los estudiantes tengan una precisión del lenguaje probabilístico, sepan dar una explicación sistemática de alternativas y cuenten con la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones y además fomentar la curiosidad e imaginación.
- Que los estudiantes desarrollen las habilidades de inferir, generalizar y comunicar los conocimientos de probabilidad y sepan relacionarlos con los temas que se abordan en *nociones de probabilidad* en secundaria.

El programa de estudios señala que el desarrollo de la asignatura sea en forma de taller. Se propongan problemas para la resolución en forma individual o en equipo. Que las actividades se acompañen de una reflexión, además que dichas actividades recurran a diversos materiales como lo son: urnas, dados, volados, barajas, etcétera.

En seguida se presentan los apuntes desprendidos de la asignatura la predicción y azar.

---

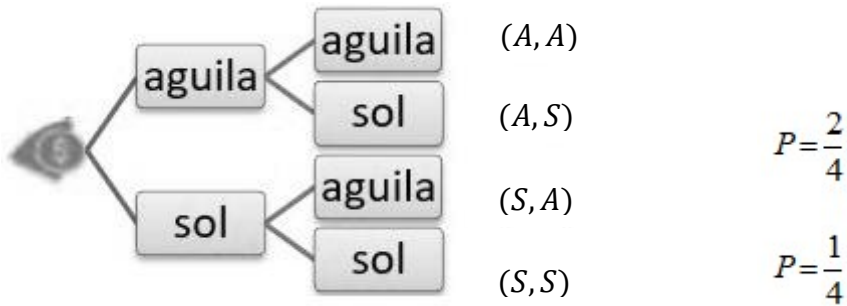
<sup>65</sup> Secretaría de Educación Pública (2002). *Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. La predicción y el Azar.* (2002). México. p. 3.

## Desarrollo del curso la predicción y el azar

Gustavo y Ángel juegan a los volados lanzando simultáneamente al aire dos monedas. Gustavo ganará en caso de que caiga sol en ambas monedas, mientras que Ángel ganará sólo cuando caiga sol en alguna de las monedas y águila en la otra. ¿Quién tendrá mayor probabilidad de ganar?

Conteo.

A, A		20
A, S		31
S, A		29
S, S		20



Evento	probabilidad	frecuencia esperada	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
(A, A)	$\frac{1}{4}$	25	20	.2
(A, S)	$\frac{1}{4}$	25	31	.31
(S, A)	$\frac{1}{4}$	25	29	.29
(S, S)	$\frac{1}{4}$	25	20	.2



Dos enfoques: el clásico (ideal) y el frecuencial (aproximación).

En una mesa están las 28 fichas de un dominó ocultando sus puntos, ¿cuál es la probabilidad de que, al voltear una ficha, la suma de sus puntos sea igual a siete?

A) $\frac{3}{49}$	B) $\frac{3}{28}$	C) $\frac{3}{25}$	A) $\frac{6}{49}$
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

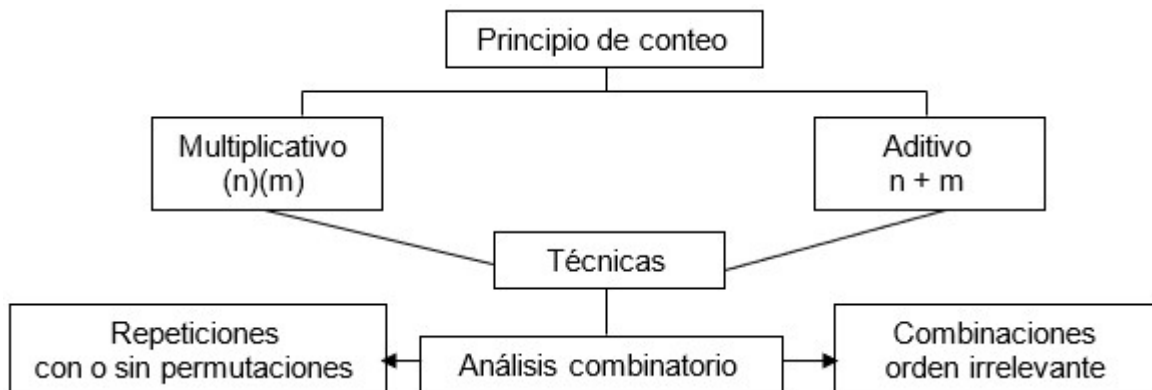
	0	1	2	3	4	5	6
0	0, 0						
1	0, 1	1, 1					
2	0, 2	1, 2	2, 2				
3	0, 3	1, 3	2, 3	3, 3			
4	0, 4	1, 4	2, 4	3, 4	4, 4		
5	0, 5	1, 5	2, 5	3, 5	4, 5	5, 5	
6	0, 6	1, 6	2, 6	3, 6	4, 6	5, 6	6, 6

La frecuencia relativa permite acercarse a la aproximación.

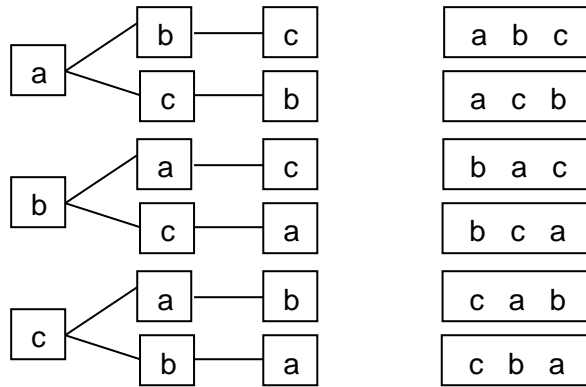
10 canicas en cada bote  
200 extracciones

A=amarillo  
B=azul

Equipos	Color A		Color B	
	F. absoluta	F. relativa	F. absoluta	F. relativa
1	137	0.685	63	0.315
2	126	0.630	74	0.37
3	124	0.62	76	0.38
4	154	0.77	46	0.23
Total	541	2.705	259	1.295



¿De cuántas formas se pueden sentar tres personas en una banca?



$3 \times 2 \times 1 = 6$   
 $3! = 6$

*El orden es relevante.*

*Permutación, es un arreglo de todos o parte de un número de objetos, en un orden definido sin repetición.*

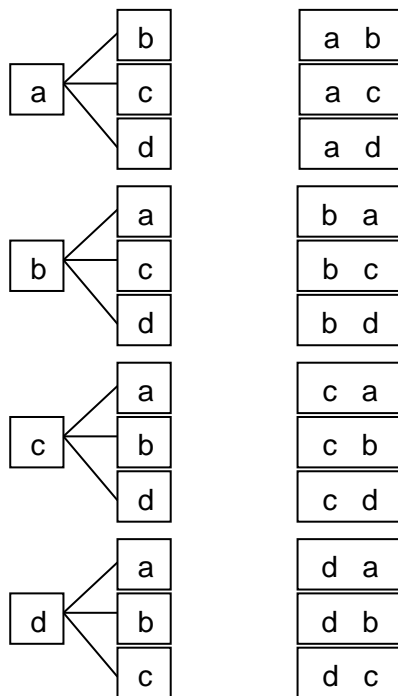
*n: número total de objetos*

*si  $n = r$*

*r: número de objetos implicados*

*$nPn = n!$*

*Cuatro equipos participarán en un torneo de fútbol; si los enfrentamientos fueran acordados a visitar recíprocamente, ¿cuántos partidos deberán jugarse en total?*



$$4 \times 3 = 12$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 12$$

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

$$\frac{4!}{(4-2)!} = 12$$

n: número total de objetos

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

r: número de objetos implicados

De un grupo se conoce que a 19 les gustan las matemáticas, a 17 las artes, a 11 la historia, a 2 les gustan las tres, 12 prefieren matemáticas, 5 artes e historia y a 5 alumnos ninguna de las materias.

Determinar el número de alumnos que:

- a) integran al grupo
- b) les gustan M y A
- c) les gustan A e H
- d) les gustan M e H
- e) sólo les gusta M
- f) sólo les gusta H
- g) sólo les gusta A

Al seleccionar un alumno al azar, cuál es la probabilidad de que:

a) no le guste M  $P = \frac{11}{30}$

b) no le guste ninguna materia  $P = \frac{5}{30}$

Las combinaciones de  $n$  objetos, tomando “ $r$ ” de ellos a la vez, representan el número de subconjuntos diferentes de tamaño “ $r$ ” que se puede obtener con esos “ $n$ ” objetos.

$P(N) = 2^n$	$N$ : conjunto	$n$ : número de elementos de $N$
--------------	----------------	----------------------------------

$$\begin{aligned}
nCr &= \frac{n!}{n-r} \div \frac{r!}{1} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \\
&= \frac{4!}{(4-3)!} \div 3! \\
&= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1!} \div \frac{3 \times 2 \times 1}{1} \\
&= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 4
\end{aligned}$$

$$E = \{a, b, c, d\}$$

$$n = 4$$

$$r = 2$$

$$nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$${}^4C_2 = \frac{4!}{2!(4-2)!}$$

$${}^4C_2 = \frac{(4 \times 3)(2 \times 1)}{(2 \times 1)(2 \times 1)}$$

$${}^4C_2 = \frac{12}{2} = 6$$

$$\begin{aligned}
P(E) = \phi; \{a\}; \{b\}; \{c\}; \{d\}; \{a, b\} \\
\{a, c\}; \{a, d\}; \{b, c\}; \{b, d\} \\
\{c, d\}; \{a, b, c\}; \{a, b, d\} \\
\{b, c, d\}; \{a, c, d\}; \{a, b, c, d\}
\end{aligned}$$

$${}^4C_4 = \frac{4!}{(4!)(4-4)!} = \frac{1}{1} = 1$$

## Análisis del curso de la predicción y el azar

Durante el desarrollo de este curso el profesor cubre los temas propuestos en el programa de estudios: el azar; técnicas de conteo; probabilidad y funciones de distribución.

Como se puede observar la metodología de las actividades propuestas por el profesor a cargo de la materia predicción y azar, invitan a los alumnos a buscar diferentes caminos para llegar a un objetivo. Es decir, en las diferentes sesiones el maestro propone actividades que implican problemas y juegos de azar, donde los alumnos deben obtener datos para establecer conceptos, formulas y llegar a la generalización. Asimismo, el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desglosa en dicha asignatura como el docente dirige a los estudiantes normalistas a obtener

información a partir de diferentes situaciones, compartir experiencias e incluso un poco de diversión. Por lo que se consideran diversos procesos y métodos de enseñanza que conducen a la adquisición de conocimientos, al análisis, al intercambio de experiencias, etcétera.

Retomando la zona de desarrollo próximo que propone Vigotski, se percibe que los alumnos normalistas se enfrentan a situaciones donde enfrentan retos donde hay cosas que pueden realizar por sí mismos y otras en las que requieren de un experto, donde la intervención del profesor a cargo juega un papel esencial al guiar a los alumnos a experiencias que les aportan aprendizajes significativos.

De este modo una de las funciones del maestro es la de despertar el interés por aprender e impulsarlos a la investigación, y no quedarse solamente con las fórmulas o conceptos. Los alumnos por su parte trabajan con material concreto generando un acercamiento menos sistemático al conocimiento de la predicción y azar. Así cumpliendo con el propósito de “Construir el concepto de azar en forma intuitiva a partir del análisis de juegos de azar, en particular los tradicionales de su comunidad y situaciones de la vida cotidiana, formalizando su lenguaje matemático y probabilístico”<sup>66</sup>.

Si bien, existen momentos de incertidumbre, es decir en el momento donde el maestro conduce al grupo a la generalización de fórmulas para calcular probabilidades se presentan ciertos problemas al relacionar el trabajo de símbolos numéricos y las actividades con los materiales de juego de azar.

Durante el desarrollo de las sesiones el maestro favorece el ambiente de aprendizaje, es decir los estudiantes tienen la oportunidad de buscar soluciones a través del juego fomentar su curiosidad e imaginación, compartir experiencias y procesos.

---

<sup>66</sup> Secretaría de Educación Pública (2002). *Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. La predicción y el Azar.* (2002). México. p. 4.

Así “en la clase de matemáticas, son los profesores habitualmente los que encargan las tareas, pero, a través del cuestionamiento de los profesores, se convierten en el problema de los alumnos”<sup>67</sup>.

También se observa que durante el desarrollo del curso se carece de información específica que ayude a los alumnos a preparar una clase ante su futura labor docente.

Los procesos de enseñanza-aprendizaje son factores trascendentales, donde los alumnos adquieren herramientas para su desenvolvimiento profesional. Así que la forma en que se imparte una clase puede llegar a tener un impacto ya sea positivo o negativo en los estudiantes de la ENSM, y se reflejará en un futuro en las aulas.

Para el “desarrollo del pensamiento matemático, el papel de los profesores y el currículo es presentar tareas secuencialmente para extender y generalizar las ideas”<sup>68</sup>.

Como ya se mencionó el profesor que imparte dicha materia brinda a los estudiantes varias alternativas de abordar los contenidos, y sería pertinente que en el curso se analizaran y se discutieran distintas propuestas sobre la forma de cómo abordar los contenidos relacionados con la probabilidad en secundaria, detectar las dificultades con las que se enfrentan los adolescentes para comprender, por ejemplo: el azar, técnicas de conteo, los conceptos de probabilidad frecuencial y clásica, etc.

---

<sup>67</sup> Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE. p. 28.

<sup>68</sup> *Ibidem*, p. 37.

## Conclusión del capítulo

El programa de estudios de 1984 y 1999 tienen la finalidad de formar docentes capacitados. Asimismo, cada cual tiene diferentes directrices en los egresados de la ENSM. Mientras los estudiantes con el plan y programa de estudios de 1984 adquieren el título de *licenciados en Educación Secundaria con Especialidad en Matemáticas*, los del plan de estudios de 1999 egresan con el título de *licenciados en Educación Secundaria con Especialidad en Matemáticas*.

Los egresados de la Licenciatura de Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas, deben adquirir habilidades intelectuales específicas; dominio de los propósitos y los contenidos de la educación secundaria; competencias didácticas e identidad profesional y ética como lo marca el programa de estudios de 1999. De esta manera lograr docentes competentes ante una ardua labor dentro del ámbito educativo.

Cabe mencionar que los estudiantes de la ENSM se convierten en docentes especializados y llevan a la práctica lo estipulado en los planes y programas de estudio de secundaria; por lo cual la adquisición de conocimientos de la especialidad, generales y común son indispensables en la realización y ejecución de las planeaciones para las distintas clases en las escuelas secundarias. De esta forma los docentes incorporan en las planeaciones de clases actividades, métodos, estrategias, evaluación, entre otros aspectos que permita alcanzar los objetivos y propósitos estipulados en el plan de estudios.

Se observa en los apuntes de las asignaturas de pensamiento algebraico; forma, espacio y medida; opcional I (cálculo I) y la predicción y el azar que la conexión entre lo que propone el plan y programas de estudio de 1999 y la práctica, existe una fractura entre ambas. Es decir, en los apuntes recabados de las asignaturas antes mencionadas, presentan similitudes en el desarrollo de las clases donde prevalece la ejecución de una serie de ejercicios y procesos establecidos, así como la inadvertencia de análisis entre alumnos y docente. Se debe tener presente que los

programas de las diferentes asignaturas sugieren que los estudiantes normalistas sean quienes propongan los procedimientos de solución a los problemas y el profesor organice, fomente y profundice.

Durante las observaciones a los cursos de matemáticas antes mencionados, permite vislumbrar que los maestros son quienes organizan su práctica y acercan a los alumnos a los conocimientos. Del docente depende las estrategias y métodos para ofrecer dichos conocimientos a sus alumnos: expositiva, dinámica, creativa, etcétera.

La aplicación de las teorías cognitivas como la de Vygotsky y Bruner en el diseño y elaboración de las planeaciones para el desarrollo de las clases, ayudan a tener una visión de cómo se debe guiar, acercar los conocimientos y apreciación de los procesos cognitivos de los individuos.

La propuesta sobre como diseñar la planeación de temas precisos de matemáticas sería oportuna incluirlas en las diferentes sesiones, así como tener presente las teorías curriculares, pedagógicas, psicológicas, entre otras.

El trabajo individual y expositivo que se generó en las diferentes sesiones de los cursos observados, permite vislumbrar que la formación docente no cubre por completo el perfil de egreso que plantea el plan y programas de estudio de 1999.

Los normalistas durante su formación académica adquieren tanto conocimientos como habilidades, valores, que se verán reflejados en su práctica laboral.



## **Conclusiones generales**

La educación no es estática, cambia junto con los aspectos sociales, económicos, políticos y culturales del país. Asimismo, la educación formal es parte fundamental en el desarrollo y crecimiento de una sociedad, que a su vez determina las características que debe tener cada ciudadano para integrarse a la vida laboral.

En 1867 inicia la Escuela Nacional Preparatoria la cual incluía a la educación secundaria y después los estudiantes podían ingresar a la universidad, por lo que hay un puente entre la primaria y el nivel superior (secundaria), para ampliar la estructura educativa nacen las escuelas secundarias en 1926, las cuales eran atendidas por docentes egresados de la primaria, preparatoria, normal y universidad. Asimismo, se requería de docentes especializados para atender a la población estudiantil del nuevo nivel educativo.

En 1923 Moisés Sáenz logra que la facultad de Altos Estudios, de la Universidad Nacional de México, impartiera cursos pedagógicos para capacitar profesionalmente a los maestros que presentaban sus servicios en el ciclo secundario de la preparatoria y en el de la normal.

En 1936 surge la Escuela Normal Superior de México (ENSM), actualmente conocida, la cual es una institución formadora de maestros para capacitar y especializar en las distintas áreas (matemáticas, inglés, física, química, español, etc.). Dicha institución ha sufrido cambios en el nombre, ubicación y en lo más importante sus planes y programas de estudio.

La Escuela Normal Superior de México inicia en 1936 con el nombre de Instituto de Mejoramiento del Profesorado de Enseñanza Secundaria, en 1940 cambia a Instituto Nacional del Magisterio de Segunda Enseñanza, modifica su nombre nuevamente en 1942 por el de Centro de Perfeccionamiento para Profesores de Enseñanza Secundaria, en el mismo año la Ley Orgánica de Educación Pública le otorga el

nombre de Escuela Normal Superior (ENS). El nombre de México se lo debe a su ubicación en el Distrito Federal, actualmente Ciudad de México.

A lo largo de la historia de la Escuela Normal Superior de México se han aprobado siete planes de estudio que se han implementado en los siguientes años: 1936, 1942, 1945, 1959, 1976, 1983 y 1999.

La estructura de los planes de estudio esta dividida de la siguiente manera: el de 1936 en tres ramas: pedagógicas, cultura general y especialización. En 1942 se le agrega un tronco común al plan de estudios de 1936. El de 1945 y 1959 se divide en materias: pedagógicas, de la especialidad y cultura general. El de 1976 cuenta con materias de cultura general, de la especialidad, psicológicas y pedagógicas. El de 1983 se estructura por líneas de formación social, psicológicas, pedagógicas, científicas e instrumentales, tronco común y una diferencial para cada especialidad. Y el de 1999 se forma por 3 campos: formación general, formación común y formación específica.

Con respecto a los cambios en el curriculum de la Escuela Normal Superior de México se infiere que son consecuencia de la constante búsqueda de mejorar la formación de los estudiantes de dicha institución, es decir lograr que los alumnos que se forman para docentes cuenten con conocimientos sólidos tanto en el área de la especialidad como pedagógicos, y al egresar tengan un impacto en su labor docente, es decir en el desarrollo de los procesos de enseñanza aprendizaje.

### **Finalidad en los planes y programas**

Los cambios realizados en los planes y programas de estudio de matemáticas de la ENSM, que se mostraron durante el desarrollo del trabajo, permiten observar un panorama de la preparación académica de los estudiantes egresados de dicha especialidad, donde los matices en la formación de los docentes varían de acuerdo con el plan de estudios. Así, los planes y programas de estudio de 1936 y 1942

tenían la finalidad del perfeccionamiento de los profesores de enseñanza secundaria en servicio y la formación de los futuros maestros, es decir capacitar a los maestros que prestaban su servicio en las escuelas secundarias y a los estudiantes para ser docentes.

Por su parte los planes de estudio de 1945 y 1959 fueron reformados para formar maestros investigadores, egresando como “Maestros en la especialidad”. Para 1976 el plan de estudios se organizó para la formación de bachiller y profesor (secundaria), es decir los estudios se ubican en el nivel medio superior. Uno de los objetivos de la reforma del plan de estudios de 1984 fue la de formar licenciados e investigadores en educación media y normal, asimismo ofreciendo una formación académica de posgrado especializada en los diferentes tipos y modalidades del sistema educativo. Finalmente, el plan de estudios de 1999 tiene el propósito de que los estudiantes adquieran conocimientos y elementos que les permitan desempeñar su labor docente con los adolescentes (sólo secundaria), egresando con el título de “Licenciado (a) en Educación Secundaria, con especialidad en: Matemáticas”.

### **Con respecto a las materias relacionadas con el contenido matemático se concluye lo siguiente**

A lo largo de la historia de la ENSM se implantaron siete planes de estudio donde se observa que Álgebra es una de las materias que prevalece en dichos planes de estudio, indicando que dicha materia proporciona conocimientos matemáticos sustanciales en la formación académica de los estudiantes de la ENSM. Asimismo se ve que durante los 3 planes de estudio de 1936 a 1945 la materia se llama *complementos de álgebra*, posteriormente en el plan de estudios de 1976 y 1984 se cambia por *álgebra I y II*, para 1984, además de las 2 materias de álgebra se incorpora *álgebra superior I y II*, y el laboratorio de docencia II (Proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra), este laboratorio, se menciona en este apartado

para mostrar el vínculo entre las materias que considero están relacionadas con los contenidos matemáticos y los procesos de enseñanza y el aprendizaje del álgebra.

Finalmente, el plan de estudios de 1999 ofrece la materia de *pensamiento algebraico*, la cual ofrece conocimientos en *la observación, generalización y formalización de patrones, el estudio de las funciones y relaciones, estructuras y transformación de expresiones algebraicas y el uso de modelos para representar y entender relaciones cuantitativas*.

Otra de las materias de matemáticas esencial en la formación de los estudiantes de la ENSM es *Geometría* y también es considerada en todos los planes de estudio de dicha institución. Se observa que es una materia que tiene muchas variantes y se relaciona con cálculo, trigonometría, entre otras áreas. En lo que refiere a geometría, en los planes de estudio de 1936 y 1942 se ofreció como *geometría descriptiva*; en 1945 también se consideró *geometría descriptiva* y se agregó la materia de *complementos de geometría*; asimismo en 1959 se volvió a considerar *complementos de geometría* además de *geometría, elementos de geometría descriptiva y dibujo de proyecciones*; en 1976 solamente se oferta *geometría*; para 1983 se observa un incremento de los cursos sobre geometría, es decir se brindaron *geometría I, II y III, geometría analítica I y II* y también está considerado el laboratorio de docencia III (El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría y la trigonometría) que como ya se mencionó los laboratorios se relacionan con los contenidos matemáticos y los procesos de enseñanza aprendizaje. Finalmente, plan de estudios de 1999 ofrece *medición y cálculo geométrico y figuras y cuerpos geométricos*.

*Trigonometría* es otra de las materias relevantes dentro del campo de las matemáticas y se puede notar que prevalece en la mayoría de los planes de estudio de la ENSM, ofertándose con el nombre de trigonometría plana y esférica en 1936, 1942 y 1959; complementos de trigonometría en 1945; trigonometría en 1976; en 1984 se vuelve a considerar trigonometría y se oferta también el laboratorio de

docencia III (El proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría y la trigonometría). En el plan de estudios de 1999 ofrece *plano cartesiano y funciones*.

*Cálculo* también es una materia que tiene muchas variantes y aparece en la mayoría de los planes de estudio, la cual como ya menciono anteriormente se relaciona con geometría. En el plan de estudios de 1936 y 1959 aparece como *cálculo práctico y nociones de nomografía*, en 1945 se ofrece como *cálculo numérico y mecánico*, para 1976 no aparece dicha materia de cálculo, en 1983 se brinda *cálculo diferencial e integral I y II*, en 1999 se ofertan materias opcionales donde el maestro encargado decide qué curso de matemáticas impartir.

Ya se mencionó que *geometría y cálculo* son materias que han sido consideradas en algunos planes de estudio a la par, es decir *geometría analítica y cálculo diferencial e integral* se consideró en los cuatro primeros planes de estudios (1936, 1942, 1945 y 1959).

La materia de *Aritmética* se considera a partir del tercer plan de estudios de 1945, iniciando con el nombre de *complementos de aritmética*, pasando con el nombre de *revisión y complementos de aritmética* en 1959, *aritmética* en 1976, y después como aritmética I, II en 1984. Finalmente, *los números y sus relaciones* en 1999.

**Con respecto a las materias relacionadas con el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido matemático se concluye lo siguiente:**

En los planes de estudio de la ENSM también se observan las materias relacionadas directamente con los de la especialidad. Es decir, la ENSM ha considerado a partir de su primer plan de estudios de matemáticas de 1936 hasta el plan de estudios de 1999 materias que se relacionan con los procesos de enseñanza aprendizaje.

Se puede observar que las materias de corte pedagógico en los primeros cuatro planes de estudio (1936, 1942, 1945 y 1959), brindan conocimientos en el campo de la didáctica y no se enfocan a los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Las materias en cuestión son *didáctica general, técnica de la materia objeto de la especialización, técnica de la enseñanza de las matemáticas, historia de las matemáticas, didáctica de la materia de la especialidad*, dichas materias son parte del curriculum en la formación de los estudiantes de la ENSM. Si bien son materias que tienen que ver con didáctica general, es decir hasta este plan no se analizaban los procesos vinculados a los contenidos matemáticos.

Posteriormente en el plan de estudios de 1976 se observa un cambio relevante, es decir la didáctica se enfoca al campo de las matemáticas, si bien en este plan aún no se focaliza en un área de las matemáticas. Las materias que se incluyen son *matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI*. Por el nombre de dichas materias se vislumbra un acercamiento con los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y la importancia que tiene la didáctica de los contenidos matemáticos.

En la constante búsqueda de perfeccionar la formación de los docentes de la ENSM se reestructura el plan de estudios de 1975 y dando inicio al plan de estudios de 1984 en el cual ya no se consideró la materia de matemáticas y su didáctica I, II, III, IV, V y VI. Asimismo, en este nuevo plan de estudios se ofrecieron laboratorios de docencia que especifican una preparación en los procesos de enseñanza aprendizaje en un área de las matemáticas. Se incluyen los laboratorios de docencia en los procesos de enseñanza aprendizaje: I aritmética, II álgebra, III geometría y trigonometría, IV matemática superior y el quinto laboratorio es para la práctica docente. En dichos laboratorios se dividen en unidad 1: el campo de estudio (aritmética, álgebra, geometría y trigonometría, matemática superior); unidad 2: caracterización del alumno que estudia (aritmética, álgebra, geometría y trigonometría, matemática superior); unidad 3: el proceso enseñanza aprendizaje de la (aritmética, algebra, geometría y trigonometría, matemática superior); unidad 4: problemas en la enseñanza de la (aritmética, algebra, geometría y trigonometría, matemática

superior). El laboratorio V se considera unidad 1: planeación y la práctica docente y unidad 2: la práctica docente. Los laboratorios de docencia brindaron una preparación en el campo de las matemáticas en cuanto a la planeación de la clase, métodos de enseñanza, materiales didácticos, evaluación, etcétera.

Se puede decir que un cambio trascendental se vuelve a dar en 1999 donde se suprimen los laboratorios de docencia, didáctica general entre todas las materias de los planes anteriores, incluyen en el nuevo curriculum asignaturas como introducción a la enseñanza de las matemáticas, pensamiento algebraico, procesos cognitivos y cambio conceptual en matemáticas y ciencias, tecnología y didáctica de las matemáticas, seminario de investigación en educación matemática. Dichas materias tienen la finalidad de formar docentes especializados a nivel básico y en el proceso de desarrollo de los adolescentes.

También se puede notar que las materias de corte pedagógico y psicológico se integran desde el primer plan de estudios hasta el último de ellos. Es decir, durante los siete planes de estudio existen materias relacionadas con el adolescente tanto psicológicas como pedagógicas.

### **Con respecto a los cursos de matemáticas observados y analizados en la ENSM del programa de estudio de 1999**

En el capítulo V del presente trabajo se presentan evidencias de algunas asignaturas como son *Figuras y cuerpos geométricos*, *Opcional I (calculo I)*, *Pensamiento algebraico* y *La predicción y el azar*. Con dichas evidencias se observa que la acción en el ámbito de la pedagogía como lo establece el plan de estudios de 1999 no se percibe durante el desarrollo de las diferentes sesiones, es decir no queda claro la formación de los futuros maestros en cuanto a la adquisición de conocimientos y la relación entre los procesos y la exigencia escolar en la escuela secundaria como lo marca dicho plan de estudios.

La metodología utilizada, al menos en los cursos que se analizan en el capítulo V, se orienta más hacia una enseñanza expositiva caracterizada por reglas, algoritmos, fórmulas, conceptos determinados y repetición de procesos establecidos. Si bien las bases teóricas están implícitas en los planes de clases, estos no se ven reflejados en el proceso de enseñanza-aprendizaje; es decir, buscar métodos, técnicas, estrategias que guíen a la adquisición de conocimientos matemáticos asimismo como el diseño y planeaciones de clases.

Es importante que las teorías pedagógicas se reflejen en la práctica educativa, aún más preciso en la planeación de las clases tanto de los docentes de la ENSM como en la de los estudiantes.

Asimismo, la teoría y la práctica docente son dos aspectos que deben de ir a la par para lograr el propósito educativo, que no es más que un aprendizaje significativo en los educandos, lo cual es una tarea ardua que día con día se complica, siendo que los intereses de los estudiantes también se modifican ante los cambios de la vida.

Por tanto, es importante que durante el proceso de formación docente los alumnos de la ENSM adquieran conocimientos sólidos de la especialidad en la que se están educando y sean capaces de conocer el contenido matemático que se pretende enseñar y la pedagogía que corresponda a la enseñanza de dicho contenido, así como de conocimientos generales, psicológicos y pedagógicos, que aunados son herramientas necesarias para la labor docente, la cual requiere de una excelente preparación para poder ser un docente exitoso.



## Bibliografía

- Bahena, S. (1996). *Historia de la Escuela Normal Superior de México, tomo 1*. México: SEP.
- Bahena, S. (1996). *Historia de la Escuela Normal Superior de México, tomo 2*. México: SEP.
- Bahena, S., González, F. y Juárez, Ma. E. (1996). Ciclo de conferencias. El Estado Mexicano y su Política Educativa. México: SEP. ENSM. p. 47.
- Baquero, R. (1999). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Cuarta edición. Argentina.
- Brophy, J. (2000). *La enseñanza*. Academia Internacional de Educación Oficina Internacional de Educación (UNESCO) Cuadernos Biblioteca para la Actualización del Maestro. México: SEP. p. 11. Recuperado 28 de abril de 2021 de <https://blogfcbc.files.wordpress.com/2012/03/3-brophy-laensec3b1anza.pdf>
- Bruner, J. (1966). *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. España: Pablo del Río editor.
- Bruner, J. (1986). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Segunda edición. México: Alianza.
- Bruner, J. (1987). *La importancia de la educación*. España: Paidós.
- Bruner, J. (1998). *Desarrollo cognitivo y educación*. Tercera edición. España: Morata.
- Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión (2021). *Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos*. Recuperado el 11 de marzo de 2021 de [http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf\\_mov/Constitucion\\_Politica.pdf](http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf_mov/Constitucion_Politica.pdf)
- Ciclo de conferencias, (1996), *El Estado Mexicano y su Política Educativa*. México.
- Coll, C. (1999). *Psicología y currículo*. México: Paidós.
- ENSM, (2006). *LXX Aniversario*. Revista de la Escuela Normal Superior de México. p.126.
- Ferry, G. (1990). *Adquirir, probarse, comprender, en: Ferry Gilles. El trayecto de la formación. Los enseñantes entre la teoría y la práctica*. México: Paidós.
- Isoda, M., Katagiri, S. (2016). *Pensamiento matemático. Cómo desarrollarlo en la sala de clases*. Segunda edición. Chile: CIAE.
- Kozulin, A. (1994). *La psicología de Vygotsky*. Madrid: Alianza.
- Lev, V. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. España: Paidós.
- Mancera, E. (1990, abril). Investigación y educación matemática. *Educación matemática*. Vol. 2. (No. 1, 10-20).

Medin, T. (1987). *Ideología y praxis política de Lázaro Cárdenas*. 14ª edición. México. Siglo XXI.

Mendoza, O. *Currículo y Matemática*. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa #10.

Meneses, E. (1998). *Tendencias Educativas Oficiales en México, 1976-1988*. México: Centro de Estudios Educativos y Universidad Iberoamericana.

Meneses, E. (1998). *Tendencias Educativas Oficiales en México, 1934-1964*. México: Centro de Estudios Educativos y Universidad Iberoamericana.

Mercado, R. (1997). *Formar para la docencia en la educación normal*. México.

Moll, L. C. (1993). *Vygotsky y la educación*. Buenos Aires: Aique.

Secretaría de Educación Pública (1993). *Dirección General de Educación Normal y Actualización del Magisterio en el D. F. Programa de la Licenciatura en Matemáticas. Plan 1983*. México.

Secretaría de Educación Pública (2000). *Licenciatura en Educación Secundaria. Especialidad: matemáticas. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. México.

Secretaría de Educación Pública, (2002). *La predicción y el azar. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. México.

Secretaría de Educación Pública (2002). *Pensamiento Algebraico*. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales. Segunda reimpresión. México.

Secretaría de Educación Pública (2003). *Normales. Introducción a la enseñanza de: Matemáticas. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas México*.

Secretaría de Educación Pública (2004). *Los números y sus relaciones. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. Cuarta reimpresión. México.

Secretaría de Educación Pública (2006). *Programa de estudio 2006. Matemáticas. Educación Básica. Secundaria*. México.

Secretaría de Educación Pública (2006). *Reforma de la Educación Secundaria. Fundamentación curricular. Matemáticas*. México.

Secretaría de Educación Pública (2010). *Plan de estudios 1999. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*. Cuarta reimpresión. México.

Secretaría de Educación Pública (2017). *ENLACE*. Recuperado 15 de marzo de 2017 de [http://enlace.sep.gob.mx/ba/resultados\\_historicos\\_por\\_entidad\\_federativa/](http://enlace.sep.gob.mx/ba/resultados_historicos_por_entidad_federativa/). México.

UNAM, (2020). *Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos*. Recuperado 13 de enero de 2020 de <https://www.juridicas.unam.mx/legislacion/ordenamiento/constitucion-politica-de-los-estados-unidos-mexicanos#10538>. México.

Pérez, R. & Díez, E. *Aprendizaje y currículum. Didáctica socio-cognitiva aplicada*. España: EOS.

Pruzzo, V. (2002). *Transformación de la formación docente*. Buenos Aires. Espacio editorial.

Riviere, A. (2002). *La psicología de Vygotski*. Quinta edición: España.

## Apéndice

### ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MÉXICO PLAN DE ESTUDIOS DE 1984<sup>69</sup>

#### ❖ PRIMER SEMESTRE

##### GEOMETRÍA I.

###### UNIDAD 1: *CARACTERÍSTICAS DEL RAZONAMIENTO DEDUCTIVO E INDUCTIVO* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Razonamiento: Deductivo e inductivo.
2. Proposiciones condicionales y equivalentes.
3. Deducciones válidas y no válidas.
4. Términos indefinidos y sus postulados: Definiciones.
5. Prueba directa: Argumentos con dos y más de dos premisas y su aplicación en la demostración de teoremas.
6. La introducción e intuición como método de descubrimiento.
7. Método axiomático de Hilbert.

###### UNIDAD 2: *IDEAS FUNDAMENTALES DE LÍNEAS Y ÁNGULOS* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Segmentos: Distancia entre dos puntos de una recta; líneas, rayos, ángulos, poligonales y polígonos; punto medio de un segmento; congruencia de segmentos, mediana y mediatriz; lados o semiplanos de una recta.
2. Ángulos: Definición; clasificación: Ángulo recto, obtuso, colineal, entrante, perígono, nulo, complementarios, suplementarios, interiores y exteriores en una figura; medición y trazo; postulado de la regla y el transportador; congruencia de ángulos; postulados de existencia e insistencia; demostraciones de teoremas relativos a líneas y ángulos.

###### UNIDAD 3: *TRIÁNGULOS* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Subconjuntos importantes de la recta, semirrectas, axiomas y notación.
2. Triángulos: Definición, clasificación, trazo, medición de sus ángulos.
3. Teorema de la bisección: Propiedades de la mediana, mediatriz y bisectriz.
4. Congruencia y semejanza de triángulos: casos y propiedades, características.
5. Demostración de teoremas relativos a los triángulos.
6. Problemas.

###### UNIDAD 4: *TRANSFORMACIONES* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Isometría y transformaciones: definición y clasificación.
2. Trazo de: reflexiones, simetrías, rotaciones, homotecias.
3. Problemas de construcción de figuras.

---

<sup>69</sup>SEP, (1993). *Dirección General de Educación Normal y Actualización del Magisterio en el D. F. Programa de la Licenciatura en Matemáticas. Plan 1984*. México. SEP.

## UNIDAD 5: *DESIGUALDAD DE FIGURAS*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Postulado de la desigualdad de lados y ángulos del triángulo.
2. Teorema del triángulo exterior de un triángulo.
3. Teorema de desigualdades en el triángulo.
4. Construcción de figuras desiguales.
5. Medición de sus elementos.

## UNIDAD 6: *PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Líneas perpendiculares y paralelas: definición, propiedades, construcción (utilizando regla y escuadra).
2. Postulados y teoremas de paralelismo y perpendicularidad.
3. Problemas.

## UNIDAD 7: *CUADRILÁTEROS Y PARALELOGRAMOS*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Cuadriláteros: definición, clasificación y propiedades.
2. Paralelogramos: Definición, clasificación y propiedades.
3. Teoremas relativos a los paralelogramos.
4. Problemas.

## **ARITMÉTICA I.**

### UNIDAD 1: *CONJUNTOS*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Determinación de conjuntos, subconjuntos y elementos.
2. Operaciones y propiedades.
3. Producto cartesiano.
4. Relaciones de orden y de equivalencia.
5. Funciones: Concepto, tipos de función.

### UNIDAD 2: *NÚMEROS NATURALES*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Construcción del sistema (Cardinalidad e Inducción Matemática).
2. Operaciones y propiedades (Suma, producto y potenciación).
3. Sistemas de numeración.
4. Divisibilidad: División euclidiana, factores primos, máximo común divisor, mínimo común múltiplo.
5. Aplicaciones y problemas.

### UNIDAD 3: *NÚMEROS ENTEROS*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Introducción (enfoque intuitivo).
2. Magnitud (valor absoluto) y sentido (signo) de los enteros.
3. Relación de orden.
4. Operaciones y propiedades: Suma, resta, producto y potenciación.
5. Ecuaciones e inecuaciones de primer grado, con coeficientes y raíz enteros.
6. Aplicaciones y problemas.

## ❖ SEGUNDO SEMESTRE

### GEOMETRIA II.

#### UNIDAD 1: *POLÍGONOS* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición y elementos de los polígonos.
2. Clasificación de polígonos.
3. Trazo de polígonos.
4. Teoremas relativos a los polígonos.
5. Construcción y problemas.

#### UNIDAD 2: *SEMEJANZA* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Razones y proporciones.
2. Polígonos semejantes: Trazo.
3. Demostración de teoremas relativos a polígonos semejantes.
4. Aplicaciones.

#### UNIDAD 3: *EL CÍRCULO* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición.
2. Elementos: Punto, línea y arcos, regiones.
3. Teoremas relacionados con el círculo.
4. Construcciones y problemas.

#### UNIDAD 4: *ÁREAS* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Concepto de área.
2. Áreas de: Triángulos, cuadriláteros, polígonos, círculo.
3. Demostración de teoremas relativos a áreas y límites.
4. Construcciones y problemas.

#### UNIDAD 5: *LUGARES GEOMETRICOS* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición de lugar geométrico.
2. Trazo de lugares geométricos.
3. Demostración de teoremas relativos a lugares geométricos.
4. Problemas y aplicaciones.

#### UNIDAD 6: *CONSTRUCCIONES Y APLICACIONES* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Construcciones técnicas relativas a: Líneas, triángulos, cuadriláteros, polígonos, círculo y sus elementos.
2. Elaboración de objetos de uso práctico aplicando las figuras y propiedades estudiadas durante el curso.

## **ARITMÉTICA II.**

### **UNIDAD 1: NÚMEROS RACIONALES**

#### **CONTENIDO TEMÁTICO**

1. Introducción (enfoque intuitivo).
2. Relaciones de equivalencia y de orden.
3. Propiedad de densidad y la recta numérica.
4. Adición y sustracción de fracciones: Sus propiedades y diversos algoritmos.
5. Multiplicación, división y potenciación de fracciones: propiedades y algoritmos.
6. Representación decimal de las fracciones (periodicidad).
7. Operaciones con decimales y justificación de sus algoritmos.
8. Problemas de aplicación.

### **UNIDAD 2: PROPORCIONALIDAD Y MEDICIÓN**

#### **CONTENIDO TEMÁTICO**

1. Razones y proporciones: definiciones y propiedades; tipos de proporciones; ejercicios y problemas con magnitudes directa e inversamente proporcionales.
2. Tanto por ciento: representaciones: fracción común, fracción decimal y porcentual; problemas que involucran porcentajes: económicos y financieros, fiscales, científicos y técnicos.
3. Medición: concepto de medida y unidades del Sistema Internacional; estimaciones y redondeo; aproximaciones y errores de medida; ejercicios de aplicación y problemas.

### **UNIDAD 3: NÚMEROS REALES**

#### **CONTENIDO TEMÁTICO**

1. Concepto: Cortaduras de Dedekind, clases de equivalencia de Cantor (enfoque intuitivo).
2. Racionales e irracionales.
3. Relaciones de orden: Densidad y completos.
4. Operaciones y propiedades: Suma, resta, multiplicación, potenciación y radicación.

## **❖ TERCER SEMESTRE**

### **GEOMETRÍA III.**

#### **UNIDAD 1: CONCEPTOS BÁSICOS**

##### **CONTENIDO TEMÁTICO**

1. Campo de estudio de la Geometría del Espacio:
  - Término y relaciones primitivas en el desarrollo axiomático deductivo de la Geometría del Espacio.
  - Posiciones relativas de rectas y planos en el espacio.
  - Perpendicularidad de rectas, planos y subconjuntos de ambos.
  - Definición, clasificación y propiedades de los ángulos diedros.
  - Definición, clasificación y propiedades de los ángulos poliedros.
  - Definiciones y propiedades de proyecciones de puntos y rectas en el plano.

## UNIDAD 2: *POLIEDROS*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Concepto y clasificación de sólido o cuerpo geométrico.
2. Definición y clasificación de poliedros.
3. Definición, elementos, clasificación, propiedades, áreas y volúmenes de prismas.
4. Definición, elementos, clasificación, propiedades, áreas y volúmenes de las pirámides.

## UNIDAD 3: *CUERPOS REDONDOS*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición, elementos, planos tangentes, área y volumen del cilindro.
2. Definición, planos tangentes, propiedades, área y volumen del cono.
3. Definición, elementos, planos tangentes, área y volumen de la esfera.
4. Posiciones relativas de esferas, planos y rectas en el espacio.

## UNIDAD 4: *SIMETRÍA, CIRCUNFERENCIA Y SEMEJANZA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición y propiedades de la simetría de cuerpos geométricos.
2. Definición y propiedades de la congruencia de cuerpos geométricos.
3. Definición y propiedades de la semejanza de cuerpos geométricos.

## UNIDAD 5: *POLÍGONOS Y TRIÁNGULOS ESFÉRICOS*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición y propiedades de ángulos esféricos.
2. Definición y propiedades de los polígonos esféricos.
3. Definición, clasificación y propiedades de los triángulos esféricos.
4. Congruencia de triángulos esféricos.

## **ALGEBRA I.**

### UNIDAD 1: *CONCEPTOS FUNDAMENTALES*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Lenguaje algebraico.
2. Reducción de términos semejantes.
3. Valor numérico de una expresión.

### UNIDAD 2: *LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES DEL ALGEBRA DE LOS NÚMEROS*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

4. Adición: de monomios con coeficientes enteros y con coeficientes racionales; de polinomios con coeficientes enteros y con coeficientes racionales; prueba mediante el valor numérico.
5. Sustracción: de monomios con coeficientes enteros y con coeficientes racionales.
6. Multiplicación: de monomios con coeficientes racionales, y exponentes racionales y literales; de monomios por polinomios con coeficientes racionales y exponentes racionales y literales; de polinomios por polinomios con coeficientes racionales y exponentes racionales y literales.



7. División: de monomios con coeficientes racionales y exponentes racionales y literales; de polinomios entre monomios con coeficientes racionales y exponentes racionales y literales; de polinomios entre polinomios con coeficientes racionales y exponentes racionales y literales.
8. Teorema del residuo y sus aplicaciones para: efectuar la división sintética; determinar la divisibilidad de un polinomio entero en  $x$  por  $x-a$ ; determinar la divisibilidad de  $\frac{a^n \pm b^m}{a \pm b}$
9. Aplicaciones: ecuaciones cuya solución implique la adición, sustracción, multiplicación y división de monomios y polinomios.

### UNIDAD 3: PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIÓN CONTENIDO TEMÁTICO

#### 1. Productos notables:

- a.  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- b.  $(x \pm a)(x \pm b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- c.  $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
- d.  $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- e.  $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- f.  $(a \pm b)(a^2 \pm ab + b^2) = a^3 \pm b^3$

#### 5. Descomposición factorial:

- Concepto de factorización.
- Factorización: Factor común monomio y polinomio; factor común por agrupación de términos; trinomio que es un cuadrado perfecto; diferencia de dos cuadrados; trinomio de la forma  $x^2 + bx + c$ ; trinomio de la forma  $ax^2 + bx + c$ ; polinomio que es un cubo perfecto; suma o diferencia de dos cubos; suma o diferencia de 2 potencias iguales.

#### 6. Aplicación:

- Resolución de ecuaciones de primer grado con productos indicados o que requieren de factorización para su solución.
- Resolución de problemas que impliquen la obtención de productos notables o la factorización de polinomios.

### UNIDAD 4: FRACCIONES ALGEBRAICAS CONTENIDO TEMÁTICO

1. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.
2. Simplificación de fracciones: Adición, sustracción, multiplicación, división.
3. Fracciones complejas.
4. Aplicaciones: Ecuaciones fraccionarias de 1er. grado, problemas.

## UNIDAD 5: *POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN*

### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Potenciación: potenciación de monomios; cuadrado de cualquier polinomio; cubo de polinomio; Binomio de Newton; demostración por inducción matemática; Triángulo de Pascal; término general (Aplicaciones) y radicación: raíz de un monomio, raíz cuadrada de un polinomio; raíz cúbica de un polinomio.
2. Exponente cero, fraccionario y negativo.
3. Interpretación.
4. Multiplicación, división, potenciación y radicación de monomios y polinomios con exponente cero, negativo y fraccionario.
5. Radicales: simplificación; operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación; racionalización del denominador de una fracción y aplicaciones.

## ❖ CUARTO SEMESTRE

### TRIGONOMETRÍA.

#### UNIDADES DE APRENDIZAJE

##### UNIDAD 1: *FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS*

###### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Funciones trigonométricas en el Triángulo Rectángulo.
  - Conceptos de razón y de función.
  - Razones y funciones trigonométricas: Concepto y definición.
  - Funciones trigonométricas de ángulos notables:  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ .
  - Problemas de aplicación.
2. Funciones de ángulos cualquiera.
  - Ángulos: Generación, sentido, magnitud (unidades de medidas circulares y su aplicación).
  - Sistema coordenado rectangular.
  - Funciones trigonométricas de cualquier ángulo: Definición de las funciones; signos en los cuatro cuadrantes; funciones de ángulos notables ( $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  y  $360^\circ$ ); funciones trigonométricas de los ángulos:  $(90^\circ - a)$ ,  $(180^\circ - a)$ ,  $(180^\circ + a)$   $(360^\circ - a)$  y  $(-a)$ .
  - El círculo trigonométrico: Reducción de funciones trigonométricas a funciones de ángulos agudos; representación de las funciones trigonométricas por segmentos rectilíneos; variación de las funciones gráficas.

##### UNIDAD 2: *ANÁLISIS TRIGONOMÉTRICO*

###### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Identidades trigonométricas fundamentales: Pitágoras, de cocientes, de recíprocos.
2. Cálculo de una función trigonométrica en función de las otras cinco.
3. Funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos, del ángulo duplo y de ángulo múltiplos y del ángulo mitad.
4. Transformación de productos en sumas o diferencias y sumas o diferencias en productos.
5. Verificación de identidades trigonométricas.
6. ecuaciones trigonométricas.

### UNIDAD 3: *LOGARITMOS*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Funciones logarítmicas y funciones exponenciales: definición, propiedades y gráficas.
2. Logaritmos comunes: concepto de logaritmo, antilogaritmos y cologaritmo; cálculo de logaritmos, antilogaritmos y cologaritmos: uso de tablas y calculadora; uso de logaritmos de las funciones trigonométricas; aplicación de los logaritmos para dar solución a problemas de triángulos rectángulos y oblicuángulos.
3. Logaritmos de otras bases: cálculo de logaritmos y logaritmos neperianos.
4. Ecuaciones exponenciales.

### UNIDAD 4: *RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Triángulos Rectángulos.
  - Resolución de problemas en los casos en que se conocen: Los dos catetos; un cateto y la hipotenusa; un cateto y un ángulo agudo; la hipotenusa y un ángulo.
  - Problemas de aplicación.
2. Triángulos oblicuángulos.
  - Demostración de las leyes de los senos, los cósenos y de las tangentes.
  - Resolución de problemas: Conocidos los tres lados; conocidos dos lados y el ángulo comprendido; dados un lado y dos ángulos; determinación de áreas y perímetros.
  - Problemas de aplicación.

## **ALGEBRA II.**

### UNIDAD 1: *RELACIONES Y FUNCIONES*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Relaciones: Concepto, gráfica de una relación.
2. Funciones: Concepto, gráfica de una función.
3. Función Lineal.
4. Función Cuadrática.
5. Función Constante.
6. Función Polinomial.
7. Función Exponencial.
8. Función Logarítmica.

### UNIDAD 2: *ECUACIONES E INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA VARIABLE*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Ecuaciones de primer grado con una variable.
2. Inecuaciones de primer grado con una variable.
3. Ecuaciones con valor absoluto y su representación.
4. Problemas con ecuaciones de primer grado.

### UNIDAD 3: *SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS O MÁS INCOGNITAS*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Métodos de resolución: Métodos de eliminación: Reducción, igualación y sustitución; Método gráfico.
2. Problemas.

UNIDAD 4: *NÚMEROS COMPLEJOS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición y representación gráfica de los números complejos.
2. Operaciones con números complejos: adición, sustracción, multiplicación, división.
3. Aplicaciones.

UNIDAD 5: *ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición de una ecuación cuadrática.
2. Solución de ecuaciones de segundo grado.
3. Problemas que se resuelven mediante ecuaciones de segundo grado.
4. Teoría de las ecuaciones de segundo grado.
5. Variación del Trinomio de segundo grado.

UNIDAD 6: *SISTEMAS DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON DOS VARIABLES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Solución de sistemas de ecuaciones cuadráticas.
2. Representación gráfica.
3. Problemas.

❖ **QUINTO SEMESTRE**

**GEOMETRÍA ANALÍTICA I.**

UNIDAD 1: *CONCEPTOS BÁSICOS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Coordenadas rectangulares.
2. Distancia entre dos puntos.
3. División de un segmento en una razón dada.
4. Áreas de polígonos.
5. Inclinación y pendiente de un segmento.
6. Perpendicularidad y paralelismo.
7. Ángulo formado por dos rectas.
8. Aplicaciones.

UNIDAD 2: *LA RECTA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Formas de la ecuación de la recta: punto pendiente; pendiente-ordenada al origen; dados dos puntos; abscisa y ordenada al origen; general y normal.
2. Distancia de un punto a una recta: familias de rectas; medianas, mediatrices, alturas y bisectrices; aplicaciones.

UNIDAD 3: *LA CIRCUNFERENCIA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición de circunferencia.
2. Formas de la ecuación de la circunferencia: Clásica y general.
3. Circunferencia determinada por tres condiciones.
4. Familias de circunferencias.
5. Problemas.

UNIDAD 4: *LA PARÁBOLA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición.
2. Construcción geométrica.
3. Ecuaciones de la parábola: Forma general y formas canónicas.
  - Con vértice en el origen y eje de simetría en un eje coordenado.
  - Con vértice (h, k) y eje de simetría paralelo a un eje coordenado.
  - Con eje de simetría que no es paralelo a ningún eje coordenado.
4. Aplicaciones.

**ALGEBRA SUPERIOR I.**

UNIDAD 1: *ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR A DOS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Número y naturaleza de las raíces de una ecuación.
2. Relaciones entre las raíces y los coeficientes de una ecuación.
3. Límites de las raíces reales.
4. Raíces racionales de una ecuación racional entera: Procedimiento para obtenerlas.
5. Regla de los signos de Descartes.
6. Raíces imaginarias.
7. Cálculo de raíces irracionales: Por aproximaciones sucesivas y método de Horner.
8. Transformación de ecuaciones.
9. Ecuaciones cúbicas.
10. Ecuaciones cuárticas.

UNIDAD 2: *MATRICES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición y notación.
2. Matrices especiales: cuadráticas y rectangulares.
3. Relaciones entre matrices: Igualdad.
4. Operaciones entre matrices y sus propiedades: transposición, suma, diferencia, producto, inversión, potenciación y partición.
5. Transformaciones elementales: Sobre las filas y sobre las columnas.

UNIDAD 3: *ECUACIONES MATRICIALES LINEALES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Ecuaciones de la forma:
  - g.  $A \pm X = 0$
  - h.  $A \pm X = B$
  - i.  $mA \pm nX = pB$
  - j.  $A \pm BX = 0$
  - k.  $A \pm BX = C$
2. Ejercicios de aplicación.

UNIDAD 4: *SISTEMAS DE  $n$  ECUACIONES CON  $n$  INCOGNITAS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Forma normal y rango de una matriz.
2. Consistencia de los sistemas.
  - Sistemas inconsistentes.

- Sistemas consistentes: Determinados e indeterminados.
  - Método de solución de sistemas lineales.
  - Método de Gauss (de triangulación).
  - Método de Jordán (de diagonalización).
3. Aplicaciones.

## ❖ SEXTO SEMESTRE

### PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE LA CIENCIA I.

#### UNIDAD 1: *APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA ADMINISTRACIÓN Y EN LA ECONOMÍA* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Concepto de administración.
2. Ciencias y técnicas auxiliares de la administración.
3. Recursos materiales: Optimización de recursos materiales, métodos simples.
4. Recursos humanos: Valuación de sueldos y salarios en una empresa.
5. Planeación. Técnicas de organización, ruta crítica.
6. Concepto de calificación: Análisis de insumo-producto.

#### UNIDAD 2: *APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA A LA CONTABILIDAD* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Conceptos: Activo, pasivo y capital.
2. Balance General.
3. Libros principales.
4. Interés simple y compuesto.
5. Descuentos.
6. Anualidades y pagos parciales.
7. mayor único.
8. Pólizas.

#### UNIDAD 3: *APLICACIONES DE LA MATEMÁTICA A LA SOCIOLOGÍA Y A LA DEMOGRAFÍA* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Aplicación: Demografía y población.
2. Tasas brutas de natalidad y mortalidad.
3. Índices precisos (netos): De natalidad, de mortalidad y de criminalidad.
4. Técnicas de escalamiento.
5. Escalas de distribución social: Sociométricas y calificaciones.

#### UNIDAD 4: *APLICACIONES MATEMÁTICAS A LA LINGÜÍSTICA* CONTENIDO TEMÁTICO

- a. Conceptos de semántica, campos semánticos y sinónimos y antónimos.

#### UNIDAD 5: *APLICACIONES DE LA MATEMÁTICA A LAS CIENCIAS DE LA TIERRA* CONTENIDO TEMÁTICO

1. Geografía física: Geodesia y conceptos; vida dinámica de la Tierra en el Sistema Solar; magnitudes terrestres; conocimiento y cálculo de las líneas imaginarias de la Tierra; coordenadas y usos horarios; cálculo de superficies terrestres; capas constitutivas del globo terráqueo: Atmósfera, hidrosfera, litosfera, climatología y meteorología; conceptos; distribución geográfica de zonas terrestres; oscilaciones y regiones térmicas; temperatura media y humedad media.

2. Fuerzas energéticas que actúan sobre la Tierra: Gravedad, erosiones y sismos.

UNIDAD 6: *APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA A LA PSICOLOGÍA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Psicología: Conceptos, sensopercepción y umbrales de percepción.
2. Psicometría: Análisis de pruebas proyectivas.

**GEOMETRÍA ANALÍTICA II.**

UNIDAD 1: *LA ELIPSE*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición.
2. Construcción geométrica.
3. Ecuación de la elipse: forma general y forma canónicas; ejes de simetría que coinciden con los ejes coordenados; ejes de simetría paralelos a los ejes; ejes de simetría oblicuos a los ejes coordenados.
4. Propiedades.
5. Ecuación de la elipse que satisfaga ciertas condiciones.
6. Aplicaciones.

UNIDAD 2: *LA HIPÉRBOLA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición.
2. Construcción.
3. Ecuación de hipérbola: forma general y forma canónicas; ejes de simetría que coinciden con los ejes coordenados; ejes de simetría paralelos a los ejes coordenados; ejes de simetría oblicuos con respecto a los ejes coordenados.
4. Propiedades.
5. Ecuaciones de la hipérbola que satisfaga ciertas condiciones.
6. Hipérbola conjugada e hipérbola rectangular.
7. Aplicaciones.

UNIDAD 3: *TEORÍA GENERAL DE LAS ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Ecuación general de segundo grado.
2. Transformación de la ecuación general de segundo grado.
3. Translación de los ejes.
4. Rotación de los ejes.

UNIDAD 4: *TANGENTES Y NORMALES A LAS CÓNICAS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definiciones.
2. Tangente y normal a la circunferencia.
3. Tangente y normal a la parábola.
4. Tangente y normal a la elipse.
5. Tangente y normal a la hipérbola.
6. Aplicaciones.

UNIDAD 5: *ECUACIONES PARÁMETRICAS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición de parámetros.
2. Transformación de ecuaciones rectangulares en paramétricas y viceversa.
3. Lugares geométricos: circunferencia, cicloide, hipocicloide y epicicloide y astroide.
4. Aplicaciones.

UNIDAD 6: *COORDENADAS POLARES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Coordenadas polares.
2. Relación entre coordenadas cartesianas y polares.
3. Ecuaciones polares: de la recta, de la circunferencia, de la elipse y de la hipérbola.
4. Gráficas.
5. Curvas notables: la bruja, la cesoide, la concoide y estrafoide.
6. Aplicaciones.

**ALGEBRA SUPERIOR II.**

UNIDAD 1: *DETERMINANTES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Permutaciones
2. La fundación determinante: Definición, propiedades.
3. Cálculo de determinantes: reducción a la forma escalonada y desarrollo por cofactores (Laplace).
4. Solución de sistemas de ecuaciones lineales.
5. Aplicaciones.

UNIDAD 2: *VECTORES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Vectores en  $R^2$  y  $R^3$ : definición e interpretación geométrica; Interpretación algebraica; relaciones: igualdad, equivalencia; operaciones y sus propiedades: Adición, sustracción y producto; problemas de aplicación.
2. Vectores en  $R^n$ : definición y relaciones de igualdad.
3. Operaciones ordinarias en  $R^n$  y sus propiedades: adición, sustracción y producto.

UNIDAD 3: *ESPACIOS VECTORIALES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Espacio vectorial: Definición y propiedades.
2. Subespacios: Definición y propiedades.
3. Dependencia lineal.
4. Bases y dimensiones.

UNIDAD 4: *TRANSFORMACIONES LINEALES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición.
2. Propiedades de las transformaciones lineales: Núcleo e imagen y dimensión.
3. Transformaciones lineales y transformaciones matriciales.
4. Cambios de base.
5. Valores característicos y vectores característicos.



## 6. Aplicaciones.

### **LABORATORIO DE DOCENCIA I.**

#### EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA ARITMÉTICA

##### UNIDAD 1: *EL CAMPO DE ESTUDIO DE LA ARITMÉTICA*

###### CONTENIDO TEMÁTICO

1. El campo de estudio de la aritmética.
2. Papel de la lógica en el estudio de la aritmética.
3. Grados en los que se estudia aritmética en los niveles medio y normal: Programas de Educación Secundaria; Programas de Bachillerato y Programas de Educación Normal.

##### UNIDAD 2: *CARACTERIZACIÓN DEL ALUMNO QUE ESTUDIA ARITMÉTICA*

###### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Características del estudiante de aritmética: Físicas y psicológicas.

##### UNIDAD 3: *EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA ARITMÉTICA*

###### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Planeación del proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética.
  - Concepto de planeación.
  - Niveles de planeación: Rol del maestro en cada uno de los niveles de planeación.
  - Planeación de una clase: Finalidad de la planeación de clases; objetivos conductuales y técnicas para elaborar un plan de clase.
  - Aplicación en la elaboración de planes de clases de aritmética.
2. Conducción del proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética.
  - Motivación: Concepto, tipos de motivación.
  - Métodos de enseñanza: Clasificación y descripción; elección del método apropiado.
  - Técnicas de enseñanza: Exposición; interrogatorio; demostración; la investigación bibliográfica; discusión dirigida; criterios para la elección del procedimiento.
  - Materiales didácticos: Audible, visual y audiovisual.
  - Aplicaciones en la enseñanza-aprendizaje de la aritmética.
3. Evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje de la aritmética.
  - Concepto de evaluación.
  - Funciones de la evaluación.
  - Relaciones entre la evaluación y los demás momentos y elementos del proceso de enseñanza-aprendizaje.
  - Tipos de evaluación.
  - Criterios para evaluar el aprendizaje de la aritmética en el nivel medio y normal.
4. Modelos para la planeación conducción y evaluación de la enseñanza de la aritmética en grupos de educación media y normal.

UNIDAD 4: *PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LA ARITMÉTICA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Lógica y conjuntos: prerequisites, secuencia didáctica y materiales didácticos: Bloques lógicos de Z. P. Dienes.
2. Operaciones con números naturales y sus propiedades: prerequisites, secuencia didáctica y materiales didácticos: Regletas Cuisenaire.
3. Números fraccionarios.
  - Fracciones comunes: Prerequisites, secuencia didáctica, material didáctico.
  - Fracciones decimales: Prerequisites, secuencia didáctica, material didáctico.
4. Sistemas de numeración: prerequisites, secuencia didáctica y material didáctico: Regletas Cuisenaire.
5. Modelos metodológicos para la enseñanza de los cuatro temas planteados.

❖ **SÉPTIMO SEMESTRE**

**ESTADÍSTICA APLICADA A LA EDUCACIÓN I.**

UNIDADES DE APRENDIZAJE

UNIDAD I: *CONCEPTOS BÁSICOS*  
CONTENIDO TEMÁTICO.

1. Concepto de estadística, población y muestra: La estadística en la investigación y en la educación; estadística descriptiva e inferencial.
2. Tipos de variables: categóricas y numéricas.
3. Presentación de datos en forma y gráfica. (Datos agrupados y no agrupados).

UNIDAD 2: *MEDIDAS DE POSICIÓN.*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Medidas de tendencia central: conceptos y aplicaciones: Mediana, moda, media aritmética.
2. Cuantiles: cuarteles, deciles, percentiles.

UNIDAD 3: *MEDIDAS DE DISPERSIÓN*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Medidas de dispersión: rango, desviación media, desviación estándar, varianza.

UNIDAD 4: *PROBABILIDAD*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Teoría de conjuntos:
  - Conceptos básicos: conjunto, elemento, conjunto vacío, conjunto universal, etc.
  - Operaciones con conjuntos: unión, intersección y producto cartesiano.
2. Técnicas de conteo: principio fundamental de conteo, ordenaciones, permutaciones y combinaciones.
3. Teoría de probabilidad:
  - Concepto de probabilidad.
  - Cálculo de la probabilidad de un suceso.
  - Conceptos básicos: espacio muestral, punto muestral, evento, etc.

UNIDAD 5: *DISTRIBUCIONES TEORICAS DE PROBABILIDAD*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Distribución Binomial.
2. Distribución de Poisson.
3. Distribución Normal: puntaje z.

**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I.**

UNIDAD 1: *FUNCIONES, LÍMITES Y CONTINUIDAD*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Funciones: concepto y notación; representación gráfica y clasificación.
2. Función uniforme y función multiforme.
3. Función implícita y función explícita.
4. Función constante, función inversa y función identidad.
5. Funciones algebraicas: racionales (enteras y fraccionarias) e irracionales.
6. Funciones trascendentes: Exponenciales, logarítmicas, circulares.
7. Igualdad de funciones.
8. Operaciones con funciones: Adición, sustracción, multiplicación, división y composición.
9. Límites: Concepto, interpretación geométrica, teoremas relativos a límites, problemas relacionados con límites.
10. Continuidad: Definición, teoremas sobre continuidad, problemas relativos a la continuidad.

UNIDAD 2: *LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Incrementos.
2. Concepto de derivada de una función.
3. Notación par ala derivada.
4. Método general para obtener la derivada de una función.
5. Interpretación geométrica de la derivada.
6. Interpretación física de la derivada.

UNIDAD 3: *DERIVADA DE FUNCIONES ALGEBRAICAS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Derivada de la función constante.
2. Derivada de la función identidad.
3. Derivada de una suma de funciones.
4. Derivada del producto: de una constante por una función; de dos funciones y de “n” funciones.
5. Derivada de un cociente.
6. Derivada de una potencia.
7. Derivada de un radical.

UNIDAD 4: *DERIVACIÓN DE FUNCIONES TRANSCEDENTES*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Derivación exponencial y logarítmica.
2. Derivada de la función exponencial.
3. Derivada de la función logarítmica.

4. Derivada de funciones trigonométricas.
  - Derivada del seno de un ángulo.
  - Derivada del coseno de un ángulo.
  - Derivada de la tangente de un ángulo.
  - Derivada de la cotangente de un ángulo.
  - Derivada de la secante de un ángulo.
  - Derivada de la cosecante de un ángulo.

**UNIDAD 5: DERIVADA DE FUNCIONES INVERSAS E IMPLÍCITAS**  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Derivada de funciones inversas: derivada de ángulo seno, derivada de ángulo tangente, derivada de ángulo cotangente, derivada de ángulo secante y derivada de ángulo cosecante.
2. Derivación de funciones implícitas.
3. Derivadas sucesivas.

**UNIDAD 6: APLICACIONES DE LA DERIVADA**  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Tangente y normales.
2. Ángulo entre dos curvas.
3. Movimiento rectilíneo: Velocidad y aceleración.
4. Coeficiente de expansión: Elasticidad.
5. Trabajo: Potencia.
6. Rapidez de variación.
7. Máximos y mínimos.
8. Concavidad.

**LABORATORIO DE DOCENCIA II.**

**EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ALGEBRA**

**UNIDAD 1: EL CAMPO DE ESTUDIO DEL ALGEBRA**  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Campo de estudio del algebra: concepto de algebra, clasificación del algebra y aplicaciones del algebra.
2. Metodología del algebra.
3. Grados en los que se estudia algebra en los niveles medios y normales: Programas de Educación Secundaria, Programas de Bachillerato y Programas de Educación Normal.

**UNIDAD 2: CARACTERIZACIÓN DEL ESTUDIANTE DE ALGEBRA**  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Características del estudiante de algebra.
2. Físicas.
3. Psicológicas.

**UNIDAD 3: EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL ALGEBRA**  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Planeación del proceso enseñanza-aprendizaje del algebra.
  - Operaciones del pensamiento relacionados con la enseñanza de la matemática.

- Actividades que favorecen el aprendizaje del álgebra y propician las operaciones del pensamiento.
  - Elaboración de planes de clase para la enseñanza del álgebra.
2. Conducción del proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra: Métodos de enseñanza: El método Heurístico.
  3. Aplicaciones de la enseñanza del álgebra: el método inductivo y características.
  4. Aplicación en la enseñanza del álgebra.
    - Técnicas de enseñanza.
    - Técnicas de discusión dirigidas: Panel; discusión en pequeños grupos; Phillips 66; diálogos simultáneos; simposio; mesa redonda; conferencia y seminario.
  5. Uso de las técnicas de discusión dirigida en la enseñanza del álgebra.
  6. Materiales didácticos: equipos auditivos: toca discos y grabadoras, ventajas de su uso, técnicas para su manejo y metodología para su uso como recurso didáctico en la enseñanza del álgebra.
  7. Materiales: ventaja de su uso, técnicas para su elaboración y metodología para su uso en la enseñanza del álgebra.
  8. Materiales de bajo costo: ventajas de su uso; técnicas para su elaboración: Elaboración de materiales; metodología para su utilización en la enseñanza del álgebra.
  9. Evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra.
  10. Instrumentaciones y técnicas para medir el rendimiento escolar: basados en la observación; lista de cotejo o comprobación; escalas de calificaciones y registro de hechos significativos de la vida escolar.
  11. Técnicas mediante las cuales el sujeto proporciona informaciones del modo directo: cuestionarios, inventarios y entrevistas.
  12. Relación entre los objetivos y los instrumentos y técnicas elegidas.
  13. Criterios para evaluar el aprendizaje de álgebra.
  14. Aplicaciones en la evaluación del aprendizaje del álgebra.
  15. Modelos para la planeación, conducción y evaluación de la enseñanza del álgebra en grupos de educación media y normal.
    - Práctica docente en grupos de segundo grado de educación media.
    - Práctica docente en grupos de cuarto grado de educación media.

**UNIDAD 4: PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DEL ALGEBRA**  
**CONTENIDO TEMÁTICO**

1. Lenguaje algebraico: su importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra y metodología para su enseñanza.
2. Coeficiente y exponentes: su importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra y metodología para su enseñanza: Prerrequisitos, secuencia didáctica, auxiliares didácticas recomendadas.
3. Ecuaciones: prerrequisitos, secuencia didáctica y auxiliares didácticas.
4. Resolución de problemas: prerrequisitos, secuencia didáctica y materiales didácticos.

### **LABORATORIO DE DOCENCIA III.**

EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA Y LA TRIGONOMETRÍA.

UNIDAD 1: *EL CAMPO DE ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA Y DE LA TRIGONOMETRÍA*

CONTENIDO TEMÁTICO

1. El campo de estudio de la geometría y de la trigonometría.
  - Concepto de geometría y de trigonometría.
  - Clasificación de la geometría y la trigonometría.
  - Aplicación de la geometría y de la trigonometría.
2. Método de la geometría y de la trigonometría.
3. Grados en que se estudia geometría y trigonometría en los niveles medio y normal.
  - Programas de Enseñanza Secundaria.
  - Programas de Bachillerato.
  - Programas de Educación Normal.

UNIDAD 2: *CARACTERIZACIÓN DEL ALUMNO QUE ESTUDIA GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA*

CONTENIDO TEMÁTICO

1. Características del estudiante de geometría y trigonometría: físicas, psicológicas, características; aplicación en la enseñanza de la geometría y la demostración en geometría.
2. El método analógico: características y aplicación de las técnicas de enseñanza en la enseñanza de la geometría.
3. Materiales didácticos: uso de proyectores en la enseñanza de la geometría; proyectores de cuerpos opacos; ventajas de su uso y manejo del aparato.
4. Proyectores de filminas: ventajas de uso, manejo del aparato y elaboración de filminas.
5. De proyector: ventajas de uso, manejo del aparato y elaboración de retrotransparencias.
6. Evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría y de la trigonometría.
  - La prueba objetiva como instrumento para medir el rendimiento escolar: Definición y características; objetivos.
  - Tipos de ítems: localización, complementación, respuesta alternativa, asociación y opción múltiple.
  - Planeación de la prueba objetiva.
  - Metodología para la elaboración de pruebas objetivas.
  - Validez y confiabilidad de la prueba objetiva.
  - Relación entre los objetivos y la prueba objetiva.
7. Criterios para evaluar el aprendizaje de la geometría y de la trigonometría.
8. Elaboración de pruebas objetivas para evaluar el aprendizaje de la geometría.
9. Modelos para la planeación, conducción y evaluación de la enseñanza de la geometría y trigonometría.
10. Prácticas docentes en grupos de tercer grado de educación media.

UNIDAD 4: *PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y LA TRIGONOMETRÍA*

CONTENIDO TEMÁTICO

1. El material didáctico y la enseñanza de la geometría.
  - Incongruencia entre el material didáctico de uso común y los conceptos geométricos.
  - Materiales adecuados para la enseñanza de la geometría.

2. Los trazos y la enseñanza de la geometría y de la trigonometría.
  - Ventajas del uso de trazos en la enseñanza de la geometría y de la trigonometría.
  - Características que deben tener los trazos para garantizar su eficiencia como auxiliares didácticos.
3. Técnicas para realizar trazos adecuados: trazos en el pizarrón, trazos en el cuaderno, trazos en superficies mayores y uso del equipo de geometría.
4. La demostración geométrica.
  - Ventajas de la demostración en la enseñanza de la geometría y de la trigonometría.
  - Metodología para la enseñanza de las demostraciones geométricas.

## **PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE LA CIENCIA II.**

### *UNIDAD 1: APLICACIONES DE LAS MATEMÁTICAS A LA FÍSICA*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Movimiento rectilíneo: velocidad, aceleración y caída libre.
2. Leyes del movimiento.
  - Primera ley del movimiento: Masa.
  - Segunda ley del movimiento: Unidades de masa y fuerza; peso y masa.
  - Tercera ley del movimiento.
3. Energía.
  - Trabajo: Unidades de trabajo.
  - Potencia: Unidades de potencia.
  - Energía: Energía cinética; potencial; de reposo.
  - Conservación de la energía.
4. Momentum.
  - Momentum lineal: Conservación del momentum lineal.
  - Momentum angular: Conservación del momentum angular.
5. Relatividad.
  - Teoría especial de la relatividad: Contracción de longitud.
  - Dilatación del tiempo.
  - Relatividad de la masa.
  - Masa y energía.
6. Teoría general de la relatividad.

### *UNIDAD 2: APLICACIONES DE LAS MATEMÁTICAS A LA QUÍMICA*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Formulas y ecuaciones químicas: Valencias, radicales.
2. Balanceo de ecuaciones en forma molecular: Método algebraico.

### *UNIDAD 3: APLICACIONES DE LAS MATEMÁTICAS A LA BIOLOGÍA*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Genética: bases biológicas de la herencia, cromosomas y mapas genéticos.
2. Modelos poblacionales: origen y crecimiento de poblaciones y curvas de crecimiento.
3. Modelo Maltusiano: mecanismos y control de supervivencia y decrecimiento poblacional.
4. Estequiometría: el átomo, gramo; el número de Avogadro; el mol; relaciones de masa en procesos químicos y relativo limitante.

5. Soluciones: soluto y solvente; concentraciones; molaridad; normalidad; molalidad y relaciones entre masa y solvente.

UNIDAD 4: *APLICACIONES DE LAS MATEMÁTICAS A LA ASTRONOMIA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. El Sistema Solar: El Sol, la Luna y movimientos planetarios; Leyes de Kepler; coordenadas celestes; la esfera celeste; declinación y ascensión recta y magnitudes y distancias estelares.
2. Cosmología: Nacimiento y muerte del Universo; nacimiento y muerte de las estrellas; Ley de Hubble y diagrama de Hertzsprung-Russell.

❖ **OCTAVO SEMESTRE**

**TALLER DE ESTADÍSTICA APLICADA A LA EDUCACIÓN II.**

UNIDAD 1: *TEORÍA ELEMENTAL DEL MUESTREO*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Conceptos de población y muestra.
2. Métodos de muestreo: Aleatorios, no aleatorios.
3. Tamaño de la muestra.
4. Distribuciones muestrales.

UNIDAD 2: *PRUEBA DE HIPÓTESIS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Hipótesis nula e hipótesis alternativa.
2. Contraste de hipótesis.
3. Relación entre variables.

UNIDAD 3: *CORRELACIÓN Y REGRESIÓN*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Correlación: Coeficiente de Pearson, coeficiente de Spearman, Coeficiente de Kendall y Chi cuadrada.
2. Pruebas de significación.
3. Regresión: Conceptos de regresión y predicción, regresión lineal simple, error típico de estimación, aplicaciones, cálculo e interpretación.

UNIDAD 4: *CONTRASTES NO PARAMÉTRICOS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Concepto de contraste no paramétrico.
2. Contraste con datos correlacionados.
3. Contraste con datos no correlacionados.

**SEMINARIO DE EVOLUCIÓN DEL CONOCIMIENTO DEL ÁREA**

UNIDAD 1: *ORIENTE*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Egipto: Papiro de Rhind y papiro de Moscú.
2. Mesopotámica: Sistema numérico sexagesimal posicional, invención del cero y Teorema de Pitágoras.



3. China: Nuevos capítulos sobre el arte matemático y Lo Shu (cuadro mágico).

UNIDAD 2: *GRECIA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1) Tales de Mileto, 2) Los pitagóricos, 3) Los eleatos, 4) La Academia y el Liceo, 5) Los tres problemas clásicos, 6) Los elementos de Euclides, 7) Arquímedes, 8) Apolunio, 9) Menéalo, 10) Ptolomeo, 11) La colección de Pappus, 12) Diofanto.

UNIDAD 3: *EDAD MEDIA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1) Matemática Hindú, 2) Matemática China, 3) Al-Khu Warismi, 4) Omar Khayyam, 5) Transición al occidente, 6) Liber Abaci.

UNIDAD 4: *RENACIMIENTO*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1) La suma de Luca Pacioli; 2) Tartaglia, Cardano, Ferrari y Bombelli; 3) Napier y Briggs; 4) Vieta; 5) Introducción matemática.

UNIDAD 5: *EDAD MODERNA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1) Geometría analítica (Descartes-Fermat); 2) Teoría de los números: Probabilidad y geometría proyectiva; 3) Análisis infinitesimal; 4) Kepler, Cavalieri, Fermat, Huygens, Barrow, Newton y Leibniz; 5) Los Bernolli; 6) Lambert; 7) Serie de Taylor; 8) Euler; 9) D'Alambert; 10) Lagrange; 11) Legendre; 12) Fourier.

UNIDAD 6: *ETAPA CONTEMPORANEA*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1) Geometría no-euclidianas, 2) Gauss, 3) Boole, 4) Lobachevski, 5) Riemann, 6) Weierstrass, 7) Cauchy, 8) Galois, 9) Abel, 10) Steiner, 11) Chasles, 12) Jacobi, 13) Dirichlet, 14) Boole, 15) Kronecker, 16) Dedekind, 17) Cantor, 18) Klein, 19) Poincaré, 20) Beltrami, 21) Lie, 22) Hermite, 23) Russell, 24) Hilbert, 25) Gödel, 26) Cohen.

## **PROGRAMACIÓN Y COMPUTACIÓN**

UNIDAD 1: *FUNDAMENTOS DE LA COMPUTACIÓN.*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Sistemas numéricos: Sistema binario, sistema octal y sistema hexagesimal.
2. Álgebra de Boole: Conectivos lógicos y operaciones.
3. Sistemas lógicos: Sumadores y multiplicadores.

UNIDAD 2: *COMPUTADORAS*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Componentes.
2. Unidad central de proceso: Definición, función que cumple en la computadora y tipos básicos de unidades de proceso.
3. Memoria: Definición, Tipos de memoria en una computadora: RAM (Random access memory); ROM (Read only memory) y funciones que cumplen en la computadora.

4. Sistema operativo: Definición y uso de la computadora.
5. Entrada/salida: Definición e importancia como medio de comunicación, computadora-usuario.
6. Microcomputadoras.

### UNIDAD 3: *PROGRAMACIÓN*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Algoritmos: Definición y determinación de algoritmos.
2. Diagramas de flujo: Definición, uso de los diagramas de flujo en las computadoras y elaboración de diagramas de flujo.
3. Lenguajes de programación.
4. Lenguajes Basic Intermedio: conjunto de instrucciones; operadores: lógicos (and o r not); aritméticos (+, -, x, /) y ejercicios de aplicación.

### UNIDAD 4: *ALICACIONES EDUCATIVAS DE LA COMPUTACIÓN*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. La computadora como auxiliar en el proceso enseñanza-aprendizaje: como auxiliar didáctico y como herramienta de cómputo.
2. Paquetes computacionales educativos: Logo y Pilot.

## **CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II.**

### UNIDAD 1. *LA DIFERENCIAL Y LA CURVATURA*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. La diferencial: definición y notación; interpretación geométrica; diferenciales de las funciones algebraicas; diferenciales de las funciones trascendentes; diferenciales de las funciones circulares y aplicaciones.
2. Curvatura: concepto, radio y círculo de curvatura, coordenadas del centro del círculo de curvatura y aplicaciones.
3. Teorema de Rolle y teorema del valor medio.

### UNIDAD 2: *SERIES*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Definición.
2. Clasificación: series convergentes y divergentes.
3. Criterio de D'Alembert: series alternadas, series de potencias, series binómico, serie armónica y e número e.
4. Desarrollo de funciones en series de potencias.
5. Serie Maclaurin.
6. Serie de Taylor.

### UNIDAD 3: *INTEGRACIÓN*

#### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Concepto y notación.
2. La integral definida: concepto, interpretación geométrica, propiedades y ejercicios de aplicación.
3. Teoremas fundamentales del cálculo.
4. La integral indefinida: conceptos, propiedades y ejercicios de aplicación.

UNIDAD 4: *PROCEDIMIENTOS DE INTEGRACIÓN*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Integrales inmediatas.
2. Integrales por factor constante.
3. Integrales de fracciones.
4. Integración por partes.
5. Integración trigonométrica.
6. Integración por sustitución.
7. Integración por series.

UNIDAD 5: *APLICACIONES DEL CÁLCULO INTEGRAL*  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. Aplicación de la integral definida: Geométricas, áreas de superficies planas, áreas de superficie de revolución, volúmenes de sólidos de revolución y rectificación de curvas planas.
2. Aplicaciones a la física.
3. Reacciones químicas
4. aplicaciones de la integral indeterminada: Formulación y solución de ecuaciones diferenciales sencillas.

**LABORATORIO DE DOCENCIA IV.**

EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SUPERIOR

UNIDAD 1: EL CAMPO DE ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA, DEL CÁLCULO  
DIFERENCIAL E INTEGRAL Y DE LA ESTADÍSTICA  
CONTENIDO TEMÁTICO

1. El campo de estudio de la geometría analítica: concepto de geometría analítica y aplicaciones de la geometría analítica.
2. El campo de estudio del cálculo diferencial e integral: concepto de cálculo diferencial e integral y aplicaciones del cálculo diferencial e integral.
3. El campo de estudio de la estadística: concepto y aplicaciones.
4. Grados de educación media y normal en los que se estudia geometría analítica, cálculo diferencial e integral y estadística: Programas de Educación Secundaria, Programas de Bachillerato y Programas de Educación Normal.

UNIDAD 2: CARACTERIZACIÓN DEL ALUMNO QUE ESTUDIA GEOMETRÍA  
ANALÍTICA, CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL Y ESTADÍSTICA.

CONTENIDO TEMÁTICO

1. Características del estudiante de geometría analítica, cálculo diferencial e integral y estadística: Físicas y psicológicas.

UNIDAD 3: EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA  
ANALÍTICA Y DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL.

CONTENIDO TEMÁTICO

1. Planeación del proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica, del cálculo diferencial e integral y de la estadística: planeación del curso, finalidad de la

planeación de curso, objetivos conductuales, objetivos generales, particulares y específicos, taxonomía y técnicas para su redacción.

2. Técnicas para la elaboración de un plan de curso: uso de algoritmos, uso de la Ruta Crítica y uso de tablas de doble entrada convencionales.
3. Conducción del proceso enseñanza-aprendizaje.
  - Métodos de enseñanza: Método analítico, características, aplicación en la enseñanza de la temática.
  - Método sintético: Características, aplicación en la enseñanza de la matemática.
4. Técnicas de enseñanza: para la enseñanza de conceptos y para la enseñanza de procedimientos.
5. Materiales didácticos: televisión y videogradora, ventajas de su uso, manejo de aparatos y elaboración de guiones, video cassettes.
6. Microfilmación: ventaja de su uso, manejo de aparatos y elaboración de microfichas.
7. Computadoras: ventajas de su uso, manejo de aparatos y elaboración de programas.
8. Evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica, del cálculo diferencial e integral y de la estadística.
  - Instrumentos para la evaluación del rendimiento escolar.
  - Pruebas de ensayo o composición.
  - Pruebas de resolución guiada.
  - Pruebas orales.
  - Evaluación mediante gráficas.
  - Relación entre los objetivos y estos tipos de examen.
  - Criterios para evaluar la enseñanza de la geometría analítica, cálculo diferencial e integral y de la estadística.
  - Aplicaciones en la evaluación de la enseñanza de la geometría analítica, del cálculo diferencial e integral y de la estadística.
9. Modelos para la planeación, conducción y evaluación de la enseñanza de la geometría analítica, del cálculo diferencial e integral y de la estadística en grupos de educación media y normal.
  - prácticas docentes en grupos de 5º y 6º de educación media.
  - Practicas docentes en grupos de primer grado de educación normal.

#### UNIDAD 4: PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA Y DEL CÁLCULO DIFERENCIAL.

##### CONTENIDO TEMÁTICO

1. Carencia de los prerrequisitos necesarios para cursar geometría analítica y cálculo diferencial: causas del problema, diagnóstico del problema y metodología para la solución del problema.
2. Resolución de problemas: diagnóstico de la problemática y metodología para solucionar dicha problemática.

## **LABORATORIO DE DOCENCIA V.**

### **PRÁCTICA DOCENTE**

#### **UNIDAD 1: PLANEACIÓN DE LA PRÁCTICA DOCENTE**

##### **CONTENIDO TEMÁTICO**

1. Planeación de cursos de matemáticas: Educación Media Básica, primer grado, segundo grado y tercer grado.
2. Educación Media Superior: cuarto grado, quinto grado y sexto grado.

#### **UNIDAD 2: LA PRÁCTICA DOCENTE**

##### **CONTENIDO TEMÁTICO**

1. Planeación de clases de matemáticas en los seis grados de educación media.
2. Práctica de la docencia de la matemática en los seis grados de educación media.
3. Evaluación de la práctica docente: Alternativas para su optimización.

## **ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MÉXICO, PROGRAMA DE ESTUDIOS DE 1999.**

### **Licenciatura en Educación Secundaria**

Asignaturas de matemáticas.

#### **❖ SEGUNDO SEMESTRE**

##### **INTRODUCCIÓN A LA ENSEÑANZA DE: MATEMÁTICAS**

##### **BLOQUE I. ¿POR QUÉ Y PARA QUÉ ESTUDIAR MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA?**

1. Las matemáticas en la sociedad y en la escuela.
2. Conocimientos, habilidades y actitudes que subyacen al estudio de las matemáticas en la educación primaria y secundaria.

##### **BLOQUE II. ¿QUÉ ENSEÑAR?**

1. Los contenidos básicos de matemáticas en la educación secundaria.
2. Situaciones para el estudio de las matemáticas en la educación secundaria.
3. La secuencia y organización de los contenidos.
4. Los materiales de apoyo para los profesores de matemáticas.

### BLOQUE III. PRIMERAS CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS

1. Los estilos docentes y sus consecuencias en los aprendizajes que logran los alumnos.
2. Las variables didácticas que hacen evolucionar los conocimientos previos.
3. La didáctica de las matemáticas como ciencia de estudio.
4. La puesta en común en la clase de matemáticas.
5. El plan de clase como herramienta de trabajo.

## ❖ TERCER SEMESTRE

### PENSAMIENTO ALGEBRAICO

#### BLOQUE I. LA OBSERVACIÓN, GENERALIZACIÓN Y FORMALIZACIÓN DE PATRONES

1. Procesos de generalización.
2. Expresiones algebraicas y sus operaciones.
3. Diagramas, tablas y gráficas.
4. Uso de variables.

#### BLOQUE II. EL ESTUDIO DE LAS FUNCIONES Y RELACIONES

1. Concepto de función.
2. La idea de variación y sus diferentes representaciones.
3. Clasificación de funciones.

#### BLOQUE III. ESTRUCTURAS Y TRANSFORMACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1. Transformación de expresiones algebraicas.
2. Significado del algoritmo de la división.
3. Representación algebraica de procesos aritméticos.

#### BLOQUE IV. EL USO DE MODELOS PARA REPRESENTAR Y ENTENDER RELACIONES CUANTITATIVAS

1. Tratamiento de la información al resolver problemas.
2. Formulación de modelos para analizar el comportamiento de una situación.

### LOS NÚMEROS Y SUS RELACIONES

#### BLOQUE I. ASPECTOS HISTÓRICOS DE LOS SISTEMAS NUMÉRICOS

1. Origen del concepto de número.
2. Números, lenguaje y el origen del conteo y las cifras.
3. Sistemas de numeración (romano, decimal, egipcio): su evolución.

#### BLOQUE II. LOS NÚMEROS ENTEROS

1. Los números enteros y las propiedades de las operaciones de suma y producto.
2. Divisibilidad, máximo común divisor, mínimo común múltiplo números primos y el Teorema fundamental de la aritmética.
3. Algunos criterios de divisibilidad (divisibilidad por 2, 3, 5, 11).
4. Los enteros en la recta numérica.
5. Orden en los números enteros.

6. Algunos principios de conteo.

### BLOQUE III. NÚMEROS RACIONALES

1. Lectura y escritura de números decimales y su representación en la recta numérica.
2. Operaciones con decimales (cálculo mental, algoritmos y aproximaciones).
3. Decimales periódicos.
4. Diferentes representaciones de los números racionales: decimales, cociente de enteros y por ciento.
5. Propiedades de las operaciones en los números racionales.
6. Orden en los números racionales.
7. Usos de números racionales para representar cantidades en la recta numérica.
8. Uso de las propiedades asociativa y distributiva de las operaciones para simplificar cálculos.

### BLOQUE IV. PROPORCIONALIDAD

1. Razones y medición.
2. Proporcionalidad y variación.

## ❖ CUARTO SEMESTRE

### FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS

#### BLOQUE I. FIGURAS EN EL PLANO.

1. Las figuras en el plano euclidiano.
2. Construcciones con regla y compás: El triángulo y el círculo.
3. Análisis de figuras planas.
4. Diferentes estrategias para el cálculo de áreas: retículas, triangulación, medición de superficies y/o perímetros de figuras cualesquiera, generalizaciones.

#### BLOQUE II. SIMETRÍAS

1. Simetría axial, radial, isometrías.

#### BLOQUE III. LOS SÓLIDOS

1. Los sólidos geométricos, características y propiedades.
2. Construcción y análisis de sólidos: prismas, cristalografía, estructuras que se apoyan en sólidos.
3. Los sólidos regulares.

### PLANO CARTESIANO Y FUNCIONES

#### BLOQUE I. ANÁLISIS DEL PLANO CARTESIANO

1. Dirección y sentido en geometría.
2. Sistemas de referencia arbitrarios en el plano euclidiano.
3. Los sistemas de referencia cartesianos.
4. El lenguaje intrínseco del sistema cartesiano.
5. Regiones del plano.
6. Descripción algebraica de las regiones del plano; inecuaciones

#### BLOQUE II. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS FUNCIONES

1. Noción de función.
2. Funciones crecientes.
3. Funciones decrecientes.
4. Funciones constantes.
5. Composición de funciones.

### BLOQUE III. RELACIONES SIMPLES DEL PLANO CARTESIANO

1. Algunas funciones simples en el plano cartesiano.
  - Graficación de las tablas de multiplicar
  - La recta idéntica  $y = x$
  - La  $y = \frac{1}{x}$  o  $y \cdot x = 1$  (hipérbola)
  - La  $y = x^3$  parábola con vértice en origen
  - La  $y = e^x$  función exponencial

## PROCESOS DE CAMBIO Y VARIACIÓN

### BLOQUE I. CANTIDADES PROPORCIONALES Y NO PROPORCIONALES

1. Proporcionalidad directa.
2. Proporcionalidad inversa.
3. Proporcionalidad múltiple.

### BLOQUE II. LA RAZÓN DE CAMBIO

1. Cálculo de razones de cambio en diferentes contextos.
2. Relación entre razones de cambio y pendientes de rectas.
3. Razones de cambio constantes y variables.

### BLOQUE III. LA RAZÓN DE CAMBIO INSTANTÁNEA Y LA NOCIÓN DE DERIVADA

1. Métodos numéricos para calcular razones de cambio instantáneas.
2. Construcción de las primeras fórmulas para las derivadas.

## ❖ QUINTO SEMESTRE

### ESCALAS Y SEMEJANZA

#### BLOQUE I. ESCALAS

1. Escalas numéricas y gráficas.
2. Dibujo a escala. Efecto de una reducción o una ampliación a escala sobre las dimensiones lineales, el área o el volumen.
3. Teorema de Thales.

#### BLOQUE II. SEMEJANZA

1. Semejanza en el plano. Homotecia y Semejanza. Segmentos homotéticos.
2. Homotecia concéntrica.
3. Triángulos semejantes. Criterios de semejanza de triángulos.
4. Semejanza de polígonos y circunferencias. Razón de los perímetros de dos polígonos semejantes.



5. Semejanzas en el espacio. Razones de áreas y volúmenes de dos cuerpos semejantes.

### BLOQUE III. EL TEOREMA DE PITÁGORAS Y OTRAS RELACIONES EN LOS TRIÁNGULOS

1. Demostraciones del teorema de Pitágoras. Por descomposición y equivalencia de áreas.
2. Teorema de Pitágoras y cálculo geométrico.
3. Otros teoremas sobre triángulos rectángulos. Teorema de la altura. Teorema del cateto.
4. Relaciones métricas en triángulos no rectángulos.
5. Cálculo de distancias inaccesibles.

### BLOQUE IV. TRIGONOMETRÍA

1. Razones trigonométricas.
2. Trigonometría y polígonos regulares.
3. Cálculo de distancias inaccesibles.

## **MEDICIÓN Y CÁLCULO GEOMÉTRICO**

### BLOQUE I. MEDICIÓN Y APROXIMACIÓN

1. Antecedentes históricos de la medición.
2. Unidades convencionales de medida. Sistema internacional de medidas; múltiplos y submúltiplos. Conversiones a unidades de otros sistemas (sistema inglés).
3. Análisis de errores e incertidumbres en la medición.

### BLOQUE II. MEDICIÓN DE LONGITUDES Y SUPERFICIES (PERÍMETRO Y ÁREA).

1. Justificación de diferentes fórmulas para calcular el perímetro y el área de paralelogramos, triángulos y polígonos regulares (por ejemplo, calcular el área del triángulo a partir de: su base y su altura, la medida de sus lados, etcétera).
2. Perímetro y superficie de figuras irregulares y de figuras curvilíneas.
3. Relación entre el área de distintas figuras geométricas. Figuras inscritas o circunscritas (por ejemplo: investigar la relación entre la superficie de un círculo inscrito en un cuadrado y la superficie de ese cuadrado).
4. Área lateral y total de prismas y pirámides, superficie cilíndrica, cónica y esférica.

### BLOQUE III. MEDICIÓN DE CAPACIDAD Y VOLUMEN

1. Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de prismas, pirámides, conos, poliedros regulares y la esfera.
2. Cálculo del volumen de cuerpos oblicuos (Principio de Cavalieri).
3. Relación entre volumen y capacidad.
4. Relación entre el volumen de distintos cuerpos (por ejemplo: investigar la relación entre el volumen de la esfera más grande que puede ser contenida en un cubo respecto al volumen de ese cubo).

## BLOQUE IV. OTRAS MAGNITUDES

1. Magnitudes fundamentales: la masa, el tiempo y la temperatura.
2. Magnitudes derivadas: velocidad, fuerza, peso, resistencia, densidad, tasa, porcentaje, etcétera.

## PROCESOS COGNITIVOS Y CAMBIO

### CONCEPTUAL EN MATEMÁTICAS Y CIENCIAS

#### BLOQUE I. PROCESOS COGNITIVOS Y OBSTÁCULOS EN EL ESTUDIO, LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

1. Diferentes tipos de obstáculos.
2. Procesos de aprendizaje y consecuencias metodológicas.

#### BLOQUE II. NÚMEROS RACIONALES Y RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

1. Fracciones.
2. Decimales.
3. Razonamiento proporcional.

#### BLOQUE III. DIFICULTADES CONCEPTUALES EN EL ESTUDIO Y APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA.

1. Procesos de transición de la aritmética al álgebra.
2. Los números negativos.
3. Dificultades conceptuales en la resolución de ecuaciones.

#### BLOQUE IV. PROCESOS COGNITIVOS EN EL ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA.

1. Los niveles de aprendizaje de Van Hiele.
2. Procesos cognitivos en el estudio de la ubicación espacial.

## ❖ SEXTO SEMESTRE

### PRESENTACIÓN Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

#### BLOQUE I. CONCEPTOS ESTADÍSTICOS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

- Conceptos de estadística. Estadística Descriptiva e inferencial
  1. Población y muestras. Representatividad de una muestra.
  2. Encuestas e instrumentos de obtención de datos. Cómo preparar una encuesta: Cuestionarios y entrevistas.
  3. Cantidades relativas. Promedios, densidades, concentraciones y razones de cambio.

#### BLOQUE II. PRESENTACIÓN DE DATOS

- Tablas. Frecuencia absoluta y relativa. Frecuencias acumuladas. Datos agrupados en clase. Tablas de más de dos dimensiones.
- Gráficas. Pictogramas. Diagrama circular o de sector. Diagrama de Barra. Polígono de Frecuencias.

#### BLOQUE III. PARÁMETROS CENTRALES Y DE DISPERSIÓN

- Concepto de Parámetros. Clases de parámetros
- Parámetros centrales. Conceptos, propiedades y cálculos de la media aritmética, mediana y moda. Ventajas e inconvenientes de los parámetros centrales. Relación entre
  - La media aritmética, mediana y moda.
- Parámetros de dispersión. Conceptos. Rango o recorrido, desviación media, varianza, desviación típica, coeficiente de variación.

#### BLOQUE IV. EL TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y LAS FUNCIONES.

Tasa, índices: crecimiento aritmético y exponencial; interpolación y extrapolación.

#### BLOQUE V. CORRELACIÓN LINEAL

Datos divariados, correlación lineal y regresión lineal.

### **SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

#### BLOQUE I. VISIÓN GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA.

1. Orígenes de la Educación Matemática en México.
2. La investigación en educación matemática en México durante la década de los 80.
3. Didáctica de la matemática y formación de profesores.

#### BLOQUE II. ALGUNOS APORTES DE LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA PARA EL NIVEL DE SECUNDARIA

1. Fracciones y proporcionalidad.
2. Razonamiento probabilista.
3. Álgebra.

#### BLOQUE III. ANÁLISIS, EXPERIMENTACIÓN Y OBSERVACIÓN DE ACTIVIDADES DE ESTUDIO

1. La observación en la clase de matemáticas.
2. Variables didácticas.

### **TECNOLOGÍA Y DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS**

#### BLOQUE I. LAS TECNOLOGÍAS ... ¡¡¡AL AULA!!!

En este bloque se pretende que los estudiantes tengan un conocimiento global de las tecnologías, su impacto en diversos campos del quehacer humano y de manera particular en el ámbito educativo.

- 1.1. Breve reseña histórica de las tecnologías en el mundo
- 1.2. La presencia de las tecnologías en México
- 1.3. Algunas experiencias del uso de las tecnologías de la comunicación en el aula (regional, nacional e internacional).
- 1.4. Las tecnologías de la comunicación como recursos didácticos para el estudio, a enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

#### BLOQUE II. EL USO DEL VIDEO EN EL AULA

En este bloque se pretende que los estudiantes normalistas reflexionen en torno al valor didáctico del video y a las funciones que puede desempeñar en el estudio de las matemáticas. Al mismo tiempo, se procura que generen elementos para el análisis de un determinado video, así como orientaciones que faciliten su uso en el aula.

2.1 Posibilidades de uso del video en la escuela

2.2 El uso del video en el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

### BLOQUE III. EL USO DE LA CALCULADORA EN EL AULA

En este bloque se pretende que los estudiantes normalistas reflexionen en torno las ventajas que puede ofrecer el uso de la calculadora como una herramienta didáctica, y que cuenten con elementos que les permitan optimizar el uso de este recurso tanto en beneficio propio como en su futuro quehacer docente.

3.1 La calculadora como una herramienta didáctica

3.2 Tipos de calculadoras

3.3 La calculadora y el estudio de algunas propiedades de los números y sus operaciones

3.4 Patrones numéricos y el estudio del álgebra.

### BLOQUE IV. EL USO DE SOFTWARE EN EL AULA.

En este bloque se pretende que los estudiantes reflexionen en torno a las ventajas que se pueden obtener con un adecuado uso del software. Se espera que los estudiantes normalistas se apropien de diversos elementos que les permitan un uso adecuado de las computadoras en su futuro trabajo docente.

Nos referimos al software para subrayar la parte didáctica en cuanto a los ambientes computacionales que son los que nos interesa utilizar como recurso didáctico; además, porque las computadoras tienen otras posibilidades como el uso de internet, del cual se hablará en el capítulo 5.

4.1 Posibilidad de uso de la computadora como un recurso didáctico.

4.2 La modelación matemática.

4.3 El proyecto EMAT

l. Profundizando con la hoja de cálculo.

m. Geometría dinámica con CABRI.

n. Explorando otros modelos computacionales: Sim cal y Math Worlds.

### BLOQUE V. EL USO DE INTERNET EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

En este bloque se pretende que los estudiantes descubran dónde y cómo obtener información que les pueda resultar útil en su futuro trabajo docente.

5.1. Algunas páginas electrónicas relacionadas con matemáticas.

5.2. Recursos en internet: correo electrónico, foros de discusión, cursos en línea.

## **LA PREDICCIÓN Y EL AZAR**

### BLOQUE I. EL AZAR

1. Los juegos de azar.

2. El lenguaje de azar.
3. Fenómenos aleatorios y deterministas.
4. Formas de registro.

#### BLOQUE II. TÉCNICAS DE CONTEO (ANÁLISIS COMBINATORIO).

1. Diagramas de árbol y arreglos rectangulares.
2. Principio de conteo.
3. Permutaciones.
4. Combinaciones: propiedades, Triángulo de Pascal y teorema del binomio.

#### BLOQUE III. PROBABILIDAD

1. Historia.
2. Probabilidad de frecuencia relativa.
3. Probabilidad clásica.
4. La regla de la suma y del producto.
5. Probabilidades condicionadas.

#### BLOQUE IV. FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN

1. Variables aleatorias.
2. Distribución Bernoulli.
3. Distribución Binomial.
4. Distribución Normal.