

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA AUSENCIA DE CANTIDAD
EN NIÑOS DE 6-7 AÑOS

T E S I S



QUE PARA OBTENER EL GRADO DE LICENCIADO EN PSICOLOGÍA
EDUCATIVA

PRESENTAN:

MARTHA ELENA VARGAS REYES

LETICIA GUILLERMINA BARAJAS GARCÍA

NORMA LUZ HERNÁNDEZ LICONA

DIRECTOR DE TESIS
SERGIO ARTURO SOLÍS SANTACRUZ

JULIO, 1996

“Animar al niño a que sea independiente y curioso, a que use la iniciativa al perseguir sus intereses, a tener confianza en su capacidad de resolver las cosas por sí mismo, a dar su opinión con convicción, a competir constructivamente con sus miedos y sus ansiedades y a no desanimarse fácilmente”.

C. Kamii

Este trabajo lo dedicamos a los maestros que hicieron posible su realización:

Pedro Bollás, Verónica Hoyos, José Juárez y Cuitláhuac Pérez

*Y con especial agradecimiento por su colaboración y apoyo al Maestro Sergio Solís,
nuestro asesor de tesis.*

A Fernando Méndez por su cooperación en este trabajo.

*Este trabajo lo dedico a mi esposo Vicente,
por el amor, apoyo y comprensión
que siempre me ha brindado.*

*A quien es la ilusión de mi vida:
mi hijo Ernesto.*

*A mi madre y a mis hermanos
por el cariño que me brindan.*

Y al recuerdo de mi padre Manuel...

A mis padres:

Guillermina y Sergio

*porque me han proporcionado
la fuerza, alegría y amor;
que me hacen ser lo que ahora soy.*

A mi hija:

Marlet

*por ser el cimiento
del nuevo enfoque de mi vida.*

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

ÍNDICE

	Pág.
INTRODUCCIÓN	
PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA	1
CAPÍTULO I. LINEAMIENTOS TEÓRICOS.	
L1. La Representación Gráfica: Signo, Símbolo y Producciones	6
L2. Estudios sobre la problemática del Valor Posicional del cero	9
L3. Teoría del Desarrollo Cognoscitivo	16
L4. Construcción del conocimiento	21
CAPÍTULO II. CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS	
II.1. Las hipótesis y su fundamentación	28
II.2. El método y sus adecuaciones	30
II.3. Sujetos de Estudio: Situaciones Experimentales y Análisis	44
II.4. Interpretación de los Resultados, Análisis y Conclusiones Generales	85
CAPÍTULO III. PROPUESTA DIDÁCTICA	
III.1. La Enseñanza Tradicional	96
III.2. Sugerencia Didáctica para la Enseñanza del Cero	100
BIBLIOGRAFIA	
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

Dentro de la formación escolarizada, el maestro debe transmitir una educación integral, que tome en cuenta los intereses de los alumnos para motivarlos y hacerlos más participativos dentro del proceso enseñanza-aprendizaje del que se encarga la escuela.

En la educación escolar básica, todas las áreas de estudio tienen la misma importancia para el desarrollo del educando; sin embargo, en el trabajo presentado nos enfocamos especialmente al área de Matemáticas y, en forma muy particular, nos interesó la manera en que algunos niños de 6-7 años tienen para representar la ausencia de cantidad.

La aritmética es la parte de las Matemáticas que, entre otras cosas, estudia a los números y sus relaciones, los cuales son representados gráficamente por medio de numerales. En el estudio aquí realizado, se abordó el tema de la ausencia de cantidad, la cual es representada convencional y gráficamente con el número cero, a diferencia de los otros primeros números. En este trabajo se analiza la representación gráfica de las cantidades y se hace su presentación en tres capítulos.

En el capítulo primero se habla sobre la representación gráfica y los simbolismos que utiliza el niño para representar la ausencia de cantidad.

También abarcamos la dificultad que existe con respecto a la función del valor posicional del cero, exponiendo algunas investigaciones realizadas por autores como Nemirovsky, Hughes y Kammi.

Asimismo, se presentan algunos lineamientos teóricos enmarcados en la teoría psicogenética, en donde se resaltan las características de las etapas del desarrollo cognoscitivo por las que atraviesa el niño de 6-7 años y la forma en que se construye el conocimiento, según Piaget.

En el capítulo segundo se señalan algunas adecuaciones sobre el método crítico empleado en las entrevistas que se realizaron con los niños y las situaciones experimentales que sirvieron para realizar las prácticas. Se hizo un análisis cualitativo (porque se observan las cualidades que presenta cada caso) y explicativo (al tratar de dar una respuesta a la forma por la cual el niño responde de esa manera), que nos permitió comprobar las hipótesis planteadas en el inicio de la investigación.

Finalmente, en el capítulo tercero hacemos el planteamiento de una sugerencia didáctica para la enseñanza del cero, la cual intenta recopilar las observaciones obtenidas en las situaciones experimentales y en la práctica docente (resultado de la experiencia) que como profesoras de Educación Primaria hemos tenido.

PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

La finalidad de esta investigación es la de indagar qué dificultades presenta el niño de 6-7 años con respecto a la representación gráfica de la ausencia de cantidad. A través de la investigación se conocerá el tipo de símbolos que utilizan los sujetos de estudio para representar la ausencia de cantidad y verificar por medio de las respuestas si utiliza el signo convencional llamado cero.

Surge la inquietud de realizar este estudio debido a que dentro de nuestra práctica docente hemos observado que desde que el niño está en edad escolar, se hace notorio que al introducirlo al conocimiento de los números y, en especial, al del cero, le cuesta más trabajo percibir a éste como tal, debido a la dificultad que presenta este número para representarlo concretamente y percibirlo físicamente, como se puede hacer con los demás números.

Un elemento que contribuye en la concepción y representación gráfica utilizada por el niño para el signo convencional cero, es quizá la metodología utilizada por los profesores al enseñarles su empleo, lo que puede causar confusiones en el futuro escolar del educando.

Por medio de una pequeña entrevista que se realizó a algunos profesores de Educación Primaria, nos dimos cuenta que no existe la aplicación de una técnica de enseñanza, ya que cada uno de ellos enseña de acuerdo con sus propias concepciones e inquietudes.

El cero, como signo convencional, constituye un problema de apropiación y representación, porque el niño debe comprender todas las funciones que éste realiza dentro del sistema decimal y dentro de las operaciones básicas de la Matemática.

Las funciones que tiene el cero como numeral y que hace más complicada la comprensión de este número son:

- La dualidad que presenta dentro del sistema numérico; esto es, el valor absoluto y el valor relativo, tiene como valor absoluto, nada; por ejemplo: en la cantidad 105, el cero vale nada sin importar el lugar en que se encuentra, ya que el valor absoluto es el valor que se da a un número de acuerdo al signo que representa. Así, por ejemplo, 1 (vale uno), 2 (vale dos), 10 (vale diez), 0 (vale cero), etc., teniendo, en cambio, un valor relativo.
- El valor relativo se refiere a la posición que tiene dentro de una cifra, como puede ser 7034. Aquí ocupa el lugar de las centenas y su lugar no es exclusivo, ya que puede estar en las unidades (7340) o en las decenas (7304), dándole un valor distinto a cada una de las cifras que se forman; esto ocurre con todos los numerales (pero nos interesa solamente el cero).
- La función de "llena huecos" (es decir, cómo el cero sirve de auxiliar) en las operaciones básicas. Por ejemplo, en la suma y en la resta, en el primer grado de primaria. Si se tienen los numerales 19 y 8, el cero nos sirve para que no haya confusión y se logre realizar correctamente la operación:

$$\begin{array}{r} 19 \\ + 8 \\ \hline 27 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ + 08 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 8 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 08 \\ \hline 11 \end{array}$$

Como se puede observar, al usar el cero para llenar los huecos, la operación puede resultar más fácil de resolver para el niño, pues se reduce el riesgo de ubicar los números en colocación errónea.

Estas funciones vienen a representar un problema posteriormente, cuando el numeral cero no es concebido en forma inicial en los niños de edad escolar como un signo convencional que representa la ausencia de cantidad, o nada y, al mismo tiempo, tiene que asignarle una función dentro del sistema posicional.

Teniendo en cuenta que una representación es la forma en que se puede sustituir un objeto que no se encuentra presente, creemos importante y básico que el niño comprenda y maneje el cero como signo convencional, ya que éste constituye una parte importante dentro del sistema numérico que utiliza.

Cabe señalar que es indispensable que un individuo, en sus inicios escolares, conozca, maneje y comprenda todo el significado que tiene el cero, para que, posteriormente, se le facilite la comprensión de todas las funciones que tiene.

Sabemos que dentro del sistema numérico que utilizamos se hace indispensable el empleo del número cero, por lo que se debe dar valor independiente, como a todos los otros números (1 al 9) y no tomarlo como complemento del 10 o del 100.

Para el análisis de este estudio, nos apoyaremos en investigaciones que han realizado autores como Jean Piaget, Martin Hughes, Myriam Edith Nemirovsky, Arnold Gessel y Constance Kammi, entre otros.

Es importante mencionar que no existen investigaciones abundantes referentes a este tema, por lo cual el trabajo tiene como finalidad esclarecer algunos problemas a los que se enfrenta el niño cuando se ve en la necesidad de utilizar el cero como signo convencional, ya que la difícil concepción de la ausencia de cantidad (representada gráficamente por el signo convencional cero) impide que el niño utilice fácilmente ese número, como lo hace con los otros. Esto es, ya que no puede colocar ningún objeto que lo represente físicamente, no puede lograr a través de ese medio una abstracción reflexiva, la que, según Piaget, es la base del desarrollo del conocimiento lógico-matemático del niño.

Para la asimilación o apropiación del aprendizaje de las matemáticas es necesario tener un conocimiento lógico-matemático que ayude a la construcción de conceptos que proporcionen al niño la base para relacionar al cero como signo convencional con las funciones que tiene dentro del sistema numérico (valor posicional).

Uno de los factores que influyen en la adquisición de conceptos en la escuela, es la forma que existe de enseñar de algunos profesores de Educación Primaria, debido a la tendencia de repetir aquellos esquemas por los cuales adquirieron sus conocimientos.

La falta de motivación en la enseñanza de las matemáticas puede hacer que el niño adquiera cierto rechazo a esta materia durante su vida de estudiante. Este peligro es mayor considerando que el educando tiene una predisposición a pensar que la adquisición del conocimiento matemático es complejo y poco factible para su capacidad; esto lo podemos corroborar en muchas expresiones que generalmente se escuchan, como: "las matemáticas son mi coco", "yo no nací para las matemáticas", "a mí, con nada me entran las matemáticas", etc.

Por ello, es muy importante que desde el primer encuentro del niño con la enseñanza de las matemáticas sea estimulado para dar respuestas de aceptación activa y no considerarlo como un ser pasivo, dentro del proceso de adquisición de conocimientos.

CAPÍTULO I: LINEAMIENTOS TEÓRICOS

I.1. La Representación Gráfica: Signo, Símbolo y Producciones

Para desarrollar el estudio del presente tema, es necesario tener en cuenta algunos conceptos que contribuirán a esclarecer el problema planteado en la investigación.

Hablaremos en primer término de lo que es la *representación*, para abordar posteriormente lo que es la *representación gráfica*.

Por representación entendemos la forma en que se pueden manifestar los objetos que no están presentes en el momento de la observación. Así pues, la representación es la sustitución que se hace del objeto.

La representación gráfica es la que ayuda a sustituir por medio de grafismos (dibujos, signos convencionales, símbolos) las cosas que están ausentes y se desean dar a conocer.

La representación gráfica convencional (Nemirovsky, 1988) está caracterizada por la función de memoria y la de comunicación. En la función de memoria, el sujeto tiene que ser capaz de recordar todos aquellos datos que él mismo ha representado, mediante su registro gráfico. La función de comunicación tiene como requisito la utilización de signos convencionales conocidos por los miembros de una comunidad; esto ayudará a los sujetos a compartir ideas, conceptos, hechos, etc., que faciliten la transmisión y la interpretación.

Asimismo, en la representación gráfica están presentes un significado y un significante. El significado se refiere a un "concepto o idea" que los individuos han construido sobre acontecimientos, objetos, etc.; dicho significado existe aún sin ser expresado gráficamente. El significante gráfico (Nemirovsky, 1988), por su parte, es la forma escrita que el sujeto utiliza para representar el significado. Un ejemplo de ello sería la representación gráfica que puede hacer acerca de un pato.

La relación que se da entre significante y significado produce diversos tipos de representación gráfica:

- **Convencional**, es cuando un significante es reconocido por un grupo de individuos; lo gráfico guarda una relación de semejanza con lo que representa. Ejemplo: señalamientos.
- **Arbitraria**, es cuando el significante no guarda una relación directa con el significado. Ejemplo: los numerales.

Por lo tanto, para que exista una comunicación con significantes arbitrarios, es necesario establecer una convención social o un acuerdo de que todos los sujetos al utilizarlo puedan expresar o interpretar determinado significado.

Para que el sujeto pueda representar gráficamente (Nemirovsky, 1988) sus ideas y conceptos, es necesario que construya un significado con su respectivo significante, tomando en cuenta que es la convención social la que determina la representación gráfica de los significados, aunque esta representación resulte arbitraria.

Una representación gráfica puede ser individual o colectiva. Se dice que es individual cuando sólo puede ser interpretada por quien la realizó; y colectiva cuando existe un acuerdo entre los individuos para entenderla y utilizarla. Esta es la característica de las representaciones convencionales.

Los signos son una representación gráfica colectiva y, por lo tanto, convencional; como no tienen relación con el significado que representan, son arbitrarios. Así, podemos encontrar que en el lenguaje gráfico matemático a los numerales que se utilizan se les conoce con el nombre de signos matemáticos.

Los números escritos forman parte del campo de las matemáticas; se les designa como numerales, ya que hacen referencia a la representación gráfica de las cantidades por medio de los signos matemáticos.

El uso del numeral (Nemirovsky, 1988) requiere de un proceso de construcción gradual que comienza con los primeros dibujos que realiza el niño, los cuales no guardan, necesariamente, una relación con la cantidad de elementos que observa, resaltando las cualidades de éstos. Después establecerá la relación de uno a uno con la utilización de numerales que no presentan inclusión (es cuando el niño escribe 1, 2, 3 para graficar con numerales un agrupamiento de tres objetos, siendo que bastaba con escribir 3). Finalmente, el significado del numeral es comprendido por el niño cuando utiliza la inclusión del número.

Cada signo matemático numérico tiene un significante que es el numeral y un significado construido por el concepto o idea de dicho número; teniendo en cuenta que conocer el significante no es lo mismo que conocer el significado. Cuando un sujeto no conoce el significante convencional de los numerales, utiliza una forma propia de representar e interpretar las cantidades; a esta forma de representación se le conoce como símbolo gráfico. Ejemplos: significado (0 cero, ausencia de cantidad), significante (coloca una raya, un círculo, un punto, etc.).

I.2. Estudios sobre la problemática del valor posicional del cero

En esta investigación nos interesa llegar a conocer algunos de los significantes que los niños que se inician en el proceso escolar adjudican al numeral cero, así como saber el grado de manejo que tienen de dicho numeral en el sistema numérico vigente.

Por lo que en adelante nos remitiremos a algunos autores que han realizado estudios enfocados al cero como signo convencional, además de señalar las formas en que los niños y las diferentes culturas lo utilizan o utilizaron.

Martin Hughes (1987) señala que la ausencia de cantidad o "cero" constituye un problema de representación en los niños. Esto se puede corroborar en su investigación sobre la manera en que los niños representan las cantidades. Realizó un estudio con 25 niños, a los que les presentó latas

con algunos cubos en su interior, pidiéndoles que pusieran en una hoja de papel lo que veían dentro de cada una de ellas.

De acuerdo con las respuestas que dieron los niños sobre la representación de las diversas cantidades, se hizo una clasificación en la cual se determinaron cuatro tipos de producción gráfica:

- **Idiosincráticas**, tipo de representación que realizaron los niños en la que no existe una relación cualitativa ni cuantitativa hacia el modelo que se le presentó.
- **Pictográficas**, en éstas, se establece una relación cualitativa y cuantitativa; es decir, el niño toma en cuenta la forma, color o posición de los modelos, dejando evidencia de la cantidad.
- **Icónicas**, sólo se establece una relación cuantitativa, se logra expresar la cantidad de objetos que se presentan, sin mostrar las características de los mismos.
- **Simbólica**, se emplean los signos convencionales. Aquí, el niño utiliza los numerales para representar la cantidad, o bien, escribe los nombre de los números.

Se observó que los niños que utilizaban respuestas simbólicas escribían en el papel el signo convencional llamado "cero" para representar la ausencia de cantidad, otros utilizaban respuestas idiosincráticas e icónicas y algunos solamente dejaban la hoja en blanco.

Otro punto que se resalta en la investigación de este autor es el valor posicional de los numerales, destacando que el cero, dentro de un sistema posicional, adquiere un valor que es difícil de comprender.

Nemirovsky (1988) recopila diferentes investigaciones realizadas por varios autores con respecto al cero. Destaca algunos planteamientos que consideramos importantes para este estudio. Primeramente, cuestionándose acerca de la idea que tienen los niños en cuanto al cero como grafía aislada, encontró que los niños tienen la misma dificultad para representar el cero que cualquier otro número. Posteriormente, observó que grafican el cero utilizando un numeral o bien por medio de símbolos, los cuales tratan de transmitir la idea de ausencia de cantidad o "nada".

Sin embargo, se encontró que el cero presenta mayor dificultad en comparación con otros numerales cuando se encuentran dentro de un sistema de valor posicional, ya que aquí tiene la función de modificar el valor de los numerales que le acompañan. Los casos en que el cero modifica el valor a varios numerales son:

- cuando en una cifra el cero está en último lugar (280), modifica el valor de los números que le anteceden; si se repite (2800), vuelve a modificar el valor de los numerales.
- si el cero participa en forma intermedia en una cifra (506), altera el valor del numeral que se ubica a su izquierda, no así el de la derecha; de igual manera, lo realiza cuando se repite (5006), asignándole un nuevo valor a los numerales.

- el cero como numeral inicial en una cifra no realiza ninguna función, por lo que puede anularse (036), lo que no ocurre con los otros numerales, porque representan una cantidad determinada y no la ausencia de ella.

Por otra parte, Constance Kammi (1987) nos habla también acerca del valor posicional de los números. En su estudio hecho a niños de 6-10 años, les presenta un conjunto de dieciséis fichas en donde ellos deben representar en subconjuntos lo que vale cada uno de los numerales. Con esto, trata de conocer si los sujetos identifican el valor posicional de cada una de las cifras. Por ejemplo, en un conjunto de trece canicas, se le pregunta al niño en dónde se localiza el numeral 3 y en dónde el 1. De acuerdo con las respuestas obtenidas, Kammi dice que existen cinco niveles por los que el niño pasa para poder asimilar el valor posicional.

Dichos niveles son:

- I. En este nivel los niños no conciben una separación entre los objetos del mundo y la grafía que utiliza para representar los numerales.
- II. Intenta encontrar una relación de cantidad entre lo que se presenta y el símbolo gráfico que utiliza.
- III. En esta etapa, el niño puede representar cualquier cantidad de objetos, siempre y cuando no exceda de una cifra, ya que las cantidades que tienen dos cifras crean confusión en los niños, pues no alcanzan a comprender que al separar los números de la cifra, cada uno conserva su valor posicional.

IV. El niño no observa la relación que existe entre el todo y las partes en que se puede desintegrar.

V. Finalmente, el niño adquiere el concepto de valor posicional en una cantidad de dos cifras.

Esto lo consigue a través de tres pasos:

- a) **Ubicación posicional.** El numeral cero representa dos valores, uno absoluto y otro relativo. En su función como valor absoluto, representa ausencia de cantidad o nada; y en su valor relativo, se establece una relación entre unidades, decenas, centenas, etc.
- b) **Notación desarrollada.** Es la desintegración de una cantidad en forma de adición, dando valor de acuerdo a las posiciones de los numerales que conforman la cifra.
- c) **Multiplicación.** Este nivel es el más elevado porque el niño trata de explicar por medio de una operación matemática el valor posicional de un número dentro de una cifra.

Como se ve, el cero es un signo convencional básico dentro de un sistema numérico decimal, por todas las funciones que desempeña. Tal es la importancia de este número, que vemos su aparición necesaria desde tiempos muy remotos. Así, podemos encontrar sus antecedentes en grandes culturas; una de ellas, la cultura Maya la cual floreció en Mesoamérica, su numeración se considera una de las más avanzadas de la época prehispánica.

Los mayas fueron de las primeras culturas en formarse el concepto de cero, con lo que su numeración de base 20 se hace posicional, permitiendo una operatividad en forma sencilla y clara, ya que sólo utiliza tres símbolos que son:

• = uno — = cinco ◉ = cero

Estos símbolos se caracterizan por lo siguiente:

- sólo se repite cuatro veces en cada orden,
- se repite hasta tres veces en cada orden,
- ◉ no se repite.

Esta numeración emplea los principios aditivo, multiplicativo y posicional. Ejemplo:

$$\begin{array}{|c|} \hline \bullet \bullet \bullet \\ \hline \text{—} \\ \hline \end{array} = 3 (20) + 5 (20) = 3 (20) + 5 (1) = 60 + 5 = 65$$

El Sistema Indoarábigo (creado en la India y difundido por los árabes) es aceptado en Europa para su uso hasta el año 1700, siendo que esta numeración fue inventada alrededor del año 600 d.C. Este sistema ocupa el numeral cero para representar la ausencia de cantidad.

Actualmente, es el sistema que se emplea y es de tipo decimal con base 10; utiliza diez signos matemáticos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), los cuales se pueden repetir un número infinito de veces.

El sistema Indoarábigo emplea los principios aditivo, multiplicativo y posicional. Ejemplo:

$$91 = 9(10) + 1(10) = 9(10) + 1(1) = 90 + 1 = 91$$

Además, maneja dos valores:

1. **Valor absoluto**, es el que tiene un número según su signo. Ejemplo: en 435, el valor absoluto de 4 es 4.
2. **Valor relativo**, es el que tiene un número según la posición que ocupa en una cifra. Ejemplo: en 435, el valor relativo de 4 es 400.

Como el sistema decimal tiene el principio posicional, cada orden o posición representa una potencia de 10. Ejemplo:

POSICIONES	IV	III	II	I
Potencias de diez	10	10	10	10
Número		5	8	3
Notación desarrollada del número		500	80	6

$$586 = 500 + 80 + 6$$

I.3. Teoría del Desarrollo Cognoscitivo

Fue necesario en este estudio tener en cuenta que Jean Piaget ha sido una de las figuras más sobresalientes dentro de la Psicología y que sus investigaciones han venido a dar una nueva panorámica a la psicología del niño.

Piaget, junto con Inhelder, una de sus colaboradoras de muchos años, definieron en sus estudios las etapas del desarrollo cognoscitivo del ser humano. Este período abarca desde la infancia hasta la adolescencia.

La psicología del niño tiene como finalidad el estudio del desarrollo de las conductas, tanto desde el punto de vista orgánico como mental (Piaget, 1984). El niño viene a ser su elemento básico de análisis, debido a que, en cierta forma, explica al adulto y, a través de su estudio se trata de resolver la problemática del individuo. Así, cada una de las etapas por las que atraviesa el niño en su desarrollo es de suma importancia para el desenvolvimiento consecuente de sus conductas.

Las etapas son consecuencia una de otra.

En la teoría del desarrollo cognoscitivo de Jean Piaget se trazan cuatro etapas, donde cada una de ellas está contemplada por estadios o conductas de evolución.

Las etapas y sus estadios son integrativas y no se sustituyen unas por otras; cada una de ellas es resultado de su precedente. El desarrollo de cada uno de los estadios puede dar lugar a retrasos o alteraciones, pero el orden de sucesión no cambia.

Para conocer las formas de conducta que identifican a los niños de 6-7 años que interesan en este estudio, nos situaremos en la segunda y tercer etapas del desarrollo cognoscitivo:

- Etapa o Período Preoperacional

Esta etapa se caracteriza por la aparición de la función semiótica, esto es, que el niño va a poder representar un significado (objeto, acontecimiento, esquemas conceptuales, etc.), por medio de un significante diferenciado que sólo le va a servir para esa representación.

Este período se ve caracterizado por la aparición de cinco conductas, a través de las cuales el niño se va a expresar:

- a) **Imitación diferida.** Es cuando el niño imita una conducta observada que ya no está presente. Ejemplo: un niño observa a un adulto lavarse los dientes y, posteriormente, lo hace.

- b) **Juego simbólico.** El niño va a asimilar la realidad de acuerdo a sus necesidades, por medio de una imitación en donde no hay sanciones por parte del adulto. Ejemplo: cuando una niña juega a la casita y toma el papel de mamá.
- c) **El dibujo o imagen gráfica,** que pasa por tres fases:
- **Realismo fortuito,** en donde el niño hace garabatos que no tienen significado en ese momento.
 - **Realismo frustrado,** en donde el niño dibuja los elementos que observa sin colocarlos en un lugar o forma correctos. Ejemplo: dibuja un elefante, poniéndole una cabeza grande y un cuerpo pequeño.
 - **Realismo intelectual,** en donde el niño dibuja lo que ha visto anteriormente sin tomar en cuenta las características reales de lo observado. Ejemplo: dibuja una alacena con las puertas cerradas en donde se observa lo que se encuentra dentro.

Hacia los 8 o 9 años, aparece el **realismo visual**, el cual tiene dos características:

1. Se presenta todo lo que se ve. Ejemplo: si ve un árbol, dibuja todo lo que ve de él.
 2. El dibujo tiene una colocación especial de los objetos, de acuerdo al sujeto. Ejemplo: el niño puede dibujar al centro, lado derecho, ángulo superior derecho o izquierdo, etc. de una hoja.
- d) **La imagen mental,** que es una imitación interiorizada que se apoya en la memoria (la cual puede ser de reconocimiento o evocación). Hay dos tipos de imagen mental:

- **Imagen reproductora**, que es la repetición de conductas observadas y conocidas anteriormente.
 - **Imagen anticipadora**, que es la conducta nueva que se presenta ante alguna situación desconocida.
- e) **El lenguaje**. Al hacer su aparición, viene a ayudar a que se de una evolución verbal de acontecimientos no actuales.

Su evolución se ve enmarcada por las siguientes fases (Piaget, 1984):

- Balbuceo espontáneo.
- Fase de diferenciación de fonemas por imitación.
- Palabras-frases. A finales del segundo año de vida, el niño señala frases de dos palabras, luego pequeñas frases completas sin conjugación y después una adquisición progresiva de estructuras gramaticales.

- Etapa o Período de Operaciones Concretas

Esta etapa va a ser característica de niños que se encuentran aproximadamente entre los siete u ocho años.

El niño de esta edad realiza acciones interiorizadas y reversibles. La reversibilidad consiste en inversiones o en reciprocidad de las acciones, ya que el niño puede utilizar acciones aprendidas en diversas situaciones y volverlas sobre sí mismas, con un sentido diferente y en ocasiones contrario.

Esta fase se denomina de operaciones concretas en el sentido de que afectan directamente a los objetos y forman una transición entre la acción y las estructuras lógicas más generales que implican una combinación y estructura de "grupo" coordinante de las dos formas posibles de reversibilidad. (Piaget, 1984).

Las estructuras lógicas que se manejan son: seriación, clasificación, número, espacio, tiempo, velocidad y conservación.

Lo singular de estas estructuras, también llamadas "agrupamientos", es que constituyen encadenamientos progresivos que implican composiciones de operaciones.

La **seriación** consiste en hacer una ordenación de elementos, según sus dimensiones crecientes o decrecientes.

La **clasificación** se da a partir de la formación de conjuntos, tomando en cuenta las semejanzas y las diferencias individuales.

El **número** va a aparecer como una simple sustitución de la seriación y de la inclusión de clases.

Este grupo de estructuras afectan a objetos discontinuos o discretos y están fundamentados en las diferencias, semejanzas o equivalencias que hay entre los elementos.

Pero existe otro grupo de estructuras que afectan a otro nivel de la realidad y en donde encontramos el tiempo, espacio y velocidad.

En este nivel de las operaciones concretas, se forman nuevas relaciones interindividuales, de naturaleza cooperativa. Se da una formación de sentimiento de obligación, respeto compuesto de afecto y de temor.

Esta etapa concluye hacia los once o doce años de edad.

I.4. Construcción del Conocimiento

a) **¿Cómo se conoce?**

Piaget fue biólogo de formación y al estudiar los procesos evolutivos del ser humano, se interesó en el problema del conocimiento. Propuso una epistemología con una base científica, partiendo de la interrogante de ¿cómo se conoce?, ¿cómo se adquiere el conocimiento?.

Se adentró en la psicología infantil, porque fue un medio para darle validez científica a sus teorías epistemológicas; la tesis central de la epistemología genética es la que afirma "que el conocimiento es el resultado de una interacción entre el sujeto que aprende y el objeto de estudio". Con esta teoría, Piaget sintetizó dos posturas antagónicas: la primera, que afirmaba que lo que se conoce es una elaboración de la mente humana y, la segunda, que señalaba que el conocimiento es una copia fiel de lo que perciben los sentidos.

Para probar sus ideas, Piaget no sólo estudió el proceso de aprendizaje de los niños cuya estructura lógica es cualitativamente diferente a la de los adultos sino que también se apoyó en la historia de la ciencia, ya que el conocimiento que más le interesaba era el científico.

El término **genética** con relación a la epistemología piagetiana se refiere al proceso por el cual evoluciona el conocimiento de lo simple a lo complejo; con base en esto, se dice que el niño tiene ciertas características genéticas que le permiten conocer, pero el conocimiento se va desarrollando por medio de la interacción con el medio.

En el libro **El número en la educación preescolar** de C. Kammi (1989), nos dice que Piaget distinguió tres fuentes de conocimiento: el físico, el lógico-matemático y el social o convencional. El número pertenece al campo del conocimiento lógico-matemático y se relaciona con el conocimiento físico y social.

Se comprende como **conocimiento físico** al que nos puede ofrecer un objeto de la realidad externa, o sea, todas aquellas propiedades físicas que tienen los objetos y se pueden apreciar por la observación y la experimentación empírica.

Por su parte, el **conocimiento lógico-matemático** nos permite realizar diferenciaciones entre los objetos que observamos, ya que la relación que miramos entre los objetos es creada por la mente de cada sujeto. Es por ello que sólo puede construirse un conocimiento coordinando todas las relaciones simples que pueden existir entre los objetos.

Existen dos formas para obtener el conocimiento:

1. La interna, que se da a través del conocimiento lógico-matemático.
2. La externa, que tiene al conocimiento físico y social.

El **conocimiento social** son todas aquellas convenciones o acuerdos que elabora la gente y su principal característica es la arbitrariedad; para su adquisición, requiere el recoger información de todas las personas que lo rodean. Requiere, además, de un marco lógico-matemático, al igual que el conocimiento físico, para poder ser asimilados y organizados los contenidos de este conocimiento.

El conocimiento físico necesita una construcción empírica (basada en la experiencia que nos dan los sentidos), mientras que el conocimiento lógico-matemático requiere de una construcción empírica y de una abstracción reflexiva, la cual se da a través del pensamiento.

Piaget (Kammi, 1985) nos habla de la naturaleza de la abstracción -simple y reflexiva- ya que considera que las propiedades de los objetos y las características del número son distintas y necesitan términos diferentes.

La abstracción empírica permite observar las propiedades de los objetos, una a una, pudiendo ignorar las restantes. Por su parte, la abstracción reflexiva implica construir relaciones entre los objetos, aunque éstas no existan en la realidad externa. Es por ello que el número requiere de este tipo de abstracción para poder construirse en la mente del sujeto.

133723

En la construcción del conocimiento, se debe realizar una abstracción simple, para que derive en una abstracción reflexiva, pues no se podrían construir relaciones entre los objetos, si no son percibidas en la realidad. Se puede decir que el conocimiento físico requiere de un marco lógico-matemático para su construcción, ya que sólo así las observaciones nuevas adquieren relación con los conocimientos que ya se tienen.

La abstracción reflexiva no se produce aislada de la abstracción simple, durante los períodos sensoriomotor y preoperacional; pero durante el período de operaciones concretas sí se llega a disociar en forma parcial y no es sino hasta el período de las operaciones formales que se llega a diferenciar. El hecho es que la abstracción reflexiva no puede producirse de forma independiente de la simple; antes de que el niño construya otras relaciones anteriores, tiene importantes implicaciones para la enseñanza del concepto y la representación del número. Implica que el niño debe establecer, con toda clase de materiales (objetos, acontecimientos y acciones), todo tipo de relaciones si tiene que construir el número.

Según Piaget, el número es la síntesis de dos tipos de relaciones: el orden y la inclusión jerárquica.

El niño de 6-7 años no necesita poner en orden espacial a los objetos que cuenta, ya que establece un orden mental, que le permite contarlos una sola vez. Si la ordenación fuera una acción única con los objetos, éstos no podrían ser cuantificados en un grupo al mismo tiempo; para cuantificarse, se requiere una relación jerárquica. Esta relación incluye mentalmente todos

los objetos en un grupo mayor, en un todo que puede dividirse en partes y todas esas partes siempre formarán el todo.

El número requiere de una inclusión jerárquica que se da a partir de los 7 u 8 años, según la teoría psicogenética, cuando el pensamiento del niño ya es capaz de una movilidad que le permita ser reversible. Esta reversibilidad es la capacidad que tiene un sujeto para realizar dos operaciones mentales que, compuestas, se anulan en forma simultánea.

Cuando el niño establece relaciones numéricas entre cualquier tipo de contenidos, su pensamiento se hace móvil y da como resultado la estructura lógico-matemática del número, donde acepta la inclusión de un número en otro.

El conocimiento lógico-matemático tiene su origen en el propio sujeto y sin arbitrariedades, ya que establece su propio simbolismo sin establecer aún alguna convencionalidad, ya que en todas las culturas se construyen las mismas matemáticas y el mismo sistema de relaciones en el que no hay nada arbitrario, empezando siempre con representaciones gráficas de dibujos que pueden o no coincidir con lo presentado, luego símbolos gráficos propios de cada sujeto, hasta llegar a la simbología matemática convencional.

b) Construcción del Concepto de Número

Es importante resaltar que en algún momento de la construcción espontánea de la noción de número, los niños (entre 5-6 años de edad) demuestren cierto indicio de conocimiento del número y también ciertas limitaciones.

Saber contar no implica, necesariamente, el manejo del número (Lerner, 1977), por lo que para ello es necesario seguir un proceso que se inicia con actividades referentes a clasificación y seriación de objetos para, posteriormente, plantearle al niño ciertas situaciones de correspondencia óptica que puedan ser transformadas espacialmente para ofrecerle al niño diferentes variantes que le ayuden a lograr la conservación del número.

El número se contruye mediante una abstracción reflexionante y prueba de ello es que una vez que el niño ya construyó el concepto de número por medio de la abstracción reflexionante, puede representarlo mediante símbolos, signos o grafismos. Ejemplo: si el niño ya construyó la idea del cinco, puede representarlo mediante símbolos como &&&&& o con signos como la palabra "cinco" o el grafismo "5".

En los programas de matemáticas y, en general, en los libros de texto de Educación Primaria de primer grado, se puede observar que la forma de enseñar los números es muy variada, pero hay algo constante y es que junto a cada número aparece su nombre. El número se construye y en ese momento también se construye su nombre y su escritura con cifras.

Para la enseñanza de los números (Sáinz, 1981) se toman en cuenta las reglas que rigen al sistema de numeración que utilizamos, las cuales son:

Regla No. 1 Dada una cantidad, para escribirla utilizando cifras necesitamos conocer el número de unidades, decenas, centenas, etc., que se pueden formar, tomando en cuenta que se necesitan diez unidades para formar una decena, diez decenas para formar una centena, etc.

Regla No. 2 Siempre escribimos las cifras de izquierda a derecha, escribiendo primero las de mayor valor relativo. Ejemplo: si tenemos cinco centenas, dos unidades y una decena, lo escribimos así: 512 y este número no es el mismo que 125 o 251.

Regla No. 3 Para escribir toda serie de números enteros, empezamos por el uno y agregamos cada vez una unidad para ir aumentando o quitamos una unidad para ir disminuyendo.

CAPÍTULO II: CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

II.1. Las Hipótesis y su fundamentación

En esta investigación, una hipótesis es una conjetura que nos explica objetos o acontecimientos a los que les falta una completa justificación y una comprobación racional; no es, por tanto, un enunciado arbitrario, sino que tiene fundamentos de verdad insuficiente. Las hipótesis que manejamos en las situaciones experimentales de este estudio son las siguientes:

Algunos niños de 6-7 años, que cursan el primer grado de Educación Primaria en la Ciudad de México,

- a) no utilizan el signo convencional cero para representar la ausencia de cantidad; lo sustituyen escribiendo la palabra "nada" o dejando la hoja en blanco, o utilizando diferentes símbolos. Sólo por respuesta sugerida, llegan a emplear el signo convencional, siempre y cuando éste ya sea conocido por ellos; o bien, utilizan sus propios simbolismos,
- b) no conocen el valor posicional del cero en las cantidades que manejan (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 y 100). Existe dificultad en la concepción de unidades y decenas, sobre todo en aquellos casos en donde la decena representada requiere de un cero. El problema se acrecenta por la falta de importancia que se le da al cero dentro de la sistematización utilizada. Como ejemplo, tenemos el caso en donde al niño no se le enseña que el cero, colocado a la izquierda, carece de valor (03) en los números enteros,
- c) presentan dificultades al utilizar el signo convencional cero en las operaciones fundamentales (suma y resta). Se presentan en los siguientes casos: en primer lugar, cuando el niño no es capaz de colocar correctamente los numerales al ser dictados, con el objeto de realizar alguna operación, es decir, no ubica adecuadamente las unidades, decenas y centenas. En segundo término, al realizar las operaciones no le da al cero su

verdadero valor, a veces le atribuye el valor de 1 (en caso en que el cero sea uno de los sumandos de la operación, dándole el valor de 1 al cero cuando la realiza; ejemplo: $3 + 0 = 4$, ya que para el sujeto, esto representa $3 + 1 = 4$), o anula el valor del número que le acompaña ($3 + 0 = 0$); esto ocurre tanto en la suma como en la resta, sólo que en esta última casi siempre el resultado es cero, sin importar el valor del otro número ($7 - 0 = 0$).

Por último, existe confusión cuando no aparece por escrito el cero, ocupando su lugar a la izquierda de la operación, ya sea suma o resta ($10 + 9$ o $10 - 9$), señalando la falta de un numeral.

Consideramos que los elementos que fundamentan estas hipótesis se encuentran en autores como Nemirovsky (1988), que señala que en cada signo matemático existen un significante, que es el numeral, y un significado, construido por el concepto o idea que se tiene del significante; no siempre existe una identificación entre ambos, ya que se puede tener la idea del significante y desconocer su significado. Se observó, en un grupo de 31 niños de preescolar (5-6 años) que cuando no está representado un objeto, es que no hay nada; y ello se complica cuando se trata de expresar gráficamente, a través de un signo convencional, la ausencia de cantidad. Parece resultar más sencillo el dejar en blanco el papel o colocar la palabra "nada", sobre todo cuando ya se maneja la lecto-escritura y aún no se ha asimilado al cero como signo convencional (significado).

Martin Hughes (1987) nos menciona que el cero, dentro de un sistema posicional, adquiere un valor difícil de comprender debido a que no se conoce la idea que el niño tiene acerca del cero y los valores que pueden darle a los números que se encuentran a su derecha o izquierda.

Kammi (1987) también habla del valor posicional de los números y, en sus estudios, clasifica por medio de niveles las ideas que puede concebir un niño sobre los numerales. Esto tiene mucho que ver con las unidades y decenas que pueden estar presentes en una cifra, ya que hay que localizar en una cantidad determinada cuánto vale cada uno de los numerales y, en un conjunto dado, cómo se pueden localizar. Por ejemplo, en un conjunto de diez corcholatas, se le pide al niño (6-10 años) que localice el numeral cero dentro del conjunto de corcholatas; una vez identificado, se realiza el mismo procedimiento con el numeral 1. La identificación de estos numerales puede constituir un gran problema para el niño de 6 a 7 años que aún no domina los conceptos de unidades y decenas.

II.2. El método y sus Adecuaciones

El estudio está basado en los principios del método crítico, por las ventajas que ofrece para la indagación sobre el pensamiento del niño. Al resaltar la aportación realizada por Piaget con respecto a las investigaciones sobre la construcción de conocimientos, es necesario mencionar que la propuesta metodológica de la psicología genética está estrechamente relacionada con el cuerpo teórico elaborado por Piaget y complementado con trabajos de sus colaboradores.

Una de las grandes aportaciones de Jean Piaget (1970) al estudio de la génesis del conocimiento fue el método clínico; su logro con respecto a este método fue haber adaptado los principios de la investigación de carácter experimental de las ciencias naturales al terreno de los problemas psicológicos y de construcción del conocimiento.

El método clínico emplea la observación pura sin sujetarse a los inconvenientes de los tests, en los que las preguntas ya establecidas no pueden ser cambiadas. Parte de ideas precisas, adaptando las expresiones y las situaciones a las respuestas, las aptitudes y formas de hablar de los que investigan.

En sus inicios, se llamó método clínico para diferenciarlo del método de los tests.

El método atraviesa por dos períodos en su conformación:

Al iniciar sus estudios sobre la estructura del pensamiento infantil, Piaget y sus colaboradores empleaban constantemente la observación pura y sólo algunas veces el método clínico.

En este primer período, Piaget busca un método más eficaz para llegar al conocimiento de la conformación de la estructura del pensamiento en sus aspectos verbo-conceptuales.

En el segundo período, Piaget enfoca su estudio a las primeras manifestaciones de la inteligencia, utilizando no sólo la observación pura, sino combinándola con la intervención del sujeto en forma sencilla y espontánea.

Así, finalmente adquiere su denominación como método crítico, debido al empleo de la controversia que se hace frente a las afirmaciones que da el sujeto. Con esto, no sólo se mide la firmeza de sus convicciones, sino también se conoce la lógica profunda y las características de su grado de desarrollo.

La finalidad de este método es hacer hablar libremente al sujeto y encontrar las inclinaciones que se manifiestan espontáneamente.

La función de este método no sólo es aplicable a las investigaciones con individuos, sino también en estudios de grupos.

Para ser un buen investigador en este método, se debe saber observar, es decir, dejar que el niño se exprese libremente, sin influenciarlo y saber buscar algo preciso, teniendo siempre una idea a confirmar. Poniendo cuidado de no minimizar ni exagerar lo que el niño dice.

Dentro del examen crítico, Piaget señala que podemos observar cinco tipos básicos de reacciones, que no son totalmente excluyentes y que pueden aparecer en diversos grados de combinación:

1. El **no importaquismo**, el cual se caracteriza por la poca importancia que el niño atribuye a sus respuestas. Surge por el disgusto que le provoca la pregunta o por el aburrimiento que le agobia por eso contesta "no importa qué ni cómo".
2. La **fabulación**, en la respuesta que da el niño no existe ninguna reflexión; inventa historias en las que no cree o en las que puede creer sólo por el puro impulso verbal. El niño fábulas para burlarse del psicólogo o para evitar reflexionar sobre algo que le aburre o le fastidia.

3. La **creencia sugerida**, es cuando el niño responde a una pregunta sugestiva. La respuesta aquí es esencialmente momentánea, carece de ligaduras y analogías con creencias de los niños de la misma edad. Es necesario ahondar alrededor de la respuesta para ver si tiene solidez; también, se debe multiplicar el número de interrogatorios variando el enunciado de la pregunta.
4. La **creencia disparada** se caracteriza porque el niño responde a partir de una reflexión, extrayendo la respuesta de su propio fondo, siendo la pregunta nueva para él.
5. La **creencia espontánea** aparece cuando el niño da una respuesta con destreza, sin necesidad de reflexionar sobre la pregunta, puesto que ya lo ha hecho con anterioridad.

La creencia disparada y la espontánea se caracterizan porque las dos se resisten a la sugestión, tienen raíces profundas en el pensamiento del sujeto, presentan una cierta generalidad en niños de la misma edad.

El método crítico consiste en preguntar al niño acerca de todo lo que le rodea, la hipótesis consiste en admitir el modo en el que el niño inventa la solución a una situación, en la cual se ve revelado algo de sus actitudes de espíritu espontáneo. Aquí hay que tener mucho cuidado en los dos tipos de sugestión posibles: la sugestión por palabra y la sugestión por perseveración.

Para evitar la sugestión por palabra, es necesario aprender el lenguaje infantil, para poder formular las preguntas. Para ello, es necesario hacer hablar a los niños con el fin de construir un lenguaje de acuerdo con el lenguaje infantil, que evite toda sugestión.

Para evitar la sugestión por perseverancia es importante no proseguir la conversación después de la primera respuesta del niño, pues esto hace que el niño pueda cambiar su respuesta por habersele insistido.

Para poder distinguir las creencias espontáneas y disparadas de las sugeridas, es necesario tomar en cuenta las siguientes reglas:

- Uniformidad en las respuestas de una misma edad.
- Evolución de la creencia con respecto a la edad, de acuerdo a un proceso continuo.
- Si la creencia es realmente formada por la mentalidad infantil, desaparecerá a través del conjunto de combinaciones o de compromisos entre ella y la nueva creencia, que tiende a implantarse.
- Una creencia sólida se resiste a la sugestión.
- La creencia presenta múltiples proliferaciones vecinas.

Algunas limitaciones que encontramos al aplicar el método crítico, al realizar nuestra investigación, fueron:

- No conocer de forma profunda la lógica del pensamiento infantil, ya que no se sabe a ciencia cierta lo que el niño está pensando.

- Se cayó fácilmente en preguntas sugeridas o sugestivas, lo que provocaba que el niño diera respuestas de creencia sugerida (las respuestas son momentáneas y carecen de ligaduras).

Adecuaciones al método

Teniendo en cuenta que para el empleo de un método como el crítico es necesario tener muchos años de experiencia, una buena observación y un vocabulario que permita cambios de adecuación en relación con el que maneja el niño, al presentar las situaciones experimentales ocurrieron algunas deficiencias, como:

- El empleo de preguntas sugestivas.
- Poca profundidad del conocimiento de la lógica del pensamiento infantil.
- Falta de dominio en la utilización del vocabulario del niño.

Al aplicar el método crítico, tratamos de adecuar los lineamientos que lo conforman, aunque en la práctica esto no se hizo de manera estricta, ya que si bien no se formaron preguntas establecidas en un test, sí se manejaron el mismo tipo de preguntas a los sujetos que se investigaron, sin seguir un orden y una formulación estrictamente establecidas. Con el propósito de vigilar el adecuado desarrollo de las entrevistas, perfeccionar las situaciones y detectar errores de procedimiento desde las "pre-situaciones", utilizamos una cámara de video que nos permitió hacer la revisión y discutir las situaciones aplicadas.

Se efectuaron situaciones experimentales antes de llevar a cabo las situaciones con el grupo definitivo; a estas situaciones las denominaremos pre-situaciones experimentales. Se aplicaron a un número pequeño de alumnos, para poder conocer las fallas que podrían presentarse para, en su caso, hacer modificaciones.

La pre-situación consistió en darle una hoja al niño, la cual tenía impresas cinco sumas y cinco restas, teniendo en uno de los sumandos (en el caso de la suma) y en el minuendo y sustraendo (en el caso de la resta) el numeral cero. Esta pre-situación se practicó en dos fases: una con sumas aplicadas a 21 niños y otra con sumas y restas aplicadas a 26 alumnos de primer grado, al iniciar el conocimiento de la suma y la resta, utilizando el cero y en base a los contenidos de planes y programas de estudio de educación básica.

Pre-situación

Objetivo: Conocer si el niño presenta problemas en el manejo del cero.

Indicación: Resolver las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 20 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 02 \\ + 75 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ + 73 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ + 04 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ + 50 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97 \\ - 30 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ - 70 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 98 \\ - 05 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 09 \\ - 09 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 99 \\ - 82 \\ \hline \end{array}$$

Los resultados que se obtuvieron en la aplicación de esta pre-situación nos hacen pensar que los niños a quienes se les aplicó tienen dificultades al resolver sumas que presentan el cero en los sumandos, aún después de haber recibido una explicación sobre su valor absoluto (nada). No tomando en cuenta si presentaron error en el resultado de la suma, ya que reconocían que el cero representa la ausencia de cantidad y contestaban correctamente. Esto con excepción de algunos errores de disminución, como: a nueve le quito tres, me quedan cinco. Es por ello que se analizan las sumas en forma más amplia y detallada, para distinguir las variables que pueden llevar a esos resultados por parte del alumno.

Cabe señalar que la primera fase de aplicación (21 alumnos) fue en forma sorpresiva y en la segunda fase (26 alumnos) hubo una explicación anterior sobre el valor del cero (unos minutos antes de resolver el ejercicio con sumas y restas) como ausencia de cantidad, la cual consistió en que el cero tenía el valor "nada" dentro de la operación matemática.

Los tipos de respuesta encontrados en la pre-situación, fueron los siguientes:

1. **Sin error al sumar.** El resultado es correcto en las cinco sumas (Sandra, 6:4).

$$\begin{array}{r}
 89 \\
 + 20 \\
 \hline
 109
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 02 \\
 + 75 \\
 \hline
 77
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 50 \\
 + 73 \\
 \hline
 123
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 95 \\
 + 04 \\
 \hline
 99
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 80 \\
 + 50 \\
 \hline
 130
 \end{array}$$

2. **Suma total con error.** Este tipo de respuesta se caracteriza porque el sujeto, al sumar, disminuye o aumenta el resultado en una de las sumas (Jazmín, 6:5, aumenta):

$$\begin{array}{r}
 89 \\
 + 20 \\
 \hline
 109
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 02 \\
 + 75 \\
 \hline
 77
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 50 \\
 + 73 \\
 \hline
 133
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 95 \\
 + 04 \\
 \hline
 99
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 80 \\
 + 50 \\
 \hline
 130
 \end{array}$$

(David Alfonso, 6:8, disminuye)

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 20 \\ \hline 109 \end{array} \quad \begin{array}{r} 02 \\ + 75 \\ \hline 77 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ + 73 \\ \hline 113 \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ + 04 \\ \hline 99 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ + 50 \\ \hline 130 \end{array}$$

3. **Suma el cero como uno.** Este tipo de respuesta se caracteriza porque el sujeto, en todas o alguna de las sumas, le da al cero el valor de uno, dando como consecuencia que el resultado de la suma sea incorrecto (Adriana, 6:6):

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 20 \\ \hline 1010 \end{array} \quad \begin{array}{r} 02 \\ + 75 \\ \hline 87 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ + 73 \\ \hline 124 \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ + 04 \\ \hline 109 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ + 50 \\ \hline 132 \end{array}$$

4. **Suma total con error y suma el cero como uno.** Este tipo de respuesta es una combinación de las dos anteriores (respuestas 2 y 3), en la que el sujeto al sumar disminuye o aumenta el resultado y, al mismo tiempo, suma el cero como uno (aunque no ocurra en todas las operaciones) (José Eduardo, 6:9):

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 20 \\ \hline 109 \end{array} \quad \begin{array}{r} 02 \\ + 75 \\ \hline 87 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ + 73 \\ \hline 113 \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ + 04 \\ \hline 99 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ + 50 \\ \hline 132 \end{array}$$

5. **No resolvió las sumas.** Este respuesta se caracteriza porque el sujeto dejó en blanco el resultado y no se conoce el motivo por el cual no resolvió la suma (José Luis, 6:6):

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 20 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 02 \\ + 75 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \\ + 73 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 95 \\ + 04 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \\ + 50 \\ \hline \end{array}$$

6. **Cambio de posición del número en la suma total (10-01).** En esta respuesta, el sujeto tiene la idea de la cantidad que obtiene al sumar los números, pero cuando los escribe cambia su posición, convirtiendo las unidades en decenas y las decenas en unidades, ocurriendo solamente en el caso del 10 (Berenice, 6:9):

$$\begin{array}{r}
 89 \quad 02 \quad 50 \quad 95 \quad 80 \\
 +20 \quad +75 \quad +73 \quad +04 \quad +50 \\
 \hline
 019 \quad 77 \quad 123 \quad 99 \quad 130
 \end{array}$$

7. **Suma total con error, suma el cero como uno y cambio de posición del número en la suma total (10-01).** Esta se caracteriza porque el sujeto combina los tipos de respuesta (respuestas números 2, 3 y 6), presenta error en la suma de los números, le da al cero el valor de uno y tiene la idea de la cantidad, pero cambia de posición los números (unidades a decenas y viceversa) (Sergio 6:10):

$$\begin{array}{r}
 89 \quad 02 \quad 50 \quad 95 \quad 80 \\
 +20 \quad +75 \quad +73 \quad +04 \quad +50 \\
 \hline
 019 \quad 87 \quad 113 \quad 99 \quad 132
 \end{array}$$

Tomando en cuenta que la pre-situación se aplicó en dos fases con una cantidad diferente de niños (primera aplicación a 21 niños y la segunda a 26), fue necesario tomar en cuenta sólo a los 17 alumnos que asistieron en las dos fases de aplicación para un análisis comparativo, por lo que el cuadro siguiente tiene como finalidad dar a conocer el número de casos y el porcentaje de tipos de respuesta que se obtuvieron con los 17 niños en la primera y segunda aplicaciones (véase cuadro no. 1).

Cuadro No. 1

Análisis comparativo 1a. y 2a. aplicaciones de las sumas

TIPOS DE RESPUESTAS	No. de sujetos		Porcentaje	
	1a. aplic.	2a. aplic.	1a. aplic.	2a. aplic.
1. Sin error al sumar	6	2	35.2%	11.7%
2. Suma total con error	2	8	11.7%	47%
3. Suma el cero como uno	2	3	11.7%	18%
4. Suma total con error y suma el cero como uno	3	3	18%	18%
5. No resolvió las sumas	2	0	11.7%	0%
6. Cambio de posición del número en la suma total (10-01)	2	0	11.7%	0%
7. Suma total con error, suma el cero como uno y cambio de posición del número en la suma total (10-01)	0	1	0%	5.3%
TOTALES	17	17	100%	100%

De acuerdo con los resultados que se observan en el cuadro No. 1, podemos concluir que:

- El número de sujetos que no presentaron el tipo de respuesta no. 1 (sin error al sumar) disminuye en la segunda aplicación; se observa que existe una mayor incidencia en los tipos de respuesta 2, 3 y 7 (suma total con error; suma el cero como uno; y la combinación de suma total con error, suma el cero como uno y cambio de posición del número en la suma total, respectivamente).

- El número de sujetos que presentan el tipo de respuesta no. 4 (suma total con error y suma el cero como uno) permanece constante en ambas aplicaciones.
- Ningún sujeto, durante la aplicación, presentó los tipos de respuesta números 5 y 6 (no resolvió las sumas y cambio de posición del número en la suma total, 10-01), lo que representa un avance significativo con respecto al intento de sumar y a superar los cambios de posición de los números.
- Un sujeto en la segunda aplicación presenta el tipo de respuesta no. 7 (suma total con error, suma el cero como uno y cambio de posición del número en la suma total); este tipo de respuesta no se había presentado durante la primera aplicación; es el caso de un niño que sólo presentaba suma total con error y suma el cero como uno.

También se aplicaron cuestionarios socioeconómicos a los grupos (dos grupos) con los que se llevaron a cabo las situaciones experimentales, para conocer si el nivel académico y cultural de la comunidad influye en las dificultades presentadas por los alumnos. Los resultados obtenidos denotan que la madre es quien tiene la mayor responsabilidad de los hijos; que el nivel de estudios predominante no es mayor a la secundaria completa en los padres (63.4%) y estudios medios en las madres (97.6%); que la ocupación mayoritaria de los padres es de comerciante o empleado (58.5%) y el de las madres el de ama de casa (58.5%). Las familias están constituidas, en su mayoría (49.3%), por cuatro personas: padre, madre y dos hijos. Con respecto a los hábitos de lectura, el 68.3% declaró preferir periódicos y revistas (véase anexos 1 a 4).

El instrumento que se empleó para conocer si existía o no alguna dificultad en los niños para emplear el cero como signo convencional y saber si manejaban su valor posicional, surgió de la inquietud que se presentó al realizar una práctica sobre la representación gráfica de las cantidades con los niños de nivel preescolar (5:7 años), donde nos percatamos de los diferentes simbolismos que empleaban (punto, raya, tache, dejar la hoja en blanco, escribir la palabra "nada", etc.) para representar la ausencia de cantidad.

Nos preguntamos cuál era la razón por la que los niños no utilizaban el cero como signo convencional para efecto de representar la ausencia de cantidad, ya que para representar cantidades de uno en adelante, algunos niños de 5:7 años sí utilizaban los signos convencionales con o sin inclusión del número.

Decidimos investigar, aún con las limitaciones del caso, qué ocurría en la mente del niño con respecto a su conocimiento del cero, aplicando situaciones experimentales a sujetos de primer grado de primaria, de 6 y 7 años, ya que en este grado se inicia el conocimiento de los números y su representación matemática. En esta experiencia, nos volvimos a percatar que los niños, a pesar de conocer el signo convencional "cero" (0), no lo utilizaban de manera espontánea al representar la ausencia de cantidad; sólo lo escribían cuando se les inducía a hacerlo.

Para profundizar más en el conocimiento que tiene el niño en el manejo del cero, diseñamos diferentes situaciones experimentales que se caracterizaban por ir de lo sencillo a lo complejo (tomando en cuenta el nivel escolar del niño y su edad), con el fin de conocer qué tan

interiorizado está el conocimiento y cuáles eran sus reacciones al enfrentarse al problema planteado.

Las situaciones persiguen obtener elementos de comprobación para las hipótesis planteadas en esta investigación y nos permiten llevar una continuidad en el desarrollo de la problemática; los objetivos que tienen las situaciones son los siguientes:

- Verificar si el niño maneja los numerales del cero al veinte.
- Identificar agrupamientos de objetos con su representación gráfica.
- Identificación de los numerales con el cero a la izquierda y a la derecha.
- Formación de agrupamientos con las cantidades 10 y 05.
- Conocer si se utiliza el cero como signo convencional para la representación de la ausencia de cantidad.
- Establecer correspondencia entre el numeral y los elementos dentro de un agrupamiento.
- Función del cero a la izquierda.
- Utilización del cero en la suma.
- Manejo del valor posicional del cero.
- Conocimiento de unidad y decena en la resolución de adiciones.
- Distinción entre número y letra.

Los objetivos ayudaron a enfocarnos en el aspecto relevante de la inquietud surgida, dejando a un lado lo superficial, permitiendo evitar la repetición de objetivos.

La aplicación de cuestionarios socioeconómicos sirvió de indicador para conocer si en dos diferentes lugares de la zona metropolitana de la Cd. de México se presentaba el mismo problema, confirmándonos la existencia de esta dificultad.

Como sondeo previo a las situaciones experimentales, se llevaron a cabo pre-situaciones que permitieran adecuar el nivel de dificultad y que respondieran a los intereses y al desarrollo cognoscitivo de los sujetos estudiados.

Las situaciones experimentales tienen como fin último comprobar las hipótesis planteadas y contribuir al planteamiento de nuevas propuestas de investigación, ya que la información que existe sobre este tema resulta insuficiente, debido a que no hay documentos suficientes sobre el conocimiento y utilización del cero.

II.3. Sujetos de Estudio: Situaciones Experimentales y Análisis

Para el estudio y comprobación de las hipótesis antes mencionadas, se han tomado dos grupos de niños de diferentes escuelas.

El primer grupo estaba compuesto de 29 alumnos, 14 hombres y 15 mujeres, con una edad comprendida entre los 6 y 7 años, cada uno de los niños con características propias, como suele ocurrir en los grupos que se forman en las escuelas primarias de la Cd. de México. Había cuatro repetidores, dos hombres y dos mujeres; uno de ellos provenía de otra escuela y los demás eran alumnos de esa escuela primaria.

Todos los alumnos cursaron preescolar antes de ingresar a la primaria.

En esta etapa de la vida, los niños se caracterizan por ser dependientes afectivamente de las personas mayores que los rodean, por lo que les resultaba difícil comunicarse con los compañeros que aún no conocían. Sólo aquellos que se caracterizaban por ser más extrovertidos, solían ser más afectuosos y compartidos.

En el aspecto psicomotriz, presentaban dificultades al orientarse espacialmente (izquierda-derecha), tanto en sus juegos como en los ejercicios de maduración que realizaban en sus cuadernos.

Con respecto al boleado, rasgado y corte de papel, no tenían gran dificultad, ya que eran actividades que realizaban en preescolar.

Los niños presentaban mucho interés en las actividades a realizar: juegos, ejercicios de maduración, actividades de boleo, rasgado y corte de papel, así como todo aquello que les era desconocido y atrayente.

Los alumnos entrevistados en el primer grupo fueron seis, los cuales se eligieron al azar: tres con las primeras situaciones y los otros tres con las situaciones presentadas en el segundo encuentro que se tuvo con este grupo.

Con respecto a la caracterización de la escuela, el medio y el perfil de los padres, podemos decir que se encuentra ubicada en una colonia popular de la zona metropolitana de la Cd. de México, cuenta con los medios de comunicación y transporte que caracterizan a una gran urbe. Se trata de

un edificio construido en la década de los sesentas, con dos niveles y un gran patio de juegos con áreas verdes; lo conforman 17 salones, la dirección, el aula de usos múltiples, bodega, baños y la casa de la conserje.

Los padres de familia que llevan a sus hijos a esta escuela, pertenecen a la clase media y gozan de todas las comodidades.

La mayoría de los padres se dedican al comercio (31.7%), son empleados (26.8%) o tienen un trabajo por su cuenta (41.5%); la mayoría de las madres se dedican al hogar (58.5%), exceptuando a aquellas que son madres solteras que contribuyen en el ingreso familiar trabajando como empleadas, comerciantes o costureras (41.5%).

El número promedio de hijos por familia es de tres, dándose casos de familias con un solo hijo, con seis o más.

Para poder conocer el grado de conocimiento que tienen los niños de 6-7 años sobre la representación gráfica de la ausencia de cantidad, se elaboraron y aplicaron tres situaciones experimentales; cada una de ellas contenía tres formas de variación y un objetivo a alcanzar.

Los resultados de las situaciones experimentales y de sus variaciones se encuentran en los cuadros No.2 y No. 3.

Cuadro No. 2
Situación Experimental No. 1
Respuestas obtenidas en el manejo, empleo y valor posicional
de los numerales

SUJETOS	EDAD	Variación 1				Variación 2				Variación 3	
		Manejo de numerales del 0 al 20		Empleo de numerales		Aplicación del valor posicional		Identificación de los componentes de una cifra		Correspondencia entre el numeral y los elementos de un agrupamiento	
		Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No
David	6:10		X	X			X		X	X	
Itandehui	6:10	X		X		X		X			X
Jorge	6:11	X		X			X		X	X	

PRIMERA EXPERIENCIA

Variación No. 1, Situación Experimental No. 1

Objetivos:

- Verificar si el niño maneja los numerales del cero al veinte.
- Identificar agrupaciones de objetos (en este caso, frutas) con su representación gráfica.

Material

- Veinte cacahuates.
- Cinco jícamas.
- Siete cañas.
- Una manzana.
- Una hoja mimeografiada con los dibujos de las frutas (véase Anexo 5).

- Lápiz o pluma negra.

Se iniciará la entrevista con una plática con el niño preguntándole cómo se llama, cuántos años tiene, a qué le gusta jugar; se presenta el entrevistador diciendo su nombre y algunas cosas que le gustan hacer, para establecer una comunicación con él y procurar que pierda el miedo a la persona y a las acciones que se van a realizar. Se le presentan las frutas (cacahuates, jícamas, cañas y manzana) para que las reconozca; en caso de no conocerlas, se le dirá cómo se llaman. Se le preguntará si las ha probado alguna vez y cuál le gusta más. Se le colocan doce cacahuates, tres jícamas, cinco cañas y una manzana (estas cantidades varían en cada caso); se le pide que diga cuántas frutas ve de cada una; en caso de que se equivoque al contarlas, se le dirá que se fije bien. Ya que termine de contar las frutas, se le entregará una hoja mimeografiada en donde se encuentran dibujadas las frutas, así como una sandía (esta fruta no se encuentra entre las presentadas, ya que por medio de ella se verá la ausencia de cantidad). Se indicará al niño que ponga algo en el cuadro que está junto al dibujo que le ayude a recordar cuántas frutas ve sobre la mesa; en caso de que no escriba el número, se le insistirá para que lo haga. Cuando haya terminado de escribir los numerales, habrá terminado esta situación y se le felicitará, preparándolo para la siguiente.

Variación No. 2

Objetivos:

- Identificación de los numerales con el cero a la izquierda y con el cero a la derecha, por parte del niño.

- Conocer si el niño sabe formar agrupamientos con las cantidades 10 y 05 (cero a la derecha y a la izquierda).
- Observar qué ocurre cuando se quiere conocer el valor posicional de los números en cantidades determinadas.

Material

- Tarjetas con los numerales 05 y 10
- Veinte dulces con la forma de bastón
- Hojas blancas
- Pluma negra

Como es una actividad que tiene que ser continuación de la anterior, ya no se le preguntará su nombre, sino que se le dirá: "¿te gustó lo que hicimos antes?, pues fíjate muy bien en lo que vamos a hacer ahora. Te voy a enseñar otra cosa". Se le coloca un agrupamiento (este término es utilizado por el niño de primer grado, por ello es que se emplea en la entrevista) de diez caramelos en forma de bastón; y se le preguntará si le gustan los dulces y si ha comido uno como los que están sobre la mesa.

Realizada esta charla, se comenzará propiamente con la situación para saber si el niño conoce el valor posicional de un número dentro de una cantidad determinada, diciendo: "ya ves que tenemos un agrupamiento de dulces aquí en la mesa, y a mí me gustaría que tú pusieras en una hoja de papel algo que te ayudara a recordar lo que tenemos sobre la mesa; en caso de que lo tuviésemos que quitar y para recordar lo que había y volverlo a poner". Se

le dará una hoja para que escriba lo que le ayude a recordar que en la mesa había un agrupamiento de diez dulces; en el caso de que el niño no escriba el numeral 10, se le insistirá para que lo haga; realizado esto, se le preguntará en dónde está el numeral 0 en el agrupamiento de los diez dulces y señalándole el cero que escribió en la hoja; enseguida, se le preguntará "y el número uno, ¿en dónde está?", señalando el de su hoja y esperando ver qué señala en el agrupamiento de dulces.

Como variante de la situación, se le mostrarán las tarjetas con los numerales 05 y 10, pidiéndole que diga lo que dice cada una, comenzando con la tarjeta que tiene el 10, se le pedirá que diga cómo dice ahí y si él puede hacer con los dulces que están en la mesa un agrupamiento que tenga tantos elementos o dulces como dice la tarjeta. Dada su respuesta, se le enseñará la siguiente tarjeta con el numeral 05, preguntándole si sabe lo que dice ahí y pidiéndole que forme un agrupamiento con los dulces, en caso de que sea posible. Con esto termina esta variación.

Variación No. 3

Objetivos:

- Corroborar si los niños utilizan el cero como signo convencional para la representación de la ausencia de cantidad.
- Saber si se establece la correspondencia entre el numeral y los elementos que se necesitan para su representación con objetos.

Material

- Cinco frascos de vidrio transparente (peceras)
- Dos juegos de pesca, con ocho peces cada uno
- Cuatro cañas de pescar
- Tarjetas con los numerales 7, 3, 5, 0 y 1
- Pluma negra
- Hojas blancas

Se comenzará con una plática sobre si a él le gustan los peces y si ha ido al mar, si conoce en dónde se ponen a los peces que se quieren tener en la casa; si no conoce en dónde, se le dirá que en las peceras. Realizada la plática, se le dice "fíjate que ahora tú vas a ser el pescador (se le muestran los juegos de pesca con los peces) y vas a tener que poner en las peceras (poniendo sobre la mesa los frascos de vidrio y diciendo que son las peceras) los peces que dice cada tarjeta (cada pecera tiene una tarjeta con los números 7, 3, 5, 0 y 1). Se le da cuerda a los juegos de pesca para que giren y se le pedirá al niño que escoja una caña de pescar, para que pueda comenzar a pescar y colocar los peces en las peceras.

Terminada esta actividad, se realiza una variante para saber cómo representa el niño la ausencia de peces en la pecera, colocándole tres frascos en la mesa, uno con diez peces, el segundo con seis y el tercero con ninguno. Se le proporcionarán tres hojas blancas para que en ellas ponga algo que le ayude a recordar lo que hay en cada pecera; a la vista del niño se van echando los peces en cada pecera, para que tenga oportunidad de irlos contando y mencione lo que ve en cada pecera. Una vez que diga lo que hay en cada una, se le darán las hojas para que escriba y se le volverá a preguntar cuántos vió en cada pecera.

Aquí termina la descripción de la primera situación experimental presentada a los niños, dándoles algunos dulces y las gracias por haber participado en estos juegos.

A continuación se hace el reporte de cada una de las entrevistas realizadas con los niños.

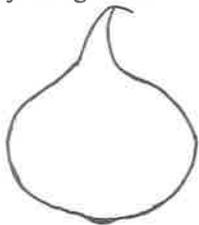
DAVID (6:10)

Variación No. 1

Comenzó con la presentación del entrevistado y del entrevistador; se le mostraron las frutas colocando, en primer lugar, tres cañas y se le preguntó si las había comido antes, a lo que respondió que sí; luego se le enseñaron las tres jícamas y se le preguntó si la había comido, respondiendo que no. Por último, se le mostró un cacahuete, lo reconoció y dijo sí haberlo comido. Se le preguntó cuál de las tres frutas era la que más le gustaba, dijo que las cañas. Se le preguntó si podía decir cuántas jícamas había, respondió que tres. "¿Cañas?, tres, ¿y cacahuates?..." En esta parte, el niño dudó al decir cuántos había, ya que la cantidad era muy grande y no podía contarlos todos juntos; entonces, se le ayudó separándoselos de uno en uno, hasta que contó quince cacahuates. Se le felicitó, diciéndole que sí sabía cuántos había, ya que los fue contando en voz alta.

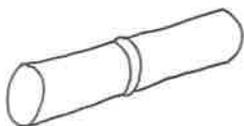
Se le dió una hoja con los dibujos para que, en el cuadro, escribiera cuántos había en cada uno y no se le olvidara. El niño escribió en el cuadro la cantidad de frutas que vió en la hoja, o sea, una jícama, una caña, dos sandías, un cacahuete y una manzana; entonces, se le pidió que, a un lado del cuadro donde había colocado los números, colocara lo que le ayudase a recordar las frutas que había en la mesa y no las que estaban dibujadas en la hoja mimeografiada.

Escribe en la hoja lo siguiente:



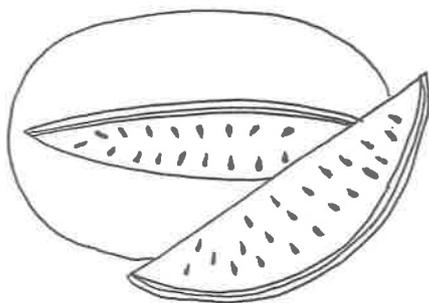
1

3



1

3



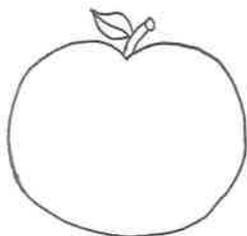
2

0



1

15



1

0

Como se pudo apreciar, se propició una confusión cuando se le dió la hoja y se le pidió que escribiera lo que había de cada fruta; esto se debió a que no se le aclaró que eran las frutas que estaban en la mesa las que debía contar. Aclarado este punto, el niño colocó los números correctos en cada figura; sólo hizo la pregunta en la sandía: "¿y aquí, qué pongo?". Se le dijo "¿qué pones cuando no hay nada?", a lo que respondió "cero" y ese fue el número que colocó. Se le dió una caña ya que era la fruta que más le gustaba.

Variación No. 2

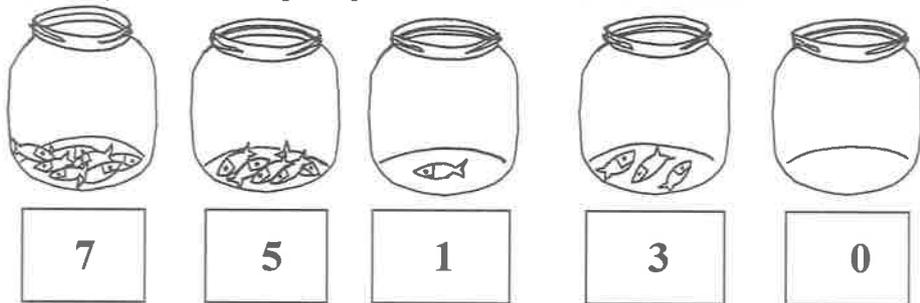
Se le presentaron los dulces y se le preguntó si sabía qué forma tenían; dijo que eran bastones y que sí le gustaban los dulces. Entonces, se le pidió que en una hoja pusiera algo que le ayudase a recordar los bastones que estaban sobre la mesa y supiera cuántos bastones tenía; escribió el número 10. Se le preguntó "¿y en este agrupamiento de bastones, dónde está el cero?", dijo que en ninguno; "¿y en dónde está el uno?", señaló un solo bastón. Se le preguntó "¿y todos los demás bastones en dónde están?", dijo que en ninguno.

A continuación, se le mostró la tarjeta con el número 05 y se le dijo "¿qué número es?", el niño dijo que era el cincuenta. Se le preguntó "¿cómo lo supiste?", dijo que porque tiene el cero y el cinco. Se le mostró la tarjeta con el número 10 y se le preguntó si podía hacer un agrupamiento con los bastones que tenía en la mesa y respondió que sí. Y mostrándole otra vez la tarjeta con el número 05, se le preguntó si con los dulces podía hacer un agrupamiento con el número de elementos que tenía la tarjeta y contestó que no.

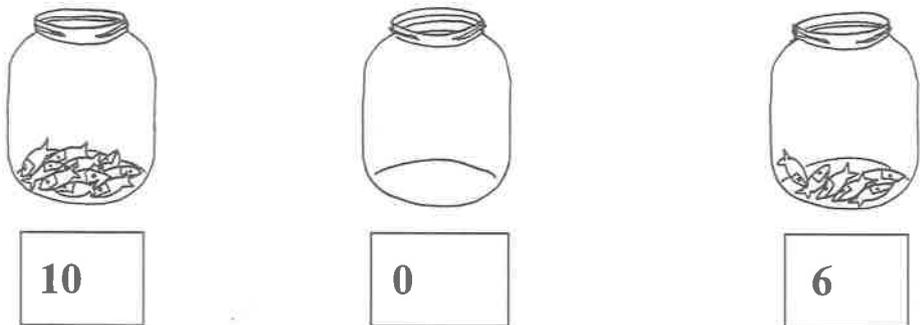
Variación No. 3

Se colocó el material sobre la mesa y se le dijo si sabía lo que era un pescador, a lo que respondió que era el que pesca los peces; se le platicó sobre las peceras y se le dijo que él iba a ser el pescador y tenía que poner en las peceras los peces que dijera cada tarjeta que estaba adelante de los frascos que eran las peceras.

Colocó correctamente los peces en cada pecera. Para comprobar esto, se vació cada una de las peceras y se contaron los peces que el niño colocó en cada una de ellas.



Enseguida, se colocaron tres frascos y delante de ellos tres papeles para que en el papel el niño escribiera lo que le ayudara a recordar cuántos peces había en cada pecera; se le colocaron diez peces, cero peces y seis peces. El niño escribió:



No se presentó dificultad en el conteo de peces que se le colocaron en cada pecera, ni preguntó qué poner en donde no había nada; resultó una situación divertida y sin mucha problemática.

133723

ITANDEHUI (6:10)

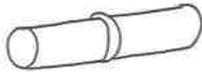
Variación No. 1

Comenzó con la presentación del entrevistado y del entrevistador, luego se colocaron en la mesa las frutas: tres cañas, cinco cacahuates, dos jícamas y una manzana. Se le comenzó a preguntar: "¿cuántas frutas hay de cada una?", la niña las fue contando correctamente. Se le preguntó si había sandías, contestó que no; se le dió una hoja para que pusiera en los cuadros que están a la derecha de cada dibujo la cantidad de frutas que había sobre la mesa.

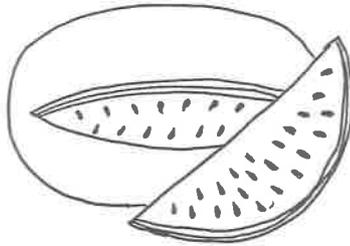
La niña colocó los siguientes resultados:



2



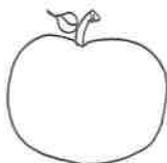
3



0



5



1

Al ver la hoja, la entrevistadora le dijo a la niña: "no hay sandías, ¿verdad?"; la niña contestó que no.

No se presentó ninguna dificultad; la niña le asigna a la ausencia de cantidad el signo convencional cero, sin hacer ningún tipo de preguntas al respecto.

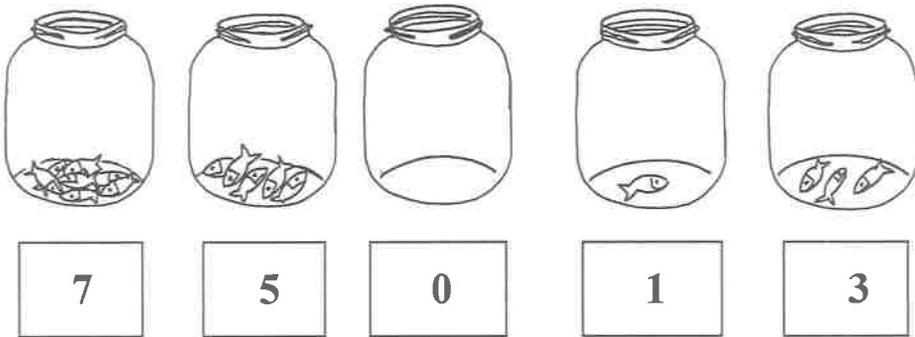
Variación No. 2

Se fueron colocando los dulces en forma de bastón sobre la mesa y se le pidió a la niña que los identificara, lo que hizo correctamente diciendo que eran bastones. La entrevistadora le preguntó si le gustaban y respondió que poquito. Se le dijo "¿cuántos bastones hay en la mesa?", respondió que diez. La niña respondió que sí a la pregunta de que si ya sabía contar y si conocía los números. Se le mostró la tarjeta con el numeral 05 y se le preguntó si sabía qué número o números eran; inicialmente, se quedó callada y después respondió que eran el cero y el cinco. Se le mostró la tarjeta con el numeral 10 y respondió que se trataba del diez. Entonces, se le preguntó si podría formar un agrupamiento con los bastones que estaban sobre la mesa, el cual representara los números que veía (se le muestra la tarjeta con el numeral 05); la niña respondió que sí y comenzó a contar los bastones de uno en uno, hasta llegar al diez; se le preguntó si era lo mismo que veía en la tarjeta, quedándose callada, sin responder. Entonces, se le mostró la tarjeta con el numeral 10 y se indagó si podía formar un agrupamiento con ese número, a lo que respondió que sí, contando los bastones hasta llegar al diez.

En esta situación, se puede apreciar que la niña conoce los números, pero no sabe qué hacer o qué decir cuando está el cero a la izquierda, lo que nos permitiría afirmar que desconoce el valor posicional de este número.

Variación No. 3

Comenzó con una plática sobre si sabía en dónde se ponían los peces cuando se tienen en las casas; la niña dijo que en las peceras. Se le mostraron los frascos y se le dijo que éstos iban a ser las peceras y que ella iba a ser el pescador, por lo que iba a colocar en las peceras el número de peces que indicaba la tarjeta. Éstas se colocaron en el siguiente orden:

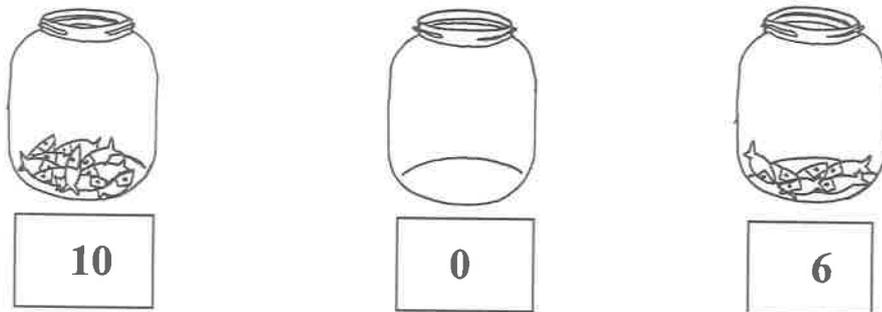


La niña le da cuerda al juego y pesca todos los peces, poniendo en cada frasco el número correcto. Se vaciaron los frascos para corroborar y, al llegar al que no tenía nada, se le preguntó que cuántos había, a lo que la niña respondió que nada, mientras con los otros iba diciendo la cantidad que había: 7, 5, 1 y 3.

Enseguida, se le colocaron tres frascos y se le dieron tres hojas de papel, para que en ellas escribiera algo que le ayudase a recordar cuántos peces había en cada pecera; se le fueron echando los peces y se le preguntó cuántos había en la primera pecera, ya que ella vio cuántos se pusieron; respondió que sí sabía pero no dijo el número, por lo que se sacaron los peces y se volvieron a meter en el frasco, uno a uno; entonces, la niña respondió que

había diez. Al mostrarle la segunda pecera (vacía), respondió que no había nada. En la tercera pecera, se colocaron seis peces, cantidad que la niña identificó.

Se le solicitó que colocara en el papel lo que le ayudara a recordar la cantidad de peces que había en cada pecera; los resultados fueron los siguientes:



Esta variación no presentó dificultad para la niña, debido a que sabe contar el número de objetos que se le presentan, pero se observa confusión cuando la presentación es rápida.

JORGE (6:11)

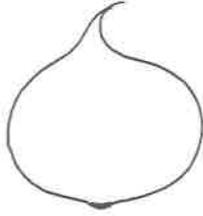
Variación No. 1

Luego de la presentación inicial, se colocaron las frutas sobre la mesa: primero la manzana, cinco cacahuates, tres cañas y dos jícamas. Al preguntarle cuál le gustaba más, respondió que las cañas. Se le dió una hoja mimeografiada con los dibujos de las frutas, para que en el cuadro escribiera la cantidad de frutas que había en la mesa y no se le olvidara, en caso de que se retiraran de su vista.

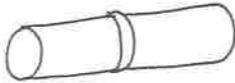
El niño fue observando los dibujos y colocó el número correspondiente; al llegar a la sandía, dudó un poco; se le preguntó si sabía qué era y respondió que era una sandía; se le preguntó cuántas había y respondió que una; al pedirle que dijera dónde estaba, señaló la del dibujo y

dijo que ninguna, porque no había nada en la mesa. Continuó con las otras frutas, hasta terminar.

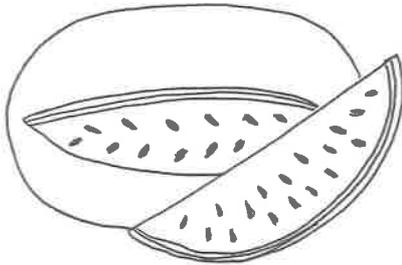
Los resultados fueron:



2



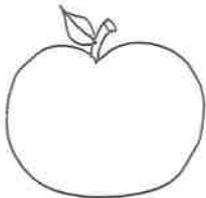
3



0



5



1

El problema en esta situación radicó en que, a pesar de decirle al niño que pusiera en el cuadro la cantidad de frutas que había sobre la mesa, insistía en poner también la que estaba dibujada en el caso de la sandía, sin presentar problema en los otros casos. La correspondencia del dibujo con el objeto se comprendía perfectamente; la ausencia es la causa de la confusión, aunque no en todos los casos ocurría lo mismo. Esto puede deberse al manejo de palabras que utiliza el entrevistador al dar las instrucciones.

Variación No. 2

Se le presentaron los diez dulces en forma de bastón y respondió que sí a la pregunta de si le gustaban. Se le proporcionó una hoja de papel para que colocara en ella algo que le ayudase a recordar lo que había sobre la mesa. El niño comenzó a contar los dulces y dijo que había diez, escribiendo el número 10 en la hoja.

Enseguida, se le preguntó si sabía en dónde se encontraba, en el agrupamiento de dulces, el número cero y dijo que en ninguna parte. "¿Y el uno?", ante lo que señaló a un lado de uno de los caramelos; para hacerlo dudar, se le señaló el lado contrario, a lo que dijo que no; se le volvió a señalar el lado que él había dicho y dijo que ahí estaba el uno y que no estaba el cero.

Se le mostraron las tarjetas, comenzando con la del numeral 10 y se le pidió que lo identificara, lo que hizo correctamente; enseguida, se le mostró la del numeral 05 y, al solicitarle que lo identificara, señaló el 0 y dijo cero, luego el 5 y dijo cinco. Entonces, se le

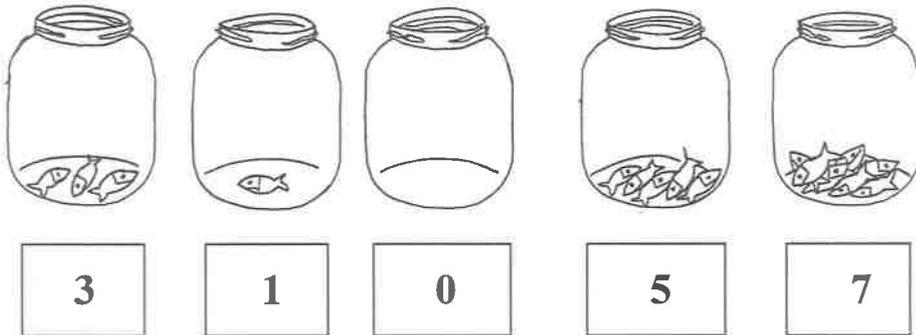
preguntó qué número era y respondió que el cincuenta y cinco. Se le preguntó si con los dulces podía formar un agrupamiento como el que decía la tarjeta (numeral 10) y respondió que sí, porque había diez dulces sobre la mesa. Al mostrarle la tarjeta con el numeral 05 y hacerle la misma pregunta, respondió que no, pues "pueden ser muchos". Se intenta hacerle dudar sobre su respuesta de cincuenta y cinco, pero el continúa sosteniéndola.

En esta variación, volvemos a ver que el niño conoce los numerales que componen la cantidad, pero como el cero está a la izquierda y desconoce el valor posicional, suele mencionar otro número y mantener su decisión.

Variación No. 3

Se presentan los frascos, estableciendo su función de peceras y se explica su utilidad para mantener a los peces en las casas, al igual que el procedimiento a seguir en esta variación. Se le indica que en cada pecera deberá colocar el número de peces que cada tarjeta señala (3, 1, 0, 5 y 7, en ese orden).

El niño coloca los peces que corresponden en cada pecera; cuando llegó a la que tenía el 0, iba a colocar 1 y dijo que no. Finalmente, sus respuestas fueron correctas.



Se le preguntó por qué no había puesto nada en la pecera que tenía el 0, a lo que respondió que porque el cero es nada.

Enseguida, se colocaron frente a él tres frascos y se le entregaron tres papeles para que en ellos pusiera cuántos peces había en cada pecera. Los resultados fueron los siguientes:



6



10



0

Los resultados fueron correctos, el niño no tuvo ningún problema para contar cuántos peces había en cada pecera, ni para colocar el número correspondiente.

Analizando las respuestas obtenidas, se puede concluir que:

- Cuando los niños tienen tiempo utilizando el cero para representar la ausencia de cantidad o de objetos, no dudan en escribir este número; esto, sin embargo, no implica que puedan dejar de escribir la palabra "nada" o dejar la hoja en blanco.

- El niño desconoce que el cero a la izquierda carece de valor, por lo que duda en darle el valor correcto a la cantidad, como fue el caso del 05, ya que para él puede ser cincuenta o cincuenta y cinco u otro número que tenga que ver con el cincuenta.
- No puede identificar los componentes de una cantidad dentro de una agrupación de objetos; desconoce las unidades y las decenas, así como el valor que se le atribuye a un número dependiendo de la posición que ocupe en una cantidad.
- Consideramos que, en la enseñanza del cero, es indispensable formar en el niño la conciencia del valor que puede adquirir al encontrarse a la derecha o a la izquierda de otro número, así como de que tenga las bases necesarias para su manejo y poder evitar confusiones futuras.

Cuadro No. 3
Situación Experimental No. 2
Respuestas obtenidas en el manejo del numeral cero

SUJETOS	EDAD	VARIACIÓN No.1		VARIACIÓN No. 2			VARIACIÓN No. 3	
		Función del cero a la izquierda		Problemas en la adición con cero			Manejo del valor posicional	
		Sí	No	A	B1	B2	Sí	No
Berenice	6:8		X	X		X	X	
Marco A.	7:4	X			X		X	
Esther	7:3		X	X		X		X

A Sin error.

B1 Con error en la suma con cero.

B2 Con cambio de posición en números diferentes del cero.

SEGUNDA EXPERIENCIA

Variación No. 1, Situación Experimental No. 2

Objetivo:

Se pretende conocer la función que tiene el cero ubicado a la izquierda de una cifra.

Material:

- Cinco juguetes.
- Una hoja de papel.
- Un lápiz.
- Tarjetas con los números: 01, 10, 02, 20, 03, 30, 04, 40, 05 y 50

Se iniciará con la indagación del nombre y la edad del niño, externándole la invitación de participar en un juego. Se le presentan, de uno en uno, los cinco juguetes, los cuales se irán colocando al lado derecho del niño, sin poner nada del lado izquierdo. Se le da una hoja, pidiéndole que en ella escriba el número de objetos que tiene a su derecha y a su izquierda. Después, se retiran los objetos, así como la representación gráfica que haya hecho de ellos.

A continuación, se le muestra una tarjeta con el número que haya escrito, pero invertido (por ejemplo, del 02 se le mostrará el 20) y se le pregunta "lo que tiene esta tarjeta, ¿es igual a lo que tú pusiste en el papel?". De acuerdo con lo que responda, se le cuestiona sobre lo que escribió y lo que dice en la tarjeta que se le mostró.

Variación No. 2

Objetivo:

Conocer si existen dificultades al realizar operaciones en la que intervienen cifras que contengan el número 0 (cero).

Material:

- Diez tarjetas con los números: 01, 02, 03, 04, 05, 10, 20, 30, 40 y 50.
- Cincuenta dulces.

Se invita al niño a seguir jugando, presentándole dos tarjetas que tendrán escritas cifras con los mismos números, pero en diferente orden; por ejemplo, 20-02 o 03-30. Se le pedirá que identifique lo que se lee en cada tarjeta y se le cuestionará acerca de su igualdad.

Dependiendo de su respuesta, se le invita a que forme los agrupamientos que le indica cada tarjeta; una vez que haya realizado lo anterior, se le preguntará cuál tiene más y por qué.

Posteriormente, se le preguntará si conoce la suma y si sabe realizarla; en caso negativo, se le guiará para realizar una suma, solicitándole que realice una suma, mostrándole la cantidad de elementos que compondrán los sumandos y pidiéndole que la anote en una hoja, para conocer la forma en que coloca los sumandos ($10 + 7$ o 10). Se le entregará una hoja que

$$\begin{array}{r} + 7 \\ \hline \end{array}$$

contendrá unas sumas con la misma forma de colocación de sumandos que utilice. Todas las sumas presentarán, en alguno de los sumandos, el numeral 0.

Variación No. 3

Objetivo:

Se pretende saber si el niño maneja el valor posicional del cero.

Material:

- Veinte gomitas de dulce.
- Cuatro tarjetas con los números 0, 1, 2 y 3.
- Tres tarjetas con los números 10, 20 y 30.
- Una caja dividida en dos compartimientos.

Se harán algunos comentarios para relajar la tensión y para cerciorarnos de la atención que pone el niño. Se le presentarán veinte gomitas, pidiéndole que las identifique en nombre y cantidad. Se le mostrarán las tarjetas 0, 1, 2 y 3, diciéndole: "escoge la tarjeta o tarjetas que te ayuden a recordar la cantidad de gomitas que hay y acomódalas para que formes el número que contaste".

Una vez acomodadas las tarjetas que eligió, se le pide que lea la cifra que ha formado, corroborando si al leer la cifra dice la misma cantidad que mencionó al contar las gomitas. Luego le pondremos una caja dividida en dos compartimientos y le cambiamos las dos tarjetas por una que tenga el número que formó, pidiéndole que acomode las gomitas en la caja de acuerdo a lo que señala cada cifra (la tarjeta se acomodará en el lado inferior de la

caja, de modo que cada número corresponda a un compartimiento de la misma). De acuerdo con su respuesta, le preguntaremos: "¿por qué acomodaste así las gomitas?"

A continuación, se describen las variaciones de la situación experimental aplicadas a los niños.

BERENICE (6:9)

Variación No. 1

Se le presentaron dos juguetes, uno con la forma de un oso y otro con la forma de un elefante, los cuales se colocaron frente a ella, del lado derecho, sin colocar nada del lado izquierdo. Se le pidió que identificara los objetos que se encontraban a su derecha y al preguntarle qué había a su izquierda, respondió que nada. Se le dió una hoja y un lápiz, pidiéndole que pusiera algo que le ayudara a recordar lo que había ahí cuando ya no estuviese; ella puso el nombre del oso y del elefante. En el otro lado, puso la palabra oso. Se le pidió que pusiera la cantidad de objetos que veía en el lado derecho y los que veía en el lado izquierdo; la niña colocó del lado derecho el número 2 y del lado izquierdo el número 0.

Se le retiraron los objetos y su representación gráfica y se le mostró una tarjeta con los mismos números que escribió, pero en forma invertida (en este caso, 20), cuestionándole: "lo que tiene la tarjeta, ¿es igual a lo que tú escribiste en el papel?"; respondió que no, "porque en ésta está primero el dos y luego el cero y en la que yo escribí primero puse el cero y luego el dos". Se le preguntó entonces qué número es el que está en la tarjeta y

respondió que el veinte; "¿y éste (señalándole lo que ella escribió)?" y volvió a responder que veinte.

050

0

elefanteoso
2

Variación No. 2

Se le presentaron dos tarjetas que tenían escritos los mismos números, pero en diferente orden (05 y 50), se le señaló la tarjeta con el número 50 y se le pidió que identificara lo que decía ahí, a lo que respondió que cincuenta; al pedirle que dijera lo que se leía en la tarjeta con el número 05, ella respondió que cincuenta. Al preguntarle, entonces si eran iguales, ella respondió que sí.

Se le pidió que formara agrupamientos de los números que tenía cada tarjeta; realizó un agrupamiento de cincuenta con los dulces que se le dieron y, en vista de que no hizo el agrupamiento correspondiente al 05, se le ayudó a formarlo. Una vez formados los dos agrupamientos, se le pidió que identificara el mayor y el menor, respondiendo que el cincuenta era mayor. Al pedirle que escribiera el número cincuenta, ella escribió el 05.

Se le preguntó si conocía las sumas y si sabía realizarlas, a lo que respondió que sí. Con los dulces, se le mostró la cantidad de elementos que componían la suma, pidiéndole que los anotara en una hoja para conocer su colocación de sumandos; colocó primero el cero y

luego el uno. Al preguntarle de qué número se trataba (para conocer el valor que le otorgaba), respondió que diez. Escribió el ocho en forma horizontal al diez y su respuesta a la operación fue diecisiete.

$$01 + \frac{8}{17}$$

Posteriormente, se le entregó una hoja con cinco sumas para que las contestara. Sus respuestas fueron:

$$\begin{array}{r} 07 \\ +42 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ +06 \\ \hline 58 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89 \\ +20 \\ \hline 019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ +70 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ +28 \\ \hline 118 \end{array}$$

Variación No. 3

Se le presentan veinte gomitas, solicitando que las identifique, así como su cantidad, lo que realiza sin dificultad. Se le muestran cuatro tarjetas con los números 0, 1, 2 y 3, pidiéndole que tomara las que le ayudasen a recordar la cantidad de gomitas que había; ella escoge las tarjetas con el 0 y el 2. Se le pide que las acomode para formar el número que contó.

Después de acomodar las tarjetas que escogió, se le dijo que leyera la cifra que había formado para saber si otorgaba el valor correcto; la niña respondió que era el veinte. Se le preguntó si se trataba del mismo número de objetos que había contado y contestó que sí. Se le puso la cajita dividida en dos compartimientos delante de las tarjetas que ella escogió y después se le cambiaron las tarjetas del 2 y del 0 por una sola tarjeta, la del 20, que se colocó enfrente de la caja y se le pidió que acomodara las gomitas en la caja de acuerdo con lo que señalaba la tarjeta; la niña colocó todas las gomitas en el compartimiento que representaba el número dos.

MARCO ANTONIO (7:4)

Variación No. 1

Se le presentan al niño los dos juguetes, mismos que se colocan a su lado derecho, preguntándole qué había del lado izquierdo, a lo que respondió que nada. Se le entrega una hoja y un lápiz para que pusiera algo que le ayudara a recordar lo que había cuando ya no

Luego de preguntarle si conocía las sumas, se le colocaron dieciséis dulces para que observara el número de objetos que participan en la suma (diez de un lado y seis del otro).

Se le pidió que anotara los números en una hoja para conocer su colocación de sumandos.

$$10 + 6 = 16$$

Posteriormente, se le entregó una hoja para que resolviera cinco sumas, comenzando a contestar por las decenas.

$$\begin{array}{r} 07 \\ +42 \\ \hline 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ +06 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89 \\ +20 \\ \hline 109 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ +70 \\ \hline 88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ +28 \\ \hline 118 \end{array}$$

Variación No. 3

Se le presentan veinte gomitas, pidiendo que las identifique y las cuente. Se le muestran cuatro tarjetas con los números 0, 1, 2 y 3 y se le pidió que escogiera las tarjetas que le ayudaran a recordar la cantidad de gomitas que había sobre la mesa; el niño tomó las tarjetas con los números 0 y 2 y las acomodó para formar el número 20 (al pedirle que identifique la cantidad, responde que se trata de veinte). Se le presenta la caja (dividida en dos compartimientos) arriba de la tarjeta, pidiéndole que acomodara las gomitas de acuerdo a lo que indicaban los números; acomodó las gomitas en el compartimiento que se encontraba arriba del número 2.

Como pudimos observar a lo largo de las variaciones, existe dificultad en el manejo del numeral 0, ya que cuando no hay ningún objeto prefieren dejar el espacio vacío o poner la palabra nada. De los niños entrevistados, algunos no reconocen o no le conceden ninguna importancia al numeral 0.

En el caso de las operaciones en las que intervienen cifras con el numeral 0, se acrecentan los problemas pues cuando el cero se encuentra del lado de las decenas refleja mayor confusión que cuando interviene en las unidades. En los niños entrevistados, se puede resaltar que no tienen una concepción correcta acerca del valor posicional de las cantidades, en este caso específico, el valor de las unidades y las decenas.

La **Tercera Experiencia** se llevó a cabo con el segundo grupo de estudio.

El grupo en donde se realizó la práctica es de primer grado de primaria, está formado por dieciocho alumnos, de los cuales diez son mujeres y ocho hombres. El promedio de edad de estos niños oscila entre 6 y 7 años.

La mayoría de los alumnos son de nuevo ingreso, con excepción de tres niños que son repetidores, son muy inquietos y desinhibidos, aunque existe una que otra niña retraída.

La escuela a la que pertenece este grupo de niños está integrada por dieciocho grupos, tres por grado. El plantel funciona con tres turnos: matutino, vespertino y nocturno; nosotros llevamos a cabo la entrevista en el turno vespertino.

La institución está ubicada en una zona completamente urbanizada, en donde la gente es de clase media. Es de función pública y se localiza en la Delegación Álvaro Obregón; está rodeada de casas y de bastantes comercios, como tiendas, mercerías, papelerías, etc.

De acuerdo con el cuestionario aplicado a los niños en la escuela donde se realizó la práctica, nos percatamos que los padres de familia, en su mayoría, son comerciantes, otros empleados federales y los demás obreros. Por lo general, trabajan ambos padres de familia; las familias son pequeñas, ya que tienen de uno a cinco hijos como máximo.

De los dieciocho niños que integraban el grupo, se eligieron diez al azar para llevar a cabo la Tercera Experiencia, obteniendo los siguientes resultados:

Cuadro No. 4
Situación Experimental No. 3
Respuestas obtenidas en la identificación y empleo del numeral cero

¡Error! Marca dor no definido. SUJETOS	EDAD	Variación No. 1 Identificación del valor mayor del cero a la derecha			Variación No. 2 Empleo de unidades y decenas en adiciones			Variación No. 3 Distinción entre números y letras	
		A	B	C	A*	B*	C*	A1	B2
Mónica	6:3	X			X			X	
Guadalupe	6:7	X				X		X	
Julia	7:5	X			X			X	
Oscar	7:3		X			X			X
Isabel	7:4	X			X			X	
Francisco	6:8		X				X		X
Omar U.	6:6	X			X			X	
Armando	6:11			X		X			X
Laura	6:9	X			X			X	
Alejandra	6:10	X			X			X	

- A Valor mayor del cero a la izquierda
 B Valor mayor del cero a la derecha, sin explicar por qué.
 C Valor mayor del cero a la derecha, dando una explicación.
- A* No hay empleo de unidades y decenas, y el resultado es incorrecto.
 B* Hay mal empleo de unidades y decenas, pero el resultado es correcto.
 C* Existe empleo correcto de unidades y decenas.
- A1 No hay distinción entre números y letras.
 B2 No hay distinción entre números y letras y mencionan la falta de la "s".

TERCERA EXPERIENCIA

Variación No. 1, Situación Experimental No. 3

Objetivo

Se pretende saber si el niño conoce que el cero tiene un valor mayor cuando se encuentra a la derecha de un número.

Material

- Seis tarjetas con los números 10, 100, 1000, 01, 001 y 0001.

Se le presentarán al niño las tarjetas con los números 10 y 01, solicitándole que las identifique. De acuerdo con su respuesta, se le preguntará si sabe cuál es mayor y cuál es menor y por qué.

Le mostraremos el siguiente grupo de tarjetas, 100 y 001, y le pediremos que identifique las cifras, así como cuál es mayor, cuál es menor y por qué. Por último, le enseñaremos el grupo de tarjetas 1000 y 0001, siguiendo el mismo procedimiento.

Variación No. 2

Objetivo:

Sabremos si el niño emplea las unidades y las decenas en la resolución de la adición.

Material:

- Tres botes de diferentes colores: rojo, azul y amarillo, cada uno con diferente número: 10, 20, 30.
- Nueve fichas de colores: tres rojas, tres azules y tres amarillas.
- Hojas blancas y lápiz.

Se le preguntará al niño si quiere participar en un juego; se le mostrarán los tres botes (azul, rojo y amarillo) y las nueve fichas (tres rojas, tres azules y tres amarillas). Le diremos que tiene tres oportunidades de tirar al bote o botes que elija. Ya que realice sus tiros, le daremos una hoja y un lápiz para que escriba la operación que le ayude a conocer cuántos puntos ganó al hacer los tiros. El niño realizará, primero en forma mental, la suma para saber el total de puntos que ganó y, posteriormente, lo hará por escrito para comparar si su resultado es el mismo que había pensado.

Variación No. 3**Objetivo:**

Indagaremos si el niño distingue entre número y letras mayúsculas.

Material:

- Cuatro letreros que dicen:

- 10 CAMIONES y 10 CAMIONES
- 10 AVIONES y 10 AVIONES.

10 CAMIONES

10 AVIONES

10 CAMIONES

10 AVIONES

Le enseñaremos al niño el letrero que dice 10 CAMIONES y se le pedirá que lo lea; ya que lo haga, se le retirará y se le mostrará otro que diga lo mismo, pero con la diferencia de que éste tendrá resaltado el número 10 y las letras IO con rojo (**10 CAMIONES**). Se le pedirá que lo lea y se le señalará lo resaltado con rojo, preguntándole si son iguales o diferentes y por qué.

Le mostraremos el otro par de letreros, colocándole primero el que dice 10 AVIONES, para que lo lea; enseguida, le pondremos el que dice **10 AVIONES** (este letrero tiene resaltado el número 10 y las letras IO) para que lo lea nuevamente, preguntándole si existe alguna diferencia entre los dos letreros que leyó; también le preguntaremos qué es lo que está resaltado con rojo en los letreros.

A continuación, se relata un ejemplo de cada variación de esta tercera experiencia con el segundo grupo:

MÓNICA (6:3)

Variación No. 1

Se inició preguntándole a la niña su nombre, su edad y si quería jugar. "Te voy a enseñar unas tarjetas (se le muestran las tarjetas con los números 10 y 01), ¿me podrías decir qué números son", a lo que responde que sí, identificando a los dos como diez. "A ver, fijate bien y dime qué notas", "son iguales" (los observa y se queda pensando), "¡ah, no!, uno tiene el cero adelante y el otro atrás"; "entonces, ¿qué números son?", "los dos son diez, pero uno está al revés". Se le retiraron las tarjetas y se le mostraron las que tenían los números 100 y 001, preguntándole "¿qué números son?", "no sé, no me los han enseñado", "¿cuál crees que valga más?", a lo que responde que el 001, "porque tiene los ceros atrás, por eso vale más". Se le retiraron las tarjetas y se le mostraron las de los números 1000 y 0001, pidiéndole que identificara las cantidades, a lo que responde que no los conoce, porque no se los han enseñado. "¿Tú sabes cuál vale más?", "sí" (señala la tarjeta del 0001), "¿por qué?", "porque tiene los ceros atrás, por eso vale más".

"¿Qué números valen más (se le mostraron todas las tarjetas, con los números 10, 100, 1000, 01, 001 y 0001), los que tienen los ceros adelante o los que tienen los ceros atrás?"; la niña responde que los que tienen los ceros atrás.

Notamos que la niña no reconoce los números porque aún no maneja cantidades mayores, pero existe gran confusión todavía en el manejo de cantidades menores, porque cuando se le presentó el primer par de tarjetas (10 y 01) afirmaba que los dos eran el número diez, con la

diferencia de que uno estaba al revés, por lo que nos percatamos de la dificultad que presenta para ella el reconocer el valor posicional del cero.

Esta situación fue aplicada a otro grupo de niños de 6-7 años de edad y, como resultado, percibimos que existe confusión en el manejo del cero cuando está integrado a una cantidad. Observamos que los niños no identifican al cero como número que representa la ausencia de cantidad; además, aún no identifican que éste tiene una función dentro del sistema posicional, ya que al ver el cero junto a otra cifra sufre un desequilibrio en cuanto a su valor, ya que al ver más de dos ceros empiezan a dudar para distinguir qué cifras son mayores (en este caso, 001-100 y 0001-1000). Simplemente, significan lo mismo o le dan otros valores muy alejados de los reales. Por ejemplo: señalan que 01, 001 y 0001 valen uno, dos y tres, de acuerdo al número de ceros que tienen.

Se observa problema en cuanto al valor que tiene el cero cuando se encuentra a la derecha o a la izquierda de un número, ya que la mayoría de los niños tienen la idea de que el cero vale más cuando está a la izquierda. Esto lo comprobamos cuando, en la práctica, los niños afirmaban que las cifras 01, 001 y 0001 eran mayores que las cifras 10, 100 y 1000, por tener los ceros atrás.

OSCAR (7:3)

Variación No. 2

Se le presentan los tres botes: uno de color rojo con el número 10, otro amarillo con el número 20 y el último azul con el número 30. Se le pide que identifique las cantidades, lo que realiza sin dificultad. "Te voy a dar unas fichas (se le muestran nueve fichas: tres rojas, tres amarillas y tres azules) y tú vas a escoger tres para tirarlas dentro del bote del color que sea la ficha". El niño tomó una ficha amarilla y la tiró al bote amarillo, después tomó una roja y la tiró al bote rojo, por último, tomó una azul y la tiró al bote azul. "Muy bien, ¿sabes cuántos puntos hiciste?", a lo que el niño responde correctamente realizando la operación por cálculo mental, "hice sesenta puntos". "Muy bien, ahora te voy a dar una hoja y un lápiz para que hagas por escrito la operación que realizaste mentalmente, para saber cuántos puntos ganaste". El niño escribió lo siguiente:

$$\begin{array}{r} + 10 \\ 2030 \\ \hline 60 \end{array}$$

Vemos que el niño, a pesar de realizar bien la suma mentalmente para obtener el resultado exacto, no logró acomodar correctamente los números en unidades y decenas para realizar la suma, pero, aún así, el resultado que escribió fue el correcto.

En esta situación que se aplicó a varios niños, pudimos percatarnos de que la mayoría de los niños realizan sumas mentales de acuerdo con su edad, obteniendo resultados exactos; el problema está cuando se les pide que realicen la adición por escrito, ya que existen

dificultades para acomodar las cifras en unidades y decenas, por lo que se les complicaba realizar la operación.

Percibimos que los niños aún no tienen el dominio para acomodar las cifras y poder realizar sumas que contengan unidades y decenas; más aún, existe problema al realizarlas porque algunos empiezan a sumar de izquierda a derecha, lo cual es incorrecto.

OMAR ULISES (6:6)

Variación No. 3

Se le mostró un letrero que decía 10 CAMIONES y se le pidió que lo leyera, a lo que respondió que decía LO CAMIONES. Enseguida se le mostró otro letrero que decía lo mismo, pero con la diferencia de que tenía resaltado con rojo el número 10 y las letras IO; al pedirle que leyera lo que decía, contestó "LO CAMIONES"; se le preguntó si ambos letreros decían lo mismo y él respondió que sí, "porque tienen las mismas letras".

Se retiró el par de letreros anterior y se le mostró otro letrero que decía 10 AVIONES, pidiéndole que lo leyera, a lo que respondió que decía LO AVIONES; se le enseñó otro letrero que decía lo mismo, pero que tenía resaltado con rojo el número 10 y las letras IO (10 AVIONES), se le preguntó qué decía y Omar leyó LO AVIONES. "Oye, ¿los dos letreros dicen lo mismo?", "sí", "¿son iguales?", "sí", "¿por qué?", "porque tienen las mismas

letras". Observamos que Omar presentó problema, ya que en la frase que se le mostró para leer no distinguió la diferencia entre el número y la letra; para él, todas eran letras, leía LO en lugar de leer diez.

En la población donde fue aplicada esta situación, detectamos una gran dificultad en los niños, ya que en su mayoría no lograron distinguir entre los ejemplos mostrados cuál era el número y cuál era la letra. Algunos señalaron que eran puras letras, ya que leían LO AVIONES, señalando además que faltaba la letra "S" para que dijera LOS AVIONES y estuviese escrito correctamente. En otros casos, mencionaban que lo resaltado en el letrero eran números, pero al momento de leerlos no les parecía correcto, aunque seguían afirmando que eran números. Estos niños leían 10 CAM-10-NES (diez cam diez nes).

Debido a lo anterior, encontramos que es frecuente la confusión en cuanto a la diferenciación entre número y letra, cuando ésta se encuentra escrita en mayúsculas; esto puede deberse a que el niño se encuentra en las primeras etapas de aprendizaje de la lecto-escritura y en la tipografía de los libros y escritos a máquina es común encontrar que el uno y la "i", así como el 0 y la "o" aparenten ser representados con la misma grafía.

Cuando se analizan las respuestas de los sujetos de estudio, surgen controversias que resultan benéficas para la obtención de resultados; no es tan importante que las respuestas dadas sean correctas. Lo interesante y provechoso de este o cualquier trabajo es conocer la forma en que un sujeto puede reaccionar y contestar ante alguna dificultad presentada; en este caso particular, la dificultad que puede tener un niño de 6-7 años al representar y utilizar la ausencia de cantidad.

II.4. Interpretación de los resultados, análisis y conclusiones generales

De acuerdo con las tres Situaciones Experimentales que se realizaron, señalaremos los resultados que se obtuvieron con cada uno de los niños a los cuales se les aplicó:

SITUACIÓN EXPERIMENTAL No. 1

Variación No. 1. Manejo de los numerales del cero al veinte

En esta situación, David tiene dificultad al contar cantidades mayores de diez, cuando los objetos se encuentran juntos, ya que de esta forma no puede establecer la correspondencia entre el número y los objetos de un agrupamiento.

Jorge, al mostrarle la representación de una sandía partida en mitades, escribe el número 2, asegurando que son dos sandías; al hacerlo reflexionar sobre los objetos que está viendo sobre la mesa, rectifica y dice que hay ausencia de sandías.

Variación No. 2. Aplicación del Valor Posicional

En esta variante, podemos observar que David, Itandehui y Jorge presentan dificultades al identificar los números que forman una cifra (en este caso, el 10), debido a que no manejan el concepto de decena. Localizan al cero como la ausencia de cantidad, mientras que al 1 lo

representan como un solo objeto, sin tomar en cuenta su valor posicional (en este caso, el uno representa una decena).

Jorge y David, al presentarles las tarjetas con los numerales 10 y 05, identifican correctamente el primero, mientras que con el segundo mencionan números como cincuenta y cincuenta y cinco; esto se debe a que no toman en cuenta que el cero a la izquierda carece de valor. Jorge le otorga al 05 el valor de cincuenta y cinco; aún induciéndolo a la reflexión, insiste en dar la misma respuesta. Por otro lado, David dice que el 05 es el cincuenta y cuando se le induce a la reflexión, su respuesta es dudosa.

Variación No. 3. Correspondencia entre el numeral y los elementos de un agrupamiento.

David, Itandehui y Jorge logran establecer la correspondencia entre el numeral y los elementos de un agrupamiento, aunque en el caso de Itandehui podemos observar que el conteo de objetos lo hacía demasiado rápido, lo cual no le permitía establecer la correspondencia de elemento-número, haciendo que se equivocara dos veces; fue hasta que se le hizo la observación de que contara despacio que no tuvo error.

SITUACIÓN EXPERIMENTAL No. 2

Variación No. 1. Función del cero a la izquierda.

Al mostrarle a Berenice las dos tarjetas con los números 20 y 02, la niña señala que son el número veinte, con la diferencia de que uno tiene el cero después del dos y el otro tiene el

cero antes del dos; esto es comprensible, ya que nos percatamos de que la niña presenta cambios de posición en todos los números que tienen cero.

Esther es una alumna que cambia de posición los números de las cifras que tienen decenas, no importando la presencia o ausencia del cero. Esto repercute en que ella no logre distinguir la función que tiene el cero cuando se encuentra a la derecha o a la izquierda de una cifra. Esther afirma que en las tarjetas (20 y 02) dice dos.

Variación No. 2. Problemas en la adición con cero y su ubicación horizontal o vertical.

Podemos decir que, dependiendo de la enseñanza de la suma en su forma horizontal o vertical, en los sujetos de estudio el empleo de la suma en su forma horizontal es el que predomina, aunque también las saben resolver cuando están en forma vertical.

Berenice resuelve bien las sumas, aunque se destaca el cambio de posición de los números en el diez, ella escribe 01 y cuando se le pregunta qué cantidad es, responde que diez.

Marco Antonio presenta errores en el resultado de las sumas que no tienen cero, por lo que se puede decir que es un error de conteo, ya que el niño distingue perfectamente la ausencia de cantidad y su representación gráfica. Afirmamos esto porque el niño no necesitó de ninguna invitación a la reflexión para emplear el cero como ausencia de cantidad.

Esther resuelve las sumas cambiando de posición los números en las cifras que tienen decenas (ejemplo: 12-21, 10-01); al preguntarle qué números son, contesta correctamente, por lo que consideramos que el resultado de las sumas es correcto.

Al observar el caso de Berenice y el de Esther, específicamente, y comparándolo con otro más que hemos observado dentro de nuestra práctica docente, nos percatamos que dentro del desarrollo cognoscitivo del niño existe, probablemente, una etapa en la que el infante cambia de posición los números al escribir las cantidades, pero al leerlas lo hace correctamente.

Variación No. 3. Manejo del Valor Posicional.

En el caso de Esther, vemos que cuenta bien las gomitas y sabe que son veinte, pero al tener que colocarlas en la caja dividida en dos compartimientos (uno de unidades y otro de decenas), la niña coloca dos gomitas en el compartimiento de las unidades; esta reacción tiene su explicación en el problema que tiene la niña de cambiar de posición los números de una cifra, ya que para ella el 20 y el 02 son el mismo número.

SITUACIÓN EXPERIMENTAL No. 3

Variación No. 1. Identificación del valor mayor del cero a la derecha.

Los niños Mónica, Guadalupe, Julia, Isabel, Omar, Laura y Alejandra no logran identificar los números 01, 100, 001, 1000 y 0001. Le dan mayor valor a los números que tienen el cero a la izquierda.

En esta variación, vemos que la mayoría de los sujetos de estudio presentan confusión en los números (con excepción del 10, al cual identifican perfectamente) presentados, ya que sólo conocen los números del cero al cincuenta; cantidades mayores no las conocen y menos cantidades que tengan varios ceros a la izquierda.

Los sujetos clasificados en la respuesta B (Francisco y Oscar) responden bien con respecto a los números que tienen el cero a la derecha, pero no identifican los números que tienen el cero a la izquierda, señalando que no los conocen.

Clasificado en la respuesta C, Armando manifiesta gran confusión, ya que identifica las cifras de 01 y 001 como el número dos y al 0001 como el número tres. Dice que el 10 vale más que el 01, que el 001 vale menos que el 100, argumentando que el primero es el dos y que el 0001 vale menos que el 1000 porque es el tres.

Variación No. 2. Empleo de Unidades y Decenas en adiciones.

Respuesta A*: corresponde a aquellos sujetos que colocan las cifras de una suma en unidades y decenas en forma vertical, de manera correcta, pero los resultados de la operación son incorrectos. Aquí se evidencia que estos sujetos no fueron capaces de realizar las sumas correctamente.

Respuesta B*: se caracteriza porque los niños no colocan correctamente las unidades y las decenas, pero el resultado de la suma es correcto, ya que es el resultado del cálculo mental.

Respuesta C*: aquí los niños realizan bien la colocación de las unidades y las decenas de una adición y los resultados son correctos.

Variación No. 3. Distinción entre Números y Letras.

Respuesta A1: aquí los niños, al leer los letreros (10 AVIONES-10 AVIONES y 10 CAMIONES-10 CAMIONES), contestan que los números son letras, leyendo "lo aviones" y "lo camiones"; para ellos, los pares de letreros son iguales, aunque en uno de ellos tenga marcados con rojo, de manera que resalte, el 10 y la IO. Sólo una niña, Isabel, señaló que se notaría la diferencia si se utilizara letras minúsculas.

Respuesta B2: se caracteriza porque los sujetos señalan que falta la "S" para que la lectura de los letreros fuera correcta (LO"S" AVIONES, LO"S" CAMIONES).

Esta situación aplicada con los sujetos de estudio de las Situaciones No. 1 y 2, que pertenecen a otro medio socioeconómico, en donde la mayoría se dedica al comercio, los niños leen como diez lo que está resaltado en los letreros (**10 AVIONES: DIEZ AV-DIEZ-NES** y **10 CAMIONES: DIEZ CAM-DIEZ-NES**). Se presentaron casos de niños que afirman que debe decir "diez aviones" y "diez camiones".

El presentar las situaciones experimentales con diferentes elementos y grados de dificultad, permite al investigador modificar, ampliar y contemplar las formas en que puede expresarse el sujeto en estudio, así como plantearse nuevas preguntas que al comienzo de la investigación ni siquiera se imaginaba.

Al releer las conclusiones obtenidas en el proceso de investigación, se observan y surgen cuestiones que deben ser respondidas o indagadas con nuevas situaciones experimentales, pues al conocer las formas en que un sujeto resuelve las dificultades que se le presentan varían de acuerdo con el tipo de construcción de conocimientos que pueda tener y los factores que pudieron influir en su adquisición. Un ejemplo de estas dificultades es cuando a un niño no se le enseña a utilizar el signo convencional (en este caso, el cero) porque el signo no significa nada para él y debe crear simbolismos propios para resolver los problemas que se le presentan con este signo convencional.

Se observa, durante las primeras situaciones, que es difícil para los niños de 6-7 años el representar la ausencia de cantidad, cuando no han tenido experiencias escolares o

extraescolares que se relacionen con ella; les resulta más fácil crear sus propios símbolos que utilizar un signo que pueden conocer de vista, pero no acostumbran emplear en la mayoría de los casos. Debido a esto, era necesario sugerir la utilización de signos convencionales matemáticos (el cero = 0) mediante preguntas como "¿no conoces una forma más rápida o corta para poner algo que te ayude a recordar lo que hay aquí (señalando un espacio de la mesa en donde no se encuentra ningún objeto, tomando en cuenta que la ausencia de cantidad se conceptualiza con la comparación de la representación de otras cantidades)?", "¿conoces algún número que puedas poner?" Con estas preguntas, los niños respondían que el cero; esto no ocurre con los otros números, puesto que su representación gráfica corresponde a los elementos que deben representarse y facilita la comprensión del concepto número-numeral (decir que tiene 10 y utilizar los numerales 1 y 0 para representar gráficamente y con signos convencionales lo que ve).

Al hacer que el niño emplee los signos convencionales matemáticos para representar gráficamente las cantidades que se le piden, lo hace entrar en conflicto, ya que no las conoce todas y menos aún conoce el valor posicional que representan. Esto se debe a que aún no distinguen unidades y decenas y mucho menos centenas (esto es cuando hablamos de un niño de 6-7 años, que acaba de iniciar su educación primaria), por lo que para él un numeral sólo tendrá valor absoluto. El valor posicional no le va a decir nada, ni sabrá que cada numeral tiene un valor relativo de acuerdo con el lugar que ocupa. Es el descubrimiento de este valor relativo lo que le va a proporcionar la capacidad de identificar o escribir alguna cantidad determinada, ya que no resulta lo mismo escribir 05 o 50 (el primer numeral será

cinco, puesto que el cero a la izquierda no vale y el otro será cincuenta). En el niño, estos numerales pueden representar lo mismo 50 o 05 o cualquier otra cantidad relacionada con el cincuenta.

Es importante destacar que existe una dificultad que se presenta con mucha regularidad y es la enseñanza en época temprana del valor posicional de los numerales, ya que no se ha prestado suficiente atención didáctica al tema; la dificultad aumenta con la representación de las decenas (números de dos dígitos) y algunas letras que puedan coincidir con la representación convencional de algunos numerales.

Se observa que la enseñanza del valor posicional del número cero requiere de un trabajo didáctico mayor con el niño, ya que siempre utiliza cantidades con este numeral en su vida cotidiana y resulta, aparentemente, más fácil utilizar este signo matemático al representar la ausencia de cantidad, cuando el niño ha tenido la didáctica enfocada sobre este tema. Si la enseñanza no es enfocada correctamente el niño puede llegar a confundir el número "0" con la letra "O", puesto que lo único que puede distinguirlos es el contexto en el que están inmersos, tomando en cuenta que en la escuela y en la vida cotidiana números y letras aparecen juntos en un mismo discurso o texto; por lo tanto, es indispensable guiar al niño dentro de este marco conceptual, para que pueda distinguirlos (se le dirá que es O cuando hablamos de letras y será el cero -0- cuando estemos hablando de números). Si no se lleva a cabo esta distinción, puede ocurrir y ocurre que los niños de 6-7 años confunden el cero con la letra O y viceversa, como sucedió con la experiencia de 10 CAMIONES y 10 AVIONES,

en la cual algunos leían "lo camiones" y "lo aviones". Y, aunque en ciertos casos pensaban que estaba mal escrito o le faltaba algo (la letra "S" de la palabra "LO"), no lo decían en forma libre (esto ocurre por la relación entre el investigador y el niño, ya que existe un diálogo en el cual hay dos sistemas de pensamiento en el que puede estar enfrentando códigos culturales distintos); había que preguntarles (inducirlos, sugerir en la respuesta para que fuera más amplia). Otros niños leían como número las letras (diez cam-diez-nes). Para evitar que suceda lo mencionado anteriormente, es necesario ubicar al niño dentro del contexto (sobre todo, en el caso de las letras mayúsculas) del que se habla para observar si aún después de ello continúa ocurriendo este fenómeno interpretativo.

Es importante distinguir el contexto en el que se desarrolla el niño, su influencia educativa (si cursó o no el Preescolar) y las contradicciones que existen entre la educación que recibe en la casa y en la escuela, por lo que es necesario hacer una constante variación en las situaciones que se les presentan a los niños, para la indagación del problema que es representar gráficamente la ausencia de cantidad, así como utilizar esta investigación como fundamento metodológico de la teoría de Piaget (abierta y sin estandarizar).

El problema con el signo convencional 0 se incrementa cuando el niño lo utiliza en operaciones básicas (principalmente, suma y resta, que son utilizadas en el primer grado y que el niño debe comprender), ya que a pesar de saber que representa la ausencia de cantidad (en algunos casos, no todos los niños tienen el concepto totalmente identificado, ni comprendido; requiere de una introyección por parte del niño, que si no tiene un énfasis

didáctico y práctico no se llevará a cabo) pueden darle un valor diferente (en la mayoría de los casos observados le dieron el valor de uno); es aquí cuando las dificultades en la resolución de estas operaciones causan conflictos a los escolares.

En la enseñanza del número convencional cero, se puede observar al analizar los programas, sobre todo en el primer grado, que no se pone énfasis al introducir al niño al conocimiento de este número; los métodos utilizados se diversifican de acuerdo con el pensamiento del que enseña, por lo que la mayoría de los profesores comienzan a enseñar los números con el uno e introducen el cero con el número diez, y, generalmente, se trata más bien de presentar un nuevo numeral compuesto de dos signos, que exponer al cero como tal.

Al valor posicional del cero, como función principal, no se le ha dado la importancia que tiene, por lo que al manejar cifras con tres o cuatro ceros, los niños de 6-7 años se confunden y no pueden identificar el valor de la cifra; esto se podría evitar si desde la fase inicial de introducción al conocimiento de los números se enseñara por comparación de agrupamientos la representación del valor de ausencia de la cantidad.

CAPÍTULO III. PROPUESTA DIDÁCTICA

III.1. La Enseñanza Tradicional

La enseñanza tradicional (Onativia, 1983) de la numeración empieza con el número uno. El cero es introducido después del nueve y como un mero elemento constitutivo de la decena y de otros números. Su comportamiento como operador (función dentro de las operaciones matemáticas) es aprendido en forma mecánica cuando se presenta en el caso de operar con alguna cifra igual a cero. Así, el cero no llega a ser para el niño un número en sí, con características propias, como cualquier otro número que ocupa un lugar dentro de la sucesión fundamental. A lo sumo, es un elemento con cierta connotación negativa o inícia.

Como la matemática es una disciplina cuyos conocimientos se encuentran estrechamente relacionados y la mayoría de las veces son correlativos, la situación arriba planteada tiene su repercusión, entre otras cosas, en el concepto que adquiere el niño sobre la medición y es así que, para medir longitudes, toma como punto de partida el número uno en su regla graduada.

Como además, en su mayoría, el concepto de multiplicación que se le da es mecánico e incompleto ("hacer veces más"), el alumno hace extensivo el papel del cero como elemento neutro en la suma, así como al producto y dice $8 \times 0 = 8$. Al corregirlo el docente, acepta la corrección sin comprenderla.

Para subsanar parte de estos errores, es conveniente introducir al cero más temprano, pero después del dos a fin de que su concepto pueda surgir por la contraposición con otros números. Luego se le da el lugar que corresponde en la sucesión fundamental. En cuanto a su función como operador, debe ser esencialmente recalcada a través de la acción cuando se considere el significado de cada una de las operaciones fundamentales.

Para introducir el número cero, se comienza por plantear situaciones problemáticas reales en las que intervenga una cantidad nula, o resulte de una resta concreta.

Un ejemplo podrá ser el siguiente: Carlos, Luis y Enrique que son tres hermanos fueron a pasear al río el domingo. Cada uno llevó una canasta para poner los pescados. Al regresar, mostraron a su mamá lo que habían conseguido.

Se hace la dramatización: Carlos abre la canasta y saca dos pescados. Se pide a los alumnos que busquen entre las tarjetas las del numeral correspondiente al número 2.

Luis abre la suya y saca un pescado y los alumnos buscan la tarjeta del numeral. Enrique abre su canasta y no saca pescados, ¡nada! Esta vez, Enrique no tuvo suerte. Los "ningún pescado" y levantan por contraposición a las otras, las que no tienen perforación alguna.

- ¿Cuántos pescados consiguió Enrique hoy?
- Ninguno, nada.

Se presenta al cero como número que significa "nada" (cantidad nula) y se da su nombre. Se realizan ejercicios para fijación del numeral y de sus significados, como en el caso del uno y del dos y se preparan las tarjetas para el equipo.

Mediante actividades concretas, se resuelven situaciones sencillas que se traducen a las expresiones aritméticas corrientes ($2 - 1 = 1$, $1 - 1 = 0$, $2 - 2 = 0$).

Se forman sobre el tablero individual con las tarjetas signos y las tarjetas numerales y luego se escriben los cálculos que sugieran pequeñas historias expresadas en forma de "las tiras cómicas mudas" de dos o más cuadros. Por ejemplo:



Estos ejercicios son realizados en conjunto por todos los alumnos con la guía del docente. Éste debe realizar preguntas que obliguen a pensar a los educandos y no le sugieran directamente la respuesta. Este es el segundo paso en el aprendizaje de la resolución de problemas (de situaciones expresadas gráficamente, ya que el niño no domina todavía la lectura y su interpretación).

Cuando se analizan los programas de Educación Primaria y en especial los libros de texto correspondientes al área de Matemáticas de primero y segundo grados, se puede ver que la forma de enseñar el número cero es muy escueta, ya que de acuerdo a la línea metodológica que se maneja para introducir al niño al conocimiento de los números se observa que la enseñanza del cero se da hasta que el niño llega al concepto del número diez, pues el cero se está utilizando como complemento y su enseñanza como número aislado se hace poco significativa, olvidando la importancia que tiene dentro del Sistema Numérico Decimal, ya que viene a representar una de las bases.

De ahí la importancia de tener la didáctica de enseñanza básica, dentro de la cual se de al cero el valor que tiene como número aislado y las diferentes funciones que realiza.

La Propuesta Didáctica que se sugiere para introducir a los niños de 6-7 años al aprendizaje del cero y que se plantea a partir del análisis de los programas de primaria y de las prácticas realizadas para conocer qué tan profundo se tenía el concepto de cero, se basa en el principio de que resulta conveniente introducir la enseñanza del cero como inicio de la numeración, a través de la comparación de agrupamiento. Ejemplo: 0 1 2 3 4 5... etc., dándole a este número su importancia como tal, dando a conocer las funciones que realiza dentro del Sistema Numérico Decimal.

III.2. Sugerencia Didáctica para la Enseñanza del Cero

Tomando en cuenta el Plan y Programas de Estudio de Educación Básica, elaborados por la Secretaría de Educación Pública, el cual se reestructuró en 1993 con el objeto de mejorar la calidad de la educación, se propone una sugerencia didáctica para la asignatura de Matemáticas del primer grado de Educación Primaria.

Dicha sugerencia tiene como propósito que el niño de 6-7 años, que cursa el primer grado de Educación Primaria, logre construir el conocimiento del número cero, tanto en forma individual como en las funciones y relaciones que establece con los demás números.

Con base en el programa de primer grado de Primaria, se abarcan los siguientes temas:

- Los números del 1 al 100.
- Agrupamientos en unidades, decenas y centenas.
- Lectura y escritura de números.
- Orden de serie numérica.
- Antecesor y sucesor de un número.
- Valor posicional.
- Comparación de números utilizando los signos $>$, $<$ e $=$.

Los contenidos desarrollados en la propuesta didáctica tienen como objetivo: que el niño de primer grado logre construir el conocimiento del cero (valor relativo, valor absoluto) y su función dentro del Sistema Decimal, a lo largo de un ciclo escolar, el cual está comprendido en doscientos días hábiles, tomando en cuenta la participación maestro-alumno, en donde aquél debe tener presentes las características y necesidades del grupo de alumnos con el que trabaje.

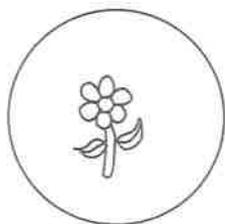
Metodológicamente, se utilizará en el desarrollo de la propuesta el método inductivo-deductivo; para lograr la construcción del conocimiento del cero, se plantea el siguiente procedimiento:

1. El conocimiento del cero se puede realizar a través del proceso de comparación de agrupamientos formados por grafismos (dibujos, representaciones de los objetos ausentes que se quieren dar a conocer), que correspondan al número que quiere enseñar.

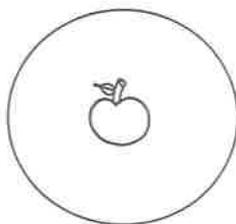
Un ejemplo para introducir a los niños de 6-7 años en el conocimiento de los números, se expresa de la siguiente manera:

- a) El maestro dice a los niños "vamos a conocer los números, ¿ustedes conocen alguno?"
A partir de sus respuestas, se les dirá que iniciaremos conociendo el número uno (el cual se les mostrará por escrito, dándoles la explicación de que el uno representa un elemento, un objeto, la unidad, una cosa, un animal, etc.). Se formarán agrupamientos que representen al numeral 1. Ejemplo:

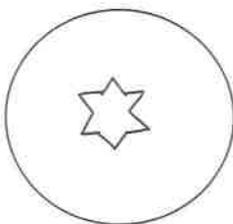
1 UNO



1UNO
Una Flor



1 UNO
Una Manzana



1 UNO
Una Estrella

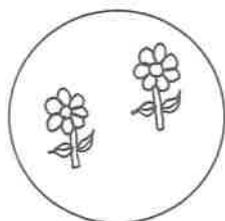


1 UNO
Un Zapato

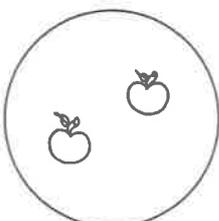
- b) Ya que el niño haya asimilado el concepto del número uno, le diremos que pasaremos al número que sigue, que es el número 2.

Se le mostrará por escrito el número dos (con el número y su grafía) y se le representará a través de agrupamientos. Ejemplos:

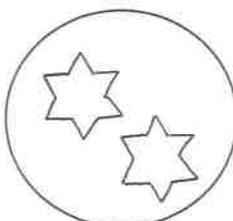
2 DOS



2 DOS
Dos Flores



2 DOS
Dos Manzanas



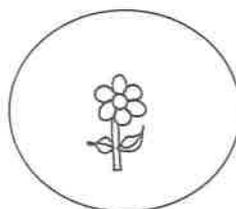
2 DOS
Dos Estrellas



2 DOS
Dos Zapatos

- c) Ya que tenga asimilado el concepto del número dos, se hace la comparación del 1 con el 2, representados en agrupamientos. Ejemplo:

AGRUPAMIENTO

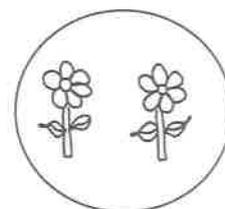


1

NUMERO

LETRA

Uno

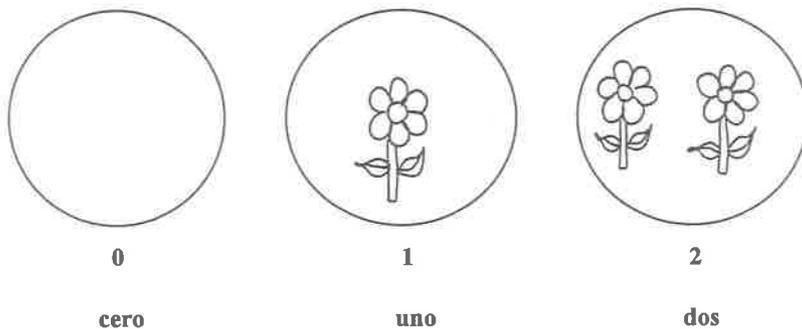


2

Dos

A partir de esta representación, se empieza a cuestionar al niño sobre cuál es mayor y por qué y cuál es menor y por qué. Se le preguntará "¿cómo es correcto acomodarlos para empezar a contar (1, 2 o 2, 1) y por qué?"

- d) Al llegar el niño a responder que se cuenta 1, 2, le preguntaremos si conoce o si hay un número que esté antes del 1. De acuerdo con sus respuestas, se le dará a conocer el número 0 (con numeral y grafía), comparando con los agrupamientos vistos con anterioridad. Ejemplo:



- e) A partir del conocimiento gráfico del cero, se comenzará a cuestionar al niño, preguntándole "¿cuánto vale el cero?" De acuerdo con su respuesta y siguiendo un procedimiento comparativo de representación de los números 1 y 2, le preguntaremos cómo representaría el número cero, de modo que se realice un análisis, el cual de como resultado la enseñanza de la función del cero y en donde el niño concluya que:

- El cero representa la ausencia de cantidad.
- El difícil representarlo gráficamente como a los demás números.

- El agrupamiento que representa el numeral cero es un agrupamiento vacío.

f) Se continúa enseñando los números hasta llegar al diez, siguiendo el mismo procedimiento de agrupamientos, en donde se forma con la unidad y con el cero, constituyendo un nuevo número llamado diez (10); ya que tenga asimilado este número, se le preguntará qué piensa de estos números (se le escribirá 01 y 10), escucharemos sus respuestas y opiniones. Si no contestan, se preguntará "¿son iguales?", si no, por qué, cuál vale menos y por qué.

2. Se continuará la enseñanza de los números hasta el 100, para comenzar a hacer la comparación entre mayor que, menor que o igual a, utilizando paulatinamente los signos convencionales ($>$, $<$, $=$) entre dos números, partiendo de cantidades pequeñas a mayores, finalizando con la comparación de una cantidad de dos cifras y su inverso, que no exceda de 100. Ejemplo:

7 es mayor que 3

20 02

Se llegará a la conclusión de que el cero, como número aislado, representa la ausencia de cantidad y que, por tal razón y de acuerdo con su función posicional cuando se encuentra a la izquierda de un número entero positivo carece de valor, por lo que se tiende a suprimirlo (no escribirlo, tanto en la escritura de seriación de los números como en el manejo de la suma y la resta, desde el primer grado de educación primaria); también conocerá que a la derecha de un número, tiene la función, de acuerdo al sistema decimal, de formar agrupaciones (unidades, decenas, centenas, etc.), en donde le va a dar valor al número que se encuentra a su izquierda, dando como resultado la formación de una cantidad.

Lugar que ocupa		Agrupación que forma			Cantidad	
Izquierda	Derecha	C	D	U	No.	Letra
7	0		7	0 =	70	setenta
1	00	1	0	0 =	100	cien
0	0			0 =	0	cero

Los niños tienen que reconocer en forma reafirmativa que el cero a la izquierda de un número entero positivo no tiene valor y que por este motivo muchas veces o en su gran mayoría, se suprime pero que, a pesar de ello, se está tomando en cuenta.

Ejemplo:

La supresión del cero la podemos observar al comparar cantidades o al realizar las operaciones básicas, esto es:

USUALMENTE SE ESCRIBE

$$\begin{array}{r} 10 \\ -7 \\ \hline \end{array}$$

PERO A VECES CONVIENE ESCRIBIR

$$\begin{array}{r} 10 \\ -07 \\ \hline \end{array}$$

En el ejemplo, observamos que conviene escribir el cero, pero se escribe sin cero por regla de que éste a la izquierda de un número positivo carece de valor y por eso se puede omitir; es en este momento donde comienzan las confusiones para el niño, pues seguramente se preguntará cuándo lo va a escribir y cuándo no. Para evitar que el niño sufra este conflicto se maneja en la propuesta sugerida, ir introduciendo al educando al conocimiento del cero a través de un método que va de lo inductivo a lo deductivo, lo cual le puede llevar a ir conceptualizando el conocimiento del cero de modo que no le genere problemas en la adquisición de este aprendizaje y, posteriormente, sea capaz de emplearlo reflejando que realmente lo ha asimilado. Esto se constataría cuando el niño, al cursar los grados superiores de nivel primaria, sea capaz de utilizar el cero en cualquier situación y función matemática que se le presente, tomando en cuenta que en cada año escolar que cursa se aumenta el grado de dificultad en el manejo del cero; sin menospreciar que todos los números son importantes dentro de la función del Sistema Decimal. Sin embargo, el cero crea más conflictos al educando para su asimilación por lo difícil que es representar este número de forma objetiva.

ANEXO No. 1

Cuestionario socioeconómico aplicado en los dos grupos con los que se realizaron las situaciones experimentales

La información que le solicitamos en este cuestionario será de gran utilidad para las actividades que he programado con el grupo para el resto del año escolar. Le agradeceré responder y regresar esta hoja lo más pronto posible.

EL CUESTIONARIO ES ANÓNIMO, es decir, que no necesita escribir su nombre o el del niño.

Marque con una X en el paréntesis que corresponda, la respuesta que considere más adecuada.

1. Persona que responde este cuestionario:

Padre () Madre () Hermano () Hermana () Abuelo o abuela ()
Otro ()

2. Indique el máximo nivel de estudios alcanzado por:

PADRE

Primaria incompleta ()
Primaria completa ()
Secundaria incompleta ()
Secundaria completa ()
Estudios medios ()
Bachillerato ()
Técnico medio ()
Superior ()

MADRE

Primaria incompleta ()
Primaria completa ()
Secundaria incompleta ()
Secundaria completa ()
Estudios medios ()
Bachillerato ()
Técnico medio ()
Superior ()

3. Ocupación:

PADRE

Hogar ()
Comerciante independ. ()
Empleado ()
Técnico libre o artes. ()
Otra ()

MADRE

Hogar ()
Comerciante independ. ()
Empleada ()
Técnico libre o artes. ()
Otra ()

4. **Número de hijos:** (1) (2) (3) (4) (5) (6 o más)

5. **¿El niño tiene otros libros, aparte de los escolares?**

Sí ()

No ()

¿Cuántos? _____

6. **¿Le gusta a usted leer libros y revistas?**

Casi nunca ()

Regularmente ()

Con mucha frecuencia ()

7. **Indique el título del último libro que leyó:**

8. **Señale el nombre del periódico que lee con más frecuencia:**

ANEXO 2

En los siguientes anexos se dan los resultados de los cuestionarios socioeconómicos aplicados a los grupos en los que se efectuaron las situaciones experimentales:

1. Persona que contesta el cuestionario

Madre: 26

Padre: 13

Hermano: 1

Padre y Madre: 1

Total de personas que contestaron el cuestionario: 41

2. Nivel de Estudios:

Primaria incompleta 3

Primaria completa 6

Secundaria incompleta 11

Secundaria completa 6

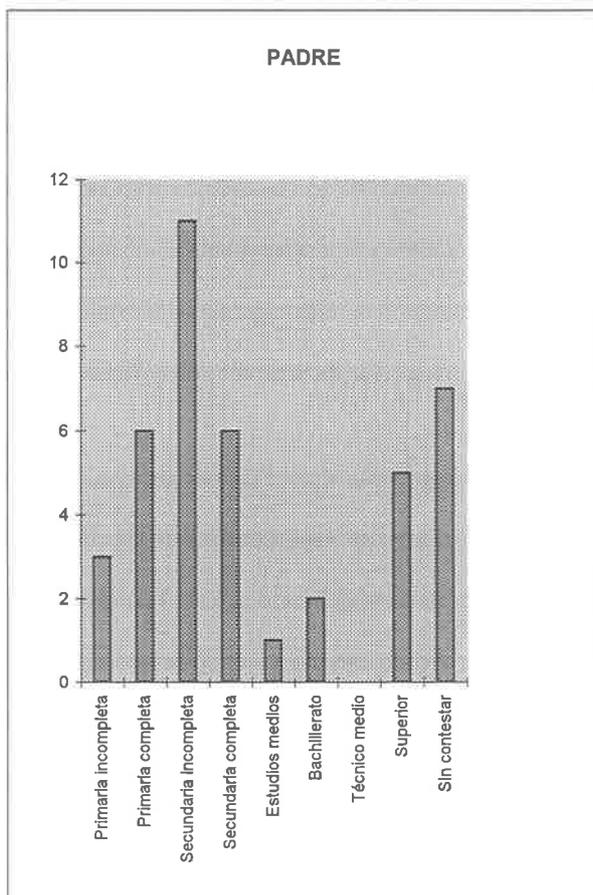
Estudios medios 1

Bachillerato 2

Técnico medio 0

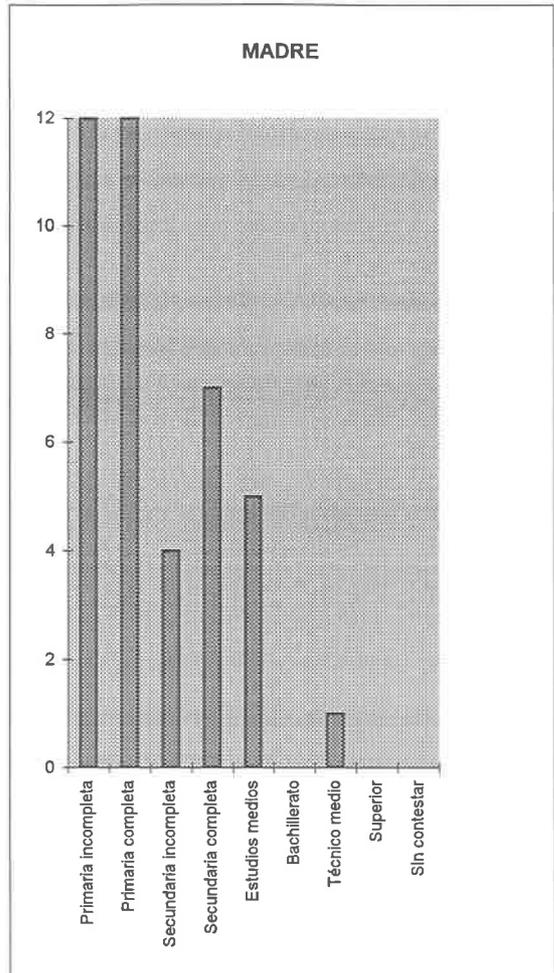
Superior 5

Sin contestar 7



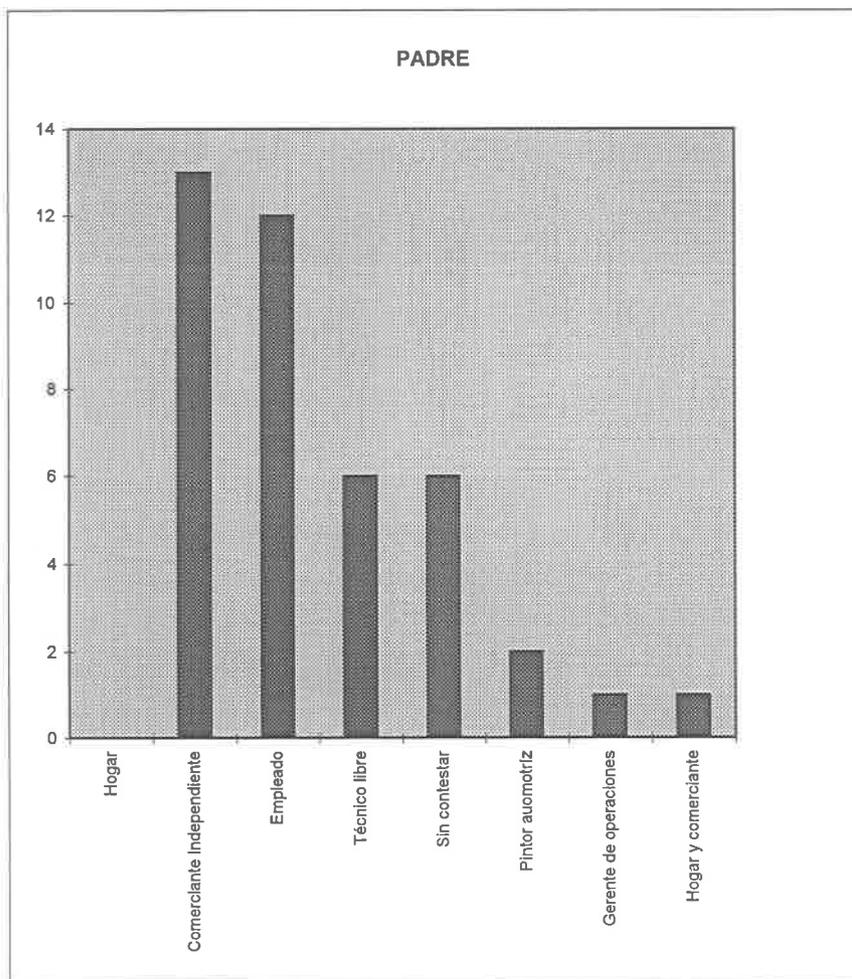
2. Nivel de Estudios:

Primaria incompleta	12
Primaria completa	12
Secundaria incompleta	4
Secundaria completa	7
Estudios medios	5
Bachillerato	0
Técnico medio	1
Superior	0
Sin contestar	0



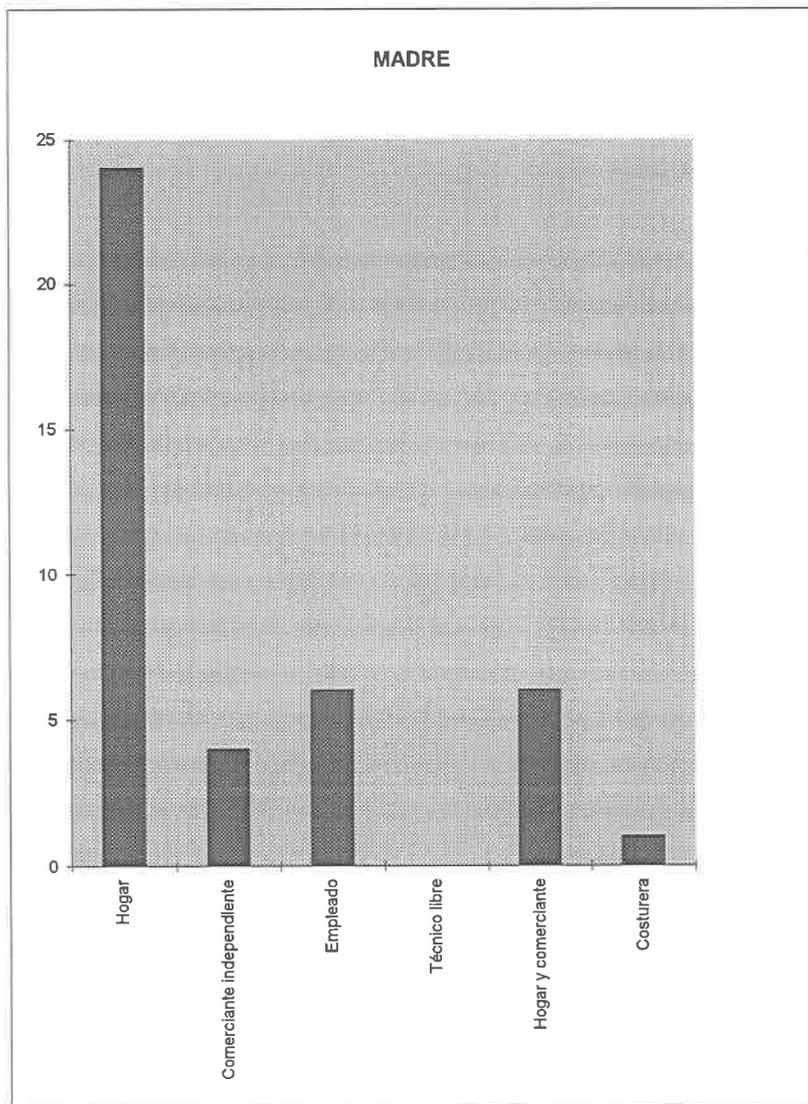
3. Ocupación:

Hogar	0
Comerciante independiente	13
Empleado	12
Técnico libre	6
Sin contestar	6
Pintor auomotriz	2
Gerente de operaciones	1
Hogar y comerciante	1



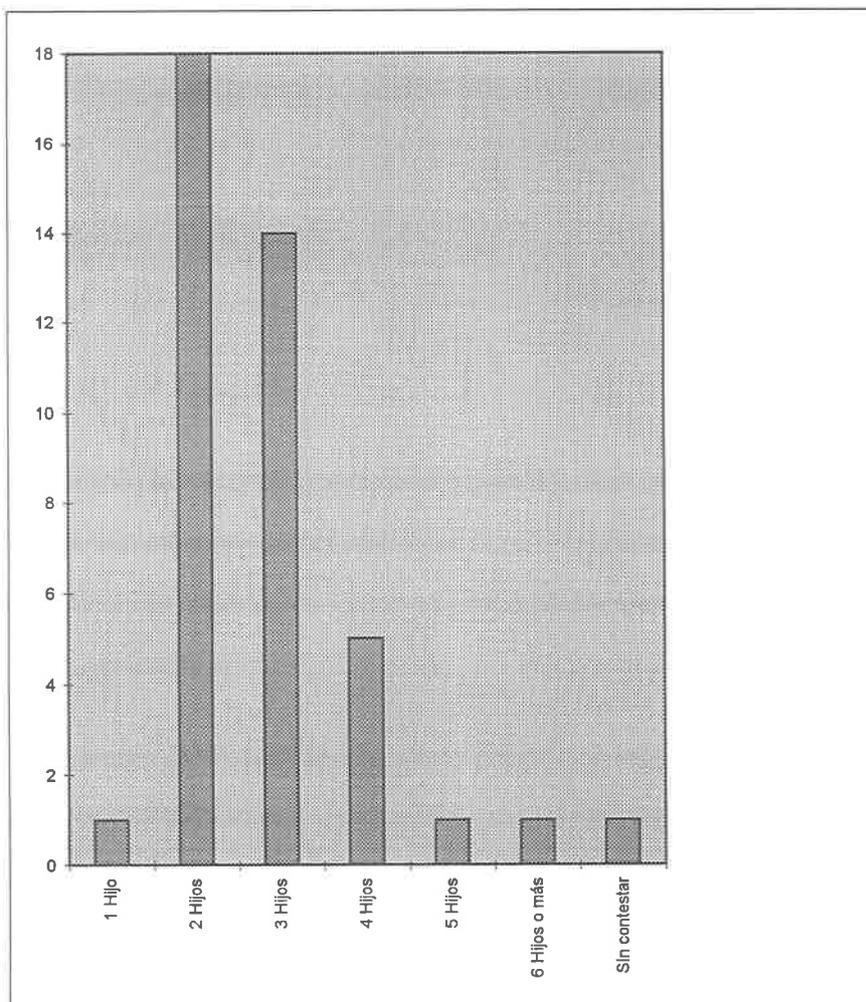
3. Ocupación:

Hogar	24
Comerciante independiente	4
Empleado	6
Técnico libre	0
Hogar y comerciante	6
Costurera	1



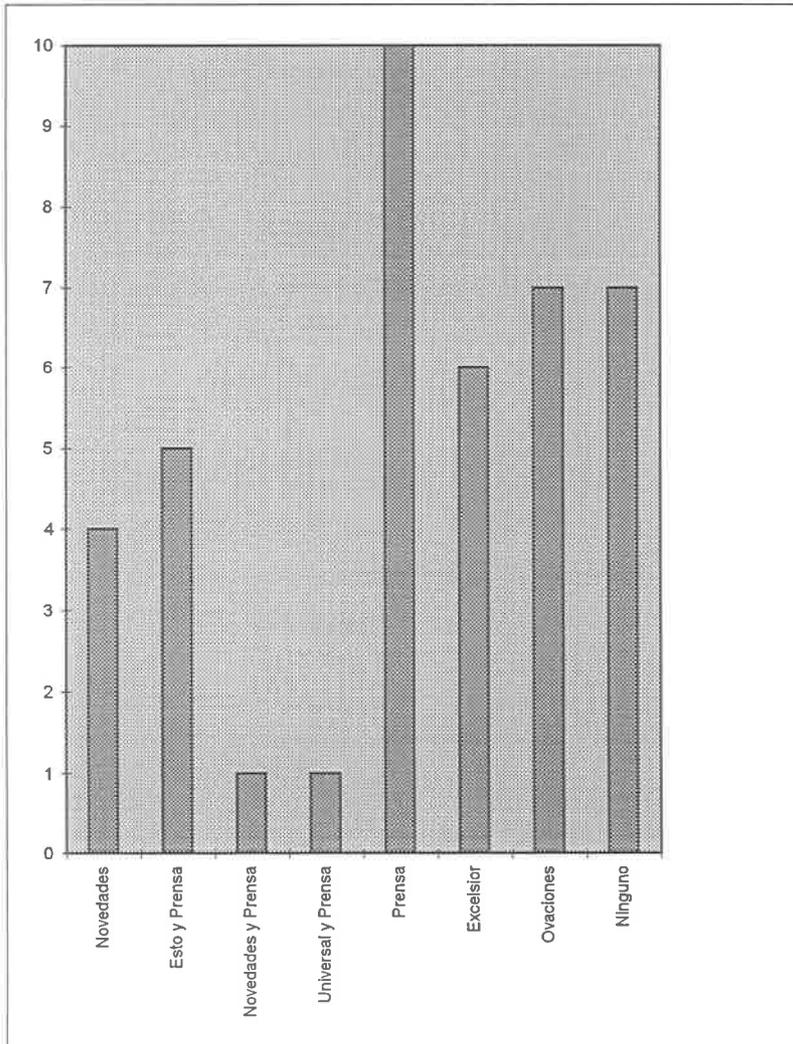
4. Número de Hijos:

1 Hijo	1
2 Hijos	18
3 Hijos	14
4 Hijos	5
5 Hijos	1
6 Hijos o más	1
Sin contestar	1

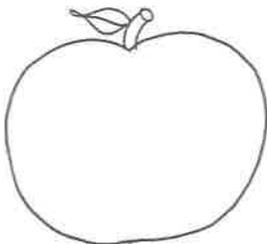
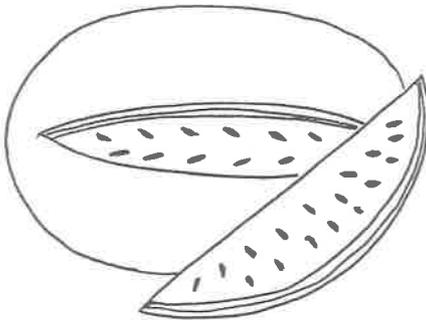
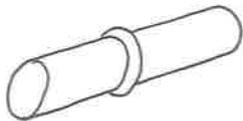


8. Frecuencia de lectura de periódico:

Novedades	4
Esto y Prensa	5
Novedades y Prensa	1
Universal y Prensa	1
Prensa	10
Excelsior	6
Ovaciones	7
Ninguno	7



Hoja mimeografiada de las frutas . Situación Experimental No. 1, Variación No. 1



BIBLIOGRAFÍA

BARON, Robert, Donn Byrne et al. Psicología un enfoque conceptual. México, Ed. Interamericana, 1983.

BOLLÁS, Pedro. La representación gráfica de las cantidades en el niño preescolar. México, UPN, 1991 (Tesis de licenciatura).

COLL, César. Psicología genética y aprendizaje escolares. México, Siglo XXI, 1986.

DEVAL, Juan. Crecer y pensar: La construcción del conocimiento en la escuela. Barcelona, Laia, 1984.

HUGHES, Martin. Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Barcelona, Ed. Planeta, 1987.

KAMMI, Constance. El niño reinventa la aritmética. Madrid, Ed. Visor, 1987.

KAMMI, Constance. El número en la educación preescolar. Madrid, Ed. Morata, 1989.

LENER, Delia. Clasificación, seriación y concepto de número. Caracas, División de primera y segunda infancia, 1977.

NEMIROVSKY, M. y A. Carbajal. La representación gráfica en la matemática en la escuela I. México, UPN-SEAD, 1988.

NEMIROVSKY, Miriam. La representación gráfica de la resta. México, DIE-CINVESTAV-IPN, 1988 (Tesis de maestría).

ONATIVIA, O., L.B. de Baffa Yolanda Traci. Método integral para el aprendizaje de la matemática inicial. 2a, ed., Buenos Aires, Ed. Guadalupe, 1983.

PIAGET, J. y B. Inhelder. Psicología del niño. 12a. ed. Madrid, Ed. Morata, 1984.

SAINZ, Irma. Acerca de la numeración: Reflexiones y propuestas. México, DIE-CINVESTAV-IPN, 1981.

SEP. Planes y Programas de Educación Primaria, México, 1993.

VERGNAUD, G. El niño, las matemáticas y la realidad. México, Trillas, 1991.

VING-BANG et al. Psicología y epistemología genética. Buenos Aires, Ed. Proteo, 1970.