SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

DIRECCION GENERAL DE CAPACITACION Y MEJORAMIENTO PROFESIONAL

DEL MAGISTERIO

DIRECCION DE LICENCIATURAS PARA MAESTROS EN SERVICIO

LICENCIATURA EN EDUCACION PRIMARIA

"LA SUMA Y LOS CONJUNTOS"

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

P R E S E N T A

PROFR. MACARIO GRACIA DE LA CRUZ

FRESNILLO, ZAC., ABRIL DE 1978

D E D I C A T O R I A

Como un reconocimiento al "granito de arena" que aportaron para que lograra mi formación Profesional, la presente Tesis la dedico:

- A mi mamá, la Sra. Bonifacia de la Cruz Vda. de Gracia, a mi esposa Andrea y a mi hijo Juan Luis.

- Al Profr. J. Jesús Bárcenas Salazar.

- A las Profesoras de la Escuela Oficial "José Ma. Morelos y Pavón" de Fresnillo, Zac., Recinto donde cursé mi Educación Primaria.

- A los Profesores de la Escuela Secundaria y Preparatoria Federal "Benito Juárez" (Nombre anterior) de Fresnillo, Zac., Plantel donde cursé mi Educación Secundaria.

- A los Profesores del Centro Normal Regional de Ciudad -- Guzmán, Jal., Escuela donde logré mi Título de Profesor de Educación Primaria.

- A los Conductores del Subcentro 312 Fresnillo del Curso Abierto de Licenciatura y del Centro 31 Zacatecas del -- Curso Directo de Verano.

I N D I C E

PAGINA

PAGINA

P R O L O G O

Dada la experiencia adquirida en el ejercicio docente, particularmente en el Area de Matemáticas, en el conocimiento razonado, no mecánico, por parte del educando, es decir, en lo concerniente a la suma con números Naturales, el profesor tropieza, si no se ha documentado eficientemente, con dificultades para que el alumno comprenda su intención; o sea que el maestro debe valerse de diversos recursos y pondrá en juego su iniciativa encaminada a lograr en el alumno, el cambio de conducta deseada; en mi caso he encontrado el más valioso de los recursos en los Conjuntos y Agrupamientos homogéneos, manejados con objetos y dibujos por los alumnos, con el auxilio del profesor.

En este trabajo están asentados las diferentes clases de Conjuntos que se trabajarán, introduciendo a medida que se requiera, la simbología adecuada; con los Conjuntos y determinadas operaciones y propiedades, estarán identificados con la suma con números naturales y sus propiedades.

En el grupo de segundo grado observé que desde que abordé el tema del Sistema Decimal de Numeración hasta lograr la realización de la Suma por medio de Conjuntos, fueron comprendidos con más facilidad y efectividad. Es por lo anterior que seguiré aplicando este trabajo en mi labor docente. Siendo los conjuntos un aspecto de las Matemáticas tomado en cuenta por la Reforma Educativa actual, merece dedicación especial puesto que nos llevará a lograr un verdadero cambio de conducta en el educando.

En este trabajo no abordaré todo lo referente al tema, sino algunos aspectos del mismo que estarán en función a lo que al Segundo Grado de Primaria compete y ampliado someramente, ya que el profesor debe dominar algo más del nivel que va a conducir para estar en más posibilidades de responder a las inquietudes de los alumnos.

Profr. Macario Gracia de la Cruz.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

¿Porqué el alumno del 2o. Grado de Primaria aprende a realizar la suma con números naturales, pero sin saber el porqué de su -- solución?

HIPOTESIS

El aprendizaje del alumno del 2o. Grado de Primaria, en lo que respecta a la suma con números naturales, se logra mediante el uso y manejo de los conjuntos y agrupamientos.

OBJETIVOS

1.- Dar a conocer la Teoría de Conjuntos que se manejará en el Trabajo de Campo.

2.- Dar a conocer los resultados obtenidos - en el Trabajo de Campo.

3.- Demostrar la funcionalidad de los Conjuntos en la suma.

C A P I T U L O S

1.- SIMBOLOS

Los símbolos que se utilizarán en este trabajo son los que a continuación se especifican:

$\subset$	Subconjunto	$\{\ \}$	Conjunto
$\cup$	Unión	$\cap$	Intersección
U	Conjunto Universal	$\emptyset$	Conjunto Vacío
$=$	Es igual a	$\neq$	No es igual a
$+$	Más	$\mid$	Tal que, o Tales que
$\in$	Pertenece a, o bien Es un elemento de	$\notin$	No pertenece a, o bien No es un elemento de

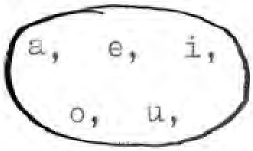
2.- CONCEPTO DE CONJUNTO

Puede considerarse como conjunto una colección o reunión, bien definida, de objetos, personas, animales, plantas, palabras, puntos, figuras, etc. distintos, de tal manera que podemos definir o determinar si cualquier elemento pertenece o no al conjunto dado. Cada objeto, número, etc. que está formando un conjunto, se llama elemento o miembro del mismo.

Ejemplo 1.- Sea $A = \{$Las cinco vocales$\}$

Representado en un diagrama, tenemos:

A



Las cinco vocales.

Por lo que $a \in A$ $e \in A$

$i \in A$ $o \in A$ $u \in A$

$b \notin A$ $z \notin A$ $m \notin A$

Ejemplo 2.- Sea $B = \{$Hermanos Gracia$\}$

Representado en un diagrama:

B Josefa, Macario, Luis, Teodoro, Bruno, Severo, Julio, Hermanos Gracia.

Vemos que:

Josefa $\in$ B Macario $\in$ B Luis $\in$ B

Teodoro $\in$ B Bruno $\in$ B Severo $\in$ B

Julio $\in$ B Antonia $\notin$ B Mauro $\notin$ B

Ejemplo 3.- Sea C = {elefante, tigre, jirafa}

Representado en diagrama, tenemos:

C elefante, tigre, jirafa, rinoceronte, gorila,

Por lo tanto: elefante $\in$ C tigre $\in$ C

jirafa $\in$ C rinoceronte $\notin$ C gorila $\notin$ C

3.- CONCEPTO DE SUBCONJUNTO.

Un subconjunto es una parte cualquiera tomada de un con---junto dado.

Ejemplo 1.- Sea D = {0, +, Δ, $\square$,}

En base al ejemplo 1, notamos que

E +,0, es una parte de Δ, +, 0, $\square$, D

Ejemplo 2.- Sea F = {a, e, i, o, u,}

Por lo que a, e, o, G es un subconjunto del conjunto F a, e, i, o, u,

Ejemplo 3.- Sea H = {Hermanos Gracia}

H Josefa, Macario, Luis, Teodoro, Bruno, Severo, Julio, Hermanos Gracia.

I {Severo, Julio, Luis,} $\subset$ H {Josefa, Luis, Macario, Bruno, Teodoro, Julio, Severo,}

Ejemplo 4.- Sea J = 

K  J

Cabe hacer notar que el conjunto total y el conjunto vacío o nulo se consideran, también, subconjuntos del conjunto dado.

Ejemplo 1.- Sea L = {1, 3, 5, 7,}

L (1, 3, 5, 7,) $\subset$ (1, 3, 5, 7,) L

M ( ) $\subset$ (1, 3, 5, 7,) L

Ejemplo 2.- Sea N = {a, b, c, d}

N (a, b, c, d,) $\subset$ (a, b, c, d,) N

O ( ) $\subset$ (a, b, c, d,) N

4.- METODOS PARA ESPECIFICAR UN CONJUNTO.

Para especificar un conjunto nos valemos de dos formas:

a)- Por Extensión o Lista.

b)- Por Comprensión o Constitución.

a)- POR EXTENSION O LISTA.- Este método consiste en enumerar, por escrito o verbalmente, cada uno de los elementos que están formando el conjunto dado.

Ejemplo 1.- Sea

O 

Listado O = {gato, pato, pollito}

Ejemplo 2.- Sea

P 

Listado: P = {silla, mesa}

b)- POR COMPRENSION O CONSTITUCION.- Para utilizar este método, es necesario encontrar una propiedad o regla, característica esencial de tal conjunto. Es fundamental que la propiedad o regla determine en forma precisa al conjunto, de lo contrario, el conjunto especificado queda vago e impreciso.

Ejemplo 1.- Sea

Q Baja California Norte, Sonora, Coahuila, Chihuahua, Tamaulipas, Nuevo León,

Utilizando el Método por Constitución, es:

Q = {x / x es Entidad Federativa fronteriza del Norte}

Se lee: El conjunto Q está formado por las x tal que (o tales que) x es Entidad Federativa fronteriza del Norte.

Ejemplo 2.- Sea R = {2, 4, 6, 8,}

R = {x / x es un número par, entero, comprendido entre el 1 y el 9}

Estos últimos dos ejemplos, si se especificaran como:

Q = $\{x \mid x$ es una Entidad Federativa fronteriza$\}$

R = $\{x \mid x$ es par$\}$

Quedan especificados de manera vaga y se da lugar a otras interpretaciones.

Desde luego que el método por Comprensión o Constitución - se torna corto y económico en tiempo y espacio cuando se trata de conjuntos mayores; no así el método de Lista o Extensión, -- que al requerirse la mención de cada uno de los elementos del - canjunto dado, a veces resulta casi imposible listarlos.

Ejemplos:

CONJUNTO	E S P E C I F I C A C I O N	
	POR LISTA	POR COMPRENSION
Los números enteros positivos.	$\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$	$\{x \mid x$ es un número entero positivo.$\}$
Población del Continente Americano.	$\{$Juan Luis, Toña, Andrea, Silvia,..$\}$	$\{x \mid x$ es un habitante del Continente Americano.$\}$
Los números Naturales.	$\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$	$\{x \mid x$ es un número natural.$\}$

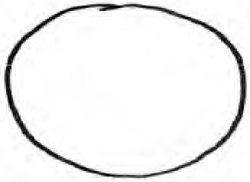
5.- DIAGRAMAS DE VENN.

Los diagramas de Venn son superficies planas limitadas por curvas cerradas, dentro de las cuales se registran cada uno de los elementos de un conjunto dado. En la Teoría de Conjuntos, - estas superficies son más conocidas como Diagramas de Venn, y - muy poco como Diagramas de Euler[1].

- -

1.- "El matemático suizo Leonardo Euler (1707 - 1783) fue el -- primero que utilizó estas ilustraciones, las cuales fueron después generalizadas por el lógico inglés John Venn (1834 - 1923)"

Este es un Diagrama de Venn.



Al utilizar estos dia-gramas, si alguno o algunos elementos no pertenecen al conjunto dado, se manifiestan fuera del diagrama, tal como se ha venido haciendo en capítulos anteriores.

Ejemplo 1.- Sea S = {Los números pares entre el 1 y el 9}

S 2, 4, 6, 8, 10, 12

En este ejemplo el número 10 y el número 12, aunque son -- números pares, no pertenecen al conjunto dado puesto que no están entre el 1 y el 9.

Ejemplo 2.- Sea

T = {Los números enteros mayores que 1 y menores que 8}

T 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 8, 9,

Los números 1, 8, y 9 no pertenecen al conjunto T, por e-- llo se colocan fuera del diagrama.

6.- CLASES DE CONJUNTOS.

Por las características propias que tienen determinados -- conjuntos, o que tienen algunas relaciones entre conjuntos, podemos encontrar varias clases:

a)- CONJUNTO UNITARIO.
b)- CONJUNTO VACIO.
c)- CONJUNTO UNIVERSAL.
d)- CONJUNTOS EQUIVALENTES.
e)- CONJUNTOS IGUALES.
f)- CONJUNTOS DIFERENTES.

a)- CONJUNTO UNITARIO.

Esta clase de conjuntos tiene por característica esencial la de contener un solo elemento o miembro.

Ejemplo 1.- Sea

V = {Presidentes actuales de la República Mexicana.}

V Lic. José López Portillo.

Observamos que el conjunto representado en el Diagrama de Venn, solamente contiene un elemento: el Lic. José López Portillo. No puede haber otros nombres dentro del diagrama puesto que en los períodos gubernamentales solamente hay un Presidente de la República.

Ejemplo 2.- Sea W = {Lunas de la tierra.}

W

Observamos que el conjunto representado en el diagrama contiene una luna, porque es la única que le conocemos a nuestro planeta.

b)- CONJUNTO VACIO.

Conjuntos que tienen como característica principal la ausencia de elementos, es decir, que al formar el conjunto en un diagrama, no es posible registrar alguno puesto que no existen, se denominan conjuntos vacíos.

Ejemplo 1.- Sea X = {Alumnos del 2o. Grado de la Esc. Prim. "Alfonso Medina" de Boquilla de Abajo, que tienen 16 años de edad.}

En un diagrama, tenemos:

X

En el diagrama no se puede registrar algún alumno, porque la edad de los alumnos que atendemos en nuestra Escuela fluctúa entre los 6 y los 14 años.

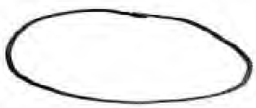
También se puede representar: $X = \emptyset$

En el que el símbolo $\emptyset$ quiere decir y se lee conjunto ---- vacío.

Ejemplo 2.- Sea $Y = \{$Números enteros pares entre 0 y 1$\}$

En diagrama de Venn

Y



También se escribe: $Y = \emptyset$

Entre el cero y el uno no hay algún número entero par; el primer número entero positivo par es el 2 y el primer número -- entero negativo par es -2.

c)- CONJUNTO UNIVERSAL.

A este tipo de conjuntos pertenecen los que se toman como un todo, de acuerdo con el análisis que se esté realizando, o - que en sentido riguroso sí son el todo.

Si hablamos de habitantes, la población mundial sería el - conjunto universo; si hablamos de alumnos, los alumnos de todo el mundo sería el conjunto universo.

Es decir, que en general se trabajan con subconjuntos tomados éstos como conjuntos universales.

Ejemplo 1.- Sea

U = {Alumnos que estudian en la Esc. Prim. "Alfonso Medina" de Boquilla de Abajo.}

Para representar en un diagrama el conjunto universal, no se utiliza el diagrama de Venn, sino que en forma especial se utiliza un rectángulo, como a continuación se representa el ejemplo 1.

U

Alumnos que estudian en la Esc. Prim. "Alfonso Medina" de Boquilla de Abajo.

Ejemplo 2.- Sea U = {Los números naturales.}

U

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ...

Ejemplo 3.- Sea U = {Las familias nativas de Boquilla de Abajo.}

U

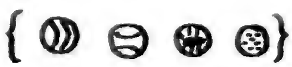
Familias nativas de Boquilla de Abajo.

Como vemos, el símbolo que corresponde a conjunto universo es: U

d)- CONJUNTOS EQUIVALENTES.

Esta es una relación entre dos o más conjuntos y se llaman también, coordinables. A estos conjuntos se les puede relacionar en correspondencia de uno a uno, y la cardinalidad que existe en ambos conjuntos es la misma.

Ejemplo 1.- Sean: Z = {Juan, Raúl, Pedro, Antonio}

A = 

Representando la relación, tenemos:

Ejemplo 2.- Sean: $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$

$G = \{x \mid x \text{ es un número natural}\}$

F (2, 5, 6, 4, 1, 3,) = (4, 1, 3, 6, 2, 5,) G

$F = G$

f)- CONJUNTOS DIFERENTES.

Estos conjuntos, que es una relación entre dos o más conjuntos, también son conocidos como conjuntos ajenos. Al comparar dos conjuntos ajenos nos damos cuenta de que ambos carecen de elementos comunes, es decir, cada miembro o elemento es diferente a los demás que están constituyendo cada conjunto.

Ejemplo 1.- Sean: $H = \{x \mid x \text{ es un número natural impar; } x \text{ menor que } 7 \text{ y } x \text{ mayor que } 1.\}$

$I = \{x \mid x \text{ es un número natural impar; } x \text{ menor que } 19 \text{ y } x \text{ mayor que } 7.\}$

Representados estos conjuntos en diagramas de Venn, tenemos:

H (3, 5,) ≠ (9, 11, 13, 15, 17,) I

$H \neq I$

Ejemplo 2.- Sean: $J = \{\Delta \ *\}$

$K = \{\bigcirc \ \square \ \bigstar\}$

Representando en diagramas, tenemos:

J (Δ ✱) ≠ (○ □ ★) K

$J \neq K$

7.- CLASES DE SUBCONJUNTOS.

Quedó asentado en el capítulo 3 el concepto de subconjunto como una parte del conjunto dado, incluso la parte vacía.

A este tipo de subconjuntos se le denomina subconjunto --- PROPIO. Podríamos llamar al subconjunto formado por el total de los elementos del conjunto dado, como impropio.

Ejemplo 1.- Sea: $L = \{a, e, i, o, u,\}$

Algunos subconjuntos propios del conjunto L, son:

$\{a\} \subset L$ $\{e, o, i,\} \subset L$ $\emptyset \subset L$

$\{a, e, i, o,\} \subset L$ $\{i, o, u, a,\} \subset L$

El subconjunto impropio del conjunto L es:

$\{a, e, i, o, u,\}$

Ejemplo 2.- Sea: $M = \{0, \#, +,\}$

Algunos subconjuntos propios son:

$\{0, +,\} \subset M$ $\{\#\} \subset M$ $\emptyset \subset M$

El subconjunto impropio del conjunto M es:

$\{0, \#, +,\}$

8.- OPERACIONES CON CONJUNTOS.

Hay diversas operaciones que se pueden realizar con conjuntos, como son: Unión, Intersección, Complemento, Producto Cartesiano, etc. En este trabajo sólo expondré las dos primeras.

a) UNION DE CONJUNTOS.

Para hacer esta operación se utilizan conjuntos ajenos, de tal forma que en la unión de dos conjuntos se agrupan todos los elementos de ambos conjuntos en uno solo, siendo este último --

conjunto, la unión. Ningún elemento del conjunto solución de la Unión de conjuntos deberá representarse repetido.

El símbolo que se emplea en la Unión de Conjuntos es: $\cup$ y se lee: Unión.

Ejemplo 1.- Sean: $N = \{\triangle\ *\}$

$O = \{\circ\ \star\}$

$N \cup O = \{\triangle\ *\ \circ\ \star\}$

Ejemplo 2.- Sean:

$P = \{x\ /\ x$ es vocal de nuestro alfabeto.$\}$

$Q = \{x\ /\ x$ es consonante de nuestro alfabeto$\}$

Al efectuar la unión de los conjuntos P y Q, tenemos:

$$P \cup Q = \left\{\begin{matrix} a, e, i, o, u, b, c, ch, d, f, g, h, j, k, l, \\ ll, m, n, ñ, p, q, r, rr, s, t, v, w, x, y, z, \end{matrix}\right\}$$

b)- INTERSECCION DE CONJUNTOS.

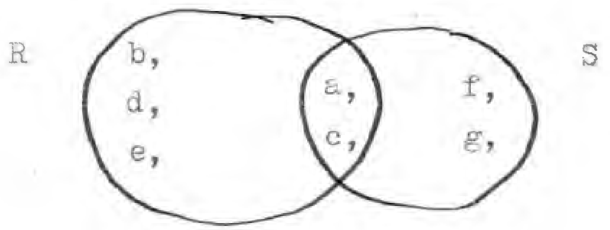
Su símbolo es: $\cap$ y se lee: Intersección.

En la intersección de dos conjuntos se buscan los elementos comunes o iguales que haya en ambos conjuntos, o sea, que si los hay se registran, si no los hay, la intersección de los conjuntos es el conjunto vacío.

Ejemplo 1.- Sean: $R = \{a, b, c, d, e\}$

$S = \{c, f, g, a,\}$

La representación en los diagramas de Venn, es:



La intersección, o sea los elementos comunes, son los que se encuentran en la parte central de la gráfica.

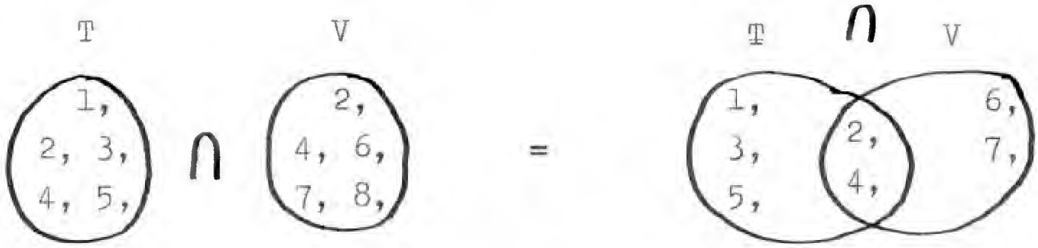
$\{a, c\}$ es la intersección de los conjuntos R y S.

$R \cap S = \{a, c\}$

Ejemplo 2.- Sean: $T = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$V = \{2, 4, 6, 7, 8\}$

Representado en diagramas:

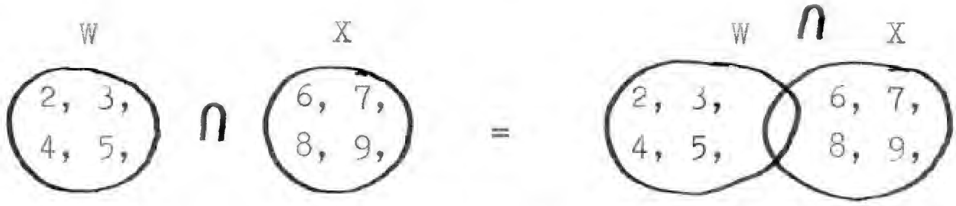


$T \cap V = \{2, 4\}$

Ejemplo 3.- Sean: $W = \{2, 3, 4, 5\}$

$X = \{6, 7, 8, 9\}$

Representado en diagramas:



$W \cap X = \emptyset$

9.- PROPIEDADES DE LOS CONJUNTOS.

Las propiedades que aplicaremos no será a un conjunto aislado, sino a la relación de dos o más conjuntos, y serán las -- propiedades conmutativa y asociativa en la unión y en la Intersección de conjuntos.

a)- PROPIEDAD CONMUTATIVA EN LA UNION DE DOS CONJUNTOS AJENOS.

La

La propiedad conmutativa consiste en permutar o cambiar el orden de los dos conjuntos dados, es decir, comprobamos que el resultado de la unión no se ve afectado, no se altera, y por lo tanto la propiedad conmutativa sí es aplicable a la unión de -- conjuntos.

Ejemplo 1.- Sean: $Y = \{1, 3, 5,\}$

$Z = \{2, 4, 6,\}$

La unión de estos conjuntos es:

$$\overset{Y}{(1, 3, 5,)} \cup \overset{Z}{(2, 4, 6,)} = \overset{A}{(1, 2, 3, 4, 5, 6,)}$$

$$Y \cup Z = A$$

También:

$$\overset{Z}{(2, 4, 6,)} \cup \overset{Y}{(1, 3, 5,)} = \overset{A}{(2, 1, 4, 3, 6, 5,)}$$

$$Z \cup Y = A$$

Por lo tanto, aplicando la propiedad conmutativa, tenemos:

$$\overset{Y}{(1, 3, 5,)} \cup \overset{Z}{(2, 4, 6,)} = \overset{Z}{(2, 4, 6,)} \cup \overset{Y}{(1, 3, 5,)}$$

Por lo que: $Y \cup Z = Z \cup Y$

Ejemplo 2.- Sean: $B = \{a, e, i, o, u,\}$

$C = \{b, c, d, f, g,\}$

La unión de estos dos conjuntos ajenos es:

B: a, e, i, o, u, $\cup$ C: b, c, d, f, g, = D: a, e, b, c, i, d, o, u, f, g,

B $\cup$ C = D

También:

C: b, c, d, f, g, $\cup$ B: a, e, i, o, u, = D: b, c, a, e, d, i, f, g, o, u,

C $\cup$ B = D

Aplicando la propiedad conmutativa:

B: a, e, i, o, u, $\cup$ C: b, c, d, f, g, = C: b, c, d, f, g, $\cup$ B: a, e, i, o, u,

Por lo tanto: B $\cup$ C = C $\cup$ B.

b)- PROPIEDAD CONMUTATIVA EN LA INTERSECCION DE DOS CONJUNTOS.

Siendo la intersección de dos conjuntos los elementos comunes a los dos, veremos que al aplicar la propiedad conmutativa, obtenemos el mismo resultado, como a continuación se conprueba:

Ejemplo 1.- Sean: E = { △ □ ○ }

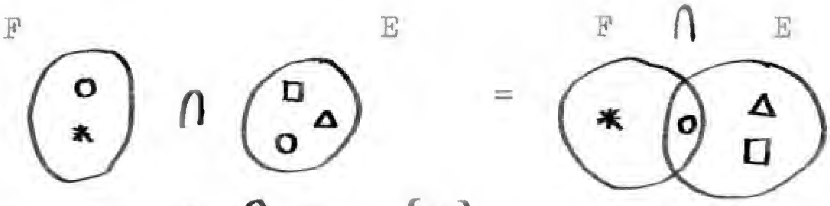
F = { ○ ✱ }

La intersección es:

E: △ □ ○ $\cap$ F: ○ ✱ = E $\cap$ F: △ □ ○ ✱

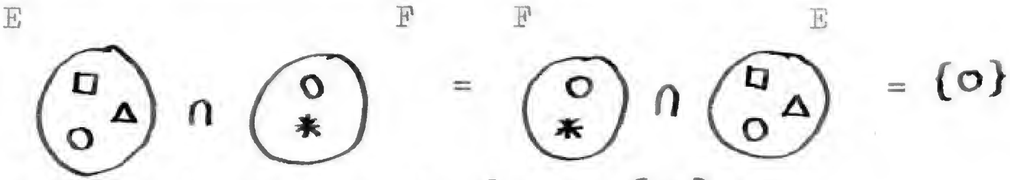
E ∩ F = {○}

También puede ser:



F ∩ E = {○}

Nótese que ambos resultados son iguales, por lo que apli-- cando la propiedad conmutativa, tenemos:

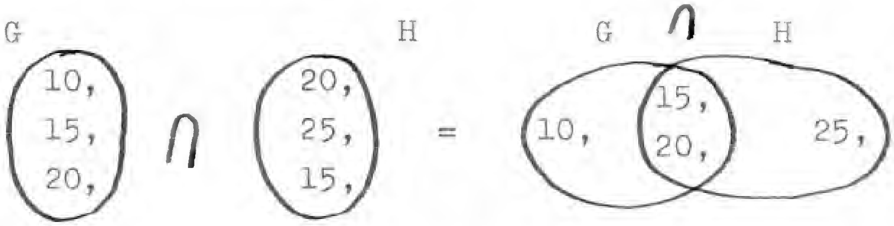


E ∩ F = F ∩ E = {○}

Ejemplo 2.- Sean: G = {10, 15, 20,}

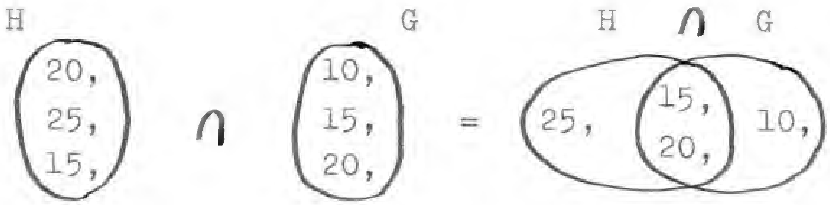
H = {20, 25, 15,}

La intersección es:



G ∩ H = {15, 20,}

También puede ser:



H ∩ G = {15, 20,}

Al aplicar la propiedad conmutativa, resulta:

$$\overset{G}{\begin{pmatrix}10,\\15,\\20,\end{pmatrix}} \cap \overset{H}{\begin{pmatrix}20,\\25,\\15,\end{pmatrix}} = \overset{H}{\begin{pmatrix}20,\\25,\\15,\end{pmatrix}} \cap \overset{G}{\begin{pmatrix}10,\\15\\20,\end{pmatrix}} = \{15,\ 20,\}$$

$$G \cap H = H \cap G = \{15,\ 20\}$$

c)- PROPIEDAD ASOCIATIVA EN LA UNION DE CONJUNTOS.

La propiedad asociativa consiste en asociar dos conjuntos para encontrar la unión de los mismos, como un paso intermedio, para encontrar la unión de un tercero. Los dos conjuntos que -- se asocien serán los que se resuelvan primero y, posteriormen-- te, se asocia el resultado de los primeros con el tercer conjunto.

Ejemplo1.- Sean: $I = \{+,\ X,\}$

$J = \{0,\ \&,\}$

$K = \{v\}$

La unión de estos tres conjuntos, aplicando la propiedad - asociativa, es:

$$\overset{I}{\begin{pmatrix}+,\\X,\end{pmatrix}} \cup \overset{J}{\begin{pmatrix}0,\\\&,\end{pmatrix}} \cup \overset{K}{\begin{pmatrix}v\end{pmatrix}} =$$

$$= \left(\overset{I}{\begin{pmatrix}+\\X,\end{pmatrix}} \cup \overset{J}{\begin{pmatrix}0,\\\&,\end{pmatrix}} \right) \cup \overset{K}{\begin{pmatrix}v\end{pmatrix}} =$$

$$= \overset{L}{\begin{pmatrix}+,\ 0,\\X,\ \&,\end{pmatrix}} \cup \overset{K}{\begin{pmatrix}v\end{pmatrix}} = \overset{M}{\begin{pmatrix}+,\ 0,\\X,\ \&,\\v,\end{pmatrix}}$$

O sea: $I \cup J \cup K = (I \cup J) \cup K =$

$= L \cup K = M$

$M = \{+, 0, X, \&, v,\}$

También puede ser:

I		J		K	
+, X,	$\cup$	0, &,	$\cup$	v,	=

	I			J		K		
=	+, X,	$\cup$	(	0, &,	$\cup$	v,	)	=

	I		N		M
=	+, X,	$\cup$	0, &, v,	=	+, 0, X, &, v,

Por lo tanto:

$I \cup J \cup K = I \cup (J \cup K) =$

$= I \cup N = M$

$M = \{+, 0, X, \&, v,\}$

Al asociar en diversas formas, el resultado es el mismo; - en el ejemplo, el conjunto M contiene exactamente los mismos -- elementos.

d)- LA PROPIEDAD ASOCIATIVA EN LA INTERSECCION DE CONJUNTOS.

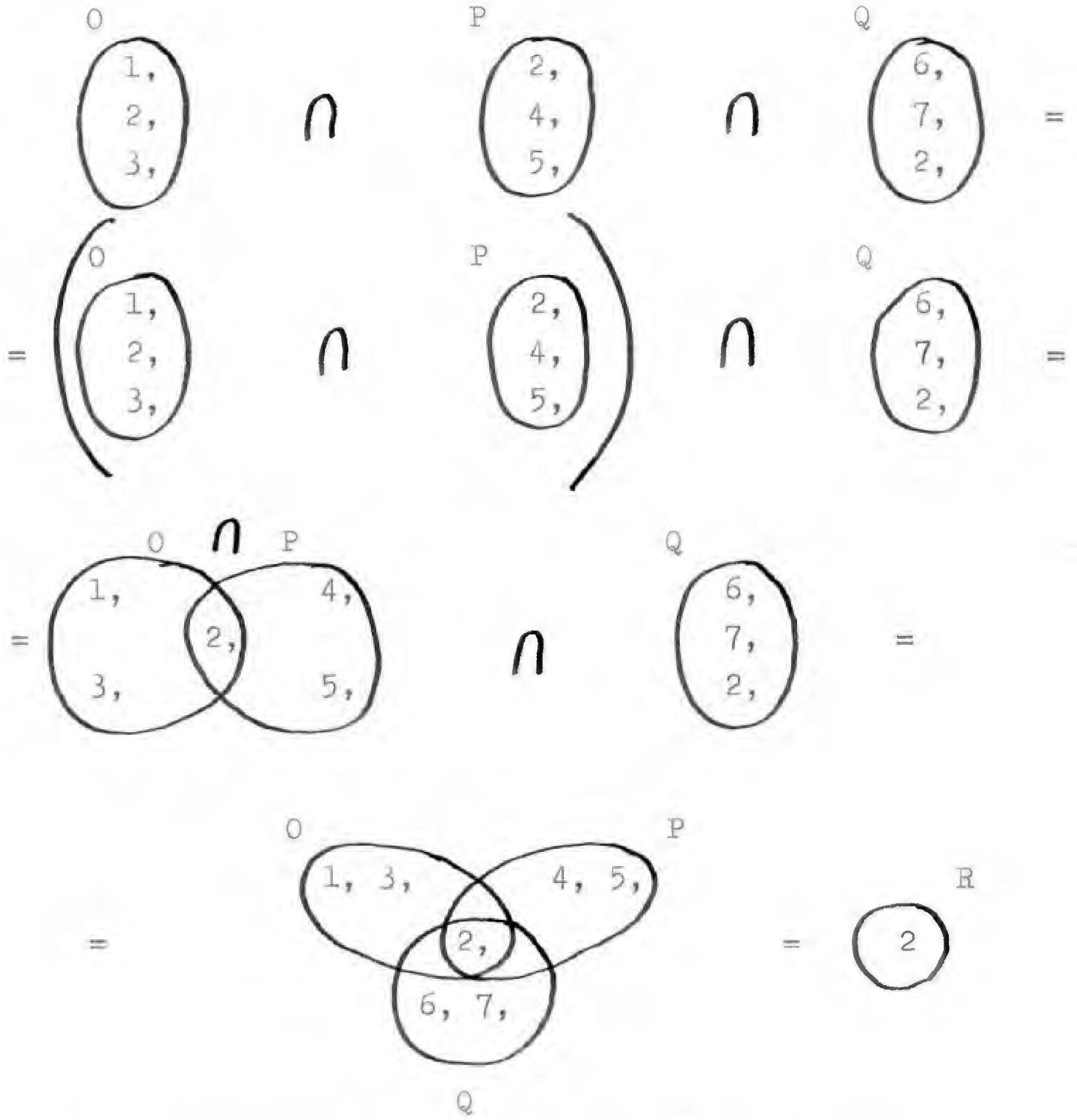
Similarmente como en el inciso anterior, se asocian dos -- conjuntos y se realiza la intersección de los mismos, como un - paso intermedio para llegar a la solución final, ya que a conti nuación de la primera asociación, el resultado de ella se aso-- cia con un tercer conjunto para buscar la solución deseada.

Ejemplo 1.- Sean: $O = \{1, 2, 3,\}$

$P = \{2, 4, 5,\}$

$Q = \{6, 7, 2,\}$

La intersección, aplicando la propiedad asociativa, es:



Por lo tanto: $(O \cap P) \cap Q = \{2\}$

El resultado es el mismo si asociamos primeramente los --- conjuntos P y Q, es decir: $O \cap (P \cap Q) = \{2\}$

10.- LA SUMA Y LOS CONJUNTOS.- OPERACIONES.

La operación de la adición con números naturales está en -

estrecha relación con la unión de conjuntos ajenos o diferentes, es decir, la suma se realiza mediante la cardinalidad de conjuntos ajenos; la suma es una operación semejante a la unión de conjuntos ajenos, de ahí la relación que existe entre la adición con números naturales y la unión de conjuntos ajenos. En lo que resta de este trabajo me limitará a la unión de conjuntos ajenos y a la suma con números naturales; y no a la intersección de conjuntos, puesto que ésta no resuelve la suma.

Ejemplo 1.- Sean: $S = \{x, 0,\}$

$T = \{\&\}$

La cardinalidad del conjunto S es 2; la cardinalidad del conjunto T es 1.

La unión de los conjuntos S y T, es:

$$\overset{S}{(x,\ 0,)} \ \cup \ \overset{T}{(\&)} \ = \ \overset{V}{(x,\ 0,\ \&)}$$

La cardinalidad del conjunto unión, o sea el conjunto V es 3.

Relacionando los conjuntos y su cardinalidad, tenemos:

$$\overset{S}{(x,\ 0,)} \ \cup \ \overset{T}{(\&)} \ = \ \overset{V}{(x,\ 0,\ \&)}$$

$$2 \quad + \quad 1 \quad = \quad 3$$

El símbolo ($\cup$) está relacionado con el símbolo (+).

Ejemplo 2.- Sean: W = 

X = 

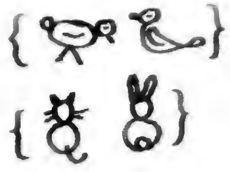
Relacionando los conjuntos y su cardinalidad en la unión y en la suma:

W X Y

3 + 2 = 5

Ejemplo 3.- Sean: Z =

A =



Haciendo la relación: la unión con la suma, tenemos:

Z A B

2 + 2 = 4

11.- LA SUMA Y LOS CONJUNTOS.- PROPIEDADES.

Las propiedades que mencioné en el capítulo 9 fueron la -- conmutativa y la asociativa, aplicadas a la unión y a la intersección de conjuntos. Como la adición se identifica con la u--- nión de conjuntos y no con la intersección, expondré esas pro-- piedades aplicadas a la unión de conjuntos ajenos relacionándolos con la suma con números naturales.

a)- PROPIEDAD CONMUTATIVA.

Dejé asentado que la propiedad conmutativa es la permuta - del orden en que aparecen los conjuntos dados, o las cifras. -- Aquí la veremos aplicada simultáneamente a la unión de conjun-- tos y a la suma.

Ejemplo 1.- Sean: C = $\{a, b, c, d,\}$

D = $\{f, g, i,\}$

La unión es :

C		D		E
a, b, c, d,	U	f, g, i,	=	a, b, c, d, f, g, i,
4	+	3	=	7

Obien:

D		C		E
f, g, i,	U	a, b, c, d,	=	f, g, i, a, b, c, d,
3	+	4	=	7

Por lo tanto, aplicamos la propiedad conmutativa:

C		D		D		C
a, b, c, d,	U	f, g, i,	=	f, g, i,	U	a, b, c, d,
4	+	3	=	3	+	4

b)- PROPIEDAD ASOCIATIVA.

Esta propiedad también se encuentra relacionando la unión de conjuntos ajenos y la suma de su cardinalidad.

Ejemplo 1.- Sean: F = {&}

G = {x, o,}

H = {#, $, a,}

Aplicamos la propiedad asociativa:

F		G		H	
&	U	x, o,	U	#, $, a,	=
1	+	2	+	3	=

$$= \left(\overset{F}{\{\&\}} \cup \overset{G}{\{x,\ o,\}} \right) \cup \overset{H}{\{\#,\ \$,\ a,\}} =$$

$$= (\ 1 \quad + \quad 2\ ) \quad + \quad 3 \quad =$$

$$= \overset{I}{\{\&,\ x,\ o,\}} \cup \overset{H}{\{\#,\ \$,\ a,\}} = \overset{J}{\{\&,\ x,\ o,\ \#,\ \$,\ a,\}}$$

$$= \quad 3 \quad + \quad 3 \quad = \quad 6$$

O bien:

$$\overset{F}{\{\&\}} \cup \left(\overset{G}{\{x,\ o,\}} \cup \overset{H}{\{\#,\ \$,\ a,\}} \right) =$$

$$1 \quad + \quad (\ 2 \quad + \quad 3\ ) \quad =$$

$$= \overset{F}{\{\&\}} \cup \overset{K}{\{x,\ o,\ \#,\ \$,\ a,\}} = \overset{J}{\{\&,\ x,\ o,\ \#,\ \$,\ a,\}}$$

$$= \quad 1 \quad + \quad 5 \quad = \quad 6$$

Por lo tanto:

$$\left(\overset{F}{\{\&\}} \cup \overset{G}{\{x,\ o,\}} \right) \cup \overset{H}{\{\#,\ \$,\ a,\}} =$$

$$(\ 1 \quad + \quad 2\ ) \quad + \quad 3 \quad =$$

$$= \overset{F}{\{\&\}} \cup \left(\overset{G}{\{x,\ o,\}} \cup \overset{H}{\{\#,\ \$,\ a,\}} \right)$$

$$= \quad 1 \quad + \quad (\ 2 \quad + \quad 3\ )$$

$$(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3)$$

$$3 + 3 = 1 + 5$$
$$6 = 6$$

12.- AGRUPAMIENTOS.

Los agrupamientos son conjuntos formados por elementos de una sola clase, por elementos comunes, es decir, llegamos a manejar agrupamientos homogéneos, como un medio, también, para -- lograr la suma razonada, conciente y no mecánica. Se maneja la cardinalidad de estos agrupamientos relacionados en forma similar como se hizo con los conjuntos.

Se pueden manejar dos o más agrupamientos, los que, de a-- cuerdo con la adición, se agrega la cardinalidad de cada uno en un solo agrupamiento, en el que se reunen todos los elementos - de todos los agrupamientos que se estén manejando.

Ejemplo 1.- ////////// Es un agrupamiento de líneas.
/////

Ejemplo 2.-  Es un agrupamiento de manzanas.

Relación de dos agrupamientos y su cardinalidad para efectuar la adición.

Ejemplo 1.-

0 0 0 0 0 0 0	+	0 0 0 0 0	=	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0
7	+	5	=	12	

El resultado de esta suma es 12, y se representan diez --- elementos en un diagrama para indicar la decena que se alcanza a formar y afuera se encuentran los dos elementos sueltos.

Ejemplo 2.-

0 0 0	+	0 0 0 0 0	=	0 0 0 0 0 0 0 0
3	+	5	=	8

PROPIEDAD CONMUTATIVA.

Ejemplo 1.-

X X X	+	X X X X	=	X X X X X X X
3	+	4	=	7

Aplicando la propiedad conmutativa:

X X X X	+	X X X	=	X X X X X X X
4	+	3	=	7

Por lo tanto:

X X X	+	X X X X	=	X X X X	+	X X X
3	+	4	=	4	+	3

Ejemplo 2.-

o o o o o o o	+	o o o o o o	=	o o o o o o o o o o	o o o
7	+	6	=	13	

Aplicando la propiedad conmutativa:

o o o o o o	+	o o o o o o o	=	o o o o o o o o o o	o o o
6	+	7	=	13	

Por lo tanto:

o o o o o o o	+	o o o o o o	=	o o o o o o	+	o o o o o o o
7	+	6	=	6	+	7

PROPIEDAD ASOCIATIVA.

Ejemplo 1.-

x x + x + x x x =
2 + 1 + 3 =

= (xx + x) + x x x = x x x + x x x =
= (2 + 1) + 3 = 3 + 3 =

= x x x x x x
= 6

También puede ser:

x x + (x + x x x) = x x + x x x x =
2 + (1 + 3) = 2 + 4 =

= x x x x x x
= 6

Por lo que:

(x x + x) + x x x = x x + (x + x x x)
(2 + 1) + 3 = 2 + (1 + 3)

Ejemplo 2.-

& & & & & + & & + & & =
5 + 2 + 2 =

= (& & & & & + & &) + & & =
= (5 + 2) + 2 =

= & & & & & & & + & & = & & & & & & & & &
= 7 + 2 = 9

También puede ser:

& & & & & + (& & + & &) =

5 + (2 + 2) =

= & & & & & + & & & & = & & & & & & & & &

= 5 + 4 = 9

Por lo tanto:

(& & & & & + & &) + & & =

(5 + 2) + 2 =

= & & & & & + (& & + & &)

= 5 + (2 + 2)

PRACTICA DE CAMPO.

Esta parte corresponde a la aplicación de lo expuesto anteriormente y la llevé a cabo en el Segundo Grado de la Escuela Primaria Federal "Alfonso Medina" ubicada en la comunidad de Boquilla de Abajo, Cañitas, Zac., durante el período: septiembre a marzo, del ciclo escolar 1977-1978.

Figura 1

Figs. 1 y 2.
Grupo del segundo Grado en el que apliqué Teoría de Conjuntos para lograr la suma.

Figura 2

1.- SIMBOLOS.

OBJETIVO: Conocerá la simbología de conjuntos, a través de su observación, lectura y escritura en ejercicios dados.

Las actividades que se desarrollaron para lograr el objetivo, fueron relacionadas con las que se llevaron a cabo en los capítulos siguientes, ya que la simbología no se enseñó aisladamente.

MATERIALES DIDACTICOS: Pizarrón magnético, gis y tarjetas.

2.- CONCEPTO DE CONJUNTO.

OBJETIVO: Comprenderá y manejará una idea clara sobre lo que es un conjunto, utilizando objetos y dibujos.

Fig. 3.- Objetos magnéticos que manejé juntamente con mis alumnos.

Figura 3

Figura 4

Fig. 4.- Enseñanza objetiva del concepto de -- conjunto.

Fig. 5.- Ejercicios --- sobre el concepto de -- conjunto.

Figura 5

Dentro de las actividades hice que mis alumnos formaran conjuntos diversos en el pizarrón, en sus mesabancos, en su cuaderno: pero primeramente se manejaron los objetos magnéticos que se presentan en las figuras 3 y 4 y posteriormente se manejaron dibujos, (Fig. 5).

En el curso de todo el trabajo con los alumnos, manejamos objetos y pizarrón magnéticos, gis, borrador, libro de texto de Matemáticas para el alumno, tarjetas y objetos llevados por los niños, (Figs. 6 y 7)

3.- CONCEPTO DE SUBCONJUNTO.

OBJETIVO: Comprenderá y manejará el concepto de subconjunto, utilizando objetos y dibujos.

Creí conveniente enseñar este asunto por razón de que en la suma se manejan dos o más conjuntos para encontrar uno solo (unión de conjuntos), como un antecedente para lograr la resta, que, aunque no es el motivo de esta Tesis, sí lleva la intención futura.

Las actividades que se desarrollaron fueron primero objetivas y después gráficas. Con el símbolo se hizo en forma similar, primero con su significado concreto: "una parte de", luego la manera en que se lee: subconjunto (Fig. 8) y por último el símbolo (Fig. 9).

4.- METODOS PARA ESPECIFICAR UN CONJUNTO.

OBJETIVO: Adoptará el método más adecuado para especificar un conjunto dado, de acuerdo al segundo grado.

De este capítulo se le dio preferencia únicamente al método por extensión o lista y se manejaron conjuntos menores capaces de ser listados verbalmente, ya que no está acorde con el nivel de desarrollo de los alumnos el método por Comprensión o Constitución.

Figura 6

Figs. 6 y 7.- Mi Grupo de Segundo trabajando con corcholatas en la solución de sumas.

Figura 7

Figura 8

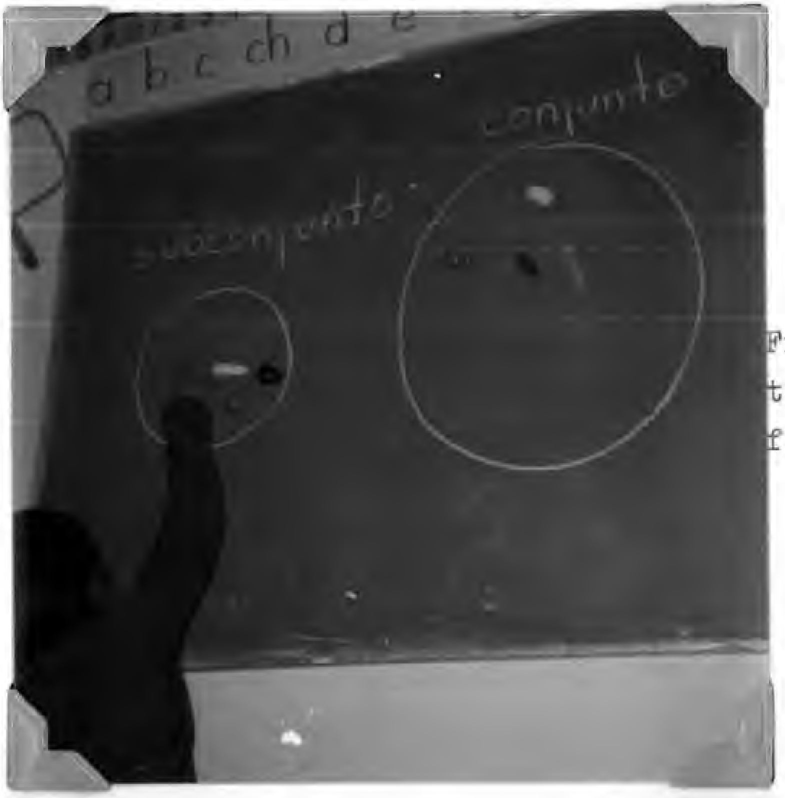


Fig. 8.- Dado el Conjunto, el niño Felipe está formando un subconjunto

Fig. 9.- Lupe está formando un subconjunto utilizando el símbolo -- correspondiente.

Figura 9

La mayor parte de las actividades se desarrollaron verbalmente en lo que concierne a la especificación del conjunto, que el conjunto especificado sí se registró.

5.- DIAGRAMAS DE VENN.

OBJETIVO: Conocerá en qué consisten los diagramas de Venn, y los utilizará en la determinación de un conjunto.

Este capítulo, aunque sin utilizar el nombre con que se -- conocen, sí se manejaron los diagramas como: "ruedas" ó "corralitos", términos muy utilizados por los niños y de fácil com--- prensión para ellos. Sin embargo, se les introdujo el término - para que los vayan conociendo como tales, y a la vez, aplicados en ejercicios para determinar un conjunto; así vemos que desde la figura 4 se han venido utilizando los diagramas, más aún, -- desde el primer grado se manejan.

6.- CLASES DE CONJUNTOS.

OBJETIVO: Comprenderá y manejará las clases de conjuntos - como un medio para lograr la adición.

Los conjuntos que se trabajaron fueron el Unitario, el Vacío, los Equivalentes, los Iguales, y los Diferentes. Sin embargo, los conjuntos que manejamos con más frecuencia fueron el -- Vacío y los Diferentes o Ajenos, ya que particularmente con los conjuntos diferentes y su cardinalidad se logra la suma, temática de mi Tesis. Las otras clases de conjuntos sirvieron para establecer diferencias y así manejarlos con más exactitud y efi-- ciencia en el aprendizaje de los educandos. (Figs. 10 a 15).

7.- CLASES DE SUBCONJUNTOS.

El grado en que apliqué este trabajo, consideré innecesa-- rio el hecho de que distinguieran los subconjuntos propios de - los impropios; solamente me concreté a que manejaran el concep-

Figura 10

Fig.10.- Registrando conjuntos unitarios.

Fig. 11.- El conjunto Vacío utilizando la representación en un diagrama de Venn y con su símbolo respectivo.

Figura 11

Figura 12

Fig. 12.- Alumnas que resolvieron la equivalencia de conjuntos. - Esta relación se utiliza desde el 1er. grado para determinar "mayor que", "menor que" y -- "tantos como".

Fig. 13.- Hilda Liliana está formando dos - conjuntos iguales.

Figura 13

Figura 14

Figs. 14 y 15.- Alumnos resolviendo un ejerci-- cio de conjuntos dife-- rentes.

Figura 15

to de subconjunto.

8.- OPERACIONES CON CONJUNTOS.

OBJETIVO: Conocerá y manejará la unión de conjuntos en e-- jemplos dados.

En el capítulo 8 de la primera parte se expusieron la U--- nión y la intersección de conjuntos. Para el objeto de esta Te- sis trabajé únicamente con la Unión de conjuntos diferentes. Al principio el alumno realizó solamente la unión, posteriormente el alumno preparaba los conjuntos a unir y realizaba la unión - respectiva. En la figura 17, como en otras, los conjuntos están representados con letras, sin embargo no fue común su utiliza-- ción por lo abstracto que resulta para los niños. Los términos en que se usaron fue de una manera simple, es decir, eran los - "nombres" de los conjuntos. (Figs. 16 y 17).

9.- PROPIEDADES DE LOS CONJUNTOS.

OBJETIVO: Conocerá y manejará las propiedades conmutativa y asociativa en la unión de conjuntos.

Dado que la unión de conjuntos acepta la conmutatividad y la asociatividad, y la suma también las acepta, al aplicarlo en el grupo (Figs. 18, 19 y 20) obtuve muy buenos resultados, se- gún lo muestra el cuadro resumen que se encuentra al final de - esta parte. Los resultados a que me refiero no son de las pro-- piedades aplicadas a conjuntos, sino de esas propiedades ya a-- plicadas en ejercicios de suma con números naturales.

10.- LA SUMA Y LOS CONJUNTOS.- OPERACIONES.

OBJETIVO: Relacionará la cardinalidad de la unión de con-- juntos ajenos con los términos de una suma con números natura-- les para establecer semejanzas.

Particularmente este paso es importante porque partiendo

Figura 16

Fig. 16.- Alumna buscando la unión de los dos conjuntos. Nótese que los elementos de cada conjunto los está uniendo sin ver alguno repetido. Los dos primeros diagramas quedaron vacíos.

Fig. 17.- Idalia realiza la unión de dos conjuntos. Esta vez, utilizando ya, dualidad de elementos.

Figura 17

Figura 18

Fig. 18.- Alejandro está aplicando la propiedad conmutativa en la unión de conjuntos.

Fig. 19.- Marta está -- realizando la unión de conjuntos aplicando la propiedad asociativa.

Figura 19

Figura 20

Fig. 20.- Alumna que ya realizó la unión de 3 conjuntos aplicando la propiedad - asociativa.

Fig. 21.- En base a los conjuntos Ma. - Engracia encontró - la suma de las ci-- fras.

Figura 21

del conjunto objetivo, el niño encontró fácilmente su cardinalidad, por lo que, al tratar de encontrar la suma, solamente se encontró la cardinalidad del conjunto unión. De esta forma se hicieron abundantes ejercicios para que el niño pudiera familiarizarse con el carácter abstracto de los números. (Fig. 21).

11.- LA SUMA Y LOS CONJUNTOS.- PROPIEDADES.

OBJETIVO:-Relacionará la cardinalidad de la unión de conjuntos ajenos con los términos de una suma con números naturales, aplicando las propiedades conmutativa y asociativa, en ejercicios dados.

Como se manejaron ya las propiedades conmutativa y asociativa en la unión de conjuntos diferentes, en este capítulo se introdujeron los números representando la cardinalidad de los conjuntos que se estaban manejando. Noté que lo hicieron con facilidad y eficiencia. Los alumnos sí comprendieron la conmutatividad (Fig. 22) como un cambio recíproco de lugar y la asociatividad (Fig. 23) como lo que se debía resolver primero como un medio para llegar a la solución final.

12.- AGRUPAMIENTOS.

OBJETIVO: Resolverá sumas con números naturales mediante el empleo de agrupamientos homogéneos como fase concreta final de dicha operación, aplicando las propiedades estudiadas.

Se aplicó la forma de trabajar con los conjuntos a los agrupamientos homogéneos. Los primeros ejercicios se hicieron de lo concreto a lo abstracto, es decir, primero el manejo de raquetitas, que fueron los objetos magnéticos utilizados, y luego los números. Posteriormente se hicieron en forma inversa, primero con números y después con objetos, (Figs. 23, 24 y 25), ésto con el fin de que el alumno fuera sintiendo la necesidad de abandonar el uso de objetos por la habilidad y capacidad adquirida en la resolución de sumas.

Figura 22

Fig. 22.- Juan Gonzalo aplica la propiedad -- conmutativa tanto en - los conjuntos como en su cardinalidad.

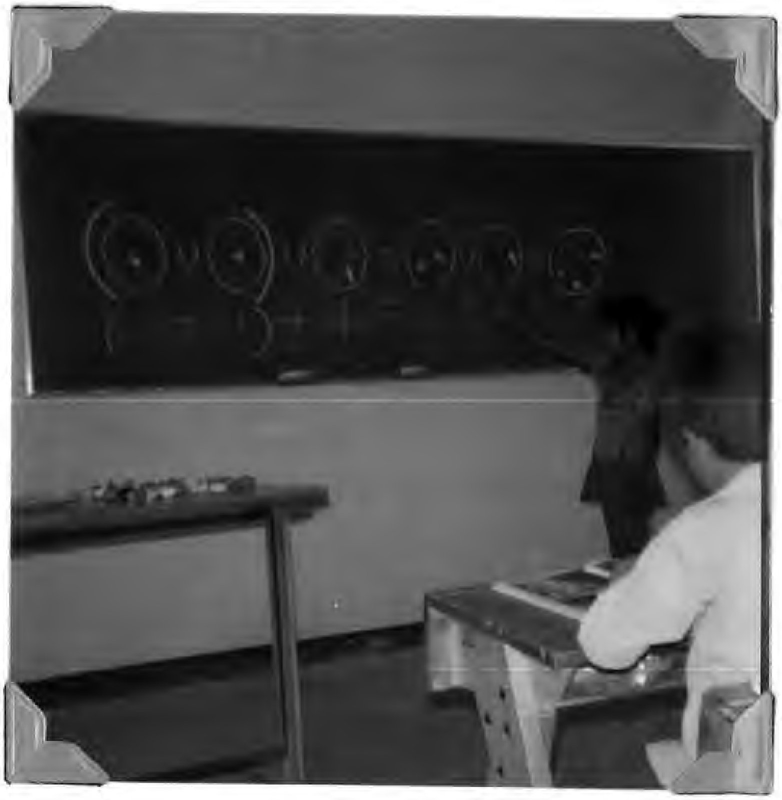


Fig. 23.- Ma. Eva aplica la propiedad asociativa en los conjuntos y en la suma respectiva.

Figura 23

Figura 24

Figs. 24 y 25.- Alumnos resolviendo ejercicios de suma con el empleo - de agrupamientos.

Figura 25

Figura 26

Fig. 26.- Julián está resolviendo una - suma con el empleo de agrupamientos. El resultado excede de la decena por lo -- que los elementos sueltos quedan fuera del diagrama.

No. Prog.	N O M B R E S	ASPECTOS EVALUADOS				
		1	2	3	4	5
29.-	RODRIGUEZ VALTIERRA IDALIA.	15	20	20	19	20
30.-	SALAZAR CHAIREZ ANDREA.	20	19	20	20	20
31.-	SALAZAR QUIRINO ROSA ELBA.	20	18	20	20	19
32.-	VAQUERA GONZALEZ SONIA.	5	7	5	1	3
33.-	ZAMARRIPA MEDINA VITRABE.	19	20	20	20	20
34.-	ZAMARRIPA QUIRINO MA. ENGRACIA.	20	20	20	16	16
35.-	ZAMARRIPA QUIRINO MARTA.	19	20	19	20	19

Aspectos evaluados en el cuadro anterior:

1.- Adición con dos sumandos de números dígitos.
2.- Suma con decenas más un dígito.
3.- Adición con sumandos de dos cifras.
4.- Propiedad conmutativa.
5.- Propiedad asociativa.

Los aspectos evaluados se aplicaron con 20 reactivos cada uno.

EL PROGRAMA Y EL LIBRO DEL ALUMNO.

En lo que respecta a la s ituación del programa de Educa-- ción Primaria vigente y el Libro del Alumno, está en la siguien te forma: En el libro del alumno se tratan, en las páginas 6 a la 32, excepto la 29 y la 30, los conjuntos y agrupamientos co- mo reafirmación de la numeración y su sistema. Lo que correspon de a la suma y a los conjuntos y agrupamientos lo encontramos - objetivamente en las páginas 34, 35 y 39, numéricamente hay --- suficientes ejercicios. (Págs. 40 a 60).

En el Programa, la suma la encontramos en el objetivo par- ticular 3.2. que dice: NUMEROS ENTEROS: OPERACIONES Y PROPIEDA- DES: Realizará sumas con enteros no negativos, aplicando las -- propiedades respectivas y resolverá problemas. Este objetivo se cumple con los ejercicios de las páginas 34 a 60 del Libro del Alumno, de las que sólo 3 páginas son objetivas en sus ejercicios.

El objetivo particular 3.2. es el más dedicado a la suma, porque existe el objetivo particular 4.2. que dice: "Aplicará los algoritmos de la suma y la resta en la solución de ejercicios y problemas. Comprenderá el concepto de multiplicación como una suma reiterada". Este objetivo está en relación, además de la suma, con la resta y la multiplicación. Aproveché este objetivo para conducir el algoritmo de la suma.

C O N C L U S I O N E S

1.- Los conjuntos, a este nivel, son funcionales para lograr la suma con números naturales.

2.- La simbología empleada sí puede ser comprendida por alumnos del segundo grado de Educ. Primaria.

3.- Los subconjuntos y los métodos para especificar un conjunto fueron utilizados en forma simple, de acuerdo con el nivel de desarrollo de los alumnos.

4.- Los diagramas de Venn se utilizaron con el nombre de "ruedas", "corralitos" o curvas, y esporádicamente como Diagramas de Venn.

5.- Con la unión de conjuntos diferentes o ajenos y su cardinalidad se llegó a la suma.

6.- Las otras clases de conjuntos sirvieron para establecer comparaciones.

7.- A la unión de conjuntos ajenos y a la suma con números naturales les encontré analogía.

8.- Tanto a la unión de conjuntos como a la suma, se les puede aplicar las propiedades conmutativa y asociativa.

9.- Los agrupamientos, como los conjuntos, son un medio para encontrar la suma, sólo que los primeros son colecciones de elementos de una sola especie.

10.- Los materiales utilizados fueron funcionales, interesantes y novedosos.

11.- Los resultados de los aspectos evaluados son muy buenos, con sus excepciones particulares por diversas causas.

P R O P O S I C I O N E S

1.- Que se aumenten los ejercicios objetivos en el Libro del Alumno, para relacionar los conjuntos con la suma.

2.- Que se incluyan, en el Libro del Alumno, ejercicios donde se relacionen los conjuntos con su cardinalidad para aplicar objetivamente las propiedades conmutativa y asociativa.

3.- Incluir, en el Libro del Alumno, ejercicios que sirvan para establecer comparaciones y así lograr que el niño distinga los conjuntos equivalentes, de los diferentes y de los iguales en forma recíproca. Los ejercicios deberán ser sencillos.

4.- En el Libro del Alumno, utilizar los diagramas de Venn como vienen algunos ejercicios, y eliminar el uso de cuadrados y rectángulos porque éstos son más propios para el conjunto universo.

5.- Incluir en el Auxiliar Didáctico la información necesaria para la aplicación respectiva.

6.- Dotar, a las escuelas, de pizarrones magnéticos y objetos magnéticos suficientes y de tamaño visible.

B I B L I O G R A F I A

V. Dean Turner, Howard L. Prouse.
Introducción a las Matemáticas.
Editorial Trillas. México 1976.

Lilia Martell V., Rita Sánchez M.
Matemática 1.
Editorial Herrero, S. A. 1977.

Mary P. Dolciani, Simón L. Berman, Julius Freilich.
Algebra Moderna.- Estructura y Método.- Libro 1
Publicaciones Cultural, S. A. 1971

Arquímedes Caballero, Lorenzo Martínez, Jesús Bernárdez.
Matemáticas.- Primer Curso.
Editorial Esfinge, S. A. 1973

Robert W. Marks.
Iníciese en la Teoría de Conjuntos.
Editorial Marcombo, S. A. Barcelona 1971

Seymour Lipschutz.
Teoría de Conjuntos y Temas Afines.
Colección Schaum.
Editorial McGraw-Hill. Colombia.

Notas de Seminario para la Reforma Educativa.
Recopilación del Profr. Macario Gracia de la Cruz. 1973.

Ray C. Jurgensen, Alfred J. Donnelly, Mary P. Dolciani.
Geometría Moderna.- Estructura y Método.
Publicaciones Cultural, S. A.

Secretaría de Educación Publica.
Libro del Alumno.- 2o. Grado.

Secretaría de Educación Pública.
Auxiliar Didáctico para el Maestro.- 2o. Grado.

Secretaría de Educación Pública.
Programa de Educación Primaria. 2o. Grado.