



LA UTILIZACION DE MATERIAL OPERATIVO
EN EL PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE
DE LAS MATEMATICAS EN LA ESCUELA
PRIMARIA

MARIA LUISA BECERRIL HERRERA

INVESTIGACION DOCUMENTAL PRESENTADA
PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

UNIVERSIDAD
GÓGICA
NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

México, D.F., a 23 de julio de 1988.C. PROF. (A) MARIA LUISA BECERRIL HERRERA
PRESENTE:

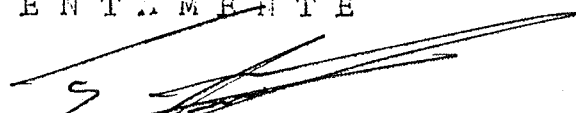
En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado

" LA UTILIZACION DE MATERIAL OPERATIVO EN EL PROCESO ENSEÑANZA-
APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS, EN LA ESCUELA PRIMARIA "

opción INV. DOCUMENTAL, dirigido por el Asesor Titular LIC. CIPRIAN AURELIO CABRERA BERNAT, y a propuesta del asesor Pedagógico PROFR. FRANCISCO AGUILAR PADILLA, manifiesto a Usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se autoriza a presentarlo ante el H. Jurado que se le designará, al solicitar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E


PROFR. CAYETANO GABRIEL FLORES
PRESIDENTE DE LA COMISIÓN DE EXÁMENES
PROFESIONALES DE LA UNIDAD SEAD



S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD SEAD
D. F. CENTRO

c.c.p. Depto. de Titulación de LEPEP.



INDICE

	PAGINA
INTRODUCCION	1
I. FORMULACION DEL PROBLEMA	3
II. MARCO TEORICO.	7
A. Aspectos básicos del desarrollo cognoscitivo del niño	7
B. Mecanismos fundamentales del enfoque cognoscitivo del aprendizaje	8
1. El esquema	8
2. Acomodación y asimilación	9
C. Los cuatro períodos evolutivos de la teoría de - Piaget, en el educando.	
1. Período sensoriomotor	11
2. Período preoperacional	11
3. Período de operaciones concretas	12
4. Período de operaciones formales	13
D. Aplicaciones pedagógicas.	14
III. LA EVOLUCION DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS EN LA ESCUELA ACTIVA	17
A. Comenius. La educación cíclica	17
B. Pestalozzi. La experiencia directa.	19
C. Decroly y Montessori. Partir de lo concreto	19
D. Piaget. Aprendizaje significativo	22
IV. LAS MATEMATICAS EN LA ESCUELA PRIMARIA	33
V. COMO PROCEDER EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS.	36
A. Material didáctico.	36
1. Regletas de Cuisenaire	37
2. Bloques lógicos	55
3. Bloques multibase	58
B. La clase de matemáticas como laboratorio	61
CONCLUSIONES	65
SUGERENCIAS	67
BIBLIOGRAFIA.	69

INTRODUCCION

El mundo moderno presenta nuevos retos para el hombre. Este hombre debe ser creado en nuestras aulas con la actividad creadora y recreadora que es el corazón de las matemáticas. El proceso creativo es esencial, no únicamente para resolver los problemas que están --- planteados actualmente, sino para la creación de nuevos puntos de -- vista, de nuevas direcciones de investigación y de nuevas metas.

Las satisfacciones que la matemática proporciona , el descubrimiento, el logro y el éxito son más numerosos e intensos en el trabajo creativo, que en la reordenación final de los razonamientos de un modelo deductivo.

Esto se logra con gran diversidad de material auxiliar que facilite la enseñanza de las matemáticas.

Este material debe ser usado en forma amplia y gradual y el --- maestro debe tener un profundo conocimiento sobre el manejo de cada uno de ellos.

En este trabajo se estudiarán los bloques lógicos de Z. P. Diénés, los bloques multibase del mismo autor y las regletas de Cuisenaire, en base a los estudios psicológicos de Piaget, con su orientación hacia un aprendizaje significativo de acuerdo a las capacidades e intereses del niño.

Estos materiales fueron escogidos porque los niños, según la -- teoría de Piaget, se encuentran en la etapa operacional y el uso de estos materiales les permitirán a los educandos pasar de lo concreto a lo abstracto, "de una situación de enseñanza a una situación de -- aprendizaje.

Además no se limita al uso especificado, sino que de acuerdo a la creatividad del maestro y del alumno le permite tener otras aplicaciones.

Los materiales utilizados adecuadamente le permiten al maestro ser un conductor del aprendizaje, y aunque son sencillos pueden ser explotados extensamente.

I. FORMULACION DEL PROBLEMA

Al hablar de educación primaria - que es nuestro campo de estudio- nos referimos a una educación formativa que coadyuvará al desarrollo integral del alumno, pero ¿en qué medida el programa de matemáticas contribuye a lograr esa formación?. Esta es una pregunta que se tratará de contestar a lo largo de este trabajo.

Cuando revisamos los libros de texto, nos damos cuenta que las lecciones fueron hechas por matemáticos, como Carlos Imaz, Adalberto García Maynés, Eugenio Filloy, por citar algunos; sin ayuda de pedagogos y maestros, por lo que la brevedad de la explicación es notoria. Esto en cualquier materia es negativo pero en matemáticas, en particular, es aún más ya que al final nos damos cuenta que nuestros alumnos no han aprendido a razonar en matemáticas, y algunos ni siquiera lo más elemental de la materia.

Lo deseable es que trabajen en conjunto: maestros, pedagogos y matemáticos; ya que la falta de uno de ellos hace inclinar la balanza hacia el otro extremo.

Se debe demitificar la imagen de los matemáticos que lo saben todo y que únicamente su opinión es válida. Si se trata de que el alumno tenga un entrenamiento mental o un estímulo intelectual, no es suficiente para lograrlo la manera mecanizada como se desarrolla el programa. Se debe procurar crear en el alumno un pensamiento lógico que le ayude a adaptarse socialmente y que obtenga la capacidad-

para plantear y resolver problemas de toda índole.

En 1972, en México, se implantaron los nuevos programas con tintes de matemática moderna y a partir de ahí se observó que trataba - de darse un nuevo enfoque a la enseñanza de las matemáticas, en el - que el niño participara más activamente en el proceso enseñanza - a - prendizaje, de esta manera comprendería las matemáticas y desarrolla - ría más la capacidad de plantear y resolver problemas.

Se introdujeron nuevos temas como: teoría de conjuntos, estadís - tica y probabilidad, y lógica, sin olvidar la aritmética.

Sin embargo, en su introducción se presentaron algunos proble - mas entre los que podemos citar:

- No se dió suficiente información a los maestros y por lo tanto no - estaban, ni están preparados todavía para llevar a cabo los progra - mas con el éxito deseado.

- Los materiales didácticos fueron insuficientes e inadecuados.

Los objetivos de los nuevos programas son los correctos, así como las reformas que se hicieron en los libros de texto gratuito, pe - ro sin el recurso de material didáctico operativo, se continuó con - la enseñanza verbalista, en la cual los alumnos aprendían procesos - tan mecanizados como en los programas anteriores.

El problema de la enseñanza de las matemáticas, no es exclusivo de nuestro país, es un problema a nivel mundial.

Algunos profesionales que se han preocupado de la enseñanza de las matemáticas fundaron en 1950 la "Comisión Internacional para el Estudio y el Mejoramiento de la Enseñanza de las Matemáticas", entre ellos podemos citar como matemático a Dienes, como pedagogo a Gateggno y como psicólogo a Piaget.

Todos ellos coinciden en que para mejorar la enseñanza de las matemáticas a nivel básico, es indispensable contar con material didáctico operativo. "Este material sirve de instrumento de investigación y descubrimiento en mano de los niños y no está concebido para demostraciones hechas por el maestro"(1).

En la actualidad la escuela primaria prácticamente no cuenta -- con material didáctico operativo. En este trabajo se propondrán varios tipos de material operativo como los bloques lógicos de Z. P. - Dienes, bloques multibase del mismo autor y las regletas de Cuise---naire.

Con la utilización de este material se quiere pasar de una "si-

(1) DIENES, Z.P.: La matemática moderna en la enseñanza primaria, Barcelona España, Ed. Teide. Séptima edición, 1981, p. 2

tuación de enseñanza a una situación de aprendizaje"(2). Es decir - que los niños experimenten interés por el descubrimiento y no haya necesidad de recompensas o castigos, los niños participando y discutiendo se verán alentados a comprender la matemática por sí misma.

(2) DIENES, Z. P. GOLDING, E. W. : Los primeros pasos en matemática. 1: Lógica y juegos lógicos, Barcelona España, Ed. Teide. Décima edición, 1981, p. 143.

II. MARCO TEORICO

A. Aspectos básicos del desarrollo cognoscitivo del niño.

Antes de que Jean Piaget (psicólogo suizo) diera a conocer sus ideas se pensaba que el desarrollo intelectual del niño era esencialmente un proceso de crecimiento. La mente infantil era considerada igual a la del adulto sólo que más pequeña.

Por el contrario, Piaget y otros teóricos sostienen que el niño pasa por una serie de etapas distintas, cada una de las cuales representa un nuevo nivel de organización o coordinación de los conocimientos previos. Por ejemplo: la adquisición de las destrezas físicas en el lactante y en el preescolar dependen principalmente de la maduración.

"Para Piaget la mente infantil es una estructura que se perfecciona pasando por niveles cada vez más elevados de organización e integración" (3). El niño se orienta hacia la obtención de información moderadamente nueva, es decir, lo bastante nueva para despertar interés; pero no demasiado novedosa, pues entonces resultaría incomprendible. Considera al ser humano "como un organismo intrinsecamente activo, explorador y procesador de información" (4). Subraya que los -

(3) GOOD, T. L. y BROPHY, J. E. : Psicología Educativa, México, D. F. Ed. Interamericana, Segunda edición, 1983. p 40.

(4) Ibidem. p. 41.

hombres siempre se esfuerzan por adaptarse al medio.

Los mecanismos de adaptación generados por el hombre son más importantes y fundamentales que los estímulos externos. Piaget afirma -- que no son los incentivos los que suscitan las respuestas sino que --- nuestra actividad produce una búsqueda de estímulos pertinentes.

En opinión del psicólogo suizo, el niño no reacciona pasivamente a la estimulación y al refuerzo, sino que controla en forma activa la situación. Por ejemplo: la bicicleta sería un apoyo con el cual el niño perfecciona las destrezas, y no un estímulo, el niño aprende a reaccionar ante la bicicleta, está aprendiendo lo que puede hacer con ella. El "premio" tiene poca importancia, la mayor satisfacción se encuentra en el logro operado al andar en bicicleta.

B. Mecanismos fundamentales del enfoque cognoscitivo del aprendizaje.

1. El esquema.

En la teoría de Piaget "la unidad básica de la cognición (conocimiento), el habla y la conducta: son los esquemas" (5).

(5) Ibidem. p. 42.

El esquema es una capacidad lograda mediante la experiencia. Son de índole cognoscitivo, conductual o verbal, pero siempre tienen carácter personal y activo.

2. Acomodación y Asimilación.

Para Piaget, la adaptación es un proceso continuo que junto con el aprendizaje, ayuda al hombre a actuar, predecir y controlar el medio.

El psicólogo propone la existencia de dos mecanismos de adaptación: la acomodación y la asimilación.

"La acomodación supone cambios que corresponden a las exigencias del ambiente. Se requiere acomodación cuando nos encontramos en una situación con exigencias que todavía no estamos preparados para satisfacer por medio de los esquemas disponibles" (6). Por ejemplo: cuando un aparato doméstico deja de funcionar sin que exista una causa aparente. En toda actividad interviene la acomodación, aunque sea en menor grado, así todos saben utilizar una llave y una cerradura, pero hay una acomodación cuando abrimos alguna chapa por primera vez.

La asimilación es el proceso por el cual un problema o estímulo se resuelve de inmediato y automáticamente por medio de esquemas que

(6) *Ibidem.* p. 43.

ya dominamos.

El término asimilación equivale aproximadamente al término conductista de "transferencia".

C. Los cuatro periodos evolutivos de la teoría de Piaget, en el niño.

Piaget sostiene que "la secuencia en la adquisición de los esquemas es general y que el ritmo varía" (7). Las diferencias de ritmo y forma las atribuye a cuatro factores.

a) Maduración.

b) Experiencia individual.

(Ambiente, estimulación y experiencias fortuitas).

c) Transmisión social.

(Socialización y educación formal e informal)

ch) Equilibrio

(Autodirección y regulación interna)

(7) *Ibidem.* p. 44.

1. Período sensoriomotor.

Se observa preferentemente en los primeros 18 meses de vida. La adquisición de los esquemas se concentra fundamentalmente en el área sensoriomotora. El lactante aprende y coordina gran variedad de destrezas conductuales, los esquemas verbales y cognoscitivos son pocos.

2. Período preoperacional.

Este período se presenta entre los 18 meses de edad hasta los siete años (aproximadamente).

En esta etapa los niños interiorizan los esquemas sensoriomotores en forma de esquemas cognoscitivos (pensamiento). Por ejemplo: en vez de recurrir al tanteo para armar un rompecabezas o construir algo, el niño empieza a guiarse mediante imágenes basadas en recuerdos de acciones semejantes a la actual. En esta etapa el niño puede prever los pasos en una actividad secuencial (construcción con cubos) mientras que en la etapa anterior tenía que ensayar y cometía mayor número de errores.

Sin embargo, "la lógica preoperacional es egocéntrica porque el niño aún no logra la capacidad de ver las cosas desde el punto de vista de los otros" (8). Los esquemas son inestables porque el niño no aprende a distinguir los aspectos invariables y universales del ambiente. Fácilmente se desconcierta ante los problemas de conservación

de alguna cualidad. El siguiente experimento es esclarecedor.

Llene dos vasos iguales de tal manera que el A tenga menos líquido que el B y pregunte a un niño en esta etapa (hasta antes de los siete años) cuál tiene más líquido. Contestará que el B. Con el niño observando vacíe todo el contenido del vaso A en otro C (este vaso C deberá ser más angosto y alto que A y B, de tal manera que la columna de agua quede más alta que en B). Pregunte al niño en qué vaso hay -- más agua e invariablemente contestará que en ii C !!.

3. Período de operaciones concretas.

De los siete a los doce años los niños se tornan operacionales.- "Sus esquemas cognoscitivos, sobre todo la ideación y la capacidad para resolver problemas, se organizan y culminan en operaciones" (9), - es decir, acciones que el niño ejecuta mentalmente y que además poseen la propiedad de ser reversibles.

Por ejemplo, en relación con la conservación del volumen, el niño que se encuentra en la etapa preoperacional reconoce que dos jarras idénticas y llenas hasta el mismo nivel contienen igual cantidad de -

(8) *Ibidem.* p. 46.

(9) *Ibidem.* p. 47.

agua, pero queda desconcertado si una de ellas se vacía en varios vasos ¿Hay más agua en el recipiente que queda o en todos los vasos?.

Los niños que se encuentran en el período de operaciones concretas advertirán que los volúmenes han de ser idénticos, pues al vaciar los vasos en la jarra, ésta recobra el nivel original. Las operaciones concretas permiten al niño resolver problemas concretos, constituyen medios generales de aprender a aprender y proporcionan un razonamiento lógico que le ayuda a comprender gran parte de sus experiencias.

Los elementos de esta **estructura** se coordinan y se apoyan mutuamente, de modo que pueden utilizarse sistemáticamente.

Una vez llegado a esta etapa, el niño tiene la capacidad de pensar lógicamente, tal como lo hace el adulto.

Esta etapa recibe el nombre de operaciones concretas, porque el niño se basa en la experiencia directa y concreta para contar con apoyos que faciliten el pensamiento y el razonamiento. Le es imposible manejar el contenido abstracto que no se presta a un enfoque concreto.

4. Período de las operaciones formales.

Este período se inicia aproximadamente a los doce años.

La principal característica la constituye la obtención de la capacidad de pensar en términos simbólicos y entender el contenido, sin

necesidad de recurrir a objetos físicos, ni a los visuales ni a otras imágenes basadas en experiencias previas con dichos objetos.

La adquisición de operaciones formales bien logradas, sólo se da en individuos cuyas estructuras cognoscitivas estén perfectamente desarrolladas e integradas a nivel del pensamiento operacional concreto.

D. Aplicaciones pedagógicas.

Las teorías y las investigaciones de Jean Piaget brindan apoyo a los métodos de enseñanza basados en la hipótesis de que el aprendizaje será significativo si la información responde a los intereses y a la curiosidad del alumno.

Es importante hacer que el nivel y la variedad de la información estén en armonía con los esquemas del sujeto. Si se presenta material demasiado fácil el alumno se aburrirá; si el difícil o incomprensible no le interesará.

La obra de Piaget muestra por qué los objetivos concretos, los diagramas, las gráficas y otras ayudas visuales facilitan el aprendizaje. La importancia de los objetos concretos reside en el hecho de que espontáneamente se aprende a confiar en tales ayudas de modo que el aprendizaje resulta más fácil que cuando no se basa en ellos.

El psicólogo suizo sostiene que todo se aprende con mucha facili

dad y por completo si se sigue el orden en que el aprendizaje por descubrimiento ocurriría espontáneamente.

En resumen, durante el período sensoriomotor y al inicio de la etapa preoperacional, el niño aprende fundamentalmente por medio del juego y la exploración, de modo que su aprendizaje se centra en el área de los esquemas sensoriomotores.

En esta etapa es importante proporcionar un ambiente rico y estimulador que aliente el aprendizaje por exploración. En la etapa preoperacional tardía y en la operacional concreta el niño aprovecha --- bien la instrucción más sistemática e incluso la formal; pero conviene señalar que tanto el contenido como los modos de presentación han de acoplarse a los esquemas de que dispongan los sujetos.

"En los primeros grados el niño sigue siendo preoperacional, en consecuencia las actividades que dan prioridad a los esquemas sensoriomotores se ajustan mejor a sus estructuras cognoscitivas que las actividades que se valen sobre todo de los esquemas cognoscitivos y de los conceptos integradores"(10).

Al parecer éste es el problema fundamental que plantean las "nuevas matemáticas" por citar sólo una de las innovaciones en la enseñanza.

(10) *Ibidem.* p. 48.

Todos los alumnos de los últimos grados de educación primaria poseen un pensamiento lógico, pero solamente algunos podrán trabajar adecuadamente con el material abstracto. Un ejemplo dado por Piaget es el siguiente: "Edith tiene los cabellos más oscuros que Lili. Edith es más rubia que Suzanne. ¿Cuál de las tres tiene los cabellos más oscuros"(11).

Se presenta en abstracto a los tres personajes ficticios y se pide al alumno que razone sobre estas hipótesis. El pensamiento formal es "hipotético-deductivo", es decir, que es posible obtener conclusiones de las hipótesis y no solamente de una observación real. Este tipo de pensamiento representa una dificultad y un trabajo mental más grande y profundo que el pensamiento concreto.

El hecho de "llegar al período de las operaciones formales no excluye los modos anteriores de pensamiento" (12), siempre son un apoyo y una base para obtener conclusiones, son el eje en el cual se basa la estructura cognoscitiva.

(11) PIAGET, Jean: Seis Estudios de Psicología. México, D.F. Ed. Seix Barral. Décima reimpresión, 1987, p.96.

(12) GOOD, T. L. y BROPHY, J. E.: Psicología Educacional. México, D.F. Ed. Interamericana, Segunda edición, 1983. p. 55.

III. LA EVOLUCION DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS EN LA ESCUELA ACTIVA

A. Comenius. La educación cíclica.

¿Le gustan las matemáticas? ¿Le interesan? ¿Las necesita aunque no le agraden? ¿Desde cuándo le desagradan? ¿Aprendió esa materia con gusto? ¿Desde cuándo le son placenteras?

Estas preguntas se formulan para que se observe que es muy importante la manera cómo se enseña la materia para que sea agradable y se le pueda aplicar sin dificultad.

Un ejemplo podemos tomarlo de Einstein (que es un caso singular) en los primeros años tenía dificultad para aprender la matemática sin embargo podía deberse quizás al hecho de que no le gustara la forma como se le enseñaba y no que le disgustara la materia.

Un rasgo que identifica a los matemáticos es que se dedicaban a su materia con gusto. Esta es una característica importante en la llamada escuela activa.

Podemos buscar el origen de la escuela activa en Comenius quien observaba diferentes niveles educativos según la edad y señalaba un programa diferente para cada uno de ellos. Los temas no cambian pero el tratamiento es distinto de acuerdo al grado de comprensión de los alumnos, es decir, que a menor edad de la persona los temas iban a --

ser más generales y sencillos, conforme fuera creciendo iban tornándose más profundos y complejos.

El método cíclico ha sido creado para que todos los hombres tengan un mínimo de cultura general, un volumen completo después de cada ciclo de estudios, aunque no fuera profundo al principio, pero le daría las bases, las herramientas para seguir sus estudios y para resolver problemas de su vida diaria.

Este método cíclico fomenta el respeto a la personalidad humana - porque toma en cuenta las actitudes, las habilidades y los intereses de los individuos.

Para Comenius es importante que el conocimiento pase primero a través de los sentidos y después la palabra o la explicación vendría a completar la idea con eficacia. Cuando se haya dado la observación, el manejo, la palabra vendrá a apoyarla, ampliándola y profundizándola, y no antes.

También es importante señalar que aunque algo esté claro para mí que lo comprenda, no quiere decir que yo lo pueda describir, explicar o definir correctamente para otros. Es importante que además que se comprenda se pueda transmitir por medio de métodos adecuados de enseñanza. Esto sucede muy a menudo y es muy notorio con los maestros de enseñanza secundaria que han estudiado carreras universitarias y que no pueden transmitir sus conocimientos a sus alumnos, por no contar con una metodología adecuada.

B. Pestalozzi. La experiencia directa.

Pestalozzi apoya lo que dice Comenius al aclarar que el alumno - mediante la experiencia directa, la actividad, "la percepción a través de los sentidos, de las cosas y de las operaciones sobre las cosas"(13), aprenderá los conceptos, primero vagamente, y posteriormente de manera más clara y precisa.

El método cíclico y la experiencia a través de los sentidos -que es el método intuitivo constructivo-, son las bases fundamentales en que se apoya la escuela activa.

Estos conceptos surgen de las necesidades de la sociedad y en ella misma se experimentan, se concretan y se generalizan hasta adquirir su valor universal.

C. Decroly y Montessori. Partir de lo concreto.

De acuerdo con Decroly y Montessori se debe partir de lo concreto, asimismo son muy importantes los materiales de experimentación -- con los que se puede ejercitar una acción sobre los sentidos y por reflejo sobre la mente.

"Como un ejemplo del método Montessori tenemos que para la adquisición del concepto de número se utilizan unas reglillas de madera de diferente longitud: unas de 10 centímetros, otras de 20 centímetros, otras más de 30 centímetros, etc. así hasta llegar a la reglilla de 100 centímetros. Estas reglillas representan los diez primeros números. Cada reglilla tiene franjas de 10 centímetros alternando el co--

lor rojo y el color azul, cada reglilla representa un número, el número viene a ser la medida de la reglilla. Con estas reglillas se forman los números. Por ejemplo: poniendo la reglilla 2 seguida de la reglilla 3, el niño verifica y construye que es tan largo como la reglilla 5; pero este número también es $4+1$ ó $1+1+1+1+1$ ó $3+2$, etc."(14)

Con este procedimiento no hay una percepción pasiva, el niño está construyendo. Se trata de un método activo- sintético; sintético - porque con los elementos dispersos se pasa al conjunto, es decir, a la construcción global.

Comenius había escrito en su *Didáctica Magna* que se debe partir de lo general para llegar los detalles. El mérito de Decroly es el de haber comprobado con investigaciones psicológicas que la globalización es un proceso intelectual típico del niño y el de haber introducido - esta idea en la enseñanza.

Lo que tienen en común los métodos citados es el paso de lo concreto a los abstracto, "con la preparación de materiales y ejercicios que conduzcan a medir y contar"(15) pero en este paso existe un "hueco" que es el manejo intuitivo de los conocimientos en lo que se refiere al aprendizaje de las matemáticas.

Decroly dirige la atención del niño hacia la variación de un fenómeno natural con variaciones continuas, por ejemplo: el crecimiento

(14) CASTELNUOVO, Emma: *Didáctica de la matemática moderna*. México, - D.F. Ed. Trillas. Octava reimpresión, 1985, pp. 20-21.

(15) *Ibidem*. p. 22.

de una planta. En esta observación se establece el contacto entre el mundo y la mente, entre lo concreto y lo abstracto.

Montessori, en cambio, procede con fenómenos de variación discontinua, ya que se trabaja con material artificial.

En este método se puede extravalorar, esto es, en un cierto punto separar lo material para llegar a la abstracción, por ejemplo: trabajando con las reglillas rojas y azules se puede agregar siempre una más y llegar así a la idea de infinito.

En este sentido el método Montessori es más matemático que el método de Decroly, pero como podemos observar a los dos métodos les falta algo para que se introduzcan de lleno al mundo matemático y ese algo es la comprensión de los conceptos abstractos y las generalizaciones aplicadas en otros campos al encontrar relaciones, esto conduce a la intuición propia del matemático.

Los dos métodos expuestos siguen caminos didácticos opuestos, ambos son activos pero el primero es un método sintético y el segundo - analítico, pero ambos han sido criticados porque el "niño es obligado a seguir ciertos pasos ya sea por el material con el que trabaja o -- por el maestro"(16), en consecuencia esta pedagogía no tiene la liber

(16) *Ibidem.* p. 23.

tad de construcción matemática que se desea alcanzar con la nueva metodología basada en la experiencia psicológica de Jean Piaget.

D. Piaget. Aprendizaje significativo.

Piaget tiene otra concepción del material, o mejor dicho del recurso al objeto y a la acción. Aquí tendremos que estudiar la libertad de la construcción matemática basada en la experiencia.

Para Piaget el material debe servir para el desarrollo de ciertas leyes que posteriormente serán necesarias en la adquisición del concepto matemático.

Enseguida se expondrá una experiencia de Piaget que conduce a la formación del concepto de número y de medida en los alumnos del jardín de niños.

Experiencia de la conservación de los conjuntos.

"Se presentan dos recipientes cilíndricos de igual tamaño y forma con el mismo número de bolitas rojas y azules. Las bolitas rojas se vacían en dos o tres vasos más pequeños, los niños hasta de cinco años dirán que hay más bolitas rojas en los vasos pequeños porque son muchos"(17).

(17) *Ibidem.* p. 24.

Sólo hasta los seis años, los niños adquieren la ley de la conservación de los conjuntos. Cuando procedemos hacer el mismo ejercicio con un niño de seis años, él nos contestará que la cantidad es la misma y que podemos comprobarlo regresando las bolitas al recipiente original. Aquí podemos observar que ahora el niño ya posee la ley de reversibilidad.

De esto se deduce que no es posible que el niño de cinco años comprenda el concepto de número, ya que le falta la ley de la conservación de los conjuntos y la ley de variación del número.

Para formar el concepto de número es necesaria también una condición de orden, el niño debe estar en posibilidad de poder ordenar en sucesión los elementos y esto no se obtiene hasta los cinco o seis años. Esto lo podemos observar con el siguiente ejercicio:

Se da al niño un cierto número de palitos que difieren un poco uno del otro y se le indica que debe ponerlas en orden de tamaño. Esto para los niños pequeños es difícil y es hasta los seis años aproximadamente cuando el niño encuentra el método, comienza a escoger el más pequeño y lo confronta con los demás y así sucesivamente.

Así se comprende que es necesario poseer esta ley de continuidad para poder construir el número, porque el número uno está comprendido en el número dos y el dos está comprendido en el número tres, etc.

Por lo general se afirma que el niño posee el concepto de número

si ha comprendido la ley de correspondencia biunívoca, que consiste en relacionar un elemento de un conjunto con otro elemento de otro conjunto, y no únicamente ocupar el espacio como lo harían los niños-pequeños, esto podría ser un hecho perceptivo para el niño.

La experiencia que se utilizó para comprobar que el niño poseía la ley de correspondencia biunívoca fue hecha con fichas. Un conjunto de seis fichas de color azul y otro conjunto de fichas de color rojo. Se disponen sobre una mesa seis fichas rojas alineadas a cierta distancia una de otra, se le indica al niño que coloque las fichas azules en correspondencia biunívoca. De aquí se pueden verificar tres estados en la comprensión infantil. Los niños menores de cuatro años juzgarán únicamente el espacio ocupado y pondrá las fichas azules cerca una de las otras, sin correspondencia, pero de modo que la longitud de las fichas azules sea igual a la longitud de las fichas rojas.

Este estado de comprensión es superado posteriormente por una correspondencia propiamente dicha, el niño dispondrá una ficha azul en correspondencia con una ficha roja; es aquí cuando se dice que el niño posee la correspondencia biunívoca y también el número por la manipulación operatoria; pero si separamos las fichas por los colores y le afirmamos al niño que no le agregamos ni quitamos ninguna a los conjuntos, el niño probablemente dirá que los conjuntos no son iguales.

"La correspondencia es únicamente una forma de percepción, pero cuando falta el apoyo visual, el niño no puede trasladar esta equivalencia"(18).

Como se indicó anteriormente, según las investigaciones psicológicas de Piaget, la adquisición de estas leyes son importantes para la construcción del número por parte del niño.

Con estos ejemplos se pretende resaltar el significado que le da Piaget a la utilización del material.

"La función del material es para Piaget exclusivamente operativa, son los cambios de configuración a configuración sobre las cuales debe fijarse la atención y la actividad del niño y no las configuraciones mismas, de las cuales debe liberarse paulatinamente"(19).

En suma, el niño hace relación a lo real en lo referente a las leyes, con lo que se le muestra a sus sentidos.

En las investigaciones de Piaget hechas a millares de niños, se considera que en el niño nacen primero las estructuras topológicas, - que aquí las definiremos como la geometría de las transformaciones, - por ejemplo: al jugar con plastilina o con otro material moldeable.

Después, casi al mismo tiempo aparecen las leyes de tipo algebraico, como las de reversibilidad, las de identidad y las de compensación.

(18) *Ibidem.* p. 25

(19) *Ibidem.* p. 26.

Para hacer más claro lo anterior, se procederá a dar una pequeña definición y ejemplo.

En la ley de reversibilidad el niño ejecuta acciones mentalmente que poseen la cualidad de ser vueltos a su estado original. Completando lo anterior, en la experiencia donde se trabaja con dos recipientes cilíndricos, con igual medida y la misma cantidad de agua, el niño mentalmente puede regresar el agua al cilindro original y comprobar que tiene la misma cantidad de líquido.

En la ley de identidad, el niño reconoce que las sustancias físicas conservan su volumen, aunque se les mueva de sitio, cambien de aspecto o se les divida, sin que se les agregue ni quite nada.

En la ley de compensación o reciprocidad, el niño admite que un cambio en una dimensión se equilibra por un cambio (compensador o recíproco) en otra dimensión. Los niños se darán cuenta que una jarra llena es más grande y por lo mismo contiene mayor cantidad de agua -- que un vaso, pero también advertirá que hay varios vasos dentro de la jarra.

Estos primeros conceptos matemáticos que aparecen en el niño son los fundamentos de la matemática moderna, y la importancia de las operaciones en el desenvolvimiento de las estructuras mentales nos conduce a la aparición de una nueva pedagogía: a una enseñanza y un aprendizaje activos.

Piaget afirma que un aprendizaje es significativo si responde a

los intereses y curiosidad del alumno, para que tenga la motivación necesaria para aprender.

Sin embargo, algunos críticos de la teoría de Piaget señalan que "la motivación para aprender determinada cosa no se consigue espontáneamente sino que el maestro debe estimularla, en otras palabras, tal vez no sea necesario esperar a que la inclinación aparezca espontáneamente"(20).

Aquí surge una polémica entre la teoría de Piaget y la de otros psicólogos.

Piaget indica que no es posible por experiencias sistemáticas -- que un niño pase de un nivel a otro, y que es necesario años de experiencia natural para poder transferir los conceptos adquiridos a nuevas situaciones.

Con esto se quiere dar a entender que es conveniente que los niños se encuentren en la etapa adecuada o de que posean ciertas leyes para que obtenga un aprendizaje significativo.

Los otros psicólogos se valieron de tratamientos breves con el propósito de lograr adelantos conceptuales pero se vió que únicamente

(20) GOOD, T. L. y BROPHY, J. E.: Psicología Educativa. México, D.F. Ed. Interamericana, Segunda edición, 1983. p. 49.

producían respuestas verbales y que al momento de transferirlo a --- otras situaciones los niños no habían alcanzado la capacidad para superar esos problemas, no solamente con respuestas verbales correctas sino con una serie de acciones físicas.

Esto se debe a que Piaget distingue entre conocimiento figurativo y operacional.

El segundo es consecuencia de las acciones que sirven para actuar o modificar el ambiente. Estos actos pueden ser físicos o mentales.

"Para Piaget, el conocimiento operacional es el más básico, pues se refiere a lo que podemos hacer y a la manera de hacerlo"(21).

En cambio, el conocimiento figurativo está sujeto al egocentrismo del niño, puede ser o no significativo y consiste en obtener una especie de copia o reproducción del medio, pero sin cambiarlo realmente ni actuar sobre él. Veamos un ejemplo para ser más explícitos.

"Si se tienen varias funciones cuyas derivadas son raíces de una sola ecuación algebraica cuyos coeficientes son todos funciones racionales de una sola variable, se puede expresar la suma de un número -- cualquiera de tales funciones por medio de una función algebraica y -logarítmica, siempre que se establezcan entre las variables un cierto número de relaciones algebraicas. El número de estas relaciones no de

(21) *Ibidem.* p. 41.

pende en modo alguno del de funciones, sino sólo de la naturaleza de las funciones consideradas"(22)

De acuerdo al texto anterior conteste las siguientes preguntas.

- ¿Cómo se puede expresar la suma de un número cualquiera de las funciones cuyas derivadas son raíces de una sola ecuación algebraica cuyos coeficientes son todas funciones racionales de una sola variable?

Mediante una función algebraica y logarítmica, siempre que se establezcan entre las variables un cierto número de relaciones algebraicas.

- ¿De qué depende el número de estas relaciones?

De la naturaleza de las funciones consideradas.

- ¿Cómo son sus coeficientes?

Son funciones racionales de una sola variable.

Aquí observamos que se pueden dar correctas respuestas verbales que son una copia o reproducción del texto, pero que sin embargo, no-

(22) VERA, Francisco: 20 Matemáticos Célebres. Argentina, Buenos Aires, Ed. Los libros del Mirasol, 1961. p. 61.

entraña una verdadera comprensión.

Lo que hemos hablado nos conduce al problema de la inclinación.

La inclinación surge lentamente con el transcurso del tiempo, según los estudiosos del desarrollo cognoscitivo; pero para los maestros esta inclinación deberá enseñarse si el sujeto todavía no la tiene.

"La persona logrará dominar determinado concepto o destreza mediante aproximaciones sistemáticas secuenciales y sucesivas, es decir, la obtendrá por medio de la inclinación al aprendizaje"(23).

Sin embargo, si la inclinación no puede enseñarse más que con un esfuerzo constante y mucha concentración, quizá convenga impartir --- otras cosas y esperar a que el alumno haya alcanzado espontáneamente mayor inclinación.

En base a lo anterior, podemos decir porque en la teoría de Piaget son importantes los diagramas, las gráficas y otras ayudas visuales que facilitan el aprendizaje, y también porque el aprendizaje requiere más bien de una respuesta activa, que de ver y escuchar pasivamente, porque lo que aprendemos es lo que hacemos, es decir, que con ello nos apropiamos de conceptos significativos y no únicamente respuestas verbales.

(23) GOOD, T. L. y BROPHY, J. E.: Psicología Educativa. México, D.F. Ed. Interamericana, Segunda edición, 1983. p. 39.

El aprendizaje deberá seguir los esquemas de Piaget, primero --- los sensoriomotores y posteriormente los cognoscitivos y la experiencia concreta y por último el análisis formal y la abstracción.

Sin embargo, aunque la teoría y los trabajos de Piaget generalmente apoyan el aprendizaje por descubrimiento no dejan de lado el método tradicional sobre todo en aspectos fundamentales de la lectura--escritura, y la aritmética, que se basan principalmente en la memorización y en la mecanización, y parece que "deben dominarse a la perfección y coordinarse mutuamente antes de poder aplicarlos al aprendizaje de otras asignaturas y a la solución de problemas"(24).

El plan de estudios tradicional parece ajustarse al desarrollo natural de la evolución cognoscitiva.

En los primeros años que corresponden al de operaciones concretas se ajusta más al aprendizaje sistemático y conceptual, pero no al de materias abstractas. En cambio en los niveles superiores las materias se concentran en asignaturas abstractas, es decir, a nivel de -- las operaciones formales.

Aunque la capacidad de pensar en abstracto no se debe únicamente a la edad y al desarrollo cognoscitivo general, sino que son importante

(24) *Ibidem.* p. 55.

tes las experiencias que se tuvieron con anterioridad.

"En esta etapa de operaciones formales, no se excluyen las demás sino que se consolidan entre sí para apoyar la estructura cognoscitiva"(25).

(25) *Ibidem.* p. 55.

IV. LAS MATEMATICAS EN LA ESCUELA PRIMARIA

De los factores que intervienen en la enseñanza de las matemáticas, uno de los que tiene mayor relevancia es el programa, tanto porque los temas deben dar información sobre la ciencia matemática y si multáneamente ayudar a la formación integral del alumno.

La intención formativa del programa deberá tener una función participativa y creativa, para ello es muy conveniente contar con una metodología adecuada que es la que queremos sugerir.

La importancia de un programa radica en el logro de los objeti--vos que se traduce en un desarrollo adecuado de las actividades.

"Con respecto al programa de matemáticas consiste en dar a todos, no solamente una idea de la relevancia de las matemáticas en el desarrollo de la vida moderna, en sus aplicaciones con la tecnología y -- otras ciencias; sino también un hábito mental y un instrumento, esto es debe utilizarse como un lenguaje común"(26).

Debemos reconocer que la introducción de los nuevos programas de matemáticas exige por parte del cocente una seria preparación, una amplia visión de la ciencia, junto con un profundo conocimiento de la psicología infantil, para ello es necesario plantear una nueva metodología que conduzca a una mejor y más amplia interpretación de los pro

(26) CASTELNUOVO, Emma: Didáctica de la matemática moderna. México, - D.F. Ed. Trillas. Octava reimpresión, 1985, p. 54.

gramas. Esta nueva metodología proporcionará a nuestros alumnos las emociones científicas y un mayor interés y comprensión de la materia.

En los programas anteriores a la reforma educativa, la enseñanza de las matemáticas se daba de manera mecanicista, se hacía uso y abuso de la práctica para lograr que los alumnos realizarán rápidamente las operaciones, y de igual manera sucedía con los problemas. Cada nuevo problema implicaba un nuevo procedimiento que se memorizaba.

El "razonamiento" era basado en el aprendizaje y la memorización de nuevos procedimientos que se agregaban a los estudiados anteriormente por lo que la materia se hacía difícil y aburrida.

Ahora se trata de dar un nuevo enfoque a los programas de educación primaria. La metodología ha variado, pero no lo suficiente, necesita mejoras esenciales, como evitarse el aislamiento de los otros campos del conocimiento y la investigación, así como la falta de conexión entre los temas, los especialistas podían abocarse a fijar su atención en buscar conceptos generales unificadores.

Es preciso plantear problemas concretos que justifiquen la introducción de nuevos temas y conceptos relacionados con la experiencia y las necesidades del alumno, y mostrar sus aplicaciones si se quiere que el educando aprenda y se interese por lo que está aprendiendo en la práctica constante de autoaprendizaje.

Es importante recalcar que los contenidos de los programas no --

deben ser al gusto del autor, sino a las capacidades, habilidades e intereses de quien esté aprendiendo para que se desarrolle una secuencia y se alcancen los objetivos.

Con esto citaremos que los autores de los libros de texto son matemáticos, especializados en alguna rama de esta ciencia, dedicados a la matemática pura y lo que a ellos les gusta, les parece fácil o interesante, a otra persona puede no parecerlo.

Es necesario recordar y reafirmar que la abstracción deberá tener como base una prolongada experiencia de carácter muy concreto.

En la planeación de los programas y en la elaboración de los textos deben participar conjuntamente pedagogos, matemáticos y maestros, con el fin de lograr la unificación de criterios para que el aprendizaje sea significativo.

V. COMO PROCEDER EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

A. Material didáctico.

Empezaremos por citar lo que dice Dienés en su obra la matemática moderna en la enseñanza primaria.

"La comprensión matemática universal puede conseguirse con una gran cantidad de material didáctico. Este material no está concebido para demostraciones hechas por el maestro, sino que se trata de instrumentos de investigación y descubrimiento para ser puestas en manos de los niños"(27).

El material que se propone es considerado valioso por su operacionalidad y por las múltiples variaciones que les puede dar la imaginación de los niños y de los adultos. La operacionalidad deja entrever una idea abstracta a través del manejo de una imagen concreta.

"El material no es simplemente un ejemplo de intuición divulgada, sino que, cuando está fuertemente estructurado, refleja ideas matemáticas y, por ello, es capaz de crear, de facilitar situaciones activas de aprendizaje. Estos materiales son modelos dinámicos, multivalentes, reversibles que al ser manejados por los niños de acuerdo a un guión o esquema de investigación, deja ver las ideas matemáticas de la situación o estructuras que hay que considerar"(28).

Con este material se propone que, además del carácter utilitario de las matemáticas (contar, pesar, medir), se agregue el desarrollo -

(27) DIENES, Z.P.:La matemática moderna en la enseñanza primaria. Barcelona, España, Ed. Teide, Séptima edición, 1981, p. 2.

(28) Ibídem. p. 3.

de la capacidad del pensamiento matemático.

1. Regletas de Cuisenaire.

El uso de regletas en colores, cuyos tamaños y formas se asocian a un color determinado que integra familias de colores, se debe al -- maestro belga Georges Cuisenaire, quien basó sus ideas pedagógicas en Decroly, y en el desarrollo de los conceptos matemáticos de los niños, trabajo realizado por el psicólogo suizo Jean Piaget, quien ideó un - sistema de enseñanza de las matemáticas que ha tenido enorme difusión y aceptación.

El sistema de Cuisenaire y otros sistemas derivados de él se han- aplicado con éxito a la enseñanza de otras materias.

Entre algunas características que tienen en común estos sistemas son las siguientes:

- Emplean materiales manejables por el alumno.
- Los materiales están coloreados de manera que forman familias o asociaciones de colores.
- Más que insistir sobre los contenidos formales, se hace hincapié en las estructuras generales.
- Se insiste en que debe ser el niño quien, mediante su actividad, --

descubra las relaciones entre los materiales, teniendo al maestro - únicamente como guía.

Con este método el niño reconstruirá y tratará de descubrir, mediante la experiencia concreta y la intuición, el proceso de desarrollo del pensamiento que dió origen a las operaciones numéricas.

"Al enseñar con regletas es necesario que estemos preparados para recibir lo que el niño descubre, investigar en una matemática de relaciones y estructuras que desemboquen en ideas conjuntistas, antes que en una matemática de operaciones, esto quiere decir, que el niño descubre la potenciación antes de haber aprendido las tablas de multiplicar o la multiplicación"(29).

Estas actividades que el niño realiza para llegar a internalizar la realidad circundante pueden resumirse así:

- Sentir - mover (tocar, manejar, armar, desarmar)
- Percibir (situar, describir con palabras, comparar, nombrar, observar).
- Clasificar - poner en serie (agrupar, separar en clases, hacer tablas).

(29) Varios autores: Nueva Enciclopedia Autodidáctica Quillet. Ed. Cumbre, S. A. 22va. edición, Tomo II, 1982. p. 549.

- Cuantificar (numerar, contar, operar).
- Extrapolar (deducir, inferir, suponer, deformar, conformar).

En este método es necesario que el niño pase por las etapas mencionadas, con el material propuesto para llegar al grado de abstracción que se desea alcanzar.

El material básico para el método de las regletas lo constituye una cajita que contiene por lo general 241 regletas, pulidas, separadas de acuerdo a su tamaño y color.

Las regletas son prismas de madera o de plástico de base cuadrangular de diferente tamaño que va desde un centímetro hasta diez centímetros.

Por tanto, la primera regleta es en realidad un cubo de un centímetro por lado, y la última un prisma de base cuadrangular de un centímetro de base por diez centímetros de altura.

Las familias están agrupadas de la siguiente manera:

- rojo, rosa, marrón (2, 4, 8)
- verde claro, verde oscuro, azul (3, 6, 9)
- amarillo, naranja (5, 10)

- blanco (1)

- negro (7)

Como se puede observar se trata de que el color esté de acuerdo al múltiplo del número. En los casos del uno y del siete como no son múltiplos de ningún número llevan respectivamente el color blanco y el color negro.

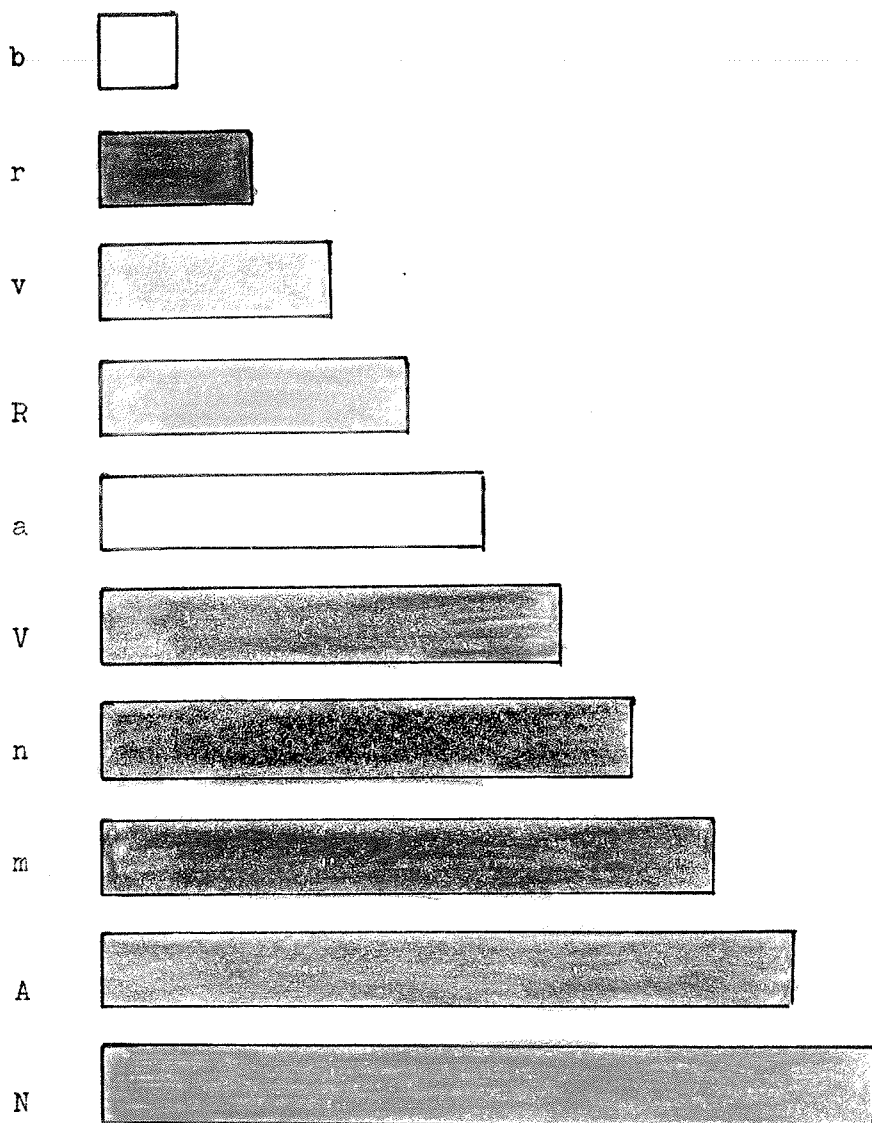
Fig. (1).

Largo de la regleta en centímetros	color
1	blanco
2	rojo
3	verde claro
4	rosa
5	amarillo
6	verde oscuro
7	negro
8	marrón
9	azul
10	naranja (30)

(30) Fig. (1) Ibidem. p. 550.

Fig. (2)

Tamaño y color de las regietas.



(31)

Nota: algunos colores o tonos pueden variar, por ejemplo: el color ro

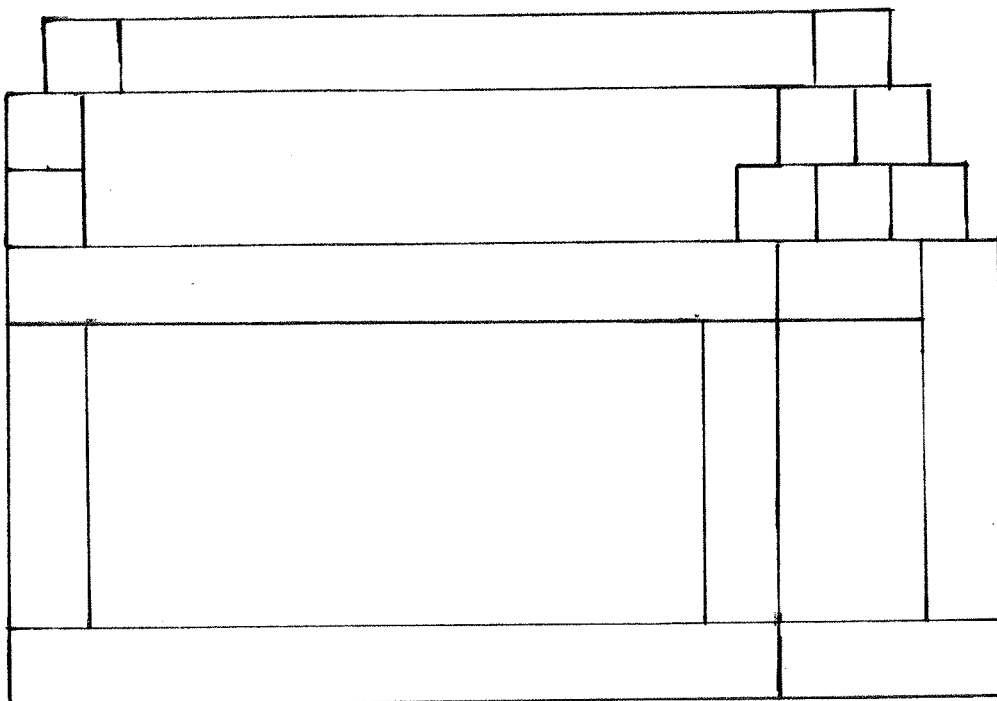
(31) Fig. (2) *Ibidem.* p. 550.

sa algunos fabricantes lo tienen morado, a pesar de ello se tiene la idea de familia.

Entre las actividades que se sugieren con las regletas de Cuise-naire, está primero el juego de construcción libre, en el cual se pueden observar ocho grados de maduración.

Fig. (3).

1.- Construcción plana horizontal no compacta, en la cual el niño utiliza de preferencia los colores blanco y naranja. (32)



(32) Las figuras del (3) al (10) corresponden al Curso de Regletas impartido por la Profra. Ochoa Beatriz, en la Escuela Normal Superior de México del 3 de mayo al 14 de junio de 1988.

Fig. (4)

2.- Construcción horizontal compacta (mosaicos).

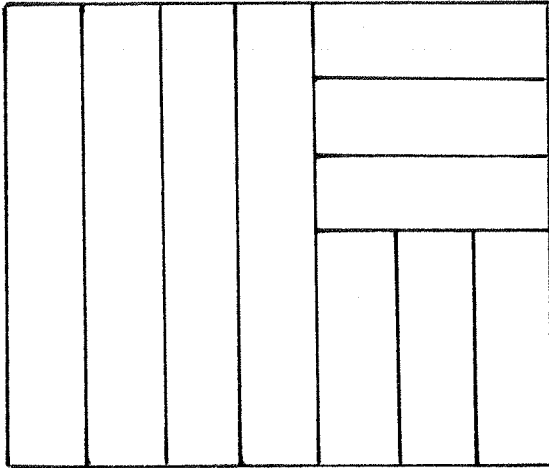


Fig. (5)

3.- Construcción horizontal, colocando las más grandes abajo.

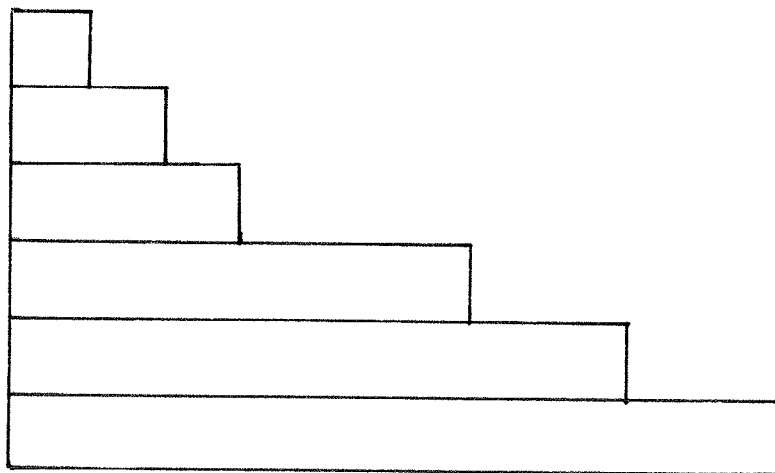


Fig. (6)

4.- Construcción vertical compacta (que el niño llama muros, bardas, - corrales).

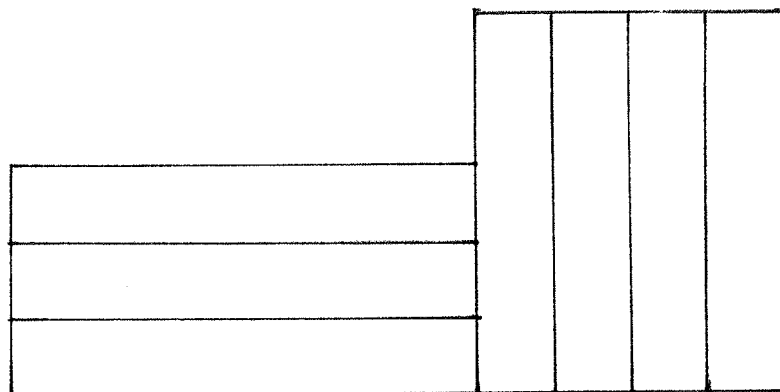


Fig. (7)

5.- Construcción en forma vertical con las regletas separadas.

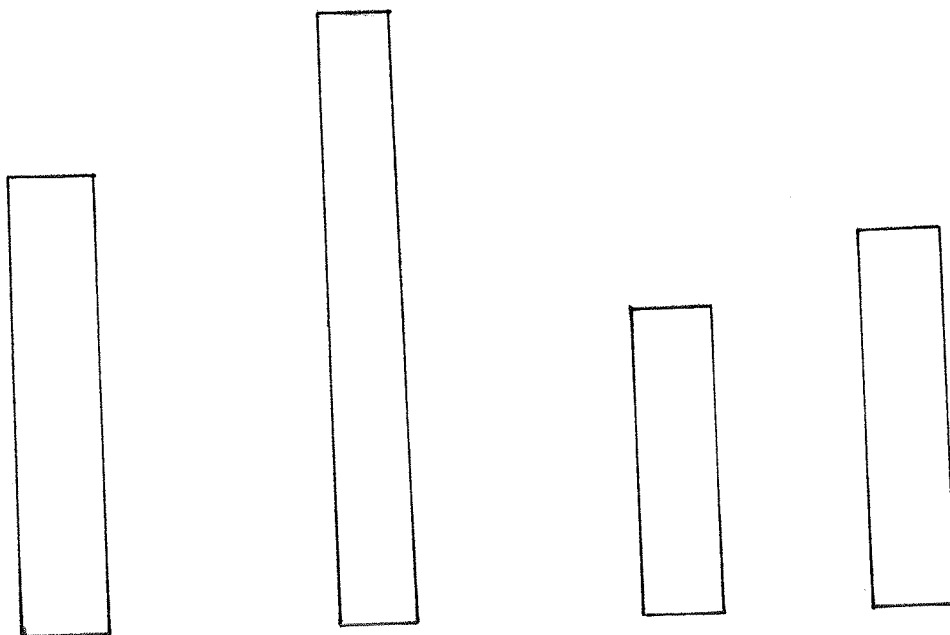


Fig. (8)

6.- Sobreposición de regletas horizontales sobre las verticales.

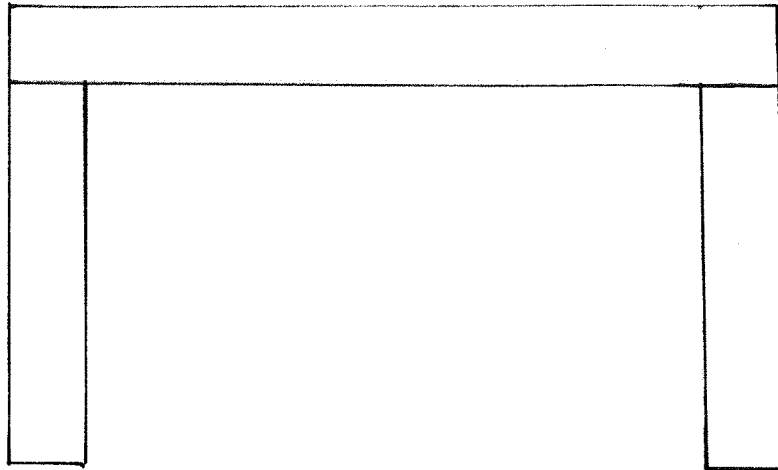


Fig. (9)

7.- Superposición de regletas formando torres.

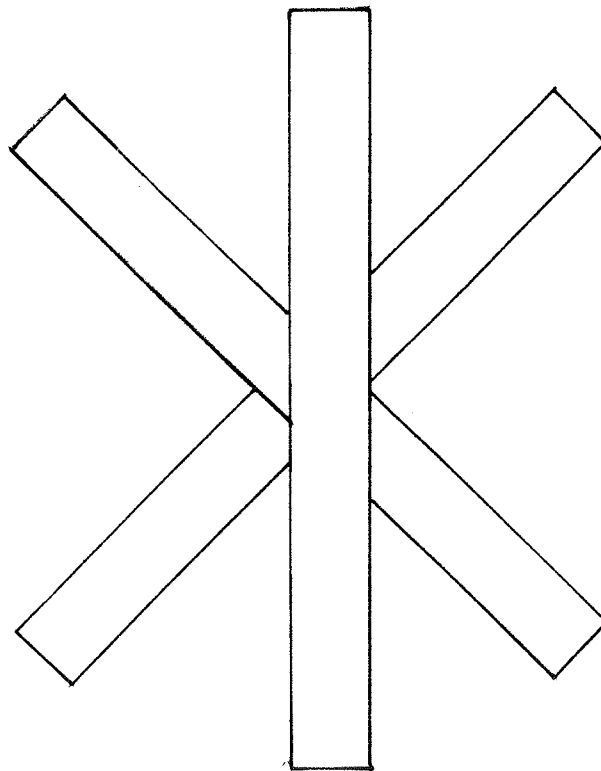
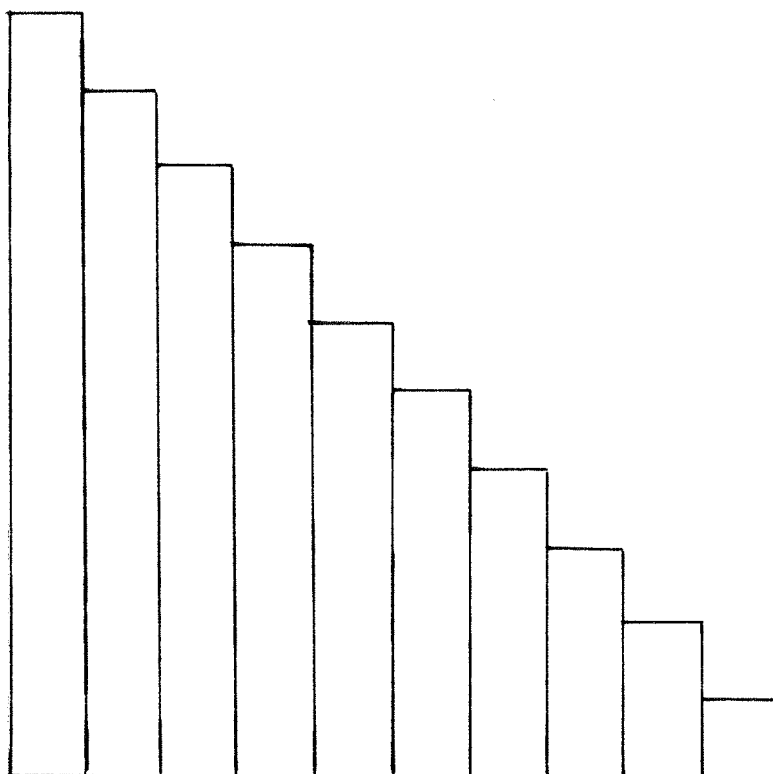


Fig. (10)

8.- Relación de orden por tamaño y color.



Se da libertad del manejo de las regletas hasta lograr que todos los niños alcancen las tres últimas etapas que cumplen la finalidad de los conceptos aritméticos.

Posteriormente se sugieren algunos juegos para que distingan y discriminen los diferentes tamaños y colores de las regletas. Por ejemplo: se pide al niño que cierre los ojos y que busque en la caja una regleta de color amarillo.

Otro ejercicio es para que el niño disponga las regletas en or--

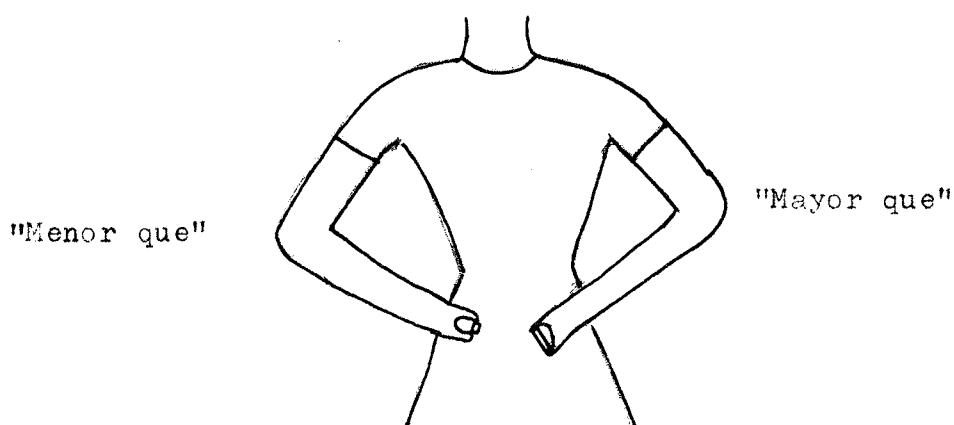
den ascendente o descendente según se le indique.

En otro caso podrá jugar y verificar la ley de tricotomía que dice: sea A y B diferentes conjuntos, se cumple uno y sólo uno de los siguientes casos, que A sea mayor que B; que A sea menor que B; que A sea igual a B. En este caso la ayuda de la flexión del codo es importante para ir visualizando la idea de "mayor que" y "menor que".

La regleta roja es menor () que la naranja.

La regleta naranja es mayor () que la roja (33).

Fig. (11)



(33) Figura (11), corresponde al Curso de Regletas impartido por la Profra. Ochoa Beatriz, en la Escuela Normal Superior de México del 3 de mayo al 14 de junio de 1988.

Los ejercicios que se sugieren a continuación son para encontrar las relaciones entre los conjuntos, estas relaciones se pueden realizar en base a la familia de colores.

a mayor que b

r menor que N

m pertenece a la familia rojo

N no pertenece a la familia verde.

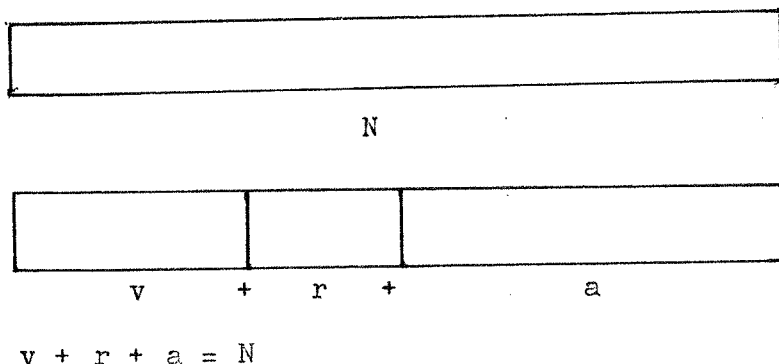
N igual a N

N desigual a a

Conviene ahora que durante cierto tiempo el niño explore las posibilidades que las regletas ofrecen de equivaler las unas a las ---- otras, mediante algunos de los ejercicios que se dan como ejemplo.

Para ello, se simbolizará la suma o agregación de regletas uniéndolas por la punta, tal como se indica en la siguiente figura (34)

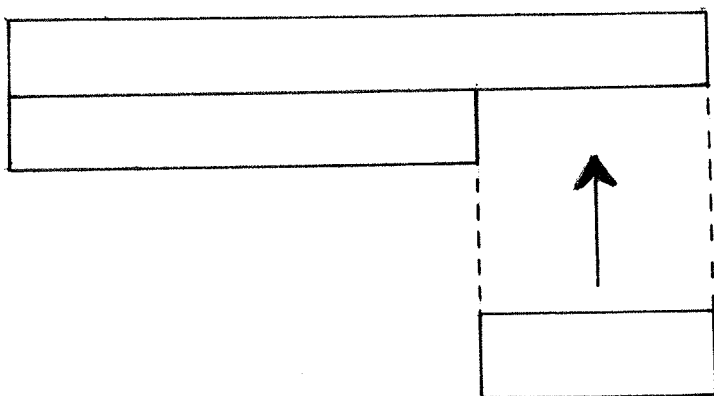
Fig. (12).



(34) Las figuras de la (12) a la (16) corresponden a: Varios autores: Nueva Enciclopedia Autodidáctica Quillet. Ed. Cumbre, S.A. 22va. edición, Tomo II, 1982. pp. 556-557.

En cambio al quitar o restar se hará de esta otra manera.

Fig. (13).



$$A - V = v$$

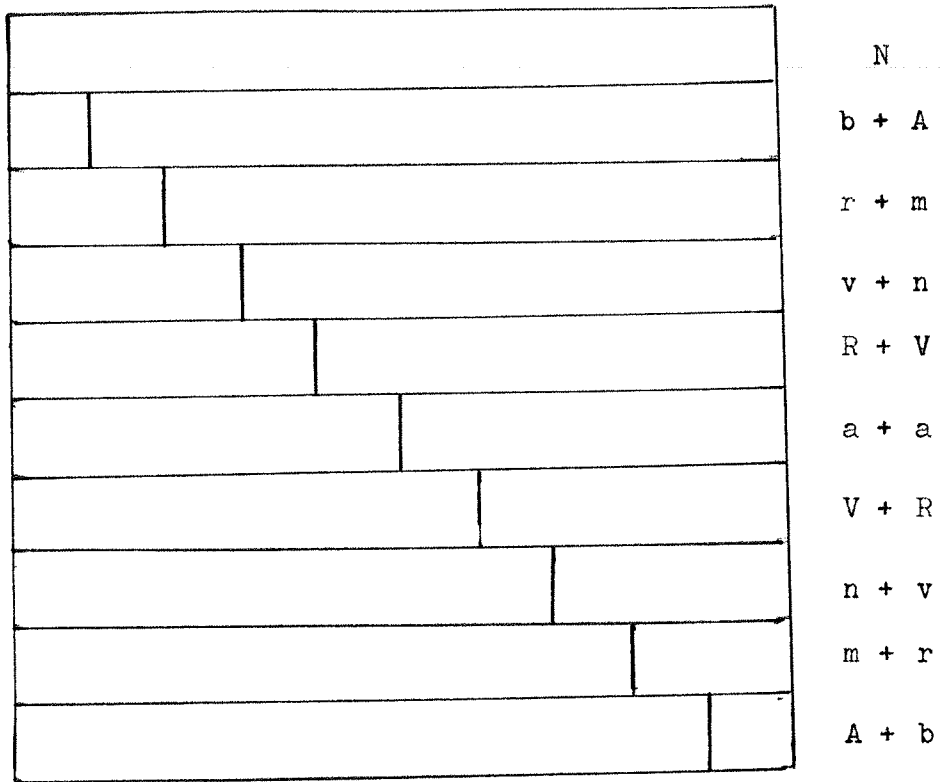
Al hacer los juegos se pedirá al niño que anote en su cuaderno o en el pizarrón, lo que aparece "dicho" por las regletas.

Pidamos al niño que, tomando una regleta N descubra con cuántas regletas formaría el mismo largo, comenzando ordenadamente, primero - por una $(b + A)$; $(r + m)$, $(v + n)$, $(R + V)$, $(a + a)$ y así sucesivamente.

El niño descubrirá que está formando una escalera que se invierte haciéndole así descubrir algunas de las propiedades de la suma. En este caso, la propiedad conmutativa.

Esquemmatizando quedaría de la siguiente manera:

Fig. (14)



Podemos hacer variaciones, en vez de una naranja podría ser una-rosa o una amarilla; y podemos también encontrar otras relaciones, como por ejemplo:

Fig. (15)

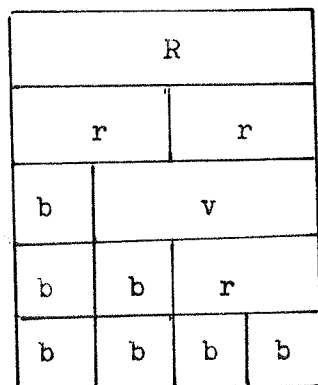
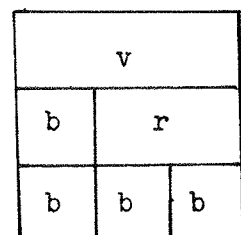


Fig. (16)



$$R = R$$

$$r + r = v + b = R$$

$$(b + b) + r = R$$

$$(b + r) + b = R$$

"Lo que conduce a la propiedad asociativa de la suma. Los paréntesis () indican que los números están reunidos en una cajita y que deben efectuarse antes las operaciones indicadas en ellos" (34).

Hasta aquí no se ha visto la idea de número pero a partir de haber realizado muchos y variados ejercicios, podemos ahora escribir en el pizarrón, en forma vertical:

- 1 blanca
- 2 roja
- 3 verde claro
- 4 rosa
- 5 amarillo
- 6 verde oscuro
- 7 negro
- 8 marrón
- 9 azul
- 10 naranja

(34) Varios autores: Nueva Enciclopedia Autodidáctica Quillet. Ed. Cumbre, S.A. 22 va. edición, Tomo II, 1982, p. 557.

"Con lo cual hemos puesto en correspondencia biunívoca los colores y los números asignados"(35) y podemos pedir indiferentemente:

- Pásame la regleta negra

- Dame la número siete

Realizaremos equivalencias con letras y números. El niño observará que no hay diferencias entre las equivalencias, y en consecuencia tendrá visualizado el concepto de número después de haberlo manipulado y concretado con las regletas.

Para finalizar con el estudio de las regletas, ilustraremos algunas operaciones.(36).

Fig. (17)

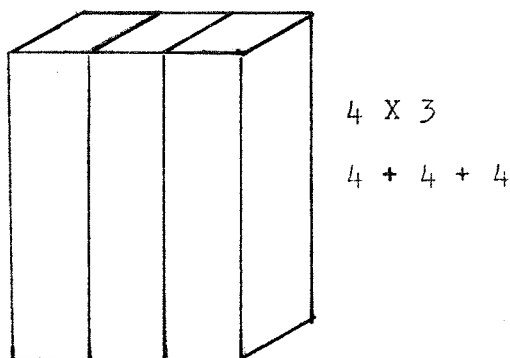
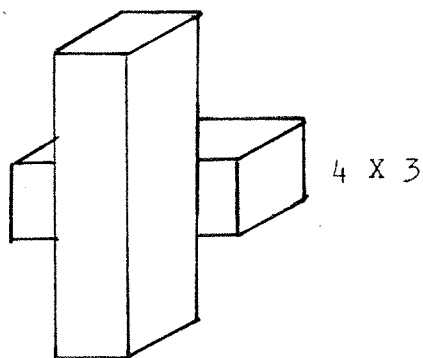


Fig. (18)



(35) Ibíd. p. 559

(36) Las figuras de la (17) a la (20) corresponden a: Varios autores, - Coordinador: SOLANA, Prollezo Fermín: Enciclopedia Técnica de la Educación. Ed. Santillana. Segunda reimpresión, México, D.F., -- 1988. Tomo III. p. 307.

Fig. (19)

Potenciación.

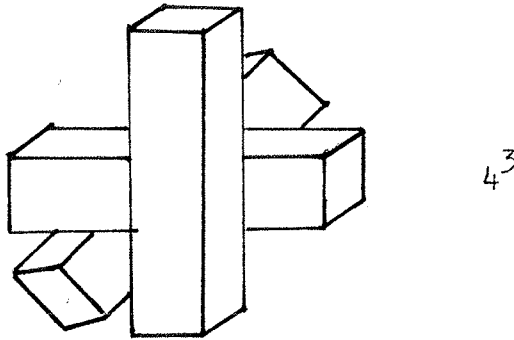
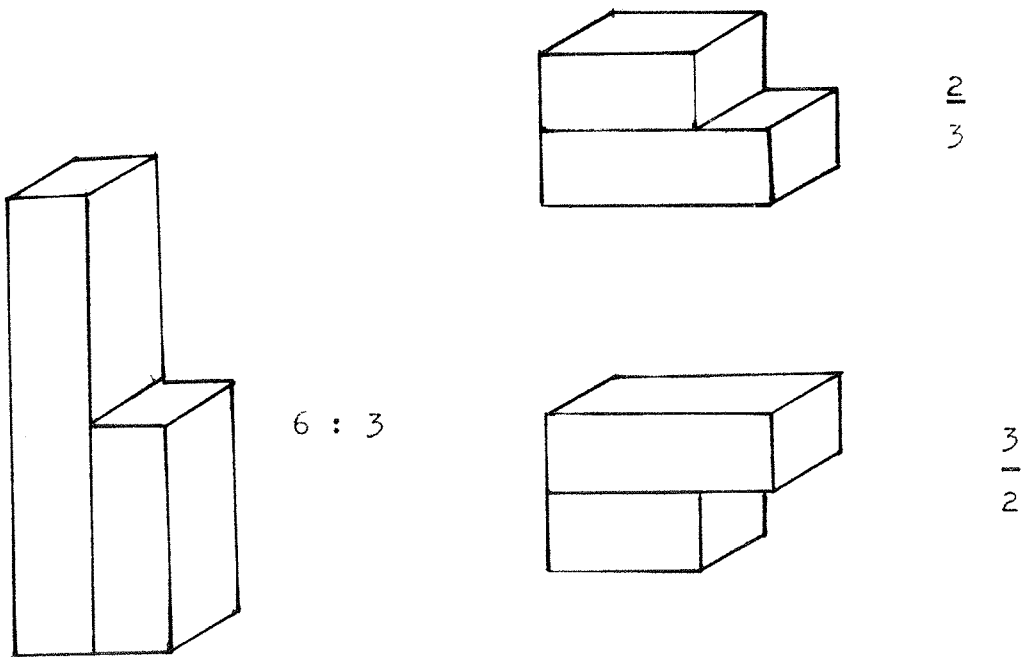


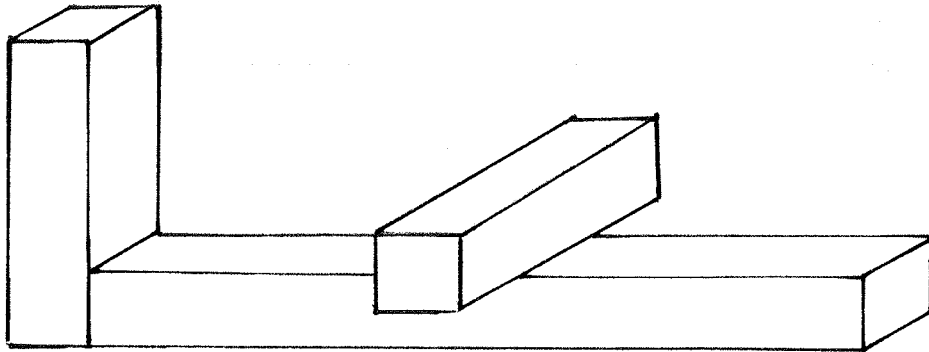
Fig. (20)

División y fracciones comunes.

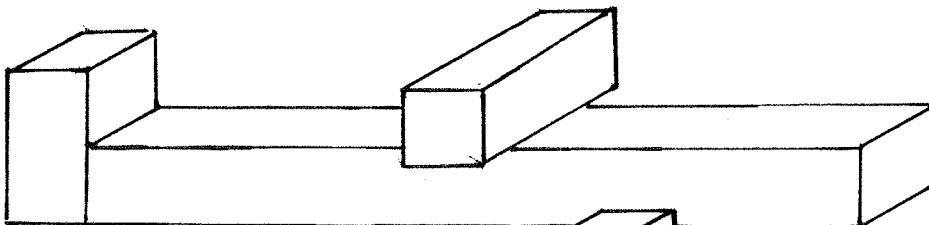


Esquematzación en base 10 (37)

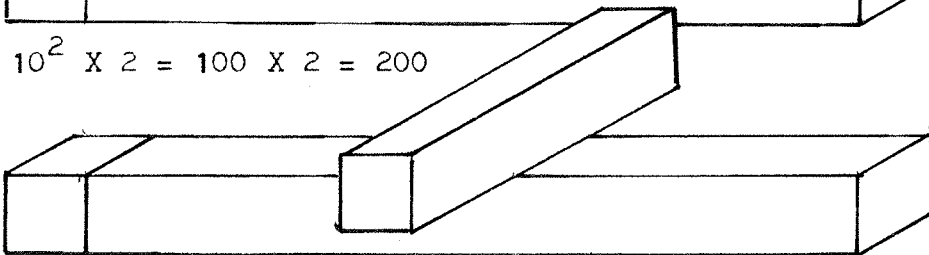
Fig. (21)



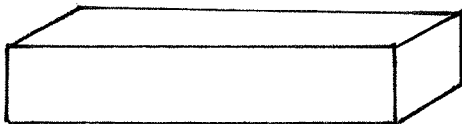
$$10^4 \times 3 = 10\ 000 \times 3 = 30\ 000$$



$$10^2 \times 2 = 100 \times 2 = 200$$



$$10^1 \times 4 = 10 \times 4 = 40$$



5

$$30\ 000 + 200 + 40 + 5 = 30\ 245$$

(37) Fig. (21), corresponde al Curso de Regletas impartido por la -
Profra. Ochoa, Beatriz, en la Escuela Normal Superior de México,
del 3 de mayo al 14 de junio de 1988.

2. Bloques Lógicos.

"Una parte importante de la matemática está consagrada al estudio de los números"(38), otra parte corresponde al estudio del espacio -- con la Geometría.

Los números son propiedades de los conjuntos, como el color, la forma, las dimensiones. El número es una propiedad que se refiere a colecciones, a conjuntos de objetos. Por tanto es evidente que antes de estudiar los números, es preciso estudiar los conjuntos de objetos. Los objetos constituyen el material básico de toda experiencia.

Es necesario que aclaremos que todos los conjuntos que tienen la misma propiedad en cuanto al número, pertenecen a la misma clase (clases equivalentes).

Por medio de sus propias experiencias y no por las de los demás es como los pequeños aprenden mejor.

Así las relaciones lógicas que quisiéramos que los niños aprendieran tendrán que ser incorporadas a unas relaciones efectivamente observables con atributos fáciles de distinguir, tales como el color, la forma, el tamaño, evitando el verbalismo.

(38) DIENES, Z. P.: Los primeros pasos en Matemáticas. Barcelona, España. Ed. Teide, Quinta edición, 1976. p. 8.

Los bloques lógicos de Piens y Golding tienen las siguientes variables: tamaño (grande, pequeño); grosor (grueso, delgado); color -- (rojo, azul, amarillo); forma (cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo). Por ejemplo: cuadrado, grande, grueso y rojo (39)

Fig. (22).

	amarillo	azul	rojo	
O				ε
				p
C				ε
				p
T				ε
				p
R				ε
				p
	grueso delgado	grueso delgado	grueso delgado	

(39) La figura (22) corresponde a: Varios autores, Coordinador: SOLANA, Frellezo Fermín: Enciclopedia Técnica de la Educación. México, D.F., Ed. Santillana. Segunda reimpresión, 1986. Tomo III, - p. 306.

En este método se realizan una serie de juegos para encontrar -- las relaciones entre los conjuntos, a continuación expondremos el juego de "una diferencia".

Entre dos bloques lógicos, hay por lo menos, una diferencia.

Un alumno coloca una pieza cualquiera del conjunto sobre la mesa

El alumno siguiente elegirá una pieza que difiera de la primera en una característica, el siguiente elegirá una tercera pieza que difiera de la segunda en uno y sólo uno de los atributos. Continuarán -- así sucesivamente.

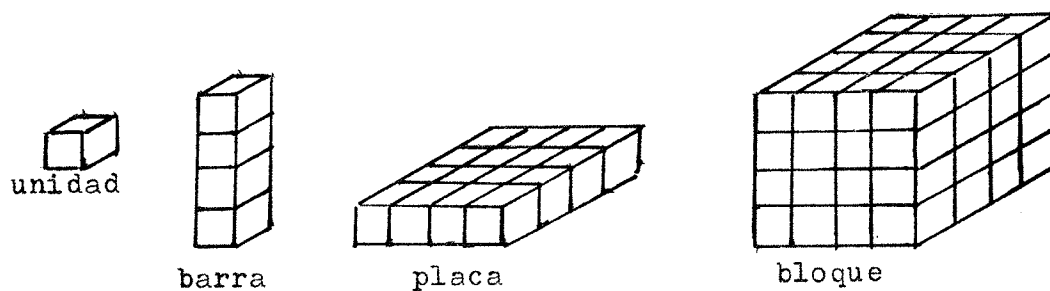
Los alumnos introducirán en el juego las reglas que crean convenientes.

3. Bloques Multibase.

Los bloques multibase tienen un campo muy amplio de aplicación.-
Aquí presentamos algunas líneas generales.

El material se presenta en cajas, una para cada base de numeración, que pueden ser base dos, base tres, base cuatro, etc. Está compuesta de cubos de un centímetro cúbico, barras de un centímetro cuadrado por b centímetros (donde b es la base), placas de b centímetros por b centímetros por un centímetro de altura; y bloques de b centímetros por b centímetros por b centímetros. Todos tienen marcadas líneas a un centímetro de distancia (40).

Fig. (23)



(40) DIENES, Z.P.: Cómo utilizar los bloques multibase. Barcelona, España. Ed. Teide, Segunda edición, 1978, p. 6

Ejemplos para utilizar los bloques multibase son los siguientes:

Juego 1.

Se marca un dado con los números: 0, 1, 2, 2, 0, 1. Se utilizan los bloques multibase en base tres.

Cada niño tirará el dado, en un orden dado, tomando tantas unidades (cubitos) como lo indica el número que aparezca. Se pueden intercambiar las piezas de tal modo que tomen una barra cuando tengan tantos cubitos como compongan una barra, cambiar las barras por placas y las placas por un bloque.

El juego termina cuando alguien forma un bloque.

Juego 2.

Con el mismo dado.

Tira un niño A y saca bloques

Tira un niño B y saca bloques

Tira un niño A y saca placas

Tira un niño B y saca placas

Tira un niño A y saca barras

Tira un niño B y saca barras

Tira un niño A y saca cubos

Tira un niño B y saca cubos

Compara los montones y observan en cual hay más cubitos en total.

Los niños muy pronto descubrirán que la primera tirada decide el juego.

Para introducir este material Dienés ha señalado que en la tarea escolar el pensamiento es analítico y sintético - constructivo, a la vez, y que esta segunda dimensión se desarrolla antes que la primera, por ello, un material fuertemente estructurado facilita intuiciones - globales del sistema de numeración de cualquier base.

B. La clase de matemáticas como laboratorio.

En matemáticas, como en cualquier otra materia, debemos conocerlo que se va a enseñar y cómo se puede enseñar.

Con Piaget la función de las matemáticas evoluciona y se amplía, no solamente como un medio de formación y de instrucción, sino también, y sobre todo, como un instrumento de investigación.

Los niños crearán y resolverán sus propios problemas con procedimientos que les ayuden a razonar hasta encontrar la solución.

Es preciso que el "cálculo" de antaño ceda el paso al estudio de la matemática: la comprensión de la matemática y sus aplicaciones.

No recomendamos la matemática moderna solamente para los niños que la van a estudiar en la enseñanza superior. Esta preparación es igualmente necesaria para los que no van a llegar a ella.

"La adquisición de la lógica y los conceptos lógicos deben desarrollarse paralelamente a la introducción del número y a las aplicaciones prácticas de los números"(41).

(41) DIENES, Z. P.: Los primeros pasos en matemáticas. Barcelona, España. Ed. Teide. Décima edición, 1981. p. 7.

Introducir cambios en la enseñanza de las matemáticas, implica - abandonar los procedimientos y la atmósfera de las clases tradicionales.

Los niños trabajarán con alegría y no se estropeará su iniciativa con la institución de un sistema de premios y castigos.

Los niños experimentan satisfacción por el interés del descubrimiento, una sonrisa de su maestra, un golpecito en el hombro, una palabra halagadora; todos ellos son estímulos suficientes para el aprendizaje.

Los niños se verán alentados a aprender la matemática por sí misma y no para destacar o empujar a sus condiscípulos a una carrera de resultados.

Un elemento importante en el aprendizaje es la discusión entre los niños. Por ejemplo: en un juego lógico que conduzca a la construcción de un diagrama de Venn en el piso del salón. Si uno de los niños coloca una pieza en un lugar equivocado, es más provechoso que el error sea señalado por un compañero suyo que por el maestro. Los dos niños podrán discutirlo en un plano de igualdad.

Es infinitamente mejor inclinar a los niños a que busquen la verdad, antes que la autoridad de la persona encargada de administrarla, el maestro, por ejemplo.

Si se anima a los niños a discutir, se producirá en la clase un

cierto alboroto, el maestro debe procurar que este ruido necesario -- esté controlado. Sin embargo, es sorprendente la cantidad de ruido -- que pueden soportar los niños mientras están realizando delicados esfuerzos mentales. Al maestro, generalmente, este ruido lo saca de sí, pero no al niño.

Para poner en práctica un programa de aprendizaje del tipo descrito hace falta una gran cantidad de material operativo y organización del trabajo.

El material debe tener un lugar apropiado en la clase, es decir, un espacio adecuado donde los niños puedan tomarlo y guardarlo en orden, así se consigue hábitos adecuados.

"A un maestro formado en las matemáticas tradicionales, le conviene hacer una pequeña reflexión, la idea de que la autoridad está en la verdad y no en el maestro"(42), Los niños mismos tienen la tendencia a recurrir al maestro, es más sencillo.

Es más difícil permanecer al lado del alumno, perderse en el problema, cuando bastaría decirle ten, hazlo de esta manera. Si el niño descubre el mismo la solución, ésta se grabará en su mente de un modo más claro y duradero.

(42) *Ibidem.* p. 10.

No sugerimos la no intervención del maestro en la actividad de los niños, una sugerencia oportuna es imprescindible, pero esta sugerencia no tiene nunca que tomar el carácter de una orden.

CONCLUSIONES

Según la teoría de Piaget, los alumnos que cursan la educación primaria se encuentran en la etapa de las operaciones concretas, por lo que el manejo de material operativo es indispensable para obtener un aprendizaje significativo.

La utilización de material operativo debe hacerse en forma amplia.

Los objetivos del programa de matemáticas deben considerar dos aspectos; uno informativo y el otro formativo. Esto es contemplar la formación intelectual del niño en la utilidad de los conocimientos en la vida diaria y el manejo de un pensamiento lógico.

Los objetivos de educación primaria son adecuados, pero falta material para que se alcancen mejores resultados.

Es importante que el niño esté en la etapa adecuada para que obtenga un aprendizaje significativo, y así tendremos menos pérdidas y mejores resultados.

La utilización de material de apoyo ha sido y seguirá siendo importante en el proceso enseñanza- aprendizaje.

Si los niños manejan mejor sus esquemas en las primeras etapas, en la etapa de operaciones formales la abstracción será más efectiva.

Es importante despertar interés por la materia por medio del juego para que se obtengan mejores resultados.

La introducción de nuevos métodos de enseñanza implica que dejemos a un lado el ambiente de silencio y pasividad para dar paso a la creación y a la actividad ordenada.

SUGERENCIAS

En los programas de las diversas áreas deben intervenir pedagogos, maestros y especialistas en la materia para que se tomen en cuenta todos los aspectos del proceso enseñanza - aprendizaje.

Debe existir en las escuelas una comisión encargada del material que utilice toda la escuela.

No es aconsejable condicionar el aprendizaje al sistema de premios y castigos, sino hacerlo interesante y adecuado para que el aprender sea el mayor premio.

Debemos crear una escuela activa en nuestro medio para lograr un autoaprendizaje constante.

El material debe ser adecuado para que los alumnos descubran el conocimiento y experimenten dentro del juego.

La discusión de las actividades entre los niños es importante porque posibilita el análisis de los descubrimientos que ellos hacen.

Lo anterior fomentará la comprensión y la ayuda entre los alumnos.

Los niños deberán situar la autoridad en la verdad y no en el maestro.

Es importante tener un lugar adecuado para guardar el material -- con el objeto de que los niños puedan tomarlo y guardarlo y así adquirir hábitos de orden.

BIBLIOGRAFIA

- CASTELNUOVO, Emma: Didáctica de la matemática moderna, México, D.F. Ed. Trillas, octava reimpresión, 1985. págs. 210.
- DIENES, Z.P.: La matemática moderna en la enseñanza primaria, Barcelona, España, Ed. Teide, séptima edición, 1981. págs. 94.
- DIENES, Z.P.: Los primeros pasos en matemática. 1: Lógica y juegos lógicos, Barcelona, España, Ed. Teide, décima edición, 1981, págs. 140
- DIENES, Z.P.: Los primeros pasos en matemática. 2: Conjuntos, números y potencias. Barcelona, España, Ed. Teide, quinta edición 1976, págs. 171.
- DIENES, A.P.: Las seis etapas del aprendizaje en matemática, Barcelona, España, Ed. Teide, tercera edición, 1977, págs. 74.
- GARCIA PELAYO Y GROSS, Ramón: Pequeño Larousse Ilustrado, México, D. F., Ediciones Larousse, octava edición, 1983, págs. 1663.
- GLAIMAN, M. y ROSEMBLOOM, P.C.: La lógica en la escuela, Barcelona, España, Ed. Teide, primera edición en castellano, 1973. págs. 90.
- GOOD, T.L. y BROPHY, J.E.: Psicología Educacional, México, D.F. Ed. - Interamericana, segunda edición, 1983. Págs. 352.
- HOCHMAN, Elena y MONTERO, Maritza: Técnicas de investigación documental, México, D.F. Ed. Trillas, sexta reimpresión, 1982, págs. 88.
- KOTHE, S.: Cómo utilizar los bloques lógicos de Z.P. Dienes, Barcelona, España, Ed. Teide, quinta edición, 1982. págs. 104.
- OCHOA, Beatriz: Curso de la utilización de regletas impartido en la Escuela Normal Superior de México, 1988.
- PIAGET, Jean: Seis estudios de Psicología, Barcelona, España, Ed. -- Seix Barral, S.A., décima reimpresión, 1987, págs. 227.
- ROJAS S., Raúl: Guía para realizar investigaciones sociales, México D.F., Imprenta universitaria, UNAM. 1985, Págs. 280.
- UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL: Apuntes para la elaboración de una investigación documental, México, 1987, págs. 11.
- Varios autores, director: SOLANA, P. Fermín: Enciclopedia Técnica de la Educación, México, D.F., Tomo III, Ed. Santillana, segunda -- reimpresión, 1986, Total de tomos VI.
- Varios autores: Nueva enciclopedia autodidáctica Guillet, México, - D.F. Ed. Cumbre S.A. 22va edición, 1982. tomo II. Total de tomos IV.
- VERA, Francisco: Veinte matemáticos célebres, Argentina. Ed. Los libros del mirasol, 1961, págs. 151.