



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES  
FUNDAMENTALES EN EL PRIMER CICLO  
DE LA ESCUELA PRIMARIA HISTORIA  
Y METODOLOGIA

LUCELY RUIZ BOJORQUEZ



MONTERREY, N. L.

JUNIO DE 1982



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

La enseñanza de las operaciones  
fundamentales en el primer  
ciclo de la escuela - -  
primaria, historia  
y metodología

LUCELY RUIZ BOJORQUEZ

Monterrey, N.L., Junio de 1982.



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

La enseñanza de las operaciones  
fundamentales en el primer  
ciclo de la escuela --  
primaria; historia  
y metodología

LUCELY RUIZ BOJORQUEZ

•

Investigación Documental presentada  
para obtener el título de Licen-  
ciado en Educación Primaria

Monterrey, N.L., Junio de 1982.



DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

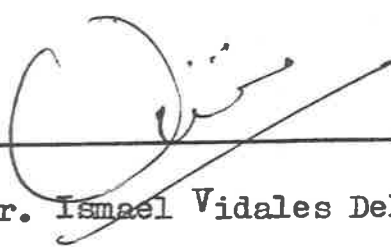
Monterrey , N.L. , a 29 de Junio de 1982

C. Profr. (a) Lucely Ruiz Bojorquez  
Presente (nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes --  
Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titula-  
ción alternativa INVESTIGACION DOCUMENTAL  
titulado LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES EN EL PRI  
MER CICLO DE LA ESCUELA PRIMARIA. HISTORIA Y METODOLOGIA  
presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a -  
que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el  
H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez  
ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

  
Prof. Ismael Vidales Delgado



S. E. P.  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD SEAD  
MONTERREY, N. L.

A mi esposo y mis  
hijos

## INDICE

	Página
I. INTRODUCCION	1
II. DELIMITACION E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA	3
III. MARCO TEORICO-METODOLOGICO	5
A. Método.	5
B. Técnica.	8
C. Procedimientos.	10
D. Recursos didácticos.	11
IV. BREVE HISTORIA DE LA MATEMATICA	13
V. LA ARITMETICA COMO RAMA DE LA MATEMATICA	19
A. Desarrollo del concepto de número.	19
B. Desarrollo histórico de las cuatro operaciones fundamentales.	20
VI. LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES EN EL CONTEXTO DE LOS NUMEROS NATURALES	30
A. La adición.	31
B. La sustracción.	33
C. La multiplicación.	33
1. Propiedades de la multiplicación.	34
a. Propiedad conmutativa.	34
b. Propiedad asociativa.	35
c. Elemento neutro.	35
d. Propiedad distributiva.	36

	Página
e. Propiedad de cerradura	36
D. La división.	36
VII. RECOMENDACIONES METODOLOGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES EN EL PRIMER - CICLO DE LA ESCUELA PRIMARIA	38
A. Consideraciones generales.	38
B. La suma.	41
C. La resta.	48
1. Enseñanza de la sustracción o resta en - segundo año.	51
2. Ejecución de la operación.	52
D. La multiplicación.	53
1. Multiplicación por dos cifras.	56
E. La división.	59
VIII. CONCLUSIONES	63

## I. INTRODUCCION

Participar en el proceso enseñanza-aprendizaje directamente como docente, implica una responsabilidad que aceptamos los maestros, amparados en los conocimientos pedagógicos, didácticos y psicológicos adquiridos científicamente a través de los estudios y reforzados por la práctica y experiencia vividas en las aulas al frente de los grupos.

Sin embargo, nada habrá que nos conduzca a tomar actitudes triunfalistas o irreverentes ante los alumnos o la educación, por el contrario, siempre estaremos preocupados por aprender más y enseñar mejor, y de esta preocupación nació la idea de apostar algo - aunque sea mínimo - a la enseñanza de las operaciones fundamentales en el primer ciclo de la enseñanza primaria.

Para el efecto, fue necesario establecer el contexto y campo en que desarrollaría el presente trabajo desde el punto de vista situacional, teórico y metodológico.

Una vez establecidas las bases ya citadas hube de ocuparme por clarificar y señalar con sencillez lo relativo a los métodos, técnicas, procedimientos y recursos en que se sustenta la enseñanza de las matemáticas en los dos años iniciales de la escuela primaria.



Para la comprensión cabal de este trabajo fue imprescindible establecer el marco histórico evolutivo que marca los momentos principales de la enseñanza e interpretación de la matemática escolar, sólo así, encontraría la lógica secuencia para desarrollar el asunto básico de este trabajo, en el que ha de deslindar asuntos tales como la aritmética en el contexto de la ciencia matemática, el desarrollo del concepto de número y el desarrollo de las cuatro operaciones fundamentales, para ocuparme luego en particular de cada una de ellas en el momento presente.

Seguramente no lograré mi sobjetivos a nivel de excelencia, pero queda testimonio de que empeñé mis mejores esfuerzos y toda mi capacidad docente.

## II. DELIMITACION E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA

La experiencia docente me ha enseñado a través de muchos años de práctica frente a grupos de niños, que el área de las matemáticas les resulta en lo general difícil.

Los niños y los maestros a veces se desalientan por no obtener los resultados exitosos que se adquieren en otras áreas o por tener que empeñar más esfuerzos para obtener resultados similares.

Ante esta realidad, resulta incuestionable que los factores - que más inciden en este problema son los relativos al maestro, su dominio del tema, los métodos y recursos que emplea en la enseñanza y el conocimiento psicológico que posea en relación a la edad de los niños que le toca atender.

Es pues, conveniente considerar entre las soluciones del problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en primer lugar el dominio que el maestro posea de ésta materia, la importancia de conocer y aplicar correctamente los métodos ad-hoc y los materiales y recursos didácticos que le permiten diseñar con eficiencia y eficacia las mejores experiencias de aprendizaje; a todo esto debemos agregar y destacar la impor -

tancia y trascendencia que tiene el buen manejo y desempeño - que el docente tenga frente al grupo, enmarcado siempre en el contexto psicológico correspondiente.

Será siempre de utilidad repasar nuestra actuación magisterial, y evaluarnos con objetividad, aceptar el reto que nos impone la educación moderna y actualizarnos y superarnos permanentemente.

Nunca estará de más revisar la forma en que hemos venido procediendo, nuestras dudas y conocimientos, he aquí la importancia del problema educativo; que nadie se sienta omnipotente, - que todos nos reconozcamos perfectible e inacabados, que no - despreciemos la enseñanza que nos ofrecen los libros, los trabajos como este - que aunque modestos - son el resultado de - la investigación y la experiencia.

Las alternativas y las expeculativas son muchas, y el futuro es promisorio.

La educación será mejor si todos nos decidimos desde ahora a participar ya que produciendo, criticando y analizando o simplemente reflexionando concienzudamente sobre el trabajo propio o el de los demás.

### III. MARCO TEORICO - METODOLOGICO

#### A. Método.

El fin que se persigue es el de lograr un propósito indispensable: que el educador conozca de una manera amplia y completa, todos los recursos que le brinda la didáctica moderna. No debe olvidar jamás que para obtener buenos resultados, es preciso que conceda a cada una de sus lecciones una dirección recta y firme hasta llegar a la meta o fin que se propone alcanzar.

"El método de enseñanza da al maestro normas didácticas que le sirven para orientar y dirigir a los escolares durante el proceso de aprendizaje". (1)

El método debe respetar la libertad, la iniciativa del alumno. Es indispensable que el maestro conozca a fondo el método para poderlo aplicar durante su práctica docente a fin de evitar — los fracasos que dañarían la enseñanza en general.

Este método que nos proporciona la libertad, actividad e iniciativa es el método didáctico. Es un proceso auxiliar e indi

---

(1) Tijerina Buenaventura, Técnica para la Orientación del Aprendizaje de la Aritmética y de la Geometría en las Escuelas Primarias. 2 ed. México, 1961. p. 25

ca en una forma clara la actitud que debe una persona asumir - frente a la clase, la manera precisa de ayudar al alumno durante el desarrollo de las lecciones.

El conocimiento profundo del método didáctico de parte del - - maestro le marca el camino preciso para sistematizar la educación de los niños, también indica en forma tácita lo que no debe hacer, por ejemplo; la enseñanza debe darse de acuerdo con los intereses de los niños y ser obra de sus propias actividades, se sobreentiende que no debe tratarse nada que esté fuera de sus gustos y que los alumnos no deben permanecer en forma - estática durante el desarrollo de las lecciones.

Conocer a fondo el método didáctico significa poseer amplio y completo el dominio de todos los recursos pedagógicos, saber - perfectamente los caminos que sigue el espíritu del niño, para llegar al conocimiento de la verdad. No se debe pensar que el maestro deba convertirse en un inconsciente servidor del método sino por lo contrario debe considerarlo como un valioso instrumento a su servicio.

Un método solo es bueno cuando toma en cuenta el sujeto a - - - quien se aplica, fundamentándose en bases y consideraciones - - psicológicas, un método es eficaz únicamente cuando se inspira en la naturaleza infantil, dicta reglas y principios con los - gustos e intereses de los niños de cada edad.

Se recomienda siempre un método experimental al inicio de la enseñanza, de esta manera se coloca a la altura del desarrollo espiritual del alumno.

A medida que el niño avanza, se forma más atento y reflexivo, defiende sus opiniones, reclama prueba y comprobación de todo aquello que aprende, su pensamiento alcanza más vigor y ya entonces es capaz de razonar sin el apoyo de las cosas materiales.

Condiciones en que debe emplearse el Método.- Ya hemos dicho que el aprendizaje es un proceso sumamente complejo en el que entran multitud de actividades mentales y físicas del alumno. En realidad el niño reacciona por sus tendencias, gustos y necesidades, el maestro debe usar el método con las condiciones más favorables para lograr una cooperación espiritual de parte del educando, estas condiciones son las siguientes:

- Condición de libertad.- El método debe ponerse en marcha dentro de un ambiente de libertad, discretamente orientado por el maestro. La escuela moderna es enemiga de la inmovilidad de los escolares; desea que éstos observen, trabajen, estudien y se diviertan, ya no bajo la voz tirana del educador como en los tiempos pasados; que sólo tenga como límite el orden y la disciplina.
- Condición de Actividad.- Para que el método sea educativo debe orientar el aprendizaje de su propia cultura.

De acuerdo con ésto, el método sólo tendrá eficacia cuando obliga al alumno a pensar y a obrar bien, no sólo a hablar sin saber muchas veces lo que dice, sino a reflexionar, escribir, componer, dibujar, etc., o lo que es lo mismo a desarrollar el aprendizaje, todas las formas posibles de la actividad.

- Condición de Individualidad.- El educador al orientar el aprendizaje, debe tomar en cuenta las diferencias individuales de los alumnos, para amoldarlo dentro de lo posible a las características de cada uno en particular.
- Condición genética.- La pedagogía moderna aconseja ajustar el método didáctico a la naturaleza infantil, es decir, adaptarlo íntimamente al nivel intelectual, moral y físico de los niños y hacerlo en forma progresiva y gradual.
- Condición que establece el tiempo.- El tiempo disponible es otro asunto que debe ser considerado al elegir la metodología que va a emplearse, pues no es posible usar el mismo método cuando se dispone de poco tiempo.

#### B. Técnica.

La palabra técnica se deriva de la palabra griega (techné) — que significa arte, por lo tanto es el procedimiento propio de un arte y se refiere al método y uso de todos los medios necesarios para realizar una cosa, de la mejor manera posible.

Podemos definir la Técnica de la Aritmética diciendo que, es el conjunto de métodos, procedimientos y formas, material didáctico y toda clase de recursos pedagógicos que ponen al maestro en condiciones apropiadas y le dan habilidad necesaria para orientar su aprendizaje.

Para la buena orientación del aprendizaje de esta área de Matemáticas, la Didáctica de la escuela moderna recomienda que se dé preferencia a los métodos que coloquen al niño en situaciones favorables para pensar, acerca de los problemas aritméticos.

El análisis y la síntesis son las formas más sencillas para llegar al conocimiento de alguna cosa. El niño de los primeros grados sólo es capaz de llegar a la percepción sintética o global y a la observación sintético-analítica. Considerando el desarrollo de las facultades del niño y a su falta de experiencia, el maestro se basará en su conocimiento psicológico del alumno y al principio de esta enseñanza o sea los dos grados del primer ciclo, debe emplear con frecuencia el método analítico.

Para la orientación del cálculo en la escuela primaria deben emplearse los cuatro métodos lógicos usando en los primeros grados el analítico y el sintético generalmente combinados, mientras que en los años intermedios y en los superiores se



Se dará de preferencia al inductivo y al deductivo, casi siempre dando principio con la inducción y terminando con la deducción, que viene a aclarar y a completar el conocimiento'.

### C. Procedimientos.

Los procedimientos son medios de que se sirve el educador para orientar el aprendizaje de una manera más clara y eficaz, los más apropiados son los siguientes:

- El procedimiento intuitivo, la intuición como dice Pestalozzi es la fuente de todos nuestros conocimientos ya que en ella tienen su origen las ideas que después son elaboradas por las facultades reflexivas.
- Uso del libro.- Es una forma de enseñanza que se refiere al libro bien empleado se convierte en un excelente auxiliar de la enseñanza'.

El maestro debe tener en cuenta que ningún texto de Aritmética por bueno que sea para los niños, llena todos los requisitos que exige esta área; el maestro debe estudiar los problemas y ejercicios que le sirven de guía y dictar o proponer los que reúnan las condiciones que reclama la moderna pedagogía.

- El procedimiento de laboratorio. - Fue ideado por Dalton y en él los cursos de enseñanza se reducen a tareas en que cada alumno estudia de la manera que le parece mejor, teniendo la libertad y tiempo de realizar sus trabajos en la forma

ma que desee, teniendo por parte del educador orientación y consejo. Este procedimiento no es más que un tipo especial de organización escolar.

- Procedimiento de Problema.- El problema es una dificultad que puede solucionarse por medio del pensamiento reflexivo que vigoriza la capacidad de los alumnos para organizar y efectuar por sí mismos sus tareas de aprendizaje. La aplicación de este procedimiento en la enseñanza de la aritmética desarrolla la memoria lógica, vigoriza el razonamiento y forma en el alumno la capacidad para el análisis matemático.

- Procedimiento de Juego.- Se ha dicho anteriormente que el valor educativo de los juegos infantiles es una actividad placentera que constituye un valioso auxiliar de que puede disponer la educación, ya que desempeña una función de gran importancia en el desenvolvimiento físico, intelectual y moral de la niñez y de la juventud.

#### D. Recursos didácticos.

"Los profesores de matemáticas que utilizan exclusivamente la exposición oral y el pizarrón. Muchas veces están olvidando que la matemática es algo vivo con un significado existencial para el hombre". (2)

(2) Martínez Sánchez Jorge, Murillo Pacheco Hortencia, y otros. Manual de Didáctica de la Matemática. Mexico 1972. P. 94

Es conveniente que los alumnos participen en la selección, elaboración y uso de recursos, de acuerdo con sus intereses, su nivel de comprensión, su situación efectiva y sus antecedentes académicos.

Hay que tener presente que ningún recurso didáctico por si mismo garantiza el auténtico aprendizaje.

#### IV. BREVE HISTORIA DE LA MATEMATICA

El hacer una reseña de las etapas por las que ha pasado el -- hombre en sus acciones numérico-contables, nos permite confi-  
gurar la historia de la matemática, nos da a conocer cómo apa-  
reció el número y todas las operaciones que han sido herra-  
- mientas básicas en la acción cotidiana del hombre encaminada\_  
hacia las cuestiones exactas.

"Indudablemente que desde que el hombre dejó su condición de\_  
ser zoológico, dió principio a la formación de sus conoci- --  
mientos matemáticos, contando y midiendo todos los objetos --  
que encontraba a su alrededor. En esa primera época, el cál-  
culo respondió a una necesidad práctica, nuestros antepasados  
en su lucha constante con su medio físico descubrieron a base  
de experimentación los conceptos más sencillos y fundamenta--  
les acerca del número, la forma y el espacio" (1)

Desde tiempos muy remotos el hombre empezó a contar valiéndo-  
se quizá de los dedos de las manos, más tarde usó de otros re-  
cursos hasta lograr la creación de un sistema más exacto y o-  
perativo, mismo que ha llegado hasta nuestros días con el nom-  
bre de sistema decimal.

El hombre, al comenzar a hacer uso de los sistemas de numera-

---

(1) Tijerina, Buenaventura. "Técnica para la orientación del  
aprendizaje de la aritmética y de la geometría en las es-  
cuelas primarias", 2a. Ed. México, 1961. p. 33

ción con sus correspondientes implicaciones, se vió en la necesidad de crear la escritura de los números. Se debe a los árabes y a los romanos la consolidación de las bases de los sistemas numéricos; sin embargo, no debemos desconocer que casi todas las culturas primitivas, de alguna manera, idearon sus propios sistemas de numeración.

La historia de la matemática se inicia en el Oriente en el año 2,000 a. de C. Los babilonios ya tenían en su poder una gran cantidad de material que podría ser calificado como parte del álgebra elemental, pero como ciencia -en sentido moderno- la matemática apareció más tarde en Grecia.

"En los siglos V y VI a. de C. el contacto creciente entre los pueblos de Oriente y los griegos, puso a los segundos al corriente de los conocimientos de los babilónicos en Matemáticas y Astronomía" (2)

En esa época la matemática fue muy difundida en las ciudades griegas, y se llevó a cabo un esfuerzo importante para incorporarlas a los planes de enseñanza de las escuelas.

En general, podemos distinguir en la historia de la Matemática

---

(2) Secretaría de Educación Pública. "Matemáticas I".  
Licenciatura en Educación Preescolar y Primaria,  
México, 1975. P. 12

cuatro períodos básicos!

En el primer período, la matemática fue considerada como ciencia pura. Este período comienza desde los tiempos más remotos y se extiende hasta el siglo V a. de C.; en esa época los griegos formaron las bases de una Matemática "pura". Esta primera etapa fue el período de formación de la Aritmética y la Geometría.

En aquel tiempo la matemática solo consistía en una colección de reglas aisladas relacionadas con la vida diaria: el carácter teórico de la matemática se fundamentó en las demostraciones lógicas de sus teoremas y se fue formando muy lentamente a medida que se acumulaba material para ello.

La Aritmética y la Geometría no estaban separadas sino que aparecían relacionadas la una con la otra.

El segundo período lo representa la matemática elemental, la matemática de las magnitudes constantes. Este período duró más de 2000 años y abarca desde fines del siglo V a. de C. hasta el siglo XVII de nuestra era, en que apareció la matemática superior.

La revolución en la matemática comenzó su apogeo con la geometría analítica y el cálculo diferencial, amparados en razona-

mientos lógicos a partir de definiciones claras, no contradictorias y axiomas evidentes; dando poca importancia las nuevas exploraciones de la ciencia matemática.

En este mismo siglo XVII comenzaron a desarrollarse en su forma experimental las ciencias naturales.

Se había comprobado que las cuatro operaciones fundamentales no eran suficientes para la experimentación. Comenzaron nuevamente estudios, ideas, métodos para buscar algo útil y práctico que llevara a resultados más exactos. Sin embargo la matemática todavía se conformaba con sistematizar y simplificar el arte contable.

Al terminar este período, se inicia en Europa una época de estancamiento científico que condujo el centro del desarrollo matemático a la India, Asia Central y los países árabes, durante un período de mil años.

El tercer período de la matemática comienza a fines del siglo XVII dando lugar al nacimiento de nuevos enfoques matemáticos y al desarrollo del análisis. La creación y desarrollo de una nueva teoría y de una rama completa de la ciencia como lo fue el análisis matemático, requirieron que los nuevos conceptos cubrieran una actividad propia y descubrieran nuevas relaciones que posibilitaran la solución de nuevos problemas.

El análisis matemático se basó en la nueva ciencia de la mecánica, en problemas de la Geometría y en el Álgebra.

A comienzos del siglo XIX se presenta un cambio fundamental en el que la matemática revisó y concluyó que ya no bastaba que un método diera resultado en la práctica sino que además debía ser definido mediante un razonamiento lógico. La matemática que era un método auxiliar pasó a ser ciencia.

A partir del siglo XIX han seguido estudiándose otras aplicaciones prácticas de la matemática, tal es el caso del cálculo de probabilidades, que ha permitido satisfacer muchas exigencias de la sociedad actual; de él ha nacido el análisis de operaciones cuyos métodos son muy útiles en diferentes áreas del conocimiento científico.

En este mismo siglo la necesidad de una seguridad en la extensión de la enseñanza superior que había impulsado la Revolución Francesa se exigió una revisión de los fundamentos de la nueva matemática, en particular el cálculo diferencial.

El siglo XIX se consideró como un período de nuevos avances, y como un retorno al ideal clásico de exactitud y demostraciones rigurosas, este es el cuarto período de la matemática, que comprende a la matemática contemporánea, esta matemática se ha propuesto estudiar, todos los tipos posibles de relaciones --



cuantitativas y formas especiales.

La matemática moderna a abarcado una extensión de la materia de la matemática y sus aplicaciones.

En la matemática moderna se han presentado varias características: una de ellas ha sido la formación de conceptos generales a un nuevo y más alto nivel de abstracción.

Otra característica de la matemática moderna es el manejo de la teoría de conjuntos.

La matemática moderna, es el análisis profundo de sus fundamentos, de la influencia mutua de sus conceptos, de la estructura de sus diversas teorías y de los métodos de demostración matemática.

## V. LA ARITMETICA COMO RAMA DE LA MATEMATICA

### A. Desarrollo del concepto de número.

Con el conocimiento del concepto de número en el siglo III a. de C., planteado en los famosos elementos "de Euclides" se inició el nacimiento de la matemática pura simultáneamente a la Aritmética y Geometría. De inmediato la Aritmética se transforma en la teoría de los números, alejándose de los problemas concretos y particulares, para internarse en el área de los conceptos y razonamientos abstractos; en ese momento se había convertido en una parte de la matemática pura. Ya habían sido encontrados en las reglas generales de la aritmética algunos de los rudimentos del álgebra, misma que se separó de la aritmética en una etapa posterior.

Puesto que el nacimiento de la Aritmética teórica es parte del nacimiento de la Matemática, aparece gradualmente:

Primero los números relacionados con objetos concretos, luego los números abstractos y finalmente el concepto de número en general.

Cada uno de estos conceptos surgió por combinación práctica y de conceptos abstractos. Las conclusiones de la aritmética fueron apareciendo lenta y gradualmente. Dichas conclusiones se han fijado en el lenguaje matemático, en los nombres de los -

números, en sus símbolos, en la constante repetición de las mismas operaciones con los números, en su constante aplicación a la vida diaria.

La palabra aritmética que significa "arte de calcular", deriva del adjetivo griego "aritmética", formado a partir del sustantivo "arithmos" que significa número, y el adjetivo modificador "techne" que significa arte, técnica.

El área de trabajo de la aritmética es el sistema de los números con sus relaciones mutuas y sus reglas.

El concepto de número que hasta tiempos recientes permaneció en un nivel relativamente primitivo en el contexto social, — fue acumulando en los pueblos un conjunto de nombres claramente distintos para cada uno de ellos.

Al principio estos pueblos no tenían la noción de número; los números eran directamente percibidos como una propiedad inseparable de una colección de objetos.

**B. Desarrollo histórico de las cuatro operaciones fundamentales.**

Las operaciones con números, aparecen como consecuencia de — las relaciones entre los objetos concretos.

La adición de números corresponde a situar juntas o unidas dos o más colecciones.

La sustracción corresponde a quitar de una cantidad mayor otra menor.

La multiplicación en particular, se originó en parte por la acción de contar colecciones iguales. En el propósito de contar, los hombres no sólo descubrieron las relaciones entre los números; sino que también fueron estableciendo gradualmente ciertas leyes generales. Se descubrió que una suma no depende de los sumandos y que el resultado de contar un conjunto de objetos no depende del orden en que se cuente. De este modo los números no aparecen como entidades separadas, sino relacionadas unas con otras.

A medida que la vida social se hizo más intensa, fueron apareciendo problemas más complejos, primero fue necesario anotar el número de objetos de un conjunto, luego llegó un momento de aprender a contar colecciones cada vez mayores, esta situación dió origen a los nombres y símbolos de los números.

La introducción de los símbolos numéricos jugó un gran papel en el desarrollo de la aritmética.

La primera etapa de los símbolos numéricos fue la de los signos

matemáticos y las fórmulas en general; y la segunda etapa consistió en la introducción de signos para las operaciones aritméticas. El símbolo es un nombre escrito y se presenta en forma de una imagen visible.

La división es la repartición de una cantidad proporcional a las partes indicadas por el divisor.

Cuando comenzaron a existir los sistemas de numeración, los hombres empezaron a relacionarse y experimentaron la necesidad de inventar la escritura de los números. Así fue como los griegos y romanos se sirvieron de las letras del alfabeto para la anotación escrita de los números.

La invención de la numeración actual se le atribuye a los indios, quienes los difundieron fueron los árabes, de ahí pues el nombre de numeración arábica. Esta numeración había sido llevada a Europa durante los siglos XI y XII y gracias a la imprenta se hizo popular y se extendió por todos los pueblos.

"El proceso que siguió la humanidad para la formación de los números fue el siguiente: primero experimental, después de observación es decir, intuitivo y por último racional, cuando ya el hombre pudo pensar sin el apoyo del material concreto".

Con la invención de la imprenta, se volvieron obsoletos los procedimientos basados en la intuición y se popularizó el procedimiento simbólico.

El libro de Al Khowarizmi sobre el uso de los numerales indoarábigos introdujo la palabra algorismo o algoritmo en el vocabulario de las matemáticas, hoy en día esta palabra significa en general, método o patrón para encontrar sumas, diferencias, productos y cocientes, empleando notación indoarábica.

Un manuscrito anónimo del siglo XIV titulado "algorismo de colombia" está ahora en la biblioteca de la Universidad de Colombia y contiene una discusión de los llamados algoritmos y problemas en donde se muestra la aplicación de las matemáticas a los negocios.

En el año 1202 Fibonacci usó por vez primera el método de pedir prestado y pagar. (sustracción).

En 1498 Pacioli publicó en Italia su operación de sumar, gran parte de la cual esta dedicada a la aritmética, en su manuscrito, Pacioli demostró ocho métodos de multiplicación.

---

(3) Tijerina Buenaventura. Técnica para la orientación del aprendizaje de la Aritmética y la Geometría en la escuela primaria. 2 ed. México, 1961. P. 34

En 1540 Gemma Frisius introdujo un método de adición que se usa todavía entre algunas personas al sumar largas columnas de números (ver figura No. 1). Gemma Frisius escribió el sumando mayor en la punta superior de la columna, escribió luego la suma de cada columna en orden de derecha a izquierda y finalmente sumó las sumas parciales.

Fig. (1)

$$\begin{array}{r}
 3,764 \\
 987 \\
 \hline
 415 \\
 16 \\
 15 \\
 20 \\
 \hline
 3 \\
 \hline
 5166
 \end{array}$$

Fig. (2) y (3). "Los indúes usaban dos métodos de adición. - Uno de ellos era el método que se usa actualmente (ver figura No. 2), el otro llamado retrógrado (ver figura No. 3), consistía en empezar a la izquierda e ir borrando los numerales - cuando se "llevaba algo". (4)

(4) Secretaría de Educación Pública. "Matemáticas 1"  
Licenciatura en Educación Preescolar y Primaria  
 México, 1975. Op. Cit. P. 88.

$$3746$$

$$578$$

$$1374$$


---


$$4588$$

$$569$$

La suma es: 5 6 8 9

Fig. (2)

$$3746 \quad 1 + 3 = \text{escribe } 4$$

$$578 \quad 7 + 5 + 3 = 15$$

escriba 15

$$1374 \quad \text{Reemplace } 4 \text{ y } 1 \text{ por}$$

$$4 + 1 = 5$$

$$7 + 7 + 4 = 18$$

escriba 18

$$5 \quad \text{Reemplace } = 5 \text{ y } 1 -$$

por  $5 + 1 = 6$

$$6 + 8 + 4 = 18$$

escriba 18

$$18 \quad \text{Reemplace } 8 \text{ y } 1 \text{ por}$$

$$8 + 1 = 9$$

$$6$$

$$18$$

$$9$$

Fig. (3)

Buteo usó el método aditivo de sustracción, 300 años después - los educadores alemanes observaron que este método estaba en - uso en las escuelas austriacas y desde aquel entonces se le -- llama "el método austriaco".

Uno de los métodos más antiguos de multiplicación era aquel de duplicar y sacar mitad que usaban los egipcios (ver fig. No.4) Este método es llamado Duplicación y Mediación. Para encon- - trar el producto  $54 \times 37$  sacamos sucesivamente: mitad a 54 -- (descartando los residuos y duplicamos sucesivamente 37).



En la columna de las duplicaciones sumamos ahora aquellos múltiplos que corresponden a los números impares de la columna de mediaciones.

Así sumamos 74, 148, 592 y 1184 para encontrar el producto — 1998. Este método de duplicación y mediación es actualmente empleado por las computadoras electrónicas.

Fig. (4)

54	37
27	74
13	148
6	296
3	592
1	1184

La división entró en uso en el siglo XV con el nombre de — — "adanda" que significa "dando". Este nombre se origina del — hecho de que cuando se sustrae un producto parcial bajamos la siguiente cifra y se la damos al residuo.

El método adanda del siglo XV se reconoce fácilmente como precursor de nuestra forma actual de dividir.

Hasta en el siglo XVI se enseñaban en la escuela los conceptos cuantitativos empleando el ábaco creado por los romanos.

Fig. (5)

	68
12	825
	-72
	10
	105
	-96
	09

Realizar una división en el ábaco era complicado, los antiguos disponían de tablas de multiplicación que se utilizaban a la inversa.

Los antiguos usaban un bastidor de bolas, un ábaco para sumar, restar y multiplicar. Las hileras del ábaco les permitían de modo sencillo, escribir con pocas cifras, grandes números, gracias a ellas podían llevar sus cuentas. La cifra cero nos vino a liberar del ábaco.

Mediante el cero podemos trasladar las cifras hacia la izquierda partiendo de la fila de las unidades.

En el siglo XVI los japoneses ya usaban el ábaco llamado soroban y lo siguen usando actualmente.

El propósito del ábaco era simplificar las operaciones para usar poca aritmética en los cálculos ordinarios.

Pestalozzi en el siglo XVIII pone de manifiesto el gran valor de la intuición en el aprendizaje de la Aritmética.

En aquellos tiempos se acostumbraba principiar el estudio de la aritmética en los grados intermedios, pues se creía que — los conceptos de esta ciencia no eran accesibles para los niños de los primeros grados.

Pestalozzi demostró que sí se podía aceptar el cálculo desde — los primeros grados de la escuela. Empezaba por hacer que los niños del primer grado contaran con los dedos de las manos, — con piedrecitas y otros objetos, pero el método de este gran — pedagogo adolecía de grandes defectos.

Concedía una exagerada importancia al cálculo objetivo y oral convirtiéndolo en una especie de gimnasia de la inteligencia, completamente fatigosa para el escolar.

Descuidaba por completo la aplicación práctica de la aritmética, el método del gran pedagogo suizo se extendió con gran rapidez y dió lugar a que se experimentaran nuevos métodos más — de acuerdo con la psicología de la infancia.

A mediados del siglo XIX un notable pedagogo alemán, Augusto — G. Grube publicó una obra en la que condensó y organizó en — doctrina todos los ensayos pedagógicos de su tiempo.

Lo mismo que Pestalozzi recomienda la objetivación como base - de toda la enseñanza.

Su método adolece de los siguientes defectos:

1o. Agota todas las combinaciones de un número antes de pasar al otro.

2o. Exagera la objetividad

3o. Aconseja enseñar en forma simultánea las cuatro operaciones como si fueran igualmente importantes y representaran las mismas dificultades para su aprendizaje.

El método de Grube en el presente, ha caído en el abandono.

En los tiempos actuales los más sobresalientes problemas de - la aritmética son los siguientes: la simplificación de su aprendizaje, el estudio de la formación del concepto numérico\_ y el proceso psicológico que se requiere para la realización\_ de las operaciones numéricas, el número y la distribución de\_ ejercicios y prácticas para fijar debidamente los conocimientos y dar a los alumnos los hábitos y habilidades específicos de esta área.

## VI. LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES EN EL CONTEXTO DE LOS NUMEROS NATURALES

Se llaman operaciones, los diversos cambios que se hacen en números conocidos para hallar números desconocidos.

Se les llama fundamentales porque sirven de base o de fundamento a todas las demás.

En Aritmética existen cuatro operaciones fundamentales y son: adición, sustracción, multiplicación y división.

Para desarrollar una operación fundamental debemos aplicar la definición y conocer sus propiedades.

Las propiedades nos dan el procedimiento apropiado para ejecutar la operación.

El resultado se obtiene de la operación, la prueba es una segunda operación que se realiza para probar o disprobar el resultado.

Para indicar las operaciones y expresar las relaciones que se dan en los números, se usan los siguientes signos:

El signo de igualdad (=) que se lee "igual"

El signo de adición (+) que se lee "mas"

El signo de sustracción (-) que se lee "menos"

El signo de división (:, /, -) que se lee "dividido por"

#### A. La adición.

La unión de conjuntos sirve de base para comprender en que consiste la adición.

"Si  $a$  y  $b$  son dos números naturales, entonces la suma de  $a$  y  $b$  es el número de elementos de  $A \cup B$  en donde  $A$  y  $B$  son conjuntos ajenos, con  $a$  y  $b$  elementos respectivamente". (5)

Los elementos que intervienen en la adición se llaman en general sumandos y suma.

Ejemplo:                     $a + b = c$ , en donde  
                                    $a$  y  $b$  son los sumandos y  
                                    $c$  es la suma.

La adición tiene las siguientes propiedades: Conmutativa, asociativa, neutra y de cerradura.

---

(5) Cárdenas, Curiel, Peralta, Luis y otros, Matemáticas, -- Primer Curso, 3a. éd., México, 1976, p. 33.

Veamos como opera la propiedad conmutativa:

Si  $a$  y  $b$  son dos números naturales,  
entonces sumar  $a + b$  da el mismo resultado  
que sumar  $b + a$

En símbolos:  $a + b = b + a$

Veamos ahora la propiedad asociativa:

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números naturales,  
entonces sumar  $(a + b) + c$  da el mismo resultado  
que sumar  $a + (b + c)$

En símbolos:  $(a + b) + c = a + (b + c)$

Veamos la propiedad del elemento neutro:

Todo número natural sumado con cero da como resultado el mismo número.

Si  $a$  es un número natural entonces

$$a + 0 = 0 + a = a$$

Y finalmente, veamos la propiedad de cerradura.

Si se escojen dos elementos cualquiera del conjunto de números naturales, su suma es un número natural único; o sea  $a$  y  $b \in \mathbb{N}$  entonces  $a + b$  es único y  $a + b \in \mathbb{N}$ .

## B. La sustracción.

La sustracción consiste en encontrar un sumando cuando se conocen la suma y el otro sumando.

En toda sustracción intervienen tres elementos que se denominan minuendo, sustraendo y diferencia. Veámoslo gráficamente.

Minuendo	-	Sustraendo	=	Diferencia
a		b		c
suma		sumando conocido		sumando que se busca

La sustracción es una operación que carece de propiedades porque no se puede cambiar o asociar sus términos sin que varíen sus resultados.

## C. La multiplicación.

La multiplicación es una suma abreviada. Veámoslo gráficamente.

Si  $a$  y  $b$  son números naturales,

entonces multiplicar  $a \times b$

es sumar  $b + b + b + \dots$

donde  $a \neq 0$



Los elementos que intervienen en una multiplicación reciben el nombre de factores y producto. Veámoslo de la siguiente forma.

$$\begin{array}{ccccccc} a & \cdot & b & = & c \\ \text{Factor} & & \text{Factor} & & \text{Producto} \end{array}$$

No siempre para indicar el producto de dos números  $a$  y  $b$  empleamos la notación  $a \times b$ , es frecuente también el uso de las anotaciones  $a \cdot b$ , o simplemente  $ab$  cuando no se preste a confusión.

### 1. Propiedades de la multiplicación.

La Multiplicación tiene las siguientes propiedades:

Commutativa, asociativa, .... etc.

#### a. Propiedad conmutativa.

Si  $a$  y  $b$  son números naturales,  
entonces  $ab = ba$

Esto nos indica que cualquiera que sea el orden de los factores el producto no cambia.

b. Propiedad asociativa.

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números naturales  
entonces  $(ab) c = a (bc)$

La propiedad asociativa de la multiplicación permite encontrar el producto de tres o más factores asociando indistintamente.

Para indicar la asociación usamos el paréntesis ( ) los paréntesis nos indican que las operaciones de las cantidades que están encerradas en ellos, deben realizarse primero y que todo número junto a ellos, sin signo, se está multiplicando con los — que se encuentran dentro de los paréntesis.

c. Elemento neutro.

Si  $a$  es un número natural,  
entonces  $a \times 1 = 1 \times a = a$

Esto indica que el número 1 juega el mismo papel en la multiplicación que el 0 en la adición. Por ello al número 1 se le llama elemento neutro de la multiplicación.

d. Propiedad distributiva.

La propiedad distributiva de la multiplicación la podemos considerar en relación con la suma o resta.

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números naturales  
entonces  $a(b + c) = ab + ac$

Esta es la propiedad distributiva de la Multiplicación con relación a la adición.

Con relación a la sustracción  
 $a(b - c) = ab - ac$

e. Propiedad de cerradura.

Aplicarla únicamente a la multiplicación, así como en la adición.

"El producto de dos números naturales cualesquiera es un número natural único".

O sea; si  $a$  y  $b \in \mathbb{N}$  entonces  $a \cdot b$  es único y  $a \cdot b \in \mathbb{N}$

"Todo conjunto de números naturales está cerrado en relación a la adición y a la multiplicación". (6)

D. La división.

La división consiste en encontrar un factor, conociendo el pro

---

(6) Secretaría de Educación Pública; Introducción a las Matemáticas 2o. y 3er. Curso de Licenciatura en Educación Primaria. P. 55.

ducto y el otro factor.

En la división se llama dividendo al producto, divisor al factor conocido y cociente al factor que se busca. Los elementos de una división exacta son dividendo, divisor, cociente.

Visto ésto gráficamente, queda de la forma siguiente:

Dividendo	Divisor	Cociente
a	b	c
producto	factor conocido	factor que se busca

La división como en el caso de la sustracción carece de propiedades.

## VII. RECOMENDACIONES METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES EN EL PRIMER CICLO DE LA ESCUELA PRIMARIA<sup>1</sup>

### A. Consideraciones generales.

"El propósito fundamental de este aprendizaje en la escuela primaria es poner a los niños en condiciones de resolver los distintos problemas numéricos que se le presenten en su vida diaria". (7)

En la enseñanza de la aritmética se presentan dos objetivos: uno formativo y el otro informativo; el primero fortalece la atención y la reflexión del alumno y el otro proporciona al alumno conocimientos, hábitos y habilidades.

Las operaciones numéricas tienden a ser usadas cada vez más en la vida diaria de las gentes<sup>1</sup>. Numerosas investigaciones han demostrado que la práctica de las cuatro operaciones fundamentales da consistencia al cálculo mental<sup>1</sup>.

La enseñanza de esta área requiere de la escuela moderna, el uso de métodos que induzcan al niño para pensar lógicamente, a

---

(7) Tijerina Buenaventura, Ob. Cit. P. 31.

razonar y a inferir los problemas aritméticos. Los niños de primer grado solo son capaces de llegar a la percepción global. Al planear e implantar las motivaciones de las lecciones en los primeros años escolares, se utiliza el juego, y se aplica el método global; así, se aprovecha el interés despertado en ejercicios de contar, medir y resolver sencillos problemas.

Al contar objetos se está realizando una operación global y al medir efectúan una actividad de observación particular.

"El aprendizaje en todos los grados debe ser correctísimo, más aún en el primer año, en el que lo ideal es, que sea la perfección misma, porque este grado es algo así como la piedra angular de un edificio; si se tiene firmeza, resistirá el peso de los demás conocimientos que habrá de atesorar el niño, más si queda falsa esa piedra angular y luego queremos colocarle encima otros materiales también pesados, el edificio se viene abajo". (8)

Los niños de primer grado en la escuela primaria, entre los siete y ocho años, no han madurado en su capacidad de razonar, además no pueden sostener una actividad por mucho tiempo. Es recomendable que introduzcan algunos ejercicios de movimiento para ejercitar sus brazos, ya sea trazos o dibujos, con lo cual se consigue un buen nivel de atención y maduración.

Sabiendo contar el niño hasta diez, debe apoyarse el aprendi-

---

(8) Montemayor, Francisco. Técnica para la enseñanza de la Matemática en la escuela Primaria. Monterrey, N.L., México, 1969. P. 24.

zaje en el material didáctico; se puede decir que aprenden con los ojos y que las manos son su cerebro.

La variedad de ejercicios que pueden programarse para veinte minutos depende de la habilidad del maestro. Su creatividad tendrá siempre a la mano ejercicios tales como: cuenten cuatro piedrecitas, tracen cinco rayas, dibujen seis rueditas en el cuaderno, cuenten los dedos de sus manos, cuenten estos lápices, ¿cuántas puertas tiene el salón? etc.

El uso frecuente de los objetos dará a los alumnos las nociones de cantidad y de las combinaciones numéricas con buena claridad y precisión.

El maestro de primer año al orientar el aprendizaje de la aritmética, ya sea para formar el concepto de número o para cualquier otro conocimiento; debe tomar en cuenta que se dirige a niños cuyo lenguaje es sumamente escaso y en plena formación y por lo tanto es indispensable que exponga su clase con un vocabulario sencillo, claro y al alcance de sus alumnos.

Es preciso que el niño aprenda el nombre de cada número al leerlo y al escribirlo, que el niño aprenda los vocablos siguientes: poco, mucho, menor, mayor, uno, sumar, restar, multiplicar, dividir, etc.

Una vez que los niños alcancen a realizar con facilidad problemas y ejercicios objetivos y gráficos es tiempo oportuno para pasar a los problemas escritos, dar forma a las operaciones — que han venido realizando en forma oral. Se empezará por darles a conocer los signos +(más), -(menos), =(igual).

### B. La suma.

Para la enseñanza del signo +(más) puede procederse de la forma siguiente; razonando un problema de sumar y explicándoles — para que ellos formen el problema, ejemplo:  $3 + 2 = 5$ .

Es conveniente que los alumnos hagan numerosas combinaciones, primero con material, luego con figuras y por último por escrito.

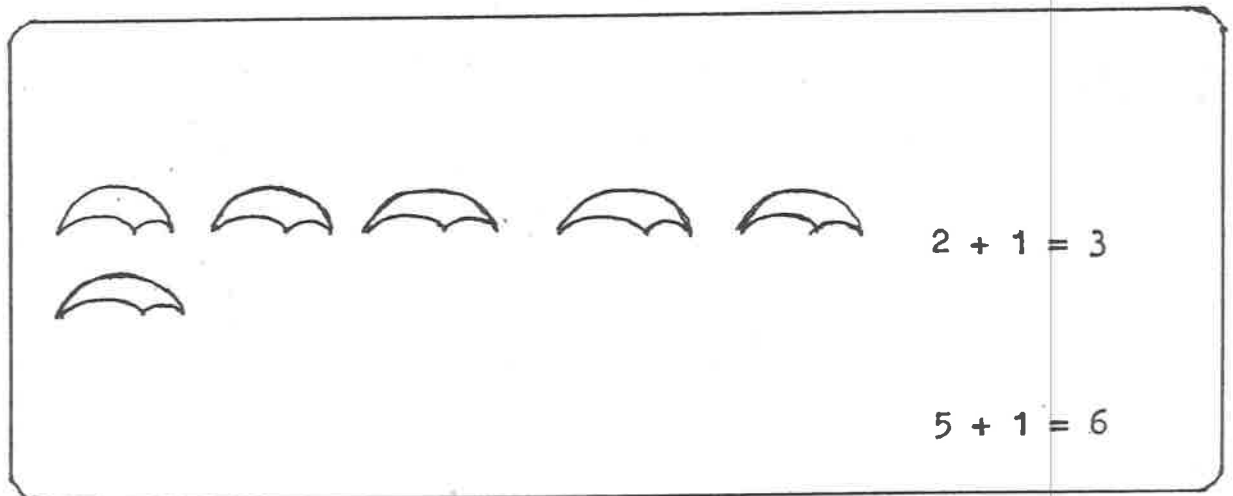


Fig. (6)

La primera etapa de la suma es que resuelvan el problema en — forma horizontal.



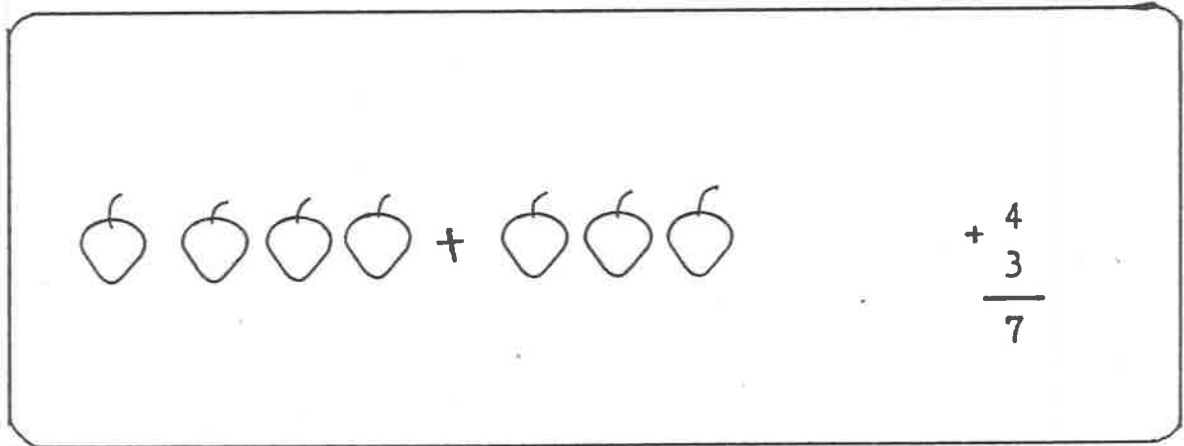


Fig. (7)

La segunda etapa es en forma vertical.

Tras una semana de ejercitación resolviendo los problemas con distintos objetos en la forma señalada, el aprendizaje debe pasar a la tercera etapa.

El niño estará en actitud de resolver sin necesidad del dibujo.

Actualmente el niño aprende a sumar por medio de conjuntos.

"Se ha dado la definición de conjunto a un grupo, lista, o colección de objetos o una reunión de personas, llamados elementos o miembros del conjunto". (9)

---

(9) Parra Reyes Juvencio. Matemáticas Explicada  
México, 1977. P. 1

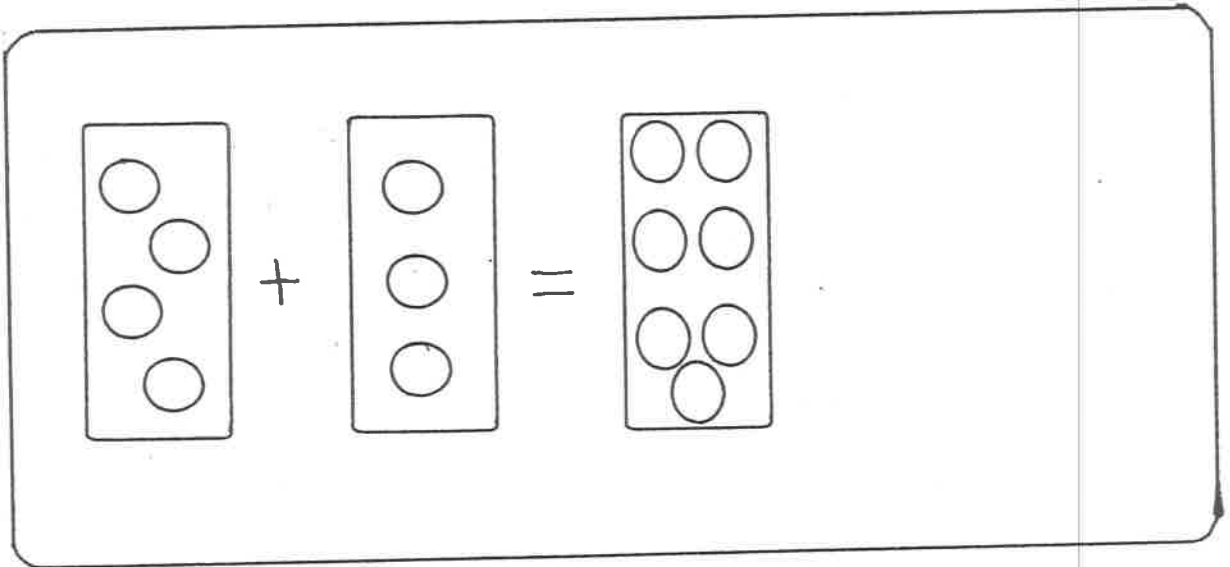


Fig. (8)

## Suma de conjuntos

Se repite.

Cuatro elementos más tres elementos forma el conjunto de siete elementos. El signo (+) se lee más.

También el niño aprende a sumar en la recta numérica.

Al niño se le enseña a trazar el eje numérico, a dividirlo en segmentos iguales, a enumerar cada segmento, comenzando por el cero y por medio de curvas.

En las operaciones de suma solo usará la parte positiva del eje numérico.

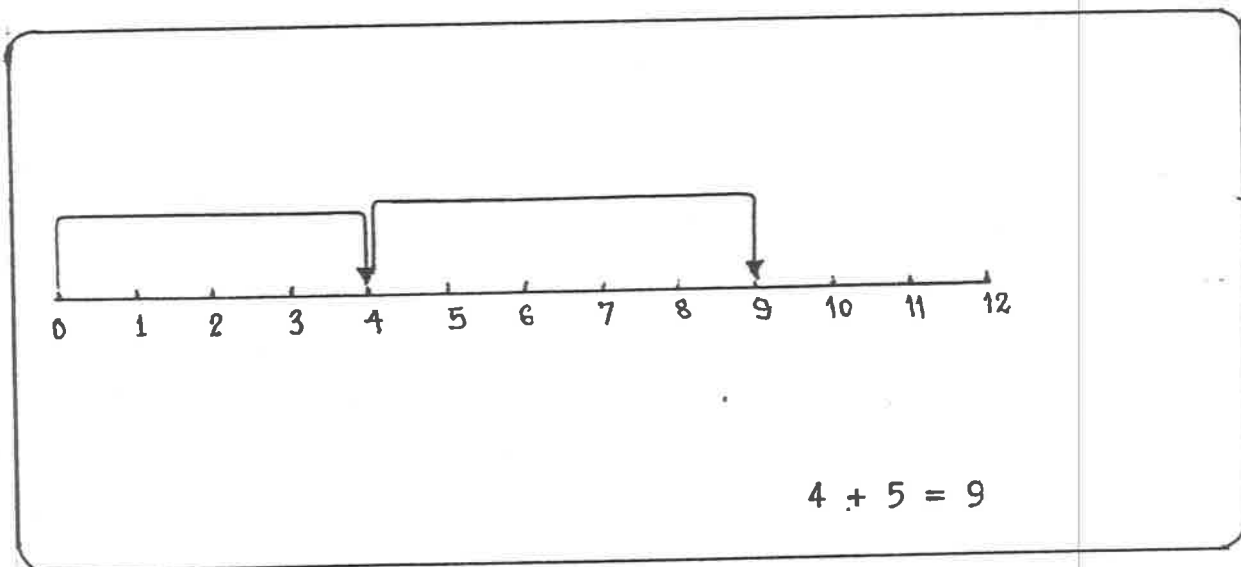


Fig. (9)

Para sumar en la recta numérica, señalamos sobre la recta el primer sumando, cuatro de este sumando, contando los segmentos según el número que forma el sumando cinco, y el número que esté escrito al final, es la suma 9, procurando que el niño comience a contar desde el número 0 al punto 4 con el fin de que el niño esté seguro del número de segmentos que integran el primer sumando.

La recta numérica es infinita como los números que en nuestra numeración son también infinitos.

La resta debe también enseñarse en forma objetiva siguiendo un proceso semejante al de la suma, se les dará a conocer el signo menos (-).

Se usará en los primeros ejercicios figuritas de barro o yeso,

etc., luego se diseñarán ejercicios del corte de "tengo 9 pollitos en un corral, quitamos uno, ¿cuántos quedan? se salió otro, etc." Se recomienda que todos los niños tengan su material en la mesa. Hasta que sea dominado este aprendizaje se pasará a las sumas y restas combinadas.

Siguiendo las mismas etapas que en la suma:

El niño debe tachar cuatro rueditas ejem. Nueve menos cuatro.

Fig. (10)

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 4 \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{O O O O O O O O O O}$$

Para resolverlo contará unidades sobre el sustraendo 5, 6, 7, 8, 9. Trazando una raya o ruedita por cada unidad que cuenta.

Fig. (11)

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 4 \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{1 1 1 1}$$

Ya dominado el proceso anterior, los niños estarán en aptitud de resolver los ejercicios contando con los dedos.

Fig. (12)

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

Diciendo, al tiempo que cuentan 5, 6, 7, 8 y 9 escribiendo el resultado de la resta según el número de dedos que señalaron al contar hasta nombrar el minuendo.

Para afianzar bien la suma y la resta, es recomendable que en cuadritos de papel cartoncillo, escriban tantos ejercicios de suma y resta como alumnos se tengan; presentados de la siguiente forma:

(Fig. 13)

$8 + 1 =$	$6 - 3 =$	
$5 + 3 =$	$5 - 4 =$	
$7 + 2 =$	$7 - 2 =$	$8 + 1 =$
$4 + 4 =$	$9 - 5 =$	
$5 + 0 =$	$8 - 0 =$	

Para la enseñanza del número 10 se puede utilizar una moneda de este valor, se informa a los niños que los números del 1 al 9 son unidades, nueve unidades y una más; forman un diez. En este momento debe informarse al alumno que al uno se le llama decena y que en el cero no hay unidades sobrantes.

Cuando los niños ya conocen los números entre diez y veinte se practican las sumas del caso siguiente:

Se resuelve nombrando el primer sumando y luego contando con los dedos agregan el segundo.

Fig. (14)

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 0 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ + 1 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ + 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

Cuando ya los niños conozcan los números entre 30 y 100, se introducen las sumas de dos cifras, ejemplo:

Fig. (15)

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 12 \\ \hline 27 \end{array}$$

Otra etapa más avanzada debe ser la Presentación del Problema-Objetivo. Ejemplo:

Un atado de diez palillos y ocho palillos sueltos, más un atado de diez palillos y cuatro sueltos, igual a:

La operación la deben resolver por escrito, planteada como se indica en la figura.

Fig. (16).

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 14 \\ \hline 32 \end{array}$$

### c. La resta.

En lo relacionado con la resta, ésta debe iniciarse tratando el caso en que el minuendo sea mayor que en el sustraendo. Con mucha paciencia debe procederse, para que los niños comprendan bien el proceso de la sustracción.

Fig. (17)

$\begin{array}{r} 38 \\ - 16 \\ \hline 22 \end{array}$	$\begin{array}{r} 45 \\ - 22 \\ \hline 23 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ - 13 \\ \hline 11 \end{array}$
--	--	--

También se comenzará a plantear problemas de suma y de resta cuyos temas se relacionen con el medio en que viven.

Con este tipo de ejercicios se persiguen dos finalidades: la mecanización de operaciones y el fomento del razonamiento en el niño.

También se maneja la resta en la recta numérica, en la parte de los positivos, señalando el minuendo con una curva que parte desde el punto cero y con otra curva del minuendo a la izquierda contando los segmentos que representa el sustraendo. ejem.  $12 - 8 = 4$

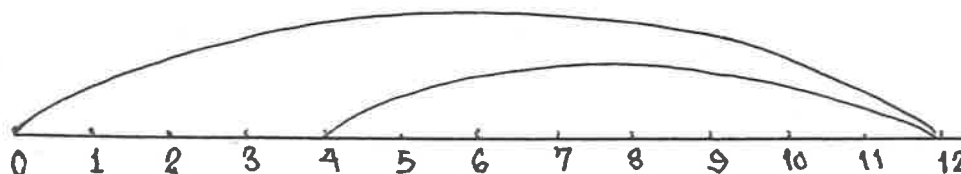
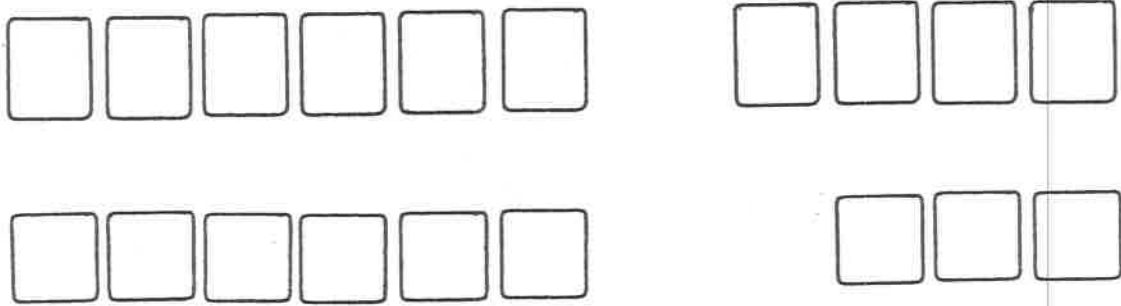


Fig. (18)

Es conveniente también plantear relaciones de suma y resta - por medio de conjuntos, como se muestra en el ejemplo siguiente:



$$12 + 7 = 19$$

Fig. (19)

$$19 - 7 = 12$$

Por medio de figuras geométricas u objetos parecidos a ellas - el niño puede realizar al mismo tiempo las dos operaciones, su ma y resta y ejercicios de operaciones combinadas.

En el segundo grado no deben abandonarse los cálculos realizados mentalmente; es preciso practicar problemas y ejercicios-escritos para que los alumnos dominen el mecanismo de las opera ciones y adquieran una práctica satisfactoria. En segundo-año los problemas escritos deben resolverse dentro de la serie numérica del uno al mil teniendo cuidado de que los primeros que se dicten de esta clase sean sencillos y gradualmente se aumente la dificultad.

En la enseñanza de las operaciones fundamentales se debe iniciar con la suma.



Para guiar este aprendizaje es necesario que el maestro proceda de la manera siguiente:

- Dar idea muy clara de lo que es sumar, valiéndose de la intuición, es decir, que los niños efectúen las sumas valiéndose de objetos que tengan a la vista.
- Poco a poco ir presentando los problemas en serie numérica más alta y con mayores dificultades. Los pasos a seguir son:
  - Sumas de una sola cifra (vertical u horizontal)
  - Con dos o más sumandos de dos cifras.
  - Con varios sumandos de dos o tres cifras.
  - Planteamiento de problemas con palabras comprensibles y acordes al lenguaje infantil. Para una clara comprensión, se indicarán los nombres de los elementos que la componen: sumandos y resultados, total o suma.
  - Análisis del problema que se presentó, con el propósito de que puedan entender los niños:
    - De qué trata el problema.
    - Cómo deben ser colocadas las cantidades para poder sumar correctamente.
    - Por dónde debe empezarse la suma.
    - Ejecución del problema.

Siguiendo el proceso anterior, resolverán por escrito varios - problemas de sumar y ellos mismos explicarán el procedimiento - que han de seguir para resolverlos.

La mecanización se logrará resolviendo buena cantidad de ejer- cicios de suma con cifras abstractas.

Es conveniente enseñar a los alumnos la prueba de esta opera - ción por los medios más sencillos.

#### 1. Enseñanza de la sustracción o resta en segundo año.

Esta operación es difícil para los niños de este grado por lo que se recomienda que el maestro proceda gradualmente, basándo - se en los conocimientos de la suma, para que los niños capten - claramente en qué consiste esta operación de quitar "de una - cantidad mayor otra menor".

Los problemas deben ser graduados adecuadamente para que poco - a poco vayan venciendo las dificultades de este proceso.

Al plantear los problemas debe seguirse un procedimiento seme - jante al de la suma, para lo cual sugiero los pasos siguientes:

- Dictado del problema'.
- Análisis del mismo'.
- De qué trata el problema'.

- La forma de colocar las cantidades.
- Los nombres de los elementos minuendo la cifra mayor, sustraendo a la cifra menor y residuo o producto, que también se llama resultado o diferencia.

## 2. Ejecución de la operación.

Hay tres modos de efectuar la resta por escrito, veamos como se procedería en el ejemplo siguiente.

1o.

Fig. (20)

$$\begin{array}{r}
 385 \\
 - \\
 \hline
 258 \\
 \hline
 127
 \end{array}$$

El aditivo de 5 unidades no se pueden quitar 8, pido una decena al 8 que vale 10 unidades:  $10 + 5 = 15$ , 15 unidades menos 8 es igual a 7, el 8 quedó con  $7 - 5 = 2$ ,  $3 - 2 = 1$  resultado 127.

2o. Por adición igual. 8 para 15 = 7 y va 1 y 5 = 6: 6 para 8 = 2, 2 para 3 = 1 Resultado 127.

3o. Procedimiento de la suma del sustraendo con el residuo-  $8 + 7 = 15$  y va 1 y 5 = 6 y 2 = 8, 2 y 1 = 3 = Resultado 127.

De los tres procedimientos el más sencillo es el que va de acuerdo al sistema decimal o sea el 10.

Por tal razón el procedimiento aditivo es el que se recomienda para los niños de segundo grado.

En las restas escritas pueden presentarse tres casos:

- Restas en que todas las cifras del minuendo son mayores que las del sustraendo ejem.  $876 - 432$ .
- Restas en que algunas de las cifras del sustraendo son mayor que las del minuendo.  $572 - 348$ .
- Problemas de restar en que haya uno o varios ceros en el minuendo ejem.  $840 - 326$ .

Es recomendable enseñar la prueba de la resta a fin de que presenten sus trabajos correctos y tengan los niños la opción de reciclar su aprendizaje.

#### D. La multiplicación.

En la enseñanza del aprendizaje de esta operación es preciso proceder lentamente tomando en cuenta lo siguiente.

- Dar el concepto claro de la multiplicación.
- Enseñanza.

- Orden en el dictado.
- Desarrollo ordenado de las lecciones.
- Dominio del mecanismo de dicha operación.
- Prueba.

- Concepto de la multiplicación.- como la suma ya es una operación conocida, la multiplicación no es más que una operación de suma abreviada, esa idea se le dará al niño al principio. Con ejemplos sencillos se le hará comprender que esta operación es en realidad una suma. Poco a poco se irá formando en los niños en forma clara, la idea de qué multiplicar es repetir tantas veces una cantidad como unidades tiene la otra.

A fin de dar idea clara de la multiplicación se propondrán los primeros problemas con una serie numérica reducida, aumentándola poco a poco con el objeto de que los alumnos puedan realizarlos sin mucha dificultad.

En el orden del dictado de los problemas. Procederemos en la forma siguiente:

- Con material.
- Con problemas orales.
- Cálculo con números abstractos.
- Con cifras en forma de problemas que serán resueltos por escrito.

Se recomienda siempre problemas escritos interesantes y sencillos, tomando como base la suma; ejemplos:

(Fig. 21)

254	
+ 254	254
254	X 3
	762

La explicación del procedimiento se inicia diciendo que, se efectúa la suma llamando la atención de los niños en que, las unidades se toman tres veces, tres veces las decenas, y otras tantas las centenas es decir toda la cantidad. Se les hace ver que una suma con muchos sumandos iguales resultaría muy larga y difícil pero, que en cambio, colocándola como la que aparece en la figura No. 22 o sea en forma de multiplicación, con rapidez se repiten en una sola vez las unidades, las decenas, etc. Siendo necesario para esto, saber muy bien las tablas de multiplicar del 2 al 9.

Se les enseñará los nombres de los elementos: multiplicando es la cantidad que se repite, multiplicador la cantidad que se multiplica y multiplicación, resultado o producto a lo que se obtiene en la operación.

Dominio del Mecanismo.— Después de dictar el problema se analizará detenidamente para que los alumnos se den cuenta de la operación que va a tener que realizar, se colocará el multi

plicando arriba y el multiplicador debajo, se explicará en forma clara que deben comenzar por la derecha.

**Mecanización.**- Se logrará satisfactoriamente ejercitando a los alumnos en el empleo de las tablas de multiplicar, no solo en orden ascendente o descendente, sino también en cualquier forma que se necesiten.

**Prueba de la Operación.**- Se les enseñará la prueba de esta operación por medio de la suma a fin de acostumbrar a los niños a que presenten resultados exactos.

### 1. Multiplicación por dos cifras.

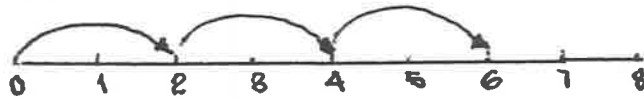
"Puede desarrollarse esta idea planteando la situación de la rana cuando la longitud de sus saltos es de dos unidades, cualquiera que sea la unidad sobre la que se pusieron de acuerdo previamente". (10)

Si colocamos a la rana hacia la derecha, sobre el punto cero de la recta numérica, se le dice a los alumnos:

esta rana da tres saltos ¿ Hasta donde llegará? El maestro realizará el proceso en el pizarrón, verán que tres saltos con longitud de dos cada uno llegan hasta el punto 6.

(10) Secretaría de Educación Pública. Matemáticas 2, libro del maestro para el segundo grado. P. 51

El maestro repetirá "3 veces dos es igual a 6" el símbolo que se usará es una cruz (X).



(Fig. (22))

El maestro procederá de la misma manera en la multiplicación - por tres cifras, simplemente variando la longitud de los saltos, con esta actividad el maestro comenzará a construir una tabla parcial de multiplicación con los resultados.

Sería conveniente que los niños trazaran la tabla en su libreta y que se les permita utilizarla para resolver problemas cuando lo necesiten.

Para considerar el caso de la multiplicación por el 0 el maestro puede sugerir la idea de saltos de longitud 0, pensando en que la rana solo brinca verticalmente hacia arriba y vuelve a caer exactamente en el sitio donde estaba. A esta rana que no avanza la llamaremos "la rana que no da saltos de longitud 0".

Se seguirá este procedimiento hasta la construcción de la tabla completa.



## Longitud del salto.

	2	3
0	0	0
1	2	3
2	4	6
3	6	9
4	8	12
5	10	15
6	12	18
7	14	21
8	16	24
9	18	27
10	20	30

Fig. (23)

En el segundo grado se enseñarán y se aplicarán las dos propiedades más importantes de la multiplicación: La conmutativa y la distributiva.

La propiedad conmutativa de la multiplicación es la que nos expresa el hecho de que el resultado de un producto de dos factores no depende del orden de estos. De esta manera simbólicamente se representa así.  $3 \times 4 = 4 \times 3$ .

La propiedad distributiva indica que si multiplicamos un número por la suma de otros dos, obtenemos el mismo resultado, si efectuamos primero la suma y luego la multiplicación o si primero obtenemos los productos parciales del primer factor por cada uno de los sumandos del segundo y después sumamos esos dos productos parciales ejem'.  $3 \times 15 = 3 \times (10 + 5) = 3 \times 10 + (3 \times 15)$ .

### E. La división.

La división es una combinación numérica bastante complicada y por lo mismo presenta dificultades para los niños que cursan el segundo año. Hace algún tiempo se había quitado del 2o. año para enseñarla en 3er año, pero, en el año escolar 81-82, volvió a incluirse en 2o. año en una forma muy elemental, enseñando la idea de la división y el primer caso de ella.

Sabemos que la división tiene por objeto repartir un número en tantas partes iguales como unidades tiene otro.

Para encauzar este aprendizaje con resultados satisfactorios es necesario basarlo en los objetos y avanzar lentamente en la enseñanza, graduando cuidadosamente las dificultades.

Recomendamos los siguientes pasos:

- Idea clara de la operación.
- Expresión de ella primero en forma oral y luego en forma escrita.
- Mecanismo.
- Aplicaciones.
- Mecanización.
- Prueba.

Idea de la operación.- Para esto es indispensable lograr de parte de los niños la clara comprensión de lo que significa dividir o sea repartir en partes iguales un número determinado de objetos, cualquiera que éstos sean. Para que el alumno capte esta idea hay que resolver frente a ellos numerosos problemas objetivos de dividir, haciendo reparto de diversos objetos entre los mismos alumnos, procurando que tomen parte activa en los problemas y además expresen en cada caso cómo hicieron el reparto.

Expresión.- Esta debe ser oral primero y luego escrita.

Oral.- Que los niños expresen de viva voz el resultado de los problemas, sirviéndose del material.

Escrita.- Dar el nombre de los factores que intervienen en la operación. (dividendo, divisor, cociente o resultado y residuo o sobrante)'.  
'

Enseñar el signo de dividir en forma de ángulo o galera y colocar correctamente los factores'.

Mecanismo.- Supongamos que queremos repartir 246 canicas por partes iguales entre dos niños ¿Cuántas hemos de dar a cada uno? los datos los expresamos por escrito.

Tenemos que repartir dos centenas, cuatro decenas y seis unidades. Para mostrar el mecanismo de la operación empezaremos por las centenas explicando por qué se inicia por la izquierda: Veremos las veces que el dividendo parcial "dos" contiene al divisor "dos"; lo contiene una vez, colocamos el número encontrado (1) debajo del signo y diremos: Esto le corresponde a cada una, a los 2,  $2 \times 1 = 2$  es decir hay que multiplicar ese número por el divisor y comparar el resultado de la multiplicación con el dividendo parcial para hacer la resta, en esta forma una por 2 igual 2, para 2 que estábamos repartiendo: cero. Luego con el sobrante si lo hay - o sin él y bajando la siguiente cifra, se continua de la misma manera hasta terminar

la operación.

- Aplicaciones.- Se presentarán numerosos problemas para que los alumnos apliquen la división procurando comprender el mayor número de casos que puedan presentarse.
- Mecanización.- Se mecanizarán estos problemas haciendo que los alumnos sepan bien las tablas de multiplicar y de dividir en todos sus aspectos, es decir en orden ascendente, descendente, salteadas, aclarando todas las dudas, ayudando a vencer todas las dificultades de los niños.
- Prueba.- Se les enseñará a hacer la prueba, sirviéndose de la multiplicación.

Se les pedirá que los alumnos presenten limpios y correctos dichos trabajos.

- Observación.- Sólo se aplicarán problemas del 1er. caso y divisiones donde no haya residuo.

## VIII. CONCLUSIONES

- 1.- La enseñanza organizada y sistemática requiere de una metodología que se sustenta en el dominio de la materia, la creatividad y la inventiva por parte del maestro.
- 2.- El maestro debe dominar por igual los principios de didáctica general y especial para el buen diseño de experiencias de aprendizaje.
- 3.- Cualquier metodología, ya sea general o especial debe tomar en cuenta la psicología de la edad de los niños a quien va dirigida.
- 4.- La experimentación y la investigación deben ser práctica permanente en el quehacer educativo.
- 5.- El maestro debe depurar constantemente las técnicas y procedimientos que usa en su clase a fin de evitar la rutina, el endurecimiento y la obsolescencia de su cátedra.
- 6.- La imaginación y la creatividad deben estar siempre presentes en la creación de los recursos de enseñanza, y en ellos deben participar los maestros y los alumnos.
- 7.- Los avances de la matemática, prueban históricamente, la capacidad del hombre para crecer intelectualmente y su refinamiento científico en la búsqueda de soluciones a las -

grandes interrogantes que han sido motor e inspiración en el progreso humano'.

- 8.- La evolución del concepto de número muestra la existencia de una capacidad especial del hombre por entender su mundo en forma concreta y su gran habilidad para el manejo de situaciones abstractas, encontrando el significado y el significante de las cosas y los hechos'.
- 9.- Las operaciones fundamentales de la aritmética tienen carácter instrumental y son las herramientas permanentes para el manejo racional e inteligente de todas las acciones matemáticas de la vida del hombre'.
- 10.-Las bases matemáticas que se establezcan en la escuela primaria deben sustentarse en la comprensión, el análisis y la objetividad, sólo así, la matemática será operante, efectiva y útil'.
- 11.-El empleo de la simbología matemática introduce al alumno en el campo de la abstracción y coadyuva en su formación científica y especulativa'.

## B I B L I O G R A F I A

- COMBI Visual. Sobre el estudio del abaco. Barcelona, Ed. Danae, 1976 (Colec. Grolier) Tomo # 3.
- JACKSON. Sobre las cuatro operaciones elementales en Matemáticas. México, D.F. Ed. 15a. 1974, Tomo X.
- MARTINEZ Jorge, Murillo Hortencia y otros. Manual de Didáctica de la Matemática. México, Ed. la. Litoarte S. de R.L., 1972.
- MONTEMAYOR Francisco J. Técnica para la enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria. Monterrey, N.L., México, --
- PENICHE Patrón Prudencio. Para el Maestro 2o. Año, México, D.F. Edit. Avante, S. de R.L. 1971-1972.
- PENICHE Patrón Prudencio. Para el Maestro 6o. Año, México, D.F. Edit. Avante, S. de R. L. 1971.
- PRECIADO Cisneros Miguel y Toral Gutiérrez Carlos. Curso de Matemáticas libro 1o. México, D. F. Ed. Progreso, S. A. 1967.
- REYES Parra Juvencio. Matemática Explicada, un maestro en el hogar, basada en la teoría de conjuntos para enseñanza primaria y secundaria. México, D.F. Ed. Mucar, 1977.
- ROZAN José E. Aritmética y nociones de Geometría, segundo libro. México I, D.F. Ed. 12a. Edit. Progreso, S.A. 1967.
- ROZAN José E. Aritmética y nociones de Geometría, cuarto libro, Ed. 8a., México, D.F. Edit. Progreso, S.A. 1964.
- SECRETARIA de Educación Pública. Mi libro de Sexto Año, Aritmética y Geometría. Ed. 11, 1972.
- SECRETARIA de Educación Pública. Matemáticas I., Licenciatura en Educación Preescolar y Primaria. México, 1975.
- TIJERINA Buenaventura. Técnica para la orientación del aprendizaje de la Aritmética y de la Geometría en las Escuelas Primarias. 2 ed. México, 1961.