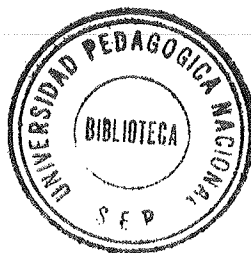




UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

UNIDAD
SEAD
098



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

ALTERNATIVAS DIDACTICAS PARA LA MEDICION DE LONGITUDES
DESDE LA PERSPECTIVA PSICOGENETICA
EN LA EDUCACION PRIMARIA

DIANA BOLAÑOS ALONSO

INVESTIGACION DOCUMENTAL PRESENTADA PARA
OPTAR POR EL TITULO DE LICENCIADO EN
EDUCACION BASICA.

México, D. F., Febrero de 1988.

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

México, D. F., a 10 de febrero de 1988

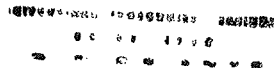
C. Profr. (a) DIANA BOLAÑOS ALONSO
Presente (nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes --
Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titula-
ción alternativa INVESTIGACION DOCUMENTAL
titulado "Alternativas Didácticas para la medición de longitudes desde
la perspectiva psicogenética"
presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a -
que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el
H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez
ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión


PROFR. MARCELA TATIANA ANAYA



Agradezco a la Lic. María Guadalupe Barrón su buena disposición y valiosa ayuda en la elaboración del presente trabajo, quien -- con gran entusiasmo me brindó asesoría.

Dejo constancia de mi reconocimiento al Profr. Marcelo Tapia, Director de la -- Unidad Oriente de la UPN por el apoyo - recibido durante mi carrera. Asimismo- mi agradecimiento a todos los asesores- de la Unidad Oriente de la UPN quienes- hicieron posible llevar a feliz término mis estudios.

Doy gracias a la Maestra Raquel Domínguez M por sus valisos comentarios.

Con todo mi cariño a mis padres
que siempre me han alentado en-
mis estudios.

A mi esposo Jesús Escandón Clavería
por su dedicación, paciencia y apo-
yo, sin los cuales hubiera sido im-
posible la realización de esta li-
cenciatura.

A mis hijos Lorena y José de
Jesús que con su amor dieron
significado a mis activida-
des y logros.

I N D I C E

	pág
INTRODUCCION	
1. LA PSICOGENETICA	6
1.1. La teoría psicogenética en el aprendizaje y la construcción del conocimiento	10
1.1.1. El carácter biológico	11
1.1.2. La relación sujeto objeto	15
1.1.3. El constructivismo del conocimiento..	18
1.2. Relación entre el proceso histórico de las -- ciencias y el proceso psicogenético del cono- cimiento	22
1.2.1. La geometría y la psicogénesis	24
1.2.2. El álgebra y la psicogénesis.....	28
1.3. Psicogénesis de la noción de cantidad y la <u>me</u> dicción de longitudes	32
2. EL PROCESO DE MEDICION ORIGEN Y CONCEPTUALIZACION .	43
2.1. Cantidad y medición	48
2.2. Sistemas de numeración	55
2.2.1. Sistemas de numeración que no son de- base y posición	57
2.2.2. Sistemas de base y posición	69
2.3. El sistema métrico decimal	77
3. LA PRACTICA EN EL MARCO DE LA PSICOGENETICA.....	81
3.1. La práctica y el laboratorio de <u>psicomatemáti</u> cas	85
3.2. Condideraciones para el diseño del material..	91

4. ALTERNATIVAS DIDACTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MEDICION DE LONGITUDES.....	94
4.1. Contenido programático	94
4.1.1. Programa integrado para primer grado	96
4.1.2. Programa integrado para segundo grado	105
4.1.3. Programa para el tercer grado	111
4.1.4. Programa para el cuarto grado	112
4.1.5. Programa para el quinto grado	113
4.1.6. Programa para el sexto grado	113
4.2. Propuesta para el primer grado	115
4.2.1. La construcción del concepto de cantidad	119
4.2.1.1. Primer estadio	120
4.2.1.2. Segundo estadio	127
4.2.1.3. Tercer estadio	131
4.2.1.4. Cuarto estadio	135
4.2.2. Sistema de numeración decimal	138
4.3. Propuesta para el segundo grado	143
4.3.1. Sistema de numeración decimal.....	146
4.3.2. Medición de longitudes	151
4.4. Alternativas para el tercer grado	157
4.4.1. Comprensión de la estructura del sistema de numeración decimal	159
4.4.2. Sistema métrico decimal	164
4.5. Alternativas para el cuarto grado	169
4.5.1. Sistemas de numeración que no son de base y posición	170
4.5.2. Afirmación de los sistemas de numeración decimal y métrico decimal	172

	pág
4.6. Alternativas para el quinto grado	176
4.6.1. Sistemas de base y posición	177
4.7. Alternativas para el sexto grado	182
4.7.1. Sistema de numeración decimal	183
4.7.2. Sistema de medición decimal	185
CONCLUSIONES	187
SUGERENCIAS	190
ANEXO	192
GLOSARIO.....	209
BIBLIOGRAFIA.....	212

INTRODUCCION

En el transcurso de nuestra práctica docente es evidente la constante dificultad que se presenta en la enseñanza de las matemáticas, pues persiste la creencia generalizada de que se trata de una materia muy difícil, que no está al alcance de todos, sólo de ciertas personas que poseen una gran inteligencia.

Por otra parte no podemos negar la actitud adoptada por la mayoría de los docentes en relación a este problema, consistente en simplificar la enseñanza hasta el punto de enunciar una regla como si fuera una receta, la cual si es alterada ya no sirve, además ésta deberá ser memorizada y aplicada a ejercicios enunciados por el maestro, lo que nos conduce a una mecanización de las matemáticas, que impide la realización de una de sus metas primordiales, que es la de promover el desarrollo del poder de razonamiento en el individuo.

Lo antes mencionado llega a producir hechos tan lamentables, como la desvinculación de los conceptos matemáticos de la vida real, donde ellos no tienen cabida debido a que no ayudan a resolver los problemas de la cotidianeidad; en tales circunstancias no justifican su existencia para el niño, convirtiéndolos en algo que está fuera de su alcance y que además no tienen ninguna aplicación real.

Estos hechos nos provocan un alto índice de reprobación y lo que es más importante, originan en el niño una gran aversión hacia las matemáticas que repercutirá sin lugar a duda en su vida futura.

Si tomamos en consideración el objetivo planteado para el

área de matemáticas en el nivel primaria consistente en "Proporcionar en el alumno el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional como un instrumento de comprensión, interpretación, expresión y transformación de los fenómenos sociales, científicos y artísticos del mundo" este objetivo difícilmente puede ser alcanzado si persistimos continuar enseñando bajo el marco de los cánones estipulados por la enseñanza tradicional, en donde el maestro es el que actúa, dirige, ordena y concluye.

Es por ello que en el presente trabajo nos abocaremos al planteo de algunas alternativas que nos permiten cambiar la situación actual, sin embargo resultaría imposible abarcar todos los contenidos en este compendio por las características a las que se debe sujetar el mismo, de tal forma que solamente abordaremos las alternativas didácticas para la enseñanza del concepto de cantidad y la medición de longitudes en los seis grados de educación primaria, siguiendo el mismo programa planteado por la SEP, pero con una metodología basada en la psicología genética de Jean Piaget, en donde será el propio niño quien -- construya sus propios conceptos matemáticos y que posteriormente los pueda aplicar en múltiples situaciones, además esto nos permitiría propiciar la actividad espontánea del niño que intentará satisfacer su inmensa curiosidad.

Es así como nuestras alternativas están fundamentadas en la teoría psicogenética, desde su perspectiva biológica en la que se establece una estrecha vinculación entre el desarrollo orgánico y el desarrollo psíquico del niño; donde también tomaremos en consideración la indisociabilidad del sujeto y el ob-

jeto de estudio, dando a la actividad del sujeto un carácter primordial desde el punto de vista epistemológico y finalmente será no menos importante el carácter constructivista del conocimiento, en donde se establece una continuidad entre las funciones del nivel superior con las del nivel inferior.

Así también aprovecharemos la relación existente entre el proceso histórico de las ciencias y el proceso psicogenético del conocimiento que nos conduce a establecer las tres etapas evolutivas del conocimiento y vincularlos con los estadios de desarrollo por lo que atraviesa el niño. Todos estos aspectos constituirán el marco teórico dentro del cual se encuentra inscrita la presente investigación documental.

En esta investigación se nos introduce en el conocimiento de la psicología genética, durante el desarrollo del capítulo 1 en donde se explica la concepción del aprendizaje, la construcción del conocimiento y en forma particular nos habla acerca de la psicogénesis de la noción de cantidad y la medición de longitudes.

El segundo capítulo está dedicado al estudio del proceso de medición desde su origen hasta la concepción que tiene en la actualidad, donde también se dan a conocer algunos sistemas de numeración usados en la antigüedad, así como los sistemas que son considerados de base y posición, puesto que sin el conocimiento de ellos no podríamos comprender la estrecha vinculación que existe con el sistema métrico decimal mismo que es tratado al final del capítulo.

De acuerdo al enfoque psicogenético que intentamos dar --

al presente trabajo no podíamos pasar por desapercibida la importancia que tiene la práctica del niño en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es por ello que este tópico es tratado en el tercer capítulo, en donde además de justificar su utilización se propone la creación de un laboratorio de psicomatemáticas dentro de la escuela y se plantean lineamientos generales a los que se deben ajustar el diseño de los materiales.

Finalmente en el cuarto capítulo se hace un análisis del contenido programático de cada año escolar y así posteriormente se integra cada una de las propuestas con apego a los programas vigentes en donde se marca la secuencia a seguir las actividades propuestas y su conducción.

La investigación aquí elaborada es del tipo documental por lo que hubo la necesidad de localizar información en diversas instituciones que se encontraran vinculadas de alguna manera con el tema tratado, inicialmente se localizó bibliografía en diversas instituciones como la UPN, UNAM, IPN y otras, posteriormente nos abocamos a indagar acerca de proyectos de investigación relacionados con nuestros objetivos fué así como visitamos el Cinvestav del IPN y su laboratorio de psicogenética logrando la entusiasta colaboración de los responsables de este proyecto.

Las alternativas propuestas no están exentas de limitaciones y una de ellas es el número de alumnos que son asignados en cada grupo, debido a que esto constituye un obstáculo para que el maestro pueda dar una atención eficiente a cada niño.

Otra limitante la constituye el hecho, de que una vez que un grupo es introducido a una metodología basada en la psicogenética, ésta no deberá ser truncada, sino por el contrario deberá tener una continuidad en los grados subsiguientes, es por ello que el maestro al adoptar esta metodología adquiere el -- compromiso, de hacer investigaciones bajo el mismo contexto en busca de nuevas alternativas para la enseñanza de otros temas que marca su programa de matemáticas.

En esta investigación documental tomamos en consideración una serie de investigaciones de campo afines con el tema tratado, sin embargo, será necesario que todos los propuestos aquí planteados sean llevados a la práctica con fines evaluativos, para que nos proporcionen datos concretos otorgando un grado de validez a los planteamientos aquí hechos y que arrojen pautas para promover nuevas investigaciones.

CAPITULO 1
LA PSICOGENETICA

Desde tiempos muy remotos ha sido de primordial importancia el tema de la enseñanza de las matemáticas, que sin intentar minimizar los aportes realizados por otros pueblos en la antigüedad, no podemos pasar por desapercibido los aportes que al respecto hicieron los griegos entre los que podemos citar a: Tales de Mileto, Pitágoras, Eudoxio, Euclides, Apolonio, etc. quienes intentaron llegar a la solución de los problemas por caminos fáciles, seguros y rápidos.

De igual forma no se quedaron atrás los romanos y árabes y en fin, así podríamos mencionar un sin número de investigadores cuyos aportes no vamos a citar aquí, ya que no es la intención en este trabajo presentar un análisis de todos ellos, ni tampoco hablaremos de la forma de como cada uno de ellos ha --llegado a estructurar sus diversas concepciones del conocimiento y las implicaciones que ellas han tenido en la enseñanza de las matemáticas.

Sin embargo a pesar de los múltiples estudios que se han llevado a efecto, no hemos podido dar por concluido este aspecto que como todo conocimiento científico ha sufrido una evolución y deberá continuarla, con el propósito de establecer una concordancia con los avances de la ciencia y la técnica en la época moderna.

Es por ello que el maestro de matemáticas deberá adentrarse en el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, con-

el propósito de encontrar una metodología que le permita concordar con las necesidades de los niños en la actualidad y por ende logre alcanzar los objetivos planteados para sus cursos - con un grado óptimo de eficiencia.

En esta interminable búsqueda nos encontramos con la obra de Piaget muy extensa por cierto, pero en ella están plasmados sus diversos aportes en cuanto a la manera como el niño se desarrolla psíquicamente, en forma comparativa al crecimiento orgánico, pasando por una serie de estadios ubicados jerárquicamente, constituyendo mecanismos comunes a ciertas edades, pero que establecen para la vida mental una evolución hacia una forma de equilibrio final, por lo que se considera a la psicología de Piaget como la psicología del desarrollo.

No obstante, como toda teoría está sujeta a críticas que nos conllevan a grandes polémicas, que se han sostenido durante largos años en torno a la psicología genética y en su forma más amplia a la epistemología genética de carácter interdisciplinario.

Durante la primera etapa de la obra de Piaget fue sujeto de críticas por parte de Vigotsky representante de la psicología evolutiva, quien enfocó sus críticas hacia dos aspectos fundamentales: uno en relación al egocentrismo y el otro en torno a la actividad del sujeto.

Aunque nunca pudieron polemizar personalmente Vigotsky y Piaget este último dió respuesta a las críticas, refiriéndose al hecho concreto de que sus estudios en relación a la verbalización de los niños pequeños, lo habían conducido a afirmar --

que el egocentrismo era menor en los niños mayores, lo cual se contraponía con lo que afirmaba Vigotsky, en el sentido de que no disminuía, sino que simplemente se interiorizaba; por lo -- que consideró que el término "egocentrismo cognitivo" fue mal- empleado por que sólo se refería a la falta de habilidad para- decentrar debiendo haberlo llamado "egocentrismo". En cuanto a -- la actividad y acción del niño, sus trabajos se dirigieron pos- teriormente en el mismo sentido que Vigotsky.

Los estudios sobre psicología genética fueron iniciados -- por Piaget desde una perspectiva biológica y por Wallon desde- un punto de vista histórico social lo cual no dejó de consti- -- tuir la base para entablar una nueva polémica entre ellos, en- torno a lo insuficiente que le parece a Wallon la explicación- que Piaget hace para el período sensorio-motor como un conti- -- nuo paso de lo psíquico a lo biológico, en donde existirán asi- milaciones que producirán acomodaciones y éstas a su vez asimi- laciones de orden superior.

Esta crítica es considerada por Piaget como una mala in- -- terpretación de Wallon, ya que en su obra "La construcción de- lo real en el niño" afirma que la imitación es el origen de la representación y el juego es el canal de la acción hacia la re- presentación, por lo que la asimilación y la acomodación senso- rio-motoras están apoyadas en el juego y en la imitación. A -- pesar de ello la polémica entre Wallon y Piaget se ha prolonga- do, posiblemente porque aunque ambos emplearon el método psico- genético, utilizaron estrategias diferentes.

Otra polémica aunque más reciente es la que se establece-

entre Chomsky y Piaget, en cuanto a la adquisición del lenguaje, en donde Piaget lo fundamenta sobre el desarrollo sensorio-motor y Chomsky considera como factores previos al conjunto de reglas universales de transformación que se encuentran en las estructuras gramaticales de toda lengua, no obstante Piaget considera que existe compatibilidad entre la teoría de Chomsky enmarcada por la biología y la epistemología y su teoría ubicada en un marco que comprende a la psicogénesis y a la epistemología.

Es sobresaliente que tanto Wallon como Chomsky critican el uso del período sensorio-motor como explicación incompleta, no obstante sus discípulos y seguidores la justifican; Inhelder considera que solamente la capacidad de coordinar los niveles de la estructura cognoscitiva jerarquizadamente es inata; Sinclair justifica al nivel sensorio-motor como el responsable de la existencia de un eslabonamiento de las categorías esenciales de la oración lingüísticamente hablando.

En fin una obra tan polémica como la de Piaget no podía quedarse en la psicogénesis, es así como se extiende hasta la epistemología genética, la cual deja atrás a la metafísica racionalista y al empirismo, quedando considerada como una epistemología interaccionista y constructivista, caracterizada por la relación dialéctica entre el objeto y el sujeto, que utiliza a la psicogénesis como método, extrayendo la información de la evolución de las ciencias por medio del método histórico-crítico, justificándola científicamente.

En este contexto no está exento de las críticas hechas -

por algunos marxistas que lo consideran como empirista, apriorista, conductista, formalista, dogmático, psicologista y biólogo y a pesar de ello otros como Lucien Goldman lo consideran materialista dialéctico, cuya teoría concuerda en gran medida con la teoría marxista.

Aclarando un poco estas afirmaciones, Piaget rescata el aspecto empírico pero sin llegar al empirismo, no es apriorista a pesar de que una vez que se ha completado una noción ésta actúa a priori, en relación a lo que sigue en orden ascendente, en su concepto de inteligencia no unifica al medio natural con el social como lo hace el conductismo; lo consideran psicólogo porque su sujeto epistemológico está fuera del contexto histórico social y dogmático por que intenta extraer de los datos ideas predeterminadas.

Es cierto que los estudios de Piaget tienen un enfoque psicológico y nos dan un panorama de como se puede dar el aprendizaje en el niño, el no hace propuestas didácticas, sin embargo su teoría puede ser utilizada como marco teórico para elaborar nuevas alternativas didácticas.

1.1. La teoría psicogenética en el aprendizaje y la construcción del conocimiento

Si nos proponemos analizar la compatibilidad que existe entre la teoría psicogenética y los estudios que ya se han realizado con anterioridad sobre el aprendizaje, lograremos concluir que si existe una cierta compatibilidad, como lo expresamos en párrafos anteriores, puesto que toda teoría del aprendi

zaje dependerá de la concepción que se tenga de la naturaleza del conocimiento, así como también de la explicación hipotética que se de del desarrollo intelectual del individuo, así por ejemplo esto tiene cierta similitud con las tendencias empíricas sin llegar a serlo en sentido absoluto, no obstante tiene sus propios principios que la hacen diferente, lo que le ha -- permitido sacar a las teorías del aprendizaje del estancamiento en que se encontraban.

Esto sirve de fundamento para que tratemos de aprovechar los aspectos puntualizados por Piaget referente a la importancia adjudicada a la actividad del sujeto en la génesis de los conocimientos para integrar una teoría del aprendizaje.

La concepción sustentada por Piaget referente a la epistemología genética abarca la naturaleza de los conocimientos en función con su crecimiento en concordancia con las dimensiones históricas y ontogenéticas, es así como la psicología genética intenta captar la construcción del conocimiento y simultáneamente plantear hipótesis sobre las leyes del propio desarrollo del niño.

En su teoría Piaget considera tres caracteres determinantes: 1. el carácter biológico, 2. la relación sujeto y objeto y 3. el constructivismo del conocimiento.

1.1.1. El carácter biológico

Biológicamente hablando la teoría psicogenética es naturalista y "considera que el conocimiento depende de un organismo dotado de estructuras que manifiestan su poder de asimilación-

acomodación", (1) de tal suerte que las primeras conductas de adaptación cognoscitiva en el niño ponen en marcha un proceso de asimilación funcional que consiste en incorporar el universo a estructuras biológicas ya existentes, esto quiere decir que son características hereditarias, que sirven de antecedente para que se reproduzcan ciertas conductas asimiladas del medio y que una vez que han sido generalizadas por medio de la actividad acomodadora dan paso a la generación de conocimientos sensorio-motores.

Para explicar esto un poco mejor debemos considerar que los nuevos conocimientos no están inscritos en las estructuras orgánicas hereditarias, pero éstas sí intervienen en el proceso de asimilación y acomodación.

En donde la asimilación biológica es la incorporación de elementos externos a estructuras completas o no de un organismo. Así por ejemplo cuando un pajarillo se alimenta de frutos, el pajarillo no se convierte en fruto, pero el fruto si se transforma substancialmente en pajarillo subsistiendo un residuo. Similarmente estaremos hablando de "asimilación" en el sentido conductual cuando incorporamos elementos nuevos a estructuras previamente construidas, lo que significa que el individuo está sensibilizado para responder a un estímulo. Una explicación esquemática podría ser, si reunimos una estructura previa a un estímulo, se producirá la asimilación del estímulo

(1) Inhelder Barbel y Sinclair Hermine. Aprendizaje y Estructuras del conocimiento, Madrid, Ediciones Morata, S.A., 1975. p. 20.

a la estructura originando una respuesta, en donde sobra todo lo que no es significativo para la estructura.

Toda estructura involucra relaciones de orden biológico, tales como inclusión, orden y correspondencia, presentes desde la embriogénesis hasta la constitución fisiológica una vez que el individuo ha madurado, éstas a su vez son antecedentes de las "estructuras fundamentales de conducta y de inteligencia" que se manifiestan primeramente en el pensamiento espontáneo y después en el reflexivo guiándolo hacia una mayor abstracción.

Por otro lado la acomodación siempre acompaña a la asimilación, si nos referimos a la parte biológica toda substancia que es asimilada en mayor o menor medida puede producir modificaciones no hereditarias en el organismo, de forma idéntica -- ocurre con las conductas en donde cualquier variación de una estructura o esquema asimilatorio constituirá lo que Piaget designa como "asimilación".

La relación entre acomodación y asimilación es recíproca pues no podemos concebir a una sin la otra, esta relación tiene hacia una adaptación cognoscitiva que en términos biológicos la llamaremos equilibrio, a pesar de ello existe una limitante para la acomodación que consiste en la necesidad de resguardar a la estructura de asimilación.

Analizando esta perspectiva, la teoría de Piaget entra en oposición con las teorías que consideran al aprendizaje como un proceso donde solamente existe la asimilación e incluso donde el condicionamiento juega un papel trascendental, entendiendo éste como una imposición del exterior, que pretende lograr-

que el niño acepte lo hecho por el hombre sin su participación y lo reproduzca idénticamente.

Para Piaget lo importante radica en que el niño construye su propia realidad del mundo que lo rodea, en la que una de sus características será la deformación de ésta y en consecuencia es contradictoria e incompatible pero que a pesar de ello nos demuestra que los esquemas ⁽²⁾ pueden permanecer activos en el tiempo, sin que por ello intervenga la estimulación exterior y que aún más es susceptible de transformación gracias a su propio funcionamiento durante el desarrollo.

De esta manera es como nos podemos explicar el hecho por medio del cual, el individuo asimila ciertos estímulos y rechaza otros, mediante procesos de organización, que hacen posible la transformación de los esquemas en función de estructuras -- cognoscitivas.

Para explicar este fenómeno más específicamente tenemos -- que abocarnos al aspecto biológico diciendo que en la medida -- que el organismo alcance un nivel de "competencia", éste podrá ser capaz de captar las incitaciones del medio circundante, o -- lo que es lo mismo no siempre se asimilará un estímulo, esto -- dependerá del tipo de estímulo y el momento en que se lleve a -- efecto.

Es así como la psicología genética considera el marco de lo observable, constituido por los esquemas de acción que a su vez involucran una logización y es considerado como el produc-

(2) Esquema: Este término está vinculado estrechamente con las actividades que pueden ser repetidas y generalizables, ellas representan a -- las acciones capaces de efectuarse sobre los objetos.

to de la unión entre un contenido dado por el objeto y una forma exigida por el sujeto, instrumento necesario en toda verificación, esto nos dirige hacia la interacción continua existente entre el medio y el organismo.

Un hecho es considerado como un simple observable pero -- además requiere ser interpretado, en tales circunstancias quedará constituido por una parte que proviene de los objetos y -- la otra elaborada por el sujeto, considerándose esta última extremadamente importante, debido a que puede conducir a una deformación o a un simple rechazo de la observable y por ende, -- desnaturaliza el hecho en función de la interpretación.

Por lo antes expuesto podemos considerar que el desarrollo psíquico es paralelo al desarrollo orgánico y que ambos -- son determinantes en la concepción de Piaget a cerca del aprendizaje, en donde el sujeto forma parte esencial del proceso como ente capaz de construir su propia realidad.

1.1.2. La relación sujeto y objeto

No podemos concebir al sujeto cognoscente aislado del objeto de conocimiento, estos dos elementos son considerados por Piaget como indisociables, ya que para llegar a conocer a un -- objeto lo lograremos mediante aproximaciones sucesivas, es decir, cada vez nos acercamos más y más al conocimiento del objeto pero nunca alcanzamos su conocimiento total, esto nos manifiesta que la objetividad no puede ser alcanzada en forma espontánea, puesto que ello requiere de un trabajo continuo que se lleva a efecto en dos direcciones; una es la que nos condu-

ce hacia la elaboración de formas de conocimiento o estructuras lógico matemáticas y la otra es la que nos proporciona los conocimientos de los objetos, relaciones espacio-temporales y causales, que logran su integración mediante la existencia entre ambas direcciones de una gran diversidad de conocimientos-intermedios.

Es aquí donde la acción desempeña un papel fundamental, - debido a que la inteligencia elabora esquemas de acción asimilados a los mecanismos de transformación empleados al operar y actuar sobre los objetos, desde las acciones-sensorio-motrices más elementales hasta las operaciones más elaboradas que se lo gran mediante acciones interiorizadas.

Desde un punto de vista epistemológico la actividad del - sujeto es primordial en esta teoría del desarrollo máxime si - se ubica en el terreno de la biología.

Si tomamos como punto de partida el estadio sensorio-mo-- tor observaremos que todas las acciones verdaderas ocurren nuevamente en los estadios ulteriores, sólo que estas acciones se han transformado en operaciones, llamadas así por que se trata de acciones interiorizadas, de carácter reversible y que forman parte de estructuras, ello nos explica el porqué las es-- tructuras dependen de la actividad del sujeto para llegar a su construcción aditiva.

Para llegar a alcanzar las operaciones lógicas es necesario no sólo el ejercicio verbal, sino vincularlo con la experimentación donde las estructuras lógico-matemáticas son abstraídas no del objeto en sí, más bien de las acciones que se realizan.

zan sobre ellos de ahí proviene su carácter esencial del pensamiento lógico.

Es necesario considerar la importancia que tiene la experiencia en la génesis de los conocimientos, pero no podemos pasar por alto la diferencia que marca Piaget, entre la abstracción empírica que solamente pretende extraer las propiedades de su objeto, referente a un conocimiento específico y descarta las que no lo son, a pesar que para lograrlo el sujeto necesita aplicar actividades lógico-matemáticas propias. Por otra parte tenemos a la abstracción reflexiva que resulta de la coordinación de las acciones que el sujeto realiza con el objeto de extraer sus informaciones, pero en este caso el objeto se convierte únicamente en sosten, debido a que la coordinación de las acciones, no surgen del objeto mismo sino que se vinculan con la experiencia lógico-matemática.

Para el caso específico de las cantidades físicas cuando el sujeto aprende en función de su marco "lógico-matemático" de las acciones, estaremos hablando de una abstracción reflexiva que es la que particularmente promovemos por medio de "ejercicios operatorios" diseñados con este fin y no estaremos hablando de la abstracción simple, en donde lo que se aprende -- parte únicamente del contenido de las nociones.

La abstracción reflexiva se vale de dos procesos: El primero es el reflejamiento sobre un nivel superior de lo adquirido en un nivel inferior, así podemos citar como ejemplo la representación como resultado de la acción; como segundo proceso hablaremos de la reflexión que organiza y construye ampliando-

lo adquirido por reflejamiento logrando la generalización.

Este proceso se lleva a cabo en cada nivel, siendo renodo y ampliado por la alternancia de nuevos contenidos y la elaboración de nuevas estructuras.

Por lo que no existe una frontera limitante entre los -- aportes del sujeto y los del objeto, porque para aproximarse -- al objeto se necesita, sucesivas logizaciones y matematizaciones, siendo más objetivo para el sujeto a medida que dichos -- procesos se enriquecen.

Aclararemos que en todos los niveles el sujeto obedece a normas cognoscitivas, cuyo interés reside en la dinámica de -- sus construcciones sucesivas, en tales condiciones para la -- construcción de todo conocimiento válido, epistemológicamente -- no se puede contestar el cuestionamiento de cual es el mecanismo por medio del cual se da la evolución de las normas precientíficas hasta su fusión con las científicas.

1.1.3. El constructivismo del conocimiento

Abordaremos el estudio de los mecanismos que engendran la evolución de los conocimientos, en primer lugar daremos a conocer la hipótesis fundamental del constructivismo psicogenético que afirma la no existencia del conocimiento previamente determinado en lo que respecta a las estructuras constituidas por -- el sujeto y tampoco por las constituidas por el objeto, quedan do fuera de ello las formas hereditarias más elementales.

Piaget desecha por completo la tesis que sostiene que el niño no inventa nada, ya que recibe por medio de la educación--

todo lo que aprende, de modo contrario la psicogénesis establece en que medida un conocimiento nuevo estaba preformado en un conocimiento precedente, o si surge efectivamente de una construcción, susceptible esta última de estar preformada, esto es fácil de demostrar en niños pequeños, donde la evolución de su inteligencia, multiplicidad de invenciones y descubrimientos son evidentes, pero en el caso de las ciencias deductivas, el problema se complica pues no es fácil evitar ver en ellos el descubrimiento de objetos y relaciones que existían con anterioridad, en el intento de analizar esto nos auxiliaremos de la historia y la psicogénesis, la primera demostrará que la necesidad evoluciona y la segunda planteará la forma en que esa necesidad se construye bajo sus formas más simples.

El constructivismo psicogenético afirma la continuidad -- que existe entre las funciones de nivel superior y las del nivel inferior, dando una explicación a las transformaciones genéticas que conducen a la evolución, siendo importante señalar la continuidad que existe entre las autorregulaciones⁽³⁾ de orden biológico y psicológico, en ambos se da una construcción que requiere de una secuencia lógica donde no es posible pasar por alto ningún estadio sin que se rompa la cadena evolutiva.

Esta evolución de las funciones psíquicas, aún tiene una estrecha dependencia con el estado de los órganos debido a que

(3) Las autorregulaciones pueden ser de dos tipos: conservadoras cuando caracterizan el equilibrio de una estructura terminada y constructivas o estructuradoras cuando se refieren al equilibrio mejorante.

siguen una secuencia lógica que llega a la plenitud y luego viene la decadencia, en cambio en las funciones superiores de la inteligencia y de la efectividad, tienden hacia un equilibrio móvil, en donde a mayor movilidad se presenta una mayor estabilidad y no precisamente se trata de una decadencia.

Es por ello que el desarrollo mental es considerado como una construcción continua, en la que poco a poco se va evolucionando hacia un estado de mayor equilibrio en donde se dan funciones constantes aunadas a estructuras variables y éstas son las que constituyen los diversos estadios de equilibrio que marcan la diferencia de los niveles de conocimiento del individuo.

En diversas investigaciones se ha intentado averiguar hasta que punto la lógica del sujeto, interviene o no en la propia estructuración del sujeto y se ha llegado a comprobar que no solamente interviene sino que es un elemento indispensable para que el proceso de construcción se dé.

Así es como lo más importante resultaría ser el establecimiento de las estructuras a partir de las cuales se adquieren las estructuras operatorias de cada una de las nociones y cuales son los caracteres que determinan la construcción del conocimiento para poder establecer un rumbo adecuado que nos conduzca hacia el desarrollo cognoscitivo.

Otro planteamiento importante resulta ser el hecho de que cada etapa ocupa un lugar en un orden inalterable, pero es necesario determinar cada uno de los niveles que se manifiestan al alcanzar cada etapa, así como también establecer la rela-

ción que existe entre los diferentes tipos de estructuración - epistemológica como lo es la lógica matemática, la espacio temporal y la física, esto conduce a un problema fundamental que es la extensión de un conocimiento, imprescindible para el - - maestro en el momento de plantear su didáctica.

1.2. Relación entre el proceso histórico de las ciencias y el proceso psicogenético del conocimiento

La síntesis epistemológica planteada por Piaget, está caracterizada por tres etapas principales: La primera es la referente a la introducción a la epistemología genética, que recibe la influencia de las epistemologías clásicas y en ella intenta explicar los procesos de transformación del conocimiento; en la segunda etapa reconoce que la ciencia debe ser abierta y permitir la colaboración interdisciplinaria, además concibe a la epistemología como la encargada de explicar la producción de conocimientos científicos a partir del pensamiento real del hombre; por último su tercera etapa está caracterizada por sus estudios a cerca de la causalidad, encaminada hacia un interaccionismo integral donde se analiza la función que desempeña el objeto en la formación de las operaciones del pensamiento en el niño, estableciendo una comparación con la historia de las ciencias.

Esta tercera etapa es relevante para nuestro estudio y en ella se destaca un aspecto importante que debemos tomar en consideración y se refiere a que ningún sector de la ciencia por limitado que parezca, puede considerarse como totalmente tratado, esto quiere decir que siempre será sujeto de cambio, en el caso específico de las matemáticas, aunque existen teoremas -- que son demostrables ello no implica que sean absolutamente generalizables, esto significa que puede tratarse de casos particulares y ser susceptibles de modificación.

Lo anterior constituye nuestro punto de partida en el sentido que estudiaremos los grandes períodos que se suceden en el desarrollo de un concepto, sin tomar en consideración la -- continuidad o discontinuidad de ellos, sino que nos concretaremos a la existencia misma de cada período y el porqué de su sucesión.

Con ello se pretende aprovechar el poder de información -- que posee la historia, en cuanto al análisis de la construcción del conocimiento y vincularlo con la capacidad similar -- que posee la psicogénesis, en donde de manera compartida las -- etapas del saber no se suceden en forma lineal, ya que cada estadio y período comienza por una reorganización de los precedentes estadios y períodos.

Sin olvidar que la razón primordial del estudio de este -- parentesco, reside en encontrar niveles, mecanismos e instrumentos similares que nos permitan explicar el paso de un nivel de formación a otro.

Para ello consideraremos como "mecanismos e instrumentos -- comunes" a cinco fundamentalmente:

El primero de ellos es la naturaleza de los razonamientos, que comprende a la abstracción reflexiva, a la abstracción empírica y a las generalizaciones.

El segundo carácter se define por el hecho que ningún individuo recurre a experiencias puras, puesto que todo "observable" es siempre interpretado, así como todo "hecho" implica -- una relación sujeto y objeto, en donde existen aportaciones de los objetos mismos que son utilizadas por el sujeto para hacer

sus construcciones, lo que le permitirá arribar a una logización.

En tercer término se presenta como un doble proceso de diferenciaciones e integraciones que justifica todo progreso cognoscitivo y se presenta desde las construcciones sensorio-motrices hasta las formas superiores del pensamiento científico.

Un cuarto lugar está ocupado por las "razones" implicando tanto los éxitos como los fracasos, la búsqueda de éstas se presenta desde el saber hacer hasta las teorías más elevadas.

Por último estará la consideración de que en la historia del pensamiento científico, los progresos no se presentan aleatoriamente, salvo raras excepciones y esto coincide con la psicogénesis y sus estadios.

También analizaremos los dos caracteres comunes de los "mecanismos de pasaje": uno consistente en que cada vez que se da un rebasamiento, lo que fue rebasado se encuentra implícito en el rebasante y el otro es el proceso que conduce de lo "intra-objetal" a lo "inter-objetal" y finalmente a lo "trans-objetal". (4)

1.2.1. La geometría y la psicogénesis

Durante el proceso histórico que se ha dado en la geometría podemos distinguir varias etapas, pero no las podemos presentar como una sucesión lineal, sino que en ellas existe una imbricación en donde no se manifiesta un incremento en el cono

(4) "intra-objetal": análisis de los objetos "Inter-objetal": estudio de las relaciones y transformaciones. "Trans-objetal": construcción de las estructuras.

cimiento, así pues se trata de una reestructuración de todo el proceso y esas etapas las podríamos resumir de la siguiente manera: geometría euclidiana, geometría analítica, geometría proyectiva y como fundamento de la geometría la noción de transformación y la algebraización.

Características tales como el estudio de las propiedades de las figuras, así como también de los cuerpos geométricos incluyendo las características internas entre los elementos de dichas figuras o dichos cuerpos se presentan como determinantes de la geometría euclidiana, en ella no se toma en cuenta el espacio como tal, ni las transformaciones que el mismo espacio implica, correlacionando estos aspectos con la psicogénesis nos estamos refiriendo a la etapa "intra-figural".

Cuando hablamos del dominio de la geometría proyectiva, en donde se relacionan las figuras entre sí en busca de transformaciones que pretenden poner en relación las figuras según múltiples formas de correspondencia, pero sin que exista una subordinación de las transformaciones a estructuras de conjunto en estas circunstancias estamos frente a lo que podríamos llamar la etapa inter-figural de la psicogenética.

El pasaje de las transformaciones proyectivas a las estructuras de grupo formuladas magistralmente por Félix Klein, constituyen una nueva etapa, que quedaría considerada, como la etapa trans-figural psicogenéticamente hablando, debido a que en ella se establece la relación que existe entre una geometría y su grupo, formado por el conjunto de transformaciones del espacio, con la que se pretende evidenciar los aspectos --

que conforman la estructura de grupo, por lo que, con su teoría se reconoce que un grupo de transformaciones puede provocar que ciertas propiedades geométricas no se alteren, ello implica que las relaciones internas de grupo pasen a un primer plano.

Aquí se pone en evidencia que a la luz de nuevos puntos de vista, se presenta una reinterpretación de los conceptos -- que sirvieron de fundamento, de donde surge la analogía con la psicogenética, además dicha sucesión se presenta en todas las disciplinas y cada etapa repite sus propias fases del proceso total.

Toda adquisición cognoscitiva está sujeta a las leyes impuestas por la asimilación y la equilibración y por ende en -- ellas se encuentra la explicación de la sucesión "intra-, inter y trans- que encontramos presentes en todos los dominios.- De donde el carácter intra- surge en el momento que se presenta un dominio nuevo, donde es necesario asimilar los datos a -- sus propios esquemas (de acción o conceptuales) del sujeto -- cognoscente, implicando una equilibración elemental, en donde convergen la asimilación a los esquemas del sujeto y su acomodación a las propiedades objetivamente dadas.

Sin embargo, estos nuevos esquemas no podrán permanecer -- aislados, pues nuevamente el proceso asimilador nos inducirá -- hacia asimilaciones recíprocas, que necesitarán de una equilibración con el propósito de proporcionar a los esquemas o subsistemas formas más o menos estables presentándose el carácter inter-.

Pero nuevamente se producirán otros subsistemas que amenazarán la unidad del todo sin que por ello dejen de existir tendencias integradoras encargadas de contrarrestar a las diferenciaciones. Ello nos conducirá a un equilibrio que está precedido por la pugna que existe entre las diferenciaciones y las integraciones, siendo necesaria la producción de sistemas de integración que no se encuentren sometidos a las diferenciaciones permitiendo la armonía, sin la presencia de conflictos entre sí y perturbaciones internas, todo ello caracteriza el nivel trans- en el que se producen estructuras de conjunto de carácter formador.

Este proceso se repite constantemente, pues todo nivel -- trans- da lugar a un análisis intra- que nos conduce a nuevos inter- originando super estructuras trans- y por ello lo encontramos en el paso de un nivel al siguiente y, asimismo, se presenta en la historia como en la psicogénesis.

El análisis presente se refiere a las fuentes exógenas de la equilibración donde los datos permanecen en estados de "hechos", no obstante debemos considerar los aspectos internos o fuente endógena, que se refiere al incremento de los coeficientes de necesidad lógico-matemática lo que constituye otro proceso de equilibración que nos conduce al paso de lo intra-figural al inter-figural y finalmente al trans-figural y estas -- construcciones endógenas tarde o temprano nos conllevan a formas algebraicas.

Siendo indispensable hablar de lo trascendente que es la vinculación entre la psicogénesis y la historia de las cien-

cias, esto es si nos referimos a los mecanismos comunes de -- transición, los cuales no deben ser vistos tan fría y tajantemente sino por el contrario deberán considerarse como el reemplazo de un saber exógeno por un endógeno lo que quizá constituya la ley más general, en relación a la evolución de los conocimientos.

1.2.2. El algebra y la psicogénesis

Para el caso particular del álgebra, al intentar describir las tres etapas, nos referiremos a la etapa "intra-operacional", "inter-operacional" y "trans-operacional" cuyas características se exponen a continuación.

La etapa intra-operacional está caracterizada por la presencia de relaciones que se suscitan bajo formas aislables sin transformaciones de una a otra que hagan necesaria la utilización de invariantes y que no se necesite definir estructuras por la composición que exista entre ellas.

Cuando se presenta una correspondencia y transformación entre las formas aislables de la etapa precedente, en la presencia de invariantes que tales transformaciones exigen, estamos hablando de la etapa "inter-operacional".

Finalmente para caracterizar la etapa trans-operacional, diremos que en ella se construyen estructuras cuyas relaciones se refieren a las transformaciones inter-operacionales.

La seriación de estas tres etapas para el caso específico del álgebra es mucho más difícil, pues es un ejemplo más claro de las imbricaciones, que cada etapa tiene con las anteriores,

en cuanto a la reorganización para que se efectúe una sucesión este proceso lo podemos explicar subjetivamente como la conquista de una necesidad que se incrementa incesantemente de una etapa a la siguiente.

Las tres etapas así construidas es lo que podríamos llamar "tematización reflexiva" ⁽⁵⁾ ya que constituyen los tres grandes grupos de elaboraciones teóricas que pueden ser utilizados a título de instrumentos psicológicos generados por las actividades del sujeto y los datos de la experiencia.

En lo que respecta a las pretensiones de este trabajo nos restaría hacer un análisis del pensamiento "natural" del niño o del adulto no matemático, en el sentido en que la construcción del conocimiento, no surge al azar, sino que se presenta en forma organizada por medio de lo que podríamos llamar "preestructuras" o sistemas prealgebraicos, aunque lo relevante podría ser, si también aquí se presentan las tres etapas, intra-, inter- y trans- y si funcionan de manera análoga a lo descrito en párrafos anteriores.

En múltiples investigaciones realizadas por Piaget y sus colaboradores se han llegado a establecer cuatro grandes períodos: El primero es el sensorio-motriz que está ubicado en la etapa preverbal, uno más llamado "preoperatorio" que se presenta de 4-6 años, otro llamado de las "operaciones concretas" -- que está ubicado entre 7-10 años y finalmente el caracterizado

(5) Tematización reflexiva; es la conceptualización exhaustiva de las entidades matemáticas progresivamente constituidas.

por las "operaciones hipotético-deductivas" que se presenta de 11-12 años.

Estableciendo una comparación entre esos tres estadios y los tres niveles de que hemos estado hablando, parece existir una gran afinidad.

En lo que se refiere al primer estadio "preoperatorio" -- donde se construyen acciones repetibles, tendientes a modificar el objeto, pero sin que se transformen ni se coordinen entre sí, es decir se trata del descubrimiento de una acción operatoria cualquiera pretendiendo analizar sus diversas propiedades internas a sus consecuencias inmediatas. Pero existe una doble limitación, no hay coordinación de esta preoperación y el análisis interno de la operación en juego se acompaña de -- errores; ello manifiesta su carácter intra-operacional en donde la acción se repite, pero no es integrada a un sistema de condiciones o de secuencias que formen parte de una totalidad.

En el segundo estadio de las "operaciones concretas" es -- donde ellas se organizan para originar ciertas transformaciones de las operaciones mismas, ello abarca lo que hemos llamado la etapa "inter-operacional, ya que parte de una operación inicial y es posible deducir de ellas las operaciones que están implicadas, e incluso ordenarlas hasta constituir sistemas que involucran ciertas transformaciones, naturalmente que aquí también se presentan limitaciones, puesto que sólo proceden -- con elementos contiguos.

Durante este período de formación de las relaciones inter éstas se dirigen hacia las transformaciones sin que concluyan-

en la síntesis, pero que se caracterizan por dos transformaciones generales; la negación y las reciprocidades como formas posibles de la reversibilidad.

En última instancia tenemos el estudio de las operaciones "hipotético-deductivas" que es donde se llega a la síntesis de las transformaciones que toman forma de "grupos" para ciertos casos y que llegan a la construcción de estructuras, que se localizan en el plano de las acciones, debido a que están interiorizadas más no tematizadas.

En esta etapa se reúnen las partes en una misma totalidad, las inversiones y las reciprocidades para llegar a la reversibilidad.

1.3. Psicogénesis de la noción de cantidad y la medición de longitudes

Dentro del pensamiento de Piaget no es creíble el hecho de que exista una intuición innata de las nociones numéricas, como tampoco es posible admitir que puedan ser adquiridas por la simple observación empírica, lo que en realidad sucede es que existe una relación dialéctica entre el individuo y su medio, en donde el niño es un permanente observador de los fenómenos del medio y realiza grandes esfuerzos para explicarlos coherentemente, de esta manera es como el niño descubre que la realidad es cuantificable, al interactuar con objetos reales, agrupándolos, separándolos y comparándolos.

Piaget y sus colaboradores hicieron diversos estudios encaminándolos a determinar cuales son las estructuras a partir de las cuales se adquieren en cada sistema en particular las estructuras operatorias de diversas nociones, con el objeto de definir las leyes de aprendizaje en cada nivel de génesis, que explicaran con claridad las transformaciones y adquisiciones de los conocimientos.

Para el caso particular de la construcción espontánea de las nociones numéricas, sus estudios se basaron en la determinación del valor cardinal de un conjunto y en la conservación de la equivalencia entre dos conjuntos, a pesar de la transformación figural de uno de ellos por el desplazamiento de sus elementos.

Entre sus conclusiones llegó a determinar tres estadios bien definidos, para la construcción espontánea de las nocio-

nes numéricas, quedando definidos como a continuación se indica.

Durante el primer estadio el niño evalúa cantidades (densidad, longitud, peso) sin coordinación entre ellas, por ello no es capaz de establecer correspondencia ni recíprocas ni biunívocas, ⁽⁶⁾ de hecho se trata de una cuantificación elemental en donde predomina la percepción global del espacio ocupado -- causa por la que no puede entrever la posibilidad de regresar a la situación inicial de correspondencia, ni siquiera en forma empírica.

Nos estaremos refiriendo al segundo estadio, cuando el niño recurre en forma espontánea al esquema de correspondencia -- que permanece cualitativo y no presupone la conservación cuantitativa e incluso ya prevee la posibilidad de retornar a la situación inicial, sin que ello suponga que se ha llegado a la conservación de la cantidad, porque se presenta la reconstrucción del esquema de la correspondencia.

En el tercer estadio el niño ya es capaz de afirmar la -- existencia de la equivalencia entre dos conjuntos cuyos elementos han sido relacionados término a término en absoluta independencia de las transformaciones espaciales.

Es así, como las nociones numéricas se adquieren progresivamente, en un principio con la conservación del valor cardinal y llega a la conservación operatoria con similitud a las

(6) Correspondencia recíproca: se presenta cuando cada elemento de una serie tiene una relación con el elemento inmediato, y al invertir la -- comparación la relación se invierte. Correspondencia biunívoca: Relación uno a uno.

etapas en las que se construyen las estructuras lógicas elementales de la seriación y la clasificación.

Estas nociones a pesar de mostrar en forma evidente su carácter operatorio ya que poseen la característica de la reversibilidad bajo su doble forma de inversión por anulación y compensaciones de las relaciones recíprocas; en donde se está hablando de una inversión por anulación cuando se efectúa una transformación (en este caso espacial) que parte de un estado A un estado B existiendo una propiedad invariante que anula y hace posible que el estado B retorne al estado A; Por otro lado nos estaremos refiriendo a una compensación de las relaciones recíprocas, cuando a pesar de haber realizado una transformación espacial, se sigue estableciendo la correspondencia término a término y su correspondencia recíproca. Sin embargo, si a un niño que ha alcanzado este tercer nivel le proponemos, establecer comparaciones con cantidades de líquidos notaremos que no se ha llegado a la conservación de cantidades continuas.

Y esto se debe a que la noción de conservación de las cantidades discretas referente a pequeñas colecciones de elementos, antecede a la noción de conservación de las cantidades continuas, estando defasadas de 6 meses a un año aproximadamente.

Es cierto que la noción de conservación de las cantidades discretas se adquiere más rápidamente que la noción de conservación de las cantidades continuas, no obstante se producen por medio de procesos similares. Es por ello que si se colocan conjuntos de canicas en vasos idénticos por medio de la co

rrespondencia repetida término a término y luego se procede a realizar trasbases en recipientes de diferentes diámetros o de diferentes alturas, se observan en el niño conductas que siguen la misma secuencia que las que se observaron para las cantidades discretas.

Este experimento se realizó con envases transparentes y luego con envases opacos y lo que se pedía era que el niño hiciera predicciones de la conservación de la igualdad de dos conjuntos o en otra variante, de la conservación de la desigualdad de dos conjuntos y los resultados a los que se llegó fueron, que el esquema inferencial de recurrencia es relativamente temprano y constituye una conservación de la igualdad numérica incompleta y no generalizable, en todas las situaciones que implican una modificación figurativa.

En otros experimentos realizados se pretendía la comparación de dos cantidades de líquido, primero eran llenados dos recipientes idénticos con la misma cantidad de líquido y se procedía a efectuar trasvases en recipientes de diversas formas y se pedía que los niños hicieran predicciones, en relación al nivel que alcanzaría el líquido y si se mantenía la igualdad en la cantidad de líquido, nuevamente se presentaron reacciones diversas, puesto que los niños pertenecían a tres niveles: unos de no conservación, otros de conducta intermedia y otros de carácter conservador, cuyos niveles fueron determinados por medio de las transformaciones hechas a una bolita de plastilina.

Los niños menos adelantados demostraban conductas que va-

riaban desde el no saber que hacer con los observables hasta la negación de la conservación, ello nos permite ratificar en el sentido de que los observables como tales, son insuficientes para provocar un progreso auténtico del pensamiento.

La falta de concordancia entre las predicciones y las comprobaciones provocan en los niños serios conflictos, pero ello no implica que el niño realice inferencias anticipadas, debido a que las comprobaciones sucesivas no encuentran acomodo en un sistema coherente de esquemas, pues ello dependerá de la competencia que posea el individuo para asimilar y coordinar los observables.

Las conductas analizadas anteriormente no se presentan en los niños más avanzados, pues para ellos los observables son más significativos y le permiten hacer mayor número de predicciones correctas, es decir los observables son asimilados en la medida que el sujeto tiene la capacidad suficiente de insertarlos en los esquemas ya elaborados y a su vez ello depende del nivel de desarrollo que posea el sujeto.

Otro aspecto que debemos considerar como importante es la estrecha relación que existe entre el léxico que emplean los niños que no han adquirido la noción de conservación de la cantidad y los que ya la poseen, pues los términos, mucho, poco, largo, corto, grande, pequeño, son empleados correctamente por los niños que poseen la noción de la conservación de la cantidad y no siendo así, por los que no la poseen.

Esto implica una segunda consecuencia que es la importancia que tiene el empleo del léxico adecuado por parte del profesor, ya que ello constituirá un factor que facilitará la ad-

quisición de la noción de la conservación de la cantidad, debido al paralelismo que existe entre la estructuración de la operación y la adquisición de los términos necesarios para su expresión.

De manera sintética podemos decir que los estadios por los que debe pasar un niño para que pueda llegar a construir el concepto de cantidad en forma progresiva son los siguientes:

1er. Estadio: es el de la percepción de la cantidad, en donde de la misma manera que el niño identifica diversas propiedades de los objetos, tales como: color, material de que está hecho, forma, etc. También podrá identificar el tamaño de los objetos y estará posibilitado para hacer clasificaciones por yuxtaposición, lo que lo conducirá a concebir una propiedad más, común a los objetos pertenecientes a una misma clase.

2o. Estadio: es donde se concibe la idea de conservación de la cantidad, durante este estadio el niño podrá darse cuenta que la propiedad de "cantidad" (tamaño, masa, superficie, volumen) en un cuerpo no se altera cuando éste cambia de posición o cuando sufre cambios eventuales en su aspecto o forma.

3o. Estadio: es el de la ordenación de tamaños, podemos afirmar que este estadio se alcanza cuando

el niño es capaz de ordenar los objetos to
mando en consideración una sola propiedad-
(longitud, volumen, etc.)

- 4o. Estadio: es cuando se establece una correspondencia entre cantidad y número, esto sucede en el momento que el niño sabe medir una canti--dad por medio de un patrón utilizado como-
unidad de medida.

Finalmente según Piaget las nociones de conservación de -
las cantidades es adquirida en diversas edades y en forma cro-
nológica como sigue:

Hacia los 6 años	la conservación del número
de 6- 7 años	la conservación del tamaño
de 8- 9 años	la conservación del área
de 10-11 años	la conservación de la masa
de 11-12 años	la conservación del volumen

Es pertinente aclarar, que estas edades no son aplicables en forma estandarizada, puesto que en cada región o país preva-
lecerán condiciones que pueden influir en la modificación del-
momento en que se construya cada noción, por ello constituyen-
una guía solamente.

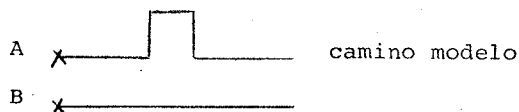
Se han realizado diversos estudios para determinar las --
causas de las variaciones que se presentan en la evolución de-
ciertas nociones, uno de los factores que se han tomado en con-
sideración es el factor cultural, así podemos citar estudios -
realizados con niños escolarizados de Teheran y por otro lado-
niños no escolarizados del campo iraní, MOSHENI (1966), tam

bién varios grupos de niños en Hong-Kong, GOODNOW (1962) en Italia PLEUFFO (1962) Australia, DE LEMOS (1966) DASEN (1972)- Senegal GREENFIELD, BRUNER (1966) ahora presentaremos un estudio realizado con niños no escolarizados de Argelia en relación a la conservación de la longitud.

El procedimiento se dividió en tres partes y fueron interrogados niños pertenecientes a cuatro grupos de edades de 5-6, 7-8, 8-10 y 10-12 años:

En la primera parte se contaba con dos longitudes tales que $A=B$ y $A \neq B$, para ello se hacía uso de dos ramitas, enseñada se procedía a romper una de las dos ramitas y se colocaba en posición de zigzag y se interrogaba sobre la conservación de longitud.

Durante la segunda parte, utilizando diversos fragmentos de ramitas se forma un camino y se pide que el niño construya el mismo camino, pero en forma rectilínea, con la condición -- que tenga la misma largura que el anterior.



En la tercera parte se repite una actividad muy semejante a la descrita en la primera parte.

Los resultados obtenidos para los dos primeros grupos de 5-6 y 7-8 años, fueron una evidente no conservación para la -- primera etapa, por lo que se consideró innecesario aplicar los ejercicios de la segunda etapa.

En los dos grupos restantes la evaluación de la primera --

etapa indica ciertos indicios de conservación y para la segunda etapa se presentan serios obstáculos para rebasar el extremo del camino modelo.

Para la tercera etapa el grupo de 8-10 años alcanza un nivel fluctuante pero sin certeza y el grupo de mayor edad alcanza niveles, de fluctuante pero con progreso y de conservación de la cantidad de longitud.

El precedente estudio nos debe poner a pensar en relación al retraso tan pronunciado, que se presenta en la adquisición de la noción de la conservación de la "largura", que a pesar de presentar la misma secuencia en cuanto a la adquisición sufre variaciones en cuanto a la edad, debido al grado de solicitación ejercida por el medio en relación a la elaboración cognoscitiva en general.

Es por ello que sería recomendable incrementar insistentemente y en forma variada, la actividad del sujeto con la intención de promover la utilización de los razonamientos que los niños no están acostumbrados a utilizar, ello permitiría que si en un momento dado se presentara un retraso, éste pudiera corregirse por medio de varios procedimientos de aprendizaje.

Con la intención de que el maestro pueda proponer estos procedimientos de aprendizaje, se presenta a continuación una descripción del proceso mediante el cual se adquiere el concepto de medición SAIZ (19181) el cual nos permitirá evaluar a los niños en cuanto a sus adquisiciones cognoscitivas y apoyar lo para que logre completar el ciclo.

En un primer nivel las comparaciones perceptivas se hacen

por medio únicamente visual cada individuo otorga a estas percepciones un grado de confiabilidad dependiendo de los puntos de referencia considerados y de lo objetivo que resulten, aunque se observa siempre una tendencia a la exageración del valor de la percepción y se presenta acompañado por el rechazo de cualquier otro método de comparación, debido a que es predominante la actividad globalizadora y sincrética.

En un segundo nivel se tiene desconfianza por la percepción a distancia y se torna necesaria la posibilidad de reunir a los objetos para ser comparados, a su vez este nivel se subdivide en dos:

- i. En un principio el "transporte manual" es introducido con la intención de acercar los objetos por comparar.
- ii. Introduce un término medio (pero no se trata de utilizar un objeto independiente), sino que se trata de un transporte corporal, el sujeto utiliza su propio cuerpo como medio.

Cuando se inicia el nivel tres aparece otro objeto móvil-simbólico, que es copia o imitación del primer objeto y lo utiliza para efectuar una comparación, de ahí su carácter simbólico, debido a la dependencia de los objetos por comparar.

En estos subniveles se hace patente la comparación analítica. puesto que no se trata de una percepción receptiva, ya que intenta incrementar sus argumentos mediante pruebas más contundentes, reteniendo una cualidad del primer objeto y aplicándola al segundo en forma recíproca.

Para Piaget esto constituye una condición de la medida, -

puesto que el niño ya se centra en una cualidad extraída de -- una totalidad.

En el momento que aparece un tercer objeto como interme-- diario en la comparación y además se maneja la transitividad (7) es que nos encontramos en el tercer estadio, en este estadio -- el objeto seleccionado es un "medidor" común que es aplicado a los dos objetos comparados.

(7) Transitividad, es cuando al establecer una relación de longitud en -- una serie de elementos en orden ascendente o descendente, al conocer la relación que existe entre el primero y el segundo y de éste con el siguiente, se podrá determinar la relación existente entre el primero y el último.

CAPITULO 2

EL PROCESO DE MEDICION ORIGEN Y CONCEPTUALIZACION

En el momento que surgió la necesidad de medir, cada pueblo adoptó medidas diversas y ello dependía del lugar, época y objetivo de la medición, mas sin embargo existió un común denominador que fue una gran tendencia hacia la inalterabilidad.

Todavía en nuestros días persiste esa tendencia, es por lo que se han elaborado diversas conceptualizaciones de unidades patrón con el propósito de no permitir la alterabilidad de las medidas, no obstante tales definiciones no son significativas para la sociedad que con frecuencia las ignora y cuya constatación no está a su alcance.

A pesar de ello si nos proponemos efectuar un análisis de las formas de medición utilizadas en las sociedades antiguas -- no serían catalogadas precisamente como exactas, pero si lo -- contemplamos dentro de un enfoque social, cada una de las medidas cumple con un objetivo específico, por citar un ejemplo en la actualidad el sistema métrico decimal es suficiente para la industria de la construcción, pero para los lanzamientos de -- cohetes al espacio y sus trayectorias es insuficiente esto nos conduce a estar de acuerdo con las afirmaciones de K. Moszynsky "cada medida servirá para cada cosa". (8)

Claro que la historia pone en evidencia la necesidad que-

(8) K. Monszynsky, Kultura lodowa Slowian, Cultura folklórica de los eslavos t. II, 1a. parte, Cracovia, 1934, p.p.118.

el hombre siempre ha tenido de medir, pero la función de la medición va teniendo sus variantes de acuerdo a la época de que se trate y a pesar de que siempre se ha pretendido una exactitud en la medición, ésta tendrá que ser determinada por las características de lo que se va a medir, así como también de los fines para los que está destinada y a partir de ello se elige la unidad utilizada en la medición y la precisión de la misma.

Es bajo estas características que surgió el sistema de medición más antiguo llamado antropométrico porque en él "el hombre mide al mundo con su propio cuerpo"⁽⁹⁾ y utiliza como unidades el "codo", el "puño", el "pie", etc. en donde lo trascendente consiste en el paso de las imágenes concretas a las nociones abstractas, es por ello que el proceso no concluye ahí a causa de que su vinculación con el mundo es amplia y el progreso impone nuevas necesidades en la medición, cuyas dimensiones son mayores y los múltiplos de sus miembros son insuficientes, surgiendo así otras unidades tales como: el alcance del sonido de su voz, la trayectoria de lanzamiento de una flecha, etc.

A pesar de las diferencias individuales el sistema antropométrico era universalmente conocido y estaba a su alcance en cualquier momento, aún así una de sus desventajas la constituía la falta de múltiplos que no implicaran grandes complicaciones, por ejemplo: en Etiopía el "codo" equivalía a dos palmos más dos dedos.

(9) Kula, Witold, Las medidas y los hombres, 2a. ed. México, - Siglo XXI, 1980 p.p. 31.

Esto condujo a muchas civilizaciones a proponer ciertos cambios en el sistema de medición, en donde predominó la tendencia a seleccionar unidades abstractas que permitieran la introducción de múltiplos y submúltiplos no fraccionarios, naturalmente que hubo excepciones donde el problema fue atacado por diversos métodos en donde se seguían utilizando diversas unidades del sistema antropométrico con una diversidad de combinaciones, a pesar de que una misma denominación posee valores diferentes se trata de un sistema creado por la experiencia empírica que llegó a la generalización e incluso creó múltiplos y submúltiplos no fraccionarios.

La evolución del sistema antropométrico se llevó varios siglos y llegó a satisfacer las necesidades de medición del hombre en su trabajo y en sus creaciones artísticas, que en la actualidad todavía podemos apreciar, claro más bien estas mediciones las realizaba con fines particulares.

Otro período en la medición se llevó a cabo cuando las unidades de medición fueron extraídas de las condiciones, objetos y resultados de la labor humana, esto significa que el sistema metrológico quedará determinado por las condiciones de vida y de trabajo, así por ejemplo, los nómadas del Sahara utilizaban una rica gama de unidades para designar a las dimensiones de longitud, ello se debía a lo trascendente y vital que para ellos significaba el conocimiento de la ubicación de los pozos de agua, entre estas unidades podemos citar los "tiros de bastón", "tiros con arco", "alcance de la voz", "del alcance de la vista desde la grupa de un camello", "por la mancha -

de un hombre cargado y otro sin carga", aún más algunas de - - ellas se siguen utilizando, a pesar de que existe un margen de error no afecta considerablemente a la finalidad con la que se hace la medición.

En las sociedades mercantiles aparecen unidades mayores - cuando los productos se encuentran esparcidos geográficamente y su comercio se realiza por grandes cantidades, así se utilizaba el "carro", "el saco" que poco a poco se convirtió en unidad convencional y unificada, así fué como también otras unidades fueron determinadas por el consumo, como el pan que se vendía por ración individual.

Si penetramos al fondo social y humano que poseen las medidas, no es sorprendente comprender las causas por las que en la actualidad son utilizadas algunas unidades de aquella época.

Las medidas son consideradas como un emblema de la filosofa social de los pueblos y la medida justa constituye un símbolo de justicia, aparecen sanciones religiosas en contra de - los delitos metrológicos, además al conocimiento de las medidas se le otorga un carácter que denota civilización, pues un pueblo pertenece a la barbarie, si su sistema de medición no - está desarrollado, e incluso se llegó a considerar a la medición como una prosaica pedantería, es así como el sistema métrico decimal fue rodeado de un culto particular como producto de la mente humana, perfecto en cuanto a su singular claridad, sin perjuicios, tradiciones y en última instancia bueno para - todos, en donde lo único que queda por hacer es educar a la -- gente para que pueda comprenderlo y utilizarlo correctamente.

Vamos a analizar un poco las causas por las que se dió la unificación de las medidas, una de ellas es el poder que se -- quería ejercer sobre otros, por ejemplo; en Grecia las medidas eran cualidades del poder soberano, las nuevas Polis creaban -- sus propios patrones como símbolo de su soberanía por lo que -- las tendencias unificadoras parecen estar estrechamente liga-- das a la lucha por el poder. En un principio la diversidad de unidades de medida fue universalmente aceptada, posteriormente el derecho de establecer independientemente las unidades de me dición y llevar a efecto su control en cierto grado legitima la soberanía de un pueblo.

También es cierto que los avances de la ciencia y la tecnología imponían la necesidad de implantar un sistema unificado para facilitar el intercambio, sin embargo no dejaba tampoco de constituir ello una de las bases para establecer la hege monía.

Naturalmente que las unidades de medida aumentaban su valor a medida que aumentaba la productividad y no sólo variaban con el tiempo puesto que cada provincia, aldea o propiedad determinaba el valor de su unidad de acuerdo a sus propias carac terísticas y aún en la actualidad con el uso del sistema métr ico decimal, una hectárea no es igual a otra, a pesar de los in tentos que el estado hace por llevar a cabo la unificación, -- ello involucra muchos factores sociales. Otro ejemplo es "La arada es la unidad fundamental de la aldea polaca. Esta arada a veces se define como la unidad de siembra, a veces como unidad de trabajo y a veces intuimos su significado como la exten en

sión superficie para el colonizador.(10)

Finalmente podemos decir que ciertas cualidades que se dan entre la relación de los hombres, las medidas y los métodos de medición están vinculados con la mentalidad de la época y la ideología dominante esto permitió la implantación del sistema métrico decimal, así como también todos los otros sistemas meteorológicos, las medidas se basaron en cualidades abstractas (longitud, peso, volumen, área) y en otras cualidades no menos importantes, de ahí la gran dificultad y esfuerzo mental que el individuo debe hacer para abstraer una sola característica, esto pone de manifiesto el gran trabajo que la humanidad ha realizado en el devenir histórico para lograr la creación de las medidas y por ende el desarrollo de la civilización.

2.1. Cantidad y Medición

En la terminología corriente se les ha conceptualizado a la cantidad y a la cualidad erróneamente e incluso se ha llegado a exageraciones como la de A. Spaier quien llegó a afirmar "que el número es un concepto cualitativo" y que la "cantidad es el resultado de la medición" es decir como "la cualidad medida" (11), es así como este tipo de conceptos nos hacen girar en círculo ya que la cantidad es la cualidad medida mediante la misma cualidad.

(10) Witold, Op. cit., p. 52.

(11) A. Spaier, La pensee el la quantite Paris p. 33 y 125.

Realmente si consideramos el punto de vista genético y el punto de vista análisis lógico o axiomático la cualidad y la cantidad son inseparables pero ello no implica que sean idénticas, puesto que genéticamente son tan primitivas que culminan en forma solidaria en su estadio de equilibrio operatorio, de tal suerte que una no podría definirse sin recurrir a la otra.

Afirmamos que ambas son primitivas pues se presentan desde la acción sensorio-motriz en forma alternada, por ejemplo: sacudir un objeto es una acción que se caracteriza por cierta cualidad, pero esta acción la podemos realizar en menor o mayor intensidad y estas intensidades es lo que constituirán las cantidades en donde dos acciones distintas en cuanto a la intensidad de ellas son cualidades diferentes pero la relación de estas cualidades es una cantidad.

Por otro lado esto mismo ocurre entre la comprensión y la extensión de los conceptos⁽¹²⁾ lógicos, en donde no se puede comprender un concepto sin tomar en cuenta la extensión del mismo e inversamente no podemos delimitar esta extensión sin referirnos al citado concepto.

Si tomamos en consideración el punto de vista de las clases, la cualidad corresponde a la comprensión del concepto y la cantidad a la extensión, si ahora hablamos de las relaciones (dominio, codominio o campo) la extensión es una clase or-

(12) Comprensión de un concepto: son los caracteres de los términos que abarca.
Extensión de un concepto: son los términos que constituyen el soporte de los caracteres que definen esta comprensión.

denada o no que caracteriza una cantidad y la comprensión es - el orden.

Ahora las relaciones pueden ser asimétricas cuando expresan una equivalencia (A tan como B) una semejanza (A análogo a B) o una diferencia (A diferente a B) no ordenada, o sea interpretan la común pertenencia a una clase o a una alteridad o la no pertenencia, en ambos casos las extensiones de estas clases determinan cantidades y la cualidad corresponde a la comprensión de tal relación.

Nos referimos a las relaciones asimétricas cuando expresan relaciones bivalentes como (A come a B), trivalentes (exterior, interior o sobre) y plurales (A más pequeño que B, B -- más pequeño que C, C más pequeño que D, etc.), en este caso - la cualidad quedará definida por la comprensión de la relación y su cantidad por la extensión de la clase correspondiente y - ordenada, para el caso particular de las relaciones multivalentes, la cantidad también estará determinada por las diferencias ordenadas de las relaciones y que equivale a la extensión de la clase.

Las relaciones de extensión (diferencia ordenada), se presentan en tres formas distintas: una es la que caracteriza a - la simple lógica de las clases y relaciones, las dos restantes a la matemática, es lo que de manera inexacta se denomina como relaciones "cualitativas" y "cuantitativas", puesto que en realidad se trata de tres formas de cantidad, consistentes en las relaciones de extensión entre conjuntos de términos calificados.

Por ejemplo si consideramos los tres conjuntos siguientes:

$$\begin{aligned} A &= \{x/x \text{ son los animales mamíferos}\} \\ B &= \{x/x \text{ son los animales vertebrados}\} \\ C &= \{x/x \text{ son todos los animales}\} \end{aligned}$$

Podríamos establecer la relación de pertenencia de todos los elementos de un conjunto en otro de la manera siguiente:

$$A \subset B \quad B \subset C \quad \therefore \quad A \subset C$$

También se podría establecer una relación de no pertenencia de los elementos de un conjunto en otro;

$$C \not\subset B \quad B \not\subset A \quad \therefore \quad C \not\subset A$$

En donde el complemento de A en B es:

$$A' = B - A$$

Y el complemento de B en C es:

$$B' = C - B$$

utilizando la terminología Kantiana tenemos dos términos por definir que consisten en la cantidad intensiva y la cantidad extensiva que en seguida daremos a conocer.

Tenemos una cantidad de orden intensivo cuando en una relación cuantitativa sabemos que el todo es más grande que la parte pero sin poder determinar si una de las partes del todo es mayor, menor o igual a su complemento o al revés indepen-

dientemente de las relaciones entre A y A' por ello la lógica de las clases las cantidades: uno (en el caso de clases cuyos elementos son idénticos) todos, algunos y ninguno.

Si consideramos los mismos tres conjuntos definidos anteriormente podremos establecer que:

$B > A$ $C > B$ donde el todo es mayor que la parte.

O a la inversa:

$A < B$ $B < C$ donde la parte es más pequeña que el todo.

Pero no sabemos la relación que hay entre A y A' por lo que:

un A es algún B todos los A son algún B ningún A es algún A'.

Sucede lo mismo con las relaciones asimétricas cuando se las define únicamente por las cualidades de los términos seria dos y expresan así su diferencia de cualidad.

$a = A > B$ $a' = B > C$ $a + a' = b$

$b = A > C$ $b' = C > D$ $b + b' = c$

$c = A > D$ donde hay más diferencia entre A y D que entre D y C y que entre A y B.

Cantidad extensiva es en la que se establece una relación cuantitativa entre partes complementarias de un mismo todo entre las clases A y A' para la clase B o entre a y a' para la relación b, es decir de la lógica de las clases y las relacio-

nes cualitativas a la matemática propiamente dicha y puede presentarse bajo los dos aspectos el métrico y el no métrico; muy importante esta distinción porque marca la diferencia entre el dominio numérico "métrico" y el dominio "cualitativo".

Un ejemplo del dominio cualitativo se da en la geometría de carácter extensivo pero a su vez extraña a la métrica o sea a la introducción del número.

Al afirmar $A \rightarrow$ casi todos los mamíferos son terrestres, introducimos más que una relación lógica y recurrimos a una --cuantificación matemática, debido a que la lógica pura sólo se limita a decir todo, algunos o ninguno en cambio aquí se presenta una relación intermedia que constituye una fracción (incluida $> 1/2$ y $< 1/1$) y por lo tanto es extensiva.

Clarificando mejor este ejemplo las relaciones cualitativas que se emplean en la geometría proyectiva, en donde partes de un mismo todo se comparan entre sí y no simplemente se trata de la comparación de la parte con el todo, así sucede con las paralelas que marcan una distancia creciente entre las líneas que se pierden en el infinito a partir de un punto reuniéndose en el horizonte, son comparadas por los niños de cierta edad cuando se proponen elaborar un dibujo en perspectiva.

Y estaremos refiriéndonos a una cantidad numérica o métrica cuando en un todo B, las partes complementarias A y A' pueden reducirse a una unidad común por ejemplo: A' luego de haberse realizado una operación de correspondencia, biunívoca de substitución, de congruencia, etc.

Si afirmamos $A = A'$ podemos extraer que $B = 2A$ en donde todo B es igual a la suma de dos unidades de A por lo que la cantidad numérica se deberá concebir como un caso particular de la cantidad extensiva.

De tal forma que la cualidad no se puede separar de la cantidad y recíprocamente, en la lógica de las cualidades se relacionan entre sí por relaciones de cantidad intensiva y en el caso específico de las matemáticas, todas estas relaciones son extensivas ya sean métricas o no.

Una vez que hemos aclarado estas ramificaciones lo importante resultaría tomarlas en consideración para el desarrollo genético, puesto que las cantidades intensivas correlativas a la cualidad lógica se adquieren con mayor facilidad, que las relaciones de carácter extensivo y métrico es por ello que para alcanzar estas últimas con mayor facilidad e incluso llegar a la generalización, primero se deberán alcanzar las cantidades intensivas ya que constituyen etapas genéticas diferentes.

Es aquí donde aparece otro proceso mediante el cual se intenta dar respuesta a la pregunta ¿Cuánto? que es lo que llamamos medir y que como ya afirmamos en párrafos anteriores, se inicia con la definición de una cantidad o propiedad esto es la identificación de una magnitud.

Cuando la magnitud o cualidad mensurable no está lo suficientemente definida, el proceso de medición se convierte en parte fundamental de la definición a ello le llamaremos una "definición operacional", que nos permitirá no llegar a la definición conceptual que en ocasiones es muy compleja y su memo

rización no nos servirá de gran cosa.

La medida también puede conceptualizarse como el cociente o razón que existe entre la magnitud del objeto y una cantidad de referencia del mismo tipo usada como unidad de medición.

Sin embargo en este trabajo utilizaremos como definición del acto de medir la que propone Raquel Domínguez "Como la actividad que conduce a una expresión numérica o cuantificación de la comparación y la medida será el cociente entre la magnitud de una unidad elegida para medir y la magnitud del objeto en cuestión". (13)

2.2. Sistemas de numeración

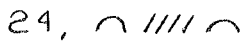
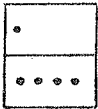
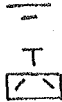
Es necesario permitirle al niño establecer la similitud - que existe entre nuestro sistema de numeración decimal y otros sistemas usados con antelación, en los que se utilizaron diversas unidades, con el propósito de que él descubra los tropiezos por los que pasó la humanidad antes de llegar a formular el sistema que empleamos actualmente.

El hombre tuvo que observar la naturaleza fenómenos cuantitativos que le permitieron diferenciar la unidad de la pluralidad, basada en los espacios ocupados por los objetos y a partir de esto empieza por asociar un signo a cada objeto observado.

En el momento que el lenguaje aparece, se da lugar a la -

(13) Raquel Domínguez Mora, Conceptualización y procedimientos de medición de áreas en la escuela primaria. Centro de Investigación del IPN, Tesis, México: 1984, p. 39.

enumeración de los objetos observados y es hasta después de una larga evolución que llega a formarse la idea del número y por ende la invención de un sistema de numeración, en donde para una misma cardinalidad de un conjunto existen diferentes formas de representarlo, claro ello depende del sistema que se esté utilizando por ejemplo; para un conjunto de veinticuatro elementos la cardinalidad la podríamos representar como sigue:

24, , XXIV, , , 40_6 , etc.

En nuestro afán de analizar diversos sistemas de numeración, podríamos determinar que básicamente se requiere del conocimiento de los símbolos y el uso de las reglas por medio de las cuales podemos representar cualquier cantidad, sin embargo, al comparar varios sistemas de numeración podemos darnos cuenta que el sistema que empleamos en la actualidad es el resultado de la evolución de varios sistemas ya que es considerado como un sistema de base y posición siendo indispensable comprender el porqué éste es mejor que aquellos.

Para que un sistema sea considerado de base y posición deberá cubrir las siguientes características:

- 1a. Para definir lo que es base en un sistema de numeración diremos que es el número de unidades de un orden cualquiera que se requieren para formar la unidad del siguiente orden inmediato superior y ese número es el mismo para todos los órdenes.

- 2a. Dependiendo de la base será el número de símbolos -
utilizados en la construcción de los numerales.
- 3a. En un numeral la posición del símbolo determina la -
potencia de la base, de la que él es el coeficiente.
Ejem. para el sistema de base 6
- $$\text{el numeral } 1503 = 1 \times 6^3 + 5 \times 6^2 + 0 \times 6^1 + 3 \times 6^0$$
- 4a. En estos sistemas la escritura de los símbolos en el
numeral, se hace en posición horizontal de derecha a
izquierda y en orden creciente de sus valores.
- 5a. Se indica por medio del cero la ausencia de valores-
en un nivel.

En la enseñanza del sistema numérico actual un primer obs-
táculo al que nos enfrentamos, es el que el niño debe recordar
la simbología empleada, esto se refiere a que pueda identifi-
car a los números dígitos, pero este solo hecho nos resuelve -
el problema en forma parcial, pues además se deberán usar los-
símbolos en base a ciertas reglas establecidas.

En el análisis de los sistemas de numeración y en espe- -
cial el sistema decimal es la antesala para establecer la vin-
culación de este último, con el sistema métrico decimal y ello
nos permitirá conducir al niño a descubrir que ambos utilizan-
la misma notación posicional.

2.2.1. Sistemas de numeración que no son de base y posición

En un principio de la enumeración el hombre empezó contar

do con los dedos y luego utilizó partes de su cuerpo como ya lo afirmamos en la primera parte del presente capítulo. Hubo pueblos que utilizaron la palabra "hombre" para significar veinte porque veinte dedos tiene un hombre, en otros "mano" pudo significar cinco porque cinco dedos tiene una mano.

A continuación examinaremos diversos sistemas con el propósito de determinar las reglas bajo las cuales se da la notación de la cardinalidad de conjuntos, indicando algunas de las razones por las que no son considerados como sistemas de base y posición.

i. Sistema egipcio

En el momento que el hombre sintió la necesidad de representar a los números en forma gráfica, lo hizo poniendo diversas marcas en piedras y en madera, a medida que las necesidades fueron mayores, tuvieron la necesidad de hacer cálculos y por consecuencia se creó un sistema de numeración que hasta donde se tiene noticias el más antiguo es el egipcio, quienes inventaron signos especiales para algunos números y empezaron a combinarlos.

Al analizar los registros de hechos importantes que los egipcios dejaron en las decoraciones de los muros en los templos de los faraones, en donde se hacía mención al número de enemigos capturados o bien el registro de sus bienes, encontramos que ellos utilizaban ocho símbolos diferentes para representar paquetes correspondientes a las potencias de diez como

se indica a continuación:

$$\begin{aligned}
 1 &= 10^0 / \\
 10 &= 10^1 \curvearrowright \\
 100 &= 10^2 \textcircled{O} \\
 1000 &= 10^3 \text{⌘} \\
 10000 &= 10^4 > \\
 100000 &= 10^5 \text{⌘} \\
 1000000 &= 10^6 \text{⌘}
 \end{aligned}$$

Por lo que podemos considerar a este sistema como aditivo ya que basta saber, cuantas veces se repite un símbolo y se suma su valor a los símbolos siguientes, claro que debemos considerar que un símbolo sólo se puede repetir nueve veces, puesto que para múltiplos de diez siempre habrá un símbolo que lo reemplace, excepto para el millón, así como tampoco existe algún símbolo que represente al cero finalmente el orden en que se escriban los símbolos carece de importancia, a continuación citamos algunos ejemplos:

El número 1745 quedaría representado por

$$\textcircled{O} \textcircled{O} \textcircled{O} \textcircled{O} \textcircled{O} \textcircled{O} \textcircled{O} \quad \text{⌘} \quad \curvearrowright \curvearrowright \curvearrowright \curvearrowright \quad // // // //$$

$$1745 = (7 \times 100) + 1000 + (4 \times 10) + 5$$

El número 1131123

$$\curvearrowright > \textcircled{O} // \textcircled{O} \text{⌘} \quad \curvearrowright / \text{⌘} > >$$

$$1131123 = 10 + 10000 + 100000 + 1 + 1 + 100 + 1000000 + 10 + 1 + 1000 + 10000 + 10000$$

Estudiando las representaciones anteriores podemos decir que se trata de un sistema ideado por la humanidad para el registro de cantidades, pero que no es posicional y tampoco de base.

ii. Sistema de numeración romano

La numeración romana tiene un uso muy limitado, utilizándose para enumerar los volúmenes de una obra, así como también sus capítulos, la sucesión monárquica, los siglos transcurridos, etc. pero ello se debe a que en tales casos se quiere hacer resaltar dichos valores y no porque se utilice como sistema numérico en toda su amplitud.

En este sistema de numeración se utilizan siete símbolos— además de un operador que es una raya horizontal que se coloca arriba del símbolo y significa que la cantidad se multiplica por mil, si son dos rayas horizontales indican que se multiplica por un millón. Los símbolos empleados son cuatro básicos y tres complementarios.

Símbolos básicos I, X, C, M

Símbolos complementarios V, L y D

La relación que existe entre los símbolos básicos es que son múltiplos de diez.

$$I \rightarrow \times 10 \rightarrow X \rightarrow \times 10 \rightarrow C \rightarrow \times 10 \rightarrow M$$

Los símbolos básicos se pueden repetir juntos hasta tres—

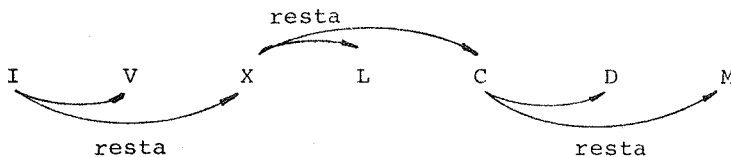
veces, en cambio los símbolos complementarios no pueden repetirse juntos.

III = 3 XXX = 30 pero DD = 1000 (incorrecto)

También entre los símbolos complementarios existe una relación de múltiplos de diez.

V \rightarrow X 10 \rightarrow L \rightarrow X 10 \rightarrow D

Los símbolos I, X y C se restan del valor del símbolo que está a su derecha, siempre y cuando este último sea de mayor valor pero lo hacen de acuerdo al siguiente diagrama



IV = 5-1 = 4 correcto IC = 100 - 1 = 99 incorrecto

También se dice que el sistema romano es un sistema aditivo y se escribe en forma ordenada de izquierda a derecha.

M M M C M L X X X I I
3000 + 900 + 80 + 2

Sin embargo no es considerado como un sistema posicional puesto que su valor no depende de su posición, como ocurre en nuestro sistema, observemos al número cinco en cada caso.

825	526	5781
su valor	su valor	su valor
es cinco	es de quinientos	es de cinco mil

En el sistema romano cada símbolo conserva su valor independientemente del lugar que ocupe, con la única consideración especial que ese valor a veces se suma con otros o a veces se resta de otros valores que se colocan a la izquierda.

C M = 900	M C = 1100
1000 - 100	1000+ 100

Haciendo una comparación entre la escritura romana de los números 7, 70, 700, 7000 y 70000, podremos observar que prácticamente en la escritura romana sería necesario hacer uso de to dos los símbolos que tiene este sistema de numeración e incluso se utilizaría el operador, mientras que en nuestro sistema solamente empleamos dos símbolos.

VII, LXX, DCC, VII, LXX

En lo que respecta al algoritmo de la suma y la resta hechas con las reglas del sistema romano podría quedar así:

Como se trata de un sistema aditivo empezariamos de derecha a izquierda, en el caso de la suma primero se sumarían las unidades y en seguida se substituiría el resultado por el símbolo conveniente, luego las decenas, en seguida las centenas y así sucesivamente hasta concluir.

$$\begin{array}{r}
 \text{D L I V} \text{ sumar} \\
 + \text{L X X X V I I} \\
 \hline
 \text{X I}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{D L X I} \text{ sumar} \\
 + \text{L X X X} \\
 \hline
 \text{X L}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{D L X L I} \text{ sumar} \\
 + \text{L} \\
 \hline
 \text{C}
 \end{array}
 \quad
 \text{D C X L I}$$

Para el caso de la resta todavía el proceso se complica más ya que cuando el minuendo es menor que el substraendo, había que realizar la equivalencia necesaria de donde surgirían múltiples combinaciones.

$$\begin{array}{r}
 \text{D C C C X X X I I} \text{ restar} \\
 - \text{C C C L X X X} \\
 \hline
 \text{I I}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{D C C C X X I I} \text{ restar} \\
 - \text{C C C L X X} \\
 \hline
 \text{se eliminan}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{D C C C I I} \text{ restar} \\
 - \text{C C C L} \\
 \hline
 \text{L}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{D C C L I I} \text{ restar} \\
 - \text{C C C} \\
 \hline
 \text{C D}
 \end{array}
 \quad
 \rightarrow
 \quad
 \text{C D L I I}$$

Es pertinente hacer la aclaración de que no existen antecedentes de los procedimientos seguidos por los romanos para la suma y la resta, pero al observar detenidamente los ejercicios anteriores nos damos cuenta de que son más complicados, que los que utilizamos en nuestro sistema.

iii. El sistema de numeración maya.

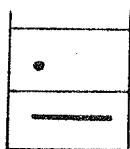
En este sistema se utilizan tres símbolos únicamente

• uno, — cinco y ○ cero.

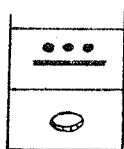
Las reglas que utiliza para la notación de cantidades son las siguientes:

- 1a. Se escribe en forma vertical, utilizando un tablero en el que se representan las cantidades de abajo hacia arriba o sea, primero se usa el primer nivel, -- posteriormente el segundo y así sucesivamente.
- 2a. Cuando hay cinco puntos en un nivel se substituye -- por una raya en el mismo nivel.
- 3a. Cuatro rayas en un nivel se substituyen por un punto en el nivel inmediato superior.
- 4a. Cuando se anotan puntos y rayas en un mismo nivel -- siempre los puntos se escriben sobre las rayas.
- 5a. El símbolo \ominus indica ausencia de elementos en algún nivel.

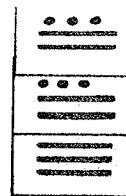
Ejemplos:



25

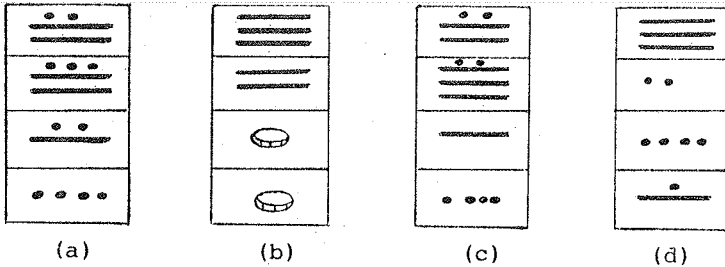


80



5475

Si deseamos saber cuál de estos números es el mayor y cuál es el menor.



Primero tendríamos que analizar los símbolos contenidos - en el cuarto nivel, vemos que el mayor número se encuentra entre (b) y (d) pero como en ambos casos son iguales, pasamos a examinar el 3er. nivel y ahí observamos que el mayor es (b).

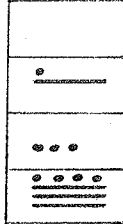
Si ahora nos interesara saber cuál es el número menor se procedería en forma similar, primero analizando cuál es el número menor en el cuarto nivel y sabemos que está entre (a) y (c), que también son iguales por lo que luego analizaremos el tercer nivel de esos dos números y deducimos que el menor es (a).

Con lo que llegamos a concluir que podemos saber cuál número es el mayor y cuál número es el menor sin siquiera saber de qué número se trata.

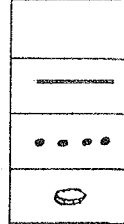
Vamos a estudiar otro aspecto del sistema maya, al intentar escribir el antecesor y el sucesor de un número.



antecesor



2479



sucesor


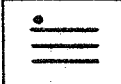


Para hacerlo se procedió inicialmente agregando o quitando según el caso, la unidad en el primer nivel y realizando -- las transformaciones necesarias en los niveles superiores aplicando las reglas del sistema.

Ahora si nuestro propósito consistiera en tratar de escribir una serie numérica, francamente sería muy laborioso y cansado, lo cual constituye una razón por la que sería inconveniente utilizarlo en la actualidad.

Podemos decir que tanto nuestro sistema de numeración y -- el maya son posicionales ya que según la posición que ocupa el símbolo será su valor. Ambos sistemas se parecen en que, mientras en nuestros sistemas se requieren 10 elementos para pasar al siguiente nivel, en el maya se requieren veinte y que ambos tienen un símbolo que indica la ausencia de elementos en cierto nivel, por lo que es considerado uno de los sistemas más -- avanzados de la antigüedad.

Sin embargo, existe una diferencia notable entre ellos, - en el sistema maya los agrupamientos son de veinte y sólo utiliza tres símbolos y en nuestro sistema los agrupamientos son de diez y utiliza diez símbolos, esto origina que en el sistema maya sea imprescindible el uso del tablero, lo que lo hace más complicado en cuanto a su registro.













Por último diremos que el sistema maya es un sistema de - potencias de veinte.

	$14 \times 20^3 = 14 \times 8\ 000 = 112\ 000$
	$16 \times 20^2 = 16 \times 400 = 6\ 400$
	$13 \times 20^1 = 13 \times 20 = 360$
	$3 \times 20^0 = 3 \times 1 = 3$

$$112\ 000 + 6\ 400 + 360 + 3 = 118\ 663.$$

iv. Sistema de numeración japonés

En este sistema se utilizan doce símbolos diferentes, en el que existe un símbolo para cada dígito (excepto para el cero) y un símbolo para tres potencias de diez (10, 100 y 1 000), estos tres últimos símbolos mencionados son usados como símbolos y como operadores multiplicativos, enseguida hacemos un registro de todos ellos.

1		5		9	
2		6		10	
3		7		100	
4		8		1000	

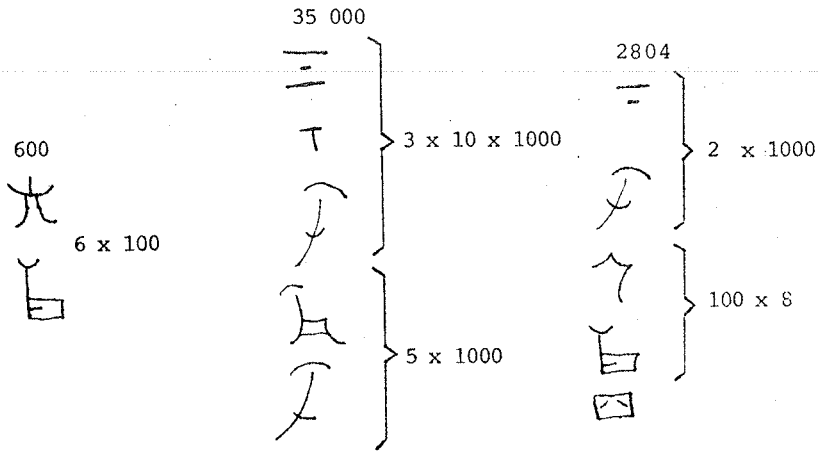
En este sistema se escribe de abajo hacia arriba empezando por el orden más bajo, es decir si hay ausencia de unidades y decenas se iniciará la anotación por las centenas.

Para el caso particular del 10, 100 ó 1000 cuando actúan como símbolos aparecen abajo símbolos de valor menor al que poseen ellos y en este caso se suman los valores.

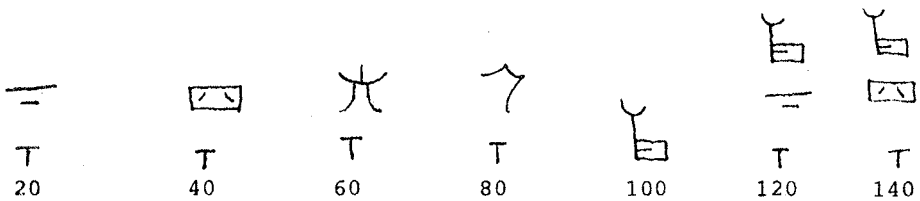
T


$$10 + 4 = 14$$

Funcionan como operadores multiplicativos cuando aparecen arriba de ellos símbolos de valor menor que y en este caso se multiplican los valores.



Si escribimos una serie de números pequeños no hay mucho problema, pero a medida que las cantidades son mayores el problema se complica, por su laboriosidad y los espacios utilizados.



Es por ello que este sistema no es considerado ni de base ni de posición pues no cumple con las características señaladas para tal efecto.

2.2.2. Sistemas de base y posición

Ahora nos propondremos observar las diferentes características de los sistemas considerados de base y posición, lo que

nos permitirá ratificar, el hecho de que no basta conocer los símbolos de un sistema para poder representar ciertas cantidades, haciéndose necesario profundizar en las reglas que conforman ese sistema.

Además el presente análisis tiene como segundo objetivo, poner en evidencia la dificultad que se tiene para llegar a -- comprender los diversos conceptos involucrados en estos sistemas, si partimos del enunciado de las simples reglas que se deben aplicar en cada caso, ya que será necesario auxiliarse del sistema de base diez para explicar los otros sistemas y en -- nuestra propuesta se intenta hacerlo a la inversa, de tal suerte que primero el niño redescubrirá sistemas de otras bases y posteriormente se introducirá en el sistema decimal.

i. Sistema de base 2

Es aquel en el que cada dos elementos determinan un elemento del nivel inmediato superior, por lo que solamente se emplearán dos símbolos el 0 y el 1 a los que se les da el nombre de numerales primitivos.

Si tenemos un conjunto $A = \{x/x \text{ son siete cerillos}\}$ y deseamos representar la cardinalidad de ese conjunto en un sistema de base dos tendríamos que hacer agrupamientos en donde se aplicara la regla, porque de lo contrario, indicar sólo la cardinalidad no sería comprensible, por lo que lo indicaremos por medio de los diagramas de Ven Euler.



1 conjunto de dos
subconjuntos de -
dos elementos ca-
da uno.

1 conjunto de
dos elementos



unidad de 3er. orden

unidad de
2o. orden

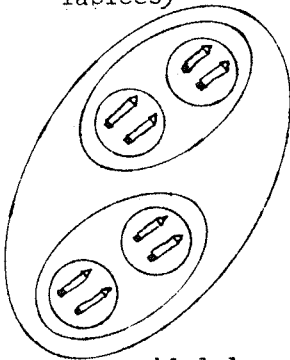
unidad
simple

La cardinalidad sería 111 y se lee uno, uno, uno en base-dos.

Esto significa en el sistema decimal:

$$111_2 = (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = (1 \times 4) + (1 \times 2) + (1 \times 1) = 7$$

Vamos a citar otro ejemplo el conjunto $B = \{x/x \text{ son diez - lápices}\}$



Un conjunto de
dos subconjun-
tos donde cada
uno está forma-
do de dos con-
juntos con dos
elementos cada
uno.

ningún
conjun-
to

un conjun-
to de dos
elementos un ele-
mento



unidad de
4o. orden

unidad de
3er.orden

unidad de
2o. orden

unidad de
1er.orden

La cardinalidad sería 1011 que se leería uno, cero, uno, uno. Para el sistema decimal 1011_2 equivale a:

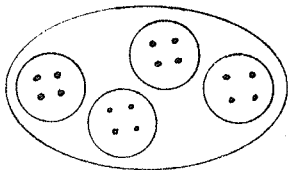
$$(1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0) = (1 \times 8) + (1 \times 4) + (1 \times 2) + (1 \times 1) = 10$$

Con estos dos ejemplos nos podemos dar cuenta qué tan simple es enunciar la regla pero cuán difícil es aplicarla, por ejemplo en el caso de hacer series numéricas o algunas operaciones.

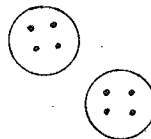
ii. Sistema de base cuatro

La regla es muy similar a la anterior, sólo que ahora se reúnen cuatro elementos de un nivel para formar una unidad del nivel inmediato superior, naturalmente que ahora se utilizarán cuatro símbolos, 0, 1, 2 y 3 como numerales primitivos.

Para representar la cardinalidad de un conjunto formado por veintisiete elementos, primero formaremos seis conjuntos de cuatro elementos cada uno y nos sobran tres elementos; luego con los seis conjuntos formaremos un conjunto que contenga cuatro subconjuntos de cuatro elementos cada uno y nos sobrarán dos conjuntos de cuatro elementos cada uno por lo que el numeral quedará así:



unidad de tercer orden



unidad de segundo orden

unidad simple

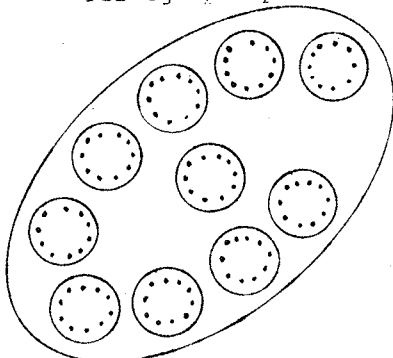
Su equivalencia con el sistema decimal es:

$$121_4 = (1 \times 4^2) + (2 \times 4^1) + (1 \times 4^0) = (1 \times 16) + (2 \times 4) + (1 \times 1) = 25$$

iii. Sistema decimal

Para este sistema utilizaremos diez símbolos como numerales primitivos, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y la regla nos -- marca que por cada conjunto de diez elementos de un nivel, formaremos una unidad del nivel inmediato superior, por lo que de ahí proviene su nombre.

Por ejemplo para un conjunto de ciento seis elementos



1 conjunto de diez subconjuntos de -- diez elementos cada uno.

U. 3er. orden

ningún conjunto suelto de diez elementos

U. 2do. orden

seis elementos sueltos

U. simple

Como el lugar que ocupa cada cifra la hemos llamado orden o nivel, en sentido ascendente de derecha a izquierda, el primer orden corresponde a las unidades, el segundo orden a las -

decenas, el tercer orden a las centenas y a su vez cada tres órdenes los llamaremos grupos o clases.

De tal manera que el primer grupo está formado por unidades simples, el segundo grupo por unidades de millar, el tercero por unidades de millón, el cuarto por millares de millón, - el quinto por unidades de billón, el sexto por millares de billón; continuando en esta forma cada dos grupos forman un período donde el cuarto período será el de los trillones y el quinto el de los cuatrillones, etc.

tercer período Billones		Segundo período Millones		Primer período Unidades Simples	
Sexto grupo	Quinto grupo	Cuarto Grupo	Tercer Grupo	Segundo Grupo	Primer Grupo
Millares de Billón	Unidades de Billón	Millares de Millón	Unidades de Millón	Millares	Unidades
c d u	c d u	c d u	c d u	c d u	c d u
lectura (mil)	(billones)	(mil)	(millones)	(mil)	

En un sistema posicional no es suficiente con identificar el valor otorgado a cada cifra, sino que además, se deberá conocer su valor en función de la posición que ocupa, de ahí surgen sus dos denominaciones conocidas como; valor absoluto y valor relativo.

En donde el valor absoluto, es el que representa una cifra por el valor asignado a la figura o guarismo, el cual nunca cambia pues es único.

En cambio el valor relativo, es el que está dado por la cifra en función de su notación posicional y depende de las unidades que representa.

Ejemplo:

Número	5	3	4	2
Valor absoluto	cinco	tres	cuatro	dos
Valor relativo	cinco unidades de millar	tres centenas	cuatro decenas	dos unidades

Para leer una cantidad en este sistema se divide el numeral en grupos de tres y abajo de cada grupo se coloca su nombre genérico

167	298	324	130
└─┬─┘	└─┬─┘	└─┬─┘	└─┬─┘
↓	↓	↓	↓
millar de millón	millón	millar	u. simples

Su lectura se hará de izquierda a derecha, expresándose así: ciento sesenta y siete mil millones, doscientos noventa y ocho millones, trescientos veinticuatro mil, ciento treinta.

Si escribimos en forma desarrollada una unidad en cada orden sería:

1 u.	=	10^0	=	1
1 d.	=	10^1	=	10
1 c.	=	10^2	=	100
1 u. de millar	=	10^3	=	1 000
1 d. de millar	=	10^4	=	10 000
1 c. de millar	=	10^5	=	100 000
1 u. de millón	=	10^6	=	1 000 000
1 d. de millón	=	10^7	=	10 000 000
1 c. de millón	=	10^8	=	100 000 000

En párrafos anteriores analizamos el sistema de numeración decimal en cuanto a la notación de la cardinalidad de conjuntos y no podemos pasar por alto a las fracciones decimales (cuando el denominador es 10, 100, 1 000, etc.) que también quedarán incorporadas al sistema de numeración decimal, siguiendo las mismas reglas de base y posición, en donde cada unidad de un orden menor a otro se escribe a la derecha de la unidad mayor.

Así por ejemplo en el caso de la fracción $1/10$ que se lee un décimo, se escribirá a la derecha de las unidades y para separar a las unidades de las fracciones decimales se escribe un punto entre ellas, también las podríamos indicar en forma desarrollada como sigue:

1 u. =	= 10^0	= 1
1/10 u. = décimo	= 10^{-1}	= .1
1/100 u. = centésimo	= 10^{-2}	= .01
1/1000 u. = milésimo	= 10^{-3}	= .001
1/10000 u. = diez milésimo	= 10^{-4}	= .0001
1/100000 u. = cien milésimo	= 10^{-5}	= .00001
1/1000000 u. = millonésimo	= 10^{-6}	= .000001

2.3 El sistema métrico decimal

Para comprender, manejar y aplicar con destreza y habilidad las diferentes unidades del sistema métrico decimal, así como también las relaciones de sus unidades, es necesario analizarlo en su estructura y establecer el nexo que tiene con el sistema decimal de numeración.

Después de haber comprendido la estructura del sistema decimal de numeración sucede que al encontrarnos con una expresión como la de 7.3, inmediatamente comprendemos que se trata de 7 unidades y tres décimos en donde sin querer estamos utilizando a las unidades como unidad de medida.

Esto nos dirige hacia un aspecto no menos importante consistente en que en el uso del sistema decimal se han originado ciertas variantes en donde las cantidades están expresadas en miles o en "millones" esto significa que el punto decimal no sólo se usa para separar las unidades de las fracciones decimales, sino que también puede separar a los millares de las unidades o a los millones de los millares, esto es muy común en -

informes económicos.

Ejemplo:

alimentación	\$ 54.9
vivienda	\$ 32.8
vestido	\$ 30.2

En donde la cantidad de \$ 54.9 se refiere en realidad a - \$ 54 900.00 y no a \$ 54 con 90 centavos como convencionalmente se usa.

Es así que los niños al introducirse al sistema de numeración decimal, no pueden comprender en forma inmediata que 15 - unidades es lo mismo que una decena y cinco unidades, por lo - que se hace indispensable, que a ellos se le dé la oportunidad de hacer comprobaciones que les permitan posteriormente proponer ellos mismos las equivalencias.

Si nos referimos a 427 objetos, los podemos contar tomando como unidad la decena, esto es haciendo grupos de diez y -- luego contar cuantos grupos formamos y la anotación será 42.7- centenas; también podríamos haber elegido como unidad la centena y tendríamos 4.27 centenas.

Aunque este tipo de escritura no es muy usual nos permite entender que ambos sistemas utilizan la misma notación posicional y que para que el niño pueda arribar al conocimiento del - sistema métrico decimal primero deberá comprender las equiva-- lencias en el sistema de numeración decimal.

A continuación damos a conocer las peculiaridades del sis

tema métrico decimal en forma general sin que ello constituya el proceso a seguir en la enseñanza del tema.

Una de las magnitudes que comprende el sistema métrico decimal es la de la longitud, cuya unidad fundamental es el metro, base del mismo sistema, y como ya afirmamos en temas anteriores la precisión ha sido una de las grandes preocupaciones de la humanidad en virtud de lo cual se ha hecho necesario reconsiderar en varias ocasiones la longitud del metro patrón -- por lo que en la actualidad queda definido por "la longitud de onda del isótopo de criptón 86 cuando emite al vacío, una clase de luz naranja-roja" (definición) esta unidad tiene carácter internacional y puede ser reproducida en cualquier laboratorio.

Para las medidas de longitud el metro es la unidad y existen múltiplos (unidades mayores) que aumentan de diez en diez y cuyo nombre está constituido por un prefijo y la palabra metro; los submúltiplos (unidades menores al metro) van disminuyendo de diez en diez y su nombre se forma con prefijos latinos y la palabra metro.

	valor	símbolos
miriámetro	10 000 m	mam
kilómetro	1 000 m	Km
hectómetro	100 m	hm
decámetro	10 m	dam
metro	1 unidad	
decímetro	.1 m	dm
centímetro	.01 m	cm
milímetro	.001 m	mm

Para la lectura de las cantidades de longitud, se hace en forma muy similar a la utilizada en el sistema de numeración decimal ya que la cantidad anotada a la derecha es menor a la anotada a la izquierda en cualquier orden que se analice; de tal forma que a la derecha se encontrará la unidad inmediata inferior de la unidad anotada.

Ejemplo;

12.5 Km se leerá 12 kilómetros y 5 hectómetros

18.52 Km se leerá 18 kilómetros, cinco hectómetros y dos decámetros, o más simplificado se leería 18 kilómetros y 52 decámetros.

Pero si ahora lo anotamos así:

18.52 m ya no estamos hablando de la misma longitud, -- ahora la lectura será 18 metros y 52 decímetros y 2 centímetros o también 18 metros y 52 centímetros y aún más simplificado 18 metros y 52 centésimos de metro.

Todas las lecturas anteriores nos parecen muy lógicas a los adultos cuando poseemos los conocimientos necesarios que nos permiten ratificar tales afirmaciones pero vale la pena -- preguntarnos ¿es así tan sencillo para el niño? si la humanidad se ha llevado tanto tiempo para llegar a ellos.

CAPITULO 3

LA PRACTICA EN EL MARCO DE LA PSICOGENETICA

Es notorio el fracaso que se ha experimentado en la enseñanza de las matemáticas por medio de procedimientos tradicionalistas, basta con analizar algunas clases impartidas por profesores que acusan su verbalismo, en las que se concretan a redactar verdaderas recetas y proponer a los niños la memorización de las mismas en donde con carácter impositivo se llevan a cabo una serie de ejercicios mecanicistas haciendo que el procedimiento se vuelva una rutina y no tiene ninguna explicación o razón de ser para los niños ya que con frecuencia no plantean experiencias relacionadas con la vida real del niño.

Esto hace que los niños se formen un concepto erróneo acerca de las matemáticas, considerándolas muy aburridas, difíciles, que no sirven para nada e incluso cuando llegan a ser jóvenes y se enfrentan al dilema de elegir una carrera esta decisión depende en mucho de su fracaso en las matemáticas y prefieren inclinarse por una carrera humanística, pues no pueden vencer su gran aversión por las matemáticas así como tampoco han logrado eliminar los obstáculos que implican ciertos conceptos matemáticos porque les parecen inalcanzables y aún en estas carreras tienen ciertos problemas a vencer cuando la matemática hace su aparición.

Esta aversión no sólo se presenta en los niños, también existen serios problemas en los adultos sin excluir a los maestros de primaria que dentro de las áreas que imparten se en-

cuentran las matemáticas de tan difícil comprensión, en donde si para él es embarazosa la comprensión de ciertos conceptos matemáticos, no menores serán los obstáculos que se le presentarán para diseñar caminos que hagan que el niño maneje fluidamente esos conocimientos.

Introducir la idea de que el maestro realice trabajos experimentales en el medio escolar, donde todo parece estar organizado por métodos que han sido consagrados, ya que cuentan con la aprobación de la mayoría de los docentes y además éstos cuentan con programas acabados donde parece que queda poco por hacer, no es de extrañarse que dichos procesos experimentales infundan desconfianza.

A pesar que en el medio escolar la experimentación no es aceptada, en otros campos de la actividad humana es indispensable, pues no se pueden implantar innovaciones que no estén fundamentadas en el análisis de datos experimentales.

En la escuela la experimentación no sólo recibe el rechazo del profesor, sino también de los padres de familia que la consideran peligrosa para sus niños y prefieren continuar con las prácticas tradicionales bajo el lema "más vale malo por conocido, que bueno por conocer". (Refrán)

Pero si la innovación es presentada como la solución a todos los problemas de la enseñanza e incluso calificándola de método infalible, que nos conducirá al éxito en toda la población escolar; pero claro sin que en ella se hayan realizado -- los ajustes que produce la práctica real, es de suponer que en realidad nos conducirá al fracaso.

De aquí surge una proposición inicial consistente en que el maestro realice actividades de experimentación en su trabajo cotidiano, con el propósito de mejorar su práctica docente. Siendo imprescindible la difusión de trabajos de investigación hechos en este campo con el propósito de que el maestro posea argumentos sólidos en que fundamentar su experimentación.

No nos referimos a trabajos de importación en donde la aplicación de ellos implica el no tomar en consideración las características específicas de cada país e incluso región, en donde se presentan variaciones, en las modalidades de organización, lineamientos oficiales, tradiciones arraigadas, características de los alumnos, disponibilidad de recursos, etc.

Se sugiere a los maestros hacer experimentación en la propia escuela, con sus propias particularidades, sólo que se debe utilizar un marco teórico adecuado, es decir hacer investigaciones acerca de cómo el niño se apropia de los conceptos matemáticos en circunstancias escolares de acuerdo a una epistemología.

Para ello proponemos la obra de Piaget como fundamento para organizar los procesos de aprendizaje de los conceptos matemáticos cuyos postulados y concepciones hemos especificado en el primer capítulo del presente trabajo, sin que se hayan abordado todos, sólo fueron seleccionados algunos de ellos y los que se encontraban más directamente relacionados con la medición de longitudes.

Bajo este marco conceptual el maestro tendrá una primera tarea que es la de determinar en que momento del proceso de de

sarrollo se encuentra el niño al ingresar a la escuela primaria o en forma particular en el momento de iniciar un ciclo escolar, ello implica que deberá descubrir a qué nivel ha llegado cada niño en forma individual y qué conceptos ha adquirido ya, teniendo como ventaja que a veces los mismos procedimientos utilizados para el diagnóstico, podrán ser utilizados para los niños menos experimentados con el propósito de fomentar su desarrollo.

Algo que no debemos perder de vista es que los conceptos no se enseñan, lo que nos corresponde hacer como maestros es producir y presentar las situaciones encaminadas a propiciar experiencias que ayuden a los niños a desarrollar sus propios conceptos.

Nuestra experimentación estará encaminada a romper con los cánones tradicionalistas, donde todos los conceptos ya están elaborados y sólo resta que el niño los memorice, ya que son tan simples que él los puede comprender con facilidad, esto desde el punto de vista psicogenético es falso, es necesario que el niño redescubra los conceptos para que pueda apropiarse de ellos.

Vamos a citar un ejemplo que nos puede ilustrar esto; para el aprendizaje de una operación aritmética, en el método tradicional la enseñanza empieza con el enunciado del algoritmo, en cambio lo que nosotros pretendemos es que el algoritmo sea la conclusión.

También es cierto que el procedimiento se llevará más tiempo pero cuando el niño lo logre, habrán desaparecido una serie de conflictos por los que él pasa al tratar de construir

sus conceptos, esto nos permite introducir al niño en el mundo de las matemáticas con una mayor seguridad y a su propio ritmo, mediante juegos con diversos materiales, donde él podrá explicar perfectamente el algoritmo y lo podrá aplicar, ya que el mismo lo ha formulado, lo que le da solidez al conocimiento.

3.1. La práctica y el laboratorio de psicomatemáticas

Una de las pretensiones de este trabajo es la de motivar al maestro para que se introduzca en la investigación y puesta en práctica de nuevas alternativas de enseñanza para las matemáticas en donde un primer obstáculo consiste en convencer al maestro de las ventajas que representa lo que le vamos a proponer, sin embargo, queda mucho por hacer por parte del maestro, esto implicará un gran esfuerzo de su parte que logre planificar su actividad docente en forma creadora.

Es por ello que le sugerimos agruparse con otros compañeros, con la finalidad de intercambiar experiencias y que en forma paulatina se vayan incrementando las proposiciones y a su vez se les dé difusión, además de que una de las características de este proceso será la continuidad en los trabajos.

También les sugerimos hacer lecturas acerca de la teoría psicogenética e incluso elaborar planteamientos didácticos que estén fundamentados en bases análogas, con el propósito de comprender mejor sus postulados y a partir de ellos proponer nuevas estrategias de aprendizaje que buena falta hacen.

Uno de los problemas podría ser el de requerir en un momento dado de asesoría específica e incluso intercambiar experiencias -

al respecto, para lo cual le proponemos dirigiese al Departamento de Investigaciones educativas, del Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (DIE-CINVESTAV-IPN) en donde se ha abierto la brecha con una serie de investigaciones al respecto que sería recomendable conocer y aprovechar sus experiencias.

Por lo que cada una de las estrategias deberá tener como característica fundamental el permitirle al niño interactuar con objetos que le conduzcan hacia las operaciones lógicas, -- donde no sólo es importante la verbalización, sino también la experimentación con carácter reflexivo.

Es decir lo que se pretende es diseñar "ejercicios operatorios" en donde la habilidad e ingenio del profesor entran en juego, para proponer diversos materiales que propicien actividades adecuadas para lo que se pretende.

No podemos olvidarnos de que existe un libro de texto que nos marca una serie de actividades que en un momento dado, pueden utilizarse como complementarias, pero que definitivamente-consideramos que son insuficientes. Esto sin descartar otra -- de las grandes limitaciones consistente en que debemos cum-plir con los planteamientos de los programas oficiales, por lo que vamos a intentar ajustarnos a ellos lo más que sea posible y en un momento dado porque no hacer sugerencias bien fundamentadas.

Es aquí donde surge la necesidad de crear un laboratorio de matemáticas, que no requiere de grandes inversiones pero -- que a la vez cumpla con diversos cometidos.

Es cierto que las condiciones económicas de la mayoría de las escuelas primarias son precarias, por lo que será un aspecto que no debemos descuidar, así que el laboratorio será un pequeño local ubicado dentro de la escuela.

Este laboratorio tendrá como función almacenar todos los materiales que se vayan elaborando para cada uno de los temas; todos estos materiales deberán estar debidamente clasificados y organizados, para que puedan ser utilizados en cualquier momento por alumnos y maestros de la escuela.

Es por ello que este laboratorio deberá permitir el acceso a cualquier persona que esté interesada en lo que ahí se hace, para ello se diseñarán formas de registro que permitirán el control del material, así como también se programarán las posibles actividades a desarrollar con el mismo, a fin de no producir interferencias entre los usuarios, o sea, de lo que se trata es de coordinar el uso del material.

Así como no se restringe el uso del material, también habrá oportunidad de que cada maestro interesado proponga de acuerdo a sus experiencias y habilidades, materiales que puedan ser utilizados en la enseñanza de diversos contenidos.

Además como el material no tendrá un uso exclusivo para cada tema, por lo que en un momento dado un mismo material podrá ser empleado para varios temas, siendo necesaria la elaboración de guías que también serán archivadas dentro del laboratorio.

Para la implementación del material a utilizar también su gerimos visitar el laboratorio de psicomatemática del DIE -

CINVESTAV-IPN el cual cuenta con diversos materiales que han sido utilizados en diversas investigaciones, hechas en la escuela primaria del distrito federal durante varios años, donde han intervenido grupos de primero a sexto grado con sus respectivos maestros de grupo; mismos que por su carácter experimental nos pueden brindar un cúmulo de valiosas experiencias.

También dentro de los materiales que pueda captar el laboratorio estarán diversos juegos matemáticos, que serán elaborados no con el propósito de aplicarse a un tema específico sino para poner en práctica la capacidad de razonamiento, estos materiales son de gran atractivo para los niños además de la utilidad que representan para nuestros fines pues así como el ejercicio vigoriza al cuerpo, la actividad reflexiva desarrolla la inteligencia.

Una segunda finalidad del laboratorio podría consistir en brindar atención a los alumnos de la escuela que presenten serias dificultades de aprendizaje en sus cursos de matemáticas, por lo que podrían asistir en pequeños grupos o individualmente, claro que dicha atención se brindará en tiempos libres o en horarios negociados con los mismos maestros de grupo para que no sufran un atraso mayor.

Algunos alumnos asistirán al laboratorio una vez que su maestro ha diagnosticado algún problema de aprendizaje y son enviados con la finalidad de que se lleve a cabo alguna acción que ayude a corregir determinada deficiencia, pero otros alumnos irán por cuenta propia, al notar que algún concepto no quedó lo suficientemente claro o como ya dijimos, estará motivado

por la realización de algún juego interesante que vió en el laboratorio.

Esto nos permite sugerirle al maestro que deberá brindarle al alumno un ambiente de confianza que le infunda seguridad y con ello logre una mayor participación de sus alumnos. Además que la diversidad de actividades a desarrollar dentro del laboratorio impedirá que sea conceptualizado por los niños como un lugar donde siempre asisten los malos estudiantes, pues también asistirán los buenos estudiantes y todos en general.

Este laboratorio será el centro de reunión de profesores con la intención de llevar a cabo una evaluación de las actividades realizadas, con el propósito de corregir desviaciones, - así como también de hacer nuevas proposiciones, e incluso incorporar nuevos elementos al grupo de trabajo, con la intención de establecer relaciones horizontales de ayuda mutua.

Tareas que requieren de la participación entusiasta de -- los profesores, pues la planeación cuidadosa de las actividades, así como también el registro y análisis del porqué en un momento dado un niño asimila un concepto y rechaza otro, sin olvidarnos del continuo intento de preservar la afluencia de - nuevas formas de presentación de los conocimientos, con el firme propósito, que sea el niño quien efectivamente construya -- los conceptos básicos en matemáticas, requiere además de maestros muy pacientes, y que estén dispuestos a robarle tiempo a sus múltiples obligaciones.

Es cierto que para llevar a cabo esto se presentan serias dificultades, una de ellas como ya se dijo es la falta de tiem

po disponible por parte de los profesores, por lo que sería recomendable empezar con pequeños módulos, el avance será lento pero al cabo de un corto tiempo sin que nos percatemos del paso del mismo, el trabajo realizado dará sus primeros frutos.

Esta sería una fase inicial ya que una de las pretensiones a largo plazo sería lograr la institucionalización del laboratorio dentro de la escuela, donde se podrá proponer una organización del mismo, que permita satisfacer las necesidades de la escuela e incluso logra su vinculación con otras áreas.

3.2. Consideraciones para el diseño del material

Generalmente el maestro utiliza los materiales didácticos para apoyar su exposición, esto es, hace una exposición verbal que va ilustrando por medio del material didáctico y el niño - se convierte en un simple observador.

En otras ocasiones lo utiliza para hacer demostraciones, - esto puede ser mediante modelos hechos a escala, en donde también el maestro es el expositor y el niño es un receptor que - no todas las veces logra comprender lo que se le quiere enseñar e incluso el material a veces constituye un distractor, ya que el niño observa otras cualidades del material que para el niño son más importantes, que las peculiaridades que el maestro quiere hacer resaltar para dar un contenido programático.

También lo utiliza con carácter cultural y formativo, donde se pretende hacer una reseña de acontecimientos o simplemente escenificar una situación que el maestro quiere que sea analizada para posteriormente enviarle un mensaje.

Por otra parte existen una serie de prejuicios en torno - al uso del material didáctico, (que si bien se usa muy poco en la enseñanza en general su uso en la enseñanza de las matemáticas es prácticamente nulo) que vienen a constituir nuevas barreras que impiden su uso generalizado; uno de esos prejuicios es que se considera dudosa su eficacia, otro es que su costo - es muy elevado, por lo que está al alcance de pocas escuelas y su empleo es superfluo ya que no se necesita.

El material didáctico en la perspectiva que estamos plan-

teando no sólo es necesario, sino es prácticamente indispensable, ya que pretendemos que el niño llegue a la génesis del conocimiento a partir de la manipulación de materiales concretos y éstos serán eficientes en la medida que puedan ser utilizados con este fin.

En cuanto al costo del material sugerimos que éste se elabore con materias primas de bajo costo, es más podemos aprovechar algunos materiales de desecho como; corcholatas, botellitas de diversos tamaños, cajas recorte de madera, etc. esto no quiere decir que no cubrirá una serie de características mínimas.

Deberá ser suficiente, de tal suerte que se programará la actividad tomando en consideración el número máximo de alumnos que lo van a utilizar, para que a la hora de estarlo usando no falte material para algunos niños.

También deberá ser variado, es decir si un material es -- utilizado en forma repetida, se vuelve soso, monótono y pierde atractivo, por lo que se buscará versatilidad en los materiales utilizados.

Deberá tomarse en cuenta el desarrollo de los niños, para que pueda ser manipulado sin dificultad y no constituya riesgos para el niño y para el propio material.

El material podrá ser preparado con antelación e incluso los mismos niños pueden participar en la producción del mismo, esto permitirá que le otorgue una mayor importancia.

Es importante que tenga cierto atractivo para que infunda el deseo de actuar con él, sin que ello implique un manejo di-

ffcil que impida cumplir con su función.

Los materiales deberán ir acompañados por una guía metodológica de uso, esto se refiere a que se elaborará por escrito, la descripción del material, así como la secuencia que se deberá seguir durante el desarrollo de la actividad y especificarlos objetivos que se pretenden cubrir con él, esta guía siempre estará abierta a nuevas posibilidades de uso pues un mismo material podrá ser utilizado para diversos temas pudiéndose --elaborar varias secuencias de uso y el maestro tendrá oportunidad de elegir la que mejor le convenga. Al final del presente trabajo se encuentra un Anexo donde se describen algunos materiales, que pueden ser elaborados para la enseñanza de los Temas de Sistemas de Numeración y Medición de longitudes con los que iniciaría el laboratorio.

Además de los materiales empleados en temas específicos, --se elaborarán una serie de juegos, matemáticos, que deberán --ser interesantes y cautivadores diseñados para ser abordados -en forma individual o colectiva que incluso estén clasificados en diversos grados de dificultad.

No es forzoso que todos los juegos sean diseñados, exis--ten juegos en el mercado que pueden ser utilizados con este --fin, por citar algunos, las damas, el ajedrez, rompecabezas y --algunos juguetes educativos.

CAPITULO 4

ALTERNATIVAS DIDACTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA
MEDICION DE LONGITUDES

En este capítulo nos dedicaremos a proponer una serie de alternativas fundamentadas en la psicogenética, abordando los temas marcados por los programas vigentes para cada uno de los seis grados de educación primaria. Estas alternativas didácticas son propuestas para que el niño tenga un aprendizaje eficaz en lo que se refiere a la medición de longitudes utilizando el sistema métrico decimal, sin que perdamos de vista, que las mismas alternativas pueden ser el principio para que se den varias ramificaciones que conduzcan a los profesores de educación primaria hacia la proposición de otras alternativas afines.

Es más se pretende que estas alternativas al ser abordadas por los profesores los hagan sentirse comprometidos a enriquecerlas, pues cada uno de ellos cuenta con un cúmulo de experiencias adquiridas durante el desarrollo de su trabajo profesional, lo cual constituye una riqueza incalculable que no es conveniente desperdiciar.

4.1. Contenido programático

El plan de estudios para el nivel de educación primaria está constituido por ocho áreas de aprendizaje que son: español, matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales, educación tecnológica, educación artística, educación para la salud y edu

cación física; a todas ellas se les otorga el mismo grado de importancia pues deben favorecer el desarrollo integral del niño.

Para los casos particulares del primer y segundo grado, -- los programas están estructurados de acuerdo a las características del niño, en donde la percepción global e indiferenciada de las totalidades es predominante, razón por la que son planteados en forma integrada.

Cada programa contiene un total de ocho unidades que corresponden a los meses laborables durante el año lectivo y a su vez cada unidad contiene cuatro módulos, de tal forma que cada unidad es determinada por un núcleo integrador, así como también cada módulo tendrá su propio núcleo integrador que a su vez formará parte de una totalidad.

La organización de actividades para los núcleos integradores de módulo puede hacerse en forma lineal, es decir abordándose en función del núcleo integrador se desarrollan las actividades de cada área; o también puede trabajarse en forma radial en donde se presenta un devenir entre los objetivos de las diversas áreas en torno a un núcleo integrador.

A partir del tercer año los programas están estructurados por áreas especificando para cada una sus objetivos generales, sus objetivos por unidad y sus objetivos específicos sugiriendo las actividades a desarrollar para lograrlos.

A continuación vamos a esbozar los contenidos marcados en cada uno de los programas para cada año y que se encuentran relacionados con la medición de longitudes, con la finalidad de analizarlos y poder fundamentar la estructura que se le dará a-

nuestra propuesta.

4.1.1. Programa integrado para primer grado

U.1 Percepción del medio

Observación de la realidad que rodea al niño, utilizando todos los sentidos, toma de conciencia de su esquema corporal, descubrimiento de las posibilidades de su cuerpo, y expresión de lo observado, en diferentes lenguajes.

Módulo 1. Yo

Observación de las partes de su cuerpo y descubrimiento de sus posibilidades, expresión de lo observado e integración a una nueva modalidad de grupo social.

Módulo 2. Las cosas que veo

Observación visual de lo que rodea al niño y expresión de lo observado en distintos lenguajes.

. Clasificar objetos por su forma y tamaño.

. Identificar los colores rojo, azul y amarillo.

Módulo 3. Cómo son las cosas

Observación táctil, gustativa y olfativa de lo que rodea al niño, su clasificación de acuerdo con lo observado y expresión en

distintos lenguajes.

- . Clasificar objetos por su textura, aplicando el sentido del tacto.
- . Clasificar sustancias y alimentos por su sabor, en dulces y salados, ácidos y amargos.
- . Clasificar objetos por su olor.

Módulo 4. Cómo suena y dónde está

Observación auditiva, expresión de lo observado, en distintos lenguajes, y ubicación de las cosas en relación con el niño.

- . Identificar los sonidos que producen diferentes seres, objetos y fenómenos.
- . Identificar los niveles de intensidad de sonido (débil y fuerte) producidos por objetos y seres.
- . Ubicar diferentes sonidos, objetos y seres de su entorno, en relación con él mismo (arriba, abajo, adelante, atrás, cerca, lejos, derecha, izquierda).

U.2. El niño, la familia y la casa.

Observación de actividades del hogar, descubrimiento de las funciones de la familia, de las necesidades básicas y forma de satisfacerlas, expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

Módulo 1. Lo que me gusta hacer

Descubrimiento de las necesidades del niño y cómo se atienden, y expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

. Adquirir la noción del número uno y algunas de sus representaciones.

Módulo 2. La familia

Observación de las diversas actividades de la familia, descubrimiento de sus funciones y expresión

. Adquirir la noción del número dos y algunas de sus representaciones.

Módulo 3. La casa

Observación del escenario familiar y expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

. Adquirir la noción del número tres y algunas de sus representaciones.

Módulo 4. Los servicios de la casa

Descubrimiento y observaciones de los servicios de la casa como satisfactores de necesidades y expresión de lo observado, en distintos lenguajes.

. Adquirir la noción del número cuatro y algunas de sus representaciones.

U.3. Necesitamos unos de otros

Fenómenos naturales para descubrir fenómenos más complejos del orden social, y expresar sus observaciones y experiencias, - en distintos lenguajes.

Módulo 1. Las semillas

Expresión oral, corporal y plástica de las observaciones y experiencias acerca del nacimiento de las plantas.

- . Adquirir la noción del número cinco y algunas de sus representaciones.
- . Caminar variando la longitud de su paso, coordinando sus movimientos y manteniendo el equilibrio corporal.

Módulo 2. Nacemos

Expresión oral, corporal y plástica de observaciones y experiencias relacionadas -- con el nacimiento de animales que nacen de huevo y de animales que nacen directamente de la madre.

- . Adquirir la noción del número seis y algunas de sus representaciones.

Módulo 3. Crecemos

Expresión en distintos lenguajes, de las - observaciones y experiencias relativas al crecimiento de las personas y a la adquisición de nuevos aprendizajes a medida que -

crecemos y nos desarrollamos.

- . Adquirir la noción del número siete y algunas de sus representaciones.

Módulo 4. Colaboramos

Descubrimiento de la necesidad de colaborar y organizarse para satisfacer necesidades dentro de la familia y de la escuela.

- . Adquirir la noción del número ocho y algunas de sus representaciones.

U. 4. La comunidad

Observación de aspectos físicos de la vida de la localidad, y expresión, en distintos lenguajes, de sus observaciones y experiencias.

Módulo 1. El lugar donde vivo

Observación de objetos, seres y fenómenos naturales de su localidad, y expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

- . Adquirir la noción del número nueve y algunas de sus representaciones.

Módulo 2. La gente trabaja

Observación de algunos trabajos que se realizan en su comunidad, e instrumentos y herramientas que se emplean, y expresión, en distintos lenguajes, de sus observaciones y experiencias.

. Adquirir la noción del número diez y algunas de sus representaciones

. Adquirir la idea de "decena".

Módulo 3. Aprovechamos el agua y el viento

Observación acerca de la necesidad del agua y del viento en la vida de la localidad, y expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

. Adquirir la noción del cero.

Módulo 4. La gente hace cosas útiles

Observación relacionada con la necesidad de colaborar para la obtención de productos y la prestación de servicios en la localidad, y expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

. Precisar la idea de decena aplicándola en diversas situaciones.

U.5. El medio rural y el medio urbano

Observación, en la realidad o en ilustraciones del medio rural y del medio urbano, del trabajo en la transformación de la naturaleza y de la interdependencia entre la ciudad y el campo, y expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

Módulo 1. El campo y la ciudad.

Observación en la realidad o en ilustraciones de algunas características físicas del

campo y de la ciudad, y expresión de sus -
observaciones y experiencias, en distintos
lenguajes.

- . utilizar la recta numérica para represen-
tar números.
- . simbolizar las decenas (números 10, 20,-
30, ... 90).

Módulo 2. El trabajo en la ciudad y en el campo
Observación en la realidad o en ilustracio-
nes de algunas actividades, herramientas e
instrumentos de trabajo de la ciudad y del
campo, y expresión de sus observaciones y-
experiencias, en distintos lenguajes.

- . Adquirir la noción de los números del on-
ce al quince y algunas de sus representa-
ciones.

Módulo 3. Transformamos la naturaleza
Observación de algunas cosas naturales y -
de otras elaboradas por el hombre al trans-
formar la naturaleza, tanto en la ciudad -
como en el campo, y expresión de sus obser-
vaciones y experiencias, en distintos len-
guajes.

- . Adquirir la noción de los números del 16
al 20 y algunas de sus representaciones.

Módulo 4. La colaboración entre el campo y la ciudad
Observación de la realidad o de ilustracio-

nes donde se advierta el cambio de productos entre la ciudad y el campo.

. Adquirir la noción de los números del 21 al 49 y algunas de sus representaciones.

U.6. Adaptación al medio

Observación de algunas formas en que la vivienda y las actividades de la familia y - la localidad se adaptan a las condiciones- físicas del medio; descubrimiento de aprendizaje que el medio proporciona y expresión de sus observaciones y experiencias, - en distintos lenguajes.

Módulo 1. Nuestra casa nos protege

Observación de algunas formas en que la casa y las actividades de la familia se adaptan a las condiciones físicas del medio, y expresión de sus observaciones y experiencias, en distintos lenguajes.

. Aplicar el concepto de decena.

Módulo 2. Los vecinos

Observación de algunas formas en que las - viviendas y actividades de la localidad se adaptan a condiciones físicas del medio, y expresión, en distintos lenguajes, de sus- observaciones y experiencias.

. Adquirir la noción de los números del 50 al 99 y algunas de sus representaciones.

Módulo 3. En todas partes sale el sol.

Observación en la realidad o en ilustraciones de las semejanzas y diferencias entre la vida de lugares cálidos y fríos, y expresión de sus observaciones, en distintos lenguajes.

. Determine entre dos o más segmentos el más largo y el más corto.

7. México, mi país

Observación directa o indirecta de algunos aspectos sociogeográficos de México y de elementos de la sociedad mexicana, y expresión, en distintos lenguajes, de sus observaciones y experiencias.

Módulo 2. Podemos comunicarnos.

Observación en la realidad o en ilustraciones de medios de comunicación utilizados en nuestro país, y expresión, en distintos lenguajes, de las experiencias relacionadas con los que se utilizan en su localidad.

. Medir la longitud de objetos diversos, manejando unidades arbitrarias.

De acuerdo al contenido programático descrito con anterioridad y que está vinculado con la medición de longitudes podemos sintetizar su contenido de la manera siguiente:

En una primera etapa nos propondremos verificar si el niño posee la noción de conservación de las cantidades discretas en-

una segunda etapa se abarcará la adquisición de la noción del -- número así como también a su representación gráfica convencional.

Como es tardía la adquisición de la noción de la conserva-- ción de las cantidades continuas ésta será tratada en una terce-- ra etapa.

Posteriormente el programa también abarca el sistema nume-- ración de base diez que deberá ser tratado también durante este curso y que además nos servirá de fundamento para introducir al niño hacia el descubrimiento del algoritmo de la suma y poste-- riormente al de la resta y multiplicación, mismos que no serán-- abarcados en el presente trabajo pues no están dentro de los ob-- jetivos que se pretenden.

Finalmente durante este curso se introducirá al niño en el proceso de medición sin que lo dejemos totalmente acabado ya -- que únicamente se ejercitará sobre la percepción de la magnitud a medir, se harán algunas evaluaciones globales y se elegirán -- algunas unidades arbitrarias.

4.1.2. Programa integrado para segundo grado

U.1. Cambiamos.

Observación de los fenómenos naturales y so-- ciales que rodean al niño para advertir algu-- nos cambios, comparación de experiencias nue-- vas con otras del pasado inmediato, y expre-- sión de esas experiencias en distintos len-- guajes.

Módulo 1. Regreso a la escuela

Observación de algunos cambios operados a --

través del tiempo, comparación de experiencias vividas en las vacaciones con experiencias nuevas, y expresión en distintos lenguajes de sus observaciones.

- . Aplicar los números del 0 al cien en situaciones diversas.

Módulo 3. Lo que nos rodea

Observación de algunos fenómenos naturales, cambios que se observan en algunos seres vivos, comparación de esos cambios, y expresión de sus observaciones en distintos lenguajes.

- . Establecer las relaciones "mayor que" y "menor que" entre dos números menores de cien.

U.2. Mi escuela.

Observación y expresión relacionadas con la escuela, actividades escolares, comunidad escolar y aprendizaje escolar.

Módulo 1. Cómo es mi escuela

Observación y comparación de los elementos materiales de la escuela, y expresión de las observaciones en distintos lenguajes.

- . Medir con el metro diferentes elementos de su escuela.

Módulo 2. Qué hago en la escuela

Observación y comparación de las diversas actividades escolares, y expresión de las observaciones en distintos lenguajes.

- . Adquirir la noción de centena.

Módulo 4. Para qué vamos a la escuela

Observación y expresión de experiencias - relacionadas con el aprendizaje dentro - del ámbito escolar, y comparación de estas experiencias con las adquiridas fuera de la escuela.

. Relacionar conjuntos de centenas con - sus expresiones simbólicas y nombres - correspondientes.

U.3. Aprendemos juntos.

Observación sistemática y comparativa -- que lo lleve a descubrir a través de sus experiencias, ciertas normas necesarias para la convivencia, realización de actividades y resolución de problemas, y expresión de sus experiencias y conocimientos en distintos lenguajes.

Módulo 1. Nos relacionamos.

Observación y comparación de actividades realizadas con sus compañeros para descubrir relaciones más profundas, y expresión de sus experiencias en distintos -- lenguajes.

. Medir con el decímetro segmentos de -- recta.

. Escribir en notación desarrollada números hasta novecientos noventa y nueve en el sistema decimal de numeración.

Módulo 2. Observamos para descubrir

Observación sistemática y comparativa -- que le lleve a descubrir mediante sus experiencias la necesidad de ciertas normas, tanto para la convivencia como para el conocimiento de fenómenos naturales, y expresión en distintos lenguajes de sus observaciones.

. Empleo de los números del ciento uno al ciento noventa y nueve.

U.4. Vivimos en lugares distintos.

Inferir la relación existente entre la vida y el medio, con base en observaciones y comparaciones de su medio natural y social con otros medios, y expresar sus observaciones en distintos lenguajes.

Módulo 2. Qué hacemos en la localidad

Observar y comparar actividades que se -- realizan en su localidad, y expresar sus observaciones y experiencias en distintos lenguajes.

. Medir segmentos de recta con el centímetro.

Módulo 3. Observar las características del medio natural y social de la sierra y el llano, - compararlas entre sí y con las de su localidad, y expresar sus observaciones y ex

periencias en distintos lenguajes.

- . Adquirir la noción de los números del -
200 al 500.

U.5. Transformamos la naturaleza.

Observar y comparar elementos de la na
turaleza y algunas formas de trabajo -
con las que el hombre la modifica para
satisfacer necesidades y expresar sus-
observaciones y experiencias en distintu
tos lenguajes.

Módulo 2. Tenemos necesidades.

Observar y comparar los satisfactores-
que existen en su localidad, relacio--
narlos con las necesidades básicas, y-
expresar en distintos lenguajes sus ob
servaciones y experiencias.

- . Adquirir la noción de los números --
501 al 1000.
- . Saltar de diferentes formas, varian-
do alturas y distancias.

Módulo 4. Cuidemos el medio

Observar y comparar acciones que el --
hombre realiza para conservar y mejo--
rar el medio, y expresar sus observa--
ciones y experiencias en distintos len
guajes.

- . Establecer el orden entre dos núme--
ros menores que mil.

U.6. Realizamos distintos trabajos.

Observar y comparar algunos trabajos que se realizan en su localidad tanto agropecuarios como industriales y los servicios que en ella existen, la ayuda mutua entre su localidad y otras localidades, y expresar en distintos lenguajes sus observaciones y experiencias.

Módulo 1. El trabajo en mi localidad

. Señalar la relación entre el decímetro y el centímetro.

U.7. Medimos el tiempo

Observar y comparar fenómenos naturales y sociales y acciones que el niño realiza con el tiempo que transcurre en su realización, y expresar en distintos lenguajes sus observaciones y experiencias para advertir la duración del tiempo y la posibilidad de medirlo.

Módulo 2. Las actividades de la semana

Observar y comparar las actividades de la semana tanto laborales como recreativas, y expresar sus observaciones y experiencias en distintos lenguajes para adquirir la noción de la semana.

. Establecer relaciones entre el metro, decímetro y centímetro.

En un primer año el niño fué introducido hacia el manejo - del sistema de base diez, además se le brindó la posibilidad de percibir en forma global la magnitud por medir e introducirlo - en el proceso de medición.

El programa para el segundo grado nos propone continuar -- con el sistema de numeración decimal pero ahora abarcando los -- números del 0 al 1000 además de involucrar los conceptos de uni dades, decenas, centenas y su expresión simbólica. En cuanto a la lectura de cantidades también se hará uso de la notación - desarrollada.

Para el proceso de medición propone efectuar mediciones - con el metro, decímetro y centímetro así como también estable-- cer sus relaciones entre ellos.

4.1.3. Programa para el tercer grado

U.1. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

- . Representar números naturales menores que 1000 en diver sas formas, aplicando las ideas de unidad, decena y cen tena.

U.2. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

- . Representar en diversas formas los múltiplos de 1 000 - hasta 10 000.
- . Medir segmentos de recta utilizando el metro, decímetro y el centímetro.

U.3. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

- . Representar en diversas formas números naturales hasta- 10 000.

. Resolver problemas que impliquen medición del perímetro de algunas figuras.

U.5. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

. Expresar números naturales como fracciones y algunas -- fracciones como números naturales.

U.6. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

. Medir segmentos de recta utilizando el compás.

U.7. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

. Identificar pares de fracciones equivalentes.

Como lo expresan en el mismo programa los conceptos numéricos serán trabajados mediante conjuntos que serán analizados -- hasta que se dé la escritura de cifras numéricas por lo que se pretende continuar con el manejo del sistema de numeración decimal abarcando fracciones y equivalencias numéricas.

Por lo que respecta a la medición de longitudes se efectuará el proceso haciendo mediciones, utilizando como unidades el metro, decímetro y centímetro.

4.1.4. Programa para el cuarto grado

U.1. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

1. En el sistema decimal: expresar relación de orden entre números, hasta el 10 000, usando los signos $>$ y $<$

U.3. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

. En el sistema decimal: Representar, en diversas formas, números hasta centenas de millar.

U.5. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:

. En geometría: Manejar las unidades de medida del siste-

ma métrico decimal para calcular longitudes.

En virtud de los objetivos propuestos para este grado solamente nos concretaremos a profundizar sobre el manejo del sistema de numeración decimal y la utilización con mayor amplitud del sistema métrico decimal.

4.1.5. Programa para el quinto grado

- U.1. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:
 - . En sistema decimal: Aplicar el principio posicional de un sistema de numeración al representar números.
- U.3. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:
 - . En el sistema decimal representar en diversas formas - números hasta centenas de millar.
- U.6. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:
 - . En sistema decimal: Representar, en diferentes formas, números hasta millones.

Por lo que proponen los objetivos para este ciclo serán --abordados los sistemas de numeración de base y posición con todas sus peculiaridades.

Además se propone un avance progresivo en los sistemas decimal y métrico, para tratarlos más acabadamente.

4.1.6. Contenido programático para el sexto grado

- U.1. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:
 - . En sistema decimal: Representar en diversas formas números naturales y racionales.

- U.4. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:
- . En fracciones y sus operaciones: Expresar fracciones como decimales y decimales como fracciones.
- U.5. Al término de esta unidad, el alumno será capaz de:
- . En los números enteros propiedades y operaciones: Expresar números en notación exponencial.

Continuaremos trabajando con el sistema de numeración decimal hasta abarcar la notación exponencial además se le da -- otra afirmación a las fracciones decimales considerando su alto grado de dificultad en la asimilación de los conceptos que involucra.

4.2. Propuesta para el primer grado

Para trabajar en el primer grado debemos tomar en consideración, algunos lineamientos generales que nos permitirán -- conducir nuestra actividad docente de manera exitosa.

En primer lugar debemos considerar el cambio al que se enfrenta el niño en el momento de pasar de una escuela a otra, donde se relacionará con nuevos compañeros y maestros, esto -- constituye un período que requiere de un tiempo de adaptación e identificación de los roles que se establezcan para nuestros alumnos.

Este aspecto es de suma importancia pues se recomienda -- adoptar una actitud de franca cordialidad entre maestro-alumno e incluso entre los mismos niños, en donde se promueva el respeto mutuo y un ambiente de colaboración grupal, puesto que -- nos enfrentaremos a la solución de varios problemas donde la -- participación de todos los involucrados será de gran importancia.

Es por ello que desde un principio el maestro pugnará -- porque el trabajo en clase sea más libre, más espontáneo, permitiendo al niño exponer sus propios puntos de vista, introduciéndolo hacia situaciones conflictivas que le permitan llegar a ciertas conclusiones, que a su vez constituyan avances en su aprendizaje y lo que es más importante que el propio niño vaya estableciendo su ritmo de trabajo.

El maestro no perderá de vista que toda actividad que se promueva en el salón de clase permitirá al niño descubrir el --

mismo sus propios conceptos y los podrá expresar libremente, - utilizando diversas formas ideadas por él mismo, además se le podrá permitir avanzar hasta donde él quiera.

Algo muy importante en la enseñanza de las matemáticas - es que no nos podemos olvidar del papel que desempeña el juego para el aprendizaje del niño, ello además de ser útil para promover la enseñanza de ciertos contenidos, puede ser aprovechado para desarrollar ciertas actividades que nos ayuden a suscitar el razonamiento en el niño, aspecto interesante en su desarrollo integral.

Esto nos conllevará a resolver uno de los grandes problemas a los que nos enfrentaremos los maestros, cuando detectamos que los niños del grupo no avanzan al mismo ritmo, pues -- siempre habrá quienes avancen muy rápido o quienes sean regulares, así como también algunos avanzarán lentamente, en consecuencia generalmente los más avanzados empezarán a inquietarse pues ya no tienen nada que hacer y distraen a los que no han - terminado, sin embargo si los ponemos a realizar algún juego - de razonamiento, les permitirá estar haciendo una actividad -- que les ayude en su desarrollo intelectual, además servirá de estímulo para los que van más atrasados, intenten avanzar para poder jugar con ellos también y la dinámica no se verá alterada por problemas de disciplina.

Otro aspecto a considerar lo constituye el hecho de que-- solamente permanecerán rezagados los que tengan ciertas difi--cultades para llegar a conclusiones satisfactorias, esto nos - dará la pauta para que a ellos les podamos dar un servicio adi

cional de asesoramiento que nos permita diagnosticar cuál es el problema y así proponer una solución a él.

A cada alumno se le permitirá actuar con diversos materiales con el objeto de que realice varias actividades, se le marcarán ciertos indicadores, esto se hará en pequeños grupos y en forma individual cuando así se requiera, de tal forma que se irán detectando los avances de los niños, esto no quiere decir que cada actividad se evaluará en forma individual y simultáneamente, sino que se harán una serie de evaluaciones alternadas que nos permitirán diagnosticar el avance real de cada niño, para lo cual será conveniente hacer un cuadro de avance donde podamos registrar los logros de los niños y en un momento dado detectar fluctuaciones, regresiones o mayores avances.

El niño deberá estar sometido a un constante actuar con objetos físicos para irlo introduciendo hacia la obtención de las abstracciones matemáticas programadas, pero esto no implica que nunca deberá dejar de usar objetos físicos, sino todo lo contrario, podrá dejar de usarlos cuando él lo juzgue conveniente, pero cada que el maestro se percate de un conflicto de aprendizaje deberá conducirlo haciendo uso del material, además será cuidadoso para que el niño llegue por si mismo a las abstracciones deseadas, con el objeto de que no se pasen por alto algunos procesos que pudieran conducirnos a regresiones marcadas. Sin embargo no quiere decir que las regresiones no se presentarán, pues como sabemos psicogenéticamente hablando una etapa precede a otra, pero a su vez se presentan imbricaciones entre las etapas precedentes y las etapas ulteriores --

que favorecen mayores avances.

Es aquí donde surge la necesidad de que el maestro conozca con profundidad un concepto matemático antes de promoverlo, para que pueda en un momento dado tener presente, la diversidad de situaciones que se pueden dar durante el desarrollo del mismo, sin olvidar que se irán enriqueciendo con la experiencia docente.

Para este primer grado una vez realizado el análisis del contenido programático, se propone abordar un contenido sujeto a una secuencia diferente a la planteada por el programa en vigencia, no obstante a ello el programa se cumple en su totalidad en lo referente al sistema de numeración y la introducción a la medición, además de que esta nueva secuencia puede ser --abordada e integrada a cada una de las unidades planteadas sin romper con su integración.

A continuación se presentan ambos contenidos para corroborar lo antes expuesto:

CONTENIDO PROGRAMATICO	CONTENIDO PROPUESTO
. Clasificación de objetos.	A. Construcción del concepto de cantidad.
. Adquirir la noción de los números del 0 al 99 y sus representaciones.	Primer Estado
. Utilizar la recta numérica para representar números.	. Identificación de cualidades comunes entre los elementos de un conjunto.
. Precisar la idea de la decena y su representación-	. Ampliación de los criterios clasificatorios.
	. Clasificación por yuxtaposi

- simbólica convencional.
- Percibir la magnitud de longitud.
- Medir longitudes mediante -- unidades arbitrarias.
- ción aplicando la reversibilidad.
- Elaboración de registros. Segundo estadio
- Conservación de cantidades discretas.
- Conservación del tamaño. Tercer estadio
- Actividades conceptuales.
- Ordenación por tamaños. Cuarto estadio
- Correspondencia numérica.
- Evaluación de distancias.
- Introducción de unidades arbitrarias de medición.
- B. Sistema de numeración decimal.
 - Regla para la base diez.
 - Notación posicional y simbología.
 - Representar la cardinalidad de conjuntos del 0 al 100.

4.2.1. La construcción del concepto de cantidad

Para manejar este concepto en el salón de clase nos baseremos en los cuatro estadios por los que pasa el niño para -- construir dicho concepto por sí mismo, sin olvidar que cada ni

ño, podrá estar ubicado en un estadio diferente al iniciar el año escolar, y esto puede deberse, a que existe diferencia de edades, experiencias o grados de desarrollo.

Además vale la pena recordar que la noción de conservación de cantidades discretas, antecede a la noción de conservación de cantidades continuas por lo que se sugiere hacer un diagnóstico inicial que nos permita ubicar a los niños en los estadios respectivos.

El conjunto de actividades propuestas para abordar estos cuatro estadios, se fundamentan en la construcción espontánea de las nociones numéricas, es por ello que se trabajará con conjuntos, en los que se tratará de establecer su valor cardinal, induciendo al niño hacia la conservación de la cantidad a pesar de las transformaciones figurales que se efectúen con ellos, alcanzando su carácter operatorio cuando se presenta la reversibilidad, en forma muy similar a las etapas en las que se construyen las estructuras lógicas elementales de la seriación y la clasificación, en su doble forma inversión por anulación y compensación de las relaciones recíprocas. Sin dejar de abarcar en estos estadios la conservación de las cantidades continuas posteriormente al de las cantidades discretas.

4.2.1.1. Primer estadio

Durante este primer estadio el alumno se concretará a realizar diferentes agrupamientos identificando diversas características comunes de un conjunto de objetos, así como también podrá realizar diversas clasificaciones tomando en cuenta va--

rios criterios, cubriendo la siguiente secuencia:

- i Identificación de cualidades comunes entre los elementos de un conjunto.
- ii Ampliación de los criterios clasificatorios.
- iii Clasificación por yuxtaposición aplicando la reversibilidad.
- iv Elaboración de registros.

i Identificación de cualidades comunes entre los elementos de un conjunto

Primero se entregará a los niños un conjunto de objetos - que posean diversas propiedades, para que proceda a realizar - agrupamientos de objetos tomando en consideración una cualidad como el color, la forma, el material de que está hecho, el tamaño, etc. y cada que forme un agrupamiento deberá explicar, - cual es la característica que tomó en cuenta para poner todos - esos elementos en un grupo.

Sin embargo serán dignas de consideración por parte del - maestro las respuestas emitidas por los niños, para justificar el porqué colocan ciertos elementos en un grupo, esto permitirá determinar si la cualidad está bien definida e incluso si - la terminología usada para definirla está empleada correctamente o hay confusión en el término, esto nos dará una idea de como conciben los niños diversas propiedades.

De ahí se desprende la importancia que tiene el uso apropiado del léxico por parte del maestro para referirse a cada - cualidad, pero eso no implicará que sea impositivo cuando el -

niño no use el término apropiado, más bien deberá ser analítico y descubrir, las causas por las que el niño denota con un término diferente al convencional una cualidad, pues no podemos olvidar que un niño a esta edad tiende a deformar la realidad.

ii Aplicación de los criterios clasificatorios

Durante este proceso será de suma utilidad que se establezca una estrecha relación entre los criterios que usó cada uno de los otros niños, con la finalidad que cada uno pueda introducir nuevas características a considerar para formar sus agrupamientos, naturalmente manejado como sugerencia, puesto que sólo él decidirá cuál es la consigna que toma en consideración para que un elemento pertenezca o no a un conjunto.

Para tal efecto se les puede sugerir que traten de elegir una cualidad que les permita formar el conjunto con el mayor número de elementos iguales, también quién puede sacar el mayor número de conjuntos desiguales, asimismo que determinen a que conjunto puede pertenecer un elemento tomado al azar, o bien que al tomar un conjunto ellos determinen que característica se tomó en consideración para construirlo.

iii Clasificación por yuxtaposición aplicando la reversibilidad

Una vez que es capaz de formar varios grupos en función de una característica se le pedirá reúna grupos que tengan una

característica en común hasta formar un conjunto mayor, y también en forma inversa se le dará un conjunto grande que posea una cualidad en común y de ahí se le pedirá, extraiga varios conjuntos que estén incluidos en él y formen otros conjuntos dándole la consigna, extraigan el mayor número de subconjuntos.

Podríamos entregarles un material con un conjunto de características diferentes por clasificar y a los niños más avanzados incrementarles el número de características por clasificar esto daría como resultado actividades más complejas que nos marcarían el nivel alcanzado.

Durante el desarrollo de la actividad el maestro deberá promover situaciones de conflicto entre los niños, que les ayuden a resolver satisfactoriamente lo que se pide, sin embargo se deberá tener especial cuidado, en que el maestro no le sugiera al alumno, qué características debe de tomar en cuenta para formar sus conjuntos, pues esto lo haría caer en una actividad errónea que no nos brindaría los resultados que deseamos establecer, pues será el propio niño quien decida porque reunió ciertos elementos, qué característica tomó en consideración y porqué estima que todos los elementos la poseen.

Otro aspecto que deberá cuidar el maestro, es que en el momento de que un niño cometa errores al hacer sus clasificaciones quiere decir que no ha identificado con precisión la cualidad que el quiere agrupar, por lo que dejaremos que él explique el concepto que tiene de esa cualidad y lo alentaremos a que siga observando el material hasta que el mismo llegue a-

descubrir con precisión de qué cualidad se trata.

El uso del material también puede ser complementado por la narración de pequeñas historias que nos permitirían determinar el grado de abstracción de los conceptos.

iv Elaboración de registros

Es muy conveniente que el niño se empiece a expresar gráficamente por lo que aprovechando las historietas se le sugerirá que registre en una hoja de papel la solución que le dió al problema, una vez que lo resolvió mediante el uso del material, esto se hará con la finalidad de hacer un análisis, de cómo un niño utiliza varias formas para expresar su resultado, se le pedirá que entregue la hoja y el maestro al recibirla preguntará ¿Cómo lo registraste? y anotará brevemente la explicación que el niño da y el nombre del niño para posteriormente analizarlo con cuidado.

Ahora bien si nos referimos a las características del material a utilizar para realizar clasificaciones, diremos que éste deberá ser diseñado por el profesor, tomando en cuenta -- que el conjunto por clasificar contenga tres subconjuntos diferentes y éstos a su vez deberán involucrar tres características diferentes que puedan ser clasificables, permitiendo la fácil combinación entre ellos, dando la oportunidad al niño de -- detectar diversos criterios para hacer sus clasificaciones y -- una vez que el niño vaya pasando por las etapas señaladas lastrate de agotar.

Una vez diseñado el material el mismo niño puede participar en su construcción ello le permitirá percatarse con mayor rapidez de las cualidades que pueda tomar en consideración.

En un principio el material deberá ser suficiente para el grupo con el que vamos a trabajar, pero al paso del tiempo éste se podrá ir incrementando hasta contar con material muy variado pues pueden surgir nuevas ideas de acuerdo con las experiencias.

También al diseñar el material se deberán escoger materiales manuales que no ofrezcan riesgos para los niños y para el propio material, además de cuidar su fácil adquisición.

En el presente trabajo se presenta un anexo con algunos materiales que se proponen para el manejo de este contenido, (Mc1, Mc2 y Mc3) dejando a la iniciativa de los maestros la proposición de otros materiales afines.

Será también necesario que puntalicemos en el sentido de que será el mismo niño quien descubra sus propios conocimientos, es por ello que deberemos tener cuidado en no caer en una actitud verbalista, pues ello impedirá que alcancemos los objetivos propuestos.

Si el niño será quien se encargue de desarrollar una serie de actividades de índole reflexiva, debemos brindarle la oportunidad de que lo haga, por lo que se sugiere dividir al grupo en secciones de diez niños cada una, las cuales deberán utilizar materiales diferentes para que exista versatilidad.

El maestro iniciará la actividad haciendo que los niños participen parcialmente en la construcción de su propio mate--

rial y durante este proceso el maestro promoverá la observación de ciertas características del material, permitiéndoles que sean ellos mismos quienes las describan y empiecen a establecer una serie de diálogos, de lo que ellos observen sin que el maestro exprese su propia opinión, sino que simplemente conduzca el diálogo hacia un análisis más profundo de las cualidades del material.

Por lo que el niño podrá realizar descripciones verbales de formas, colores, tamaños, que ya al manejar el proceso de clasificación lo conducirá a formar conjuntos de iguales.

Las diferentes etapas se podrán llevar a cabo haciendo una rotación de los elementos que integran un equipo, e incluso se podrá tomar en cuenta su grado de desarrollo para integrarlos y a su vez también el material asignado se podrá distribuir en forma rotativa y selectiva.

El maestro podrá hacer uso de toda su experiencia para producir situaciones propicias para que los niños cubran la secuencia propuesta en forma lineal es decir no pasar a otra actividad si el niño no ha alcanzado el objetivo planteado en la anterior.

En todo momento el maestro intentará mantener una actitud alentadora para los alumnos, especialmente con los que cometen errores brindándoles la oportunidad del diálogo, impulsándolo hacia la manipulación de los materiales reflexivamente hasta que pueda pasar al siguiente paso de la secuencia, en donde pueda darse la relación recíproca entre la acomodación y la asimilación, mediante la estimulación exterior, pero sin apre-

surarlo pues primero necesita alcanzar su nivel de competencia, para que la estimulación del medio produzca una respuesta aceptable.

El presente estadio se dará por concluido cuando se presente el carácter operatorio de la actividad en donde se partirá de una situación inicial y se llegará a la situación final y luego se pedirá, que del resultado final se retorne a la situación inicial con lo que se presentará la reversibilidad de la situación y esto sucede cuando el observable ha sido interpretado es decir el niño ya puede hacer varias clasificaciones de conjuntos diversos.

4.2.1.2. Segundo estadio

En este estadio el niño empezará a intuir e identificar la noción de la conservación de la cantidad y que ésta no sufre variación cuando es modificada su distribución espacial, es conveniente aclarar que no será abarcado el concepto en forma total, pues estamos trabajando con niños cuyas edades fluctúan entre los 6 y los 7 años, capaces de construir la noción del número y del tamaño pues las nociones de conservación de área, masa y volumen se alcanzan más tardíamente.

En primer término debemos reflexionar en el sentido de que estas nociones el niño las construye en forma espontánea, es decir de hecho lo que estaremos haciendo es promover una serie de actividades que apoyen dicha construcción.

Como lo hicimos para el primer estadio en este caso nos apegaremos al contenido programático a pesar de continuar con-

la secuencia que nos marca la psicogenética, es decir llegaremos al mismo objetivo pero por un camino diferente, como lo muestra la siguiente síntesis de contenido.

- i Conservación de cantidades discretas
- ii Conservación del tamaño

i Conservación de cantidades discretas

Como ya se había afirmado en párrafos anteriores esta noción se adquiere alrededor de los 6 años, es por ello que empezaremos a manejar el concepto de cantidad mismos que no deberán confundirse con la cualidad a pesar de que partimos de ella.

Es así como podremos iniciar con agrupamientos de elementos que posean una cualidad común, estableciendo comparaciones con otros agrupamientos que posean la misma cualidad pero diferente cantidad, con la finalidad de que el niño pueda decidir donde hay más elementos, permitiéndole establecer ciertas comparaciones ejecutando diversas modificaciones espaciales.

En el momento de formar sus conjuntos de iguales en cuanto a la cualidad pero diferentes en cuanto a la cantidad podrá ocurrir que en el momento que el niño tenga que decidir cuál es el conjunto que tiene mayor número de elementos y cuál tiene menos, algunos ya sabrán contar verbalmente y posiblemente no exista error al definir cuál tiene más y cuál tiene menos.

Posteriormente se les pedirá que utilicen tres conjuntos - integrándolos de tal manera que contengan la misma cantidad de elementos pidiéndoles que realicen diversas transformaciones fi

gurales con cada uno de ellos, primero colocándolos todos los elementos lo más juntos posible, en seguida se les pedirá que formen las mismas figuras pero que coloquen los elementos lo más separado posible y a cada momento se les solicitará que indiquen donde hay más comparando los tres conjuntos, además de que den una explicación a ello, también se les dejará que sean ellos mismos los que construyan figuras con su material en forma libre hasta que logren establecer relaciones de equivalencia provocando la reflexión en sus acciones para que logren establecer la diferencia entre cualidad y cantidad es decir que cualidad tiene cada uno de los conjuntos lo que abarca la comprensión de la característica y al establecer la relación de los conjuntos será su extensión que se refiere a la cantidad.

Una vez que el niño ha alcanzado la noción de equivalencia numérica podrá pasar a la fase siguiente que consistirá en establecer la relación de diferencia.

En esta fase se les pedirá que pongan tres conjuntos con diferentes elementos y con cada uno elaborará transformaciones figurales, pidiéndoles que cada que hagan una transformación en cada conjunto indiquen cual es la relación de diferencia, además se podrá pedir que cada niño haga sus conclusiones lo que nos servirá para estudiar la representación gráfica que utiliza el niño.

Se podrán hacer todas las transformaciones que se deseen hasta que podamos constatar de que a pesar de que exista un -

conjunto mayor, intermedio y menor esta relación no se altera a pesar de las transformaciones figurales que haga el niño.

Una vez alcanzada esta etapa pasaremos a la tercera que consistirá en formar grupos con la misma cantidad de elementos pero de características dimensionales diferentes en donde se pretenderá establecer la relación de semejanza numérica, - así como también se efectuarán transformaciones figurales y - se pedirá al niño analice si se conserva la semejanza numérica, al concluir esta etapa se podrá hacer un ensayo global -- que permita hacer una evaluación de la conservación de las -- cantidad discretas para tener la certeza de que el niño posee esa noción.

Para el efecto los niños podrán sentarse en grupos de -- diez se recomienda que a pesar de éllo cada niño realice su -- propia actividad pero la podrá discutir con sus compañeros y -- cada que pase de una etapa a otra se irán clasificando para -- facilitar su evaluación.

En el anexo podremos consultar los materiales a utilizar en esta etapa (Mc 1, Mc 2 y Mc3) mismos que se utilizarán en -- forma selectiva y rotativa para evitar la monotonía.

ii Conservación del tamaño

Para el manejo de esta noción se propone pasar de la conservación de cantidades discretas a continuas estableciendo - relaciones término a término en conjuntos y procediendo al -- trasvase de sus elementos a diversos envases en donde adquieran transformaciones figurales hasta que el niño adquiriera la-

noción de la conservación de la cantidad.

La diversidad de situaciones que se le presenten al niño permitirán la fácil construcción de la noción además, se planearán las actividades para que se establezcan relaciones de semejanza diferencia y equivalencia pero en la modalidad de trasvase de elementos.

En una etapa subsiguiente se procederá a realizar actividades con material moldeable, como la plastilina en donde se pedirá a los niños establezcan las relaciones de semejanza, diferencia y equivalencia a pesar de las transformaciones figurales que se realicen con el material, en el momento de construir figuras diferentes o acomodarlo en envases de diversas formas y tamaños.

En relación al material a utilizar en esta noción y debido al defasamiento que existe en relación a la conservación de cantidades discretas, se requiere utilizar un material que nos permita un paso paulatino de una noción a otra, por lo que se seleccionará elementos que sean contables y que a su vez se puedan efectuar trasvases con ellos (ver anexo de material Mc4).

4.2.1.3. Tercer estadio

Para este estadio nos propondremos lograr que el niño perciba la magnitud de longitud como una propiedad más en los cuerpos y pueda establecer relaciones de orden en función de esa propiedad, suscitándose la necesidad de realizar actividades previas a la percepción de la magnitud, motivo por el

cual proponemos la siguiente secuencia.

- i Actividades conceptuales
- ii Ordenación por tamaños

i Actividades conceptuales

Primeramente evaluaremos el grado de desarrollo que cada niño posee en relación a una serie de conceptos que el niño - debe manejar, lo que nos permitiría determinar si en realidad el niño ya percibe con claridad la magnitud de longitud que - es la que posteriormente analizaremos.

La forma más conveniente será diseñando un conjunto de - juegos donde queden involucrados, los conceptos; largo, corto, alto, bajo, pequeño, grande, cerca, lejos, estrecho, ancho, grueso y delgado, que si bien en los estadios anteriores, ya habíamos manejado algunos como características de los propios materiales, no hemos tenido la oportunidad de comprobar si los niños manejan correctamente los conceptos de todos - ellos, aquí como en los casos anteriores surge la necesidad - de pedir a los niños efectúen sus registros para que nos permitan determinar el grado de desarrollo de cada niño e incluso se podrán diseñar hojas de evaluación al respecto para que haya más precisión al respecto.

Para las actividades conceptuales prácticamente los materiales a utilizar serán mínimos más bien lo que se pretende, - es que el maestro utilice buena porción de su ingenio para diseñar juegos que cumplan con el cometido.

El trabajo podrá realizarse por equipos que trabajarán en forma alternada con los diversos conceptos involucrados y el maestro elaborará sus registros de las cuestiones sobresalientes que resulten de la actividad, en el sentido de cómo manejan los conceptos y porque lo hacen así.

En cada juego se propone, iniciarlo con la descripción de la regla y cada niño que integre el equipo se convertirá en juez encargado de verificar que la regla se cumpla durante el desarrollo del mismo y en caso de no ser así se someterá a juicio del grupo para determinar las causas y las consecuencias de tal acción, así como también la solución al conflicto.

Consideramos de importancia el hecho que el maestro empiece a establecer una analogía entre las soluciones que proponen los niños y la evolución histórica que ha sufrido el proceso de medición, en donde uno de los grandes dilemas, es la precisión y la otra es la elección de un medio para comparar la magnitud analizada, bien aquí nos encontraremos ante un proceso incipiente en el niño en cuanto al proceso de medición.

Sería muy conveniente que el maestro analice este proceso histórico, presentado sintéticamente en el segundo capítulo del presente trabajo, o consultarlo en fuentes que posea, para que pueda comprender mejor esta situación al realizar sus registros.

En el momento de realizar el juego, el maestro estará pendiente de registrar como maneja cada niño los conceptos y en que estadio está dentro del proceso de medición y por lo menos se diseñará un juego para cada par de conceptos contrarios es-

decir: para largo y corto podremos proponer saltos de longitud en diversas modalidades, para alto y bajo saltos de altura, para pequeño y grande el guarda cajas combinado con recorrido de distancias para cerca y lejos el juego se declaró la guerra en donde se pueden hacer predicciones de la magnitud de longitud, para estrecho ancho el juego de carreteras y para grueso delgado algún juego de mesa.

ii. Ordenación por tamaños

Una vez que se han identificado diversos conceptos, el niño estará preparado para percibir la magnitud por analizar y -realizar actividades para ordenar una serie de objetos, tomando como pauta el tamaño y siempre se le dará una consigna para hacerlo. Por ejemplo: ordena del más alto al más bajo, o del más grueso al más delgado o del más chico al más grande, etc.

Será necesario hacer varios ejercicios al respecto para -que el niño tenga oportunidad de experimentar con su material- manejando todos los conceptos propuestos.

También estimamos conveniente que cada conjunto por ordenar posea por lo menos diez elementos para que la ordenación -tenga un grado de validez y que las diferencias entre los elementos no sean muy perceptibles para propiciar la comparación, no obstante si el niño no pudiera ordenarlos se le pueden entregar conjuntos con diferencias perceptibles y de menor cantidad de elementos.

Una vez que ha realizado sus ordenamientos sin problema -

alguno, se les pedirá que intercalen uno o más elementos al conjunto ordenado buscando el lugar que ocupará.

Una vez que ha realizado sus ordenamientos sin problema alguno, se les pedirá que intercalen uno o más elementos al conjunto ordenado buscando el lugar que ocupará.

Finalmente se les pedirá que hagan correspondencias entre conjuntos seriados, que tengan alguna relación, por ejemplo una serie de pies de diferente tamaño y una serie de zapatos correspondientes a cada tamaño de pie, se les puede plantear la correspondencia en forma ascendente o en forma descendente. (Ver anexo de Material Mc 5)

Para la ordenación por tamaños será necesario diseñar un material para cada consigna dada, según la característica ordenable; tamaño, largos, alturas, gruesos, anchos, etc. (ver anexo de material Mc 6)

4.2.1.4. Cuarto estadio

Durante este mismo, el niño establecerá la correspondencia entre cantidad y número, es decir utilizará un patrón como unidad de medida y procederá a medir una cantidad, para tal efecto proponemos la siguiente secuencia.

- i Correspondencia numérica
- ii Evaluación de distancias
- iii Introducción a las unidades arbitrarias de medición

i. Correspondencia numérica.

En este apartado trabajaremos con cantidades discretas - por lo que los niños establecerán la correspondencia numérica entre dos conjuntos concentrándonos en la semejanza y la diferencia lo que nos permitira constatar que el niño la percibe.

En un principio se pedirá la comparación óptica consistente en determinar que conjunto es mayor y que conjunto es menor, o si ambos conjuntos son iguales, esto se les pedirá que lo hagan sin contar, además por que saben que es mayor uno que otro.

Posteriormente se les pedirá que cuenten verbalmente cuantos tiene un conjunto y cuantos tiene el otro estableciendo -- cual es mayor.

Al realizar la comparación verbal se le pedirá al niño -- que exprese la relación de igualdad y diferencia conviniéndola con intercambios de elementos iguales interrogando sobre la -- conservación numérica.

A continuación se manejará la propiedad transitiva entre conjuntos; comparando el conjunto A-B y luego uno de ellos con otro B-C y finalmente se compararán los otros dos no comparados A-C tratando que entre ellos mismos exista la misma relación de semejanza o diferencia.

Finalmente se harán clasificaciones de conjunto, en donde seleccionen varios conjuntos que posean igualdad numérica, es decir se clasificaron los conjuntos de cuatro, o los conjuntos de siete etc. También se formarán series numéricas agregando un elemento al conjunto para formar uno nuevo de un número mayor de elementos lo mismo se podrá realizar quitando elementos

al conjunto para formar conjuntos de menor número de elementos.

Para esta actividad se podrá seleccionar cualquiera de -- los materiales propuestos en el anexo que se ajusten a las características de la actividad, o utilizar el material Mc.7 pro puesto para tal efecto.

ii. Evaluación de distancias

Se pretende que el niño haga evaluación de las distancias empezando con apreciaciones fáciles y posteriormente se incrementará el grado de dificultad para que el niño intuya la nece sidad de medir.

Por lo que será necesario que el niño llegue hasta el pri mer nivel, en donde rechaza inicialmente cualquier otro método de comparación que no sea el visual, pero al aumentar el grado de dificultad lo conducirá a recurrir a otros medios.

En este momento empezará un segundo nivel donde el niño - utilizará un transporte manual, o sea un acercamiento de los - objetos por comparar para tener mayor certeza en la aprecia- - ción.

Para el trabajo de esta actividad se sugiere que utilice una técnica grupal y además que ésta se realice al aire libre para proponer a los niños ejecuten diversos recorridos en los que ellos evalúen las distancias y sean ellos mismos los que - sugieran formas para comprobar lo dicho, además se pedirá que todos manifiesten su opinión hasta que se resuelva el problema por un medio aceptado por todos.

También se podrán diseñar actividades de cambio de mobi--

liario o problemas similares que conduzcan a una evaluación --
previa de las distancias induciéndolos a la verificación de --
las soluciones propuestas.

iii. Introducción a las unidades arbitrarias de medición.

En un principio todavía nos encontraremos en el segundo-nivel pues el niño tenderá a usar el sistema antropométrico como nuestros antepasados y posteriormente utilizará un objeto -móvil simbólico para hacer sus mediciones, lo que nos indicará que se inicia el tercer nivel.

Estos dos niveles se observarán dándole al niño la consig-na de que haga mediciones de longitud como él crea conveniente.

Toda esta actividad se hará en forma oral pues no se elaborarán registros formales ya que sólo se les podrá pedir re-gistros libres para analizar su evolución a medida que avance el proceso de la lecto-escritura, lo que nos servirá de indica-dor para nuestros análisis.

Una vez que se hayan efectuado varias mediciones de obje-tos diversos se discutirá en forma grupal cada medición así como también se pondrán en consideración los sistemas utilizados en las mediciones para determinar cual es el más adecuado y --
porque.

4.2.2. Sistema de numeración decimal

En el contenido programático se marca el conocimiento del sistema de numeración de base diez, en su etapa inicial, pues-se pretende que el niño maneje los números del 1 al 100.

Como ya se podrá haber observado en los registros libres- que han venido realizando los niños en general no usan la simbología convencional pues hasta ahorita no se ha promovido sin embargo será necesario se le siga dando libertad a su expresión y se le de la oportunidad de detectar la necesidad de usar una simbología convencional.

Para introducirlo al sistema de base diez tendremos que contemplar la posibilidad de que el niño aprenda la regla en la que se fundamenta el mencionado sistema; consistente en que por cada diez elementos de un nivel se forma una unidad del nivel inmediato superior y así sucesivamente para los niveles subsiguientes, pero además esta regla la tendrá que descubrir el propio niño.

También se tendrá que acostumbrar a la forma en que se anotan las cifras, en orden ascendente de derecha a izquierda lo que equivale a la notación posicional.

Finalmente tendrá que recordar los diez símbolos utilizados en forma convencional y aplicarlos conjuntamente con las reglas que integran el sistema de base diez.

Para conseguir que el niño vaya construyendo sus conceptos se propone una secuencia como la que se expresa a continuación en donde se promoverán una serie de actividades con diversos materiales en el sentido de que cada niño está en posibilidades de asimilar ciertos estímulos que el medio les ofrece, siempre y cuando estos estímulos sean acordes a su nivel de desarrollo pues ya nos encontramos en el nivel inter operacional en donde son considerados los elementos en su interacción en

el seno de una transformación lo que le permitirá detectar la regla que rige la relación de elementos.

- i. Regla para la base diez
- ii. Notación posicional y simbología
- iii. Representación de la cardinalidad de conjuntos
- iv. Regla para la base diez.

Como ya se señaló en el párrafo anterior utilizaremos la relación de varios elementos que conducirá a una transformación, es por ello que hemos seleccionado materiales que constituyen varios rompecabezas, en donde, diez piezas forman una pieza de mayor tamaño y a su vez diez de estas piezas formarán otra pieza de un tamaño aún mayor, además de la diferencia de tamaño será conveniente que cada nivel dimensional sea identificado con un color que deberá mantenerse durante todo el proceso, puesto que ellos le permitirán al niño identificarlos con los diversos órdenes que integran el primer grupo del sistema decimal por lo que pueden existir infinidad de rompecabezas, solamente que siempre identificaremos el primer orden con el color rojo, el segundo orden con el color azul y el tercer orden con el color amarillo.

Conjuntando estas dos características podremos propiciar un conjunto de actividades en las que se proponga una regla de cambio en donde cada diez piezas rojas se podrán cambiar por una pieza azul y cada diez piezas azules se podrán cambiar por una amarilla, pero esta relación la descubrirá el propio niño al manejar sus materiales.

En seguida será necesario promover actividades propiciando

se maneje la mencionada regla agragando o quitando elementos, - esto puede hacerse por equipos y colocar el material en el centro (ver anexo Msn1, Msn2 y Msn3) y cada niño tirará dos dados por turno y el número que le caiga de los dados será el mismo- que tome de piezas rojas, pero cada que un niño tenga diez piezas rojas las podrá canjear por una azul, lo que le indicará - que ya tiene más y cada que tenga diez azules las cambiará por una amarilla y el primero que la obtenga será el ganador por - que es el que acumuló más puntos.

También se procederá a la inversa es decir todos tendrán una pieza amarilla y se irán deshaciéndose de piezas como lo - marquen los dados, pero para poder hacerlo deberán hacer cam--bios y cada niño cambiará para irse deshaciendo de las piezas- y los demás niños cuidarán que no haga trampa al manejar la regla del cambio, esta actividad tendrá un mayor grado de difi--cultad por lo que no será abordada si antes no se ha llegado a la comprensión de la actividad anterior, pues es aquí donde la acción se vuelve reversible y nos dará la certeza de que se ha comprendido la regla del cambio, lógicamente que él termine primero sin piezas ese será el ganador.

ii. Notación posicional y simbología.

Una vez que maneja la regla del cambio se le pedirá que - realice anotaciones de cuantas piezas tiene dándole la consig-
na que siempre anote del lado izquierdo las de menor valor y-
a la derecha las de mayor valor pero que sus anotaciones las -
haga en forma libre en cuanto a la forma de representarlo.

Aquí podremos proponer una actividad consistente en darle un número cualquiera de piezas rojas y se les pedirá que traten de aplicar la regla de cambio hasta que tengan el menor número de piezas posibles esto se hará en cada sección del grupo, una vez que lo hayan logrado se les pedirá anoten en las hojas de registro (ver anexo Msn4) cuantas piezas tienen de cada color anotando de izquierda a derecha primero las rojas, luego las azules y finalmente las amarillas. Repitiendo la actividad hasta que los niños comprendan como deberán hacer sus anotaciones.

En una actividad subsecuente se les pedirá que intercambien sus registros y que traten de leer lo que escribieron sus compañeros y discutan en relación si le entienden o no y porque todos o casi todos lo hicieron de forma diferente así como también es pertinente que el maestro analice algunas representaciones usadas por los niños en forma grupal además algunos carteles alusivos a los símbolos (ver anexo Msn5) que se usan en la vida diaria, nos serán de gran utilidad.

En este momento surgirá la necesidad de que el niño se familiarice con la simbología convencional utilizada en la representación de números misma que algunos niños ya conozcan posiblemente pero que otros no.

Para lograr esta familiarización se podrán utilizar juegos de lotería, el del navío cargado de, en donde la identificación de los símbolos del 0 al 9 sea la actividad central.

Nuevamente se propondrá aplicar la regla del cambio para un número x de piezas rojas hasta que logre tener el menor número

mero de piezas posible y se le pedirá haga sus registros como se le había indicado usando su tabla pero ahora usando la representación convencional.

iii. Representación de la cardinalidad de conjuntos.

Una vez que el niño ha manejado la regla del cambio y hace sus registros por medio de la simbología convencional y haciendo uso de la notación posicional en base al color, se le pedirá ejecute varias actividades que le permitan anotar la cardinalidad de varios conjuntos.

Estas actividades se irán conduciendo hacia la adquisición de la escritura posicional, es decir donde se anotan los que valen más y donde los que valen menos así como también se irán dando a conocer las reglas y particularidades que se siguen para determinar los nombres de los números según el orden que ocupan.

Para establecer la cardinalidad de conjuntos se podrán utilizar diversos elementos del mobiliario, dibujos, plantear problemas (Ver anexo Msn6) pero todo ello encaminado a que utilicen la notación convencional y posicional de nuestro sistema, e incluso se podrá substituir el color empleado en la parte superior de la tabla por sus nombres correspondientes: unidades, decenas y centenas.

4.3. Propuesta para el segundo grado

Al iniciar este segundo grado será necesario efectuar una evaluación de diagnóstico, para determinar hasta que grado se-

ha avanzado en la comprensión de la regla que determina la base diez de nuestro sistema de numeración, así como también la forma en que los niños llegan a interpretar la notación posicional.

Sin embargo durante este grado será necesario seguir insistiendo en algunos aspectos, especificados para el grado anterior y tratar de profundizar más en las características que tiene nuestro sistema de numeración por lo que es considerado de base y posición abarcando solamente hasta el primer período o sea el de las unidades simples.

En un afán de verificar si existe una verdadera comprensión del sistema, se propondrán actividades en donde el niño, pueda formar diversas series, pueda buscar el antecesor y sucesor de un número, ordenar ciertos numerales de mayor a menor y viceversa, pero sin que lo haga irracionalmente o monótonamente, todo lo contrario, utilizará sus materiales reflexivamente e irá construyendo su conocimiento del sistema en forma paulatina y a su propio ritmo.

Otro aspecto a tratar durante este curso es el de la medición de longitudes, puesto que solamente se abarcó en el curso anterior la percepción de la magnitud por medir hasta la utilización de unidades arbitrarias de medición, ahora nos proponemos establecer la vinculación que existe entre el sistema de numeración decimal y el sistema métrico decimal y aprovechar el proceso de construcción al que se ha sometido el niño en lo que se refiere a numeración, traspoliándolo hacia la medición de longitudes.

Además presentaremos y utilizaremos las unidades convencionales del sistema métrico decimal promoviendo una infinidad de actividades que hagan que el niño cumpla con el objetivo planteado.

Los contenidos propuestos por el programa no están en contraposición con los planteados en nuestra propuesta como lo esbozamos a continuación:

CONTENIDO PROGRAMATICO

- . Aplicar los números del 0- al 100 en situaciones diversas.
- . Adquirir la noción de los números del 100 al 1000.
- . Establecer las relaciones "mayor que" y "menor que" entre dos números menores que el 1000.
- . Establecer relaciones de orden entre números menores que el 1000.
- . Adquirir la noción de centena.
- . Relacionar conjuntos de centenas con sus expresiones simbólicas y nombres correspondientes.
- . Escribir en notación desarrollada números hasta el 999 en el sistema decimal de numeración.
- . Medir con el metro diferentes elementos de su escuela.
- . Establecer relaciones entre el metro, decímetro y centímetro.

CONTENIDO PROPUESTO

- A. Sistema de numeración decimal.
 - . Escribir el numeral de un conjunto que contenga menos de 1000 elementos.
 - . Buscar el antecesor y sucesor de un número.
 - . Ordenar de mayor a menor y viceversa.
 - . Hacer series.
- B. Medición de longitudes.
 - . Utilizar las unidades arbitrarias de medición.
 - . Manejar algunas unidades convencionales del sistema métrico decimal como decímetro, centímetro, milímetro y metro, estableciendo su vinculación con el sistema de numeración decimal.

4.3.1. Sistema de numeración decimal

Durante el manejo de este contenido continuaremos con el proceso de construcción establecido para el primer curso, naturalmente que ahora nuestras pretenciones son más ambiciosas debido a que nos iremos desprendiendo cada vez más de las relaciones intra objetales para lograr abstracciones de los conceptos manejados.

En tales circunstancias podremos permitirle al niño que abandone el uso de ciertos recursos, como es el caso particular de la tabla que propusimos para hacer sus registros, que la podrá seguir usando hasta que el mismo niño llegue a la conclusión que no es necesario usarla más que basta con seguir -- las reglas de notación posicional y la regla que define la base decimal.

También es conveniente aclarar que podemos realizar las actividades iniciales para este curso con el mismo material -- que el curso anterior (ver anexo Msn 1, Msn 2 y Msn 3) o el maestro está en libertad de proponer materiales nuevos sujetándose a los mismos lineamientos propuestos.

La secuencia que proponemos para este contenido es la siguiente:

- i. Escribir el numeral de un conjunto que contenga menos de 1000 elementos.
- ii. Buscar el antecesor y el sucesor de un número.
- iii. Ordenar de mayor a menor y viceversa.
- iv. Hacer series.

- i. Escribir el numeral de un conjunto que contenga menos de 1000 elementos

Para cubrir con la actividad de diagnóstico inicialmente se le proporcionarán los materiales utilizados para sistemas de numeración decimal y se les pedirá que reconstruyan la regla del sistema: donde diez piezas rojas forman una azul y diez piezas azules forman una amarilla y a su vez diez amarillas forman una verde.

En seguida se utilizará el material Msn10 (ver anexo) o uno similar diseñado por el profesor en el que se ilustrarán varios conjuntos que requieran de diversos numerales para su representación numérica haciendo uso de la tabla de registro propuesta, además se darán en forma escrita diversos numerales para que el niño los registre haciendo uso de las reglas del sistema.

Aunque inicialmente se proponen los mismos materiales serán indispensable subsistuirlos por otros materiales que permitan que la regla de cambio se maneje en forma más abstracta logrando favorecer la construcción del contenido. (ver anexo -- Msn 7, Msn 8 y Msn9).

Para el uso de la hoja de registro cada niño coloreará con los colores manejados cada una de las columnas correspondientes además de anotar arriba del color el nombre correspondiente convencionalmente de acuerdo al orden que ocupa.

A medida que los niños realizan la actividad el maestro pedirá en forma aleatoria que cada uno de los niños lea una cantidad tratando de dar a conocer las reglas del sistema para

la lectura de numerales así como sus variantes.

En el momento de proponer un número en forma escrita para que sea representado simbólicamente usando el sistema decimal también se propondrán ejercicios en donde la cardinalidad de los conjuntos puedan ser leídos y representados numéricamente en unidades, decenas, centenas y para casos especiales de niños avanzados en unidades de millar por ejemplo si en un conjunto está formado por dos mil elementos se podrán usar cualquiera de los cuatro enunciados siguientes: a) 2 000 unidades, dos mil unidades; b) 200 decenas; doscientas decenas; c) 20 centenas, veinte centenas; d) 2 unidades de millar, dos unidades de millar, pero a pesar de la diversidad de enunciados el resultado numérico será el mismo pero no así el numeral pues la unidad en la que se expresa ha cambiado.

Será conveniente que durante el desarrollo de las actividades se vaya cuestionando a los niños en torno a las reglas aplicadas a las actividades que realiza y que las vaya vinculando con las características que posee un sistema de base y posición.

ii. Buscar el antecesor y sucesor de un número

Esta etapa estará dividida en subetapas en donde la primera abarcará los números del 1 al 100, en la segunda del 100 al 1000 y en una tercera pero opcional del 1000 al 10 000.

Primero se utilizarán piezas rojas para que en cantidad correspondan el número que se va a trabajar contadas de uno en

uno verbalmente, luego se pedirá utilice la regla del cambio - hasta que el número quede representado con el menor número de piezas posible; finalmente será registrado en la tabla correspondiente utilizando los símbolos convencionales y la notación posicional. Enseguida se le pedirá quitar un elemento del conjunto y para hacerlo tendrá que hacer los cambios necesarios - con el material; a continuación elaborar su registro; para el sucesor se procederá en forma análoga pero agregando un elemento al conjunto original.

Durante la segunda subetapa el conteo verbal se podrá simplificar, debido a que se trata de cantidades mayores, por lo que solamente las unidades se contarán de una en una, pero las centenas se contarán de cien en cien y el proceso se realizará como en el caso anterior.

Para la tercera etapa y final, la simplificación será aún mayor, pues las unidades de millar se contarán de mil en mil, de cien en cien las centenas, de diez en diez las decenas y de una en una las unidades, realizando la actividad en la forma - descrita para la primera subetapa.

Estas actividades están diseñadas para que el niño maneje el concepto de antecesor y sucesor de un número para introducirlo a la comparación de numerales para que él pueda determinar cuál es mayor y cuál es menor cada que termine una secuencia.

iii. Ordenar de mayor a menos y viceversa

Con esta actividad se empezará a constatar el grado de --

abstracción pues se le pedirá al niño que ordene numerales, si el niño juzga conveniente hacer uso del material lo podrá utilizar no obstante lo relevante consistirá en la justificación que el dé acerca de la forma en que los ordenó.

Se escogerán en forma aleatoria los numerales que serán ordenados pero también se establecerán rangos de acción, primero del 1 al 100, luego del 100 al 1000, y finalmente del 1000 al 10 000.

La relación de orden podrá establecerse en sentido ascendente o en sentido descendente en forma alternada hasta que el proceso sea asimilado plenamente por los niños.

iv. Hacer series

Una vez realizada la actividad anterior se le pedirá hacer series de dos en dos, de tres en tres, de siete en siete, de diez en diez, de cien en cien, esto lo podrá realizar prácticamente sin el uso del material, pero si llegase a producirse un conflicto de aprendizaje deberá ser resuelto mediante el uso del material pues no serán poco frecuentes las fluctuaciones que se presenten en el proceso en cuanto a la adquisición de ciertos conceptos.

Al respecto también se recomienda que las series no sean largas, para no caer en una actividad tediosa, ya que el objetivo consiste en que el niño maneje adecuadamente el sistema y para darle versatilidad la serie se puede iniciar de cualquier número, así como también se puede concluir en cualquier número.

4.3.2. Medición de longitudes

Globalmente podemos afirmar que durante el curso anterior el niño fue introducido hacia la medición de longitudes, percibiendo con claridad la magnitud por medir, también podía verificar que dicha magnitud no variaba aun cuando se hicieran modificaciones espaciales en la misma, establecía comparaciones entre dimensiones de la misma especie y de hecho alcanzó a realizar mediciones primeramente por medio del sistema antropométrico y posteriormente utilizando algunos objetos arbitrarios para realizar sus mediciones.

Pero para iniciar el presente curso deberemos manejar actividades similares con fines evaluativos para contar con la posibilidad de continuar avanzando en la génesis de la medi-ción de longitudes.

Una vez que el niño haya propuesto diversas unidades arbitrarias para hacer sus mediciones, nosotros como maestros propondremos algunas unidades arbitrarias en cada grupo de trabajo con el propósito de guiarlos hacia la búsqueda de unidades más comunes que nos puedan servir para establecer la comunica-ción de las mediciones hechas y aplicarlas a problemas especí-ficos.

Y bajo esta perspectiva se inducirá al grupo a que mani--fieste la necesidad de utilizar unidades de medida convencionales o legalmente establecidas, las que podremos dar a conocer en forma paulatina.

Se sugiere que se empiece con la unidad del sistema y posteriormente se den a conocer los submúltiplos, para que una --

vez que han sido identificados se procederá en forma análoga, al manejo de la regla del sistema de numeración decimal para establecer la vinculación entre ambos.

La secuencia a seguir será:

- i Utilización de unidades arbitrarias de medición.
- ii Manejo de algunas unidades convencionales del sistema métrico decimal, como el decímetro, centímetro, milímetro y metro, estableciendo su vinculación con el sistema de numeración decimal.

i. Utilización de unidades arbitrarias de medición

Al principio se pedirá a los niños que identifiquen en varios objetos la magnitud por medir (longitud), además que propongan una serie de unidades arbitrarias para efectuar la medición y se propondrán situaciones para que se lleven a efecto las mediciones, así como también serán analizadas las ventajas y desventajas que surgen al utilizar cada unidad propuesta por los niños.

A cada equipo se le asignará un objeto el que observarán detenidamente hasta que logren determinar cuantas dimensiones de longitud se le pueden medir, se propondrán objetos que contengan diversos detalles medibles, todo esto estará encaminado hacia la detección de la magnitud por medir. Si ésta no llegara a identificarse por la mayoría del grupo, se sugiere retomar las actividades propuestas para el cuarto estadio de la noción de cantidad, de no ser necesario se procederá como sigue.

Ya que hayan identificado varias longitudes por medir del objeto asignado y tomadas en consideración todas las proposiciones hechas por los niños, a continuación se les pedirá que realicen sus mediciones y que sean ellos mismos quienes proponga y elijan con qué pueden llevar a cabo sus mediciones previo acuerdo de los integrantes del grupo de trabajo haciendo uso de los recursos disponibles en ese momento.

Al finalizar cada equipo expondrá el medio y el procedimiento utilizado para hacer sus mediciones, el maestro pondrá especial cuidado en los niños que insistan en utilizar el sistema antropométrico, pues ellos necesitarán de un tratamiento particular antes de pasar a la actividad siguiente.

Se rolarán los objetos asignados a los equipos y se procederá en forma análoga solamente que ahora serán comparados los resultados obtenidos por los equipos que ya hayan medido el mismo objeto, dirigiéndose la discusión en el sentido de cuál fue el método más adecuado y más exacto induciéndolos a utilizar unidades que funciones más adecuadamente en el proceso de comunicación.

Enseguida se le proporcionará el material propuesto (Mm1 1 Mm12 y Mm13 descrito en el anexo) y con él se realizarán mediciones de objetos y se entablarán discusiones en el mismo sentido explicitado en el párrafo anterior, además de hacerles hincapié acerca de que a pesar de que se utilizaron materiales similares en el proceso los resultados sean diferentes.

Aquí se pueden presentar varias situaciones como: que no hayan sido colocadas las unidades en forma precisa o que las -

mediciones son diferentes porque la longitud de las unidades -- utilizadas son diferentes, lo que constituirá una barrera que impida la comunicación de nuestras mediciones.

Nuevamente se realizará una actividad semejante pero ahora todo el grupo utilizará el mismo material (M ml 4) y al -- realizar el análisis del método utilizado se percatarán los ni ños de que el proceso de comunicación a nivel grupal se da, pe ro ahora se les pedirá que esa información se exponga a perso nas en el ambiente exterior al salón de clase y que traiga sus conclusiones en el sentido de porqué el proceso de comunica- - ción se suspende.

- ii. Manejo de algunas unidades convencionales del sistema métrico decimal tales como: el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro.

Una vez que se ha percibido la necesidad de utilizar unidades convencionales se deberán ir presentando en forma paulatina y sistemática, por lo que se propone usar el material -- M ml 5 (ver anexo) en donde primero se utilizará el metro, luego el decímetro, el centímetro y el milímetro, este último exclusivamente será presentado para completar la serie que nos permita establecer la analogía con el sistema de numeración decimal pero de hecho no se efectuarán mediciones con él por la di ficultad que representaría hacerlo con los niños de esta edad.

Cada unidad será presentada para que el niño haga medicio nes con ella además se diseñará material ilustrativo para que el niño se familiarice con el símbolo que las identifica, el -

diseño de este material deberá contemplar la existencia de un-nexo entre el símbolo y la unidad y éste se puede dar por me--dio del color empleado para el efecto. (Ver anexo M ml 6).

Para llevar a cabo el proceso de medición primeramente se le propondrán medir longitudes exactas en donde pueda emplear--cada una de las unidades que se manejarán, también se le pedi--rá que haga sus registros en forma libre.

En una segunda fase se le pedirá que realice comparacio--nes de las unidades que tiene en su material, con la finalidad de que verifique la existencia de una análoga con la regla de cambio usada en el sistema de numeración.

Una vez descubierta la relación entre las unidades por -- parte del niño el maestro le propondrá otras longitudes por medir pero ahora no serán exactas y además se les pedirá que -- usen la unidad que ellos quieran para efectuar la medición, pudiendo usar repetidamente la que ellos elijan, manejando la regla del cambio, en donde podrá ocurrir que los niños intenten--usar el menor número de unidades o no.

Todas las mediciones efectuadas serán también registradas en forma libre y además usando la misma tabla de registro propuesta para el sistema de numeración, donde cada columna tam--bién será identificada por colores pero en el lugar donde de--cía unidades ahora se colocará el símbolo de mm, en las dece--nas el símbolo cm. en las centenas el símbolo dm. y en las unidades de millar el símbolo m. (Ver anexo Msn 4).

Se le pedirá doble registro para poder detectar si el ni--ño aplica la regla del cambio hasta que logre utilizar el me--

nor número de unidades o no pues al realizar su registro libre no tendrá ninguna dificultad, no siendo así cuando tenga que hacer uso de la tabla pues solamente deberá registrar una cifra en cada columna.

Esta actividad se suspenderá hasta que los niños produzcan lecturas correctas, en sus registros libres y en sus registros normados por la tabla.

4.4. Alternativas para el tercer grado

Durante los dos cursos anteriores el niño ha podido llegar a ciertas conclusiones en relación al sistema de numeración decimal, tales como: que utiliza diez símbolos, que la ausencia de valores en un nivel se indica empleando el cero, que cada símbolo adquiere un valor diferente en relación a la posición que ocupe en una notación posicional de derecha a izquierda, donde los números que están hacia la derecha son de menor valor en relación a los que se anotan a la izquierda.

Ahora en este tercer curso nos proponemos profundizar en la estructura del sistema métrico decimal y aprovechando que el niño ya puede identificar en varios numerales cuál es el mayor y cuál es el menor, se propondrán una serie de actividades con series decimales, analizando su notación posicional, conjuntamente con su valor numérico para concluir en cantidades equivalentes.

Este proceso es de un alto grado de dificultad para el niño, así es que se tendrá especial cuidado en que el niño vaya construyendo paulatinamente sus conocimientos dando lugar a la acción reversible, o sea, que se trate de verdaderas operaciones en una acción reflexiva.

Durante el presente curso también se les introducirá al uso del punto decimal y su significado, pero deberá ser introducido en el momento que el mismo niño plantee el problema de cómo utilizar un mínimo de unidades al representar una cantidad.

Una vez manejado lo antes mencionado podremos introducir-

nos al tema de fracciones decimales, aplicando las mismas reglas de nuestro sistema de base y posición con actividades análogas a las propuestas en incisos anteriores.

Es necesario aclarar que como el niño se encuentra en el estadio de las operaciones concretas, no deberá ser introducido por ningún motivo al uso de fórmulas para resolver sus ejercicios pues no ha alcanzado un nivel de desarrollo que le permita hacerlo es por ello que realizará operaciones psicogenéticamente hablando con el material que se le proporcione.

En cuanto al manejo del sistema métrico decimal se continuará en una evolución ascendente en donde se le irá conduciendo al niño hacia un análisis de las diferentes lecturas obtenidas y aplicando una analogía con el sistema de numeración se dirigirá a la aplicación de la regla de cambio hasta producir mediciones utilizando el menor número de unidades.

Dejando establecido el contenido para este ciclo como sigue:

CONTENIDO PROGRAMATICO	CONTENIDO PROPUESTO
<ul style="list-style-type: none"> . Representar números naturales hasta el 10 000 en diversas formas, aplicando las ideas de unidad, decena y centena. . Representar en diversas formas múltiplos de 1 000 hasta el 10 000. . Resolver problemas que impliquen medición del perimetro de algunas figuras 	<ul style="list-style-type: none"> A. Comprensión de la estructura del sistema de numeración decimal. <ul style="list-style-type: none"> . Series decimales y equivalencias. . Fracciones decimales. B. Sistema métrico decimal. <ul style="list-style-type: none"> . Medir con diversas unidades (metro, decímetro y centímetro) aplicando la regla de cambio.

- . Medir segmentos de recta utilizando el metro, decímetro y centímetro.
- . Expresar números naturales como fracciones y algunas fracciones como números naturales.
- . Identificar pares de fracciones equivalentes.
- . Utilización de reglas graduadas para efectuar mediciones.

4.4.1. Comprensión de la estructura del sistema de numeración decimal

Para el manejo de este contenido se sugiere que el niño realice nuevamente actividades con series numéricas, pero ahora deberá hacerlo sin el uso de la tabla, que podía ser substituída por la cuadrícula de su cuaderno, además de que la identificación ya no será por medio de colores sino con sus nombres convencionales pudiendo utilizar los materiales Msn7, Msn8 y Msn9 (ver anexo) además algunos que diseñe el maestro siguiendo lineamientos análogos para su elaboración.

Durante el proceso el niño podrá realizar series diversas de diez en diez, de cien en cien, de mil en mil hasta el diezmil y si el niño así lo requiere podrá utilizar números mayores hasta agotar el primer período del sistema decimal. Cada vez que el niño haga una serie se provocarán situaciones para que el niño utilice diferentes unidades, el hacer su registro de cantidades y establezca las comparaciones necesarias e incluso se le conduzca a la utilización del punto decimal, esta-

bleciendo relaciones de equivalencia, procediendo por analogía se realizarán actividades con fracciones decimales quedando la secuencia como sigue:

- i. Series decimales y equivalencias.
- ii. Fracciones decimales.

i. Series decimales y equivalencias

Es necesario que el maestro tome en consideración que para realizar las actividades propuestas, se sugiere formar grupos de trabajo no mayores de 10 niños, para que se presente -- una verdadera interacción entre ellos, aclarando que estos grupos no permanecerán inamovibles sino por el contrario se deberá presentar una rotación de sus miembros para enriquecer la participación de cada niño y poder detectar su grado de avance.

Además se tendrá que establecer en el grupo el espíritu de cooperación, de tal suerte que toda participación tendrá -- que ser escuchada y analizados los argumentos que la sustentan y ellos mismos servirán para que el maestro determine el progreso de cada niño y esto a su vez permita determinar que niños requieren de sesiones especiales que los ayuden a mejorar su avance, pero teniendo cuidado de seguir el mismo proceso -- evolutivo además de acusar su actividad analítica y sistematizarla con el propósito de que el docente pueda detectar nuevas pautas para futuras investigaciones.

Para iniciar con este contenido el maestro propondrá a cada equipo efectúe una serie por ejemplo; partiendo del 0 de --

diez en diez hasta el 500, una vez que la hayan hecho se les pedirá que sean leídas en forma aleatoria las cantidades que representan los diversos numerales para ello podrán elaborar una tabla en su cuaderno usando la misma cuadrícula como la Msn 11 (ver anexo) en donde se registrarán lecturas en forma convencional y desarrollada.

Esta actividad nos permitirá hacer correcciones en cuanto a la lectura de cantidades y su interpretación a este registro los niños le podrán colocar un título que lo identifique como "registro de cantidades por unidades" o "Registro de unidades que contiene un conjunto", etc.

A continuación se les pedirá que registren la misma serie pero haciendo uso exclusivamente de las columnas de las centenas y las decenas, es decir no se usará la columna de unidades, este registro ya no necesitará de ninguna tabla, simplemente se colocará en la cuadrícula del cuaderno una columna para las centenas y otra para las decenas y a un lado de cada numeral se anotará la lectura correspondiente en decenas y en forma desarrollada.

Una vez hecha la actividad se les pedirá que la lean y se les cuestionará en relación a la lectura, hasta que ésta sea correcta, además se les inducirá a elaborar un análisis comparativo en cuanto a la lectura y el numeral ya que éstos sufrieron cambios con relación al registro anterior.

No obstante a ellos también se les cuestionará en cuanto a la cardinalidad del conjunto pues ésta se conserva para cada eslabón de la serie.

Esta actividad se repetirá tantas veces como sea necesario hasta que el niño concluya que se trata de expresiones - - equivalentes, también a este segundo registro se le anotará un título como "Representación de cantidades en decenas" a algo - similar.

Enseguida se pedirá que construya la misma serie pero ahora solamente utilizará la columna de centenas para hacer su registro la mayoría seguramente tendrá problemas para hacer sus registros en los primeros eslabones, por lo que se someterá a discusión por equipo y cada uno propondrá las soluciones que crean convenientes hasta llegar a un acuerdo y efectuar sus registros.

Nuevamente se procederá a realizar la comparación analítica con los dos registros anteriores, en donde se detectará que si algunos equipos anotaron 0 para los primeros eslabones se enfrentarán a un dilema que al comparar las cantidades no coinciden pues en realidad no hay una centena pero tampoco no podemos decir que no hay nada.

Y nuevamente se les cuestionará en relación de cómo se podría anotar la cantidad para que dijera lo mismo, se les podrá hacer hincapié nuevamente en las reglas que sigue el sistema - en cuanto a su notación posicional hasta que finalmente se justifique el uso del punto decimal en donde introduciremos el manejo de los términos décimo y centésimo.

Con el mismo proceso se analizarán otras series, que pueden o no partir del cero y pueden ser de diez en diez o de cien en cien o de mil en mil o incluso utilizar cualquier número

ro aunque no sea múltiplo de diez. En todos los casos se realizará la lectura por unidades, decenas y centenas así como -- también se establecerán las equivalencias.

El maestro está en libertad de decidir cuantos ejercicios realiza al respecto, hasta que el niño maneje la equivalencia y la función del punto decimal.

ii. Fracciones decimales

Una vez que el niño haya cubierto la etapa anterior, podrá ser introducido al concepto de fracción decimal, siguiendo un proceso similar, es decir que ahora vamos a utilizar dimensiones más pequeñas que la unidad pero con el mismo fundamento de la base diez.

Al plantear la posibilidad de la existencia de cantidades más chiquitas que la unidad se establecerá la analogía con la regla de cambio utilizada para el registro de cantidades en la que se marca el hecho de que para formar una unidad del siguiente orden hay que contar con diez del orden inmediato anterior, por lo que cada unidad estará formada por diez partes más pequeñas y a cada una la llamaremos décimos y se especificará -- que se llama fracción decimal pues se trata de las diez fracciones que va a formar la unidad del conjunto por lo que la separaremos con un punto llamado decimal. Ratificando la conservación de la aplicación de la regla posicional hablaremos de los centésimos y los milésimos.

Finalmente se efectuarán registros de varias cantidades -- utilizando la tabla Msn 11 con el rubro de fracciones decima--

les y se pedirá se registren varias cantidades, así como también se anoten sus lecturas.

4.4.2. Sistema Métrico Decimal

Aprovechando el avance logrado por los niños en el sistema de numeración decimal, podremos lograr avances más significativos en el sistema métrico decimal debido a su estrecha vinculación por lo que se continuará manejando la regla de cambio con el material M ml 5 pero haciendo una conducción para que se hagan registros aplicando la regla de cambio hasta lograr utilizar el menor número de listones o sea simplificar al máximo la lectura de la longitud.

Será muy importante que el maestro al seleccionar sus ejercicios para que el niño haga mediciones, primero elija longitudes exactas y posteriormente utilice longitudes fraccionarias inicialmente, haciendo uso de listones y longitudes de 1 metro, 1 decímetro y 1 centímetro y posteriormente utilizando reglas graduadas para que pueda tomar medidas marcando señales.

Es importante recalcar que aunque la regla graduada es un instrumento más a utilizar, no es el único, es por ello que tendremos que diseñar diversas regletas, para que el niño las utilice en forma adecuada según el caso.

Para tal efecto proponemos la siguiente secuencia:

- i. Medir con diversas unidades aplicando la regla de cambio.

ii. Utilización de reglas graduadas para efectuar mediciones.

i. Medir con diversas unidades aplicando la regla de cambio

Nuevamente se les presentarán a los niños varias longitudes por medir, primeramente se tratará de longitudes exactas en metros, centímetros y decímetros, con el propósito de precisar como es que el niño expresa las longitudes medidas, de antemano podemos esperar varias conductas, pues algunos utilizarán los listones aleatoriamente (material M5 ml), otros tratarán de utilizar el menor número de listones y por que no otros intentaran usar el mayor número de listones. Sin embargo, se alentará la discusión en el sentido de cuál es la lectura más correcta y -- porqué, dejando que cada equipo exponga sus propias razones.

Una vez más se hará mención de la regla de cambio empezando por el listón verde que equivale a 10 amarillos, y cada amarillo equivale a 10 azules, y cada azul equivale a 10 rojos, esta relación será abstraída por los alumnos mediante la manipulación del material, por lo que el maestro deberá tener cuidado en el manejo del listón rojo ya que tendrá la misma longitud -- que el azul, solamente que cambia de color y tendrá pequeñas -- marcas, siendo necesario que el maestro haga la aclaración, que como la longitud de los rojos es muy corta se pusieron diez rojos juntos para facilitar su manipulación, con ello se evitarán confusiones en la regla de cambio.

Posteriormente se pedirá a los niños apliquen esta regla -- proponiendo que las longitudes sean leídas como los niños crean conveniente, tratando de que utilicen el menor número de listo-

nes posibles, cada niño hará su registro y será conveniente que comparen las lecturas así obtenidas analizando ventajas y desventajas de ellas.

A continuación plantearán mediciones de longitudes inexactas también promoviendo la aplicación de la regla de cambio además de proponer que el niño establezca una analogía con el sistema de numeración decimal, pidiéndole que elabore registros si milares a los que utilizó para registrar por unidades, decenas, centenas y en forma desarrollada lo que lo conducirá a producir lecturas en varias formas por ejemplo:

- a) Primeramente se podría presentar la lectura desarrollada 1 metro, 2 decímetros, 3 centímetros, 0 milímetros.
- b) Luego se podría presentar la lectura como cuando se - - leía por unidades, substituyendo el nombre de cada columna, es decir el de unidades por milímetros, el de decenas por centímetros, el de centenas por decímetros y el de unidades de millar por metros y al anotar un numeral en cada columna la lectura sería 1230 milímetros.
- c) Ahora la lectura se hará como si se registraran solamente decenas y la lectura sería 123 centímetros.
- d) También podremos continuar con la analogía pidiéndoles que ahora se haga la lectura como si solamente registraríamos las centenas y la lectura quedaría 12.3 decímetros.
- e) Además si solamente registramos las unidades de millar la lectura quedaría 1.23 metros.

El establecimiento de esta analogía deberá darse sin for--

forzar al niño, su evolución será determinada por el propio niño e incluso se podrán propiciar actividades en las que se usen listones de un solo color para hacer las mediciones y comprobar las lecturas obtenidas, primero comprobando lecturas que no requieran del uso del punto decimal como 300 centímetros equivalen a 30 decímetros y equivalen a 3 metros y posteriormente los que requieran de punto decimal. Como podemos observar en esta actividad se puede dar la reversibilidad pues se parte de lecturas donde se usa el mayor número de listones hasta llegar a utilizar el menor número de listones, y viceversa.

ii. Utilización de reglas graduadas para efectuar mediciones

Una vez cumplida la actividad anterior el niño estará preparado para hacer lecturas utilizando reglas graduadas en diversas unidades, tratando de que aplique la analogía con el sistema de numeración decimal y que vincule este nuevo proceso con las actividades realizadas con anterioridad, así como también se le introducirá hacia el análisis del factor precisión cuya importancia no podemos desvincular del proceso de medición.

Para efectuar diversas mediciones, utilizando varias reglas de longitudes diferentes sugerimos el uso del material M ml 7 (ver anexo), por medio del cual el niño producirá mediciones -- utilizando una sola regleta, (la que considere más conveniente), por lo que la lectura resultante será expresada en una sola unidad, siendo necesario que primero se propongan, longitudes exactas y posteriormente las inexactas debido a su mayor grado de dificultad para medirlas.

Esta actividad también puede combinarse con el uso del material M ml5 para efectos de comprobación de lecturas pero se in tentara que el niño vaya abandonando paulatinamente el uso del material.

Es importante que el maestro seleccione con cuidado las -- magnitudes por medir para que las lecturas sean variadas y con-- grados de dificultad diferentes.

4.5. Alternativas para el cuarto grado

Hasta ahora se ha pretendido que el niño se adentre en el estudio del sistema de numeración decimal, pero no podemos pasar por alto el nivel de desarrollo del niño que cursa este grado, pues al ubicarse dentro de la etapa inter-operacional, es capaz de organizar ciertas transformaciones de las operaciones hasta formar sistemas pero no está apto para llegar a la síntesis, lo que nos impedirá seguir avanzando en el estudio del sistema de base diez.

Sin embargo es en este momento cuando aprovecharemos la analogía que existe entre la evolución de las ciencias y la adquisición del conocimiento, pues antes de integrar un sistema de base la humanidad utilizó los sistemas que no son de base y posición, porque implicaban menor grado de complejidad su manejo y con ellos podían cubrir sus necesidades.

En el capítulo 2 del presente trabajo se esbozan las reglas a las que se sujetan los sistemas de numeración egipcio, romano, maya y japonés, naturalmente que no fueron los únicos que se utilizaron en la antigüedad por lo que el maestro está en libertad de investigar algunos otros con la finalidad de darlos a conocer a sus alumnos.

Se sugiere que en forma general solamente se den a conocer dos durante el curso, tomando en consideración la escasez de tiempo disponible para cubrir el programa, también se propone que uno de los sistemas elegidos sea el romano, puesto que todavía es usado en la actualidad para algunos casos particulares y el otro podrá ser cualquiera de los otros que el maestro

seleccione aleatoriamente.

Al llevar a cabo este análisis de los sistemas que no son de base y posición se pretende que el niño, realice un análisis comparativo entre ellos y el sistema utilizado actualmente localizando sus ventajas y desventajas de uso.

Posteriormente a este análisis se continuará con actividades que nos conduzcan hacia la afirmación del sistema de numeración de base diez y el sistema métrico decimal, quedando la secuencia de contenido como sigue:

CONTENIDO PROGRAMATICO	CONTENIDO PROPUESTO
<ul style="list-style-type: none"> . Expresar relación de orden entre números, hasta el 10 000, usando los signos $>$ y $<$. Representar, en diversas formas, números hasta centenas de millar. . Manejar las unidades de medida del sistema métrico decimal para calcular longitudes. 	<ul style="list-style-type: none"> A. Sistemas de numeración que no son de base y posición. <ul style="list-style-type: none"> . Sistema de numeración maya. . Sistema de numeración romano. B. Afirmación de los sistemas de numeración decimal y métrico decimal. <ul style="list-style-type: none"> . Series decimales, fracciones decimales y sus equivalencias. . Medición de longitudes empleando diversas unidades.

4.5.1. Sistemas de numeración que no son de base y posición

Para conducir este contenido será imprescindible que no perdamos de vista, que el niño será el constructor de su propio conocimiento a través de la reflexión de sus propias acciones.

nes y el avance alcanzado en su representación simbólica, con lo que intentaremos llegue a apropiarse de los conocimientos matemáticos.

Por este proceso en particular se procederá inicialmente, dando a conocer los símbolos que se utilizan en el sistema, en seguida se darán a conocer algunos registros de la cardinalidad de conjuntos con la intención de que sean descubiertas las reglas que rigen el sistema estudiado, posteriormente, se elaborarán registros de cantidades bajo los mismos fundamentos.

Una vez comprendido cada sistema se establecerá la comparación con el sistema de base diez, tratando de encontrar la explicación, de porqué estos sistemas fueron desechados, dándole la preferencia al sistema actual.

Para tal efecto proponemos estudiar los siguientes sistemas:

- i Sistema de numeración maya
- ii Sistema de numeración romano.

i. Sistema de numeración maya

Primeramente por medio de tarjetas (material Msn 4 ver -- anexo) se darán a conocer los tres símbolos utilizados en el sistema maya, acompañados de una serie de registros de cantidades pequeñas para que el niño pueda descubrir las reglas que rigen el sistema, se alentará la discusión y se darán orientaciones para que los niños lleguen a conclusiones favorables.

Se les pedirá que anoten sus conclusiones, mismas que irán analizando hasta que se lleguen a establecer las reglas --

precisas y correctas.

Auxiliándonos de hojas de actividades (material Msm 2 - ver anexo) se pedirá que hagan algunos registros de la cardinalidad de algunos conjuntos, en donde apliquen las reglas para cerciorarnos de que verdaderamente fueron comprendidas.

Enseguida se les pedirá hagan la representación del antecesor y el sucesor de un numeral dado, proponiendo varios ejercicios donde se trate de verificar que las reglas están bien aplicadas.

Otra actividad a realizar podría ser darles dos numerales y que ellos digan cuál es mayor y cuál es menor aplicando las reglas y para complementar se podrían dar varios numerales y que los ordenen de mayor a menor.

Una actividad más, podría consistir en darles una serie incompleta y que los niños escriban los numerales faltantes.

Finalmente se les podría pedir que intentaran sumar dos cantidades registradas en sistema maya, el sistema romano y el sistema decimal y determinar las causas por las que el sistema decimal fué adoptado internacionalmente.

4.5.2. Afirmación de los sistemas de numeración decimal y métrico decimal

Para abordar este contenido se podrá trabajar en forma análoga a la propuesta para el tercer año, es decir continuaremos trabajando con series decimales y equivalencias, claro que ahora trataremos de abarcar hasta el segundo período y tercero si es posible y en fracciones decimales hasta milésimos.

Las actividades propuestas deberán diseñarse, tratando de que el niño se vaya desprendiendo del uso del material, solamente será necesario usarlo cuando el niño lo solicite, esto nos permitirá darnos cuenta del momento en el que el niño adquirió el conocimiento y solamente esperaremos que se familiarice con las convenciones involucradas al hacer sus lecturas.

En cuanto al sistema métrico decimal, continuaremos haciendo mediciones con reglas graduadas en diversas unidades, es más, se diseñarán actividades en las que cada dimensión será medida con diversas regletas con la intención de que las lecturas sean comparadas y surja en forma incipiente las equivalencias en la medición.

Cada actividad deberá ser comprobada si el niño así lo requiere con el material propuesto, pero si no es necesario se abandonará su uso paulatinamente. Además los contenidos serán cubiertos buscando actividades apegadas a la realidad que implique en forma prioritaria el proceso de medición.

Los contenidos por tratar son los siguientes:

- i Series decimales, fracciones decimales y sus equivalencias
- ii Medición de longitudes empleando varias unidades.

Para que las actividades que se realicen no resulten ser muy tediosas se pedirá a los niños trabajen con series de 100 en 100 o de 1000 en 1000 hasta de 10 000 en 10 000 para que se puedan abarcar cantidades grandes y además que las series no sean muy largas, sin que sea necesario partir del cero o de la

unidad pues podemos partir de cualquier número para que la experiencia sea más completa.

El proceso será como el propuesto para el ciclo anteriores decir cada serie será analizada por unidades, decenas, centenas, unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar, según lo requiera cada serie y hasta con tres decimales, esto significa que deberán realizarse los ejercicios necesarios para que el contenido se abarque ampliamente.

ii. Medición de longitudes empleando varias unidades

Para iniciar con la medición por medio de diversas regletas graduadas será necesario explicar a los niños, la función social que tiene la medición, es decir como es que la sociedad concibe la medición en la época actual, así como también que unidad de medida es utilizada con más frecuencia y qué instrumentos de medición son utilizados en la vida diaria y como influye el aspecto de la precisión en la selección de los mismos.

Para clarificar estos aspectos con los niños sería necesario diseñar una actividad, en donde se pudieran hacer algunas comparaciones de diversos instrumentos utilizados por la sociedad para realizar mediciones con el propósito de determinar el grado de precisión.

Podría solicitársele a los niños trajeran de casa todos los instrumentos de medición que estuvieran a su alcance y combinándolos con las reglas graduadas elaboradas como material didáctico se harán prácticas de medición, haciendo comparacio-

nes con mediciones hechas con los diversos instrumentos discir
niendo en relación al problema de precisión.

Además de estas prácticas se continuará con el proceso de
medición utilizando diversas unidades tratando de establecer -
la equivalencia de las mediciones similarmente como ocurre con
el sistema de numeración decimal.

4.6. Alternativas para el quinto grado

Para el curso de matemáticas de este grado el contenido programático, marca el estudio de los sistemas de base y posición, contenido que se ha venido trabajando en forma parcial, puesto que al trabajar con el sistema de numeración decimal se han analizado las características que definen un sistema de base y posición, aunque no se han llegado a puntualizar específicamente así como tampoco se han comparado con los sistemas que no son de base y posición.

Para poder lograrlo tendremos que hacer uso del análisis que hicieron los niños durante el cuarto grado, así como también de las conclusiones establecidas para el sistema de numeración decimal, además de las conclusiones que se obtendrán en el presente curso en relación a los sistemas de base y posición.

Se propone analizar dos sistemas de bases diferentes, con el propósito de contar con los argumentos necesarios para manejar este contenido, sin embargo el maestro está en libertad de analizar algún otro si así lo considera conveniente, de acuerdo a las características particulares de los alumnos.

Es más aquí proponemos analizar los sistemas de base dos y de base cuatro, porque utilizan pocos elementos para pasar de un nivel a otro, sin que por ello sean los únicos que se puedan manejar.

También al hacer el análisis de cada sistema, se diseñarán actividades muy variadas para que su estudio no parezca tedioso y brinde la posibilidad a los niños de detectar las ca--

racterísticas medulares que se pretenden identificar.

El contenido a tratar quedará como sigue:

CONTENIDO PROGRAMATICO	CONTENIDO PROPUESTO
<ul style="list-style-type: none"> . Aplicar el principio posicional de un sistema de numeración al representar números. . En sistema decimal representar, en diferentes formas números hasta millones. 	<ul style="list-style-type: none"> A. Sistemas de base y posición. <ul style="list-style-type: none"> . Sistema de numeración de base cuatro. . Sistema de numeración de base dos. . Características de los sistemas de base y posición.

4.6.1. Sistemas de base y posición

i. Sistema de numeración de base cuatro

Para este contenido de aprendizaje el proceso será similar al que se ha seguido con el sistema de base diez, pues en primer lugar se trabajará con colores con los que se identificará cada orden, así el color rojo se utilizará para las unidades del primer orden, el azul para las de segundo orden, amarillo para el tercer orden y verde para el cuarto orden.

Se construirá material para los niños (Msn 3 ver anexo) -- en donde cuatro piezas rojas formen una azul, cuatro azules -- formen una amarilla y cuatro amarillos formen una verde, continuando con actividades que permitan que la construcción del conocimiento esté determinada por el mismo niño, mediante el uso del material. Es decir la regla que sigue este sistema en -- cuanto a su base para la representación de cantidades, será --

descubierta mediante la manipulación del material al pasar de un orden a otro.

Una vez identificada la regla de cambio, se procederá a realizar agrupaciones y desagrupaciones, o sea, ir agregando elementos a un conjunto hasta llegar a formar cantidades hasta del cuarto orden y viceversa, ir quitando elementos hasta obtener cantidades del primer orden. Para ello se pueden diseñar varios juegos en donde al ir quitando elementos o agregándolos los niños tengan que aplicar la regla de cambio del sistema.

Posteriormente se procederá a la elaboración de registros de cantidades utilizando la misma tabla de registro propuesta para la base diez (Msn 4 ver anexo) y para hacerlo se aclarará a los niños que ahora como se requieren de cuatro elementos para formar una unidad del nivel inmediato superior solamente necesitaremos utilizar cuatro símbolos partiendo del 0 (1, 2, 3, y 0).

Para proponer las cantidades por registrar y evitar confusiones con el sistema de base diez, se usarán hojas de actividades que ilustren conjuntos con diversos elementos, cuya cardinalidad será representada aplicando la regla de cambio y haciendo sus registros en la tabla, identificando cada columna que corresponde a cada orden por medio de su color correspondiente.

Una vez que los niños realizan con facilidad la actividad anterior, ahora se les presentarán varios numerales, en el sistema de base cuatro y se les pedirá que digan cuantos elementos contiene el conjunto cuya cardinalidad quedó representada así.

Posteriormente a esta actividad se les dará una pieza de color verde y se les pedirá que a partir de ella vayan quitando de dos en dos elementos, haciendo los cambios necesarios según la regla y además vayan haciendo sus anotaciones en la tabla.

También se puede proponer una actividad inversa es decir-partir de dos piezas rojas, ir aumentando de tres en tres hasta llegar a formar numerales que tengan unidades en el cuarto-orden.

Otra actividad similar consistirá en dar un numeral en base cuatro, e ir quitando de uno en uno o en forma inversa ir -agregando de cinco en cinco por ejemplo, pero para anotar el -numeral resultante se deberá hacer uso del material y aplicar-la regla del cambio como sea necesario.

Estas actividades se programarán tantas veces como sea ne-cesario, hasta estar bien seguros que los niños han comprendi-do bien las reglas del sistema en cuanto a base y posición.

Enseguida se les pedirá que realicen algunos ejercicios -pero sin usar el material, estos ejercicios pueden consistir -en anotar el antecesor y el sucesor de un número, también se -les pediría que dado un número se le agreguen o quiten un núme-ro determinado de elementos.

Una vez ejecutados sus ejercicios se les pedirá que com--prueben sus resultados, haciendo uso del material y detecten -si hubo errores y porqué.

Cada vez que se ejecuten estos ejercicios se pedirá que -el niño observe qué reglas se están aplicando al anotar la car-

dinalidad de los conjuntos en este sistema.

Una actividad final podría consistir en pedir a los niños que hagan series, busquen el antecesor y el sucesor de un número, en el sistema de base cuatro y estas mismas actividades -- propuestas las haga también en el sistema de base diez.

Durante esta misma actividad se le solicitará, que identifique las características que tiene el sistema de base dos y las que tiene el sistema de base diez y él mismo pueda localizar sus diferencias y sus semejanzas.

ii. Sistema de numeración de base dos

El procedimiento a seguir se recomienda que sea muy similar al anterior, solamente que el material a utilizar (Msn 14 ver anexo) manejará una regla de cambio diferente, es decir -- dos rojos formarán un azul, dos azules formarán un amarillo y dos amarillos formarán un verde.

También se sugieren las mismas actividades propuestas anteriormente, pero para que las actividades sean más variadas, se podrán acompañar de historietas, planteamiento de problemas, hacer series en donde cada numeral identifique un punto y que al unir los puntos por medio de una recta en la secuencia correcta según la serie produzcan dibujos, en fin aquí la iniciativa del maestro es primordial.

iii. Características de los sistemas de base y posición

En una actividad conclusoria se propondrán actividades pa

ra anotar la cardinalidad de conjuntos, hacer series, buscar - antecesor y sucesor pero empleando los tres sistemas hasta ahora manejados, para que el niño redacte en forma resumida las reglas que sigue cada sistema y establezca una comparación que lo conduzca a determinar las características con que debe contar un sistema para que sea considerado de base y posición.

Las reglas a las que deberá llegar los niños vienen explicadas en la pág. del presente trabajo, pero en lo que respecta a la tercera característica enunciada, será conveniente que no sea abordada en este curso, pues sería necesario, que el niño haya avanzado lo suficiente para que pueda comprender la notación exponencial.

4.7. Alternativas para el sexto grado

Hasta este momento hemos partido de la idea que los niños se encuentran en la etapa inter-operacional, en donde toda operación es organizada y conduce a ciertas transformaciones de las operaciones mismas hasta lograr formar sistemas, que es lo que se ha pretendido al planear una serie de actividades con material específico, conducentes a sistematizar las acciones realizadas.

Sin embargo los niños que cursan el sexto grado empezarán a ubicarse en la etapa trans-operacional, pues sus edades fluctúan entre los 11 y los 13 años aproximadamente, por lo que podemos decir que el niño puede llegar a la síntesis de las transformaciones, que culminan en la construcción de estructuras, es decir formas de equilibrio provocadas por las coordinaciones intelectuales del sujeto.

A pesar de que estas estructuras están interiorizadas no existe una tematización, es decir una conceptualización acabada totalmente.

Tomando en consideración lo antes explicitado, podemos esperar que algunos niños lleguen a la síntesis del conocimiento, pero algunos no lo harán, puesto que la edad a la que se entra en esta etapa trans-operacional, no puede fijarse rígidamente pues se encuentran involucrados otros factores (biológicos, sociales, culturales, etc.) que influyen y no pueden dejar de considerarse.

A pesar de ello durante este curso nos dedicaremos a determinar el grado de desarrollo alcanzado por cada niño y no

intentaremos que todos alcancen la síntesis del conocimiento, - pues debemos dejar que esto ocurra espontáneamente.

Por lo que para realizar sus actividades cada niño, podrá elegir el camino que él crea más sencillo para su nivel de desarrollo y estará en libertad de usar o no los materiales propuestos por el maestro para los cursos anteriores.

Plantaremos los contenidos como sigue:

CONTENIDO PROGRAMATICO	CONTENIDO PROPUESTO
. Expresar en diversas formas números naturales.	A. Sistema de numeración decimal.
. Expresar fracciones como decimales y decimales como -- fracciones.	B. Sistema Métrico decimal.
. Expresar números en notación exponencial.	

4.7.1. Sistema de numeración decimal

Durante este curso se realizará básicamente un proceso - evaluativo acerca de los conocimientos que el niño posee en relación al sistema de numeración decimal en donde cada actividad, deberá ser cuestionada analíticamente para determinar el nivel de abstracción de cada niño y no obstante que se presenten regresiones o errores éstos serán abordados con el propósito de determinar cuáles son las causas que los provocan e intentar darles solución de la mejor forma posible.

El proceso de evaluación de este contenido tiene como antecedente un cúmulo de experiencias que han tenido los niños -

en torno a los sistemas de numeración, lo que facilitará enormemente pretender llegar a la síntesis del conocimiento, pues han pasado por un proceso evolutivo similar al que ha ocurrido con la evolución de los sistemas de numeración desde la antigüedad hasta nuestros días.

Primeramente se intentará describir que es la base en un sistema de numeración, para ello se hablará de las reglas de cambio que se manejaron para los sistemas de base diez, cuatro y dos, también se pedirá se analice si ese tipo de reglas se presentaban en los sistemas maya y romano y el niño tendrá que localizar la diferencia entre el sistema de base y otro que no lo es, para ello podrá repetir algunas de las actividades propuestas con antelación o algunas otras que lo ayuden a precisar esto.

En seguida se discutirá en relación a los símbolos empleados tanto en los sistemas de base y los que no lo son, su funcionalidad, su representatividad y lo práctico que resulta su empleo.

Otro aspecto a tratar las reglas que se siguen en la notación para cada uno de los sistemas, analizando ventajas y desventajas y aunque en el presente trabajo, no se explicitó lo relacionado a los algoritmos de las operaciones fundamentales, éstos nos pueden ayudar a esclarecer las ventajas de esta notación posicional.

También tendrá que ser analizado el símbolo que representa la ausencia de valores en un sistema y las ventajas de tal representación.

En seguida se procederá a presentar una tabla muy similar a la presentada en este trabajo (ver anexo Msn 11) en donde se ilustrarán los tres primeros períodos que abarca el sistema decimal con sus respectivos grupos además de tres columnas más a la derecha para anotar las fracciones decimales correspondientes a los décimos centésimos y milésimos. En donde se anotará la cardinalidad de varios conjuntos y se harán lecturas de los mismos en forma convencional y desarrollada, además se especificará en relación al valor absoluto y el valor relativo de cada numeral.

Durante el desarrollo de esta actividad se aclarará, que para representar la cardinalidad de cada conjunto, se está utilizando como unidad de medida a la unidad.

Luego se diseñarán actividades similares pero donde la unidad de medida sean, las decenas, o las centenas, o los millares, o los millones y nuevamente se establecerán las equivalencias para que ellos mismos precisen porque son equivalentes.

Para los niños más avanzados se contempla la posibilidad de manejar la notación desarrollada en forma exponencial pero esto quedará a juicio del maestro, para lo cual bastará poner una unidad en cada orden y aplicando la regla de cambio, se determinará a cuantas unidades corresponde cada numeral y finalmente deducir a qué potencia corresponde.

4.7.2. Sistema de medición decimal

Para analizar evaluativamente al sistema métrico decimal tendremos que aprovechar lo aprendido, en la notación posicio-

nal del sistema de numeración y utilizando una tabla similar a la utilizada en la actividad anterior, donde el nombre de unidad quedará sustituido por metro, decena por decámetro, centena por hectómetro, unidad de millar por kilómetro y decena de millar por miriámetro y las partes fraccionarias por decímetro, centímetro y milímetro.

Y se procederá a registrar varias longitudes, que serán leídas primeramente tomando como unidad el metro y su lectura se hará similarmente a la utilizada para el sistema de numeración decimal en donde cada cantidad anotada a la derecha es menor a la anotada a la izquierda y siguen la misma regla de la base diez.

Posteriormente se propondrán lecturas tomando como unidad el decámetro, el hectómetro, el kilómetro, etc. en todos los casos se establecerán las comparaciones de equivalencia y paulatinamente se irá eliminando el uso de la tabla.

CONCLUSIONES

El presente trabajo constituye un esfuerzo más por encontrar procedimientos que nos permitan lograr que los niños se apropien del conocimiento matemático y a su vez lograr aminorar el rechazo que ellos manifiestan en torno al área de matemáticas.

En nuestro afán nos encontramos con la psicología genética de Piaget, cuya teoría es muy extensa y rica en aportaciones, que vinculada con la experiencia profesional del docente pueden conducirlo hacia la integración de una didáctica más eficiente para la enseñanza de las matemáticas, lo que coadyuvará al rompimiento de la corriente tradicionalista vigente hasta nuestros días.

Una verdadera transformación de la enseñanza verbalista puede ser alcanzada, mediante la adopción de "ejercicios operativos" que impliquen una actividad reflexiva por parte del niño y del maestro, estableciéndose una vinculación entre las experiencias y la adquisición de conocimientos.

Estos supuestos teóricos nos condujeron hacia el análisis de un contenido matemático que es la medición de longitudes, uno de tantos que marca el programa del área de matemáticas para la educación primaria, en donde fue necesario tomar como antecedente el sistema de numeración decimal, para posteriormente establecer su analogía con el sistema de medición decimal y finalmente vincularlas con la medición de longitudes.

Es muy importante hacer notar que durante el desarrollo -

de la presente investigación se hizo énfasis, en la evolución que han tenido los sistemas de numeración así como también los sistemas de medición, esto se hizo con el firme propósito de involucrar al maestro con el proceso evolutivo por el que han pasado estos contenidos y a su vez lo pueda tomar en consideración durante el proceso de adquisición de conocimientos de sus alumnos, lo que le puede permitir comprender mejor las respuestas que cada niño dé en relación a los contenidos planteados.

Nuestra propuesta didáctica se inicia desde la identificación de la cualidad por medir, para posteriormente introducirlo en el proceso de medición de longitudes, en donde, resaltaremos dos fases importantes: Una la abstracción de la magnitud de longitud y la otra la asignación de un valor numérico a la magnitud. Esto no tendría la menor trascendencia si el niño no fuera el encargado de construir sus propios conocimientos mediante el uso de materiales y la realización de actividades reflexivas que lo conduzcan hacia la abstracción de los contenidos de una forma paulatina, tomando en consideración su propio desarrollo y más aun sin que introduzcamos el uso de fórmulas mágicas que entorpecerán el desarrollo espontáneo de los niños.

Este último aspecto queda más patentizado en el momento que nos involucramos con el sistema de numeración decimal, -- pues en el momento de introducirnos al manejo de equivalencias lo hacemos mediante el empleo reflexivo de los materiales y no mediante modelos estereotipados que el niño no alcanza a com--

prender. También haciendo uso de este proceso se puede llegar a manejar la equivalencia entre unidades de longitud contenido que representa serios problemas para los niños e incluso también para los adultos, porque siempre se ha desvinculado de las experiencias reales que logren la verdadera abstracción.

Por otra parte si deseamos romper con la corriente verbalista imperante, nos veremos en la necesidad de sugerir un conjunto de materiales didácticos, que seguramente nos ayudarán a promover actividades reflexivas, que les permitan reconstruir sus propios conceptos a ritmo propio.

El uso de estos materiales es de gran valía, pues de acuerdo a la perspectiva que estamos dando a nuestra propuesta, sin ellos no podremos alcanzar nuestros propósitos, es por ello que no solamente sugerimos su elaboración, sino que también, proponemos la implementación de un laboratorio de psicomatemáticas dentro de las escuelas, mismo que en su fase inicial será manejado por los maestros interesados pero que paulatinamente se irá prestigiando hasta alcanzar su institucionalización.

La disponibilidad de recursos materiales y humanos en las escuelas es precaria, ello constituye una limitante para nuestras acciones como investigadores en nuestro campo, es por esto que nuestros planes no podrán ser tan ambiciosos, ni nuestros logros tan inmediatos como lo podemos constatar en el presente trabajo, no obstante se requiere de la participación de los docentes para la implantación y diseño de nuevas alternativas.

SUGERENCIAS

Por las características específicas del presente trabajo, los planteamientos hechos acerca de la teoría psicogenética son mínimos, es por ello que sugerimos al maestro que trate de profundizar lo más que sea posible al respecto, haciéndose de su propia bibliografía o visitar diversas instituciones que la posean a fin de adentrarse en este marco teórico que es muy vasto y por demás interesante.

Otra sugerencia vinculada con la anterior sería la de proponerse elaborar un estudio exhaustivo de cada contenido antes de ser abordado, pues de su proceso evolutivo podremos extraer las pautas a seguir para el establecimiento de las fases del proceso de enseñanza y aun más, nos podrá sugerir los tropiezos por los que pasará el alumno al intentar asimilar un contenido.

El estudio de la teoría psicogenética no sólo nos puede ser útil en el área de matemáticas, pues sus principios pueden ser aplicables a otras áreas, es así como también sugerimos que posteriormente a la implantación del laboratorio de matemáticas se implanten los laboratorios necesarios en otras áreas y no sólo eso, sino que también se busque la vinculación entre ellos para que sus aportes sean más fructíferos.

Esto también nos hace reflexionar en el sentido de que para alcanzar nuestras metas se convierte en una necesidad imperiosa el trabajo colectivo, es decir si se coordinan las aportaciones de los maestros de una escuela los resultados serán satisfactorios y si posteriormente existe un intercambio entre

los maestros de una zona el resultado será más fructífero.

En fin creemos que con la experiencia de cada maestro, su iniciativa y creatividad este trabajo será superado por muchos de donde nacerán varias alternativas que nos ayudarán a resolver nuestros problemas en la enseñanza.

A N E X O

DESCRIPCION DE ALGUNOS MATERIALES A UTILIZAR

1. Materiales propuestos para el primer grado.

Los materiales serán clasificados en función de las dos -- unidades que abarca la propuesta para este ciclo, utilizando una clave para su identificación y su fácil control, así para la construcción del concepto de cantidad se utilizará la clave Mc y para sistema de numeración Msn, para el primer estadio se proponen:

Material Mcl

Un conjunto de 100 palos para paleta de sección cuadrada
 Un conjunto de 100 palos para paleta de sección circular
 Un conjunto de 100 palos tipo abatelenguas

Cada uno de los palos se pintará de cinco colores diferentes (rojo, azul, verde, amarillo y blanco) pero que no formen conjuntos del mismo número de elementos, así puede haber 14 rojos, 18 azules, 20 verdes, 29 amarillos y 19 blancos que constituirán los 100 palos de paleta de sección cuadrada.

Además se introducirán otras características variando la -- longitud de cada palito, es decir habrá palos de 10 cm., -- cortos de 5 cm. y muy cortos de 2.5 cm. Estas nuevas características aparecerán en cada uno de los conjuntos antes -- mencionados, por ejemplo: en el conjunto de 14 palos de sección cuadrada de color rojo habrá 3 largos, 6 cortos y 5 -- muy cortos, en donde también se cumplirá la característica que los conjuntos no tendrán el mismo número de elementos; procediéndose en forma similar con los conjuntos restantes.

Para trabajar con alumnos más avanzados podremos anexar conjuntos adicionales en donde la mitad del palo esté pintada de un color y la otra de otro color diferente con lo que obtendremos un material que cumplirá con los requisitos previstos.

Material Mc 2

Un conjunto de 100 flores de cartulina con forma de trébol
 Un conjunto de 100 flores de cartulina con forma de clavel
 Un conjunto de 100 flores de cartulina con forma de rosa

Estos conjuntos se revestirán con papel de cinco colores diferentes y a su vez también se manejarán 3 tamaños diferen-

tes siguiendo los mismos lineamientos marcados para el material Mc1

Material Mc 3

Conjunto de 100 triángulos de cartulina
 Conjunto de 100 cuadrados de cartulina
 Conjunto de 100 círculos de cartulina

Para la construcción de este material se utilizará cartulina de 5 diferentes colores y se fabricarán en 3 tamaños diferentes, observando los mismos lineamientos para los dos materiales descritos anteriormente.

Para el segundo estadio se propone:

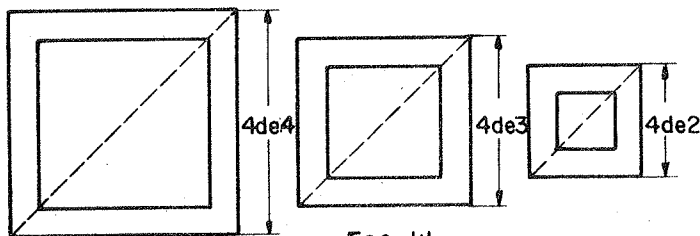
Material Mc 4

100 gr. de frijoles
 100 gr. de lentejas
 100 gr. de habas
 100 gr. de garbanza
 1 tablilla de plastilina
 vasos para gelatina transparentes de diversas formas y tamaños.

Para el tercer estadio se propone:

Material Mc 5

12 cuadrados de cartulina de color blanco que contengan en el centro un cuadro de color rojo cortados a la mitad en forma diagonal de 12 tamaños diferentes.



Esc. III

Material Mc 6

12 tiras de diferentes colores de 1 cm. de ancho de diferente longitud.

12 siluetas de niños recortadas en cartulina de diferentes alturas y cada una de un color diferente.

12 cubos de diferentes colores y diferentes tamaños.

12 tiras de 20 cm. de largo de diferentes anchos y colores.

12 triángulos del mismo color y de diferentes gruesos de material, pero con las mismas dimensiones por lado.

Para atender un total de 50 niños tendrán que elaborarse 10 juegos de cada uno, pues cada niño trabajará con un conjunto e identificará la cualidad ordenable.

Material para el cuarto estadio:

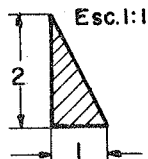
Material Mc 7

100 círculos rojos de cartulina
 100 triángulos azules de cartulina
 100 cuadros amarillos de cartulina
 100 corcholatas
 100 estampas de un album de moda.

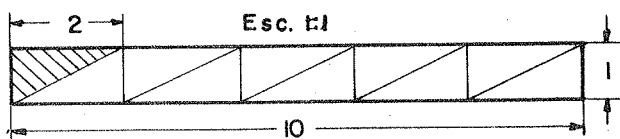
Materiales para sistemas de numeración decimal.

Material Msn 1

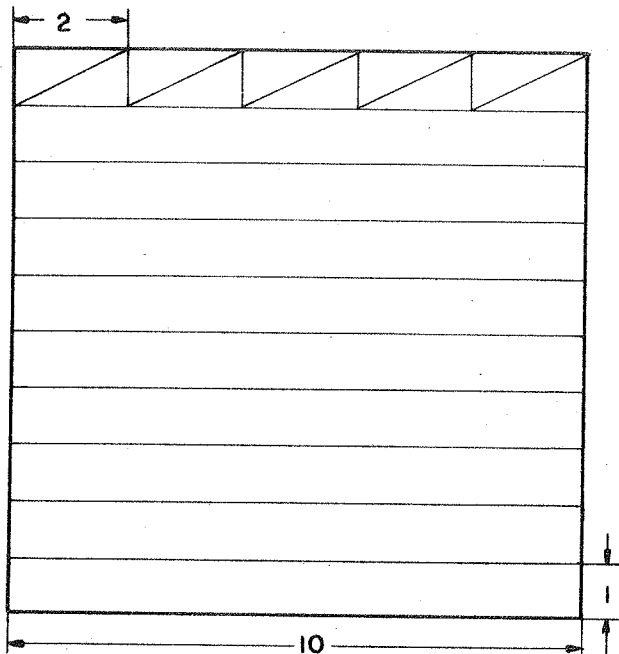
100 triángulos rectángulos de 1 cm. de base por dos cm. de altura color rojo.



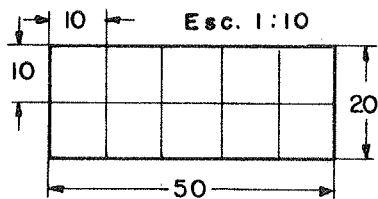
100 tiras rectangulares de 1 cm. de ancho por 10 cm. de longitud color azul.



100 cuadros de 10 x 10 cm. de color amarillo.

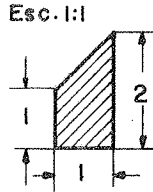


10 rectángulos de 20 x 50 cm. de color verde

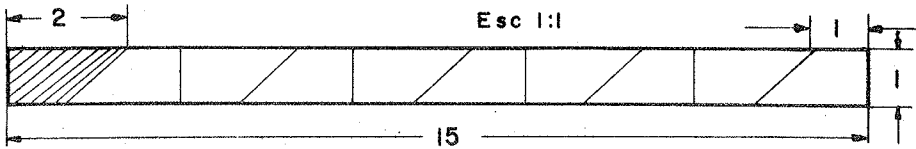


Material Msn 2

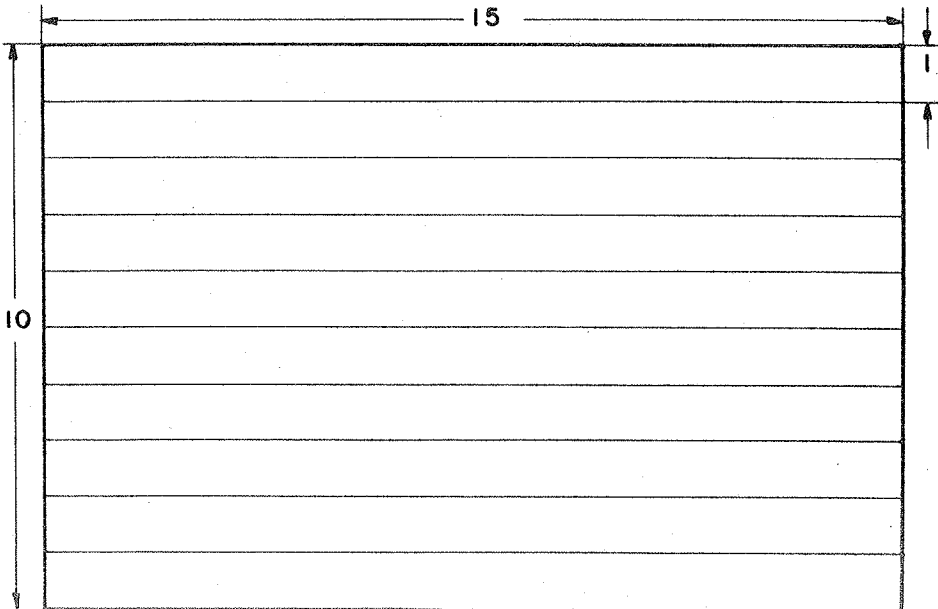
100 figuras color rojo.



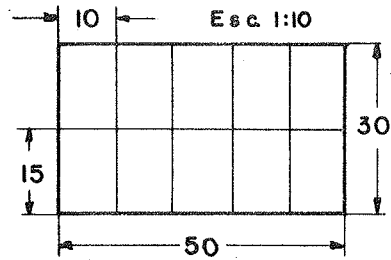
100 tiras rectangulares 1 cm. de ancho por 15 cm. de longitud color azul.



100 rectángulos 10 x 15 cm. color amarillo

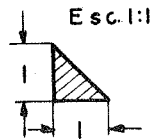


10 rectángulos 30 x 50 cm. color verde

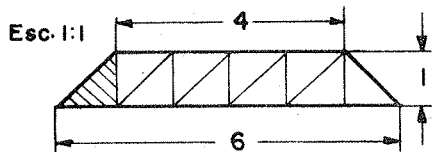


Material Msn 3

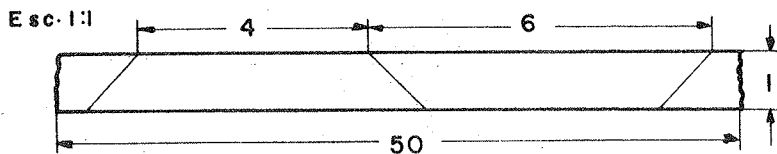
100 triángulos rectángulos de 1 cm. cada cateto



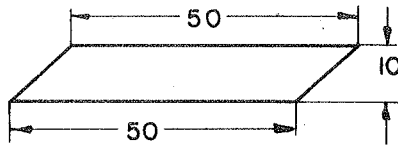
100 trapecios 6 cm. de base mayor y 4 cm. de base menor color azul.



100 paralelogramos 50 cm. de longitud color amarillo



10 paralelogramos 50 de long. por 10 cm. de altura



Material Msn 4

Hoja de registro. (ver fig. 1)

Material Msn 5

Carteles con los símbolos utilizados. Todos en color rojo.

1
uno

Material Msn 6

Hojas impresas para cada niño en donde aparezcan diversos -
conjuntos con cardinalidades diferentes para que el niño --
las anote en su hoja de registro, así como la narración de-

ciertos problemas planteados por el profesor e incluso por los mismos niños.

Material para el 2o. grado

Continuaremos usando la clave Msn para los materiales usados para el tema de sistemas de numeración decimal y utilizaremos la clave Mml para el tema medición de longitudes.

Material Msn 7

100 fichas rojas
100 fichas azules
100 fichas amarillas
100 fichas verdes

Material Msn 8

100 tarjetas que digan 1 con rojo
100 tarjetas que digan 10 con azul
100 tarjetas que digan 100 con amarillo
100 tarjetas que digan 1000 con verde

Material Msn 9

100 tarjetas de color rojo
100 tarjetas de color azul
100 tarjetas de color amarillo
100 tarjetas de color verde

Material Msn 10

Hoja impresa para cada niño

- a) Ilustración de conjuntos de diversas cardinalidades para hacer registros.
- b) Se redactarán varios numerales y se pedirá anotar su antecesor y su sucesor haciendo uso de su material dividiéndolo en 3 etapas:
 - 1a. utilizando conjuntos del 1 al 100
 - 2a. utilizando conjuntos del 100 al 1000
 - 3a. utilizando conjuntos del 1000 al 10000
- c) Se anotan varios numerales y hay que ordenarlos de mayor a menor y viceversa.
- d) Hacer series de diversas formas pero sin que sean muy largas para no caer en una actividad tediosa.

También se podrían formar dibujos uniendo los puntos -- identificados con numerales que formen parte de una serie.

Material Mml 1

10 listones color violeta de 70 cm. de longitud por 1 cm. - de ancho.

10 listones color rosa de 40 cm. de longitud por 1 cm. de ancho.

10 listones de color café de 12 cm. de longitud por 1 cm. - de ancho.

10 listones de color blanco de 5 cm. de longitud por 1 cm. - de ancho.

Material Mml 2

10 listones de color violeta de 90 cm. de longitud por 1 cm. de ancho.

10 listones color rosa de 50 cm. de longitud por 1 cm. de ancho.

10 listones de color café de 7 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

10 listones de color blanco de 3 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

Material Mml 3

10 listones de color violeta de 110 cm. de long. por 1 cm. - de ancho.

10 listones de color rosa de 55 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

10 listones de color café de 9 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

10 listones de color blanco de 5 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

Material Mml 4

10 listones de color violeta de 80 cm. de long. por 1 cm. - de ancho.

10 listones de color rosa de 40 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

10 listones de color café de 20 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

10 listones de color blanco de 10 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

Material Mml 5

10 listones de color verde de 100 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

100 listones color amarillo de 10 cm. de long. por 1 cm. de ancho.

100 listones color azul de 1cm. de long. por 1 cm. de ancho.

100 listones de color rojo de 1 cm. de ancho por 1 cm. de long. marcándole 10 divisiones de 1 mm.

Material Mml 6

Cartel del metro su símbolo color verde

Cartel del decímetro su símbolo color amarillo

Cartel del centímetro su símbolo color azul

Cartel del milímetro su símbolo color rojo

Material para 3er. año

Material Msn 11

Hoja de registro de lecturas convencional y desarrolladas.-
(Fig. 2)

Material Mml 7

Fabricación de reglas graduadas, pueden ser hechas de cartulina ilustración colocando graduaciones en ambos lados, pero también se podrá utilizar cualquier otro material seleccionado por el maestro y que dé un alto rendimiento, además todas las reglas podrán tener un ancho de 4 a 5 cm. para uniformizarlas.

5 reglas de 1 mm. de long. color verde graduadas en dm.

5 reglas de 1 mm. de long. color verde graduadas en cm.

5 reglas de 1 mm. de long. color verde graduadas en dm. y cm.

5 reglas de 1 dm. de long. color amarillo graduadas en cm.

5 reglas de 1 dm. de long. color amarillo graduadas en mm.

5 reglas de 1 dm. de long. color amarillo graduadas en cm. y mm.

5 reglas de 50 cm. de long. color blanco graduadas en cm.

5 reglas de 50 cm. de long. color blanco graduadas en dm.

5 reglas de 1 m. y 50 cm. de long. color blanco graduadas - en dm. y cm.

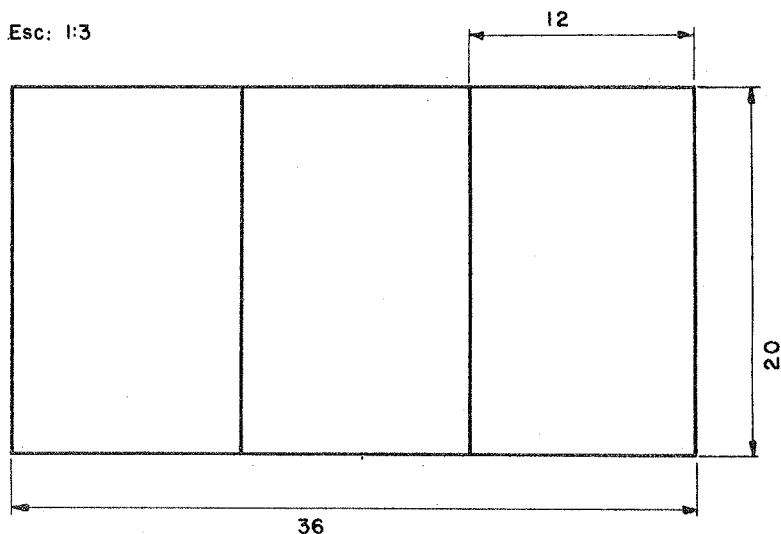
Nótese que algunos colores se conservaron pero ya existen - reglas de otro color y de longitudes no equivalentes a la - regla de cambio.

Material para 4o. año

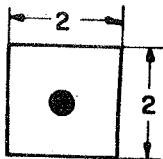
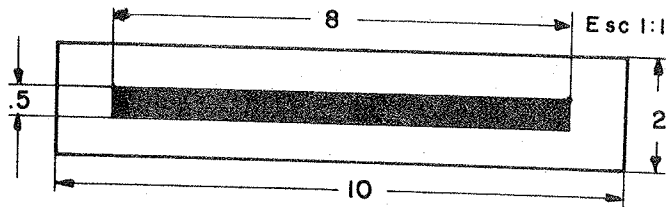
Para identificar el material a utilizar para el sistema Maya de numeración se usará la clave Msm y para el sistema de numeración Romano se usará Msr.

Material Msm 1

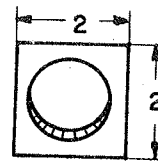
Construcción de tableros magnéticos es decir los tableros - serán de lámina pintada, representando los 3 primeros niveles a utilizar.



Posteriormente se elaborarán tarjetas que contengan dibujados los 3 símbolos utilizados varios de cada uno de ellos - colocándoles en la parte posterior cinta magnética.



Esc. 1:1



Esc. 1:1

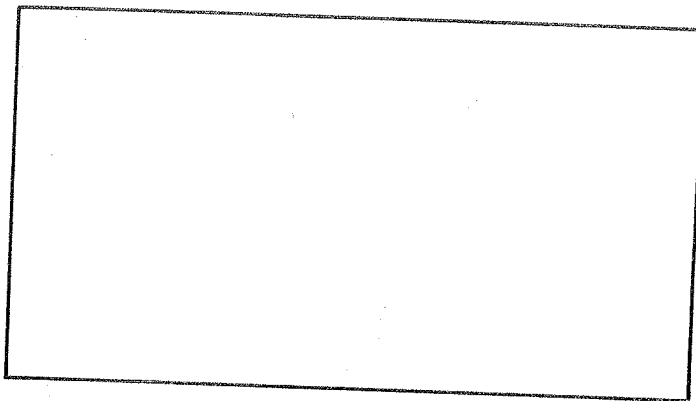
Material Msm 2

Hoja impresa en donde se programen varias actividades a realizar con el material Msm 1

- 1o. Análisis de varios registros que en combinación con el material Msm 1 nos conducirán a determinar las reglas que rigen el sistema Maya.
- 2o. Dado un numeral buscar el antecesor y el sucesor aplicando las reglas.
- 3o. Dados los numerales determinar cuál es el mayor.
- 4o. Completar series.
- 5o. Intentar descubrir el algoritmo de la suma con el sistema Maya.

Material Msr 1

El mismo tablero de lámina usado en el sistema Maya podría ser usado solamente que al reverso y pintado de otro color y utilizarlo horizontalmente.



Las tarjetas con cinta magnética al reverso se elaborarán - en forma similar pero ahora con los 7 símbolos que utiliza el sistema romano.

I V X L C D M

Material Msr 2

Hoja impresa de actividades.

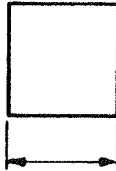
- 1o. Análisis de registros de varios numerales
- 2o. Buscar antecesor y sucesor.
- 3o. Determinar el mayor y el menor
- 4o. Completar series

5o. Búsqueda del algoritmo de la suma con el sistema de numeración romano.

Material para 5o. y 6o. grado

Material Msn 12

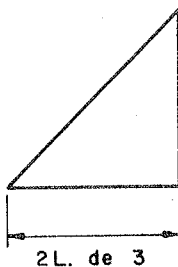
Base 4 200 piezas cuadradas 2 x 2 cm. color rojo
 100 piezas cuadradas 4 x 4 cm. color azul
 50 piezas cuadradas 8 x 8 cm. color amarillo
 50 piezas cuadradas 16 x 16 cm. color verde.



4L. de 2.

Material Msn 13

100 piezas triangulares con catetos 3 cm. color rojo
 50 piezas triangulares con catetos 4.24 cm. color azul
 50 piezas triangulares con catetos 5.99 cm. color amarillo
 50 piezas triangulares con catetos 8.47 cm. color verde.



Para el sexto grado no se propone ningún material específico, ya que podrán ser utilizados los materiales propuestos para los grados anteriores.

G L O S A R I O

EJERCICIOS OPERATORIOS

Serán consideradas como tales todas las actividades que realice el sujeto tendientes a producir operaciones, es decir, que den origen a un conjunto de acciones interiorizadas que -- presenten la peculiaridad de ser reversibles y tiendan a constituir sistemas, puesto que han sido significativos para el su jeto.

EPISTEMOLOGIA GENETICA

Nos referimos a la teoría del conocimiento, en donde se establece una relación dialéctica entre el sujeto y el objeto -- desde una perspectiva evolutiva, en donde se consideran las -- etapas de formación del sujeto y los objetos sucesivos identificados por el sujeto mismo.

EQUILIBRIO

Se presenta el equilibrio en el momento que el sujeto -- construye una estructura, haciendo intervenir todas las operaciones de que es capaz el sujeto, presentándose la reversibili dad en los dos sentidos (por inversión estricta o negación, o por reciprocidad).

ESTADIOS

En la evolución genética se consideran como "cortes" que -- se presentan en un orden específico, que son caracterizados -- por una estructura, que se presenta a una edad determinada y -

constituye el antecedente de la estructura siguiente, es decir, son fases sucesivas de procesos reguladores.

ESTRUCTURAS OPERATORIAS

Son consideradas como formas de equilibrio a las que se inclinan las coordinaciones intelectuales del sujeto, expresado en otra forma, es la cristalización momentánea de una operación o varias en forma "acabada" mas no "final".

EXPERIENCIA LOGICO-MATEMATICA

Consideraremos al conjunto de acciones que se realizan -- sobre los objetos, con la finalidad de descubrir propiedades -- que son abstraídas por el sujeto, generando una manipulación -- operatoria simbólica.

GENERALIZACION

Esta se presenta en el momento que las acciones son repetidas, utilizando diversos esquemas en infinidad de situaciones diversas.

HECHO

Se refiere al comportamiento del sujeto desde el punto de vista genético, es decir, que está en función del desarrollo -- del sujeto.

MECANISMOS DE PASAJE

En el terreno de la psicogénesis quedarán constituidos -- por las leyes de sucesión que se presentan al pasar de un estadio a otro, expuesto de otra forma, serían los procesos que caracterizan todo progreso cognoscitivo.

NOCION

Es cuando una acción es interiorizada o se desarrolla mentalmente sobre objetos simbólicos que proceden de la evocación de objetos reales, podríamos decir que "son acciones mentalizadas".

OBSERVABLE

Está considerado fuera de la percepción pasiva, pues es - traducido en forma directa a símbolos operatorios y no presupone una acción experimental ejercida sobre lo real.

SUJETO EPISTEMOLOGICO

Nos estamos refiriendo al sujeto universalmente hablando o sea a los sujetos de igual nivel de desarrollo, es decir, todo lo que hay de común en todos los sujetos como es su organización biológica.

BIBLIOGRAFIA

- AEBLI, Hans. Una didáctica fundada en la psicología de Jean - Piaget. Buenos Aires: Ed. Kapelusz, 1958. 318 pp.
- DIENES, S.P. y E.W. Golding. Los primeros pasos en matemáticas 3: exploración del espacio y práctica de la medida. - Barcelona teide 1980. 235 pp.
- DOMINGUEZ M. Raquel. Conceptualizaciones y procedimientos de medición de áreas en la escuela primaria. Centro de Investigación del IPN. Tesis para obtener el grado de maestra, México: 1984. 198 pp.
- INHELDER, Barbel y Sinclair Hermine. Aprendizaje y estructuras del conocimiento. Madrid: Ed. Ediciones Morata, S. A. 1975. 248 pp.
- KULA, Wiltold. Las medidas y los hombres. 2a. ed. México, -- Ed. Siglo XXI 1980. 260 pp.
- LOVELL, K. Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. 3a. ed. Ediciones Morata, S. A. 1977. 178 pp.
- MARTIN, Elena y Moreno Amparo. Investigaciones sobre las correspondencias. Madrid: Ed. Alianza Editorial 1982. 188pp.
- PIAGET, Jean y Alina Szeminska. Génesis del número en el niño. Buenos Aires: 1975. 226 pp.
- PIAGET, Jean y Barbel. Génesis de las estructuras lógicas elementales Clasificaciones y seriaciones. Buenos Aires: -- 1976. 316 pp.
- PIAGET, Jean y G. Choquet y otros. La enseñanza de las matemáticas modernas, Madrid: Ed. Hijos de E. Minuesa, S.L. -- 1978.
- PIAGET, Jean y Rolando García. Psicogénesis e historia de la ciencia. 2a. ed., México; Ed. Siglo XXI, 1984. 252 pp.
- PIAGET, Jean. Introducción a la epistemología genética 1: El pensamiento matemático. Buenos Aires: Ed. Paidós 1978. -- 281 pp.
- PIAGET, Jean. El desarrollo de la noción de tiempo en el niño. México: Ed. Fondo de Cultura Económica, 1978. 300 pp.

PIAGET, Jean. La construcción de lo real en el niño, Buenos-Aires: Ed. Ediciones Nueva Visión, 1979. 347 pp.

SAIZ, Irma y otros. Sistemas decimales de medición. Departamento de Investigaciones Educativas. Curso para la maestría en matemática educativa, Tuxtla, Gr. México: 1981. 26 pp.

SASTRE, Genoveva y Montserrat Moreno. Descubrimiento y construcción de conocimientos. Barcelona: Ed. Gedisa, 1980. 228 pp.