UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIDAD 241

DESIGUALDADES

ERNESTO RAMOS GONZALEZ

TESINA PRESENTADA PARA OPTAR POR EL TITULO DE
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., 1985

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DT-74

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., a 8 de DICIEMBRE de 1984

C. Profr. (a) ERNESTO RAMOS GONZALEZ
Presente
(nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -- Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa T E S I N A titulado DESIGUALDADES presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a - que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

S E P
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD S AD
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.

PROFR. CARLOS ENRIQUE MERINO RAMOS

INDICE

2. DESIGUALDADES

3. REFLEXIONES MATEMATICAS

"" LA LICENCIATURA EN EDUCACION PERIMARIA, NO ES UNA --- GRADO MAS DE ESTUDIO, REPRESENTA UN LOGRO DE LA BASE MAGISTE-- RIAL PARA ALCANZAR LA SUPERACION ACADEMICA Y LA PREPARACION -- ADECUDA AL RITMO CAMBIANTE DE CONOCIMIENTOS QUE EL MUNDO MODERNO PLANTEA; EN DONDE EL MAESTRO MEXICANO JUEGA UN PAPEL IMPOR- TANTE EN LA PREPARACION INTEGRAL DE LA JUVENTUD A SU CARGO..."

ACERCA DE ESTE TRABAJO.

De alguna manera habría de titular este trabajo, que re- presenta plasmar una historia que comenzó poco más de 10 años cuando un grupo de excelentes maestros, formados en su mayo-- ría en el campo, o provenientes al menos de él; en último caso que tenían amplios contactos con el maestro rural y que se ha- cía llamar Centro de Mejoramiento Profesional del Magisterio,- cuya cuna había sido el prestigiado Instituto Federal de Capa- citación. Lanzaba una convocatoria para asistir a uno más de - sus cursos (era una invitación a superarse) para actualizar- al maestro en el trabajo diario.

Era un curso para Directores y Asesores Técnicos de la -- Educación, después vendría uno para Instructores de la Comunidad; y lo que nos movía a muchos maestros que en algunos casos no podíamos pagar el hospedaje en alguna ciudad de México, para cursar otros estudios, vimos la oportunidad de seguir estudiando en casa y no quedarnos a la zaga.

Años más tarde se nos informa del funcionamiento y apertura de la Licenciatura en Educación Primaria, cuya cuna había sido en San luis Potosí, los anteriores institutos incluyendo a su personal. Para los que nos dedicamos a la docencia; predejimos un semillero de maestros que habrían de estar acordes a - las necesidades educativas de nuestras escuelas, no nos equivocamos; por ella hemos visto recorrer desde el bisoño, hasta-- el maestro de experiencia en el aula, recibiendo y dando parte de sus conocimientos que la experiencia le ha dejado.

En este trabajo que he comenzado con esta pequeña historia, para mí representa una satisfacción perecedera, ya que con -- esa formación que recibiera al través de mi paso por todas y - cada una de estas instituciones y la Escuela Normal donde procedo, me ha permitido con muchas satisfacciones personales, -- comprender a los alumnos a mi cargo y desempeñar ante ellos un papel decoroso como educador.

Creo que nadie como el maestro puede tener esa satisfacción de ver su obra en la actuación de su pupilo, cuando le dice con sinceridad "gracias" o lo manifiesta con un saludo a su - paso. La vida del magisterio es un cúmulo de experiencias agradables y otras de pensar y reflexionar en nuestra actuación,-- pero de lo que estoy seguro es de que, el pensamiento de las - instituciones y de las personas que lo conforman llevan la intención de hacer que el maestro sea un digno ejemplo de la educación que debe transmitir, de la personalidad que debe moldear de los conocimientos a impartir, de la buena voluntad y aspi--

ración que debe despertar, pero sobre todo de lograr que el -- sujeto de la educación tenga la satisfacción de ver en su ac-- tuación, el logro del éxito en la vida, su triunfo personal,-- el logro de su propósito.

Distinguidos Maestros, Honorable Jurado, es una satisfac-- ción ser Maestro, un compromiso el educar a la juventud de mi - Patria, pero un honor inmerecido el contar con la amistad y el aprecio de mis compañeros maestros.

Gracias.

1.- MARCO TEORICO

1.1. LA MATEMATICA MODERNA

1.1.1. El Problema.

En la vida diaria de cualquier persona puede suceder que-- tenga la necesidad imperiosa de tratar y también de rodearse - de cosas, personas o entes subjetivos, como son las ideas.

Generalmente observamos que algunas de estas cosas pode-- mos clasificarlas dentros de grupos bien definidos, llamadas - cosas, objetos, imágenes,ideas, etc.; pero tal parece que en - el campo de los conocimientos, en los últimos años, han sufri- do ciertos cambios notorios, Algunos lo atribuyen al avance de algunas ciencias, en otros casos los han llamado modismos y -- hay quien en forma más mesurada, afirma que " Es lo mismo que- antes llamado de una manera diferente " ..., como quien dice, - existía antes.

Dentro del campo de las ideas indudablemente que el ritmo de la vida actual ha hecho que cada día sean más eficientes,--

al menos en el campo de la ciencia, por ello es que han surgido o adaptado nuevas estructuras mentales. En el campo de la enseñanza, en especial el de las matemáticas, los nuevos programas educativos del país, han hecho aparecer una nueva forma del --lenguaje o simbolismo matemático, ello ha creado ciertos trastornos, sobre todo en los encargados de vigilar el adecuamiento del alumno a este sistema: los padres de familia y los maestros.

Y es que ...

Las ciencias matemáticas han experimentado en los últimos cien años una renovación que ha acentuado su caracter unitario y dado origen a expresiones, como " Nueva Matemática "- o " Matemática Moderna ".

Algunos de los problemas que se palpan, por ejemplo en -los padres de familia, es que ya no pueden auxiliar a los hijos tan cómodamente como antes, sobre todo en las tareas escolares, no se diga ya en la resolución de problemas o de aplicación, ello porque dado su nueva presentación, no están preparados para su manejo. Quizás porque ha quedado atrás la etapa mecanisista, porque requiere, más que de seguir una fiel estructura, comprenderla y analizarla.

Para los maestros se requiere de adecuarla en forma particular al aprendizaje del alumno y tratar de todos los medios de que lleguen a él por medio de la comprensión y el analisis; cuando el alumno no capta el analisis de las nuevas estructuras matemáticas, hay que acudir a auxiliarlos con nuevas técnicas, procedimientos u apoyos didácticos.

Para el alumno, aunque se le simplifica su abstracción, - es indispensable que posea un orden y aprehensión lógica mínima; si carece de estos elementos, indudablemente que aparece--

rán algunos problemas en el transcurso del aprendizaje.

1.1.2. Cuántas Matemáticas ?.

¿ SE TRATA DE DOS MATEMATICAS ?

¿ ES UNA SOLA CON DOS NOMBRES ?

¿ ES LA MISMA MATEMATICA, SOLO QUE MAS REVUELTA ?

A principios de este siglo, con los progresos y la teoría de las probabilidades, la matemática empezó a salir de sus cauces tradicionales y se iniciaron sus aplicaciones en las ciencias del hombre, Economía, Sociología, Higiene,... En donse se necesitó y uso la matemática con provecho. Sin embargo la matemática útil para esas ciencias, ya no fué la matemática exacta de la Física, sino que emplea ya el razonamiento correcto y el lenguaje preciso, aunque no pretenda llegar a conclusiones exactas, sino llegar a afirmaciones correctas, " Con cierta probabilidad " y a dar lineamientos generales sobre el comportamiento global de ciertos datos, o a predecir si ciertas cantidades serán mayores o menores que ciertos límites; en vez de igualdades trabajan muchas veces con desigualdades. En vez de referirse a hechos concretos, se refiere a un conjunto de hechos y llega a conclusiones sobre lo que ocurrirá a la mayoría de ellos. (1)

Esta es la forma como entra la matemática al auxilio del hombre en sus diferentes ciencias que domina. Pierde en exactitud pero gana en número, en situaciones en que es aplicable, ya que en algunos casos la exactitud no tiene gran función o aplicación. Análogamente interesa mucho, sobre todo al estudiante, saber de inmediato un resultado con ciertos grados de confiabilidad o de error.

---------- (1) LA EDUCACION MATEMATICA, HOY. Colección "" Hay que saber "" , Luis A. Santaló, Edit. Taidé, Mex.,80.

De aquí el cambio por el que se está luchando en la actualidad (últimos 20 años): Sustituir o transformar la matemática clásica, rígida y para un mundo ideal, por una matemática más actual, más flexible, para el mundo real. En cuanto al razonamiento lógico toda la matemática es igualmente rígida. No hay demostraciones aproximadas: o son verdaderas o son falsas, Pero en cambio sí hay resultados aproximados.

Desde el siglo VI, quizás desde antes de ese siglo A.C., ya el pueblo Griego con Sócrates, señalaba limitaciones perjudicando a la matemática por casi XX siglos; el manifestaba ---------- ... La Matemática tiene por objeto el conocimiento de lo que siempre existe. Esta idea limitativa, que excluye del tratamiento matemático la Biología y otras ciencias, prevaleció prácticamente hasta casi la mitad del siglo actual.

También Galileo más tarde, toma partido por la matemática como ciencia necesaria para conocer al mundo; por medio de figuras geométricas le dió validez a este tipo de mundo físico que recibió plena confirmación con el descubrimiento del cálculo infinitesimal por Newton y Leibnitz, en los siglos XVII y XVIII de nuestro siglo.

Anteriormente se estudiaban los objetos en símismos, por sus formas y relaciones entre sus medidas. No se trataba del movimiento: Era una matemática estática. El cálculo infinitesimal permitió estudiar el movimiento, los fenómenos de la Física y los resultados fueron extraordinarios, los fenómenos se pudieron predecir con toda exactitud, tanto en dimensión, como en tiempo (Fracción de segundos). La matemática conservó su cualidad de exacta, y lasciencias suceptibles de su tratamiento se llamaron CIENCIAS EXACTAS.

Entonces podemos audazmente llamar a estos fenómenos ----- como Matemática Clásica, tradicional o de otra manera; y a la que hoy vivimos, actual, moderna o NUEVA MATEMATICA.

Lo curioso es que toda esta nueva matemática, que aspira a ser útil en muchas más ramas del saber que la otra llamada -clásica, aún llegando a resultados pocos precisos, limita en cambio con gran precisión los márgenes de error; es decir; la precisión escapa en el resultado, pero se fija en sus límites de variabilidad. Por esto debe eser una matemática también o -mejor fundada que la clásica. De ahí quizás la idea de: ------------¿ Cuántas matemáticas existen en la actualidad ?

1.1.3. Matemática Moderna ?

Hace unos veinte años se extendió por el mundo la ola de la matemática moderna. Primero en lasUniversidades, donde tuvo menos dificultades, luego en la Escuela Media, donde ya costómás, y finalmente en la escuela primaria donde, por razones --obvias ha tenido que sortear un sinnumero de problemas, en ---parte porque sus dificultades son tales, propias, complejas,--delicadas en sumo extremo, ya que dado el aspecto formativo --que deben tener el encauzamiento a lograr deben ser tratadas -con un sentido propio.

Pero, realmente podremos llamarlas matemáticas modernas?, nos dicen diversos autores, que realmente habría de señalarsele otro calificativo, porque de modernas, han surgido varias--que se atribuyen ese nombre.

Por ejemplo:

La Matemática de Euclides (300 A.C.) fué la primera ----matemática que recibió ese nombre, que se aplicaba en la Geo--metría.

A las Matemáticas de Issac Newton y Leibnitz (S.XVII - XVII, D.C.) se aplica este nombre, al conocimiento del cálculo.

Es la segunda matemática moderna en aparecer.

Y por última la de George Cantor, aplicable a la Teoría -- de Conjuntos, es la tercera matemática moderna en aparecer.

Así pues, el nombre que mas le acomodaría sería el de Matemáticas Actualizadas, quizá.

1.1.4. El Nombre.

El de matemáticas actualizadas, podría ser el nombre que - recibiera, dado el enfoque que debe realizar la matemática -- actual, para servir a otras ciencias, como: La Economía, La -- Estadística, Computación, etc. Realmente es una actualización o adaptación de las mismas hacia nuevas metas u objetivos .En lo particular me inclinaría por el nombre de, - - - - - - - - ---------- "" MATEMATICA ACTUAL "" .

1.2. CARACTERISTICAS

1.2.1. Amplia, no limitada.

Debemos concretar el cómo es la matemática, contestando,- ES AMPLIA, la actual, porque sienta sus bases en la compren--- sión de toda ella. AMPLIA, porque se avoca al estudio de lo -- que nace y muere, y no como la tradicional que: El hombre, las plantas y los animales quedan fuera de ella. Ahora no, se dan métodos o, procedimientos, formas, valores de interpretación- de la Naturaleza, la creatividad humano teórica; la transfor-- ción indirecta de la Naturaleza. (2)

1.2.2. Práctica y realista

En contradicción con la teoría de la matemática es -------

---------- (2) MANUAL DE DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS,- ANUIES.- 1982.

REALISTA, porque se ocupa ante todo de objetos y elementos --prácticos, en donde el alumno vé fácilmente resultados de ellos, es por ello más comprensible y es que no se contenta únicamente con satisfacer la necesidad de una interpretación simbólica, sino que: Encuentra un método de desarrollo, tiene una expansión libre, alcanza puntos de vista más elevados, abstractos y generales, es decir, no se vá unicamente al conocimiento de figuras regulares, sino abarca también a las de conformación más irregular, que es lo que más se observa.

1.2.3. Razonable, no mecánica.

La matemática actual se preocupa por el razonamiento, la inducción es una valiosa ayuda, deja a un lado u ocupa poco de la mecanización, en contraposición de la tradicional en que la mecanización es importante. A la matemática actual le preocupa más que el alumno sepa que es lo que vá a hacer, y es secundario el que se equivoque en las operaciones, porque será un error de forma , más no de contenido.

1.2.4. Flexible y probable.

En contraposición a la matemática tradicional que es rígida en sus conceptos, que busca la precición y la exactitud en sus afirmaciones, la nueva matemática es FLEXIBLE. Pierde un poco en exactitud, pero es rica en situaciones o fenómenos en donde se aplica; y es que quizás pasando un límite de aplicación, la primera pierde terreno en lo práctico.

1.2.5. Atractiva, no árida.

Esa nueva forma de apreciar los fenómenos matemáticos-- rompe con la aridez de la tradicional ; con los nuevos enfoques que se presentan la hacen atractiva, con vida. En todo momento trata de ser interesante y mantiene vivo el interés del estudiante por seguir cada una de sus etapas (Iniciación, desarrollo,aplicación y la evaluación); usa materiales vivos, contiene más material ideográfico, sus textos pueden ser ilustrativos y llamar la atención del alumno hacia el maestro. A este-- último le simplifica su labor, sobre todo lo ejemplificante.

1.3. CONCLUSIONES.

1.3.1. Evitar confusiones.

Dado los adelantos de las ciencias, el roce que las ciencias necesitan del instrumento matemático, estas han sufrido-- ciertos cambios de consideración. Peros debemos de tener cui-- dado y no pensar que las llamamos, nuevas; porque nos aportan una nueva forma de lenguaje, símbolos o procedimientos, sino - que su mayor logro es que simplifican su apreciación y manejo ya que estas nuevas matemáticas o contemporáneas, no solo son un nuevo lenguaje; vienen a ser un lenguaje distinto, porque - es portador de pensamiento y métodos nuevos, es decir ... Son-mucho más profundas que un simple lenguaje. (3)

POR LO AQUI SEÑALADO. La matemática actual no debe confundirse con:

- LA TEORIA DE CONJUNTOS.
- LA SIMBOLOGIA QUE SE EMPLEE.
- LA LOGICA MATEMATICA.
- LA NUEVA TERMINOLOGIA.
- EL POCO USO DE LA MECANIZACION.

Estos son medios que ayudan a la nueva matemática a su -- comprensión, aplicación u obtención de resultados en el aprendizaje .

1.3.2. División, clasificación.

Hoy dentro de la matemática contemporánea ha surgido una nueva clasificación o división. En esta época surge la llama-

------- (3)LA NUEVA MATEMATICA.- Biblioteca Salvat de -- grandes temas. México, 1982.

da Teoría de los Conjuntos; que dá el inicio de la actual matemática moderna, con su autor George Cantor (1845 - 1918), que-se complementaa con el Algebra de Emy Noether (1822 - 1935)-E. Artin (1898 - 1966) y Van Der Warden (1903), en donde actualmente toda la Matemática Pura, se basa en la Teoría de -Conjuntos, que ha sido sistematizada por las modernas estructuras algebraicas. (4)

La Teoría de los Juegos, La Teor ía de la Información, --en general, toda la Ciencia de la Computación (Informática) La Topología y la Topografía, La Contabilidad y Estadística --(Economía), Matrices ... etc. Todo ello ha dado lugar a una clasificación de la matemática actual.

1.3.3. Personajes.

A todo lo anterior, han contribuido personajes en los ---últimos cien años, tales como:

- CANTOR, con su Teoría de Conjuntos.
- BOOLE, con la Lógica Matemática.
- GALOIS, con la Teoría de Grupos.
- GILBERT, con el Formalismo.
- PEANO, con la Terminología Simbólica.

1.3.4. Peligros.

Los peligros de la doble face de la matemática son dos,--la polarización en un solo aspecto y la extrapolización más --allá de sus límites. La polarización es peligrosa, principalmente en la enseñanza, como veremos más adelante: Toda ense--ñanza polarizada en una de las dos faces de la matemática, --será incompleta y dará una información defectuosa; en cuanto a la extrapolarización, que es un peligro inherente a toda --

---------- (4) MATEMATICAS DE AYER Y HOY. DIDACTICA DE LA MATEMATICA MODERNA.- Castelnuovo Emma.- Edit. Trillas, Mex.'80

ciencia y a toda filosofía, en la matemática es totalmente ---peligrosa por su falta de verificación experimental .(5)

En el sentido práctico, hay quien pide a la matemática -- mucho más de lo que puede dar. Especialmente hoy cuando la -- ciencia ha dado al hombre tantos nuevos elementos como para -- hacer la vida más duradera, intensa y cómoda.

1.3.5. Concretando.

LA MATEMATICA MODERNA ES EN PRINCIPIO, LA MISMA MATEMATICA CLASICA, SOLO CON NUEVAS ADQUISICIONES:

- EL LENGUAJE DIFERENTE EN QUE ESTA ESCRITA
- EL METODO ES DIFERENTE, CON EL QUE SE TRABAJA
- LAS ESTRUCTURAS EN QUE SE MUEVE, SON DIFERENTES.

---------- (5) LA EDUCACION MATEMATICA, HOY, Colección--- "" HAY QUE SABER "" Santaló Luis A., Edit. Trillas.

2. DESIGUALDADES.

2.1. GENERALIDADES.

2.1.1. Introducción.

Durante la última década, se han establecido una serie de discusiones acerca de lo que se ha dado en llamar "Matemática Moderna", en contraposición con las "Matemáticas Clásicas".--- ¿Quiere decir ésto, que existen dos clases de matemáticas ?--- No; realmente lo que ha venido sucediendo es lo siguiente:

Históricamente, el primer concepto matemático que apareció en la mente humana fué el de "Conjunto". Desde el momento en que apareció el hombre sobre la tierra, ya surgieron los números; pues, al tener conciéncia de su existencia, y de la existencia de seres semejantes a él, también fué creado el número.

Ciertamente no hubo entonces ser humano que se diese cuenta de ello, y, por otra parte, hubiese sido necesario un alto grado de abstracción para ver siquiera la duplicidad de objetos. No; los primeros números "visibles" aparecieron hasta que hubo "conjuntos" de cosas iguales: Hombres, frutos de la tierra, estrellas o monos.

Aún así, los números tuvieron que esperar bastante para ser descubiertos

A fines del siglo pasado se hizo indispensable hacer una estructuración de los conocimientos matemáticos acumulados por el hombre a través de los siglos; y los matemáticos se lanzaron de lleno a esta ardua tarea.

No es pues, nada raro que esta reestructuración partiera de ciertos conceptos "intuitivos" en la mente humana, tales como "Conjunto", "valor de verdad", "Proposición", "línea", etc y que luego se establecieran los axiomas necesarios para interrelacionar estos conceptos de tal manera que el edificio matemático quedase lo más completo posible, pero sin perder generalidad. (1)

Podríamos comparar este nuevo ordenamiento con una pirámide invertida en cuyo vértice se encuentra la Teoría de Conjuntos, y a partir de ella se desarrollan todas las demás "ramas" de la matemática, Algebra, Cálculo, Geometría Analítica, etc..

Como era de esperarse, se presentaron en esta reestructuración, los inevitables problemas de semántica, que fueron resueltos gracias a la ayuda de la Lógica Matemática que permitió que, por lo menos, se eliminase la ambigüedad en el lenguaje matemático.

---------- (1) APUNTES DIDACTICOS.- CENTRO DE DIDACTICA DE LA U.A.S.L.P. CURSO DE MATEMATICA, 1974. MEXICO.

A esta matemática, que no es más que, como habíamos di-- cho anteriormente, una restructuración y un ordenamiento lógico y congruente con las estructuras mentales existentes ya en la mente humana, se le ha llamado "Matemática Moderna". Pero - obviamente, casi todos los conocimientos de la MATEMATICA CLA- SICA.

Quedan incorporados a esta "Matemática Moderna", los as-- pectos formativos y técnicos de la aplicación, que en la rea-- lidad forman un Ente invisible, será entonces cuando se logre un máximo beneficio.

" Uno de los temas que más han ocupado los matemáticos-- desde la antigüedad, ha sido el estudio de las ecuaciones, en vista de que estas aparecen naturalmente como problemas coti-- dianos. En consecuencia encontrar métodos para obtener sus so- luciones ha sido una de las principales ocupaciones de la an- tigüedad,y en la actualidad naturalmente.

Se ha llegado actualmente a un conocimiento del tema, — bastante profundo, completo, dando bastante amplitud en este - campo para poder trabajar en él.

Por otra parte, otro tema que,aunque surgió posteriormente ha ido cobrando gran interés,es el de las "Desigualdades" . — Dentro de las matemáticas este es un tema relevante en el es— tudio del cálculo diferencial e integral, como también es de- suma importancia en matemáticas aplicadas a la economía, Comer cio, Computación y otros...".

Y es que tradicionalmente unicamente se hace uso de la — aplicación de la igualdad en sus dos particularidades: la iden tidad y la ecuación; y se exige una exactitud milimétrica, en- donde, en algunas ecuaciones, se le daba más importancia al —

aspecto mecanisista que racional o lógico.

Las desigualdades nos ofrecen un campo más amplio, en el margen de la probabilidad de una respuesta o solución y tal -- parece que ofrece nuevas modalidades, como el planteo formal - del problema, el modelo matemático de resolución y la aplicación de razonamientos de los pasos de la resolución.(2)

Tal es el problema que pretendemos abordar, "Las desigualdades".

2.1.2. Concepto de Desigualdad.

Definiciones.- La expresión $a \neq b$, que quiere decir: ----- " a no es igual que b ", según los valores particulares de --- a y de b, puede tenerse que: $a > b$, que se lee, " a es mayor que b ", cuando la diferencia (a - b) es positiva; y $a < b$, que se lee " a es menor que b ", cuando la diferencia (a - b) es negativa.

Así: 4 es mayor que -2, porque la diferencia: $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$, que es positiva.

-1 es mayor que -3, porque: $-1 - (-3) = -1 + 3 = 2$, que = es una cantidad positiva.

Así, -1 es menor que 1, porque la diferencia de: $-1 - 1 = -2$, y como es una cantidad negativa es verdadera la proposición; -4 es menor que -3, porque: $-4 -(-3) = -4+3 = -1$, que es una cantidad negativa.

Y de acuerdo con lo anterior cero es mayor que cualquier cantidad negativa .

---------MATEMATICAS II-I, U.P.N., SEAD. 1981, S.E.P. MEX 1980.

Así. 0 es mayor que -2, porque 0 - (-2)= 0+2 = 2, que es una cantidad positiva.

Por lo tanto: DESIGUALDAD es una expresión que indica que una cantidad es mayor o menor que otra.

Los signos de la desigualdad son: $>$, $<$, que se leen: --- "mayor que" y " Menor que"

MIEMBROS.- Se le llama primer miembro de una desigualdad a la expresión que está a la izquierda, y segundo miembro, a la expresión que está a la derecha del signo de la desigualdad

Así, en $a + b > c - d$, el primer miembro es $a + b$, y el segundo miembro es $c - d$.

TERMINOS.- De una desigualdad son las cantidades que estan separadas de otras por los signos (+) o (-), o la cantidad que está sola en un miembro, en el ejemplo anterior los términos son: a,b,c, y -d.

Dos desigualdades son del mismo signo o subsisten en el mismo sentido cuando sus dos primeros miembros son mayores o menores, ambos, que los segundos. Así, $a > b$ y $c > d$, son --- desigualdades en el miemo sentido.

Dos desigualdades son de signo contrario o no subsisten en el mismo sentido, cuando sus primeros miembros, no son ambos mayores o menores que los segundos miembros. Así, $5 > 3$ y $1 < 2$, son desigualdades en sentido contrario.

2.1.3. Propiedades de las desigualdades.

PRIMERA.- " Si a los dos miembros de una desigualdad se suma o resta una misma cantidad, el signo de la desigualdad---

no varía. Así, dada la desigualdad, $a > b$, podemos anotar: ---- $a + c > b + c$ y $a - c > b - c$. (3)

CONSECUENCIA.- Un término cualquiera de una desigualdad- se puede pasar de un miembro a otro, cambiándole el signo.

Así, en la desigualdad: $a > b+c$, podemos pasar "c" al -- primer miembro con el signo menos y quedará: $a-c > b$, porque - equivale a restar "c" a los dos miembros.

En la desigualdad $a-b > c$, podemos pasar "b" con signo - (+) al segundo miembro, y quedará: $a > b+c$, porque equivale a - sumar "b" a los dos miembros.

SEGUNDA.- Si a los miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por una misma cantidad positiva, el signo - de la desigualdad no varía.

Así, dada la desigualdad: $a > b$, y siendo "c" una cantidad positiva, podemos escribir: $ac > bc$ y $a/c > b/c$.

CONSECUENCIA.- Se pueden suprimir denominadores en una -- desigualdad, sin que varíe el signo de la desigualdad, por ello equivale a multiplicar todos los términos de la desigualdad, - por el m.c.m. de los denominadores.

TERCERA.- Si los dos miembros de una desigualdad, se ---- multiplican o dividen por una misma cantidad negativa, el -- signo de la desigualdad no varía.

Así, en la desigualdad: $a > b$, multiplicamos ambos miem-- bros por $(-c)$, o sea, se multiplica por $-1/c$, tendremos:---

---------- (3) Taniguchi Pablo, COMO SUPERAR LAS MATEMATICAS, AUNIBAR, ARGENTINA, 1984.

$- a/c < -b/c$.

<u>CONSECUENCIAS</u>.- Si se cambia el signo a todos Eodos los - términos, o sea, a los dos miembros de una desigualdad, el --- signo de la desigualdad <u>varía</u>, porque equivale a multiplicar - los dos miembros por (-1). Así en la desigualdad: $a-b > -c$, cambiamos el signo a todos los términos, tendremos: $b-a < c$.

<u>CUARTA</u>.- Si se cambia el orden de los miembros, la desi-- gualdad cambia de signo. Así, $a > b$, es evidente que: $b < a$ Si se invierten los dos miembros; la desigualdad cambia de -- signo. Así, siendo: $a > b$, se tiene que: $1/a > 1/b$.

<u>QUINTA</u>. Si los miembros de una desigualdad son positivos y se elevan a una potencia positiva, el signo de la desigualdad no varía. Así, $5 > 3$, elevando al cuadrado, $5^2 > 3^2$ ó --- sea: $25 > 9$.

<u>SEXTA</u>.- Si los dos miembros o uno de ellos es negativo y se elevan a una potencia impar positiva. El signo de las desigualdad no varía. Así, $-3 > -5$, elevando al cubo: -------- $(-3)^3 > (-5)^3$ o sea que: $-27 > -125$. Así, $2 > -2$; elevando - al cubo: $2^3 > (-2)^3$, o sea: $8 > (-8)$.

<u>SEPTIMA</u>.- Si los dos miembros son negativos y se elevan a una misma potencia par positiva. El signo de la desigualdad <u>SI</u> cambia. Así, $(-3) > (-5)$. Elevando al cuadrado: $(-3)^2 < (-5)^2$ y nos dá: $9 < 25$.

<u>OCTAVA</u>.-Si un miembro es positivo y otro es negativo y se elevan a una misma potencia par positiva los dos, el signo de la desigualdad puede cambiar. Así, $3 > -5$; elevando al cuadrado: $3^2 > (-5)^2 = 9 < 25$,<u>LO CUAL CAMBIA</u>, y $8^2 > (-2)^2$, elevado al cuadrado: $64 > 4$, <u>NO CAMBIA</u>.

NOVENA.- Si los dos miembros de una desigualdad son positivos y se les extrae una misma raíz positiva, el signo de la desigualdad no cambia. Así, sí $a > b$ y "n" es positiva, tendremos: $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$.

DECIMA.- Si dos o más desigualdades del mismo signo se suman o multiplican miembro a miembro, resulta una desigualdad del mismo signo. Así, $a > b$ y $c > d$, tendremos: $a+c > b+d$ y $ac > bd$.

DECIMA PRIMERA.- Si dos desigualdades del mismo signo se restan o dividen miembro a miembro, el resultado no es necesariamente una desigualdad del mismo signo, pudiendo ser una igualdad. Así, $10 > 8$ y $5 > 2$, restando miembro a miembro: $10 - 5 = 5$ y $8 - 2 = 6$; luego queda: $5 < 6$, CAMBIA EL SIGNO.

Si dividimos miembro a miembro las desigualdades: $10 > 8$ y $5 > 4$, tendremos: $10/5 = 2$ y $8/4 = 2$, luego queda $2 = 2$, IGUAL

2.2. CLASIFICACION.

2.2.1. Otras definiciones.

Una desigualdad es una expresión de cualquiera de las formas: $a \geq b$, $a \leq b$, $a > b$, $a < b$.

Donde: "a y b" son números reales.(4)

Así, se dice que la desigualdad es: $a \leq b$, es de sentido contrario que: a b, y recíprocamente. Así mismo, $a \geq b$, es una desigualdad de sentido contrario que $a < b$ y viceversa.

(4)H.L. Prousey V.D. Turner, Introducción a las Matemáticas, EDIT. TRILLAS,MEX. 1975.

Las desigualdades: $a < b$ y $a > b$, se llaman desigualdades estrictas, las otras se llaman desigualdades no estrictas o amplias.

2.2.2. Inecuaciones.

Desigualdades con una variable.- Que son llamadas también INECUACIONES, es una desigualdad en la que hay una o más cantidades desconocidas (incógnitas) y que solo se determina (verifica) para determinados valores de las incógnitas. Estas dos formas de llamarle, también reciben el nombre de desigualdades de condición.

Así, la desigualdad: $2x - 3 > x+5$, es una inecuación, porque tiene la incógnita "x" y solo se verifica para cualquier valor de "x" mayor que 8.

Principios en que se funda la resolución de las inecuaciones : La resolución de inecuaciones se funda en las propiedades de las desigualdades, expuestas anteriormente y en las consecuencias que de las mismas se derivan.

Resolución de inecuaciones con una variable.

Es conveniente partir de un problema para tratar cualquier tema de matemáticas, de esta manera el alumno, podrá dar se cuenta de su utilidad inmediata, en mi caso, despues de ver su práctica o antes, si el caso lo amerita; es conveniente realizar algunas prácticas en el que se le dá al alumno la mecánica, para que tome habilidades de despeje o práctica de balanceo de inecuaciones (ecuaciones en las igualdades).

PROBLEMA 1.

En una fábrica se arman mesas y sillas para antecomedores, cada antecomedor consta de una mesa y cuatro sillas, y un trabajador tarda 40 minutos en armar una mesa y 30 en armar una silla, se hace un pedido de 300 antecomedores, que hay que entregar en una semana. Si la fábrica tiene 11 trabajadores que laboran 8 horas diarias durante 5 días a la semana, y en el momento tienen 50 antecomedores en bodega, ¿ Podrá surtir el pedido en el plazo indicado ? (5)

PLANTEAMIENTO

PEDIDO: 300 - 50 antecomedores
SILLAS: 250 X 4
TIEMPO POR COMEDOR.-
= 160 min.

TIEMPO DISPONIBLE.-
26 400 min/sem.

Como no se puede armar un num. negativo de antecomedores será: X 0

MODELO MATEMATICO

$160X \leq 26400$ donde $X \geq 0$

$R = X \leq 165$ y
$X \geq 0$

SOLUCION MECANICA

$$\frac{160}{160} X \leq \frac{26400}{160}$$

$$X \leq 165$$

SOLUCION POR PROPIEDADES

1) A una inecuación se le puede dividir por un mismo número positivo y la inecuación no se altera

(5) Barriga Alejandro.- DESIGUALDADES, ANUIES-- México, 1975.

PROBLEMA 2.

A un carpintero le han encomendado un trabajo de forrar-- con formica la cubierta de una mesa que tiene de área 4 m^2.--- Si le dan mil pesos para comprar la formica y hay tres tipos-- distintos: (6)

La de tipo "A" que cuesta \$ 150.00 el m^2
La de tipo "B" que cuesta \$ 200.00 el m^2
La de tipo "C" que cuesta \$ 300.00 el m^2

¿ Qué tipo de formica puede comprar de tal manera que le- alcance con los \$ 1000.00 que le dieron ?.

Si representamos con la letra "X" el precio posible para- el m^2 de formica que se necesita, el costo de 4x no debe pasar de los \$ 1000.00 que se tienen, de tal manera que entonces el - modelo matemático nos quedaría " $4x \leq 1000$ ".

SOLUCION MECANICA

$$4x \leq 1000$$

$$X \leq \frac{1000}{4} \quad 1)$$

$$X \leq 250 \quad 2)$$

CON PROPIEDADES

1) Todo miembro de la igualdad puede ser dividido por un mismo num. positivo

2) Operando.

Como los precios de las distintas formicas son: \$ 150, -- 200 y \$ 300.00 la solución que encontramos es que: X   250.00 por lo tanto el carpintero puede escoger entre la de 100 y --- 200, puesto que el precio de éstas, cumple la condición de ser menor o igual que \$ 250.00.

---------- (7) Diaz Barriga J. Alejandro. DESIGUALDADES,- CECSA, México, 1979.

2.2.3. Sistemas de Desigualdades.

Un sistemas de desigualdades, son desigualdades que tienen soluciones comunes.

Por Ejemplo:

1.- Hallar que valores satisfacen a las desigualdades.
$2x - 4 > 6$ y $3x + 5 > 14$.

RESOLVIENDO LA PRIMERA

$$2x > 6+4$$
$$x > \frac{6+4}{2}$$
$$x > 5$$

RESOLVIENDO LA SEGUNDA

$$3x > 14-5$$
$$x > \frac{14-5}{3}$$
$$x > 3$$

La primera desigualdad se satisface para $x > 5$ y la segunda para $x > 3$, lugo tomamos como solución general de ambas la primera x es mayor que 5, ya que sera mayor que tres.

Luego el límite inferior de las soluciones es 5.

2.- Hallar el límite de las soluciones comunes a las desigualdades: $3x + 4 < 16$ y $-6-x > -8$

RESOLVIENDO LA PRIMERA

$$3x < 16-4$$
$$x < \frac{16-4}{3}$$
$$x < 4$$

RESOLVIENDO LA SEGUNDA

$$-6 - x > -8$$
$$-x > -8+6$$
$$-x > -2$$
$$x < 2$$

La solucion comun es: $x < 2$, ya que todo valor de x menor que dos evidentemente es menor que 4, luego 2 es el límite superior de las soluciones comunes.

PROBLEMA:

Un niño de 11 años al que le dió su padre $ 350.00 para comparar un reloj. El niño ha indagado acerca de los precios y la calidad de los relojes, y le informaron que los que cuestan menos de $ 250.00 son de mala calidad. El niño se pregunta entre que precios podría escoger uno que le guste y que no sea de mala calidad de manera que al agregar el I.V.A. no supere los $ 350.00 que le dió su papá.

PLANTEAMIENTO:

RELOJ DE BUENA CALIDAD: $x \geqslant 250$

AGREGANDO EL IVA. $x + (0.1)x \leq 350$

MODELO MATEMATICO:

$250 \geqq x$, y $x + (0.1)x \leq 350$.

$250 \leq x \leq 318.18$

RESOLUCION MECANICA

Pero $x + (0.1)x \leq 350$

$1.1x \leq 350$ (1)

$\therefore \quad x \leq 318.\overline{18}$ (2)

ENTONCES TENEMOS

$250 \leq x \; 318.18$

es decir
Será mayor o igual de 250.00
y menor de 318.18

RESOLUCION POR PROFIEDADES

1: Suma de t. semejantes

2.- A los miembros de una desigualdad.
Se le puede restar una misma
cant. a ambos miembros. . .

2.2.4. Desigualdades de Primer Grado con dos incógnitas.

Definiciones.

Sea ax + by c, una desigualdad de primer grado en dos incógnitas, una solucion de esta desigualdad es una pareja ordenada de números reales (r,s) que hacen cierta la relación ar + bs c.

El conjunto solución de la desigualdad es el conjunto de todos los elementos de R que dan solución a la desigualdad.

SEA EL PROBLEMA: Resolver la desigualdad $10x + 8y \leq 320$

Para realizarlo nos será de utilidad transformar la desigualdad en otra equivalente y aplicar las propiedades mencionadas en las desigualdades con una incógnita.

RESOLUCION MECANICA		R. POR PROPIEDADES
$10x + 8y < 320$		
si $x = 0$	1)	1) igualamos a cero para despejar una de las incognitas, aplicando el elem. neutro de la mult.
$8y < 320$		
$y < \frac{320}{8}$	2)	2) dividiendo $\div 8$
$y < 40$		
si $y = 0$	3)	3): Por el punto 1.
$10x < 320$		4) por el punto 2
$x < \frac{320}{10}$	4)	
$x < 32$		
$\therefore x < 32$ y $y < 40$	Respuesta:	$x < 32$ $y < 40$

PROBLEMA:

El Señor Grajales se dedica a distribuir ciertos artícu-- los; por cada artículo que entrega le pagan \$ 50.00. Durante - el mes anterior, él ha estado gastando un promedio de \$ 200.00 diarios una vez descontados los pasajes del camión o del taxi, se decide a rentar un carro de alquiler para aumentar sus ventas, la renta del carro le cuesta \$ 100.00 diarios, más \$ 1.00 por Km. recorrido.

¿ Cuál es el número mínimo de paquetes que debe entregar- en un día, para que siga ganando al menos los \$ 200.00, una -- vez descontados el costo del carro ?.

PLANTEAMIENTO:

x = ENTREGOS, 50x
COSTO DE LA RENTA: 100 + y
DIFERENCIA: 50 - (100 + y)

MODELO MATEMATICO

$50x - (100 + y) \geq 200$

RESOLUCION MECANICA

$50x - (100 + y) \geq 200$ 1)

$50x - 100 - y \geq 200$ 2)

$(100) + 50x - \cancel{100} - y \geq 200 + 100$ 3)

$50x - y \geq 300$

$-\cancel{50x} + \cancel{50x} - y \geq 300 - 50x$ (4)

$-y \geq 300 - 50x$

$(-1) - y \geq 300 - 50x (-1)$ 5)

$y \leq -300 + 50x$

R. POR PROPIEDADES

1) Sea la proposición dada
2) todo parent. precedido de signo (-) cambia sus signos interiores
3) Sumando 100 a ambos miembros
4) Restando 50x a ambos miembros
5) cambio del sentido de la desigualdad al mult. por (-1)

Respuesta: $y \leq -300 + 50x$

2.3. GRAFICACION.

2.3.1. GRAFICA DE DESIGUALDADES CON UNA VARIABLE

La gráfica de la solución de una desigualdad de primer -- grado con una incógnita, es una recta. En cambio, la solución de un sistema de desigualdades de primer gardo con una incógnita puede ser una semirecta, un intervalo, un punto o el conjunto vacío. (8)

Intervalos y semirectas.

Intervalo cerrado de extremos a y b: $[a,b] = \{x \in R / a \leq x \leq b\}$

Intervalo abierto de extremos a y b: $]a,b[= \{x \in R / a < x < b\}$

Intervalo semiabierto de extremos a y b: $]a,b] = \{x \in R / a < x \leq b\}$

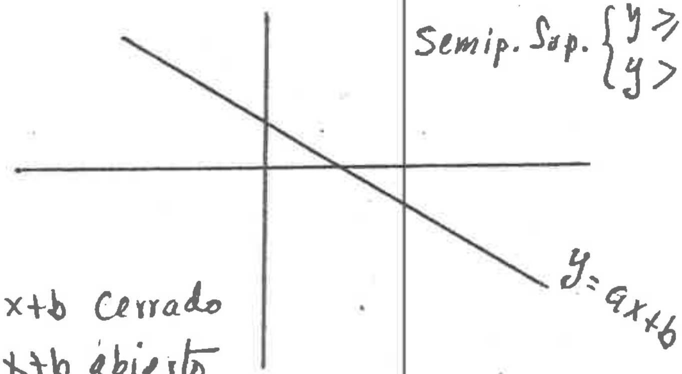
Intervalo semicerrado de extremos a y b $[a,b[= \{x \in R / a < x < b\}$

(La expresión $\{x \in R / a \leq x \leq b\}$ significa:" Conjunto de los números reales que son mayores o iguales que a y menores o --- iguales que b)

Semiplanos

Toda recta y= ax + b, divide al plano en dos semiplanos el inferior y el superior. Dichos semiplanos son cerrados si - contienen a la recta y abiertos si no contienen ningun punto - de ella

Semip. Sup. $\begin{cases} y \geq ax+b & \text{Cerrado} \\ y > ax+b & \text{Abierto} \end{cases}$



Semiplano Inf. $\begin{cases} y \leq ax+b & \text{Cerrado} \\ y < ax+b & \text{abierto} \end{cases}$

---------- (8) Pablo Taniguchi, COMO SUPERAR LAS MATEMATICAS. EUNIBAR, ARGENTINA, 1984.

Los métodos de graficación se basan en la idea de que todos los puntos de una línea numériva pueden asociarse exactamente con un Número Real cada uno, y que cada Número Real,--- puede asociarse exactamente con un punto de la línea numerica En otras palabras existe una correspondencia de uno a uno entre los conjuntos de puntos de la línea y el conjunto de los-Números Reales.

Recordamos que el punto de la línea numérica corresponde al cero se llama orígen y que el número asociado con un punto dado de la línea de los Números Reales se conoce como coordenada de ese punto.

Ejemplo: Resolver la desigualdad: $3x - 7 < x - 5$ y hagamos una gráfica de su solución.

RESOLUCION MECANICA

$$3x-7 < x-5$$

$$\cancel{(5)} + 3x - \cancel{7} < x - \cancel{5} + \cancel{(5)} \qquad 1)$$

$$\cancel{(2)} + 3x - \cancel{2} < x + (2) \qquad 2)$$

$$\cancel{(-x)} + 3x < \cancel{x} + 2 + \cancel{(-x)} \qquad 3)$$

$$\left(\tfrac{1}{2}\right) 2x < 2 \left(\tfrac{1}{2}\right) \qquad 4$$

$$x < 1$$

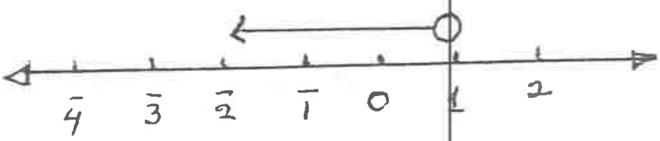
R. POR PROPIEDADES

1) Sumando 5 a ambos miemb.
2) Sumando 2 a ambos "
3) Sumando $(-x)$ a ambos "
4) multipl. por $\frac{1}{2}$ a ambos "

$R = x < 1$

El conjunto solución requerido es: $x/x < 1$, así, todos -- los Números Reales menores que uno satisfacen la desigualdad-original.

La gráfica de este conjunto solución es:



2.3.2 Grafica de un sistema de desigualdades.

Una ampliación del tema anterior es el sistema de desigualdades en la que se vá a graficar el planteamiento de un problema.

PROBLEMA: Luis compra tres plantitas y a pesar del descuento total de $ 4.00, tuvo que pagar no menos de 2 pesos.-- Antonia compra 5 plantitas y paga $ 12.00 más por una maceta!

¿ Entre que valores fluctua el precio de las plantitas?

PLANTEO

PLANTA: x

3 PLANTAS: 3x

DESCUENTO: -4

NO MENOR DE:

ANTONIA: 5x

MARIA: 3x

MACETA: + 12

MENOS:

MODELO MATEMATICO

$3x-4 \geq 2$

$5x < 3x+12$

RESOLUCION PARACTICA

1) $3x-4 \geq 2$ — 1) Problema

$3x \geq 2+4$ — 2) trasponiendo

$3x \geq 6$ — 3) Sumando

$x \geq \frac{6}{3}$ — 4) div. ÷ 3

$x \geq 2$

R. POR PROPIEDADES

2) $5x < 3x+12$ — 1) Probl.

$5x-3x < 12$ — 2) trasp.

$2x < 12$ — 3) Sumando

$x < \frac{12}{2}$ — 4) div ÷ 2

$x < 6$

R= $x \geq 2$
$x < 6$

La gráfica de este conjunto solución es:

PROBLEMA: ¿ Para qué valores de "x" se verifica simultaneamente la desigualdad: $8x - 16 < 8$ y $5x > 3$, ?

MODELO MATEMATICO

RESOLUCION PRACTICA

$8x - 16 < 8$ 1) Probl

$8x < 16 + 8$ 2) trasp.

$x < \frac{24}{8}$ 3) Sum. y ÷ 8

$x < 3$

R. POR PROPIEDADES

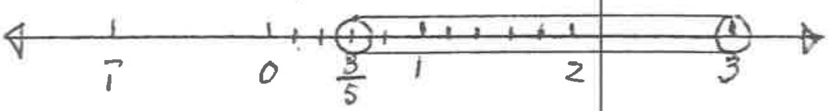
$5x > 3$ 1) trasponiendo

$x > \frac{3}{5}$

$x < 3$

$x > \frac{3}{5}$

La gráfica del conjunto solución es:



2.3.3. Gráfica de un sistema de desigualdades de primer grado con dos incógnitas.

Así como en el inciso anterior tratamos la gráfica de un sistema de ecuaciones lineales, en esta nos ocuparemos de la gráfica de un sistema de desigualdades del tipo:

$$ax + by \leq c$$

DEFINICIONES

Sea $ax + by \leq c$, una desigualdad de primer grado con dos incógnitas, una solución de esta desigualdad es una pareja ordenada de Números Reales (r, s) que hacen cierta la relación $ar + bs \leq c$.

EJEMPLO: Sea la desigualdad: $10x + 8y \leq 320$

MODELO MATEMATICO

RESOLUCION MECANICA

$10X+8y \leq 320$

$X=0$ 1) igualando a 0 p/desp. y

$8y \leq 320$ 2) dividiendo entre 8 miembro a miembro

$y \leq \frac{320}{8}$

$y \leq 40$

R. POR PROPIEDADES

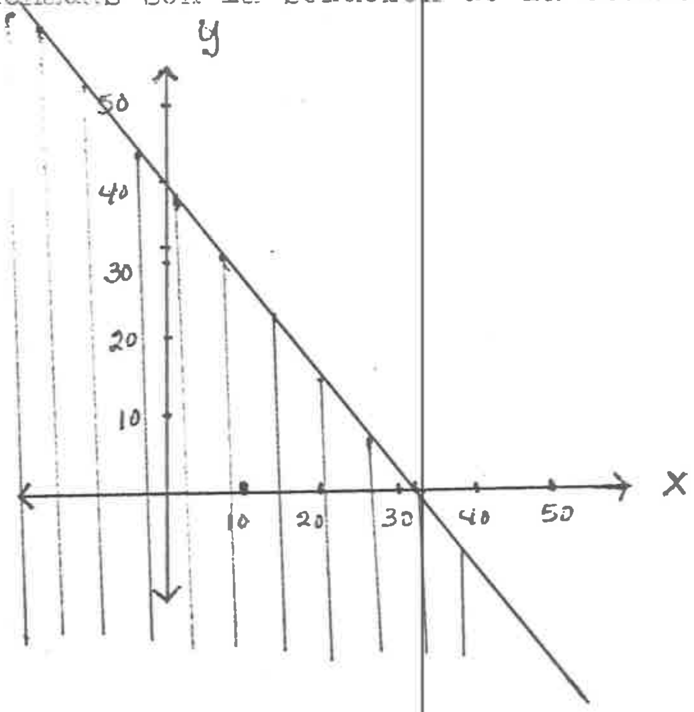
$10X+8y \leq 320$ 1) igualando a cero p/desp. y.

$y=0$ 1)

$10X \leq 320$ 2) dividiendo $\div 10$ a ambos miemb.

$X \leq 32$

La gráfica será una recta que podamos determinar con dos puntos cuyas coordenadas son la solución de la ecuación.



Sea el problema del Sr. Grajales, mencionado. En donde la solución es : y -300 + 50x, veamos su gráfica.

RESOLUCION MECANICA

$50x-100-y \geq 200$ 1)

$50x-100-y+100 \geq 200+100$ 2)

$50x-y \geq 300$ 3)

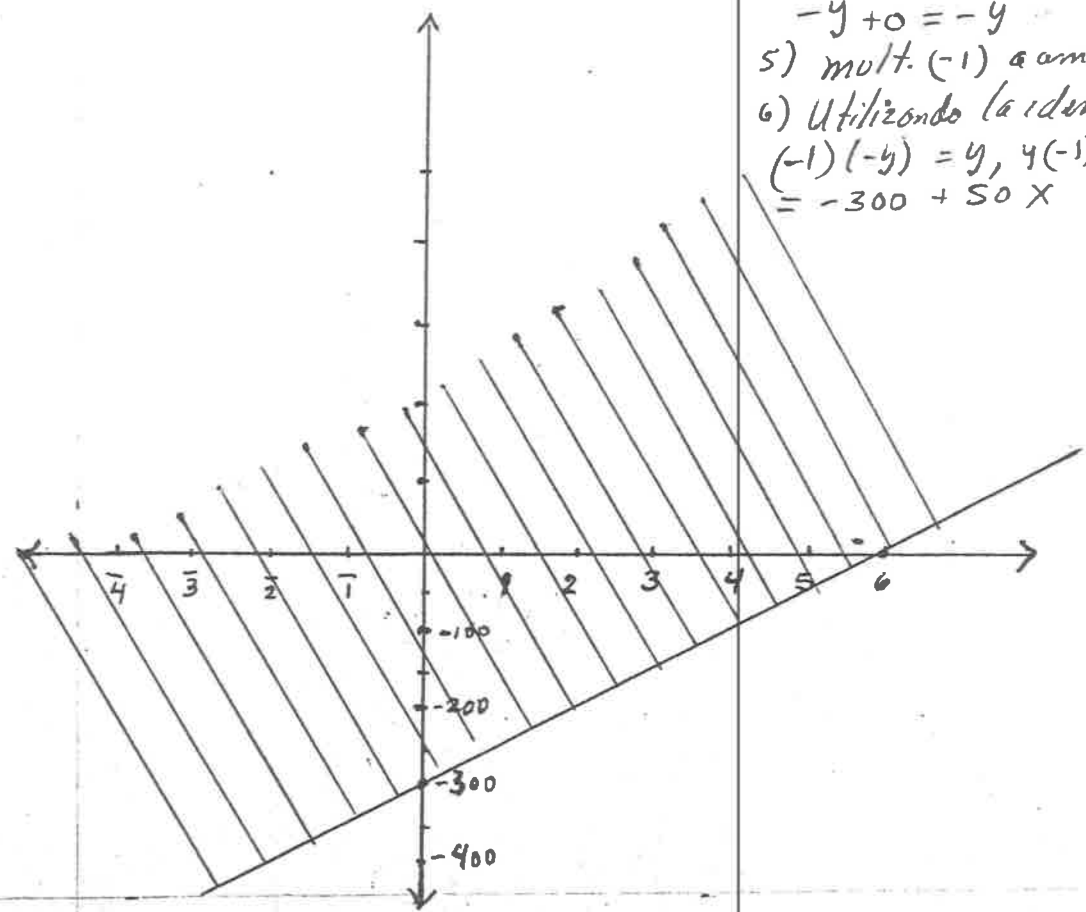
$50x-y-50x \geq 300-50x$ 4)

$-y \geq 300-50x$

$(-1)(-y) \leq (-1)(300-50x)$ 5)

$y \leq -300+50x$ 6)

X	$\bar{2}$	$\bar{1}$	0	1	2	3	6
y	$\overline{400}$	$\overline{350}$	$\overline{300}$	$\overline{250}$	200	150	0



R. POR PROPIEDADES

MODELO

$$\boxed{50x-(100+y) \geq 200}$$

1) Utilizando la identidad $-(100+y) = -100-y$

2) sum 100 a ambos lados de la desigualdad

3) Utilizando las identidad $-100+100=0$ $50x-y+0 = 50x+y$ y $200+100=300$

4) Utilizando las identidades $50x-50x=0$ $-y+0=-y$

5) mult. (-1) a ambos lados

6) Utilizando la identidad $(-1)(-y)=y$, $y(-1)(-300-50x) = -300+50x$

CAPITULO III.

REFLEXIONES MATEMATICAS

3.1. EL PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE

"...Cada generación dà nueva forma a las aspiraciones que configuran la educación en su época. Lo que puede surgir como marca de nuestra generación es el renuevo ampliamente difundido de una preocupación por la calidad y aspiraciones intelectuales de la educación, pero sin el abandono del ideal de que la educación ha de servir como medio para preparar bien equilibrados ciudadanos para una democracia."

J.S. BRUNER

3.1.1. Dos situaciones diferentes.

Sabemos perfectamente que la enseñanza no es solo, o principalmente, cualquiera de las actividades descritas, (como el arte de transmitir conocimientos, mostrar una verdad, demostrar una vivencia...) ni tampoco todas ellas tomadas en conjunto. Además, sabemos que ningun aspecto aislado de cualquier papel o actividad, permanece realmente aislado sino que, en la enseñanza actual, cada una se relaciona con las demás en el proceso de enseñar y aprender.

Aunque nadie pueda ver y comprender plenamente todo el proceso, nuestra esperanza es que, si se observa de cerca e imaginativamente (como si fuera a través de una cámara especial) esa parte o faces perceptibles enriquecerán en forma significativa y aclararán toda la ciencia y el arte de enseñar

Esta esperanza se basa en el hecho de que tales puntos de vista nos han ayudado a nosotros y parecen haber ayudado a alguno de nuestros alumnos que han entrado en el campo de la enseñanza. (1)

Nuestro gran deseo para los maestros en servicio es que muchos que enseñan o proyectan enseñar sean estimulados a pensar, estudiar y practicar lo que proporcione aun más luz sobre la vida y el trabajo del maestro, que todos los que enseñan puedan entrar por la senda del firme adelanto para llegar a ser maestros plenos y completos aunque la mayor parte de nosotros no lleguemos a conseguirlo por entero.

El enseñar y el aprender son dos situaciones que van de la mano, en una el maestro pone al alcance de alumno toda su experiencia cultural y en al aprendizaje el alumno, lo toma extractado, medulado, conciso, concreto y aplicable a situaciones dadas que lo capacitarán para experiencias futuras.

La medida como el alumno la resuelva con eficacia, la labor de la enseñanza habrá dejado un aprendizaje efectivo completo o incompleto.

---------- (1) Reynoso Carlos, EN BUSCA DE UNA NUEVA DIDACTICA PARA LA MATEMATICA, Serie Reforma Educativa, México, 1974

3.1.2. Aprendizaje auténtico.

Creemos que la matemática, con su gran valor formativo -- como área del pensamiento, ofrece particularmente una gran posibilidad. Es en la Matemática y en la lengua (El área común- que hoy llamamos de expresión, donde hemos estado impartiendo una enseñanza exclusivamente a base de mecanizaciones y de -- reglas que el alumno tiene que memorizar, creo que debemos cambiar, para que el niño, en lugar de llegar a ser "Un operante matemático" o "Aritmético", llegue a ser un "Pensador Matemático", es decir que las razone. Trabajar en la educación de - tal manera que se comprenda la relación entre la realidad y - el mundo de la matemática. Entre realidad,pensamiento y lenguaje.

Así, para ejercer una eficaz labor de maestro en este terreno, no hace falta estudiar una nueva matemática, así comprendida, sino actualizarnos en el campo de la simbología y alcance de la matemática actual.

Así mismo, ante todo, adoptar decididamente la nueva actitud didáctica que es constructiva del pensamiento, y trabajar denodadamente por dominar una nueva técnica o procedimiento didáctico, que represente una ayuda para formar el pensamiento de cada niño.

La nueva didáctica (Si así le podemos llamar) de la matemática, debiera consistir en nuevas técnicas, sobre todo actuales, de trabajo en las escuelas que permitiera ayudar al -- niño a " Apfender a pensar matemáticamente" , ya que -------- "Comprender" es inventar, o reconstruir por reinvención,y plegarse a tales necesidades si se quiere, en lo sucesivo,modelar individuos capaces de producción u de creación y no solo de -- repetición "" (2)

Y no solo a operar mecánicamente, es decir: que el niño - piense la matemática y con ello, vaya a aprendiendo a pensar- mejor, a adquirir con la práctica mejores técnicas de pensa-- miento; que vaya descubriendo por sí mismo los hechos matemáticos y la manera como puede aplicarlos a resolver sus reali-- dad de hombre.

Para conseguir todo esto, el maestro no debe limitarse a " Explicar " la matemática sin más ni más, debe poner los hechos matematicos como " Hechos reales " a descubrir, como -- situaciones reales a investigar. Y, luego, participar con el niño en la investigación, ayudar al niño con sencillez y comprensión para que el propio niño encuentre el camino y descubra esos hechos matemáticos. O sea , En lugar de ser un sim-- ple transmisor de conocimientos transmitidos (Cosa que po--- dría hacer cualquier tipo de máquina de las que el hombre ha inventado en la actualidad), el maestro debe ser creador de acciones vivas de investigación y descubrimeinto en las que -- participan todos los niños de su grupo. Su papel es inventar - esa acción con la mayor realidad posible, traer a la escuela el espíritu de investigador, el espíritu científico y dejar al --- niño el papel de descubridor, la alegría y el valor formativo- del descubrimiento .

3.1.3. Aprender matemático

Reafirmando las palabras del anterior capítulo, concluiremos diciendo: ¿ Qué es aprender matemática ?. (3)

- COMPRENDER — No solamente conocer o recibir pasivamente conocimientos.

---

(2) Gordon Thomas, M.E.T. EDIT. Diana, México, 1980.

(3)

- VALORAR — Aceptar como algo importante útil y de trascendencia para su vida personal

- ASIMILAR INTERNAMENTE — Hacer suyos la comprensión y los valores adquiridos de tal manera que pasen a formar parte activa de su personalidad.

UN METODO — NO UN CONJUNTO DE SISTEMAS Y PRINCIPIOS DOCTRINALE "RECETAS"

De interpretación humana de la naturaleza.
Creatividad humano teórica transformación indirecta de la naturaleza.

3.2. BASES FUNDAMENTALES DE LA ENSEÑANZA ACTUAL.

3.2.1. Necesidad de nuevas orientaciones didácticas.

Cada día son más las actividades humanas cuyo desarrollo exige, de una manera u otra, un cierto estilo matemático de actuar, aparte el conocimiento más o menos profundo de ciertos esquemas más o menos profundos también matemáticos el hecho del resultado de observaciones sobre hechos, procesos e incluso actitudes.

(4) Ya no es posible limitarse a enumerar una lista de conocimientos de cálculo muy preciso (Las operaciones primeras, la regla de 3, la aritmética mercantil, un ligero cálculo de áreas y volúmenes) o a aumentar esa relación con otros conocimientos que en tiempos pasados pudieron considerarse inabordables

(4)- Enciclopedia Técnica de la Investigación , Vol. III.

en la escuela. Nada de ello serviría en la vida de adulto, entre otras cosas porque una de las características del cambio de necesidades matemáticas es precisamente la distinta jerarquía a que ya queda relegado el cálculo simplemente mecánico de lápiz y papel. Y no solo a lo que se refiere a las primeras operaciones aritméticas; pensemos, por ejemplo, cuanta imp -- tancia han perdido los procedimeiёntos de aproximación numérica en cálculo de ecuaciones o en cálculo de integrales definidas que no hace mucho resultaban indispensables. Ahora importa más familiarizarse con la construcción de esquemas mentales, - susceptibles de aplicarse a situaciones cambiantes, que en la práctica no podemos precisar, y eso porque la técnica misma es la cambiante, y no permanece en procedimientos fijos que duren una generación.

Todo ello ha exigido que en la enseñanza se produzca no-solo cambios de contenidos, de cuestionarios y programas, sino también y principalmente un cambio de procedimientos de enseñanza, un cambio de los anteriores métodos didácticos, porque hay que proporcionar otros esquemas mentales a muchos más --- alumnos para otro tipo de vida.

La situación de los problemas didácticos actuales no se - puede describir, ni superficialemente, si no se contemplan al - menos los tres panoramas sigu ientes:

- El de la construcción actual de la matemática como ciencia.
- El de los objetivos que debe tener hoy la enseñanza escolar de la matemática.
- El de los estudios en curso sobre el proceso del aprendizaje infantil.

3.2.2. Objetivos de la matemática

Varios objetivos generales pueden mencionarse respecto al de la matemática: Casi todos los docentes estan de acuerdo que hasta los 14 ó 16 años la formación matemática debe versar -- sobre la información, no tiene sentido limitarse a proporcionar al alumno formulas, frases, definiciones, recetas, definiciones; la intención es la de formar un estilo de actuación,- lo que otras veces hemos descrito como " entrenar la capacidad de razonamiento.

Otro objetivo es ir formando el aspecto estructural de la matemática actual, es decir, otro de los objetivos fundamentales de la enseñanza será conseguir que el alumno sepa pensar- en términos de estructuras matemáticas, lo que supone saber -- distinguir entre lo escencial y lo accesorio, saber reconocer aspectos comunes en situaciones aparentemente distintas.

Otros objetivos importantes son el desarrollar la Lógica infantil y el adquirir métodos de actuación sistemática ante las situaciones.

Otros objetivos menos generales pueden ser los siguientes; la adquisición de automatismos de cálculo elemental, este objetivo de la matemática clásica subsiste y a nuestro juicio es el de mayor importancia. No se trata de la memorización de -- reglas sin justificación, sino de la elaboración propia de procesos que se descubren primero y que, despojados después de -- toda referencia marginal, se depuran más tarde para utilizarlos mecánicamente, sin necesidad de justificar a cad paso detalles.

Otro objetivo específico puede expresarse como " Elaborar el lenguaje oral y el simbolismo matemático ", pues las - construcciones matemáticas que se consigan han de expresarse -

coń claridad y precisión y con rigor.

Un último objetivo es " Conseguir el hábito de la matematización " , cuyo significado más preciso es el de conseguir la contemplación de las situaciones con referencia a las ya -- conocidas, lo que equivale a repensar lo conocido a la luz de la nueva experiencia.

3.2.3. Experimentación y matemática.

Puede afirmarse que Piaget y su escuela son los que han llevado a cabo los estudios más extensos sobre la evolución de las estructuras mentales del niño y sobre la relación existente entre ellas y algunas estructuras matemáticas, Piaget sostiene que en el niño existen unicamente tres generos de estructuras elementales, a las que en cierto sentido, hace corresponder, respectivamente, las estructuras matemáticas algebraicas, de orden y topologicas, aunque éstas deben entenderse como bastante más generales que aquellas. Del examen de las relaciones existentes entre esas estructuras matemáticas y -- aquellas estructuras del niño, Piaget llega a la conclusión-- de que el paso de una estructura a un concepto matemático, no puede realizarse por simple introspección, y la aceptación -- general de esta tésis ha repercutido, obligadamente, en ciertos puntos de los métodos actuales de enseñanza.

Por otro lado Piaget ha investigado lo que llaman las --- raíces genéticas de la matemática pura; deduce que la experiencia matemática no es una experiencia acerca de objetos, como - puede serlo la experiencia fisica; y eso aún cuando el niño, - hasta edades avanzadas, generalmente después de los 12 años, - se vé obligado a comprobaciones empíricas de sus resultados - matemáticos antes de darlos por ciertos.(por ejemplo la con-- cepción entre el peso físico de un objeto al compararlo con-- otro en el cual se vale por su apreciación de sus sentidos el niño, y la apreciación lógica de el contar y comparar cantida des o sea la relacion que puede existir entre el ordenar y el contar.

En cuanto al mecanismo por el que el niño adquiere un -- nuevo conocimiento, a partir de los resultados de sus acciones sobre los objetos y de las coordinaciones que ha de realizar entre ellas, Piaget piensa que la abstracción por la que se - llega a un nuevo conocimiento obliga a realizar una verdadera construcción mental. Si ello es así, hay que concluir que no es posible reducir la construcción matemática del niño a una simple interpretación empirista, puesto que en niveles avanzados el niño puede prescindir de los objetos.

3.2.4. La Evolución intelectual y el aprendizaje matemático.

La evolución intelectuala se realiza en el niño en eta-- pas diferenciadas, esto es algo que en la actualidad admiten todas las escuelas psicopedagógicas. Particularizando nuestro recuerdo a las tesis de Piaget, así como partiendo de la edad de cuatro años , las etapas son:

- De 4 a 7 años Pensamiento intuitivo, ciertos comien-- zos de lógica hacia las informaciones recibidas.
- De 7 a 12 años, etapa de las operciones concretas, actividad mental activa a casos y objetos concretos, adquiere el concepto de medida y se puede incluir el conocimiento del nú-- mero natural.
- De 12 a 15 años, es capaz de razonar deductivamente so-- bre hipótesis verbales , el niño es capaz de expresarse en un lenguaje formal.
- Este tipo de edades son aproximadas.

La función del aprendizaje en este desarrollo, en que --- aparecen estructuras naturales aceleradas en cierto modo por

por el aprendizaje.

Esta aseveración tendría respuesta en la intención del método de enseñanza que se siga y se proponga en las activi-- dades matemáticas escolares.

Las respuestas que se dan son de tres tipos.

a).- Las que afirman la interdependencia del aprendizaje y del desarrollo, los efectos del primero dependen del nivel del desarrollo intelectual alcanzado. Pero a su vez el acceso a cada nivel se vé facilitado por el aprendizaje.

b).- La respuesta dada por la escuela de Piaget, que sos tiene que las estructuras mentales naturales no pueden adqui rirse mediante el aprendizaje, este favorece unicamente adqui siciones empíricas particulares. Es decir que la eficacia de-- aprendizaje depende del nivel de desarrollo alcanzado.

c).- La respuesta que afirma la primacía del aprendizaje está defendida principalmente por Bruner, quien asegura que-- un aprendizaje realizado adecuadamente puede provocar apari-- ción de las estructuras mentales de otra categoría que toda--- vía no han alcanzado.

c).- La respuesta que afirma la primacía del aprendiza-- je. Está defendida principalmente por Bruner, quien asegura -- que un aprendizaje realizado adecuadamente puede provocar la - aparición de estructuras mentales.

Según eso, no es necesario esperar la aparición espontá nea de cada estructura mental para realizar entonces las ac- tividades adecuadas. Por el contrario es el proceso del apren dizaje el que permitirá que aquellas estructuras vayan formán- dose en la mente infantil.

Resulta entonces que cada adquisición, cada conocimiento, o al menos cada sistema de conocimientos, debe de ser utilizado, manejado por el niño, en tiempo anterior al momento en que se pretenda ser enseñado con o en profundidad. En este punto importantisímo por sus repercusiones sobre el método de enseñanza a emplear, la exposición de Bruner puede sintetizarse en los términos siguientes.

Para representar al mundo existen tres modalidades:

a) Representación mediante imágenes
b) Representación mediante acciones
c) Representación mediante símbolos, escritos u orales.

3.3. LA MATEMATICA EN LA ESCUELA PRIMARIA.

3.3.1. Alfabetización matemática.

Entendemos por escuela primaria la de los alumnos cuyas edades fluctúan entre 5 y 12 años de edad. El estudio cuantitativo y cualitativo de sus programas, metodología y técnicas es de importancia fundamental, ya que en la mayoría de los países se les dá suma importancia a este nivel por ser, la única enseñanza de tipo obligatorio para el ciudadano; por ello se debe de enseñar lo medular, importante y necesario de lo que se creé se debe saber, en determinado país.

Se le denomina"alfabetización matemática", y es considerado a todo ciudadano que desconozca lo que se enseña en este nivel en lo referente a matemática elemental, un analfabeto matemático. Es conveniente hacer resaltar que en las campañas que todo país realiza para alfabetizar a la población que lo necesita, debería incluirse este tópico de incluir la enseñanza de la matemática actual, de esta manera la población del-- país estará a corde a los requerimientos tecnologicos modernos.

Anteriormente, el contenido de la matemaática conssistía-- si acaso en la enseñanza de las cuatro operaciones fundamentales con numeros naturales y racionales positivos, algunas de-- finiciones geométricas y las áreas de los cuerpos y figuras -- y cuerpos más simples y regulares, la metodología era dejada en manos del maestro y la evaluacion se hacía con base en cálculos y memorizaciones de términos,reglas y definiciones.

Se daba poca importancia a la comprensión y analisis del - problema, operaciones y planteamientos. En cuanto en geometría las figuras irregulares no gozaban de una atención debida, así como su semejanza con la naturaleza, ya que no eran figuras -- que admitieran una tratamiento exacto y por lo tanto matemá--- tivamente eran desechadas.

Desde hace unos 20 años aproximadamente surgío la idea -- de una actualización matematica, sobre todo en lo referente a su apreciación de los conceptos matematicos, su lenguaje, simbolismos, pero sobre todo se dió paso al tratamiento de la -- Lógica formal, La Estadística, Informatica y una serie de --- nuevos aspectos matematicos que vinieron a revolucinar la educación elemental, entre ellos se incluía notación y operacio-- nes de conjuntos, lógica y estadística, algoritmos y un tratamiento especial al analisis de problemas; en los grados inferiores de la escuela primaria se incluía la comparación con figuras y formas de la naturaleza,así mismo se hacía del sujeto de la educación un alumno participante de su aprendizaje, es de-- cir , " aprender a aprendiendo "

3.3.2. La Matemática formativa.

Debe buscarse en la enseñanza que los alumnos no solo o--- peren , sino que piensen y empiecen a razonar, no hay duda de ello, es posible; en la edad de la escuela primaria los alumnos estan capacitados de cierto grado de razonamiento inductivo — deductivo. Se trata solo de moldear estos conocimientos, dándoles una forma matemática, en formas de juegos o diversiones — que sin darse cuenta los inicien en la formación de ciertos — hábitos numéricos.

La enseñanza formativa va de la mano de la enseñanza activa- el alumno debe ser un participante activo de su propia enseñanza. Asi: El alumno en el tercer año de la escuela primaria, para tratar los temas referentes a la operacion de multiplicar,- primero se le inicia en la relacion de conjuntos " agrupar "— para que vea cuantas veces se sucede una repetición numeríca, despues se le inicia en registar esas repeticiones y asociarlas con el número, más tarde despues de manipularlo varias veces se le hace saber la abstracción de registarlo como " Tantas— veces " hasta que lo llevemos a que lo relaciones con el "por".

Desde luego esta enseñanza en la que se ponen en juego la razón y los sentidos tiene cierto grado de dificultades, que si el maestro con tacto lo va encaminando por los pasos naturales de la lógica matemática, puede evitar la mecanización y memorización visual del procedimiento.

No hay que olvidar que la repetición crea el habito o costumbre pero no el aprendizaje, para ello hay que incluir el razonamiento y la comprensión, pero sobre todo "EL MODELO" que le permitira asociar el problema con otro semejante y enriquecer de esta manera su memoría matemática.

3.3.3.- Actualizar las aplicaciones de la matemática.

De ninguna manera podemos pensar que la matemática ac— tual puede descuidar el cálculo, lo que se pretende es que — el alumno llegue a comprender lo que está haciendo y para que le vá servir, tratar problemos aunque no dificiles o con cier to grado de dificulta si con una practicidad que le beneficie-- este proceso no tende c eer que el alumno drá desarrollar-- cuantificaciones con más dígitos, o agr más decimales a las one iones, sino dominarlas.

En algunas ocasiones hemos oido que con estos procedimientos el alumno no prodrá llegar al dominio del cálculo, quizas pueda ser cierto pero ello se debe en gran parte a nosotros los maestros que no tenemos un dominio de la técnica o a la ineficacia de la enseñanza.

Debemos entender que la matematica actual no solo trata d de esolver los mismos problemas que la tradicional, sino que no quiere desatenderse de ninguno de los que se presentan en - la vida diaria, aunq e en ocasiones no peuda darles solución - exacta. Se entiende que debe perder la rigidez que antes poseía y el trato que se ledaba a su enseñanza en la que se le relaci naba con ejemplos que eran dificiles de creer o al menos de -- aplicar, como el de saber cuantos centimetros cuadrados hay en 3 Has. cuantos horas dias minutos .... tardaran un obrero... sino esos mismos problemas pero encaminados a situaciones---- creibles, como medir sus pertenencias con un modelo de medida acorde a las dimensiones, on un problema pero que el alumno vive o su familia, como porcentajes, estadísticas, frecuencias etc.,de esta manera el niño se habrá de familiarizar con los-- problemas matemáticos y les encontaraá beneficio.

3.3.4. El fín y los medios

El fín en la matematica por lo tanto será, como el ir construyendo en la cabeza del alumno y en su posibilidad de acción una parte del edificio del cálculo, descubre una gran escalera que vá subiendo a estadios superiores, descubre sus posibilidades en él,mismo, inventa juegos y acciones con los instrumentos y conocimientos que aprende a emplear cada vez mejor, puede --

resolver situaciones, investigarlas y salir de ellas con una respuesta, " Eso es la matemática"

Los medios serán tan inmensos, como la misma mente en cada alumno llegue a dar; los ejemplos, instrumentos modelos,-- imágenes, aprendizajes, etc., Serán tan extensos como la misma creatividad del maestro la desenvuelva; el aula, los instru--- mentos, serán tan valiosos como el laboratorio en donde se descubren día a día nuevos conocimientos.

Terminaremos diciendo.

"" Hagamos de la conquista de la matemática una apasionante aventura. Si hemos de ser ambiciosos en algo, es tratar de- conseguir estas conductas en el alumno; en que invente su---- acción en medio de la matemática (en la medida y el grado en que pueda hacerlo) y que lo haga con alegría, con entusiasmo- ganado en confianza, en seguridad en cada paso""

Carlos Reynoso.

CONCLUSIONES.

El mundo actual de la matemática, ofrece un reto sobre -todo para el educador moderno, también lo es para el padre de familia y las Autoridades Educativas del Pais, en lo concer-- niente a despertar y mantener el interés vivo por superarse y estar acordes al ritmo cambiante de las ciencias.

Dado el avance con que se nos presenta día a día el ---- caracter utilitario de la matemática en todos los aspectos de la vida diaria y la preparación adecuada que debe reunir el -- educando actual, estamos comprometidos a revisar nuestros co-- nocimientos para hacer que las llamadas matemáticas modernas-- sean tal. No es una tarea fácil hemos de romper con los mol- des tradicionales de aprendizajes y enseñanzas, pero sobre todo hacer partícipes de ello a nuestros alumnos.

No partiremos de la nada, nuestros libros de texto ya -- nos marcan un avance en todos estos conceptos, nos toca a no- sotros adecuarlos, actualizarlos,fijarlos. El tema que yo he - presentado, "Las Desigualdades",nos ofrece un campo amplio y --

nuevo de como tratar el mundo de las igualdades, dando un margen mayor de error, pero sobre todo una nueva forma de razonamiento deductivo e inductivo que hasta ahora poco se ha usado, nos ofrece salir de la mecanización para interpretar un problema y entrar a su analisis.

Las "Desigualdades", nos llevan a que comparemos en cierta forma los resultados que tenemos y optemos por el que creeemos que se acerca más a la realidad del problema.

No es una tarea fácil, habremos de adecuar los conocimientos tradicionales a los actuales, ver la manera de como haremos llegar al alumno estos conocimientos de una forma simple y atractiva, pero sobre todo, hacer que nuestros alumnos realmente razonen y usen la lógica matemática en todos los conceptos actuales del mundo de las matemáticas.

BIBLIOGRAFIA.

- APUNTES MATEMATICOS.- Centro de Didáctica de la U.A.S.L.P Curso de Matemática, 1974.

- Barriga Alejandro, DESIGUALDADES, ANUIES, México, 1975

- H.L. Prousey y V.D. Turner, INTRODUCCION A LAS MATEMATI- CAS, Edit. Trillas, México, 1975.

- LA EDUCACION MATEMATICA, HOY.- Colección "Hay que Saber" Luis A. Santaló, Edit. Taidé, México 1980.

- LA NUEVA MATEMATICA.- Biblioteca Salvat de Grandes Temas México, 1980

- MANUAL DE DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS, ANUIES, 1982.

- MATEMATICAS II-I, U.P.N., SEAD, 1981, S.E.P. MEXICO.

- MATEMATICAS DE AYER Y HOY, Didáctica de las Matemáticas - Modernas. Emma Castelnuovo, Edit. Trillas, México.

- Taniguchi Pablo, COMO SUPERAR LAS MATEMATICAS, EUNIVAR, ARG.
- UNIVERSO DE LAS MATEMATICAS.- Carlos Reynoso, Edit. Diana México, 1984.

- VOLUMEN IX, ESTUDIOS DE MATEMATICAS, MAX S. BELL, EDIT.--- S.M.S.G. 1983.