

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 25A CULIACAN SIN.

La enseñanza de las fracciones equivalentes
sustentadas en el enfoque constructivista

PROPUESTA PEDAGOGICA

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

Licenciado en Educación Primaria

P R E S E N T A

Rafael Angulo Olivas



DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Culiacán, Sinaloa. Septiembre 14 de 1994.

C. PROFR. RAFAEL ANGULO OLIVAS

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: **"La Enseñanza de las fracciones equivalentes sustentadas en el enfoque constructivista"**, opción TESIS a propuesta del Asesor C. Profr. Jesús R. - Ibarra R., manifiesto a usted que reúne los requisitos - académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se le dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.


LIC. FIDENCIO LOPEZ BELTRAN
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD 25A



S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA
NACIONAL
UNIDAD 25A
CULIACAN

CA 252875

TABLA DE CONTENIDOS

	Página.
INTRODUCCIÓN	4
I.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	7
1.1.- Definición.....	7
1.2.- Justificación.....	15
1.3.- Objetivos.....	16
II.- MARCO TEÓRICO	18
2.1.- Teoría conductista.....	18
2.2.- Dos modelos del proceso de enseñanza	20
2.3.- La construcción del conocimiento	23
2.4.- Desarrollo y aprendizaje.....	38
2.5.- Concepto de números	41
✓2.6.- Algunos estudios sobre fracciones.....	44
✓2.7.- Génesis de las fracciones	48
2.8.- Alternativas teóricas	57
2.9.- Marco de referencia contextual	60
III.- ESTRATEGIAS METODOLOGICAS.....	63
3.1.- Principios didácticos.....	65
3.2.- Organización del grupo y material manipulativo	69
3.3.- Proceso de evaluación de las actividades	77
IV.- ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA	80
V.- SEGUIMIENTO DEL TRABAJO DE PROPUESTA	83
CONCLUSIONES	
BIBLIOGRAFIA	

INTRODUCCIÓN

Resulta sumamente difícil para los sistemas educativos institucionalizados aceptar los errores en que han caído, al limitar y condicionar el campo de aprendizaje bajo modelos que sacrifican la calidad en favor de la cantidad como ha venido sucediendo en los tiempos actuales.

La decisión de enfrentar el problema de la comprensión de fracciones equivalentes, se debió a que se presentaron dificultades muy marcadas por parte de los niños, ejemplo: cuándo interpretaron que $25/100 > 2/3$ y otras cuestiones más en alusión a ese aspecto matemático, que hicieron deducir que precisaba de un tratamiento especial, de un conocimiento más profundo de causas para poder resolverla lo que dio pauta a enfrascarse con diferentes aportaciones de tipo pedagógico a especie de orientaciones y como bases para modificar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La importancia del presente trabajo en contraste con la opinión anterior, específicamente del tema escogido sobre fracciones equivalentes, gira a partir de una idea fundamental: que todo aprendizaje, sea el resultado de un proceso natural de maduración e integración constructiva que se puede dar en función de respuestas exigidas por las necesidades de un grupo, sobre el aspecto matemático mencionado. Ya que esto contribuirá a ampliar el conocimiento del niño, pero en función de lo que puede lograr mediante sus procesos de construcción y a tener una formación más, libre de imposiciones por parte del maestro, ya que el papel de éste será de guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por lo demás, siendo ^{por lo} el ser humano ^{su} el objetivo final de todo proceso educativo, es muy importante ahondar en el aprendizaje del mismo, en el cómo se puede facilitar que asimile conocimientos, para poder recurrir con mayor precisión a la propiciación de los mismos en favor del niño.

Tomando en consideración todo lo enunciado, la propuesta pedagógica está estructurada de la siguiente manera: primer capítulo planteamiento del problema; segundo capítulo marco teórico; tercer capítulo estrategias metodológicas y como último capítulo análisis y evaluación de la propuesta.

En el capítulo uno, se explica con detalle el surgimiento de la problemática, definición de la misma, justificación, objetivos que se pretenden alcanzar; y el tipo de línea metodológica para obtener información. Vislumbrándose también el enfoque que se le debe dar a la educación actual.

En el segundo capítulo, se manejan cuestiones teóricas que fundamentan la problemática, también nuevas perspectivas con inclinación constructivista que pueden resolver la problemática acerca de las fracciones equivalentes.

Se ofrecen condiciones teóricas favorables para la resolución del problema y se le ubica en el contexto donde tuvo lugar el problema, mencionando las características principales del espacio físico, relaciones del maestro con la comunidad, etc.

El capítulo siguiente propone primeramente dos objetivos principales antes de adentrarse en la elaboración de estrategias didácticas, así como una serie de principios didácticos; explicaciones de orden metodológico; la organización del grupo, consignas, objetivos para las actividades y posteriormente se presentan las situaciones de aprendizaje propuestas para tener ideas, sugerencias del cómo darle tratamiento pedagógico a la problemática, y se propone también una forma de evaluar el proceso de aprendizaje del niño.

El siguiente capítulo comprende lo relacionado con la congruencia interna del trabajo, su operatividad, la relación con otras áreas del aprendizaje y la evaluación de la misma en cuanto a sus alcances de funcionalidad etc.

Un último capítulo trata acerca de como se fue realizando el trabajo de propuesta.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1.- Definición del objeto de estudio. La Escuela primaria en México, tiene entre sus objetivos contribuir a la formación integral de un individuo, esto es, capacitarlo para que adquiera elementos que le permitan adaptarse a la sociedad y al mismo tiempo ubicarse en ella y comprender al menos en una forma básica los fenómenos más comunes que se dan en el mundo que lo rodea.

Hoy en día la Escuela está buscando la manera de adaptarse al niño, tanto en espacio físico como en materia intelectual, buscando en lo posible propiciar conocimientos nuevos para el niño. En dónde éste, se manifieste en el hecho educativo observando, deduciendo hipótesis, experimentando y comprobando resultados didácticos y al mismo tiempo valorar su utilidad.

En esta tarea juega un papel importante el docente, ya que en base a las orientaciones que él dé en el proceso de enseñanza-aprendizaje, propiamente en el aula escolar, el niño podrá elaborar aprendizajes significativos y de un interés para él; es decir, aprenderá a valorar los conocimientos que está adquiriendo.

Lo dicho anteriormente sería lo óptimo a lograr, la realidad en cuánto al aprendizaje del niño es otra, todavía memoriza cuestiones didácticas y fracasa en algunas áreas del conocimiento; en este caso en matemáticas que es la materia educativa más controvertida para maestros, alumnos y padres de familia, quizás, por que represente demasiado trabajo el maestro darla a entender y por supuesto, al alumno aprenderla. O tal vez en el aula escolar no se crea el ambiente propicio para

apoderarse de esos conocimientos que tienen mucha utilidad en la vida cotidiana; o por que el maestro las orienta cada vez más hacia mayor formalismo cuestión que maneja Luis Not en el conocimiento matemático, en dónde manifiesta que la intuición y el formalismo varían en sentido inverso, ya que una se dirige al objeto concreto y el otro va al signo.

La intuición capta formas simbólicas, el niño piensa a su manera. No va encausado a que trate de pensar lo que el maestro quiere que piense, sino que lo hace por sí solo; mientras que el formalismo combina signos en un orden secuenciado para resolver equis cuestión matemática.

Por lo tanto, una situación matemática será mucho más intuitiva cuándo esté menos formalizada y más formalizada cuando hayan salido de ella las significaciones concretas que puede adoptar, de acuerdo con la forma de razonar del niño.

Dicho de otra forma, la intuición no puede prescindir del formalismo, ya que este último lleva al niño a la convencionalidad, a utilizar signos matemáticos.

Entonces, el conocimiento será el resultado de los procesos que elabore el niño para apropiarse de la matemática. Ya que ésta, más que un conjunto de reglas y recetas que lleva en su contenido y conocimientos acumulados y seleccionados con propósito de enseñar, es una forma de pensar. Y en este sentido es más proceso que producto; en cuánto a proceso es una ciencia por hacer y su aprendizaje se basa en el descubrimiento y la utilización de la capacidad de pensar y de imaginar.

De acuerdo con lo enunciado anteriormente y tomando en cuenta las dos formas en que se pueden manejar cuestiones matemáticas (intuición y formalismo). Se llega a la conclusión que la realidad sobre la impartición de conocimientos matemáticos en el aula escolar sigue siendo memorista; la enseñanza continua tradicional; la relación maestro-alumno continua en su mayoría igual. El maestro es

el que sabe y el alumno recibe información, y la mecaniza en su cerebro y en el momento adecuado se la devuelve al profesor en un examen o recitando respuestas ante preguntas del profesor.

En relación de este enunciado Brousseau en el contrato didáctico, remarca este tipo de relación al manifestar que existe una especie de transacción entre maestro y alumno en la cual, el primero se compromete a enseñar contenido y lograr que el alumno los aprenda; mientras que éste acepta el compromiso sometiéndose a la voluntad del profesor que le pone en actividad para que aprenda lo que quiere que aprenda y éste se deja llevar y no utiliza su intuición para apropiarse del conocimiento, es decir, no establece rupturas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, no hace lo que él razona sino lo que el maestro le pide que aprenda.

Y mientras que el contrato didáctico siga vigente, el alumno será un dependiente en cuánto a lo que debe de aprender por parte del maestro.

Basado en la realidad que se manifiesta en el aula escolar, y tomando en cuenta el tipo de educación que se sigue dando, se enfocará la atención a uno de los aspectos fundamentales que se dan en la escuela y que tiene que ver directamente con la matemática en este caso.

¿ Cómo lograr que el alumno de sexto grado de primaria comprenda la matemática en su aspecto de fracciones equivalentes ? del ciclo escolar 1993-1994 de la zona escolar 015 ubicada en la ciudad de Guamúchil Sinaloa.

Esta problemática fue detectada marcadamente en la resolución de un problema de equivalencia de fracciones, en dónde se interpretó como mayor una fracción formada por números más grandes.

El alumno incurrió en errores como este $20/30 > 2/2$, $25/100 > 3/4$.

En lo que se refiere a la aplicación de fracciones equivalentes en problemas, se detectó que la mayoría de los alumnos no fueron capaces de resolver este tipo de problemas:

Pedro caminó $\frac{3}{4}$ de un km. para llegar a su casa, Juan caminó $\frac{6}{8}$ de km en dirección a la casa de un amigo suyo.

¿ Quién caminó más ?

Las respuestas fueron alternas, uno afirmaban Pedro, y otros Juan, pero no tenían bases para sustentar sus respuestas, por lo tanto no llegaron a la conclusión que ambos recorrieron la misma distancia.

Con base en lo anterior, se puede afirmar que los alumnos tienen un escaso manejo de las fracciones equivalentes. Y coincidiendo con Alicia Avila Storer y Eduardo Mancera Martínez en su texto, algunos problemas en el aprendizaje de las fracciones, se argumenta que la atención del niño al interpretar una fracción está puesta en el numerador que es el que indica las partes y no lo pone en relación con el denominador que es el todo, esto se pudo observar en la problemática enunciada anteriormente.

El alumno no llega a apropiarse de que el denominador dice de cuantas partes está dividida la figura, objeto, etc, y por lo tanto no establece relación parte todo.

Respecto a esto enunciado y para reafirmar lo planteado en torno a la relación parte todo de una manera ejemplificada. Asunción López Carretero en sus trabajos " Porqué y como enseñar fracciones ", pone de relieve las dificultades por las que topa el alumno ante un proceso fraccionario en torno a la equivalencia. Para lo cual ubica este proceso en tres momentos para su adquisición.

Por motivos de análisis se hará alusión al primer y segundo momento por los que pasa el niño en sus intentos de lograr la equivalencia. Y posteriormente en un marco de explicación más amplia, y para sustentar algunas estrategias en pro de

solucionar la problemática se hará referencia al tercer momento teniendo como base el primer y segundo momento.

El primer momento se caracteriza por una pérdida de la equivalencia de las partes al fraccionar o dividir la unidad. Es decir el niño no divide en partes iguales al entero, ni coordina las partes equivalentes que se habrán de obtener de cada unidad para efectos de repartición.

En este caso, 4 chocolates entre 5 niños, en este ejemplo, sí reparte pero lo hace tomando en cuenta el número de partes de chocolates que habrá de dar sin tomar en cuenta si son iguales o no; y los denomina trozos.

Aquí el niño no establece la relación de las partes con el entero. Es decir, no logra establecer que puede dividir cada chocolate (entero) en cinco partes iguales de acuerdo con el total de niños y dar una de las partes a cada uno y al final llegar a la noción de la igualdad en la repartición.

Cabe señalar que el trabajo de investigación se enfoca a sexto grado dado que la mayoría de los alumnos de acuerdo con los problemas presentados respecto a la equivalencia de fracciones se encuentran en el primer momento y en el segundo momento.

En este último y coincidiendo con Asunción López Carretero conservan la equivalencia en el fraccionamiento del entero pero usando la fracción unitaria. Es decir, cada entero lo dividen por separado sin que haya relación entre más de una unidad fraccionada y resuelven situaciones didácticas como la siguiente.

Para repartir 8 caramelos a 6 niños el alumno da un caramelo a cada niño, los 2 restantes los fracciona en cuartos obteniendo $8/4$, da un $1/4$. Estos últimos los fracciona en tres partes cada uno obteniendo $3/12$ de cada cuarto, en total $6/12$ y los reparte de uno en uno a los 6 niños.

Con este ejemplo queda de manifiesto que los niños del segundo momento dividen los enteros por separado, sin que haya relación entre más de una unidad

fraccionada, por que primero el niño reparte enteros, después cuartos y por ultimo doceavos; no utiliza estrategias multiplicativas, es decir, no obtiene un solo total de partes equivalentes del entero, ya que si son 8 caramelos y se reparten entre 6 niños, no llega a la conclusión de dividir cada entero en 6 partes iguales para obtener 48 partes y esas 48 repartirlas por igual número de partes a cada niño, es decir, 8 partes de $1/6$ cada una.

La problemática aparece de una forma más clara, en el sexto grado, quizás porque el alumno en su paso por los grados anteriores de la primaria, le fueron quedando vacíos, en la comprensión de este aspecto de la matemática y solo mecanizó conocimientos para devolverlos en un examen, más no se apoderó del concepto fracción equivalente.

Lo anterior, pudo haber sucedido porque el maestro posiblemente no ahondó mucho en la asimilación de este contenido o simplemente lo dio de manera formal sin percatarse si realmente el alumno por el solo hecho de demostrar un supuesto entendimiento al contestar acertadamente de momento un examen, se apoderó de manera permanente del contenido matemático.

Cabe señalar que el sexto de primaria aparte que ahí se detectó la problemática se presta más para solucionarla que en los grados anteriores, dado el nivel de desarrollo de las estructuras de la inteligencia en que se encuentran estos niños, ya que están en la etapa de las operaciones formales, de acuerdo con Piaget; en donde el niño tiene más capacidad de razonamiento lógico considerando los niños normales, y también por la misma complejidad para lograr la conceptualización de este contenido.

En relación a lo anterior, queda de manifiesto que se sigue fracasando en matemáticas, especialmente en su aspecto de fracciones equivalentes por diversas causas, algunas de ellas, como las que maneja Grecia Gálvez, que en sus análisis

del fracaso escolar en matemáticas, analiza tipos de actitudes o posiciones a cerca de quien es el posible culpable de ese fracaso.

Una actitud o una posición que se toma ante ese fracaso, es la que responsabiliza al alumno, siendo necesario actuar sobre él mediante más enseñanza y con una serie de acciones que lleven consigo sanciones. Esto para superar sus dificultades matemáticas, ya que se supone que el alumno no quiere aprender y hay que obligarlo a que lo haga de una manera u otra.

¿ Será el alumno el culpable ?

¿ Será el maestro que no puede propiciar el conocimiento para que el niño lo pueda asimilar sin presiones de ningún tipo ?

Grecia Gálvez también manifiesta que muchas veces al alumno no le interesa adquirir conocimientos escolares debido a limitaciones intelectuales o alteraciones emocionales.

Esto se da en la realidad ya que al alumno no se le motiva e interesa lo suficiente en el proceso enseñanza-aprendizaje y aunado a sus deficiencias intelectuales, ya que por la poca estabilidad emocional que trae consigo de su medio familiar, por problemas internos en ella no logra asimilar conocimientos y por ende no aprende; y la solución no esta en presionarlo mediante sanciones en el aula, ya que esto puede traer consigo que el niño no haga ni siquiera haga un mínimo esfuerzo para aprender.

Podría ser que ese desinterés por los conocimientos escolares se pueda deber a causas externas a la escuela en donde, como se dijo anteriormente, puede estar involucrado el medio familiar del que vienen los niños, ya que se supone que las carencias culturales de la familia, adjunta a una pobreza económica puedan ser factor de obstrucción para el niño en su proceso de aprendizaje; ya que reciben poco estímulo del seno familiar y por lo tanto no logran adaptarse a las exigencias de la escuela.

Esta puede ser una de las causas por la cual el niño no aprende matemáticas, específicamente fracciones equivalentes, y tenga como consecuencia que al niño no le interese adquirir conocimientos fraccionarios por su misma complejidad y por el poco apoyo que tiene por parte de su familia.

Otro tipo de actitud al que hace alusión Grecia Gálvez, es en relación a la institución escolar que no asume su responsabilidad de adaptarse a los alumnos, es decir, crearles un ambiente favorable para el desarrollo de sus actividades en su aprendizaje escolar.

De hecho, en la actualidad, las escuelas primarias físicamente en las condiciones materiales en que se encuentra; ofrecen poco atractivo al alumno por sus múltiples carencias que saltan a la vista, así como en el ramo intelectual, ya que el maestro se resiste a dejar el tradicionalismo y aceptar las nuevas formas de enseñar, con un enfoque en donde se pretende que el niño construya su propio conocimiento y no que aprenda solamente lo que el maestro le enseñe y se dedique a recibir meramente la información de contenidos programáticos y continúe fracasando en matemáticas esencialmente en su contenido de fracciones equivalentes.

Tal vez una de las causas que más influyen en el fracaso de la matemática e implícitamente en su aspecto de fracciones equivalentes, lo constituye la selectividad que se da en las escuelas y que motiva la deserción.

Dicha selectividad consiste en escoger a todos aquellos niños de familias que ocupan un buen lugar en la sociedad y marginar en parte a aquellos niños que provienen de familias de mas escasos recursos económicos.

Y en caso de que admitieran la mayoría de estos últimos niños, todavía van a enfrentar otro problema, que viene a ser las expectativas que el maestro se forme acerca de su rendimiento escolar, expectativas que por lo general no ayudan al alumno, ya que el maestro, en base solamente en lo que el piensa como verdadero,

opina que este tipo de alumno tiene pocas posibilidades de aprender, y por lo tanto, no estrecha relaciones con ellos de una manera continúa y atenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje; provocando que sientan la certeza que no pueden asimilar conocimientos.

Pero en esto enunciado, el único responsable es el maestro, ya que no les brinda mayores oportunidades para aprender, y en un futuro próximo los hace desertar.

La familia no ahonda mucho en la situación ya que sus mentes están en satisfacer sus necesidades económicas y por ende no le importa mucho el fracaso del niño en la escuela.

Llegando este último posiblemente a convertirse en un niño pasivo ante el conocimiento y todo aquello que lleve implícito estudio, ya que por la misma selectividad y las expectativas del maestro no se les brinda mayores oportunidades a este tipo de niños coartándoles también que lleguen a ser críticos y reflexivos con el conocimiento y lo que pueda lograr al utilizarlo en la vida práctica en el medio en que se desenvuelve.

La escuela y el profesor quedan exentos de culpa del fracaso del niño y la selectividad continua y muchos alumnos, no llegaran a descubrir que la matemática tiene una aplicación real. Por lo tanto la realidad a la que se enfrenten en su vida cotidiana en dónde aparezca la matemática en su aspecto de fracciones equivalentes no lo lograrán dominar.

1.2.- Justificación. Es importante el estudio de las fracciones equivalentes, ya que estas representan uno de los contenidos fundamentales de la matemática y tienen muchas aplicaciones en la vida cotidiana del alumno, por ejemplo:

Cuando va a la tienda a comprar $\frac{1}{4}$ de queso si el kilo cuesta N \$ 12.00 ¿ Cuanto cuesta el $\frac{1}{4}$?. Aquí el alumno tiene que obtener la cuarta parte de N \$ 12.00 para establecer una equivalencia en relación al $\frac{1}{4}$ de kilo de queso (entero),

con el cuarto de N \$ 12.00 entero también. De aquí que es necesario adecuar el estudio de las fracciones equivalentes a la realidad que vive el alumno.

Es sumamente importante que el maestro oriente su acción pedagógica hacia el proceso de construcción de las fracciones equivalentes y sus operaciones, por que de esta manera, estará en camino de dar una formación a sus alumnos en forma útil y activa; por que en el aprendizaje de la matemática como ciencia por hacer deben considerarse situaciones que propicien experiencias.

Tales situaciones incluyen desde la manipulación de objetos reales conocidos por el niño, como la confrontación con otras ideas de sus mismos compañeros y la utilización de su capacidad de razonamiento para comprender las fracciones equivalentes.

También la práctica docente se verá favorecida, ya que se entenderán algunos procesos de elaboración de conocimientos por parte del niño y se reforzará la idea de que el niño es capaz de construir conocimientos, siempre y cuándo se le otorguen ciertas libertades para hacerlo, estimulándolo, guiándolo en sus aciertos y errores, y sobre todo creándole un ambiente de confianza en el cual el niño pueda sacar a flote sus potencialidades de razonamiento.

Es pues importante enfocar el problema desde varias perspectivas e incidencias en el mismo, para determinar con más claridad de dónde procede y de esa manera implementar estrategias didácticas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones equivalentes. Por lo tanto la presente propuesta se enfocará tomando en cuenta la teoría constructivista.

1.3.- Objetivos. Mejorar la practica educativa del docente proporcionándole nuevas alternativas de enseñanza de tal manera que:

Propicie en los alumnos el razonamiento, y en base a él construyan conocimientos matemáticos.

- Que guíe al alumno en el aprendizaje de la matemática en su aspecto de fracciones equivalentes, tomando en cuenta su intuición para que este capte, organice, estructure e idee procesos de aprendizaje y construya su propio conocimiento, que le permita:

Llegar a la formalidad del mismo y aplicarlo en el medio en que se desenvuelve.


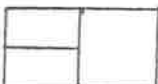
CAPITULO II

MARCO TEORICO

2.1.- **Teoría Conductista.** Hoy en la actualidad se pretende trabajar con realidades en torno a la educación que se recibe en las escuelas primarias.

Es por eso importante hacer mención de la teoría conductista del aprendizaje de acuerdo con B. F. S. Skinner, ya que en ella se enmarca la mayoría de la práctica docente. Por que... "la enseñanza que se proporciona en la escuela es una enseñanza muerta, de escaso interés para el niño que no se adapta a sus necesidades"(1)

Esta corriente educativa gira básicamente en buscar respuestas observables en el aprendizaje del alumno en relación con algún contenido programático, ya hablando propiamente dentro del aula escolar. En dónde el maestro es el evaluador de esas respuestas, que se refieren a las actitudes, comportamientos y demostraciones de entender, o no que asuma el alumno ante el contenido. y de esa manera, se determinará si lo "aprendió" ejemplo:

Si se le explica una situación didáctica $1/2 = 2/4$ en matemáticas sobre fracciones equivalentes, junto con el esquema  , y posteriormente, se escriben en el pizarrón ejercicios similares para que los alumnos contesten. Posiblemente hay algunos que solamente observen los ejercicios y no contesten por no entenderlos, aunque de antemano contestaron que si comprendieron lo que se iba a realizar. Esto por no sentirse relegados de sus

(1) Universidad pedagógica Nacional, Teorías del aprendizaje, Ed. U.P.N. México, D.F. 1986, P. 255

mismos compañeros, o quizás porque el maestro no les brindó la suficiente confianza para que externaran sus dudas.

Habrán otros alumnos, que sí demuestren que aprendieron el mecanismo para resolver los ejercicios, el estado de ánimo de estos últimos; es de seguridad y entendimiento de lo que están realizando, pero van condicionados hacia respuestas previamente establecidas por el maestro.

Por lo tanto el conocimiento que adquieran se definirá como todas aquellas conductas que demuestren tener relación estrecha con el contenido enseñado.

Lo anterior quiere decir que el alumno, se apoderará de conocimientos mecanizados carentes de razonamiento, reproduciendo la enseñanza planteada por el maestro.

De ésta manera el aprendizaje viene a ser el cambio de conducta en el alumno que se opera por el condicionamiento por parte del maestro de contenidos programáticos, en los cuales el alumno devuelve al maestro la información vertida en la enseñanza.

Con esto explicado, se llega a la conclusión que el aprendizaje del alumno es pasivo, por que solo recibe información y su papel es reproducirla para obtener una calificación. El maestro se desempeñará condicionando su enseñanza; y guiando al alumno hacia resultados ya previstos por él.

Con esto enunciado, la teoría conductista, deja en claro que el alumno, no realiza procesos de construcción de conocimientos. Entonces resulta muy difícil que el alumno comprenda la matemática en su aspecto de fracciones equivalentes, si se rige estrictamente por lo que el maestro le enseñe.

Es necesario adoptar otra manera de enfrentar el proceso de enseñanza-aprendizaje, en dónde el alumno, no este solamente recibiendo contenidos y almacenándolos en su cerebro para después regresárselos al maestro;

sino que sea capaz de definir por sí solo las situaciones didácticas propuestas, teniendo como propiciador del conocimiento al maestro.

2.2.- Modelos de enseñanza-aprendizaje. Para esclarecer de una forma más amplia la posición actual en que se encuentra la educación respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje, se hará mención a dos modelos o formas de concebir lo dicho con anterioridad, y se tomará uno de ellos como una respuesta crítica y argumentada acerca de como se pueden comprender las relaciones que se establecen entre el objeto de conocimiento, sujeto (alumno) y qué papel juega en sus relaciones. Antes de adentrarse específicamente en estos modelos analizados y cuestionados por Adam Schaft, es indispensable hacer hincapié en la terminología empleada para entender el enfoque de los mismos en relación al proceso de enseñanza-aprendizaje. Dichos términos son sujeto cognoscente, objeto de conocimiento y conocimiento como producto.

Por el primero se llega a la idea que el sujeto (alumno), si tiene la capacidad de conocer, es decir, adquirir conocimientos distintos, el segundo y el tercero se define con este ejemplo: Una piedra con sus características (peso, color, textura etc.), guarda en su interior y exterior aspectos que son factibles de conocer (conocimiento) y al llegar a esto último se obtiene el producto de ese objeto. Pero veamos como juegan el rol éstas asepciones.

Dentro de lo que es el primer modelo denominado mecanicista de la teoría del reflejo, se considera que el conocimiento es un reflejo o copia del objeto por parte del sujeto, (este modelo le da prioridad al objeto).

Explicado de otra forma, ya dentro del aula escolar al niño se le dan contenidos que tiene que aprender para aprobar un examen, por decir algo fracciones equivalentes como la siguiente: $1/2 = 4/8$ y el maestro le comprueba esta operación con naranjas divididas y comparadas con esas fracciones.

En consecuencia el alumno tiene que efectuar operaciones similares que vayan de acuerdo con las explicaciones dadas en la enseñanza. Este tipo de enseñanza, limita al sujeto a una actuación mecánica en relación con el objeto de conocimiento.

Queda claro que el papel del alumno es pasivo, ya que solamente recibe los estímulos del exterior provenientes de los temas enseñados. por los cuales el maestro acciona, presentándole al niño todo aquello que a su juicio considera enseñar, imponiendo lo que él diga como verdades inapelables del objeto de conocimiento. Entonces el aprendizaje que el alumno obtiene es meramente informativo.

Este modelo guarda cierta analogía con la crítica que hace Brousseau, en relación a la presencia del contrato didáctico; en el cual, el maestro se compromete a enseñar contenidos pero de una manera informativa y el alumno a recibirlos.

De acuerdo con lo enunciado anteriormente no se toma en cuenta la actividad intelectual (manipulación de objetos, reflexión, análisis, etc.) que en un momento dado puede generar el alumno respecto al objeto de conocimiento, si se le propiciara a hacerlo.

Esto último mencionado coincide con lo planteado por Luis Not; cuándo este argumenta en sus análisis del tipo de prácticas educativas que se suscitan al interior del salón de clases, que en la matemática implícitamente, se manejan dos formas para abordarla.

Una es intuitiva, es decir, cuando el niño pone en juego su capacidad de razonar, captar, organizar, etc., el conocimiento como todo un proceso para llegar al otro término que es la formalización o el conocimiento ya estructurado, ejemplo: Cuándo el maestro se limita a explicar pasos, orden, etc., en una situación de aprendizaje para llegar a un resultado.

Esta última forma deja entrever que el rendimiento escolar está sujeto a todos aquellos conocimientos que el maestro es capaz de enseñar y dejar fijados en los alumnos por un tiempo relativo.

El otro modelo elegido de la teoría del reflejo interpretado en un sentido activista, propone una relación cognoscitiva entre el sujeto y el objeto de conocimiento, en la cual mantengan su existencia real y objetiva y al mismo tiempo actúen el uno sobre el otro en el marco de la práctica social del sujeto, en donde éste perciba al objeto en y por su actividad y logre la transformación de ambos, ejemplo:

Cuando al niño se le introduce en una situación problemática en fracciones equivalentes y en este aspecto, le corresponde repartir dulces a sus compañeros en forma igual, el alumno entra en conflicto, ya que tiene que buscar adecuadamente respuestas que lo conduzcan a la solución del problema y cuando las encuentre, transformará ese objeto de conocimiento (reparto de dulces) dándoles una utilidad práctica, y paralelamente al objeto, él también se transformará, ya que aprenderá a obtener conocimientos emergidos de su reflexión y análisis de la situación didáctica.

Se deduce entonces que el conocimiento es el reflejo del producto de la interacción sujeto-objeto; y el aprendizaje es el proceso que sigue el alumno en torno al objeto de conocimiento, tomando en cuenta sus avances y dificultades en el mismo.

Esto final en relación al aprendizaje guarda cierta similitud con los niveles de intuición y formalización a los que hace alusión Luis Not, en donde manifiesta que el proceso que va siguiendo el alumno en relación con el objeto de conocimiento se va formando ideas primeras (nivel de formalización 1) en su estudio; mismas que se verán fortalecidas con nuevas experiencias al volver a relacionarse con el objeto, es decir, lo captará de diferente manera pero sin olvidar su experiencia anterior para un nivel de formalización 2; y continuando su interacción con el objeto, obtendrá nuevos

conocimientos basados en los anteriores, esto para un nivel de formalización 3, y así sucesivamente, hasta que el sujeto quede convencido del conocimiento adquirido.

El segundo modelo inicia a dar claridad a una forma diferente de enfrentar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que ofrece elementos de análisis valiosos; implícitamente como alternativas para tratar de dar solución a la problemática citada en el primer capítulo a cerca de fracciones equivalentes.

Es necesario aclarar que este modelo no se adentra de una manera exhaustiva en aquel o aquellos elementos que puedan explicar de una forma más precisa el proceso de construcción de conocimientos, propiamente en la enseñanza-aprendizaje y a la vez, en el enmarque de puntos de partida y estrategias más sólidas respecto a la solución de la problemática antes mencionada.

Cabe mencionar que si alude a un procedimiento activo por parte del sujeto como medio eficaz de generar conocimientos y aprender en la relación con el objeto de estudio. Por lo tanto se hace necesario ampliar este panorama respecto con la enseñanza-aprendizaje.

2.3.- La Construcción del Conocimiento. Tomando en el punto de vista Piagetano, se afirma que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino toda una reorganización de ésta, ya que es resultado de la actividad interna del sujeto en relación con la externa de las estructuras de la inteligencia que juega un rol muy activo en el sujeto que aprende para que éste haga suyos los contenidos y experiencias que la realidad le propone.

Jean Piaget en su teoría constructivista basada en los procesos que elabora el sujeto para apropiarse de determinados conceptos matemáticos en este caso, argumenta que para propiciar por parte del maestro el aprendizaje y desarrollar el conocimiento en los alumnos, es sumamente importante que trate de comprender como se forman estos.

Dicho lo anterior, se tratará de comprender que es lo que se desarrolla respecto al conocimiento, como se efectúa ese desarrollo y qué factores intervienen en el desarrollo del conocimiento.

1.- ¿ Qué es lo que se desarrolla ?

Se iniciará por remitirse primeramente el término estructura e inteligencia.

El primero se refiere a las acciones sistemáticas que el niño pone en juego en interacción con el objeto que quiere conocer, así por ejemplo:

Cuándo el niño ve un juguete lo toma, incluyendo en este hecho los medios mirar, alcanzar, retener que es la actividad externa y después de esto, ya con el juguete en la mano surge la estimulación del mismo que le puede producir una sensación de agrado, satisfacción etc., que es la actividad interna.

De ésta forma el acto que realiza el niño en relación con el juguete abarca dos aspectos el interno y el externo.

En el resultado de la relación sujeto (niño) y objeto (juguete) brotan conocimientos nuevos. Ya que al primero con su forma muy particular de interactuar con el segundo, lo transforma y al mismo tiempo él también lo hace.

En ésta formación de conocimientos que el niño esta logrando en su relación con el objeto, de acuerdo con Piaget, no solo entra en juego la percepción que cumple la función de ubicación y señalación del objeto de conocimiento, sino que se añade a ella la acción y coordinación que realiza el sujeto ya en contacto con lo que él quiere conocer, lo cual equivale a decir la inteligencia.

En base a esa palabra considerada como un núcleo funcional heredado, se debe de comprender el funcionamiento de los sistemas operativos emergidos de la acción del sujeto con el objeto de conocimiento. Dicho de otra forma, modo específico de entender y modificar el objeto por parte del niño.

Se aclara que la inteligencia no percibe, sino que opera directamente con el objeto aunque de hecho, la inteligencia precisa de la percepción, ejemplo:

Cuándo en su vida cotidiana el niño se encuentra en una situación de reparto de una sandía a 3 niños tiene que emplear su percepción para darse cuenta del reparto proporcional a cada uno de los niños, y de tocarle un pedazo más chico en relación con los demás, pondrá en juego su inteligencia para manifestar su inconformidad; claro ello dependerá de su nivel de desarrollo intelectual para ofrecer argumentos sólidos respecto al reparto desproporcionado y las nociones por qué no decirlo que tenga de fracciones equivalentes. En conclusión la inteligencia ocupa de la percepción para dar cuenta de la existencia del objeto.

Es indudable, opina Piaget que las interacciones que realiza el sujeto con el objeto de conocimiento traen como consecuencia que el individuo adquiera experiencias las cuales asumen un papel esencial en la formación de las estructuras lógico-matemáticas, de esas estructuras se desprenden dos modos de transformar el objeto a conocer.

a).- Experiencias físicas o abstracciones empíricas.

b).- Experiencias lógico-matemáticas o abstracciones reflexivas.

Las experiencias físicas o abstracciones empíricas, son las abstracciones de las propiedades esenciales del objeto de conocimiento, como pueden ser: peso, tamaño, forma, que son propiedades perceptibles y manejables por el alumno al actuar sobre las mismas, pero sólo físicamente, sin importarle extraer de ellas conocimientos más profundos a partir de sus acciones.

Las experiencias lógico-matemáticas o abstracciones reflexivas enriquecen al objeto de conocimiento confrontando con otros, buscando la relación de los mismos, pero sin perder de vista sus propiedades anteriores; ya que en base a ellas, el niño tratará de hacer clasificaciones; las diferenciará de otros objetos, ordenará de acuerdo con las características que estos conserven como: peso, tamaño, textura, color (podría ser una piedra), y correspondencia si la similitud entre las mismas es notoria.

Se les llama experiencias lógico-matemáticas por que el sujeto emplea su propia capacidad de pensar al interaccionar sobre el objeto extrayendo información de él en base a su coordinación de acciones.

Estos dos tipos de experiencia deben considerarse cuando el maestro guíe la comprensión de fracciones equivalentes, principalmente en la resolución de problemas en dónde vaya implícito la igualdad de fracciones, ya que en éstas se requiere de un gran esfuerzo de razonamiento y reflexión por parte del niño para lograr resultados favorables a él. Algo muy importante se debe de tratar de partir de problemas prácticos de su vida cotidiana.

Hechas éstas aclaraciones conjuntamente en la teoría Piagetana, se define que el sujeto organiza conductas en relación con el objeto que obedecen a una lógica, o a una forma de pensar exclusiva del sujeto, en dónde al principio es una lógica acción; una manera de interactuar con el objeto buscando conectarlo de acuerdo con sus propiedades con algunos semejantes y después pasar a la lógica operación en dónde utilice lo aprendido de sus acciones.

Pero para esto último, precisará encontrar el medio de comunicarlas, siendo el lenguaje el conducto más importante. Y coincidiendo con Piaget Brunner otro seguidor de constructivismo postula al lenguaje como un medio indispensable del sujeto para apoderarse de las herramientas intelectuales implicadas en la cultura considerando la estructura del contexto social en el que está inmerso el niño como la clave de la formación de las estructuras mentales, tales afirmaciones tienen que ver con la construcción de conocimientos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Piaget amplía ésto enunciado respecto al conocimiento al argumentar que los contenidos de los mismos o comprensión de los objetos y explicación de la realidad que rodea al niño, dependerán del nivel desarrollado en sus estructuras de inteligencia; de su percepción y comprensión de los objetos que van de acuerdo con

su desarrollo intelectual, mismo que determina en gran medida como puede tratar y resolver los problemas con que se enfrentan.

Por lo tanto es indispensable hacer alusión a estas estructuras de la inteligencia y su nivel de desarrollo para comprender en parte la ubicación del alumno frente a los procesos que se dan para asimilar el concepto fracción equivalente; y al mismo tiempo observar que es lo que se desarrolla en relación con el conocimiento.

a).- Inteligencia sensorio-motora (0 a 2 años).

En ésta etapa existe según Piaget una inteligencia práctica y empírica, aquí el niño empieza a curiosear el medio; tiene principios de la asimilación reproductora de orden funcional, ejemplo: Chupar, tirar objetos, etc.

El niño inicia muy lentamente a poner en juego sus estructuras cognoscitivas y en la medida que se vaya relacionando con los objetos, mayores serán las posibilidades del despertar de las mismas.

También comienza el niño identificando con sus garabatos una figura de una animal u otra cosa, trazando líneas, curvas etc., y defendiendo su posición acerca de lo que hizo; su inteligencia en función de la puesta en juego de sus sentidos, manos, pies etc., comienza a manifestarse.

La comprensión y explicación de la realidad la trata de lograr por imitación, ya que por lo general el niño repite y trata de hacer lo que escucha, y ve que hacen los adultos; le gusta jugar en dónde él sea el eje principal; busca algún objeto de su preferencia e interacciona continuamente con él; juega con arena o plastilina y conforme va observando más objetos, los manipula y comienza el conocimiento a cerca de ellos.

b).- Etapa preoperacional.

En ésta, el pensamiento del niño es representacional ejemplo: Un trozo de madera puede ser para el niño un avioncito. El descubre que algunos objetos pueden sustituir a otros.

Se caracteriza ésta etapa también por qué el niño tiende a la imitación, por que cualquier actividad que se desarrolla a su alrededor se inclina a imitarla. Así el niño aprende comportamientos de los adultos, esto por citar algo.

El niño es egocéntrico, ya que únicamente toma en consideración sus puntos de vista, es por eso frecuente que en los juegos con otros niños termine discutiendo o peleando incluso.

La característica principal de ésta etapa es el juego simbólico, el niño maneja los objetos con fines diferentes de los que fueron creados. Por esa razón al interactuar continuamente con su medio mediante actividades lúdicas, el niño va creando experiencias, desarrollando su imaginación, creatividad y por ende transformando progresivamente su intelecto.

c).- Operaciones concretas (7 a 11 años).

Se les llama concretas por qué en las operaciones de problemas o formas de tratar de solucionarlo por parte del niño, se afecta directamente a los objetos.

Así por ejemplo: Los actos de reunir, de ordenar objetos la adición de dos números etc., intervienen en todas las coordinaciones de acciones propias del sujeto en su relación con el objeto de conocimiento, también son interiorizables y reversibles cuestión que se verá, con más detenimiento.

A la reunión corresponde la disociación esto es, juntar y separar objetos; a la adición la sustracción (son operaciones reversibles inversas). Así se explica que este tipo de operaciones nunca están aisladas, sino coordinadas en sistema de conjunto.

La clasificación del objeto de acuerdo con sus características físicas, la serie de números etc., no son particulares de tal o cual individuo, sino comunes a todos los individuos de un mismo nivel mental.

En este tipo de operaciones interviene el razonamiento del niño pero no aislado sino en intercambios de conocimientos con otros niños. ya que esto le permitirá reunir información, ponerla en relación o en correspondencia etc., en torno con el objeto de conocimiento que bien pueden ser fracciones equivalentes que esté operando, lo cual significa que tendrá que hacer nuevas operaciones como producto de su interacción y enriquecimiento de su saber con sus compañeros.

En el nivel de las operaciones concretas se da la conservación en diferentes aspectos por ejemplo: Cantidad en la conservación de líquidos en el cambio de agua de un vaso chico, a otro vaso grande pero más estrecho o a un vaso más ancho.

El niño de ésta etapa manifestará que es la misma agua independientemente del tamaño y la capacidad de volumen que tenga cada vaso, ya que no se ha hecho otra cosa más que cambiarla de un vaso a otro, no se ha quitado ni añadido nada puede el agua volverse del vaso grande estrecho, al vaso chico como estaba antes (reversibilidad por inversión). Esta más alto, pero el vaso es más estrecho, es la misma cantidad de agua (compensación o reversibilidad) por reciprocidad de las relaciones que el niño establece en cuánto al total de líquido que puede contener cada vaso tomando en cuenta sus características (grosor, tamaño, etc.).

Esta situación de aprendizaje puede servir de ejemplo para el esquema general o la base de toda noción de conservación que bien puede ser la noción de fracción en su aspecto de fracciones equivalentes.

Se puede tratar también de la deformación de una bolita de plastilina en la cual, el niño descubrirá la conservación de la sustancia independientemente de la forma en que se transforma la plastilina (edad aproximada 7 y 8 años);

conservación del peso a los 9 y 10 años; volumen hasta los 11 y 12 (medio por el agua desalojada de la inmersión de un objeto en ella), ejemplo:

En un vaso con agua se sumerge una piedra y lógicamente como la piedra ocupa un espacio, parte del agua es desplazada y el volumen aumenta, se tiene noción de la conservación de la longitud, ejemplo: Una línea recta en comparación con otra igual pero partida; de conservación de los conjuntos tomando en cuenta el cambio de sus elementos incluidos en él etc.

Estas reacciones del alumno en ésta etapa con relación a la conservación se deben a que ya es capaz de dominar la reversibilidad por inversión o reciprocidad.

Las operaciones concretas forman la transición entre la acción y las estructuras lógicas de las dos formas posibles de reversibilidad (inversión o reciprocidad).

Aun que se generen estructuras de conjunto en ésta etapa en relación a la conservación, se hacen necesarias combinaciones más generalizadas en torno a diferentes objetos de conocimientos.

Esas estructuras son por ejemplo: Clasificaciones, seriaciones, correspondencia como se pudo observar en los ejemplos de conservación mencionados.

Dichas estructuras formadas se llamarán agrupamientos de acuerdo al tipo de conservación que se quiera llevar (peso, volumen, longitud, etc.) que desde el punto de vista de la lógica es una estructura de conjunto con composiciones limitadas que van de acuerdo con la etapa de desarrollo en curso del niño.

Un buen ejemplo del proceso constructivo que se sigue en ésta etapa es la seriación que consiste en ordenar los elementos u objetos según sus dimensiones largo, ancho, alto, etc.; en crecientes y decrecientes.

Por ejemplo se les da a los sujetos 10 reglas cuyas diferencias no son a la vista notable, por lo cual se necesita comparación para poder llevar a cabo la seriación, es decir, establecer cual es menor, cual mayor. Finalmente el sujeto en ésta etapa

encuentra un método sistemático que consiste en buscar por comparaciones dos a dos las reglas más pequeñas para ir buscando su ubicación de acuerdo con su tamaño, más grande, más chica.

En éste caso el método es operativo ya que un elemento cualquiera E (regla) está comprendido de antemano como simultáneamente mayor que los precedentes o reglas más chicas, ejemplo $E > D, C, B, A$, y menor que los siguientes: $E < F, G, H, I$, etc., lo que es una forma de reversibilidad por reciprocidad.

En conclusión:

Aunque el niño durante el periodo de operaciones concretas, puede resolver correctamente problemas de conservación, se califica como concreto su pensamiento por que todavía necesita la experiencia sensorial directa. Si se le pidiese que identificara la razón por la cual la cantidad de líquido "sigue siendo la misma" después de la transformación, el niño sería incapaz de abstraer el principio general. Esta capacidad no aparecerá hasta la etapa final del desarrollo lógico, o periodo de operaciones formales (2).

d).- Operaciones formales (11-15 años)

Ya se tiene en el niño un pensamiento hipotético deductivo, un conocimiento más extenso y claro de la realidad que los rodea, él cuenta con una concepción de lo posible; lo que puede lograr con sus acciones intelectuales si se lo propone; reflexiona independientemente del objeto de conocimiento; formula sus propias teorías acerca de la existencia de los mismos.

El niño en ésta etapa, es capaz de dirigir discusiones de manera analítica y reflexiva sobre situaciones difíciles de entender (abstractas); hace uso de hipótesis, el experimento y la **deducción**. Esto le permite razonar de lo particular a los general.

Por ser el adolescente capaz de formular hipótesis a cerca de cosas que no están al alcance de su manipulación se torna posible un proceso de "ensayo y error" auténticamente interno,

(2) Ibid., p. 212

así como un proceso más cognitivo de "asimilaciones recíprocas de esquemas"⁽³⁾.

O formas de representar al objeto de conocimiento gráfica y simbólicamente.

El pensamiento de la etapa formal presenta diferencias en relación a su antecesor (etapa de las operaciones concretas) por ejemplo:

El problema de peso específico que consiste en ofrecer al niño una variedad de objetos (hierro, madera, piedras, etc.) y preguntar por que unos se hundan y otros no, es decir, quedan flotando, el resultado concreto debe ser explicado en función de volumen de cada objeto en relación con su peso, es decir, el espacio que ocupa el cuerpo (volumen) y lo pesado o liviano que este.

El niño de las operaciones concretas intentará clasificar los objetos, livianos, semipesados, pesados, así establecerá, que el hierro se hunde (pedazo); el aluminio (tapadera) se hunde si se llena de agua; la madera por ser liviana flota.

Estos juguetes mencionados, el niño los enmarca en categorías, ejemplo: Si un juguete se hunde tiene que ser de hierro. El niño de este período toma en cuenta una sola dimensión física del objeto, el peso y de acuerdo a este las posibilidades de sumergirse en el agua.

En tanto el niño de las operaciones formales coordina información sobre dos dimensiones (peso y volumen), el volumen lo explica de acuerdo con el agua desplazada del objeto flotante, en este caso madera. Que con menos peso en relación al hierro es capaz de desplazar más agua. Influyendo en esto el tamaño del objeto liviano, el espacio que ocupa en la superficie del agua para que lo haga.

En conclusión en el período de operaciones formales como se dijo anteriormente, el sujeto elabora hipótesis, es decir, supuestos acerca de una problemática en cuestión. Esto lo hace con la finalidad de llenar los vacíos que quedan en su entendimiento y a su vez dar oportunidad a la formación de una serie

⁽³⁾ Ibid., p. 213

de esquemas o formas de concebir y comprender el objeto de conocimiento, a tal grado de distanciarse de él en su existencia e ir más allá de la mera percepción del mismo.

Dicha percepción es considerada como un subconjunto de un conjunto de posibilidades de conocimiento más amplio. Así el niño que logre dominar el concepto de fracción equivalente, estará con mejores perspectivas de utilizarla en suma, resta, problemas, etc., en resumen:

Durante el cuarto período (operaciones formales), el niño se torna capaz de ir más allá de la experiencia sensorial inmediata [del objeto] y de pensar en forma abstracta, o sea, de cumplir operaciones con operaciones y de elaborar esquemas de orden superior, es decir, hipótesis predictivas generales o leyes (4).

Se debe tener presente que cada una de éstas etapas de desarrollo, son descritas en función de lo óptimo que el niño puede lograr. Pero se dan casos que en niños de cualquier edad puede haber manifestaciones con más de una etapa de desarrollo, el punto sobresaliente, es que en cada niño se da la misma secuencia de desarrollo. Es importante conocer las etapas cognoscitivas del desarrollo del niño para el entendimiento del aprendizaje del concepto de fracción; por que en un grupo de sexto año, no todos los alumnos alcanzan a comprenderlas fácilmente aunque se encuentren en la etapa de las operaciones formales.

Esto último se da por qué la edad cronológica del niño no va de acuerdo con las estructuras de la inteligencia que debe de alcanzar por que le falta madurez en la misma, cuestión que se explicará con más detenimiento en los siguientes puntos a cerca del desarrollo del conocimiento.

2.- ¿ Cómo se efectúa el desarrollo del conocimiento ?

(4) Ibid., p. 214

Para construir el conocimiento según Piaget se necesitan tres procesos: asimilación, acomodación y adaptación.

La asimilación, es la integración de los datos externos a la estructura interna cognitiva que se lleva a cabo por medio de la acción del sujeto sobre el objeto de conocimiento.

Esto se reduce a que al actuar el sujeto sobre el ambiente, exclusivamente sobre un objeto de conocimiento incorpora elementos del mismo a sus estructuras de la inteligencia de acuerdo con sus posibilidades y tomando en cuenta su etapa de desarrollo. Así una acción de clasificación será diferente si la realiza un niño de 3 a 4 años (etapa preoperatoria), que si la lleva a cabo un niño de 7 a 8 años que supuestamente ya maneja las operaciones concretas.

La interacción del sujeto con el objeto redituará experiencias que en un momento dado las puede aplicar al enfrentarse a situaciones nuevas que le presente la realidad. y al mismo tiempo enriquecerá su capacidad de comunicación (lenguaje oral y escrito) que le permitirá tener mayor acceso al mundo social que lo rodea y dotarse culturalmente.

Así pues en el aula, el maestro debe cumplir la función de enfrentar al alumno con objetos de conocimientos, pero propiciando su aprendizaje, ejemplo: Fracciones equivalentes.

En donde el niño mediante el análisis, la confrontación de ideas con otros niños, su propia capacidad de pensar, logre asimilar el concepto o fracción equivalente; utilizando sus propios procesos, organizando elementos del objeto de conocimiento; reorganizándolos en otras interacciones con el mismo y continuamente acomodándolos a sus estructuras de inteligencia.

La acomodación citada se refiere a los ajustes que tiene que hacer el sujeto en su estructura sobre una situación didáctica en cuestión con el fin de adaptarla mejor a su medio; la cual al modificarse origina otra estructura, otra forma de pensar en

relación al objeto de conocimiento pero tomando en cuenta la anterior e incorporando nuevas experiencias de aprendizaje, mediante un proceso activo manifestado en explorar, hacer preguntas ensayar, errar, experimentar, reflexionar etc., hasta que el "aprendiz" logre nuevos y exitosos resultados como productos de su relación con el objeto.

Y por último el niño logra la adaptación de las propiedades del objeto de conocimiento a sus estructuras intelectuales.

Esa adaptación es un equilibrio entre el integrar un dato exterior en una estructura y el cambio paulatino de ella en otra. Es una función biológica propia del organismo mental del sujeto, en donde las funciones no cambian, únicamente las estructuras. Ya que la producción del conocimiento es un proceso progresivo de equilibrio entre la asimilación y la acomodación para dar origen a la adaptación.

Por lo tanto se concluye que el conocimiento es un proceso constructivo de adaptación, el cual consiste en asimilar y acomodar elementos de un determinado objeto de estudio a estructuras de transformación elaboradas por la inteligencia.

De ésta manera la conducta del niño resulta más adaptativa cuando la acomodación y la asimilación se hayan en equilibrio, que es el mecanismo por cual las estructuras pasan de un estado a otro y cada uno de estos estados, lleva consigo los gérmenes de su propia destrucción, pues a partir de ese instante las actividades del niño se dirigen a la eliminación de errores e inconsistencias encontradas en su estudio sobre fracciones equivalentes (ejemplo), y se abocan a la solución de esas fallas.

Por lo tanto la asimilación y la acomodación están en continuo equilibrio que se rompe cada vez que el niño organiza nuevas formas de actuar y de concebir al objeto de conocimiento. En estas modificaciones del niño surgen experiencias que se capitalizan en aprendizajes diferentes.

De ésta manera el sujeto que ha ascendido a las estructuras formales tendrá mayores posibilidades de elaborar procesos de transformación en relación con el estudio del objeto de conocimiento que le permitirá a la vez resolver más problemas didácticos y encontrar mejores soluciones para su adaptación.

Para tener un panorama más extenso y preciso en relación con el conocimiento, es esencial tener presente los factores que invierten en él.

3).- Factores que invierten en el desarrollo del conocimiento de acuerdo con Piaget.

a).- La acción del sujeto sobre los objetos.

En este, la acción transformadora de las estructuras de la inteligencia del individuo en interacción con el objeto de conocimiento le llevan a recibir experiencias nuevas, no solamente físicas, es decir, las características específicas del objeto (color, textura, peso, etc.). Sino también las experiencias lógico-matemáticas explicadas con anterioridad que llevan a cabo en los objetos como a través de ellos, descubriendo sus propiedades a través de abstracciones que logra realizar por medio de las acciones mismas, y no por conducto de una explicación verbal por parte de un maestro u otra persona.

Lo anterior quiere decir que el niño comprende mejor cuándo está en contacto directo con el objeto de conocimiento, cuando lo observa, toca, manipula, clasifica, ordena, lo combina con otro etc.

b).- El segundo factor es el proceso o camino que recorre, en este caso el niño o sujeto para llegar a su culminación o cabal perfeccionamiento. Todo conocimiento adquirido por el niño por muy simple que sea pasa por un proceso, esto por que el niño no conoce rápidamente las cosas; las va conociendo lentamente e interpretando.

Esta afirmación de Piaget indica que hay que respetar los procesos que sigue el niño con el fin de apropiarse del objeto de conocimiento, y tomar en consideración

que no se llega al pleno conocimiento de las cosas, pero sí a un punto definido de ellas en relación a un objeto determinado considerando el potencial cognitivo que posea el individuo.

Con estas ideas queda de manifiesto la importancia de tratar de adentrarse en los procesos que sigue el niño hasta llegar a las nociones relacionadas con la fracción, sin violentarlos, solamente facilitarlos o propiciar su evolución.

c).- Un tercer factor es la comunicación o transmisión de experiencias, reflexiones valores etc.

Desde su nacimiento el niño se comunica por medio de llanto, la sonrisa etc. indicios que van sentando las bases para la formación paulatina del lenguaje. Ya con él va aprendiendo a dialogar, preguntar sobre los objetos que lo rodean, pedir explicaciones de los mismos, el por qué de su existencia, etc.

En la medida que el niño amplíe su lenguaje oral y escrito mayores serán sus posibilidades de adquirir más conocimientos y desarrollarlos identificándose con la cultura que se encuentra a su alrededor.

d).- El cuarto factor vendría a ser la oportunidad que se le debe de dar al alumno.

En este caso inmiscuyendo la problemática citada acerca de fracciones equivalentes en dónde debe propiciársele al alumno llegar por sí mismo a superar las dificultades propias de ese contenido reflexionándolo, valorándolo e inventando soluciones, es decir, aprendiendo de la experiencia que resulta de tratar de hacer las cosas por sí solos.

Esto último conlleva a ampliar la capacidad de adaptación con nuevas formas de enfrentar a los objetos circundantes y las consignas ofrecidas por el maestro en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

e).- Como último factor la maduración es el resultado de factores hereditarios, de aprendizajes, experiencias obtenidas del medio, la escuela, familia etc.

En la maduración está implícito el crecimiento orgánico y el funcionamiento del sistema nervioso en relación a las asimilaciones que logre el niño con el estudio de determinado contenido programático que podría ser fracción equivalente.

Esto anterior significa que con la maduración el niño gradualmente va construyendo estructuras y superándolas en la medida que su sistema nervioso principalmente el cerebro va desarrollándose en lo que a funciones mentales se refiere.

Estos factores mencionados ayudarán al alumno para que éste pase de niveles simples a otros más complejos y evolucionados, gracias también a los procesos de asimilación y acomodación que logre el niño en su relación con el objeto.

Como una forma de complementar lo relacionado con el conocimiento se abordará el siguiente tema:

2.4.- **Desarrollo y aprendizaje.** Piaget explica el desarrollo, aprendizaje y conocimiento de una forma relacionada.

Así pues inicia argumentando que el desarrollo del conocimiento es un proceso espontáneo vinculado a la embriogénesis que se refiere al desarrollo del cuerpo, pero abarcando también las funciones mentales y el sistema nervioso.

Hablando particularmente del desarrollo del conocimiento en los niños, la embriogénesis termina en la etapa adulta llegando a ser un proceso de desarrollo total que se explica por los factores biológicos y psicológicos propios del ser humano.

Dicho de otra manera el desarrollo es un proceso que se relaciona con la totalidad de las estructuras del conocimiento que se van formando a lo largo de la vida del niño. En dónde el aprendizaje es provocado en este caso por un maestro de acuerdo a cierto aspecto didáctico y el alumno siguiendo sus propios procesos, empleará su intuición, su lógica mediante sus acciones hasta llegar a concretizar el conocimiento.

Para Piaget, el desarrollo explica el aprendizaje ya que en la medida que aumenten las estructuras de la inteligencia del niño, mayores serán las posibilidades de acceder al conocimiento, ya que de dichas estructuras dependerá que el niño "aprenda".

Para Jean Piaget y Henry Wallon el desarrollo es el conjunto de procesos y acontecimientos que intervienen en los cambios que ocurren por etapas y organizaciones sucesivas y que reflejan la maduración y del aprendizaje del ser humano.

De acuerdo con esto enunciado, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones equivalentes, tema que nos ocupa, es necesario tener en consideración el desarrollo intelectual del niño para comprenderlo tanto en los avances y dificultades a las que se enfrenten ante una situación de aprendizaje, y de esta manera implementar estrategias didácticas acordes con su nivel de desarrollo.

Para tener un panorama más amplio acerca del aprendizaje que en gran medida ayuda al desarrollo de las estructuras de la inteligencia, se iniciara desde el punto de vista de Piaget por admitir que el aprendizaje se da desde que el niño nace por que aprende a oír, a ver; inspeccionar el entorno que lo rodea; posteriormente a caminar, saludar y un sinnúmero de conductas por mera imitación que lo llevarán poco a poco a interactuar activamente con miembros de la sociedad participando en la cultura a través de su inteligencia, enriqueciéndola con continuas adaptaciones al conocimiento que incorpore a sus estructuras mentales y al mismo tiempo obtener aprendizajes más evolucionados. Tomando en cuenta esta ideas:

El aprendizaje se define como la manera en la cual un individuo adquiere conductas socialmente estandarizadas. Entre estas se hayan no solo los modelos aprobados de conducta y de creencia, sino también el modo de pensar y los conceptos que orientan la percepción y la comprensión ⁽⁵⁾.

(5) Ibid., p. 214

Piaget deduce que puede haber dos clases de aprendizaje: el aprendizaje simple o de contenidos y el aprendizaje amplio de formación de estructuras de conocimiento. El aprendizaje amplio enmarca el aprendizaje simple y se confunde con el desarrollo.

El sujeto inteligente asimila gran cantidad de contenidos u objetos de conocimiento; de operaciones encontradas en base a la reflexión, análisis etc., dependiendo de sus esquemas de asimilación, es decir, de sus estructuras cognoscitivas que pueda emplear en un momento determinado.

Si sus estructuras son simples, se limitará a asimilar meramente contenidos simples, pero si el sujeto actúa, dirige sus acciones sobre esos contenidos, los transforma forzando sus estructuras para una comprensión más profunda y logra mejores razonamientos; entonces se dice que el producto obtenido es un aprendizaje amplio y a ese proceso seguido aunado al resultado se le llama acomodación.

Así pues al igual que el desarrollo, el aprendizaje se logra a través del doble sistema de asimilación y acomodación.

Dicho esto no se le puede llamar aprendizaje a la pura imitación, la copia etc., ya que muchos niños aprenden la lecto-escritura sin saber para que les sirve; sumar, restar, multiplicar, dividir pero sin conocer como utilizar estas operaciones para resolver un problema. Esas mecanizaciones son contenidos sin estructurar, sin organizar por el alumno, por tanto no pueden ser utilizados en forma inteligente.

El papel del maestro no consiste en transmitir en los niños conocimientos ya elaborados, su función es la de ayudar al niño a construir su propio conocimiento guiándolo en sus experiencias. Y respecto al dominio lógico matemático el maestro no se debe imponer, ni ayudar a la respuesta correcta, sino robustecer el proceso de razonamiento del niño.

Así por ejemplo, se pretende que los conceptos de fracciones en una interacción con el objeto de conocimiento emerjan de experiencias concretas; trabajándose permanentemente a partir de referentes empíricos con significado para el niño para que los comprenda y los aplique a problemas matemáticos: de ésta manera el concepto $2/5$ o la equivalencia $3/6 = 6/12$, se obtendrá como conclusión de la experiencia del trabajo compartido, de la manipulación, suposición, comparación, observación, etc.

2.5.- El concepto de noción del número. Es importante aclarar que para asimilar el concepto de número fraccionario y su operaciones por parte del niño, se precisa que construya primeramente la noción de número, posteriormente seguir con el descubrimiento de los números naturales y después los enteros.

De acuerdo con Jean Piaget, ésta noción se construye en la etapa de las operaciones concretas mencionada con anterioridad y se necesita la noción de conservación o sostenimiento de las acciones realizadas en torno a los objetos con su respectiva comprobación para dar mayor validez a las opiniones e ideas del niño, así por ejemplo:

Cuándo se le deja de tarea al niño que traiga piedras, y éste las lleva variadas al aula escolar, y pasado un momento, se le lanza la consigna abierta ¿Cómo podrías agrupar esas piedras?.

Posiblemente el niño atendiendo a la forma de la piedra, haga una clasificación inicial; puede continuar en base al color de la misma, tamaño e incluso su peso etc., pero plasmando en sus clasificaciones el agrupamiento de los elementos en base a semejanzas y al mismo tiempo diferencias de la piedras.

El sujeto puede operar con el objeto, siempre y cuándo se le dé libertad para hacerlo y realice sus acciones intelectuales sin precisión alguna, en cuánto a seguir un modelo de clasificación establecido por el maestro.

El niño debe argumentar sus acciones en cuanto a la reunión de los elementos (piedras) y esto le permitirá al maestro en caso de ser acordes tales observaciones, diagnosticar en qué etapa de desarrollo se encuentra el niño; lo cual dará margen a diseñar actividades para él, propias de su nivel cognoscitivo, y así mismo determinar qué sujetos poseen conservación en los agrupamientos de objetos. Esto último para darle seguimiento al proceso seguido por el niño para llegar al concepto de número.

No se debe descartar que el niño en su vida cotidiana aplica la clasificación, por ejemplo: al separar sus canicas a la hora del juego puede hacerlo por su color, algún dibujo en especial que tengan; por su textura, peso, etc. Con estos objetos el niño demuestra tener conservación en sus separaciones, ya que juega con la canica que él cree que le dará buenos resultados; apuesta con aquellas canicas que tienen algo en común con las de sus demás compañeros en cuanto al valor se refiere.

Ya en esto último se adentra el niño en la seriación, ya que establece un orden mayor y menor del valor de las canicas, por que según él, no todas valen lo mismo, también puede seriar las canicas en cuanto al tamaño chica, mediana, grande, etc.

De esta forma mediante la abstracción de sus propias acciones, el niño va aproximándose por sí mismo al concepto de número.

Concepto de número es el resultado de las síntesis de la operación de clasificación y seriación: Un número es la clase formada por todos los conjuntos que tienen la misma propiedad numérica y que ocupa un rango en una serie, serie considerada a partir también de la propiedad numérica de ahí que la clasificación y la seriación se fusionan en el concepto de número (6).

Al respecto Delia Lerner afirma que las limitaciones encontradas en los niños con relación a los procesos de clasificación y seriación que lleva a cabo en pos del concepto de número, no se superan por transmisión verbal. Es decir, si un niño dice

(6) Universidad Pedagógica Nacional, Concepto de número. Construcción Espontánea y consecuencias Pedagógicas. (anexo 1)

que " hay más en la fila más larga " nada se ganará con contestarle, que no te das cuenta que hay igual no se puso ninguno más.

Mucho más útil será para él que se le encauce a meditar, a reflexionar sobre sus afirmaciones, reorientando las mismas mediante su espontaneidad para ir construyendo progresivamente la solución de la situación planteada. Piaget señala que el conocimiento esta unido a la actividad, el solo hecho de que el sujeto construya su propia forma de pensar, comprender, es muy importante, en tanto que la actividad reflexiva se erige como uno de los mecanismos del desarrollo cognoscitivo. Aplicandose esta opinión de Piaget se deduce que el niño puede construir el número y operar con el, no solamente falseando que ya lo conoce por la razón de que lo recita, sino a través de sus acciones y coordinaciones sobre los objetos. Utilizando su reflexión y espontaneidad el niño irá aprendiendo a cerca de lo que es el -número, consolidándolo en la medida que avance su desarrollo intelectual, de gran ayuda le servirán los estímulos que reciba del exterior, ejemplo: El conteo de números con sus nombres refiriéndose a un o unos objetos, etc.

El niño para poder construir el concepto de número precisa relacionarse con objetos, clasificándolos, seriándolos; utilizando la correspondencia uno a uno para llegar a la conservación de la cantidad.

Dicho de otra forma, cuando el niño interactúe sobre varios conjuntos de objetos agrupándolos por similitudes, diferencias (clasificación); estableciendo un orden ascendente o descendente de acuerdo a una característica o propiedad del objeto (seriación). Se afirmará que el sujeto a construido el concepto de número.

Como se dijo anteriormente el número es un antecedente de la fracción y lógicamente también de la fracción equivalente. Pero antes de inmiscuirse específicamente en el estudio de éstas últimas, es importante ofrecer un panorama más amplio y un tanto general de las fracciones para observar las dificultades por las que atraviesa el sujeto en su elaboración y al mismo tiempo sus logros. Esto con

el fin de esclarecer aún más la problemática antes citada acerca de la no comprensión de las fracciones equivalentes.

2.6.- Algunos estudios sobre fracciones. Alicia Avila Storer en su estudio relacionado con el aprendizaje de las fracciones, parte del supuesto al que aluden los planeadores educativos en el cual opinan que los niños aprenden el concepto fracción y sus operaciones y saben aplicarlo en situaciones diversas cuándo terminan la primaria.

La suposición es válida en el sentido de que el niño, si puede lograr el concepto fracción y operar con él en sus distintos aspectos. Lo que no se explicita en ese supuesto, como es la manera en que se logra esa concepción.

Se puede pensar que Avila Storer al observar lo frágil de las afirmaciones, opta por comprobarlas remitiéndose directamente al aula escolar con los alumnos y aplica un cuestionario a 4 escuelas del Distrito Federal en ellas participaba la clase media y la clase alta (alumnos), específicamente en 4 grupos que empezaban sexto grado y en dos que iniciaban primero de secundaria.

La investigación se apoyó en las distintas interpretaciones sobre el concepto fracción que ofrecen los libros de texto gratuito tales como:

- a).- La fracción como parte de una figura.
- b).- La fracción como parte de un conjunto.
- c).- La fracción como expresión numérica.
- d).- La fracción como porcentaje.
- e).- La fracción como razón.
- f).- Concepto de equivalencia.

Los resultados fueron los siguientes:

- a).- Los alumnos no tienen dificultad en identificar fracciones representadas en círculos o rectángulos pero cuándo la figura es diferente se tienen problemas, lo cual

quiere decir que el alumno no sostiene su afirmación inicial respecto a las fracciones de las dos primeras figuras.

b).- En relación a la fracción como parte de un conjunto, el niño señala sin problemas una fracción cuándo el numerador es igual al número de objetos que forman un subconjunto, ejemplo: $4/9$ de un conjunto de 9 canicas o $3/7$ de un conjunto de 7 círculos por que los subconjuntos constaban de 4 y 3 elementos respectivamente.

Cabe mencionar que la atención del niño se centra en el numerador y olvida el denominador que es el conjunto.

En torno a fracciones equivalentes en resolución de problemas, este concepto se interpretó así, ejemplo: $12/18 > 6/9 > 2/3$, predominó la idea de que son mayores las fracciones de los números más grandes, lo cual quiere decir que el niño no tiene la concepción del papel que juega tanto el numerador como el denominador en las fracciones equivalentes.

En base a estos ejemplos dados, Avila Storer argumenta que los niños conocen poco de fracciones al salir de la primaria ya que no establecen de manera sólida la relación parte todo en la fracción, y con ésta dificultad la operatividad del alumno se reduce a un manejo de fracciones formalista y rígido, si ofrece respuestas correctas verbal o algorítmicamente, pero no conforma los conceptos que sustentan dichas respuestas, por que se limita su capacidad de razonamiento y no sigue como proceso el concepto fracción, es decir, como producto de si mismo, de su capacidad intelectual.

De cierta forma Avila Storer ve la situación que predomina en la enseñanza de la matemática y llega a la conclusión que el problema radica en el método de enseñanza, por lo tanto propone una buena dosis de didáctica, pero fundamentada previamente en una investigación, con los alumnos, ya que ellos son los que darán pie a la formulación de nuevas estrategias didácticas.

Por su parte Balbuena y otros como Cristina Espinoza, Hugo Espinoza etc., se adentran en un trabajo de investigación con un grupo de sexto grado consistente en la enseñanza de la matemática propiamente en fracciones; utilizando en este trabajo distintas alternativas de operar y concebir la misma.

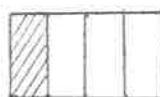
En su texto descubriendo fracciones, dan a conocer algunos aspectos que deberían estar contemplados en la Escuela Primaria en relación con la fracción. Inician el análisis especificando la forma en que aparece la fracción en libros y programas, en su opinión el tema aparece así: concepto de fracción, comparación y equivalencia, operaciones y problemas.

Se le da mayor peso a las operaciones por su dificultad para entender el mecanismo en sus resoluciones. Implícitamente dejan entrever estos autores que se parte de situaciones didácticas concretas, sin recurrir al razonamiento conceptual que en un momento determinado puede generar el niño.

Las situaciones que se presentan en torno a la fracción, aclara Balbuena, más que una especie de secuencia de clases a seguir es motivo de reflexión para el maestro, para que éste tenga una visión más extensa acerca de lo que significa la fracción.

Comienza definiendo la fracción como un conjunto de números con propiedades particulares diferentes de las propiedades de los números enteros, y muchos de los problemas se originan por no tener claras esas diferencias, ejemplo:

En los números enteros, se sabe que 4 es menor que 6, $4 < 6$, pero en fracciones $1/4 > 1/6$, se puede pensar solamente en la igualdad del numerador y se cae en el error de considerar mayor a la que tenga el denominador más alto, pero se puede comprobar que no es así.



1/4

1/6

Hacen alusión también a la relación que existe entre el conjunto de las fracciones y los números enteros en una forma diferente de denominarlos y utilizarlos implícitamente, ejemplo: $4/4$, $10/5$, $18/6$, $8/2$, lo que es igual a 1 por que la primera fracción equivale a ese entero; 2 por la segunda; 3 por la tercera; 4 por la cuarta fracción y así sucesivamente. Lo cierto es que todos los enteros son fracciones pero no lo inverso.

Y continúan definiendo a la fracción apoyándose en opiniones de alumnos:

Las fracciones son la mitad o distinta cantidad de un entero, eso sirve para cuándo se reparte una cosa, la partes y se ven las fracciones. Y así se prosigue definiendo a la fracción de acuerdo con el aspecto a retomar de ellas, de ahí se desprende la importancia que tiene el conceptualizar primeramente a los números enteros, para posteriormente con esas bases se pueda comprender a los números fraccionarios.

Las fracciones, se relacionan con distintos campos de la matemática, ejemplo:

En una caja se tienen 8 canicas rojas, 5 amarillas, 3 azules y 2 verdes. Cuál es la probabilidad de sacar canica roja, respuestas $8/18$ y verde $3/18$, etc.

Con porcentaje se relaciona de la siguiente manera:

La quinta parte del grupo de sexto año son niñas los niños son 24, ¿ cuantos alumnos hay en todo el grupo ? ¿ Que porcentaje del grupo son niños ?. El resultado es alumnos 30. porcentaje de niños $4/5$ u 80% , tomando en consideración que hablando de porcentajes, el todo entero es el 100% .

Como se puede observar a partir de estos ejemplos, la fracción se encuentra en múltiples apartados de la matemática, no siendo necesario definir la fracción en dónde contemple todo los aspectos en sus diferentes operaciones, lo que si es importante es evitar partir de contenidos propiamente teóricos dando explicaciones para la solución de los mismos, dejando al alumno la tarea de resolverlos.

El objetivo es, enfrentar al alumno a situaciones problemáticas accesibles a ellos, que sean resueltas por los mismos, permitiéndoles construir el conocimiento.

Siendo importante para esto, escucharlos, en la expresión de sus opiniones y las justificaciones acordes con su capacidad intelectual.

En base a esto enunciado, se deduce que la comprensión de los procedimientos y conceptos es más importante que cualquier algoritmo o regla recitada.

En conclusión se considera que el concepto fracción es sumamente útil e interesante por lo tanto debiera dedicársele mayor tiempo en el programa de matemáticas.

Se aclara que si no se asciende a la comprensión real del significado de fracción se dificultará en mucho el manejo de las operaciones con fracciones.

Esta investigación y experimentación, es de beneficio en el sentido de que se aportan elementos de análisis valiosos dignos de tomar en cuenta en la práctica docente para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en relación con las fracciones en sus distintas modalidades y una de ellas, fracciones equivalentes.

2.7.- Psicogénesis de las fracciones. El verdadero progreso profundo y básico de la enseñanza matemática es aquel que da oportunidad a un uso más continuo de la inteligencia humana. Complementando ésta opinión de acuerdo con Piaget, es darle oportunidad al niño de construir sus propios procesos de conocimientos enfrentándolo a problemas de interés para él en dónde cree estructuras, nuevas estructuras de las más simples a las más complejas.

Dicho de otra manera partir de una estructura inicial para ir conformando otra más amplia, así por ejemplo: cuándo el niño ha aprendido el concepto de número, estará capacitado para apropiarse de los enteros y a través de un proceso sistemático de madurez intelectual continuará con números fraccionarios en dónde están implícitas las fracciones equivalentes.

Se iniciará por exponer las ideas relevante en torno a la construcción espontánea de este concepto (fracción) por parte del alumno, como una explicación del proceso que se desarrollo en el niño escolar para construir la estructura mental que lo capacite en la comprensión del concepto fracción equivalente.

Parea esto se dan a conocer observaciones prácticas y teóricas de investigación por parte,Asunción López Carretero.

Es importante conocer éstas observaciones para tener un panorama más específico acerca de como van surgiendo dificultades en el aprendizaje del niño en relación con la fracción, y así mismo entender los problemas por los que atraviesa en la elaboración de este concepto.

Al respecto de este enunciado Avila Storer manifiesta que los obstáculos a los que se enfrenta el niño en la matemática dificultando en gran medida su entendimiento se deben a que el sujeto trabaja con símbolos que no tienen un significado para él.

De hecho ésta investigaciones argumentan que el niño tiene capacidad para desarrollar múltiples procedimientos al enfrentarse a la necesidad de resolver problemas concretos de fracciones. Pero para que el niño aborde situaciones didácticas un tanto problemáticas, es necesario que tengan significado para él, que se interese por ellas de tal manera que facilite que:

El niño [sea capaz de], construir su propio conocimiento matemático redescubriendo los conceptos, las leyes y las propiedades matemáticas. Este redescubrimiento ha de lograrse mediante la acción sobre los objetos, la reflexión

sobre esa acción [los conocimientos previos sobre esos objetos] y el diálogo permanente con los otros niños para llegar a partir de ellos, a la simbolización de los conceptos (7).

En este caso fracciones equivalentes mismas que en relación con el mundo real del niño se enriquecerán, pero para que esto se logre, es preciso propiciar en el sujeto situaciones de aprendizaje en torno a la problemática antes citada, para que logre llegar por sí mismo a la solución de problemas, en dónde vayan implicadas las fracciones equivalentes.

Asunción López Carretero opina y fundamenta que para tener conocimiento del manejo del concepto fracción en el niño, basta con ponerlo a prueba en un problema práctico que enmarque la repartición, en dónde el sujeto se le permita manipular objetos para efectos de reparto en partes iguales aun determinado número de compañeros, pero con la libertad de poder pensar previamente como llevar a cabo el reparto y con la opción de la confrontación con los demás niños para comparar resultados y así concluir qué ideas, procedimientos a seguir le convencen.

Esto anterior es en gran medida el apoyo en que se sustenta López Carretero como puntos de desarrollo que utiliza el niño para llegar a la asimilación del concepto fracción.

Dichas actividades, en relación a la fracción son consideradas por el adulto como fáciles de abordar, pero, para quien la habrá de construir, el niño no lo es.

En los tres momentos que plantea López Carretero se comprueban las dificultades y los avances en el proceso de construcción de este concepto por parte del niño.

Un primer momento se caracteriza por la pérdida de equivalencia de las partes al fraccionar la unidad, ya que para el niño en una situación de reparto lo que cuenta

(7) Universidad Pedagógica Nacional, La matemática en la escuela I, Ed. U.P.N. México, D.F. 1988 P. 335

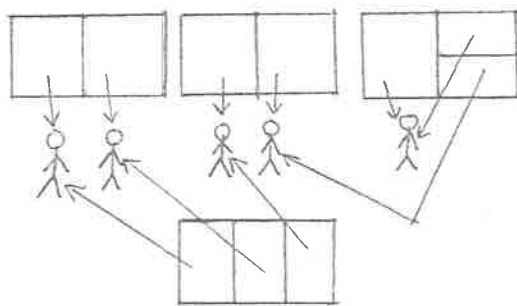
es el número de partes que ha de repartir no la equivalencia de las mismas, y las denomina trozos.

Ejemplo: En una actividad de reparto de cuatro caramelos entre cinco niños se trata de que el niño dirija sus acciones coordinando una doble correspondencia entre la fracción y el entero y entre el número total de partes que ha de dar a cada uno. En esto enunciado surgen dos actitudes, la no equivalencia entre las partes que pueden estar en el interior de cada objeto ya que el sujeto busca el número de partes necesarias para repartir prescindiendo del tamaño de las mismas, y las partes equivalentes.

Consigna para la primera actitud:

Repartir 4 caramelos entre 5 niños y que a todos les toque por igual

Figura 1: Ausencia de equivalencia:



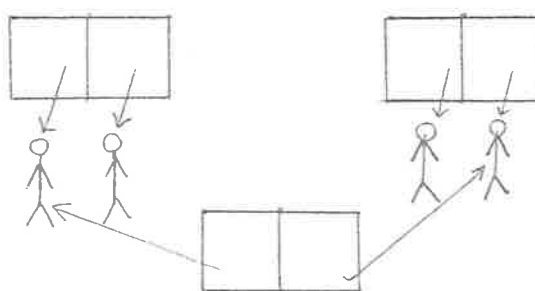
Fuente: López Carretero Asunción, ¿ porqué y cómo enseñar fracciones ?

Como se puede observar en ésta repartición el niño parte el entero sin tomar en cuenta el tamaño de las partes solo considera la cantidad de pedazo de dulce que tiene por repartir; por que cómo se observa en la figura inicialmente divide 3 caramelos por la mitad y a cada niño le da su porción del caramelo, entonces piensa como repartir lo restante y parte el entero en tres pedazos dándose cuenta que no le alcanza para repartir, dado la cantidad de niños o sea 5, divide la mitad restante en 2 partes sin percatarse que los pedazos que distribuyo en los niños no son equivalentes. Por esto enunciado Carretero argumenta: en este primer momento existe la ausencia de equivalencia.

La segunda actitud, se refiere a las partes que son equivalentes, pero no la correspondencia entre las partes de cada uno de los niños, ejemplo:

En una situación de reparto donde la consigna es repartir a 4 personas 2 chocolates. el niño inicia dividiendo por la mitad dos chocolates para darle a cada compañero su parte, pero solamente de 4 mitades, y del chocolate que resta también lo divide; lo divide por la mitad repartiéndolo a 2 niños como se puede observar en la siguiente figura:

Figura 2: Partes equivalentes pero no la correspondencia.



Fuente personal.

En ésta ilustración, se observa que el niño divide en forma equivalente, pero no reparte proporcionalmente las partes que le tocan a cada niño por igual, ya que dio $2/2$ a cada uno de los niños y a los otros dos restantes les correspondieron $1/2$ a cada uno, lo cual quiere decir que no hay correspondencia entre las porciones de los chocolates a repartir y la correspondencia de cada niño por que no repartió por igual a los cuatro.

Este primer nivel de comprensión de las fracciones se localiza aproximadamente entre los 7 y 8 años. En él los alumnos ponen de relieve los obstáculos que enfrentan al tratar de fraccionar el entero y conservar la igualdad de sus partes al momento del reparto. De hecho queda implícito que el niño realiza dos acciones, la repartición del entero y la repartición de sus partes.

En el segundo momento, las equivalencias se conservan en el fraccionamiento del entero, pero utilizando la fracción unitaria, cada entero se divide por separado

empleando el método de la duplicación estableciendo algunas equivalencias como: $1/2$, $1/4$ y $1/8$. Dicho de otra manera, un entero se parte en dos, el siguiente en 4 partes y el tercero en 8 partes.

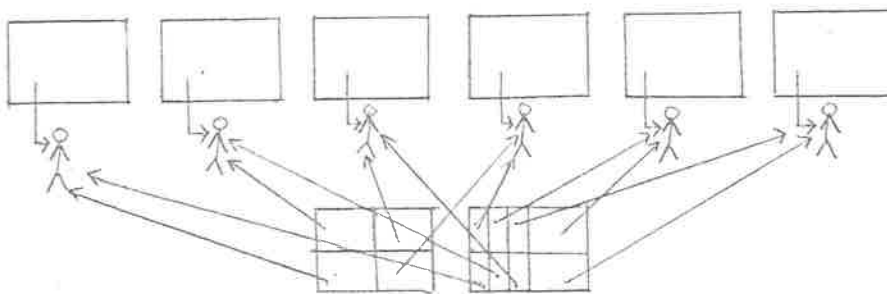
Como se puede observar el denominador es el que se está duplicando, y al mismo tiempo el niño observa que se divide el entero en 2 o en 4 u 8 partes en la misma unidad fraccionada,

ejemplo:

Para repartir 8 caramelos entre 6 niños, da un caramelo a cada niño de los 2 restantes los fracciona en cuartos, obteniendo $8/4$, da $1/4$ a cada niño y le quedan $2/4$ partes, de estos últimos, los fracciona en 3 partes cada uno obteniendo $3/12$ de cada cuarto en total $6/12$ y los reparte a los 6 niños.

Con este ejemplo, queda de manifiesto que los niños del segundo momento dividen los enteros por separados, sin que haya relación entre más de una unidad fraccionada como se puede observar.

Figura 3.- La equivalencia se conserva en el fraccionamiento del entero, sin establecer la relación entre más de una unidad fraccionada.



No utiliza estrategias multiplicativas, es decir, no obtiene un solo total de partes equivalentes ya que si son 8 caramelos y se reparten entre 6 niños, no llega a la conclusión de dividir cada entero en 6 partes iguales y multiplicarlos por 8, ya que es el total de enteros, deduciendo una respuesta.

Esto para tener 48 partes iguales y poder repartirlas por igual número a cada niño, es decir, 8 partes de $1/6$ cada una.

La actividad que realiza el niño es la de efectuar una serie de particiones sucesivas que sustituyen a la anticipación global del número de partes que se necesitan en el reparto.

De acuerdo a lo anterior, se considera que los problemas realizados por el niño con fracciones en la división, subdivisión de las mismas para efecto de reparto, se deben tener presentes como una especie de ejercicios anticipatorios para la construcción de fracciones, adhiriéndose a esto:

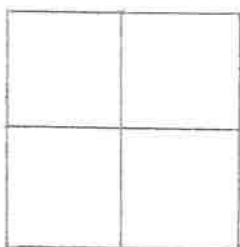
- La modificación de longitud, cantidad de sustancia contenida en un entero ejemplo (chocolate) al momento de su transformación en partes.

- Y la equivalencia de esas partes, no pueden darse por ciertas anticipadamente como evidentes o indiscutibles, por que solamente se da en el entero pero no en la relación como otros enteros.

En este momento el alumno empieza a establecer equivalencias entre fracciones componiendo y descomponiendo las partes del entero de diferentes formas aditivas, ejemplo:

Figura 4.

$$1/4+1/4+1/4+1/4$$



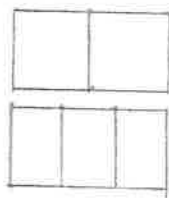
Fuente personal.

Así por ejemplo: se da cuenta que un entero es igual a $4/4$. En este nivel comparan también correctamente las fracciones de numerador 1

Figura 5.

$$1/2, 1/3$$

Fuente personal



Y algunas de denominador y numerador diferente, formalizando la comparación mediante estrategias aditivas, ejemplos:

Figura 6.



$3/5$ y $2/3$



Fuente personal

Es decir, la primera figura tiene más partes pero son menores que las siguientes:

La segunda figura tiene menos partes pero son mayores que las anteriores. Se ejemplifica también de la manera siguiente: para comparar quien tomará más cantidad de pan ante dos personas, una que tiene $3/4$ partes de una barra y la otra $4/5$ partes de otra barra de pan igual, se basan en el siguiente esquema:

Figura 7.



Fuente personal

De acuerdo con ésta división en dónde el sujeto toma en cuenta el denominador de cada fracción 4 partes iguales y 5 partes iguales y considera la longitud de las partes.

Responderá comerá más el que tiene $4/5$ por que el trozo sin comer es menor que el restante de los $3/4$.

Estas operaciones mencionadas, son características que presentan los niños del segundo nivel de composición de fracciones y comprenden aproximadamente los 9 ó 10 años.

En este nivel el niño puede dirigir ya sus acciones o operaciones de partición y reunión cambiando ambas actividades apoyándose siempre en operaciones concretas.

Esta es la etapa en que el niño comprende las nociones de fracciones equivalentes.

En un tercer momento se descubre la utilización de estrategias multiplicativas, tanto en la relación entre el entero y sus partes como el conjunto de estas y las porciones proporcionales del reparto, ejemplo:

Repartir 4 regalices entre 5 niños. En esta situación de aprendizaje el niño duda en cuanto a que no sabe si corresponde $1/5$ a cada uno o $4/5$, lo cual quiere decir, que tiene dificultades para coordinar la repartición de unidad con la relación de número de partes que tiene que dar a cada uno.

Figura 8.



Fuente: Asunción López Carretero.- Por qué y cómo enseñar fracciones.

A cada niño le queda $1/5$ parte de cada entero (regalíz) en total $4/5$ partes por que son 4 enteros divididos en quintos, fue a la conclusión que llegaron los niños.

Como se puede observar a un mismo niño no le dan las partes de un solo entero por lo cual dejan de manifiesto los tropiezos pasados por los niños en la repartición.

En éste momento, se inicia la comprensión de la fracción como relación al descubrir que el concepto $1/2$ y $1/3$ etc., no se utiliza para un objeto determinado, sino que puede representar diferentes cantidades aun que exprese la misma relación ejemplo: $1/2$ ó $2/4$ de 1500 huevos será 750 como $1/3$ ó $2/6$ de naranjas(w)

será 4. Al mismo tiempo se vislumbra la función del numerador y el denominador en el entero que se puede presentar en diferentes situaciones de aprendizaje.

Se pudo observar en el transcurso de la génesis de la fracción el descubrimiento paulatino pero continuo de las leyes que rigen la composición del número fraccionario. Esto mediante la actividad de reparto, que constituyó en sí un proceso intelectual por medio del cual fueron aprendiendo las relaciones entre el entero y sus partes; la composición de las mismas, el descubrimiento de las equivalencias y la reconstrucción de estas relaciones por medio de estrategias multiplicativas.

Lo enunciado anteriormente, deja implícito que se trata de un nuevo enfoque del aprendizaje en torno a la asimilación del concepto fracción, respetando la actividad mental del alumno, permitiendo a la vez que pueda adquirir conceptos matemáticos mediante proceso de razonamiento que le ayudarán a ir descubriendo poco a poco las propiedades que rigen las operaciones con fracciones y los símbolos que las representan.

2.8.- Alternativas teóricas. Dentro del quehacer educativo, específicamente en el aula escolar es sumamente importante propiciar situaciones didácticas capaces de despertar el interés del niño, de facilitarle la comunicación con sus compañeros y maestros en torno a un determinado tema en cuestionamiento de manera tal que le reditúe al alumno aprendizajes significativos.

En relación con esto anterior, Brousseau manifiesta que para obtener un aprendizaje más propio del niño, es necesario antes que nada la ruptura del contrato didáctico, por que de esta manera el sujeto recupera su autonomía decidiendo las acciones a ejecutar en función de su criterio personal.

Pero, ¿ Hasta qué punto puede romperse el contrato didáctico en la enseñanza de fracciones equivalentes ?

De hecho la relación de dependencia entre el maestro que enseña y el alumno que solo recibe, es difícil de desterrar, más sin embargo se puede contribuir en gran parte ha hacerlo, dándole la oportunidad al niño que exprese su experiencia en su relación con el objeto de conocimiento, con la puesta en juego de su capacidad de razonamiento, en donde el papel del maestro, sea de mediador de tales interacciones para que el alumno prosiga sus procesos de aprendizaje y descubra los conocimientos por si solo.

Otra cuestión que habría que considerar para que se logre el aprendizaje en el alumno son las expectativas, en el sentido de que el maestro reconsidere su posición en relación a aquellos niños con carencia verbal, inhibiciones, condición social humilde, etc.

Tales expectativas perjudican a alumnos de los que realmente no se tiene pleno conocimiento acerca de sus facultades intelectuales.

Es por eso importante desecharlas en el sentido de ofrecer en igualdad de oportunidades la propiciación de conocimientos por parte del maestro, con nuevas actitudes hacia el alumno, más interacciones con él y menos selectividad en cuanto al rendimiento escolar que se espera de ellos.

Algo muy importante que puede influir sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en favor del mismo, es tratar de inmiscuirse en las reglas del juego que maneja en su vida escolar, es decir, como se desenvuelve en ella; qué tipo de comportamiento presenta como son sus relaciones con los demás niños.

Se hace necesario también adecuarle al alumno un ambiente de confianza para que se pueda expresar libremente, dando a conocer lo que es capaz de realizar, ya que en múltiples ocasiones el niño trae problemas familiares, es tímido etc. y por esos motivos, no saca a flote su capacidad de razonamiento

Grecía Gálvez opina al respecto que no se puede atribuir exclusivamente las causas del fracaso escolar a las características del alumno o a las de su medio de

origen social, " por que sería como afirmar que un cuchillo no corta por que el pan esta duro, sin detenerse a examinar el filo del instrumento "(8).

Si se establece la analogía de tal aseveración con maestro-alumno, se puede manifestar que el primer sujeto no trata de conocer la realidad del segundo en su manera de pensar; en el por que de su comportamiento ante el grupo etc., cuestiones que debiera investigar y tratar de subsanar para beneficio del aprendizaje que puede generar el niño que conlleve a contribuir al desarrollo armónico de su personalidad.

En cuanto a la siguiente causa del fracaso escolar responsabilizando la clase social y el medio en que se desenvuelve el niño que supuestamente lo hace estar en desventaja académica y verbal en relación con niños de la clase media alta.

W. Labov argumenta con experimentos que este tipo de niños pueden verse con otro enfoque acerca de su pensamiento al establecer con ellos diálogos y un ambiente informal, por que es ahí dónde el niño puede expresarse con más claridad influyendo que el ambiente creado es de confianza y esto se puede aprovechar para ir encausando al alumno a que participe más activamente en el aula escolar, desarrollando su iniciativa, espontaneidad y potencialidad cognitivo ante el grupo.

Con lo descrito anteriormente, es posible manejar modificaciones al interior del trabajo escolar para promover el aprendizaje en todos los alumnos, incluidos aquellos " menos dotados para aprender ".

Existen pues evidencias de que cuando se logran introducir modificaciones en la organización del trabajo escolar cambia la estructura de participación de los alumnos, se transforma la dinámica habitual de la clase y la diferencia entre alumnos buenos y malos tiende a borrarse.

(8) Universidad Pedagógica Nacional, La matemática en la escuela II, Ed. U.P.N. México, D.F. 1985 P. 7

Cada alumno encuentra alguna actividad que si pueda desempeñar también o mejor que los demás y comienza a ser estimado en función de sus cualidades positivas⁽⁹⁾.

En dichos cambios y hablando propiamente de situaciones de aprendizaje, el maestro debe asumir su papel de provocador de conocimientos con cuestionamiento hacia los alumnos, consignas encaminadas a la reflexión sobre el contenido. También más que una autoridad educativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje el maestro se convierte en un guía, un regulador de los conocimientos que se vayan suscitando tanto en lo individual como a nivel grupo, fomentando en la medida que se presenten oportunidades, la discusión, análisis, investigación, experimentación y comprobación de procedimientos o estrategias utilizadas por los alumnos en relación a la situación presentada que bien puede ser de reparto en fracciones equivalentes.

Dicho tema debe ser abordado aprovechando la realidad en que se desenvuelve el niño, para que pueda construir en forma personal, tanto a nivel conceptual; como a nivel de representación gráfica las fracciones equivalentes, de esta forma contrarrestar en parte el fracaso escolar implícitamente en la matemática.

2.9.- Marco de referencia contextual. La problemática acerca de la no comprensión de fracciones equivalentes, se detectó en grupo de sexto grado de primaria que consta de 13 elementos 5 hombres y 8 mujeres, oscilando sus edades entre los 11 y 12 años.

Dicho grupo se localiza en la escuela 5 de mayo ubicada en el ejido los Chinos perteneciente al municipio de Salvador Alvarado, Sinaloa.

El poblado se localiza al norte del municipio citado a la altura de la comunidad Villa Benito Juárez 5 km. adentrándose hacia el este del mismo.

(9) Ibid, p. 12

Los chinos cuenta aproximadamente con una población de 300 habitantes, tiene servicio de luz, caseta telefónica; el agua la obtienen de un pozo principal conectado por medio de tuberías a todas las casas.

Las actividades económicas que sostienen la comunidad son: agricultura, ganadería, en dónde se utiliza a los niños a llevar comida a su papá, cuidar las vacas, chivos o borregos; actividades que le restan tiempo a los alumnos para llegar tarde a la escuela o no ir por el cansancio.

También los adultos emigran hacia los Estados Unidos de Norteamérica, desempeñan trabajos de albañilería, carpintería, en su misma comunidad o en la cabecera municipal (Guamúchil).

Cabe destacar que prevalece en este poblado, un nivel social bajo y una minoría un nivel medio. Esto en cuanto a lo económico se refiere.

El tipo de relaciones sociales que se dan en la comunidad son de franca-camaradería, ya que generalmente existe entre los integrantes del lugar mencionado variados lazos de parentesco, lo que permite más comunicación y por lo tanto se puedan solucionar más rápidamente problemas de la misma o de la escuela.

Por lo que respecta a esta última, su sostenimiento es estatal (administrativamente), los gastos de la escuela son regulados y absorbidos en la medida de las posibilidades con que cuenta el comité de la sociedad de padres de familia de acuerdo con las captaciones que tenga, ya sea por cooperaciones del mismo poblado o actividades dedicadas a obtener fondos para la tesorería. Se cuenta con la parcela escolar 14 hectáreas de temporal que se siembra con algunas reservas económicas de la misma, con trabajos por parte de los padre de familia, si se llegan a obtener buenas cosechas gracias a las lluvias se liquidan cuentas de la misma tierra y después se reparte en un 50 % de utilidad neta a la sociedad de

padres de familia, un 25 % a la misma tesorería de la parcela escolar y un 25 % a los maestros adscritos a la escuela primaria.

Después de estas acciones con los comités se establece una coordinación de actividades con los maestros de la primaria con el fin de utilizar las ganancias en prioridades de la escuela ya que las tiene diversas. Una de ellas las aulas que no cuentan con ventilación suficiente para que el niño pueda soportar el verano en extremo caluroso presentado en los últimos meses del ciclo escolar y por lo tanto no pueda desarrollar de manera "confortable" el aprendizaje.

Cabe destacar que algunos niños en el grupo por su mismo nivel social bajo se cohiben para participar por resultado su iniciativa es casi nula.

Prevalece en la escuela un ambiente de compañerismo y comunicación entre los maestros y el director lo que facilita la solución de problemas propios de la escuela.

El personal docente que conforma la escuela en años de servicio oscila entre 6 y 7 la preparación profesional, es de normal básica, normal Superior y estudios no terminales de U. P. N.

En relación con los alumnos de sexto, 6 se encuentran un tanto desorientados en el renglón-aprendizaje puede ser por sus mismas inasistencias; 7 alumnos con problemas similares se esfuerzan más que los anteriores por salir adelante.

Como maestro que se es, es necesario hacer conciencia de lo mucho que se puede lograr en la práctica educativa considerando las características individuales del niño con o sin influencia de agentes externos a él, planteándoles situaciones que lo ayudan a pensar, actuar coordinando sus acciones en interacción con el objeto de conocimiento que en un momento determinado puede utilizar en su cotidianidad.

CAPITULO III

ESTRATEGIAS METODOLOGICAS

Existe un concepto tradicional actualmente del proceso enseñanza-aprendizaje y, conforme a él se deduce que la enseñanza no es otra cosa que transmitir por parte del maestro conocimientos, y el aprender paralelamente a ellos, es la recepción por parte del alumno de esos mismos conocimientos

Para los que aun aceptan esta idea, el enseñar reside en sustancias, en comunicar a los educandos una materia o saber determinado que el maestro solamente posee. En donde el alumno actúa en lo esencial, lo oído en la lección, lo leído en el libro de texto, etc., apoyando en su memoria, la que posteriormente le ayudará a repetir la misma información para ganarse una calificación.

Lo anterior deja implícito que el alumno... " Se somete a la voluntad de enseñanza del maestro poniendo en acción su propia voluntad de aprender " (10), pero en función de lo que el maestro quiera enseñarle.

Este enfoque del proceso de enseñanza-aprendizaje encamina al alumno a la adquisición de conocimientos mecánicos. Es necesario abordar con nuevas formas dicho proceso en el aula escolar.

Por tal razón, se da la inclinación por la implementación de estrategias didácticas con tendencias específicamente constructivas, es decir, donde el niño

(10) Universidad Pedagógica Nacional, La matemática en la escuela II, Ed. U.P.N. México D.F. 1985 P. 190

participe con sus acciones descubriendo gradualmente procesos de conocimientos nuevos para la asimilación conceptual de las fracciones equivalentes.

Para poder lograr lo mencionado, al alumno, se le debe guiar, motivar, interesándolo por aprender conocimientos significativos para él; respetando su etapa de desarrollo. fomentarle también el uso de su intuición para que vaya conformando la formalidad del conocimiento, y al mismo tiempo desarrolle su iniciativa induciéndolo a la discusión con sus compañeros y maestro, confrontando sus puntos de vista en relación al contenido matemático en estudio.

Esto lo alejará del papel de ser sujeto pasivo en el acto educativo para convertirse en sujeto dinámico creador de su propio aprendizaje.

La importancia que da Piaget a la interacción y al rol del maestro en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es que éste tiene que enfrentar al niño con situaciones de aprendizaje en las que pueda ser activo " Un sujeto activo es aquel que interroga un objeto de conocimiento (puede o no ser concreto) que lo transforma, lo pone en relación con otros objetos etc., en una palabra reflexiona sobre el objeto y sobre lo que hace con el objeto " (11) organizándolo para crear él mismo las estructuras de conocimiento suficiente para comprender el objeto de estudio y así mismo obtener aprendizajes significativos.

En dichas situaciones el maestro tiene que sugerir, indicar, preguntar, llevar al alumno secuencialmente en sus adquisiciones, procurando respetar el ritmo de incorporación de conocimientos por parte del sujeto, ya que él desarrollo intelectual no se da a la par en todos los niños.

Lo que se pretende lograr son aprendizajes de tipo ampliado, lo que conllevará a desligar al niño en la medida de lo posible de la enseñanza y aprendizaje tradicional, con principios didácticos, acordes al constructivismo de Jean Piaget y otros autores.

(11) Universidad Pedagógica Nacional, Semana de Piaget, Ed. U.P.N. México D.F. 1980 P. 59

Se propone para esto, situaciones de aprendizaje con interés para el sujeto teniendo como objetivo que pueda comprender y estructurar el conocimiento de las fracciones equivalentes.

3.1.- **Principio didácticos.** Es importante pues tener en consideración, los siguientes principios didácticos para favorecer con más solidez la enseñanza de fracciones equivalentes, y como puntos de partida en el diseño de estrategias metodológicas:

1.- Respetar el momento en que se encuentra el niño en relación con las fracciones equivalentes y el ritmo de adquisiciones de las mismas.

2.- Aprovechar los errores del sujeto en las situaciones de aprendizaje, para crearles el hábito de análisis, razonamiento, etc.

3.- Tener en cuenta las actividades dónde se manifiesta más interés por parte del niño así como sus inquietudes intelectuales.

4.- Tratar de estimular la interacción alumno-alumno, alumno-maestro y viceversa, mediando un contenido por construir.

5.- Que el cuestionamiento por parte del maestro se dé en base a la experiencia misma del niño, de tal forma que se motive al grupo a compartir sus dudas, reflexiones acerca de las fracciones equivalentes y sus posibles resoluciones por ejemplo: En reparto de dulces por partes iguales a un determinado número de niños.

6.- Que las situaciones de aprendizaje giren en torno a situaciones problemáticas que tengan que ver con la cotidianidad del alumno, y cuyo resultado sea producto de la necesidad del niño estimulada por la estructura metodológica implementada por el maestro.

7.- Tratar de conducir la práctica educativa en el salón de clases propiciando que el niño comprenda procedimientos a seguir con miras a conceptualizar lo que

son las fracciones equivalentes y no simplemente pasos dados por el docente para resolver un problema matemático.

8.- Es valioso para que el niño construya conocimientos saberlos escuchar en sus expresiones orales, escritas y por que no, entenderlos en la cuestión mímica sobre el tema abordado por el profesor, por que de esa manera ofrecen evidencias acerca de su modo de pensar, permitiéndole al maestro diseñar estrategias de aprendizaje acordes en gran medida con lo que pueden lograr de momento con sus estructuras mentales, su lógica etc.

9.- Se propone que el lenguaje matemático se enfoque a partir de las nociones que el sujeto conoce, de este modo, pueda establecer con mayor facilidad relaciones y transformaciones con contenidos de esa materia.

10.- En la acción de redescubrir lo fundamental será:

a).- Presentar [por parte del maestro] situaciones de "experimentación matemática" cuidadosamente graduada, ligada a las experiencias previas de los alumnos; b) ayudar al alumno a reflexionar y elaborar los conocimientos con las preguntas pertinentes; c) propiciar el intercambio de reflexiones con otros niños.

Este proceso permitirá al niño llegar por sí mismo al conocimiento que se esté trabajando [fracciones equivalentes] a la vez" lo capacitará para construir por sí mismo [el concepto] (12)

1.- Ya en el aula se debe presentar el contenido científico, ideando la forma metodológica idónea para que el niño lo lleve como proceso hasta llegar a su conceptualización.

Para esto último se sugiere que el maestro cubra en la construcción que espera del alumno lo siguiente:

a).- Delimitar en primera instancia el objeto de estudio.

(12) Universidad Pedagógica Nacional, La matemática en la escuela I. Ed. U.P.N. México D.F. 1988 P. 336

b).- Tener presentes los conceptos antecesores y sucesores de las fracciones equivalentes como especie de guías en la formación de ideas claras acerca del proceso que sigue el niño en las situaciones de aprendizaje y sus dificultades respecto con las fracciones equivalentes.

12.- No olvidar que el concepto representa la abstracción de lo esencial, lo más importante de él y que da oportunidad a construcciones de conocimientos más amplios, profundos y reflexivos. Pero para esto el sujeto precisa contar con una estructura cognoscitiva que corresponda al nivel de abstracción que puede contener el objeto de conocimientos.

13.- Tratar que se produzcan conocimientos paralelos a la realidad funcional del tema en cuestionamiento.

14.- Contemplar 3 tipos de estructuras:

La conceptual, cognoscitiva y metodológica que guardan entre sí una estrecha relación. por que para que la estructura metodológica funcione se tendrá que prever el método de aplicación que bien puede ir de lo fácil a lo difícil, de lo simple a lo complejo, etc., pero tomando en cuenta las características del material, las experiencias de los alumnos, la profundidad y las secuencias de la enseñanza.

Esto dirigido a obtener respuestas constructivas de los alumnos para que robustezcan su estructura cognoscitiva de acuerdo con la realidad del objeto de conocimiento y su utilidad misma.

Y en las reorganizaciones de conocimiento vinculadas con el contenido y teniendo como mediador de éste al maestro, el concepto fracción equivalente será susceptible a modificaciones de tipo metodológico, por que no todos los alumnos alcanzan a entender el contenido porque no se ubican en una misma conceptualización o poseen una misma estructura cognoscitiva.

Aunados a los principios didácticos, se deben de considerar algunos criterios metodológicos sustentados en la estructuración cognoscitiva del sujeto:

a).- El material introductorio con el orden progresivo deberá cumplir como requisitos, claridad, estabilidad y objetividad para asegurar la incorporación y asimilación del materia posterior así como el proceso de construcción del conocimiento.

b).- La estructura metodológica debe dar pauta a que los conceptos que vaya adquiriendo el niño en la situación de aprendizaje de fracciones equivalentes se vayan diferenciando en el sentido de que se tenga más claridad y precisión a medida que el sujeto interactúe con ese aspecto contemplado en la matemática.

En términos metodológicos se hace necesaria la evaluación del proceso seguido por el niño en su relación con el objeto de conocimiento, que consiste desde el punto de vista pedagógico en recopilar información real y práctica de las acciones realizadas por el sujeto en su interacción con un determinado tema de estudio. (La evaluación debe ser continua y sistemática).

Esto le servirá al maestro en sus decisiones razonadas, para saber el grado en que los alumnos logran o se acercan hacia la meta propuesta. Desde el punto de vista constructivista, la conceptualización y operatividad del objeto de conocimiento (fracciones equivalentes).

Siguiendo los principios didácticos descritos, las consideraciones metodológicas; el enfoque constructivista relacionado con los tres momentos presentados en la conceptualización de las fracciones. y otros tipos de planteamientos como alternativas a seguir para solucionar la problemática presentada sobre fracciones equivalentes, se han organizado situaciones de aprendizaje para alumnos de sexto grado de primaria, teniendo en mente dos objetivos más precisos:

a).- Respetar la génesis del proceso fraccionario.

b).- Motivar la actividad mental de los niños.

3.2.- Organización del grupo y materia manipulativo. Primeramente en términos de organización y actividades por sugerir, se aclara que éstas se darán de acuerdo al nivel de conceptualización que sobre fracciones equivalentes posean los niños, de los cuales; 6 se localizan en un primer momento, 4 en el segundo y 3 en el último. Dichos momentos se especificaron en el marco teórico, así como las características y reacciones del niño que presenta en cada uno de ellos.

Se consideran para la organización y actividades los avances posibles del niño, sus dificultades respecto con la conceptualización de fracciones equivalentes, de ésta manera se podrán formar diversos equipos, tomando en cuenta que no se interrumpan entre sí.

En cuando a los materiales, se tratará que sean objetivos propios del medio ambiente del alumno: Frutas, legumbre, carrizo, madera, etc., que sean concretos y manipulables.

En relación con las consignas más que una orden a ejecutar por parte de los niños en relación con el maestro, deben ser a manera de interrogante, como palabras que expresen libertad en las acciones a realizar, dejando muy en claro a que se refieren. Lógicamente las consignas no serán homogéneas para cada equipo debido a la conceptualización diferente de las fracciones equivalentes que poseen, pero si se buscara que coincidan con las hipótesis que manejan.

Situación de aprendizaje: Partir y repartir.

Objetivo: Que el niño adquiriera la noción de equivalencia.

Consigna: Cómo le harían para que les toque igualito sin sobrar nada, si se reparten 3 manzanas a 2 niños.

Material: Manzanas, niños.

Esta actividad, es propicia para niños del primer momento en la búsqueda de la equivalencia.

Descripción de la actividad.

Se pretende solicitar al niño previamente el material con el que se va a trabajar. Se conversará sobre el material: Cómo se obtuvo, que utilidad proporciona su consumo, etc., se preguntará si les gustaría trabajar con manzanas. Después de la discusión se les presenta la consigna al equipo formado de acuerdo con sus características conceptuales, entrando en contacto directo con el equipo para que en base a las acciones realizadas por los niños poder cuestionarlos con preguntas abiertas dando margen al alumno de reflexionar sobre sus propias acciones.

Se sugiere que al presentar nuevas situaciones de aprendizaje se pueda modificar el tipo de objeto concreto por repartir, así como la cantidad de ellos y de niños:

Situación de aprendizaje: La parte de la unidad y el todo en relación con el conjunto de unidades.

Objetivo: Repartir de manera equivalente buscando la relación entre el entero y sus partes como entre el conjunto de éstas y las partes proporcionales del reparto.

Consigna: ¿Cómo repartirían 7 tomates a 4 niños y que a todos les toque igual?

Material: Tomates y niños.

(Actividad para el primer y segundo momento)

Descripción de la actividad.

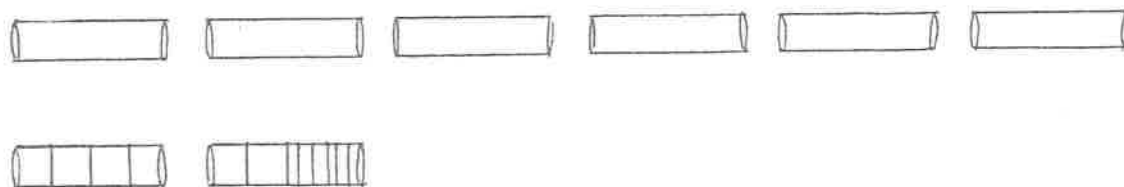
El primer requisito indispensable es contar con el material a utilizar, posteriormente se les pide a los niños que formen un solo equipo, con el fin de que la transición que puedan tener los alumnos del primer momento hacia el segundo la consoliden más firmemente en el intercambio de opiniones que se propicie, con el afán de ofrecer un resultado de la actividad acorde con la consigna presentada. A continuación se propiciará la discusión acerca de la procedencia del material, sus aportes como nutriente el cuerpo humano, como se cultiva, en qué regiones etc, a

partir de esa introducción, se cuestionará sobre dudas, errores de las anteriores situaciones de aprendizaje y de los beneficios que pueden tener usar otro tipo de material. A continuación, se les lleva a consideración la actividad con la consigna abierta dejando libremente a los niños que realicen sus acciones en relación con la situación de aprendizaje, pero estando a la expectativa por posibles preguntas de los alumnos, por regular algunas cuestiones de discusión en el sentido de que el alumno no se desvíe de la situación por realizar; pasado un tiempo suficiente, ya con un resultado del equipo, se inicia a cuestionarse el mismo ejemplo: ¿Porqué lo hicieron así?, ¿No podrían hacerlo de otra manera?, ¿Cómo?, ¿Cómo se llama cada parte en que dividieron cada entero?, ¿A todos les toca igualito en partes?. Aún con un resultado satisfactorio se puede volver a proponer una actividad semejante para efectos de retroalimentación, sino es así se lleva al niño directamente con sus particiones interrogándolo inicialmente con el reparto de una unidad a los 7 niños; si ya hizo así, ¿qué tendría que hacer con los siguientes tomates en la partición para repartirlos.

Situación de aprendizaje: Relación parte todo.

Objetivo: Que el niño descubra la relación parte todo.

Consigna: A cuantos se les repartieron los enteros que observan en la mesa y las fracciones de carrizo.



(Actividad propia para niños en transición a un segundo nivel y para lo que ya están en él)

Descripción de la actividad.

Para ésta situación hay que llevar al aula el material ya preparado poniéndolo en consideración al grupo, ¿Que opina del material?, ¿Para que piensa que lo traje?, ¿En que se usa este material?.

El siguiente paso será poner en actividad al niño mediante una técnica grupal motivante, después de realizada, se pregunta, ¿podríamos trabajar con los carrizos? A continuación se forma un solo equipo con el objetivo de que los niños unifiquen sus criterios acerca de la situación de aprendizaje y los que están en transición logren o se acerquen aún más al siguiente nivel de conceptualización, como siguiente punto se les da la consigna en la cual tienen que observar los carrizos, deducir, sacar conclusiones, intercambiar ideas, manipular el material, tratar de llegar a un acuerdo, etc., posteriormente se les pide a los niños que traten de comunicar sus resultados o resultado en sí, se puede propiciar manipuleo del material por parte del equipo y reparto a los posibles niños incluidos en ese reparto ¿ creen que así es el reparto?, ¿están seguros de él?, ¿no habrá otra forma de repartir?, etc., en base a las respuestas se continúan los cuestionamientos o no, si se obtuvo un resultado correcto.

Situación de aprendizaje: De lo concreto a los convencional.

Objetivo: Llevar al niño a la convencionalidad de las fracciones.

Consigna: ¿Podrías repartir dos repollos por igual a 3 niños, decir y escribir como se llama cada parte?

Material: Repollo, niños, tarjetas, lápiz y colores.

(Actividad para niños del primer momento)

Se reparte el material al equipo formado, se comenta acerca de su cultivo; utilidad al ser humano, a la sociedad en sí, nutrientes que contiene, partes de la planta que se come, el tipo de clima, época en que se produce, etc. Los comentarios se pueden dar a nivel grupo, la actividad en sí corresponde exclusivamente al equipo, enseguida se propone la consigna dándoles tiempo suficiente para que

realicen las acciones pertinentes. Después se observan los resultados y en base a ellos se les cuestiona en torno a la actividad.

Se entrega al equipo una tarjeta de cartulina de 12 por 15 en blanco, para que en ella expresen las acciones llevadas a cabo, el nombre y las partes que repartieron en la situación de aprendizaje, etc. Posteriormente un integrante del equipo aplicará los resultados obtenidos auxiliado por sus compañeros. Poco después se les cuestiona en el sentido de que traten de ofrecer argumentos, que convenzan acerca del reparto, del nombre asignado a cada parte repartida; de acuerdo con los resultados se diseñarán nuevas actividades similares o con grados de complejidad más elevados.

Situación de aprendizaje: Comparando.

Objetivo: Establecer relaciones entre fracciones.

Consigna: ¿Cómo se podría hacer para repartir una cartulina a 4 niños?

¿De que manera repartirías una cartulina a 4 niños dándoles 2 partes iguales a cada uno de ellos?

Material: Cartulina, niños.

Descripción de la actividad.

Primeramente se seleccionan dos niños del grupo y toman una cartulina sin decirles para que la van a utilizar, simplemente dejando que ellos opinen acerca del uso que puedan darle, se les presenta la consigna a cada uno de ellos y se les da libertad que escojan 4 niños para realizar la actividad y formar un equipo cada uno cuidando que sean del primer momento y del segundo, pasando un tiempo suficiente, se pueden presentar los resultados y en base a ellos propiciar la comparación de las partes obtenidas por un equipo y otro, de tal manera que logren establecer la igualdad de dos partes del equipo de Pedro con una parte del equipo de Raúl $\left(\frac{2}{4} = \frac{1}{2}\right)$.

Esta misma situación se puede aprovechar para la suma de fracciones equivalentes, introduciendo en los niños que reúnan sus partes, posteriormente cuestionarlos, ¿Que tenías antes de juntar tú parte con Enrique?, ¿Que tienen ahora?, etc.

Se puede aprovechar la actividad al pedirles, ¿Podrías José depositar tu parte en ésta caja?; y tú Luis la tuya, ¿Que tenían antes de poner la parte en la caja?, ¿Que hay ahora en la caja?, etc.

Manejando el supuesto de que todos los niños, ya se encuentran ubicados en un tercer nivel de conceptualización de las fracciones, se pueden retomar las experiencias adquiridas por parte de los niños y plantear situaciones como las siguientes:

Situación de aprendizaje: Las fracciones y su convencionalidad.

Objetivo: Que el niño distinga fracciones de un conjunto dado.

Consigna: ¿Podrías iluminar $\frac{1}{3}$ de total de canicas (6)?, ¿Cuántas son?, ¿Porqué?, ¿Lo harías con la mitad de $\frac{1}{3}$?, ¿A que es igual?, ¿Porqué?

Material: Gráfico.

Descripción de la actividad:

Primeramente tratar de motivar al alumno respecto con el tema, su importancia etc., ya dispuesto el niño, iniciar con la consigna; posteriormente observar los resultados obtenidos por el niño y en la medida de los cuestionamientos, éste arroje resultados positivos.

Situación de aprendizaje: Ordenando fracciones.

Objetivo: Que el niño ordene fracciones equivalentes de mayor a menor objetiva y gráficamente.

Consignas: ~~podrías~~, Pablo dar de ésta naranja por partes iguales a 8 niños y tú José de tu naranja a 4 niños en igualdad de partes, lo harías Esther con tu naranja dar partes iguales a 2 niños, y tú Esteban darle a 16 niños. Y por último Luis, ¿Le

darías a un niño tu naranja?, ¿Que niños van a comer más naranja, quien menos?, ¿Por qué?. Podrías explicarlo con las naranjas y en el pizarrón.

Materiales: Naranjas, cuaderno, pizarrón y niños.

(Para todo el grupo)

Descripción de la actividad:

La intervención pedagógica se puede dar semejante como en las demás situaciones de aprendizaje.

Situación de aprendizaje: Equivalencia y convencionalidad.

Objetivo: Relacionar el peso del producto (maíz, avena, etc.), independientemente del volumen que ocupen en una bolsa igual.

Consigna: ¿Puedes traer al salón $\frac{2}{8}$ de arroz, y cada uno de ustedes $\frac{1}{4}$ de avena, $\frac{2}{5}$ de maíz y $\frac{4}{10}$ de azúcar (anterior al día que se presente la actividad).

Material: Azúcar, avena, arroz, bolsas, balanza y niños.

(niños del segundo y tercer momento)

Descripción de la actividad:

Se prevee con anticipación que los alumnos vayan cumpliendo con llevar el material al aula, enseguida se integran 2 equipos sin importar su conceptualización, se trata de que uno de ellos discuta por que son $\frac{2}{8}$ de arroz y $\frac{2}{5}$ de maíz, como se obtuvieron, en dónde investigaron o lo hicieron por cuenta propia, etc., para que los demás integrantes del equipo valoren esa experiencia, vean la probabilidad que tienen de hacer una situación similar etc. Esto anterior se llevará a cabo con el otro equipo solamente que ellos tienen $\frac{1}{4}$ de avena y $\frac{4}{10}$ de azúcar.

Se puede observar que los 2 equipos tienen fracciones diferentes, pero relacionadas las cuatro entre sí se establecen equivalencias entre ellas. Pues bien se trata de que el alumno en base a la confrontación y análisis ya en conjunto del como se pudo llevar esas fracciones del producto, lleguen a la conclusión que $\frac{2}{8} =$

$1/4$ como $2/5 = 2/10$, se les pide que si pueden representar esas acciones en el pizarrón dando margen a que se consolida más la actividad y se despejen más algunas dudas que pudieran quedar en algunos alumnos. Al mismo tiempo se puede plantear a los alumnos acerca del como le harían para sumar esas dos fracciones.

Se inicia nuevamente la discusión para tratar de establecer que lo que cambia solamente es el numerador y el denominador. Como el alumno ya lleva la idea de que puede convertir los $2/8$ a $1/4$ o viceversa, lo mismo puede hacer con $1/5$ y $2/10$ a una sola fracción, puede llegar a la conclusión de usar un mismo denominador para cada grupo de 2 fracciones.

Hasta ese punto puede culminar la situación lo que importa en esencia es que los niños poco a poco se adentren en procesos más complejos de la utilización fracciones equivalentes. De esta manera la actividad se puede aprovechar para comparar diferentes fracciones que sean equivalentes, por ejemplo: se plantea al grupo en general, si Luis tiene $2/3$ de melón y Roberto $8/12$, ¿Quién posee más melón? etc.

Situación de aprendizaje relacionando.

Objetivo: Consolidar la relación entre el entero y sus partes como entre el conjunto de éstas y las partes proporcionales del reparto utilizando estrategias multiplicativas.

Consigna: Si tienes 9 calabazas, ¿Cómo le harías para repartir a 2 niños y qué a todos les toque igualito?

Materiales: Calabazas y niños.

Descripción de la actividad.

Se puede retomar procedimientos anteriores y hacer algunos cambios en el proceso por que serán otras las actitudes a demostrar por parte de los niños.

Situación de aprendizaje:

Objetivo: Desarrollar la equivalencia de fracciones.

Consigna: Como se puede obtener $\frac{2}{8}$ de arroz de cada bolsa.

Material: 4 bolsas de kg. de arroz, 4 balanzas, un jarrón, papelitos, 4 frascos de nescafé de la misma forma y tamaño, y cinta de papel.

Descripción de la actividad:

Se formarán 4 equipos, a los cuales se les distribuirá un kg. de arroz para cada uno, un frasco, una balanza y un pedazo de cinta de papel que lo pegarán por fuera en el recipiente con el fin de registrar la cantidad de producto contenido. Posteriormente se sugiere presentar la consigna, dando el tiempo suficiente para que los niños lleven a cabo todas las acciones que consideren necesarias.

El maestro deberá acercarse a cada uno de los equipos para observar el proceso que están realizando y actuar conforme a las necesidades, dudas, inquietudes, diferencias de opinión, incitando a los alumnos al diálogo, confrontación etc. Ya con los resultados en los equipos se llevan a la comparación con el resto de ellos, previamente de haberle pegado la etiqueta de la cantidad contenida en el frasco y solicitar que expliquen qué procedimientos utilizaron pudiéndose llegar a establecer conclusiones sólidas respecto con el resultado.

Se pueden implementar varias actividades similares a las presentadas considerando que lo más importante en ellas es el proceso constructivo seguido por el niño para obtener sus propios resultados.

3.3.- Proceso de evaluación de las actividades. De hecho la evaluación del aprendizaje es un proceso inherente a la tarea educativa que interviene en el diseño y rediseño de experiencias de aprendizaje, y en la aportación de elementos para juzgar la eficiencia de los alumnos.

Dicha evaluación, es sistemática porque sus instrumentos, técnicas, normas y procedimientos mantienen una organización que responde a un propósito, es científica, porque sus instrumentos se basan en la observación, registro, análisis, interpretación y comprobación del proceso seguido por el alumno en torno a las

fracciones equivalentes; se considera objetiva, porque se apoya en hechos reales o evidentes, y tienden a controlar la intervención de factores subjetivos o puntos de vista parciales en el proceso de evaluación.

La evaluación que se llevará a cabo también es flexible, porque se adapta a las condiciones personales y ambientales del sujeto a evaluar, sin pretender limitarlo a esquemas rígidos o invariables; se toma en cuenta que la evaluación, sea integral y participativa: integral, por que se atienden en la medida de lo posible la mayor parte de los aspectos de la personalidad del educando y la interacción de los elementos que intervienen en el proceso enseñanza-aprendizaje, es participativa por que requiere la intervención adecuada de educandos y educadores y debe ser permanente estando presente durante todo el proceso antes mencionado.

Tomando en consideración éstas características que se presentan en la evaluación del aprendizaje, se propone a continuación una forma de evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje seguido por el niño en relación con las fracciones equivalentes, en donde se denoten características que puede presentar el niño de acuerdo con los tres momentos planteados por Asunción López Carretero y algunos otros aspectos de tipo personal a los que se crea que los niños puedan avanzar. Se marcará con cruz la(s) característica(s) que posea el niño de acuerdo con su nivel conceptual.

CARACTERÍSTICAS A EVALUAR

NOMBRE	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
PEDRO																		
JOSE																		
PABLO																		
LUIS																		
MARCELA																		
LUISA																		
OLIVIA																		
MARTA																		
AIDA																		
ROSA																		
ARELI																		
KENY																		
SANDRA																		

- A.- Pérdida de la equivalencia al fraccionar la unidad
- B.- Transición de niños hacia el fraccionamiento de la unidad por partes equivalentes.
- C.- Partes equivalentes en el interior de la unidad, pero no en relación con otras unidades.
- D.- Relación de las partes con el entero al momento de una situación de parto.
- E.- Conserva la equivalencia en el fraccionamiento del entero.
- F.- Fracciona los enteros por separado en diferentes partes equivalentes.
- G.- Reparte en una situación de aprendizaje partes equivalentes de cada entero por partes iguales.
- H.- Utiliza algunas estrategias multiplicativas.
- I.- Conoce el papel del numerador y denominador.
- J.- Maneja algunas equivalencias y convencionalidades de las mismas.
- K.- Compara fracciones de numerador uno, ejemplo: $1/2$ y $1/3$.
- L.- Utiliza estrategias aditivas en la comparación.
- M.- Maneja con cierta facilidad estrategias multiplicativas, tanto en la relación entre el entero y sus partes como entre el conjunto de éstas y las partes proporcionales del reparto.
- N.- Utiliza una anticipación global del número de partes que necesita para repartir.
- O.- Comprende la fracción como relación al descubrir que una misma ($1/3$) puede representar diferentes cantidades.
- P.- Suma fracciones.
- Q.- Maneja la convencionalidad de la fracción equivalente
- R.- Resta fracciones.

CAPITULO IV

ANALISIS Y EVALUACION DE LA PROPUESTA

Partiendo con la premisa de que el presente trabajo, no es un producto acabado, se lleva a consideración la coherencia del mismo, que en un porcentaje aceptable la tiene, ya que por ejemplo:

El planteamiento del problema establece claridad en cuánto al porqué de la decisión de abordar el aspecto fracciones equivalentes, aún más, se inicia a sustentarse como tal, a dar cuenta de su existencia, las limitaciones y los factores que influyen para que este tenga cabida.

Dicha problemática encuentra su sustento sólido respaldado de acuerdo con las prácticas educativas actuales que mucho tienen que ver con la teoría conductivista del aprendizaje y el modelo denominado mecanicista de la teoría del reflejo, así como planteamientos críticos que hace Brousseau respecto con el contrato didáctico.

Lo que se pretende contrario a lo anterior es abordar con formas constructivistas el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que dicho enfoque permite modificar actitudes actuales respecto con ese proceso, ofreciendo más libertad en las acciones del niño, en su relación con el objeto de conocimiento, respetando su proceso de adquisición de este último permitiendo con esto una formación más integral, armónica, etc., del niño.

Las estrategias metodológicas se presentan tomando en consideración los 2 primeros apartados, en cuánto a no olvidar el tipo de dificultades encontradas en los alumnos para la no comprensión de fracciones equivalentes y el tipo de acciones y orientaciones pedagógicas propias de investigaciones realizadas y la misma creatividad personal, estableciéndose así una secuencia lógica en relación con lo que se está proponiendo y cuidando. . en lo posible . . . que no se pierda la idea principal y el problema de fracciones equivalentes.

La propuesta se puede considerar operativa, siempre y cuándo se comprenda la esencia de la misma, la finalidad general que lleva implícita en cuanto a dejar viejos tradicionalismos respecto con el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En cuanto a la problemática por resolver se aclara que como propuesta, se sugieren situaciones didácticas constructivistas factibles de llevar a la práctica docente como especie de guía y enfoque para hacerlo, pudiendo redituarse en el alumno que utilice los resultados obtenidos en situaciones de su misma cotidianidad.

Pero para que se de esto enunciado, es necesario que en . . . calidad de maestro se trate de tener conocimiento real del niño en relación con sus carencias y posibilidades intelectuales considerando incidencias, factores que pueden influir en las mismas, y se tenga la capacidad de saber adaptarse a ellos y al cambio en la enseñanza para propiciarles el conocimiento en igualdad de oportunidades educativas.

Es necesario también aprovechar las situaciones didácticas relacionándolas con otras áreas del aprendizaje por ejemplo: En español por que se permite la discusión en torno al tema y eso da lugar a correcciones del lenguaje y a ampliar la capacidad de comunicación del niño para un desarrollo más libre de inhibiciones prejuicios de su personalidad, que a la postre le abrirán el camino para situarse y adaptarse mejor a la sociedad.

En relación con las ciencias naturales y geografía al trabajar con materiales concretos se prestan en la búsqueda de sus orígenes, aportaciones al hombre, ubicación espacial de los mismos etc.

El niño aprende valores morales con el solo hecho de actuar con honestidad y ser respetuoso de la participación activa, inhibiciones etc., de sus compañeros, respeto hacia el maestro y personas adultas ajenas a la escuela, y por la misma forma organizada de encarar auxiliados por el docente el proceso de enseñanza-aprendizaje. Y dependiendo de la habilidad creativa del maestro se puede aprovechar al máximo la provocación de otros conocimientos de la misma área del aspecto matemático contemplado en la propuesta.

CAPITULO V

SEGUIMIENTO DEL TRABAJO DE PROPUESTA

El problema suscitado respecto a fracciones equivalentes, se representó de manera concreta en el aula escolar de la escuela antes mencionada, se empezó a reflexionar sobre el porqué de su existencia, a pensar sobre un posible tratamiento pedagógico, incluso, se puso a discusión con el asesor de matemáticas estableciéndose un común acuerdo para plantearlo como un problema con necesidad de solución en pro de mejorar la práctica docente.

Y fue así que se inició a buscar diferentes medios de información científica que lo sustentara, acudiendo primeramente a una especie de confrontación entre el tipo de educación que plantean los programas oficiales nivel primaria y a la realidad imperante actual en las escuelas primarias. Poco a poco algunas ideas se fueron desechando en la definición del problema e incorporando otras que fundamentaran las experiencias vividas y los hechos observados en relación con las dificultades encontradas con el niño, acerca del concepto fracción equivalente, así como las posibilidades, causas y consecuencias que pudiera tener el no conceptualizarlo.

De hecho la redacción no fue del todo fácil ya que se tuvo que describir una y otra vez, reflexionar sobre sí la información vertida era suficiente tanto como fundamento al problema, delimitación del mismo, justificación y objetivos perseguidos, posteriormente se le dio varias lecturas al planteamiento del problema exclusivamente para detectar si la información contenida en él era suficiente, si

quedaba clara la intención del investigador respecto con un nuevo enfoque de abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para abordar el segundo capítulo (marco teórico) se abocó primeramente a dar lectura a teorías que le dieran más solidez a la existencia del problema, y a la vez se consultaron diferentes textos que vislumbraran una nueva forma de enfrentar el proceso de enseñanza-aprendizaje; lecturas de investigaciones realizadas en torno a fracciones e implícitamente en ellas la equivalencia etc. El estudio, y la conformación de este apartado fue lento, ya que se buscó darle seguimiento a los temas, dejarlos claros y precisos sin descuidar la relación tan estrecha que debe de haber entre el planteamiento del problema y el respaldo teórico que lo avale y proponga a la vez soluciones.

En relación con las estrategias metodológicas se idearon variados principios didácticos teniendo como base el marco teórico. dichos principios se utilizaron para la formación de situaciones didácticas concretas, propuestas para resolver la problemática en cuestión. Cabe señalar que se redactaron varias formas de escritos tratando de establecer la coherencia de la información y al mismo tiempo la relación con los dos apartados anteriores.

Ya estructurados los tres apartados principales, se les dio una lectura general con la finalidad de detectar errores en la interpretación del contenido, vacío de conocimientos por incorporar etc., esto con apoyo del asesor para un esclarecimiento mayor en cuanto al contenido y comprensión del mismo. Las actividades siguientes consistieron en darles forma a apartados complementarios de la propuesta, así como el estudio de tipo de forma (margen, espacios, sangrías etc.), que debe de respetar el trabajo.

Respecto con la metodología se utilizó el recurso que ofrece la hermenéutica crítica, de Eduardo Weiss que gira en relación a la comprensión de textos que son analizados desde varios puntos de vista, y se les da cierta aplicabilidad para

entenderlos, ya que la hermenéutica crítica profundiza en análisis de los mismos, rescatando elementos útiles que en un momento dado se utilizan para otros fines que pueden ser de comparación con otros textos con el fin de obtener productos que puedan servir en una determinada investigación a realizar, como en esta ocasión la comprensión de fracciones equivalentes en el sexto grado de primaria.

En cuanto a los materiales utilizados fueron libros propios de la universidad pedagógica tales como matemáticas I, II y III, teorías del aprendizaje etc., así como algunos otros ajenos a la institución, para extraer la información, se emplearon fichas de trabajo sobre algún tema en particular, ejemplo: Luis Not en la intuición y el formalismo, se cuidó también dentro de esa ficha contar con la bibliografía del autor con el fin de facilitar su búsqueda en la fuente consultada e incluir esos conocimientos donde tuvieran coherencia lógica con el resto de la información.

Se hizo fotocopiado de materiales esenciales para la investigación, como lo fue el de Asunción López Carretero, ¿Porqué y cómo enseñar fracciones?, el subrayado de ideas en diferentes textos con variados autores de tal forma que se diera lugar a la crítica de las ideas manejadas. De la manera enunciada con anterioridad se pudo lograr estructurar la presente propuesta.

CONCLUSIONES

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones equivalentes como de algunas otras cuestiones matemáticas, debe tener sus bases en la creación de estructuras cognitivas y no en el proceso algorítmico como se ha hecho hasta ahora.

Este tipo de reflexión va encaminado a que se trate de formar nuevos alumnos, más libres en las acciones pedagógicas propuestas por el maestro y éste último debe estar consciente de adoptar otra posición respecto con una enseñanza de corte constructivista para coadyuvar en la formación de un nuevo enfoque o forma de conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje, de tal manera que los resultados arrojados en esa empresa se extiendan entre la docencia y mediante el análisis de esa práctica educativa distinta a la tradicional, se ayude al desarraigo de ésta última en favor de ofrecer más calidad en los servicios educativos y en la formación de alumnos más críticos, reflexivos y analíticos del acontecer tanto a nivel escuela, como a nivel social, etc.

Ojalá que ésta humilde propuesta, sea de utilidad alguna en el ramo educativo puesto que se trató de hacer con el mayor de los esmeros, sin embargo se esta consciente que aun falta mucho camino por andar en el campo de la investigación pero en la medida que se corrijan errores, se valoren las opiniones ofrecidas constructivamente se despejará más el camino hacia un conocimiento útil para sí mismo y en un momento dado para los demás.

BIBLIOGRAFÍAS

- E. REMEDI, Vicente. Construcción de la estructura metodológica. Xochitl Moreno y otros ensayos didácticos. México. UPN, 1985. 160-183.P.
- LOPEZ CARRETERO, Asunción. ¿Porqué y cómo enseñar fracciones?Cuaderno de pedagogía 148. Ed. y distribuciones universitarias, S.A Barcelona, 49 p.
- MORENO ARCINIEGA, Efraín. El proceso enseñanza aprendizaje de las fracciones en la escuela primaria, Ed. Iamer, Guadalajara Jalisco. 1993. 10 p.
- SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA Y CULTURA. Propuesta para el aprendizaje de la lengua escrita, Ed. litográfica Electrónica, S.A de C.V. México, D.F. 1990 27 pp.
- UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL. El niño: aprendizaje y desarrollo, Ed. U.P.N. México D.F. 1988 23-39 p.
- Concepto de número. Construcción espontánea y consecuencias pedagógicas. Anexo 1, México D.F. 1983, 91 p.
- La matemática en la escuela I. Ed. U.P.N., México D.F. 1988, 305 p.p.
- La matemática en la escuela I. Ed. U.P.N., México D.F. 1988, 225 p.p.
- La matemática en la escuela I. Ed. U.P.N., México D.F. 1988, 244 p.p.
- La matemática en la escuela II. Ed. U.P.N., México D.F. 1985, 19 p.p.
- La matemática en la escuela II. Ed. U.P.N., México D.F. 1985, 190-191 p.p.
- La matemática en la escuela II. Ed. U.P.N., México D.F. 1985, 5 p.p.
- La matemática en la escuela II. Ed. U.P.N., México D.F. 1985, 2 p.p.