UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

INSTITUTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS Y PEDAGOGICOS DE BAJA CALIFORNIA

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD UPN 02A

ISEP

La enseñanza del concepto de numero racional en la escuela primaria

Rodolfo Linares Angulo

Mexicali, B.C., febrero,1994

INSTITUTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS
Y PEDAGOGICOS DE BAJA CALIFORNIA

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD UPN 02A

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

ISEP

La enseñanza del concepto de numero racional en la escuela primaria

PROPUESTA PEDAGOGICA

QUE PRESENTA

Rodolfo Linares Angulo

Para obtener el titulo de

LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

Mexicali, B.C., febrero,1994

UPN INSTITUTO DE SERVICIOS EDUCATIVOS Y ISEP
PEDAGOGICOS DE BAJA CALIFORNIA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD MEXICALI

USE-T-64

Oficio No. 086/T/94

ASUNTO: DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION.
Mexicali, B.C., a 12 de abril 1994.

C.PROFR. (A) RODOLFO LINARES ANGULO
P R E S E N T E .-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y después de haber analizado el trabajo de titulación, alternativa PROPUESTA PEDAGOGICA titulado "LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE NUMERO RACIONAL EN LA ESCUELA PRIMARIA".

presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado entre el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar SEIS ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

A T E N T A M E N T E
" EDUCAR PARA TRANSFORMAR "

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA
UNIDAD 021
MEXICALI, B. C.

SERGIO GOMEZ MONTERO
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION

C.c.p. Expediente.
C.c.p. Minutario.

INDICE

CAPITULO IV

ESTRATEGIA METODOLOGICA DIDACTICA

INTRODUCCION

INTRODUCCION

Es innegable la importancia de la matemática en la vida del hombre. Casi no hay actividad humana en la que no se encuentre - alguna aplicación de conocimientos matemáticos. Si un niño cuenta sus juguetes, si una madre de familia calcula sus gastos, si se acomodan muebles en cierto espacio disponible, si se mide un te-- rreno agrícola, si un ciudadano interpreta una noticia periodísti ca acerca del uso que se da a sus impuestos, etc, se están apli-- cando conocimientos matemáticos.

En la mayoría de los procesos tecnológicos e industriales se utilizan modelos, se hacen cálculos y mediciones, o se realizan - inferencias, esto es, se dan diversas aplicaciones matemáticas. También las ciencias naturales y las ciencias sociales se benefi- cian, en mayor o menor medida de los aportes que les brinda la - matemática. Además de esta utilidad social debida a sus multiples aplicaciones prácticas, a la matemática se le reconoce también -- cualidades formativas. Se considera que el estudio de esta cien-- cia favorece el desarrollo intelectual del ser humano al mejorar su habilidad para descubrir características comunes de fenómenos o sucesos de la realidad, discriminar sus elementos esenciales, - establecer leyes acerca de los mismos, ordenar o clasificar he- - chos o entidades, crear sistemas teóricos: Esto es, abstraer, ge- neralizar y sistematizar.

Se pretende que el niño de primaria llegue a descubrir que la matemática le es útil y necesaria tanto por las aplicaciones que él puede hacer de la misma, como por la formación intelectual que le brinda. Es conveniente que el educando encuentre en la matemática un lenguaje que le ayude a plantear y resolver una gran variedad de problemas cotidianos, y que le permite informarse sobre su ambiente y organizar sus ideas.

Usando la matemática en este sentido, el niño también se capacita en la elaboración y manejo de modelos de la realidad y en la aplicación de diversos algoritmos, lo cual a fin de cuentas, vendrá a dotarlo de una buena herramienta para entender su mundo y para transformarlo en su beneficio algún dia.

El presente trabajo tiene la finalidad de proponer una alternativa didáctica para la enseñanza de los números racionales en la escuela primaria. Dicha alternativa es producto de una actividad reflexiva sobre la práctica tradicional de enseñanza y las distintas teorías del aprendizaje, entre las que destaca la teoría constructivista.

Para la construcción de la propuesta pedagógica que nos proponemos, el punto de partida es un estudio analítico y crítico sobre el problema que representa para la escuela primaria la enseñanza y comprensión del concepto de número racional.

Se pretende pues, la construcción de una estrategia didáctica, en la que el énfasis sobre la metodología permita el aprendizaje del concepto de número racional.

Para ello utilizamos como marco de referencia teórico la psicogenética. En el primer capítulo, 'Definición del objeto de Estudio' se brinda un bosquejo y el análisis del problema, intentamos la problematización del mismo, se ofrecen argumentos que nos llevaron a seleccionar el asunto, asi como los que consideramos relevantes para justificar su estudio, finálmente se delimitan los alcances y la definición.

En el segundo capítulo, nos ubicamos en los condicionantes de tipo social, histórico, ambiental e institucional que determinan las características que asume el fenómeno. De esta manera se realiza un análisis del contexto social e institúcional en que se encuentra la escuela.

En el tercer capítulo, 'Referencias teóricas y conceptuales', se asumen concepciones y definiciones específicas sobre los elementos que conforman el proceso enseñanza-aprendizaje, se discuten algunas teorías que explican el proceso de aprendizaje, otras que mas bien se refieren al desarrollo del niño y se finaliza con un análisis de los contenidos referentes a la enseñanza de los números racionales, enmarcándolos dentro del campo o sistema de los números reales.

En el cuarto capítulo, se propone una estrategia metodológica concreta; en ella se consideran elementos tales como: la motivación en la realización de labores relacionadas con el área de matemáticas, los objetivos a lograr a traves del trabajo con los estudiantes,.

La selección, organización y jerarquización de las actividades de aprendizaje y los recursos que se utilizan para lograr el objetivo.

La perspectiva sobre la adquisición del conocimiento es fundamentalmente constructivista, ya que busca a partir de las experiencias y actividad infantil, que los alumnos se conviertan en los constructores de su propio conocimiento.

Por último, se ofrecen las conclusiones, producto de la investigación y reflexión sobre el desarrollo del tema escogido, asi como de la bibliografía consultada durante el estudio.

CAPITULO I

DEFINICION DEL OBJETO DE ESTUDIO

CAPITULO I

DEFINICION DEL OBJETO DE ESTUDIO

A. Seleccion del tema.

A lo largo de mi carrera como docente en la escuela primaria, he podido darme cuenta que tanto el área de español, como la de matemáticas, ocupa un lugar preferente en el programa escolar. Tanto es el valor que se les da a estas dos materias de aprendizaje, que de su nivel de aprovechamiento por parte del alumno, depende en buena medida su acreditación al grado siguiente superior.

De ahí pues, que la mayor incidencia de alumnos reprobados en la escuela primaria se deban por causa del bajo nivel de aprovechamiento presentado por los alumnos en alguna de estas dos áreas, y a veces en las dos.

El que exista un número determinado de alumnos reprobados en la escuela primaria, representa un problema, que todo maestro consciente de su profesión debe tratar de resolver utilizando todos los medios que estén a su alcance.

Ya sea en español, en matemáticas o en cualquiera de las otras áreas, el maestro que tiene en su grupo problemas de aprendizaje, se debe preocupar por investigar las causas que lo provocan, para tratar de darle una solución a tiempo y lograr que se avance en el aprendizaje favorablemente.

Son muchas las dificultades que se presentan en el proceso - de enseñanza-aprendizaje de las distintas áreas de conocimiento - en la escuela primaria, pero una de las que considero muy importante, es el área de matemáticas.

La adquisición del conocimiento matemático es una necesidad ineludible, su dominio le proporciona al individuo los instrumentos o las formas de organizar el pensamiento para la comprensión y solución de la problemática que el medio nos presenta.

Es por esto, que el presente trabajo está encaminado a tratar de resolver una de las muchas dificultades que se presentan - en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Uno de los problemas que se presentan en los grados superiores de la escuela primaria, es la falta de comprensión de número racional, asi como del algoritmo para la realización de operaciones con números fraccionarios.

Las dificultades que presentan los alumnos a este respecto son:

a).- Los alumnos identifican fácilmente fracciones representadas en círculos o rectángulos. Cuando las figuras en que se encuentran representados las fracciones son diferentes de las mencionadas, se tienen problemas para identificarlos.

b).- El concepto mas general que tienen de las fracciones se reduce a 'tomar parte de ' por ejemplo 4/6 la consideran como hay seis partes y se toman cuatro.

c). Las fracciones no son interpretadas como razones.

d).- No logran adquirir el concepto de equivalencia, el error mas común es considerar que: $\frac{75}{100} > \frac{6}{8} > \frac{3}{4}$

De esta observación, podemos deducir que el alumno únicamente maneja conceptos en el sistema de los números naturales lo que le provoca que cuando se le presentan problemas a resolver con -- números racionales, no es capaz de captar las diferencias de campo y tiende a dar soluciones que resultan equivocadas. Es pues -- muy importante para el futuro desarrollo intelectual del alumno, que a lo largo de su educación primaria vaya adquiriendo paulatinamente el conocimiento de los distintos sistemas o campos de los números reales, manejados como estructuras, lo cual implica la -- existencia obligada de un conjunto C y de una operación binaria C x C, la cual tiene un determinado número de propiedades; con esto se define la estructura de grupo de anillo o de campo.

De tal forma que si ignoramos esto último al enseñar los --- conjuntos de números, estamos consciente o inconsciéntemente, -- despojando a la enseñanza de las matemáticas de uno de sus razgos mas dinámicos.

Con esto nos damos cuenta que el alumno adolece del concepto de número racional y de sus propiedades aritméticas.

De aquí nace el interés en mí por buscar la forma de auxi-- liar a estos alumnos que presentan estas dificultades específicas y encontrar una alternativa didáctica que posibilite la ejercitación, la comprensión y la correcta realización de tales operaciones.

Considero que una de las causas que provocan este problema, es la falta de una metodología apropiada para la dirección del aprendizaje matemático, a lo largo de la educación primaria. La enseñanza de los contenidos matemáticos, se realiza, bajo una perspectiva informativa mas que formativa, con un caracter memorístico y nada reflexivo; lo que en consecuencia no le permite al alumno analizar y comprender los fundamentos sobre los que descansan los planteamientos que se le presentan.

Se hace pues necesario, una reflexión profunda por parte del maestro, de la manera en que trabajan dichos contenidos para que se percate de las dificultades que obstaculizan al alumno la comprensión del concepto de número racional y de sus operaciones aritméticas con los números fracionarios, a fín de que se de la oportunidad de buscar una alternativa didactica para superar el problema.

B. Delimitación del problema.

La escuela donde presto mis servicios desde hace aproximadamente trece años, es la escuela primaria 'Profr. Manuel Quiróz Martínez,' la cual pertenece a la XVI Zona Escolar y esta ubicada en la Av. Benito Juárez # 127 del Ej. Hermosillo en el Valle de Mexicali.

Es en este centro de trabajo, donde a lo largo de mi práctica docente he tenido las distintas experiencias y observaciones que me han llevado a enunciar el presente problema.

La enseñanza de los números racionales en la escuela primaria, considero que es mal abordada por parte de los maestros al no considerar la importancia que tiene la comprensión y significación de los conceptos por parte del alumno. Por distintas razones el maestro suele no advertir las dificultades que se le presentan al alumno cuando se enfrenta con el contenido de los números racionales debido a que su interés radica en que el alumno memorice el algoritmo de las distintas operaciones con los números fraccionarios; el resultado es la falta de comprensión de los fundamentos en que se basa tanto el concepto de número racional, como de la aplicación práctica de las operaciones matemáticas en la solución de problemas.

Al llegar a esta altura del trabajo, considero oportuno plantear las siguientes interrogantes:

-¿Cuál es la mejor alternativa para la enseñanza del concepto de número racional ?

-¿Qué aspectos se deben tomar en cuenta en la dirección del proceso de enseñanza- aprendizaje, que garanticen resultados efectivos?

Será en base a la contestación de estos dos cuestionamientos el rumbo que deberá tomar la presente propuesta pedagógica.

Me interesa mas que todo, investigar la manera de cómo ayudar a los alumnos de educación primaria para que logren adquirir el concepto de número racional y comprender las diferentes operaciones con números fraccionarios.

Para empezar, pienso que es de suma importancia que el maestro domine todos los contenidos matemáticos que se manejan a nivel de educación primaria, asi como de investigar cuáles son las ideas que los alumnos tienen sobre las matemáticas a fin de formarnos una idea sobre cuales son las espectativas del alumno y poder planear la mejor forma de introducirlo al mundo de las matemáticas en forma más placentera.

Se trata pues, de que el alumno vaya adquiriendo los conceptos matemáticos en forma gradual y propiciado por situaciones de aprendizaje prácticas que estimulen su pensamiento lógico-matemático.

C. Justificación.

El problema que se presenta en éste trabajo, nos debe inducir a buscar una estrategia metodológica capaz de propiciar en los educados una mejor comprensión de los contenidos planteados en el programa de educación primaria.

En base a todo lo antes mencionado, debemos reconocer que la enseñanza tradicional que hacemos de las operaciones con números fracionarios conllevan a que el alumno memorice reglas, procedimientos y los principales algoritmos, pero nunca lo llevamos a su cabal comprensión de los conceptos que dan sustento a las operaciones matemáticas, incapacitándolos para poder generálizar dichas operaciones en aplicaciones prácticas de problemas cotidianos que su realidad y entorno físico le presenta.

En el transcurso de nuestra práctica docente, hemos observado la incidencia de este problema con los diferentes grupos que nos ha tocado trabajar, y la solución que habíamos dado, seguía la ruta del conocimiento memorístico de las fracciones.
Revisando el anterior proceso, nos percatamos del gran vacío que se produce en la construcción del conocimiento y en consecuencia en sus posibilidades de transferencia. Por lo tanto, hoy tratamos de obtener una solución distinta, que ante todo nos conduzca a una concepción de la dirección de la enseñanza-aprendizaje que permita al alumno la comprensión del concepto de número racional y de sus operaciones con los números fraccionarios.

En este momento, debemos reconocer que en nuestro trabajo influyen una serie de factores que lo pueden afectar positiva, o negativamente, como puede ser, el contexto institucional, que influye y determina nuestras concepciones sobre la elaboración y construción del conocimiento, asi como su transmisión.

Los elementos que condicionan el nivel de funcionamiento y organización de una escuela son: los programas, los libros de texto, las normas establecidas, los criterios de evaluación los horarios de clases, las relaciones personales y la calidad de nuestra práctica docente.

D. Objetivos

Un factor muy importante en el desarrollo de cualquier actividad, es el uso de un lenguaje adecuado y asequible para los par tícipes de la actividad. En la enseñanza de las matemáticas, el dominio de un lenguaje matemático por parte tanto del maestro como del alumno, se hace indispensable para la enseñanza y comprensión de los procesos y contenidos matemáticos.

Las matemáticas son consideradas como una de las ciencias exactas, pero para que esto sea posible, es necesario el uso de un lenguaje matemático universal, que sea: claro, seguro y confiable, que no propicie malentendidos, ni provoque confusión.

En los contenidos matemáticos de los libros de texto de la escuela primaria, principalmente en los grados superiores, es muy común encontrar ejercicios que se plantéan de una forma muy confusa, que a veces ni el maestro puede comprender qué es lo que se está pidiendo. Estos ejercicios provocan que el alumno termine por detestar las matemáticas ya que los ejercicios se presentan con un lenguaje confuso, ambiguo y sobre todo desvinculado de la realidad del alumno.

De esta reflexión se desprende la necesidad de hacer uso de un lenguaje matemático adecuado al nivel de desarrollo y comprensión de los alumnos, con la finalidad de hacer mas accesible el conocimiento a los educandos.

Para la realización del presente trabajo, se plantéan los siguientes objetivos:

- Identificar las dificultades por las cuales pasan los niños y que les obstaculiza una adecuada comprensión del concepto de número racional.

- Proponer una serie de actividades y ejercicios que ayuden al educando a una mejor comprensión de los números racionales.

- Proponer actividades donde los números racionales tengan aplicaciones prácticas, para su mejor comprensión.

CAPITULO II

REFERENCIAS CONTEXTUALES

CAPITULO II

REFERENCIAS CONTEXTUALES

A. Contexto institucional.

Para tener una visión mas amplia de los elementos y factores que se conjugan en toda problemática educativa, es de vital importancia, analizar reflexiva y críticamente las características de la comunidad y de los sujetos que intervienen en el problema.

La institución donde presto mis servicios como docente, -- lleva el nombre de escuela primaria rural, estatal Profr. Manuel Quiróz Martínez, clave: 02EPRO175J, perteneciente a la zona XVI. Se encuetra ubicada en la Av. Benito Juárez y calle Jalisco en el Ejido Hermosillo B.C. en el Valle de Mexicali.

Esta escuela tuvo su origen en el año de 1938, en sus inicios empezó a funcionar bajo la sombra de una enramada hecha con cachanilla, planta que entonces abundaba por todo el valle.
La escuela dio inicio con la formación de un grupo, con aproximadamente 20 alumnos que eran atendidos por una profesora que pagaba el gobierno del Estado.

En el lapso de dos años, es decir para 1940, la escuela ya contaba con nueve aulas de ladrillo, que se construyeron con la ayuda del gobierno del Estado y la participación de los habitantes del Ejido. Este notable progreso y aumento de población se debió a que muchos agricultores que vivían en las parcelas decidieron irse a vivir al poblado, para aprovechar las ventajas que la comunidad ofrecía (escuela, electricidad, agua potable, comercio, etc.)

El crecimiento de la población estudiantil obligó a que --- durante algunos años fueran utilizadas como salones de clases, - tanto el salón del sindicato de la industria despepitadora de algodón, como el salón-almacén del Ejido. Fue tanto el crecimiento de la población, que hubo necesidad de establecer otra escuela - primaria. En la actualidad funcionan dos escuelas primarias, una Federal y otra Estatal, que trabajan los dos turnos.

1. Características del edificio.

Actualmente la escuela cuenta con catorce salones de clase que tienen una medida de 7 x 8 metros y que se encuentran repartidos en tres plantas; dos plantas de cuatro salones cada una y una de seis salones. Además cuenta con los siguientes anexos: Dirección del plantel, cooperativa escolar, baños y un almacén.--

El material con que están construidos los salones es el siguiente: ladrillo en las aulas mas antiguas y bloque en las dos - plantas mas recientes.

En lo general, las condiciones del edificio son buenas, así como de la cancha de basquet bol y la plaza cívica.
La superficie total de la escuela es de 12800 metros cuadrados que se encuentran delimitados por un cerco de maya ciclónica en sus cuatro costados. En la parte sur del edificio se localizan el campo de beisbol y el de futbol.

Considero que la condiciones en que se encuentran la escuela son las propiadas para desarrollar satisfactóriamente el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2. Organización interna.

La escuela está dirigida por el Profr. José María Leandro - Banda villa, quien cuenta con la ayuda de la Subdirectora Profra. Guadalupe Mora González, ellos son los encargados de la parte directiva y administrativa de la institución.

Para la atención de los grupos se cuenta con catorce maestros de grupo y dos maestros auxiliares, uno para educación Física y otro para actividades culturales.
El aseo y mantenimiento de la escuela se encuentra a cargo de - tres auxiliares de intendencia y un chofer.

La escuela cuenta con una parcela escolar, que es administrada por el director de la escuela y el presidente de la sociedad - de Padres de Familia.
En años anteriores la parcela proporcionaba el dinero que la - - escuela ocupaba para su funcionamiento, en la actualidad los gastos que tiene la escuela son solventados por la cooperativa escolar, ya que la parcela tiene tiempo de no proporcionar ninguna - aportación debido a que la producción solo ha alcanzado para pagar el crédito que otorga el Banrural.

3. El maestro.

El grupo que me tocó atender, es el 5º 'A' de la escuela - - primaria Profr. Manuel Quiróz Martínez, está compuesto por 11 - hombres y 13 mujeres, que hacen un total de 24 alumnos.

De estos 24 alumnos, solo tres son hijos de profesionistas los -- demás son hijos de padres que terminaron la primaria algunos y otros la secundaria y tienen ocupaciones como: jornaleros, operadores, empleados, agricultores, rodinos, etc., por consiguiente, considero que mi grupo queda enclavado en la categoría de clase - social baja.

Las relaciones que se dan con los padres de familia, son en lo general buenas, ya que la mayoría atiende los llamados que se - hacen cuando se trata de resolver alguna cuestión, tanto de problemas con la educación de sus hijos, como para realizar alguna - actividad de beneficio para la escuela.

Cabe hacer notar que en todos los casos son las madres las - que estan en mayor número, en comunicación con el maestro, pues - los padres de familia, por su ocupación es difícil que asistan al llamado de la escuela.

En cuanto a las relaciones de la escuela, con las autoridades de la comunidad, se puede decir que son muy buenas, pues la - participación es recíproca; la escuela participa en los eventos - que las autoridades ejidales programan y las autoridades le brindan ayuda y apoyo en todas las necesidades que la escuela tiene.

Las relaciones internas entre los maestros, como de los -- maestros con la comunidad son buenas, la escuela siempre se ha - distinguido por tener una proyección constante hacia la comunidad esto se ve por el trabajo que los maestros desempeñamos, tales - como; encauzar a la juventud hacia el deporte, formando equipos - de volibol y beisbol y organizando torneos, participando en campañas de vacunación, desarrollando eventos culturales a nivel comunidad y estando en la mejor disposición de participar en cuestiones que la comunidad demanda.

B. Contexto social (la comunidad)

El Ejido Hermosillo tuvo sus origenes oficialmente en el -- año de 1936, con la dotación de tierras y créditos a los campesinos en este lugar, fue un beneficio otorgado tanto por el gobierno federal de la República como por el gobierno estatal, para que personas de otros Estados se ubicaran en estos lugares.
Esta situación propició que muchas personas del interior del país se vinieran, ya que los mismos familiares les escribían y otros - con el deseo de pasar a Estados Unidos de Norte América; se daban cuenta de la situación reinante en Baja California y de esa manera se quedaban a vivir. Así es como el Ejido Hermosillo se fue -- formando, al principio se cultivó casi exclusivamente algodón y - posteriórmente trigo.

Esta comunidad se encuentra ubicada aproximádamente a unos 59 Kilómetros al Este de la ciudad de Mexicali y colinda: al Norte con el ejido Tabasco, al Sur con el Río Colorado, al Este con el ejido Mezquital y al Oeste con el ejido Chiapas.

Por la topografía del terreno, queda clasificado como Valle su hidrografía está compuesta por canales y pozos artesianos, - - siendo también de gran importancia el canal alimentador que se desprende de la Presa Morelos.

El clima es extremoso, ya que en Verano la temperatura - - alcanza hasta los 120 grados Farenheit y en invierno se registran temperaturas muy bajas.

La fauna es doméstica y el tipo de animales que predomina - en los hogares son: perro, gato, conejo, aves de corral, ganado - vacuno, porcino y caprino.

La flora es variada, se puede apreciar en los frentes de las casas o en sus patios posteriores: árboles de sombra arbustos y plantas con flores como: rosal, laurel, claveles, etc.

El tipo de vivienda en este lugar es de construcción de ladrillo y adobe, con techo de madera y cartón arenado.

Los medios de comunicación que posee, son los indispensables para el desarrollo social, económico y cultural del ejido, tales como: teléfono, telégrafo, transporte terrestre, asi como los medios de comunicación masiva como: radio, prensa y televisión.

Las instituciones de este lugar son: un banco (Banrural) una clínica del IMSS, una Delegación Municipal, una iglesia católica y dos evangelistas, una junta de mejoras, un jardín de niños, cuatro escuelas primarias y una secundaria.

Los servicios públicos con que cuentan son: Agua potable alumbrado público, dos boticas, un Centro de Salud, nueve tiendas de abarrotes, un laboratorio, un parque recreativo, un teatro al aire libre, un velatorio del DIF, dos consultorios de medicina general, una unidad deportiva, una cancha para baloncesto y dos campos, uno para fútbol y otro para beisbol.

El salario de la población es mínimo ya que lo integran personas que se dedican a actividades tales como: jornaleros (en su mayoría), empleados, comerciantes, obreros, agricultores, y una mínima parte de profesionistas, entre otros.

CAPITULO III

REFERENCIAS TEORICAS Y CONCEPTUALES

CAPITULO III

REFERENCIAS TEORICAS Y CONCEPTUALES

A. Elementos que conforman el proceso educativo.

1. Educación

El término educación, comprende varios conceptos válidos desde el punto de vista que se contemple.

Etimológicamente la palabra educación tiene dos sentidos, uno que proviene del latín educare (influencia externa) y otra que procede de ex-ducere (influencia interna). visto así el término educación, podemos distinguir dos direcciones del proceso educativo: hetero educación (influencia exterior) y auto educacación (desarrollo del sujeto conforme a una voluntad autónoma de formación).

La educación es un proceso dinámico que comprende el desarrollo biológico, psicológico y social del individuo.

Para lograr esto, la educación como proceso, debe proporcionar al individuo, los medios para su propia configuración (hetero y auto educación reunidas).

La educación en su mas amplio sentido tiene dos acepciones: educación cósmica, se caracteriza por ser inconsciente, ametódica asistemática, espontanea y natural.

La otra es educación sistemática (consciente, intencional metódica y artificial.

La educación vista como proceso, comprende varias etapas; una de ellas es la instrucción, cuya finalidad no es meramente la de transmitir un conocimiento determinado, sin la de propiciar el razonamiento del individuo para que el impulso de auto educación aflore en él. La instrucción como proceso aislado de educación, solo funciona como simple transmisor de un contenido.

La educación, está determinada por una currícula perteneciente a un plan de estudio, donde se encuentran los fines educativos.

De una manera mas general podemos decir que los fines educativos son los de formar o configurar al hombre, proporcionándole los conocimientos, destrezas, habilidades y conductas que le permitan llevar una vida placentera, además la capacidad de comprender y transformar razonáblemente su entorno físico-social.[1]

La educación es un proceso que tiende de manera particular hacia la conformación de la estructura cognitiva del alumno. La adquisición del conocimiento no será memorística ni repetitiva, sino el resultado de una asimilación activa que integre significatívamente los datos de la estructura cognitiva del alumno.[2]

---

1 NASSIF Ricardo. 'Los múltiples conceptos de la educación ' Antología ' Medios para la enseñanza' UPN-SEP. México 1986, pp. 148-150.

2 Diccionario de ciencias de la educación. Varios Ed. Santillana México. 1983 p. 486.

Uno de los principales propósitos que debe tener la educación es preparar a las nuevas generaciones para que éstas se apropien de los bienes culturales de la sociedad, de sus costumbres y conocimientos. Dicha educación deberá ser mas formativa que informativa, propiciando en el educando un pensamiento crítico y reflexivo, que a la vez le ayude a resolver sus problemas cotidianos.

En la educación se encuentran implícitos dos procesos, los cuales son: enseñar y aprender. Enseñar implica motivar, dirigir, integrar y fijar un contenido o materia de aprendizaje mediante un control permanente de pronóstico y diagnóstico. Para la enseñanza se planean actividades propias para lograr el aprendicaje en el alumno, en ella interactúan: los objetivos a lograr, los instrumentos de evaluación, los conocimientos previos, los métodos y los medios de enseñanza que el maestro utiliza de acuerdo a las características de los alumnos y el contenido a enseñar.

2. Enseñanza.

La enseñanza se concibe de dos maneras: una tradicionalista, donde el maestro se concreta a la transmisión de contenidos y ejercicios de memorización, en ella el alumno actúa en una forma pasiva y repetitiva; y la otra, que es la enseñanza activa, la cual mas que nada busca un aprendizaje a través de la propia experiencia del alumno, orientándolo, motivándolo y encauzando los conocimientos adquiridos.

'Toda enseñanza, si se quiere que enseñe realmente algo, debe responder a la curiosidad y a las necesidades del niño, debe ser una respuesta a los problemas que a él se le plantean, debe ser deseada y aceptada con gusto. Si no se montan sobre éstas bases las cosas, el niño se verá agobiado y aburrido y no pondrá en juego sus posibilidades, pues la atención y el esfuerzo provienen de la afición y el deseo, pero no de la obligación[3].

La motivación pedagógica viene a ser el momento del aprendizaje en el cual se aprovechan los intereses y las necesidades de los alumnos como motivos de aprendizaje.

Algunas estrategias convenientes son:

- Conocer intereses y necesidades, tanto comunes como específicas de los alumnos.
- Planear la labor docente, encaminándola a que los intereses existentes se constituyan en motivo de aprendizaje.
- Poner al alumno en situaciones que lo lleven al descubrimiento de otras necesidades: 'Crearle necesidades sentidas'.

El mejor modo de enseñar, será aquél que más se aproxime y ajuste al modo como trabaja la mente de los alumnos que tienen interes o necesidad de aprender algo[4].

3 PALACIOS Jesus. 'Pensamiento Educativo de Rousseau'. Antologia Sociedad Pensamiento y Educación I. UPN-SEP.México 1987 p. 154.

4 RAMIREZ Rafael. Citado en 'Pedagogía la practica docente' Antología UPN-SEP. México 1987, p. 27.

El papel del profesor en la motivación es:

- .El profesor es uno de los agentes mas importantes en el proceso de motivación de los alumnos.

- .La personalidad misma del maestro puede ser motivadora y constituir una invitación al estudio, a la responsabilidad y a la superación.

- .La motivación debe ser un proceso permanente que estimule todas las etapas del aprendizaje. Puede hablarse, por lo tanto, de motivación inicial, permanente y final.

- .Corresponde al profesor, echar mano de todos los medios posibles para crear en sus alumnos actitudes positivas en la enseñanza.[5]

Para la psicogenética, el aprendizaje se explica en términos de la adquisición del conocimiento, y es un proceso que aún cuando es provocado por un agente (el docente), supone el empleo de estructuras intelectuales previas para la construcción de un nuevo conocimiento. Su orientación ha llegado a educación, vía la escuela activa y la pedagogía operatoria, se inclina por acabar con la memorización sin sentido, para pasar a un nivel en el que la participación activa, física y mental del alumno, lo lleve a comprender lo que hace y para qué lo hace.

---

5 MORENO Bayardo, María Guadalupe. 'La práctica Docente: Fundamentación y Práctica'. SEP. México, 1985. pp 53-57.

3. Concepto de aprendizaje.

La Pedagogía Operatoria, hace referencia a que la actividad debe estar guiada de acuerdo a los intereses infantiles, los cuales deben llevar un consenso en el grupo, y en base a ellos se determinan las acciones a seguir.

Para los neoconductistas, el aprendizaje es un cambio permanente de la conducta, el cual se produce como resultado de la práctica. Con ello, el proceso de aprendizaje se concibe en terminos de impresiones de nuevos patrones de reacción sobre organismos flexibles y pasivos, ya que el aprendizaje se sustenta en una acción recíproca de los organismos y sus ambientes. Los conceptos básicos de los neoconductistas son : los estímulos, la excitación (proporcionada por un ambiente) y las respuestas (reacciones dadas por un organismo). En consecuencia, el problema de la naturaleza del proceso de aprendizaje se centra en un estudio de las relaciones entre estímulos y respuestas,

Para Piaget, el aprendizaje no viene a ser una manifestación espontánea cuya forma ya estan dadas, sino la unidad indivisible, formada por los procesos de asimilación y acomodación. El equilibrio existente entre ellos, permite en última instancia, la adaptación del individuo cognoscente al medio que le rodea.

---

6 MORRIS L. Bigge. citado en : 'Teorías del Aprendizaje'. Antología UPN-SEP México 1987, p. 111.

7 Ibidem. p. 244.

Piaget considera que un niño activo, es un niño que está -- aprendiendo, asumiendo esa actitud en formas distintas que son: -

-Ejercicio. Es un tipo de aprendizaje por contigüidad que no -- exige refuerzo. Se le puede considerar activo por el propio niño, antes que por estímulos ambientales (patear, volver la cabeza, -- etc.).

-Experiencia física. Trata del proceso de aprender las propiedades de los objetos, por lo general mediante su manipulación. Por medio de él, el niño aprende por ejemplo que los metales son en general mas pesados que la madera, permite que el niño aprenda - por medio de la experiencia física; este proceso permite al niño elaborar reglas lógicas abstractas acerca de las propiedades de - los objetos.[8]

La teoría mas aceptada para definir el aprendizaje, es la teoría psicogenética de Jean Piaget; quien puede decirse, parte de la -- escuela cognoscitivista y estructuralista, ya que estudia la --- génesis de los procesos internos del aprendizaje. Trata de explicar como trabaja la mente del educando y como se dá el desarrollo cualitativo de las estructuras intelectuales.

Los condicionantes del aprendizaje se subdividen en dos,- - según se refieran al medio estimulante o al sujeto que aprende. - El medio estimulante abarca la totalidad del entorno en medio del cual se mueve el educando (sociedad, familia y escuela).

8 LELAND C. Swenson. 'Jean Piaget: Una teoría Maduracional -Cognitiva' en 'Teorías del Aprendizaje ' Antologia UPN-SEP. México 1987,pp.205-206.

El sujeto que aprende está a su vez condicionado interiormente por la constitución del yo, de manera que no es solo el estímulo quien desencadena el aprendizaje, sino que en realidad el propio sujeto que aprende forma parte esencial del mismo.

Las relaciones entre el aprendizaje y el desarrollo, se conciben de manera distinta según la posición psicológica en la que nos situemos. Para Piaget, el desarrollo explica el aprendizaje, de tal manera que éste solo es posible gracias al proceso de desarrollo en su conjunto, del cual no constituye mas que un elemento y que únicamente se concibe dentro del proceso total. El desarrollo es así un proceso general, producto de la interrelación de diversos factores, uno de los cuales es la influencia del ambiente.[9]

De acuerdo al proceso de aprendizaje, los niños llegan a la escuela con una serie de conocimientos estructurados; los cuales fueron adquiridos en instancias no formales, constituyendo así, una base de experiencias sobre las cuales se construirán los conocimientos que el sistema educativo considera válidos y legítimos.

9 TERMOSO Estebanez, Ponciano. citado en ' Téorías del Aprendizaje'. Antología UPN-SEP. México 1987, pp.28-38.

4. El papel del maestro en el proceso de enseñanza aprendizaje.

En el ambito escolar, el maestro que desea contribuir al desarrollo exitoso de sus alumnos en el proceso de aprendizaje - habrá de recordar y tener en cuenta permanéntemente que el niño : (Según lo expresa la SEP. en la propuesta para el aprendizaje de la lengua escrita [10]).

a). Es un sujeto activo que constantemente se pregunta, explora, ensaya, construye hipótesis; piensa para poder comprender todo lo que le rodea (para poder construir su propio aprendizaje).

b). Necesita tiempo: para cambiar de actividad, para buscar una - respuesta, para encontrar la correcta.

c). Duda: y la duda no debe ser motivo de preocupación para el - maestro. Ella puede indicar que el niño ha entrado en un conflicto congnitivo y trata de encontrar una respuesta.

d). Aprenda de sus errores: cuando el niño comete un error, el maestro sin criticarlo por ello, tendrá que averiguar a que obedece dicho error, para aprovechar la ocasión propicia de hacerle alguna pregunta o presentarle alguna situación que pueda dar lugar a una reflexión por parte del alumno.

e). Comete muchos errores constructivos en el curso del proceso de aprendizaje; errores que él mismo podrá y deberá descubrir ayudado por actitud adecuada por parte del maestro.

---

10 SEP. 'Aprendizaje Escolar' en Teorías del Aprendizaje Antología UPN-SEP. México 1987, pp. 350-351.

f). Necesita de la comprensión y estímulo del maestro para avanzar en sus conocimientos, pero ya hemos visto que requiere de - - tiempo para elaborarlos, por lo que el maestro no puede exigir ni debe desesperarse cuando sus logros no son inmediatos.

g). Para aprender necesita información, no solo del maestro sino también y en un alto grado, de los niños que comparten (con variantes) sus propias hipótesis y de otros que ya las han abandonado. Para ello, requiere de comunicación e intercambio con los compañeros: hablar, comentar,, mostrar el propio trabajo, ver el de los demás, etc. En esta propuesta se insiste frecuéntemente en la necesidad de que los niños opinen y confronten sus opiniones, por = que ésta forma de trabajo tiene un gran valor en el proceso de - aprendizaje. Mediante ella los niños: conocen como piensan los - demás compañeros, exponen, confrontan, defienden y ponen a prueba sus propias hipótesis; entran en conflicto cognitivo; buscan soluciones en común a una situación planteada; se dan cuenta que muchas veces es posible encontrar varias formas de solucionar un determinado problema.

Es importante destacar que la confrontación de opiniones no debe confundirse ni manejarse como una forma de competencia.
El niño debe sentir que las opiniones de todos valen por igual y que no solo las de los 'mejores son tomadas en cuenta.

h). Requiere de aprobación y estímulo efectivo; ver que su trabajo se aprecia y su esfuerzo se valora tanto como el de los demás.

La competencia entre los niños, tan frecuentemente utilizada como 'estímulo', efectivamente estimula la agresividad, el rencor y falsos sentimientos, tanto de suficiencia como de inferioridad; además elimina el compañerismo y dificulta el trabajo en equipo.[10]

El maestro juega un papel importante en el conjunto de actividades que se realizan en las instituciones educativas; de él depende la transmisión de ideas que favorezcan el desarrollo de la creatividad en el alumno. Requiere pues, de la creación de un ambiente estimulante, apropiado para que se generen las situaciones de aprendizaje capaces de motivar al niño y ayudarle a lograr un desarrollo integral y armónico.

El maestro, al conocer el nivel de desarrollo en que se encuentra el alumno y organizar un programa de aprendizaje que proporcione los elementos necesarios, como: motivación, interés, por obtener conclusiones significativas y una interacción doblemente recíproca (maestro-alumno, alumno-alumno) estará en condiciones de presumir un verdadero aprendizaje.

---

10 SEP. 'Aprendizaje Escolar', en 'Teorías del Aprendizaje' Antología UPN-SEP. México 1987,pp. 350-351.

B. Teoría del aprendizaje.

1. Teoría psicogenética.

Este trabajo se basa fundamentálmente en la teoría psicogenética, la cual se propone explicar la forma en que se desarrolla el pensamiento, con base en una perspectiva genética que consiste en la caracterización de las diferentes operaciones y estructuras mentales, que se presentan desde el nacimiento hasta la edad adulta.

Piaget, distingue varios estudios en la construcción del conocimiento: el sensorio-motor, el preoperatorio, el de las operaciones concretas y el de las operaciones formales.

En la teoría de la adquisición y transformación del conocimiento de Piaget, se destaca la dimensión biológica, la interacción sujeto-objeto y el constructivismo psicogenético.
El conocimiento que se adquiere asi, depende de la capacidad del sujeto para la propia organización y del objeto de conocimiento.[11]

La psicogenética trata de encontrar en el estudio del niño, la solución a problemas generales como son: el mecanismo de la inteligencia, de la persepción, etc; ya que solo mediante el análisis de la formación de estos mecanismos se llega a una explicación casual.[12]

11 SWENSON, Leland, C. 'Teorías del aprendizaje'. Antología UPN-SEP. México 1986, pp. 385-397.
12 SEP. Diccionario de Ciencias de la Educación. Ed. Santillana, Madrid, 1985, p. 119.

El desarrollo de estos procesos atraviesa por una serie de estudios y procede de acuerdo a una serie de mecanismos adaptativos de asimilación y acomodación, permitiendo alcanzar un nuevo equilibrio por medio de la actividad y posteriormente de las actividades concretas y formales.

a. Desarrollo del niño.

Según la psicología genética, el desarrollo del niño se puede definir como un proceso temporal y continuo, por medio del cual se va adquiriendo una maduración gradual de sus capacidades físicas y psicológicas, propiciando la construcción de una concepción del mundo que le rodea a través de su propio aprendizaje.

Piaget distingue dos aspectos en el desarrollo intelectual del niño: uno de ellos es el aspecto psicosocial, que conforma todo aquel conocimiento que el niño recibe desde fuera (familia o escuela); y otro, es el aspecto psicológico, que comprende todo lo que el niño aprende o piensa, que no le ha sido enseñado, sino descubierto por él mismo.

Piaget distingue varias etapas por las que el sujeto pasa durante el proceso de desarrollo intelectual, las cuales tienen el caracter de constantes e invariantes.

b. Etapa sensorio-motor.

Este periodo comprende desde el nacimiento hasta aproximá--

damente los dos años, se le denomina etapa de la inteligencia sensorio-motriz, es anterior al lenguaje y al pensamiento própiamente dicho. Durante las primeras semanas que siguen al nacimiento, el infante responde sobre la base de esquemas sensorio-motores innatos.

El primer tipo de aprendizaje que tiene el infante es el de la discriminación, a medida que asimila mas experiencias sensoriales, los esquemas anteriores se integran por acomodación, habitos y percepciones. Su atención se centra en el propio cuerpo y no en objetos externos. Posteriórmente, es capáz de encontrar objetos escondidos detrás de barreras, y de distinguir entre fines y medio.

Alrededor del año de edad, el niño es capaz de pronunciar algunas palabras como 'papi' o 'mami', las cuales no constituyen un lenguaje auténtico, sino respuestas instrumentales reforzadas por la atención de los padres o por otras consecuencias.

c. Etapa preoperacional (2 a 7 años aproximadamente).

Se caracteriza por la aparición de acciones internalizadas que son reversibles, en el sentido de que el niño puede pensar en una acción o verla, y a continuación en lo que ocurriría si dicha acción fuera anelada; y que está limitado a un tipo de aprendizaje manifiesto del tipo estímulo-respuesta, sino que empieza a demostrar un aprendizaje cognitivo cada vez mayor.

Durante este subperiodo, el niño ejecuta experimentos mentales por medio de los cuales recorre símbolos de hechos, como si participara realmente en ellos; esto lo conduce a una forma de pensamiento unidireccional (egocéntrico), por lo que se puede apreciar que el pensamiento preoperacional infantil no es reversible. Su pensamiento es instuitivo, pues el niño efectúa afirmaciones sin poseer pruebas fehacientes, aún cuando tampoco es capaz de dar demostraciones o justificaciones de sus creencias.

El niño preoperacional denota egocentrismo simbólico, y al mismo tiempo acciones de descentraciones; empieza a presentar habilidades de clasificación, difiriendo en cuanto a las jerarquías de aquellas que dan origen y distinguen al pensamiento adulto.

d. Periodo de las operaciones concretas (7 a 11 años).

Durante este periodo, el pensamiento del niño se descentra y se vuelve totalmente reversible. Esta capacidad está sujeta a una limitación importante; el niño necesita presenciar o ejecutar la operación en orden, para poder invertirla mentálmente.
En esta fase se desarrolla la base lógica de las matemáticas, bajo la forma de una serie de esquemas lógicos discretos. Antes de que el niño haya desarrollado los conceptos fundamentales del número, puede memorizar los números por medio de mecanismos de asociación.

El niño no se limíta al cumulo de informaciones, sino que las relaciona entre sí; y mediante la confrontación de los enunciados verbales de las diferentes personas, adquiere conciencia de su propio pensamiento con respecto al de los otros. Corrige el suyo y asimila el ajeno.

e. Etapa de las operaciones formales (11 a 15 años).

En esta etapa, el sujeto es capaz de desprenderse de lo - - real y de razonar corréctamente acerca de proposiciones hipotéticas.

La etapa final del desarrollo lógico corresponde al periodo de las operaciones formales o capacidad para utilizar operaciones abstractas internalizadas, basadas en principios generales, o ecuaciones para predecir los efectos de las operaciones con objetos. En esta fase también intervienen el completamiento del proceso de descentración, hasta el punto de que el pensamiento y la resolución de problemas puede presentarse dentro de un marco de - referencias abstracto, ajeno a toda finalidad de satisfacer otras necesidades.

Son capaces de manejar sistemáticamente una variable mien- - tras mantiene constantes otras, constituyendo el método clásico - de la ciencia experimental.

La adolescencia es una etapa difícil, debido a que el muchacho es todavía incapaz de tener en cuenta las contradiciones de - la vida humana, personal y social. La confrontación de sus ideales con la realidad, suele ser causa de grandes conflictos y pasajeras perturbaciones afectivas.

13 SWENSON, Leland. Op. Cit.pp 209-213.

Para Piaget, la tesis principal es la interacción sujeto-objeto. El conocimiento se adquiere de la propia organización del sujeto y el objeto de conocimiento. El objeto se conoce sólo a -- través de la actividad que el sujeto realiza con el fin de aproximarse a él. El objeto no es un dato inmediato que pueda alcanzarse en forma espontanea, sin embargo, el constante acercamiento al objeto permite la construción de esquemas cognoscitivos cada vez mas complejos que se originan en las estructuras biológicas mas - primitivas.

Piaget otorga la misma prioridad al objeto y al sujeto de conocimiento, rechaza tanto la primacía del objeto sobre el sujeto, como la del sujeto sobre el objeto, pués considera la existencia de una reciprósidad entre el medio ambiente y el organismo, a esto - se le conoce como relativismo. A consecuencia de esta interacción el sujeto adquiere experiencias, las cuales asumen un papel esencial en la formación de las estructuras lógico-matemáticas.

La construcción del conocimiento constituye un proceso continuo, iniciado a partir de las estructuras orgánicas predeterminadas, a lo largo del desarrollo del individuo, conforman las estructuras operacionales, las cuales en la interacción constante - sujeto-objeto, cambian de un estado inferior de conocimiento a - uno superior.[14]

14 RUIZ Larraguivel, Estela. 'Reflexiones en torno a las teorías del aprendizaje'. en 'Teorías del Aprendizaje' Antología UPN-SEP.México 1987, pp. 241-242.

Es necesario analizar las características estructurales que se presentan en las estructuras cognoscitivas (operacionales), en términos de sus procesos de transformación, concretándose en los procesos cognoscitivos que caracterizan a cada etapa o estudio del desarrollo. En cada etapa se refleja la constitución de estructuras operatorias cada vez de mayor jerarquía, que permiten al individuo lograr un grado de organización intelectual superior.

Uno de los caminos a seguir, es la Pedagogía Operatoria, ella es consecuencia de las investigaciones realizadas por Piaget y su equipo de colaboradores: se basa en la psicología genética. Sus objetivos fundamentales son:

- Lograr que todos los aprendizajes se basen en las necesidades e intereses del niño.
- Tomar en cuenta en cualquier aprendizaje, la génesis de la adquisición de los conocimientos.
- Vincular el mundo escolar con el extra escolar.
- Lograr que sea el propio niño el que elabore la construcción de cada proceso de aprendizaje, en el que se incluyen tanto los aciertos como los errores, siendo necesarios en toda construcción intelectual.

Todos estos objetivos, nos hacen ver que el niño ha de ser protagonista principal de su propia educación.

2. La pedagogía operatoria.

La pedagogía operatoria, surge como una alternativa a los sistemas de enseñanza tradicional; consiste básicamente en enseñar al niño a razonar, se basa ante todo en las estructuras intelectuales propias de su edad, las cuales van evolucionando a lo largo de su desarrollo. El maestro debe provocar situaciones en las que los conocimientos se presentan como necesarios para alcanzar las finalidades concretas elegidas por los niños.
Debe plantear actividades que lleven al alumno a recorrer todas etapas necesarias en la construcción del conocimiento, contrastando contínuamente los resultados que obtiene el niño o las soluciones encontradas por los demás niños.

La pedagogía operatoria, ayuda al niño para que construya sus propios sistemas de pensamiento. En la programación operatoria de un tema de estudio, es necesario integrar diversos aspectos como: intereses, construcción genética de los conceptos, nivel de conocimientos previos, y objetivos de los contenidos a tratar.

La psicogenética, tiene como finalidad la interacción del individuo y el medio ambiente a lo largo del desarrollo de aquél, y explicar la relación sujeto-objeto con base en los mecanismos biológicos y cognoscitivos subyacentes en las estructuras y en la génesis de las mismas.[15]

15 UPN.'Teorías del Aprendizaje'. Antología México,1986,p.244.

La teoría psicogenética ha demostrado que el desarrollo intelectual va evolucionando de tal manera que no existen etapas con límites rígidos, permitiendo al niño un avance paulatino en la adquisición de conocimientos. Paralélamente, conforme aumenta el cúmulo de conocimientos, el sujeto establece cada vez mayores y mas amplias relaciones y coordinaciones entre ellos, lo cual favorece la construcción de otros nuevos, siendo siempre y ante todo el sujeto mismo quien los construye.

a. La adquisición del conocimiento.

La adquisición del conocimiento, requiere de un proceso más o menos largo de aprendizaje, el cual variará según el nivel de desarrollo cognitivo del sujeto y del tipo de objeto que involucre dicho conocimiento.

Se mencionan tres tipos de conocimientos: El conocimiento físico, se construye a partir del contacto con los objetos mismos es la información que el sujeto obtiene de las propiedades inherentes a los propios objetos, son los mismos objetos quienes proporcionan la información que nos permite llegar a conocerlo.
A partir de las acciones que el sujeto ejerce sobre los objetos físicos, poco a poco extráe conclusiones acerca de como son tales objetos, para qué sirven y cómo reaccionan ante diversas acciones que él les aplica.[16]

16 GOMEZ Palacios, Margarita. ' Propuesta para niños de Educación Primaria con dificultades en el Aprendizaje de la Matemática'. DGEE-OEA. México 1988,pp. 13-15.

El conocimiento lógico-matemático, para su construcción requiere en parte de experiencias de manipulación de objetos físicos, surge ante todo de la abstracción reflexiva que el sujeto efectúa al establecer relaciones entre los diversos hechos que observa, así como de la observación de los objetos y las acciones que sobre ellos realiza.

La teoría psicogenética menciona, que para que el niño se apropie de un aprendizaje, es necesario que esté capacitado para ello, que todas las funciones que estén involucradas en dicho aprendizaje, se encuentren desarrolladas o en desarrollo; por ello es importante iniciar el aprendizaje cuando las aptitudes del niño hayan alcanzado la madurez necesaria.

C. El trabajo consciente y creador del alumno.

El trabajo consciente del alumno, el carácter creador del trabajo de éste y la función directora del maestro constituyen una unidad de principios estrechamente relacionados de la que depende el éxito de la enseñanza.

La función directora del maestro, incluye la dirección tanto de la transmisión de conocimientos y de su adquisición por los alumnos, como de la tarea educativa.

La dirección del maestro, no significa forzar las actividades y el trabajo del alumno, ni reglamentar rígidamente éstas ni mucho menos, suprimir, anular o reprimir las actividades o el trabajo independiente del alumno.

La dirección del maestro educa a cooperar consciente y creadóramente al alumno en el proceso de enseñanza.

El maetro dirige responsáblemente cuando se apoya en los principios didácticos y aplica éstos metódicamente.

La aplicación de los principios didácticos comienza en la preparación de la clase. Sólamente cuando circunstancias especiales lo requieran, podrá el maestro desviarse de su plan trazado, y siempre de forma creadora aprovechando esta desviación principalmente en la dirección del plan.

El trabajo consciente del alumno, significa que éste conozca la meta de la clase, las etapas y pasos que conducirán a ella, y que poséa las ideas vivas necesarias para penetrar consciéntemente en el objetivo trazado, que le ayuden a diferenciar objetos, hechos y relaciones que intervengan en todo el proceso concreto de aprendizaje.

Conseguir la cooperación consciente del alumno en el trabajo colectivo, en el trabajo en equipo, significa y comprueba una participación honesta abierta y clara del alumno en el proceso de enseñanza.

El peor enemigo del trabajo consciente del alumno es el formalismo de la enseñanza. La transmisión formal de conocimientos, conduce a una adquisición también formal; el niño puede retener y recitar de memoria hechos y leyes, pero no comprende su contenido.

El formalismo en la enseñanza, menosprecia la adquisición y desarrollo de habilidades y destrezas por el alumno. El formalismo en la enseñanza se orienta hacia el esquematismo, la superficiálidad y el falseamiento en el proceso de enseñanza.

El interés y la atención del alumno son imprescindibles para la cooperación consiente por parte de éste en el trabajo colectivo.

Para conseguir ese interés y esa atención, K, Tomaschewsky* propone que el maestro necesita propiciar.

a) orden y tranquilidad en la clase durante sus explicaciones;

b) entusiasmo y alegría en los alumnos por que están aprendiendo;

c) colaboración de los alumnos en el trabajo colectivo.

Por su parte el maestro debe contribuir:

a) presentando introducciones interesantes y atractivas a cada conocimiento nuevo que los alumnos deban adquirir;

b) dando oportunidades a los alumnos para que realicen trabajos independientes;

* K. TOMASCHEWSKY. 'Didáctica General '. Colección Pedagógica Ed. Grijalbo S.A. México D.F. 1977, pp. 227-228.

c) fijando tareas en las que el alumno pueda aplicar consciénte-mente sus conocimientos y capacidades.

D. El sistema o campo de los numeros reales.

En repetidas ocaciones se ha dicho que los números son -- ideas que no son objetos que existan en la naturaleza en la misma forma en que decimos que existen los árboles, los ríos o las montañas. Sin embargo, esto no significa que no puedan representar de alguna manera con la finalidad de hacer mas fácil o accesible su manejo, comprensión y uso.

Las formas que mas frecuéntemente se han usado para representar a los números son dos: el empleo de una línea recta la llamada recta numérica o recta real, la que se usa como una especie de modelo del sistema de los números reales y un sistema de modelo del sistema de los números reales y un sistema de nombres para cada número, el denominado sistema decimal o de base diez.

La recta real o numérica es un sistema que, como el de los números reales, se compone de un conjunto cuyos elementos son los puntos de una línea recta a la que llamaremos la recta real R.

El uso de la palabra sistema en esta ocasión, no significa que el sistema de los números reales y el sistema decimal o de - base diez, son dos sistemas de números. En el primer caso la palabra 'sistema' denota un conjunto de conceptos (números, operaciones y orden) estructurados a su vez por un conjunto de reglas concernientes a ellos (axiomas).

1. El sistema de los números naturales.

Entre varios autores, se escogió el trabajo de Arturo -- Fregoso*, para sustentar la propuesta pedagógica, en base en que es un autor que sabe combinar el simbolismo matemático con explicaciones muy entendibles.

Sabemos que el conjunto R contiene dos números diferentes a los que llamamos 'cero' y 'uno', y denotamos por 0 y 1 también - sabemos que la suma en R es cerrada, o sea que cada vez que tengamos una pareja cualquiera de números, ha de existir un elemento en R que llamanos la suma de esta pareja.
Como (1,1) es una pareja de números reales, entonces tiene que - existir otro número real 1+1. Escojamos el signo '2' para denotar a este número (es decir que estamos creando al signo 2 cuyo recipiente es el conocido garabato en forma de patito y cuyo semántica es 'número que resulta de sumar al 1 con signo mismo').

Tenemos ahora la pareja de números (1,2) y por las mismas - razones de antes, tiene que existir el número 1+2, al cual denotaremos por el simbolo '3' Ahora tenemos a la pareja (1,3) y por -- las mismas razones tiene que existir el número 1+3, que denotaremos, por '4'.

Como se puede ver, este proceso es infinito, o sea que podemos repetirlo cuantas veces queramos y siempre será posible repetirlo otra mas.

---

* FREGOSO, Arturo. 'Introducción al lenguaje de la matematica' Compañia Editorial Impresora y Distribuidora S.A. México D.F, 1972. pp. 187-248.

Definición 1:

El conjunto de los números naturales está formado por el número real cero, el número real uno y todos los números reales que se puedan obtener sumando el número uno consigo mismo, tantas veces como queramos,

Así, si N denota a este subconjunto de los números reales entonces N= $\{0,1,2,3,4,\ldots,n,\ldots\}$

Este conjunto N de números reales llamados naturales (quizá por que se supone que incorporan a la cultura humana de manera natural) tiene, cuando menos, las dos propiedades siguientes:

1) Los números naturales pueden ser ordenados de la manera que nos es familiar:

0,1,2,3,4,...etc.

11) El conjunto N no es finito, esto es, si por el método usual decidimos determinar cuántos elementos tiene, segúramente nos moriremos sin terminar de hacerlo.

El orden que deseamos darle al conjunto N, se puede representar de la siguiente manera:

1.- N tiene un primer elemento.
2.- N no ha de tener un último elemento.
3.- Ningún elemento de N se ha de quedar sin ordenar.
4.- Elementos distintos de N han de ocupar lugares distintos.

Para darle a N ese orden procedemos a escoger el primer -- elemento y decidimos que éste sea el cero.

Ahora le asociamos un sucesor a cero, el uno; decimos después que el sucesor de uno es dos y así procedemos, inventando -- nombres y signos arbitrarios para el sucesor de n + 1, de cada -- número natural, al que préviamente ya le hemos puesto nombre y -- asignado un lugar en N.

El orden natural se construye en los números naturales de - la siguiente forma:

1) El primer número natural es cero.

11) Si un cierto número natural n, ya ha sido puesto en orden -- entonces el que sigue bajo este orden es el número n + 1.

Si se nos dice que primero es cero. Luego se nos enseña que si un número ya fue ordenado, entonces el que sigue es ese número más uno. Por lo tanto, el que sigue de cero es el uno, ya que el- cero esta ordenado y cero más uno es uno.

(0 + 1 =)

Ahora tenemos que el sucesor de uno es el dos, ya que el uno está ordenado y su sucesor es uno más uno o sea el dos.

(1 + 1 = 2) . Así se supone que se pueden ordenar a todos los números.

a. Las operaciones en los números naturales.

1) La tabla del cero ' nos la dá el axioma que dice: la suma -- admite uno y solo un elemento neutro ya que 0 + n = n cualquiera que sea el natural n.

La suma admite uno y solo un elemento neutro. El conjunto de los números reales ha de contener a uno y solo un número real que denotaremos por '0' (cero), con la siguiente propiedad:
si x es un número real entonces: x + 0 = x

II) La 'tabla del uno' esenciálmente consiste en el proceso de darle nombre a los números naturales que realizamos anteriormente:

0,1, 1+1 = 2, 2+1 = 3, 3+1 = 4,....8+1= 9, ...n. n+1= s(n),. etc..

III) La 'tabla del dos 'nosotros la construimos usando las propiedades de la suma y las tablas del cero y del uno:

2+0 = 2	Axioma: La suma admite elemento neutro.
2+ 1= 3	Tabla del uno.
2+2 = 2+ (1+1) =	Tabla del uno.
(2 + 1) + 1 =	Axioma: La suma es asociativa: (a+b)+c= a+(b+c).
3 + 1 = 4	Tabla del uno
2 + 3 = 2 + (2 + 1)=	Tabla del uno
(2 + 2) + 1 =	Axioma: Propiedad asociativa.
4 + 1 = 5	
2 + 4 = 2 + (3+ 1) =	Tabla del uno.
(2 + 3)+ 1 =	Axioma: Propiedad asociativa.
5 + 1 = 6	

Etcétera.

La suma es asociativa: (a+b) + c = a + (b+c) no importa la forma en que se agrupen los sumados de una suma, ya que al efectuarla llegaremos siempre al mismo número y por ello el uso de paréntesis es enteramente ocioso.

Siguiendo este orden de ideas, el lector puede demostrar fácilmente que 2 + 5 = 7, 2 + 6 = 8, etc.

De la misma manera se construye el resto de las tablas de sumar de números naturales comprendidos entre cero y nueve. --- Una vez construída una de ellas, la siguiente se construye usando a la anterior y siguiendo razonamientos parecidos a los que utilizamos en el caso de la tabla del dos.

Una vez que tengamos estas dos tablas construídas, entonces ya podremos sumar cualesquiera dos números naturales, ya que para ello es suficiente conocer las tablas y el algoritmo de la suma, conocido de todos nosotros.

b. Las tablas de multiplicar.

I)La tabla del cero es el teorema que dice que 0 x n = 0 cualquiera que séa el número natural n.

II) La tabla del uno es el axioma que dice que la multiplicación admite elemento neutro, único y diferente al de la suma '1', ya - que 1 x n = n cualquiera que séa el número natural n.

III) La tabla del dos, al igual que las restantes, las construí-- mos usando los conocimientos anteriores:

La multiplicación admite elemento neutro, es único y diferen te al neutro de la suma '1'; $1 \neq 0$
si a es cualquier número real, entonces: a x 1 = a

$2 \times 0 = 0$

$2 \times 1 = 2$

$2 \times 2 = 2 \times (1+1) = (2 \times 1) + (2 \times 1) = 2 + 2 = 4$

$2 \times 3 = 2 \times (2+1) = (2 \times 2) + (2 \times 1) = 4 + 2 = 6$

Y así sucesivamente hasta terminar con la tabla del dos y las demás tablas de números del tres al nueve.

Por último, para multiplicar cualquier pareja de números naturales, utilizamos estas tablas y nuestro algoritmo de la multiplicación.

Notemos ahora, que la suma y el producto de números naturales tienen las siguientes propiedades:

I) La suma de dos números naturales es un número natural.

Esta propiedad es una consecuencia inmediata de la definición que se acaba de dar de números naturales.

II) El producto de números naturales es un número natural.

Para ver que esto es verdadero, tenemos dos números naturales n y m cualesquiera; entonces:

Caso # 1

$$n = 0 \text{ ó } m = 0$$

En este caso $n \times m = 0$ y 0 es un número natural.

Caso # 2

$$n \neq 0 \text{ y } m \neq 0$$

Por el axioma M5, $n \times m = 1$ sumado consigo mismo $n \times m$ veces

M5 La multiplicación se distribuye con la suma.
$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

por lo tanto n x m es un número natural.

III) La suma y el producto de números naturales son conmutativas y asociativas, ya que todo número natural es un número real.

IV) La suma y el producto en los naturales, tienen elementos neutros. Esto es claro, ya que los neutros de las operaciones en los reales son el cero y el uno que también son números naturales.

V) La multiplicación se distribuye con la suma, ya que esto sucede no solo con naturales sino con todos los números reales.

VI) Las únicas propiedades que pierden la suma y el producto cuando las restringimos a operar únicamente con números naturales son S4* y M4**, ya que solo el cero tiene inverso aditivo natural que es él mismo, y solo el uno tiene inverso multiplicativo natural que es el mismo también. Los demás números naturales tienen la propiedad de que, los números reales que son sus inversos bajo la suma o el producto, no son números naturales, por ejemplo: 7 es natural, pero su inverso aditivo, -7 no lo es ya que ni es cero ni se puede obtener a -7 sumando al uno consigo mismo un cierto número de veces.

---

*S4 La suma debe admitir operaciones inversas en R.

$a + (-a) = 0$

**M4 La multiplicación admite operación inversa en el conjunto de los números reales distintas de 0

$(a)\left(\frac{1}{a}\right) = 1 \qquad a\left(\frac{1}{a}\right) = 1$ Por el axioma M4 entonces

$$\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{a}} = a$$

2. El sistema de los números enteros.

Decímos antes que el problema que presentan los números naturales, estriba en la dificultad que hay para restarlos y dividirlos, ya que ambas operaciones no son cerradas en el conjunto de los números naturales. A continuación, vamos a cerrar a la resta y con ello tendremos a los números enteros.

Existen muchos procesos de nuestra vida diaria que para su comunicación, requieren del concepto de números negativo (número menor que cero); por ejemplo :

a)¿ cuántos años nos faltan para llegar al año 1950?

b) Si recorremos la carretera Durango-Mazatlan en ese sentido y ya tenemos 100 Km. recorridos entonces: ¿ Cuántos Km. nos faltan para llegar a Durango ?

c) Teníamos $ 100.00 y compramos algo que nos costó $150.00 ¿ Cuántos pesos nos quedan ?, etc.

Si disponemos de números negativos (como lo hizo el pueblo, maya, muchos siglos antes de que lo hicieran otras culturas), entonces podremos contestar fácilmente estas y muchas otras preguntas.

a. Los números enteros.

Todo número natural n es un número real y el axioma S4 (S4: La suma debe admitir operaciones inversas en R. $a+(-a) = 0$). nos asegura que tiene que existir otro real, $-n$ que sumado con n nos dá cero.

Así pues, para cada número natural n busquemos en R a su -inverso o negativo -n y procedamos luego a colectar en un sólo conjunto Z a todos los números naturales junto con sus inversos, esto es:

$Z = \{\ldots,-n,\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\ldots,n\ldots\}$

Definición:

Un número entero es un número real que es un número natural o es el inverso bajo la suma de algún número natural.

Nótese que, evidéntemente $N \subset Z$.

Las operaciones en los enteros

Para efectuar las operaciones entre números enteros sólo es necesario consultar las tablas + y x del cero al nueve; véamos cómo :

a) La suma

Séan p y q dos números enteros, entonces:

Caso # 1

p y q son mayores que cero, por lo tanto p y q son naturales, entonces súmese a p y q como naturales y ésta es su suma como enteros:

$p = 3,\ q = 5,\ p + q = 8$

Caso # 2

p y q son menores que cero. Entonces en este caso quítese el signo menos a p y a q, súmese como si fueran naturales y luego póngase otra vez el signo menos:

$P= -3,\ q =-5$, entonces $(-3) + (-5) = -(3 + 5) = -8$

Caso # 3

p mayor que cero y q es menor que cero.

Quítese el signo menos de q, búsquese cuál es el mayor entre p y q sin signo menos, réstese el menor del mayor y póngase el signo del número que resulte mayor.

p = 5, q = -3, entonces p + q = 5 + 3 = 2;

p = 3, q = -5, entonces p + q - (5 - 3) - -2

Es fácil ver que en cada caso la suma de dos números enteros nos resulta un número entero.

El producto

Para efectuar el producto de números enteros, basta con usar las tablas de multiplicar del cero al nueve, el algoritmo de la multiplicación y las 'leyes de los signos'.

Sean p y q dos números enteros, entonces:

Caso # 1

p y q tienen el mismo signo.

En este caso se multiplican p y q como naturales quitándoles el signo:

p = 5, q = 6, entonces p x q = 5 x 6 = 30

p = -5, q = -6, entonces p x q = 5 x 6 = 30

Caso # 2

p es negativo y q es positivo.

En este caso se le quita el signo menos a q, se multiplican p y q como si fueran naturales y se le pone el signo menos al producto:

p = -5 q = 6, entonces p x q = - (5 x 6) = -30

Nuevamente podemos observar que el producto de números enteros es también un número entero.

Al agregar a los números naturales sus inversos bajo la suma y formar así a los números enteros, hemos logrado cerrar a la resta en los enteros por consecuencia, dados dos números enteros cualesquiera, estos se pueden restar, o séa que su diferencia también es un número entero.

La afirmación anterior es un resultado evidente de la definición de número entero, ya que supongamos que p es un entero, esto es $p \in Z$, entonces:

Caso # 1 : p es natural.

En este caso seguramente -p está contenido también entre los enteros (fue uno de los números reales que agregamos a los naturales para obtener a los enteros)

$p = 4$ entonces, $-p = -4$ es entero

Caso # 2 p no es natural.

En este caso p fue uno de los números reales que agregamos a los naturales para formar a los enteros y por ello, p ha de ser el inverso de algún número natural q, esto es, $p = -q$ y por lo tanto, $q = -p$ y nuevamente tenemos que -p es también entero.

$p = -4$ entonces, $-p = 4$ es entero

El mismo problema que teníamos con la resta y la división en los números naturales lo seguimos teniendo con la división en los enteros, esto es, si tomamos dos números enteros p y q cualesquiera, no siempre será cierto que su cociente $\frac{p}{q} = p \times \frac{1}{q}$ séa un número entero, ya que por ejemplo:

$\frac{15}{-3} = -5$ es entero pero $\frac{17}{-3}$ no es un número entero

aunque 17 y -3 si lo séan.

Veamos que condición han de tener dos números enteros p y q para que p se pueda dividir entre q:

Sean p y q dos números enteros, entonces diremos que q divide a p ó que p es un múltiplo de q ó que q es un submúltiplo de p si se puede encontrar un tercer número entero r con la propiedad de que multiplicado por q dé el entero p; q x r.

Por ejemplo:

9 divide a -18 por que existe el entero -2 tal que $-18 = 9 \times (-2)$ pero 9 no divide a 7, ya que no es posible encontrar un número entero que multiplicado por 9 nos dé 7.

$$9 \times \frac{7}{9} = 7 \text{ pero } \frac{7}{9} \text{ no es entero}$$

La definición enterior se suele encontrar expresada en los siguientes términos:

'el número q cabe un número entero de veces en el número p' ó mas brévemente diciendo que 'q cabe r veces en p'.

Este lenguaje, a pesar de que es el comúnmente usado, nos parece muy poco recomendable e inadecuado por las razones que - -

- damos a continuación.

Los números como el 8 o el 4, no son una especie de cuerpos susceptibles de caber los unos en los otros y por consecuencia la palabra 'cabe ' en expresiones como las anteriores se está usando en un sentido figurado. Esto no sería objetable si este uso no le quitara claridad al concepto y si además se tuviera una noción -- muy clara de lo que significa la palabra caber. Desafortunádamente éste no es el caso pues, aunque parezca ser evidente su significado, ha sido necesario desarrollar toda una compleja y vasta - teoría matemática.

La teoría de la medida, para precisar lo que entendemos por la -- palabra 'caber'. Por el contrario se ha inventado el concepto que anteriórmente definimos: 'ser divisible entre ', con la finalidad de darle un significado preciso en algunos casos a expresiones - como 'un cuerpo cabe en otro'. Asi, decimos que una caja cabe cuatro veces en otra mas grande, si sucede que al multiplicar por -- cuatro el número q que nos mide el volúmen de la caja chica, obtenemos al número p = 4 q que nos mide el volúmen de la caja grande.

La costumbre de sustituir a una definición rigurosa por otra aparéntemente mas fácil de comprenderse, no siempre es recomendable, ya que las mas de las veces lo que se ha hecho es 'fácilitar el concepto a expensas de la información contenida en la parte - rigurosa de la definición y en su lugar invocando al sentido común.

De la misma forma en que resolvimos en los números naturales el problema que nos presentaba la resta, de no ser cerrada - - -

(agregando a los naturales todos sus inversos bajo la suma y obteniendo así a los números enteros), vamos ahora a resolver el problema que presenta la división en los enteros, que tampoco es cerrada, Lo haremos agregando nuevos números a los enteros y de esta forma obtendremos el sistema de los números racionales o quebrados.

3. El campo de los números racionales o números quebrados.

Construcción de los números racionales o quebrados.

Séan p y q dos números enteros y supóngase que q = 0, entonces el axioma M4 nos permite encontrar a otro número real $\frac{1}{q}$, que multiplicado por q dá el uno.

Ahora los números reales p y $\frac{1}{q}$ forman una pareja de números reales (p,1) y por lo tanto la multiplicación x les asocia un número real que se denotará por $\frac{p}{q}$; esto es :

$$p \times \frac{1}{q} = \frac{p}{q}$$

A este número $\frac{p}{q}$ le llamaremos número racional o número quebrado ó quebrado ó cociente de dos enteros cuyo denominador no es cero.

Definición:

El conjunto de los números racionales, es el subconjunto Q de los números reales, cuyos elementos séan todos los reales que se pueden escribir como el cociente de dos números enteros, cuyo denominador no séa cero, esto es:

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \,\middle|\, p \text{ y } q \in Z \text{ y } q \neq 0 \right\}$$

Las operaciones en el sistema de los racionales.

Teorema 5 :

Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ dos números racionales, entonces:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \text{ y}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) + (b \times c)}{b \times d}$$

Demostración: Este teorema lo demostramos colocando en la columna de la izquierda, que se puede ver a continuación, los argumentos que nos interesa y, en seguida de ellos, en la columna de la derecha, se dará la ó las razones por las cuales nos está permitido igualar un argumento dado con el que le sigue.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} =$	Por la definición $\frac{X}{y} = X \times \frac{1}{y}$
$(a \times \frac{1}{b}) \times (c \times \frac{1}{d})$	Por los axiomas: propiedad conmutativa y asociativa.
$(a \times c) \times (\frac{1}{b} \times \frac{1}{d}) =$	Ya demostramos que $\frac{1}{X \times y} = \frac{1}{X} \times \frac{1}{y}$
$(a \times c) \times (\frac{1}{b \times d}) =$	Por la definición $\frac{X}{y} = X \times \frac{1}{y}$
$\frac{a \times c}{b \times d}$	Y por la transitívidad de la relación de igualdad tenemos que

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Análogamente:

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} =$ ya que $\frac{d}{d} = \frac{b}{b} = 1$ y el axioma M3

$\left(\frac{a}{b} \times \frac{d}{d}\right) + \left(\frac{c}{d} \times \frac{b}{b}\right) =$ por lo que acabamos de demostrar

$\frac{a \times d}{b \times d} + \frac{c \times b}{d \times b} =$ por la definición $\frac{x}{y} = X \times \frac{1}{y}$

$\left[(a \times b) + \frac{1}{bxd}\right] +$

$\left[(c \times b) \times \frac{1}{bxd}\right] =$ por el axioma M5 (propiedad distributiva)

$\left[(a \times d) + (c \times b)\right] \times \frac{1}{bxd} =$ por la definición $\frac{x}{y} = X \times \frac{1}{y}$

$\frac{(a \times b) + (c \times b)}{b + d}$ y como la relación de igualdad es transitiva, entonces

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) + (a \times b)}{b \times d}$$

Lema:

Séan a y b dos números reales y séa $-(a \times b)$ el único número que sumado con $a \times b$ da uno, entonces:

$$-(a \times b) = (-a) \times b = a \times (-b)$$

M5= La multiplicación se distribuye con la suma.

$a \times (b+c) = (axb) + (a \times c)$

Demostración:

I) $(a \times b) + \left[(-a) \times b\right] = \left[a + (-a)\right] \times b = 0 \times b = 0$

II) $(a \times b) + \left[a \times (-b)\right] = a \times \left[b + (-b)\right] = a \times 0 = 0$

Por lo tanto $(-a) \times b = a \times (-b) = -(a \times b)$ ya que ambos números sumados con $a \times b$ dan cero.

Corolario 1:

supongamos que $\frac{a}{b}$ es un número racional, entonces $-\frac{a}{b}$ = número que sumado con $\frac{a}{b}$ da cero $= \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

Si además sucede que $\frac{a}{b}$ no sea cero entonces:

$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \left[\text{número que multiplicado por } \frac{a}{b} \text{ da } 1\right] = \frac{b}{a}$

Demostración:

En la primera parte hay que demostrar que la suma de $\frac{a}{b}$ con $\frac{-a}{b}$ da cero y la suma de $\frac{a}{b}$ con $\frac{a}{-b}$ también da cero;

Una vez hecho esto podemos afirmar que la primera parte del corolario es verdadera, esto es, que $-\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{b}$ y $\frac{a}{-b}$ son tres recipientes distintos para una misma semántica: número que sumado con $\frac{a}{b}$ da cero.

En la segunda parte del corolario solo tenemos que demostrar que el producto de $\frac{a}{b}$ por $\frac{b}{a}$ es uno.

Por último, este es un corolario del teorema anterior por que para su demostración vamos a usar las fórmulas para sumar y multiplicar quebrados que en este teorema se demostró que son válidas.

I) $a + -a =$ — Por el teorema anterior

$\dfrac{(a \times b) + (-a) \times b}{b \times b} =$ — por el lema anterior

$\dfrac{(a \times b) + -(a \times b)}{b \times b} =$ — por la definición de resta y por el axioma S4 (inverso aditivo).

$\dfrac{0}{bxb} =$ — por la definición $\dfrac{x}{y} = X \times \dfrac{1}{y}$

$0 \times \dfrac{1}{bxb} = 0$ — por el teorema 4 y por transitividad tenemos que

$\dfrac{a}{b} + \dfrac{-a}{b} = 0$ y por lo tanto

$\dfrac{-a}{b} = -\dfrac{a}{b}$

La segunda parte del cololario se demuestra de la siguiente forma:

Supongamos que $\frac{a}{b}$ no es cero entonces b no es cero por ser $\frac{a}{b}$ un número racional y a tampoco es cero por que si lo fuera entonces $\frac{a}{b}$ sería cero. Por lo tanto se puede construir al número racional $\frac{b}{a}$, cociente de los números b y a con $a \neq 0$, el cual tiene la siguiente propiedad:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = \frac{a \times b}{a \times b} = a \times b \times \left(\frac{1}{a \times b}\right) = 1$$

Corolario 2:

supóngase que $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son dos números racionales, entonces:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) - (c \times b)}{b \times d}$$

Si además $\frac{c}{d} \neq 0$ entonces $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ co ciente de $\frac{a}{b}$ dividido entre

$\frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$

En este corolario se desea aclarar al lector las razones por las cuales son válidas las conocidas recetas para restar y dividir quebrados.

Demostración

$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} =$ por la definición de resta

$\frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right) =$ por el corolario 1

$\frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right) =$ por el teorema anterior (receta para sumar quebrados)

$\frac{(a \times d) + \left[(-c) \times b\right]}{b \times d}$ por el lema anterior

$\frac{(a \times d) + \left[-(c \times b)\right]}{}$ por la definición de resta

$\frac{(a \times d) - (c \times b)}{b \times d}$ y por transitividad tenemos que:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) - (c \times b)}{b \times d}$$

Análogamente:

$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} =$	definición $\frac{X}{Y} = X \times \frac{1}{Y}$
$\frac{a}{b} \times \frac{1}{\left(\frac{c}{d}\right)} =$	corolario 1
$\frac{a}{b} \times \frac{d}{c} =$	teorema anterior
$\frac{a \times d}{b \times c}$	(receta para multiplicar quebra-- dos) y por transitividad tenemos que:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

CAPITULO IV

ESTRATEGIA METODOLOGICA DIDACTICA

CAPITULO IV

ESTRATEGIA METODOLOGICA DIDACTICA

A. Las matemáticas y los sistemas de números

El conocimiento matemático en la escuela primaria tiene la finalidad de proporcionarle al alumno los conocimientos necesarios para entender y resolver los problemas de cantidad proporción, forma tamaño espacio y tiempo que todo individuo enfrenta durante su vida. Además, el desarrollo cognoscitivo de las matemáticas en el alumno, le permiten una mejor capacidad de comprensión asimilación y retención de las distintas situaciones de aprendizaje en las distintas áreas de conocimientos.

La matemática es tan vieja como el hombre mismo, en sus inicios, nació debido a la necesidad del hombre de poder tener una manera de control sobre sus pertenencias. Cuando apareció en el hombre el sentimiento de propiedad, apareció también el concepto de cantidad, espacio, tamaño y forma de los objetos o cosas que poseía.

Para el hombre primitivo era necesario saber cuántos animales tenía, dónde se encontraba su terreno, qué forma tenía, lo mismo que sus dimensiones, qué cantidad de semilla ocupaba para sembrar, en que tiempo era mejor la siembra, etc..
Todas estas necesidades lo hicieron que buscara la manera de encontrar un instrumento o conocimiento que le ayudara a resolver sus problemas, y lo encontró con el descubrimiento de las matemáticas.

Las matemáticas no aparecieron por arte de magia de la noche a la mañana, nó, surgieron poco a poco y fueron evolucionando a medida que el hombre les iba encontrando aplicaciones prácticas y a medida que avanzaba su capacidad de abstracción y esquematización.

El descubrimiento más importante en las matemáticas, o mejor dicho el principio fundamental que las sustentan, es la invención de los números, con ellos el hombre ha sido capaz de lograr un avance grandioso en su civilización. Así pues, las matemáticas surgen con la aparición de los números.

En la actualidad existen varios sistemas de numeración como son: el sistema base dos, que se utiliza en las computadoras el sistema base 60 que se utiliza en los relojes, y el sistema decimal que todos conocemos y usamos diáriamente (entre los mas conocidos).

La matemática se constituye en un lenguaje muy abstracto, por lo que requiere de operaciones intelectuales superiores para lograr la comprensión de sus conceptos y operaciones. En este trabajo no se pretende analizar todos los contenidos matemáticos, sobre todo por limitaciones de tiempo y espacio; de entre todos (aritmética, álgebra, geometría, probabilidad, estadística, etc.) en este trabajo nos limitaremos a desarrollar los conceptos y fundamentos del conjunto de los números reales.

B. El pensamiento matemático

Al igual que cualquier ciencia, la matemática ha sufrido una intensa evolución a lo largo de la historia, abriéndose continuamente a nuevos descubrimientos, pero a diferencia de las ciencias experimentales, sus nuevas adquisiciones no se apoyan en observables sino en demostrables a partir de procedimientos matemáticos. Ello le dá un caracter abstracto que parece difícilmente acequible al pensamiento concreto del niño en los inicios de su escolaridad primaria, sobre todo si olvidamos, que, al igual que el niño el pensamiento matemático posée también una génesis cuyas raíces históricas están ancladas en lo concreto.

'Para que exista abstracción, es necesario que exista algo de lo que abstraer y este algo en las formas elementales del pensamiento, no puede ser mas que la organización de las acciones - sobre los objetos concretos a los que el niño tiene acceso'.

Resolver problemas planteados por el profesor o por los manuales, no ejercita precísamente la capacidad de abstraer, tan - solo favorece la generalización en el caso de que las nociones - matemáticas hayan sido préviamente construidas por el alumno, de no ser así, se convierte en una aplicación mecánica de fórmulas sin sentido.

MORENO Montserrat. 'El pensamiento matemático'. La matemática en la escuela I, Antología UPN-SEP México 1990, p. 68.

C. Ubicación de los numeros racionales en el campo de los reales

Aunque el estudio del número en sus diversas generalizaciones es el onjeto principal de la aritmética y álgebra elementales y por tanto, un esquema de evolución del concepto de número mas corresponde al final de la obra que al comienzo.
A continuación exponemos, sin embargo, un cuadro en el que se indica las sucesivas ampliaciones de dicho concepto:

Números naturales = Números enteros (+)

Números enteros (+)
Números enteros (-)
(I)
→ Números enteros

Números enteros
Números fraccionarios
(II)
→ Números racionales

Números racionales
Números irracionales
(III)
→ Números reales

Números reales
Números imaginarios
(IV)
→ Números complejos
(V)

Adelantando algo las ideas, indicaremos que cada generalización del concepto de número se efectúa con el fin de hacer posible una operación que con los números conocidos no lo era. Así, con los números naturales no siempre es posible la sustracción y para hacerla posible se introduce los enteros negativos (I).

Con los números enteros no siempre es posible la división exacta, y para hacerla posible se introducen los fraccionarios (II).
En el campo de los números racionales no es posible siempre por ejemplo la radicación de números racionales positivos, por lo cual se introducen los números irracionales (III). Ni aún con los números reales es posible la radicación en todos los casos, por ejemplo la raíz cuadrada de los números negativos, pero introduciendo los números imaginarios (IV) se obtiene el campo de los números complejos (V), en el cual si son posible todas éstas operaciones.

Tal como están escrito el esquema anterior, sucede que cada clase de números contiene todos los que están a su izquierda.

D. Objetivos de la propuesta

La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, se debe de impartir a traves de situaciones concretas, para facilitar el aprendizaje en los niños, es decir, las primeras nociones se deben manejar procurando que los niños las construyan a partir de la acción que desarrollen sobre los objetos concretos, es muy

importante que el alumno manipule objetos, para de ahí deducir los principios matemáticos.
Pero la enseñanza de las matemáticas, no se debe quedar en ese nivel, ya que se estancaría su desarrollo.

Cuando el alumno manipula objetos concretos y es capaz de deducir sus implicaciones, es decir comprende las relaciones que guardan las acciones realizadas con los objetos, entonces se debe pasar a la etapa de las representaciones gráficas, para de ahí empezar a manejar símbolos que representen a los objetos y sus relaciones Cuando el alumno llega a dominar esta etapa, es cuando surge la abstracción de los conceptos que maneja.

Pero la enseñanza de la matemática, aún no se debe de quedar en este nivel, es muy importante que el alumno aprenda a generalizar los conceptos o los principios matemáticos que ha adquirido aplicándolos a otras situaciones problemáticas para buscar su solución.

Así pues la adquisición y dominio de las matemáticas en la escuela primaria se puede representar bajo el siguiente esquema:

Elaboración de conceptos Desarrollo de las estructuras Lógico-matemáticas	→	Abstracción Esquematización Generalización
↑		↓
Manipulación de objetos concretos.		Aplicaciones prácticas en la vida real

La enseñanza de la matemática se debe iniciar con situaciones de aprendizaje concretas y adecuadas al nivel de desarrollo de los niños, pero el fín que se debe buscar siempre, será el de lograr en el alumno la adquisición de nuevas estructuras lógico-matemáticas, que le permitan desarrollar la abstracción de los distintos procesos y contenidos matemáticos, buscando propiciar la generalización de los mismos, para que después pueda ser capaz de poder aplicar dichos conocimientos en distintas situaciones problemáticas que la vida físico-social le plantéa a todos los individuos.

La presente alternativa didáctica, que propongo a continuación, tiene la finalidad de desarrollar el concepto de número racional en los educandos.

Es una propuesta general, que no se encuentra ubicada en ningún grado en especial, aunque ideálmente me gustaría que se empezara a trabajar con los alumnos de tercer grado, por la razón de que se encuentran en el nivel medio del periodo de las operaciones concretas y su capacidad intelectual, lo mismo que sus estructuras lógico-matemáticas se encuentran en pleno desarrollo.

Considero que la adquisición del concepto de número racional por parte del alumno, es de gran importancia ya que sin él, no podrá entender las distintas operaciones y aplicaciones que tiene dentro del campo de las matemáticas. De ahí pues que la mayor parte de este trabajo estará encaminada hacia la adquisición del concepto de número racional y sus distintas formas de expresarlo.

E. Recursos

Para enseñar el concepto de fracción común, al alumno de la escuela primaria, recomiendo que se usen los siguientes materiales:

Frutas (las que tengan mas semejanzas a la esfera o a los ovalos), papel, cartón, líquidos, hilo, monedas, rompe cabezas geométrico, etc.

Las actividades serán las adecuadas a las características del grupo y las circunstancias de tiempo y lugar. El docente no debe ser un simple transmisor de información y conocimientos sino un orientador de los alumnos a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para realizar las actividades, se tomarán en cuenta las características psicológicas de los niños, y se partirá de sus experiencias, para luego propiciar que utilice su razonamiento lógico a través de su acción sobre los objetos concretos para que luego pueda llegar a lo abstracto o simbólico.

El enfoque que se dá es constructivista, ya que busca que el niño construya sus propios conocimientos, teniendo como base la teoría psicogenética.

F. Situaciones de aprendizaje

Adquisición del concepto $\frac{1}{2}$

-El maestro lleva a su salón una determinada cantidad de naranjas suponiendo que tiene 24 alumnos, lleva 12 naranjas.

-El maestro les dice a sus alumnos: El día de hoy vamos a aprender algo muy importante y para lograrlo, les traje estas naranjas -.¿ Les gustan ? - lo mas seguro es que todos contesten que si -- sólamente que hay un problema, en la tienda donde las compré, sólo había 12 naranjas y ustedes son 24 alumnos. ¿ Cómo le podemos hacer para que alcancen para todos ustedes?

-Los alumnos se apresurarán a decir que partiéndolas a la mitad -

-Si esto no sucede, el maestro debe buscar la forma de que suceda por ejemplo:

-Haber, vamos formando equipos de dos alumnos, ¿Cuántos equipos - se formaron ? - la respuesta es doce.

-El maestro dirá, tenemos 12 equipos de dos alumnos y tengo 12 naranjas, así que le toca una naranja para cada equipo. Ahora si podemos repartir las naranjas verdad.

-El maestro procede con cuidado a partir las naranjas y les entrega una mitad a cada alumno, advirtiéndoles que aún no las deben - de comer.

Ya que las repartió todas, hará preguntas tales como:

-¿ Qué parte de la naranja les tocó ?

-Lo mas seguro es que los alumnos contesten que la mitad.

-Enseguida el maestro le pide a un alumno que pase al pizarrón a escribir la parte que le tocó. Si el alumno escribe 'me tocó una mitad de naranja', el maestro debe invitar a otro alumno, o al-- mismo, a que escriba la misma idea, pero cambiando la palabra -- 'mitad' por una representación numérica.

-Si no hay algún alumno que lo pueda hacer, entonces el maestro - les explicará que por comodidad y precisión en el campo de las matematicas la mitad de un entero se representa así: $\frac{1}{2}$ y que se lee 'un medio'.

-El maestro les pregunta: ¿Qué pasa si juntamos las dos mitades - de la naranja ?

-Los alumnos contestarán que se vuelve a formar la naranja completa.

-El maestro le pide a un alumno que escriba en el pizarrón lo que pasa al juntar dos mitades de naranja.

-El alumno debe llegar a la idea de que media naranja mas media - naranja es igual a una naranja entera, y también inducirlo a que comprenda que: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

-Ya que el alumno asimiló que una mitad se representa con la fracción común $\frac{1}{2}$, entonces se le hará ver que un entero es igual a - dos medios: $1 = \frac{2}{2}$

-Ya para terminar, se les pide a los alumnos que dibujen la na- -

ranja entera y luego partida en dos mitades y que escriban la -- fracción correspondiente a cada mitad, además de representar -- simbólicamente la unión de dos mitades para formar nuevamente el entero, esto es: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

Después de realizado esto, se les dice que se pueden comer- su media naranja.

Para enseñar las fracciones: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, etc., se sigue el mismo procedimiento que el anterior, cambiando la cantidad de fruta y variando ésta, por ejemplo se puede realizar con manzanas, melones, sandías, etc.(este ejercicio también se puede realizar con otra clase de materiales: papel, cartón, refrescos,-- bolsas con dulces, etc.)

El objetivo principal de éstas actividades es hacer comprender a los alumnos que un entero se puede dividir en un indefinido número de partes iguales, pero que la suma o reunión de todas las partes nos vuelven a dar el entero. Ejemplo:

$\frac{2}{2} = 1$, $\frac{3}{3} = 1$, $\frac{4}{4} = 1$, $\frac{5}{5} = 1$, etc.

El siguiente paso para la adquisición del concepto de número racional, es trabajar las fracciones mediante representaciones - gráficas.

Se forman equipos de cuatro alumnos y se les reparten hojas blancas, o papel cartoncillo y a cada equipo se les pide que dividan sus enteros (las hojas) en: medios, tercios, cuartos, quintos, etc., y las recorten cuidadosamente con tijeras.

Enseguida se procede a solicitarle a los equipos que muestren una determinada fracción por ejemplo:

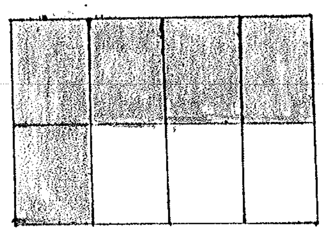
-El maestro dice: enséñenme todos un medio, ahora un cuarto, enseguida un tercio, y así hasta que los enseñen todos.

-El maestro les pregunta a los alumnos: ¿cómo me pueden representar un entero con las fracciones que ustedes tienen en su mesa? --

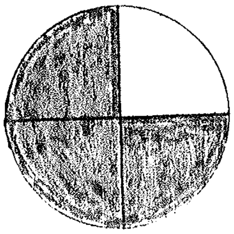
-La idea es que los alumnos empiecen a relacionar las distintas fracciones para formar un entero, lo primero que harán para contestar al maestro será enseñar dos medios como representante del entero, luego tres tercios, cuatro cuartos, etc,. pero enseguida se deben dar cuenta que $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 1$, o que $\frac{2}{3} + \frac{2}{6} = 1$.

Para reafirmar aún mas el concepto de fracción común, recomiendo que los alumnos realicen las siguientes actividades:

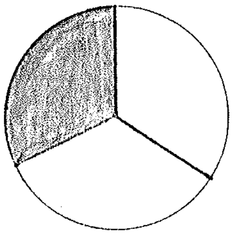
-Escribe la fracción común que representa la parte coloreada de las siguientes figuras, puedes guiarte con el ejemplo que te damos a continuación.



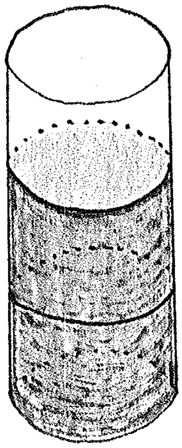
La parte coloreada en este rectángulo se describe con la fracción común: $\frac{5}{8}$



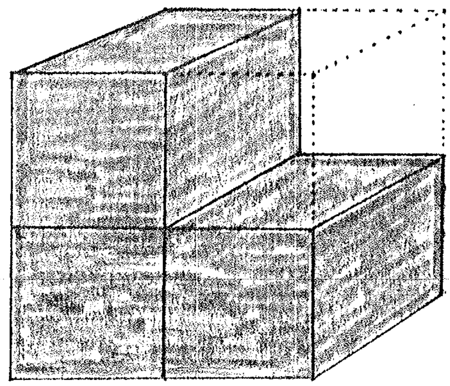
En este círculo, describimos la parte coloreada, por medio de la fracción común: $\boxed{}$



La parte coloreada en este círculo se representa con la fracción común: $\boxed{}$

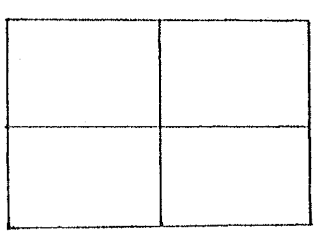


Denotamos la parte sombreada del cilindro con la fracción común: $\boxed{}$

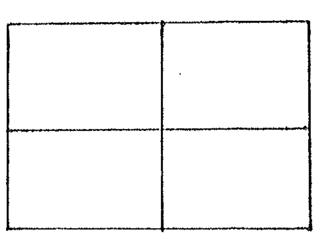


La parte indicada, que completa el cubo se denota con la fracción: $\boxed{}$

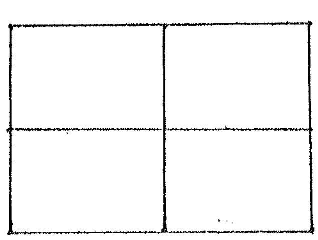
Instrucciones: coloréa la parte de la figura que represente la fracción común que se encuentra a la derecha de cada figura geométrica.

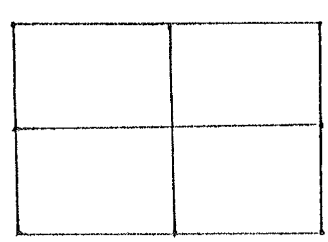


$\frac{3}{4}$

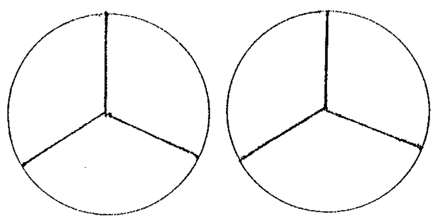


$\frac{4}{4}$

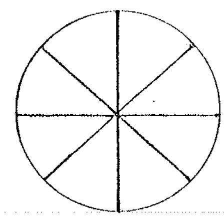




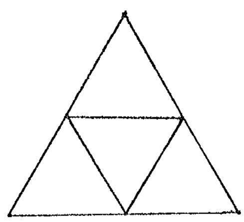
$\frac{5}{4}$



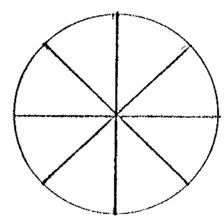
$\frac{4}{3}$



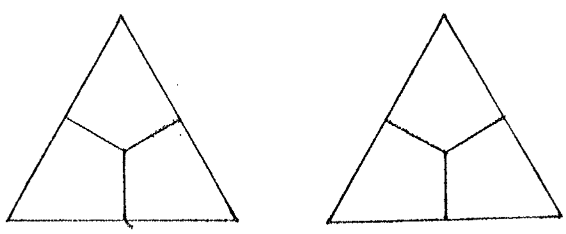
$\frac{4}{8}$



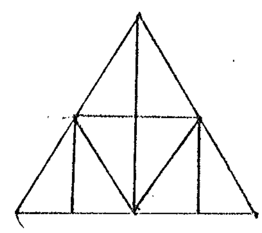
$\frac{2}{4}$



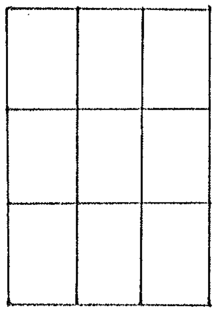
$\frac{8}{8}$



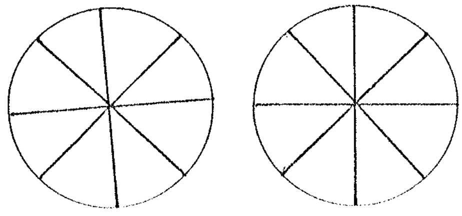
$\frac{5}{3}$



$\frac{5}{8}$



$\frac{1}{9}$



$\frac{5}{4}$

etc.

El concepto de fracción común, no comprende únicamente la división en partes iguales de figuras geométricas o de números enteros, también los conjuntos y la recta numérica se pueden utilizar, y de hecho se deben utilizar para ampliar y desarrollar el concepto de fracción (número rácional).

Por eso es conveniente que el alumno trabaje la noción de fracción común de conjuntos, por ejemplo:

-El maestro puede llevar 6 bolsitas con 24 dulces cada una, y organizar al grupo en seis equipos, para trabajar en la división del entero que en éste caso es la bolsita con 24 dulces.

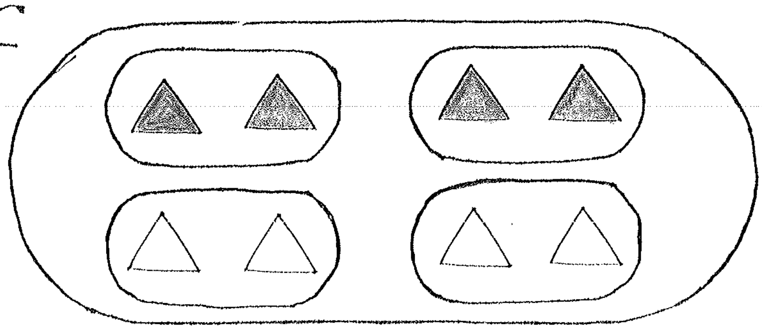
-El objetivo es que el alumno aprenda a fraccionar el conjunto en: medios, tercios, cuartos, sextos, etc., y que se dé cuenta, es decir que reflexione sobre las relaciones de cantidad de elementos en cada una de las distintas maneras de fraccionar al conjunto.

-En general, el alumno se debe percatar que cuando el entero (en este caso la bolsa con dulces) se divide en medios, la cantidad de elementos (dulces) que componen un medio, es mayor que cuando se divide en tercios, y éste a su vez es mayor que cuando se divide en cuartos, etc.

A continuación se proponen los siguientes ejercicios para que el alumno desarrolle el concepto de fracción común:

Para aclarar más el concepto de fracción común, podemos usar también conjuntos, por ejemplo, consideremos el conjunto C con la partición indicada:

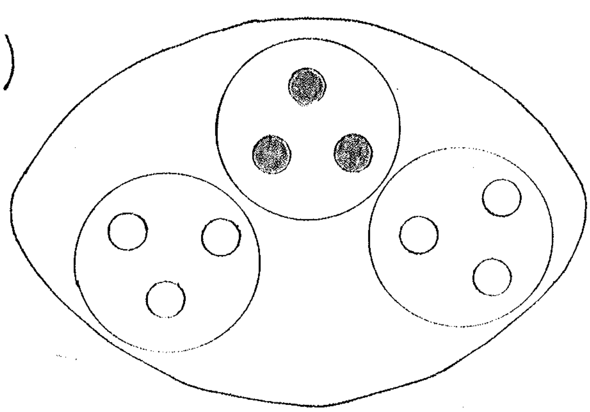
C



$= \frac{2}{4}$

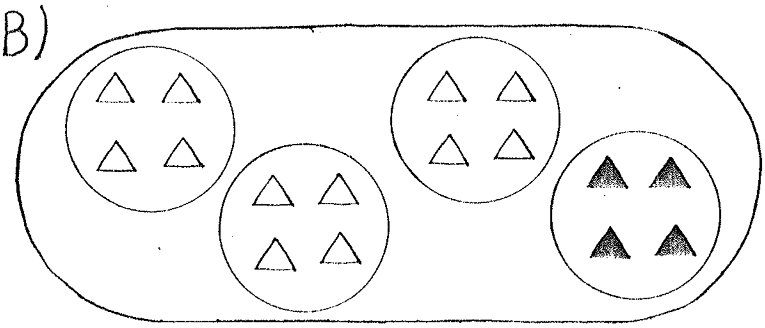
Instrucciones: Encuentre la fracción que expresa la situación ilustrada, tal como se hizo con el conjunto C.

A)



$= \boxed{\frac{\ }{\ }}$

B)

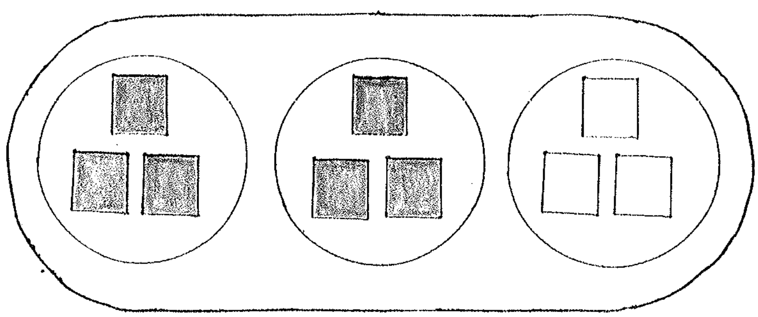


$= \boxed{\frac{\ }{\ }}$

Parta cada uno de los siguientes conjuntos en subconjuntos que tengan igual número de elementos y luego coloréee algunos, de tal manera que con ellos se ilustren las fracciones indicadas, tal como se muestra en el ejemplo.

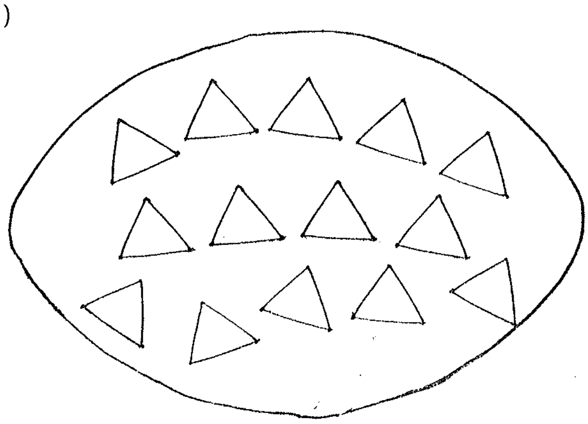
Ejemplo

$\frac{2}{3}$



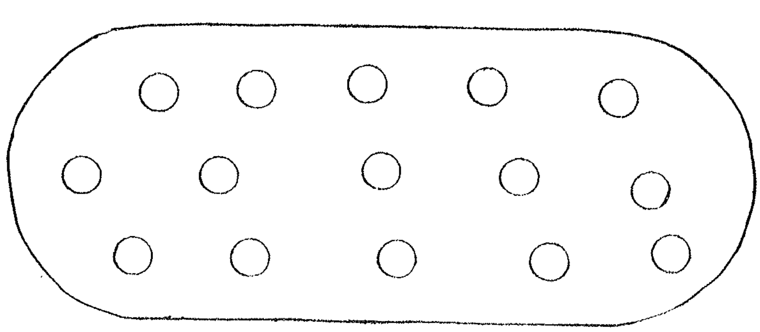
a)

$\frac{5}{7}$



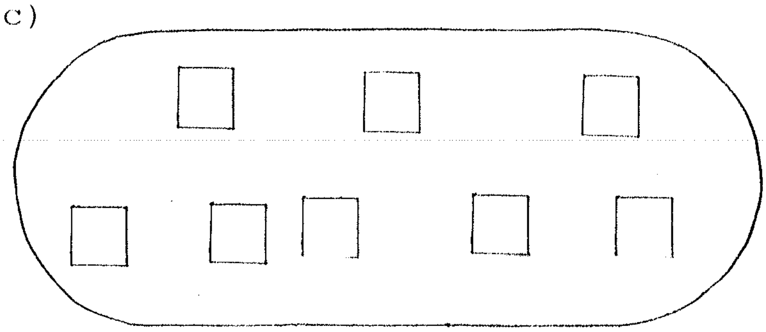
b)

$\frac{3}{5}$



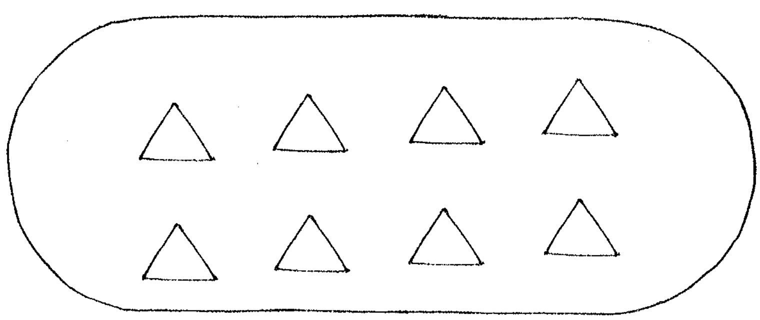
c)

$\frac{7}{8}$



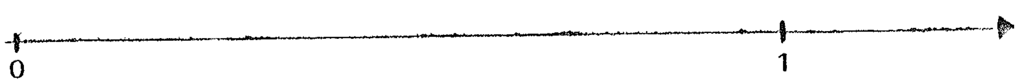
d)

$\frac{3}{4}$



Cuando el alumno ya domina el concepto de fracción de un -- entero concreto (frutas, hojas, cartón, líquidos, etc.) y además lo puede aplicar a los conjuntos, entonces el maestro debe tra-- bajar la noción de fracción sobre la recta numérica, para lo - - cual considero que tanto el maestro como el alumno, utilice para su enseñanza: el metro, representación gráfica de la recta numérica en el pizarrón y el uso de un hilo o cordel para comprobar- las divisiones que se hagan del entero.

-El maestro debe dibujar la recta numérica en el pizarrón, auxiliándose con el metro.



-Se debe poner el 'cero', en el punto donde empieza la recta y - el número uno al punto que represente al primer entero.

-Los alumnos trabajan con su hilo o su cordel al cual le harán - dos nudos a una distancia de un metro exáctamente el uno del- - otro.

-El maestro explicará que la distancia entre el cero y el uno- - representa un entero, y que al igual que las naranjas y todos - los materiales con que se trabajó anteriórmente, es susceptible de dividirse en partes iguales (fraccionarse).

-El maestro les dirá a sus alumnos que primero van a fraccionar- el entero en dos partes iguales y que cada parte tendrá el símbolo $\frac{1}{2}$ (esto lo deben deducir los alumnos)

-Los alumnos harán lo mismo con su hilo, doblándolo a la mitad y marcando con tinta el lugar exacto del doblez.

-El maestro les preguntará que como puede él marcar la mitad de ese entero en la recta numérica, tratando de inducir a los alumnos para que le contesten que lo pueden hacer utilizando el metro.

-Debe salir a relucir, que la unidad representada en la recta numérica tiene 100 cm. por lo cual la mitad viene siendo 50 cm. que es el lugar donde se debe poner la marca que represente $\frac{1}{2}$

-El maestro invita a sus alumnos a que comparen su fracción $\frac{1}{2}$, obtenida en su hilo, con la fracción representada en la recta numérica trazada en el pizarrón, comprobando que es la misma.

-Después de este ejercicio el maestro les dice: que tal si ahora me ayudan a dividir en cuatro partes iguales al entero.

-Los alumnos deben deducir como hacer para fraccionar en cuatro partes iguales al entero, tanto en su hilo como en la recta numérica dibujada en el pizarrón, de tal manera que le propongan al maestro dividir los 100 cm. que mide el entero, entre el número de partes en que se quiere dividir, que en este caso es el cuatro. obteniéndose así que cada porción del entero que representa $\frac{1}{4}$, debe medir 25 cm.

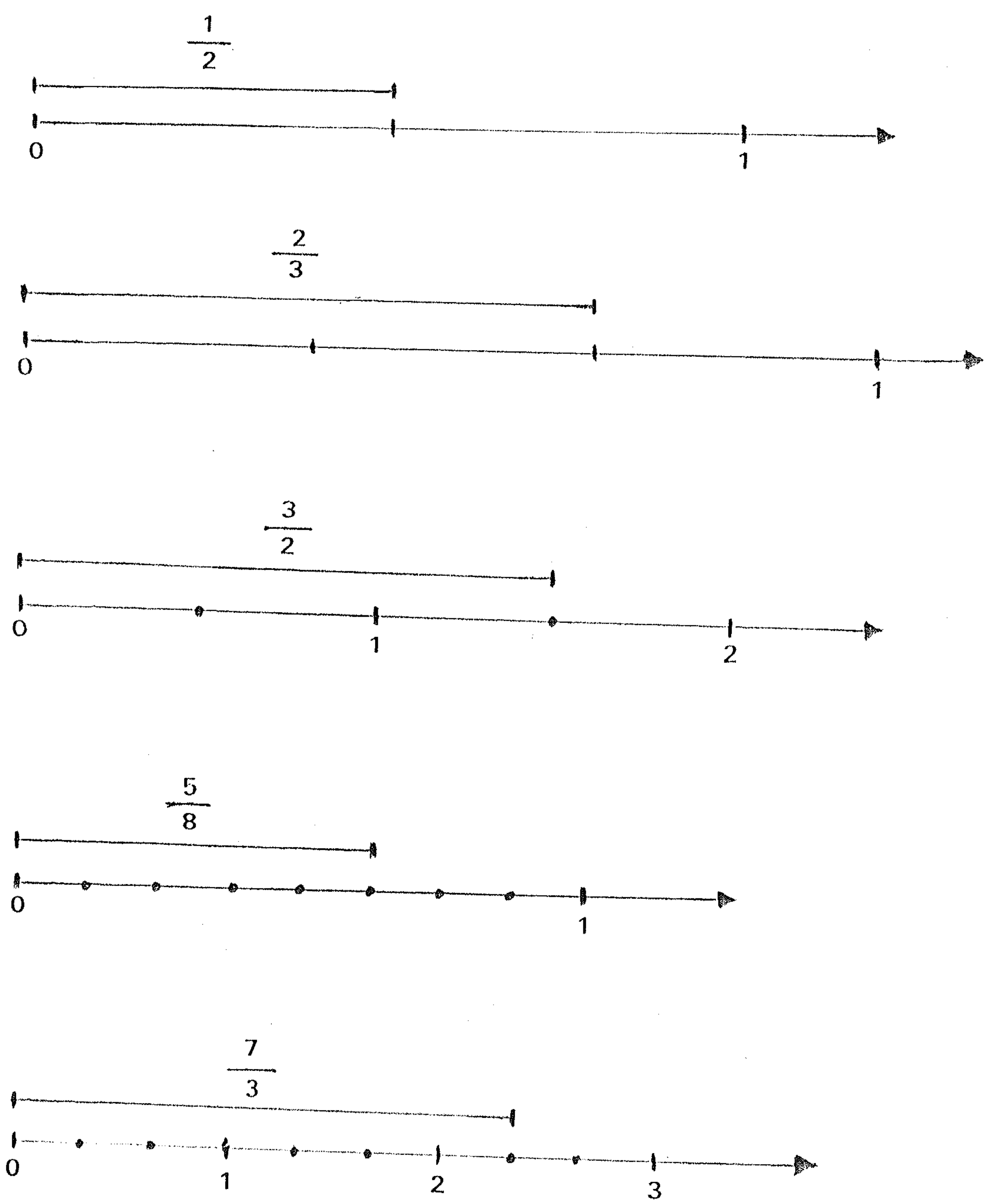
-Los alumnos doblarán en cuatro partes iguales su hilo que representa un metro y luego procederán a marcarlo con tinta en donde se producen los dobleces.

Enseguida el maestro invita nuevamente a que comparen sus fracciones obtenidas en el hilo, con las que están representadas en la recta numérica.

Para trabajar las demás fracciones en la recta numérica, recomiendo que se siga con el anterior procedimiento.

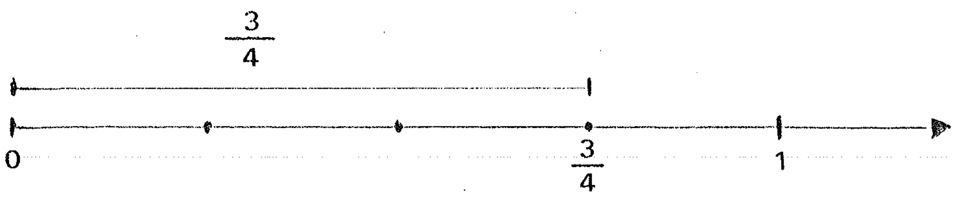
Así como para reafirmar el conocimiento adquirido, el alumno debe trabajar en su cuaderno, representando fracciones en la recta numérica, tales como: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$, etc.

Ya vimos como las fracciones comunes sirven para referirse a partes de regiones y partes de conjuntos. Los siguientes ejemplos ilustran cómo, de acuerdo con esta misma idea, podemos re-- presentar cada fracción con un punto en la recta numérica o con un desplazamiento.



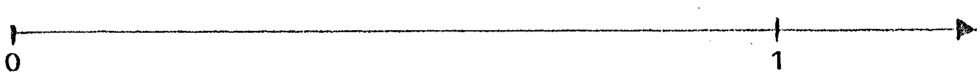
Tal como se hace en el ejemplo, encuentre el desplazamiento que representan a la fracción indicada.

$\frac{3}{4}$

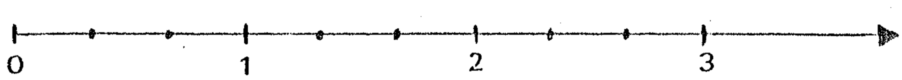


$\frac{5}{7}$

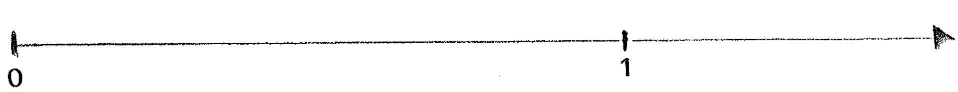
$\frac{6}{10}$



$\frac{8}{3}$



$\frac{9}{8}$

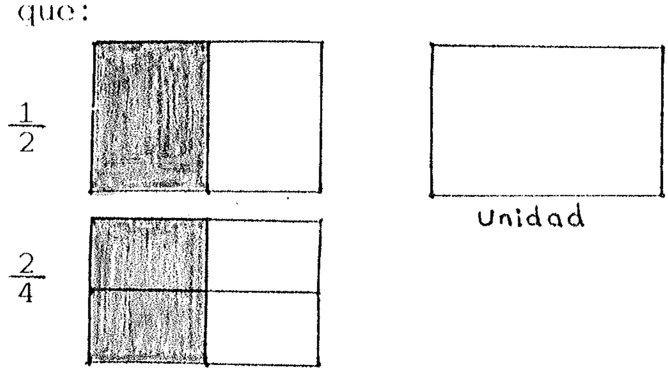


$\frac{5}{5}$

Cuando el alumno ya domina el conocimiento de las fracciones, tanto como partes de un entero, elementos de un conjunto, o como segmentos en la recta numérica, es oportuno empezar a trabajar el concepto de fracciones equivalentes, aunque es fácil suponer que el alumno ya tiene nociones sobre éstas, adquiridas a través de las diferentes actividades realizadas anteriórmente.

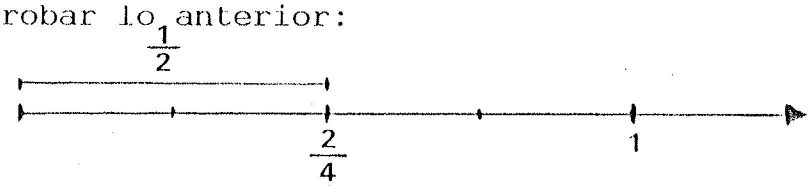
Para elaborar el concepto de fracciones equivalentes, el alumno debe trabajar con ejercicios como el siguiente:

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ por que:



Observamos que ambas fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ les corresponde la misma parte de la unidad.

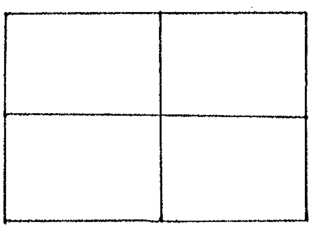
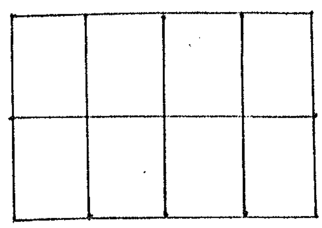
Si nos trasladamos a la recta numérica, también podemos comprobar lo anterior:

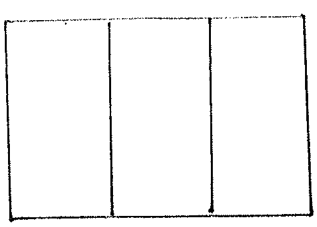
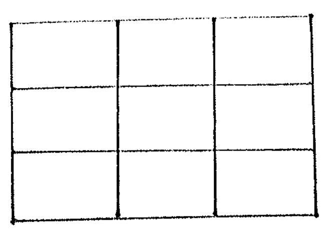


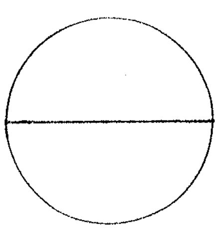
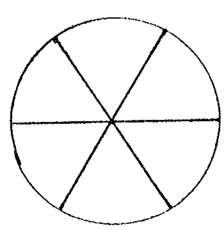
A las dos fracciones les corresponde el mismo punto y el mismo desplazamiento. A fracciones equivalentes cualesquiera, siempre les corresponde una misma parte de una región y un mismo punto o desplazamiento en la recta numérica.

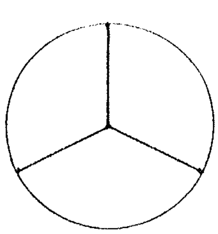
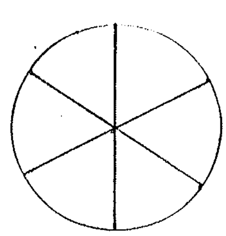
Para que el alumno asimile mejor el concepto de equivalencia entre fracciones, se recomienda los siguientes ejercicios:

Instrucciones: coloree las fracciones indicadas y manifieste si son equivalentes. Utilice el signo = ó ≠

$\frac{1}{4}$  $\frac{2}{8}$  $\frac{1}{4} \boxed{} \frac{2}{8}$

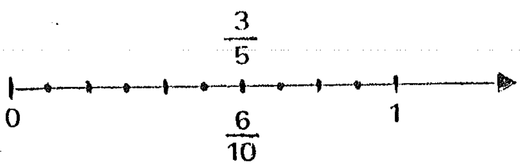
$\frac{1}{3}$  $\frac{3}{9}$  $\frac{1}{3} \boxed{} \frac{3}{9}$

$\frac{1}{2}$  $\frac{3}{6}$  $\frac{1}{2} \boxed{} \frac{3}{6}$

$\frac{2}{3}$  $\frac{3}{6}$  $\frac{2}{3} \boxed{} \frac{3}{6}$

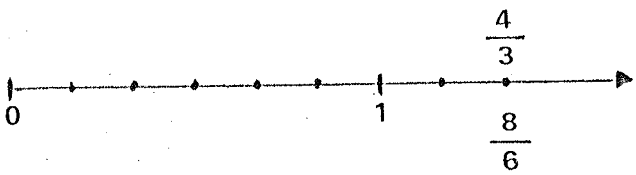
Para reafirmar el mismo concepto de equivalencia, también es recomendable que se trabaje sobre de ello en la recta numérica, así se propone que el alumno identifique fracciones comunes en la recta numérica tales como:

$\frac{3}{5}, \frac{6}{10}$



$\frac{3}{5} \square \frac{6}{10}$

$\frac{4}{3}, \frac{8}{6}$



$\frac{4}{3} \square \frac{8}{6}$

Cuando el alumno ya manejó la relación de fracciones equivalentes por medio de comparación de porciones, o de segmentos en la recta, es conveniente que el maestro le enseñe que hay un formalismo para saber si dos fracciones dadas son equivalentes, y que consiste en: Dadas dos fracciones: $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$,

$a \times d = c \times b \quad ad = bc$

Ejemplos:

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son fracciones equivalentes porque

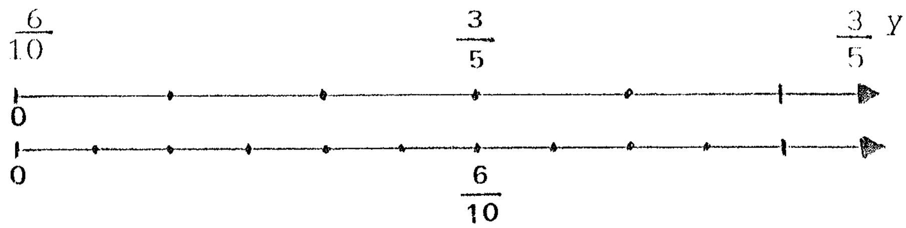
$1 \times 4 = 2 \times 2$

b) $\frac{2}{6}$ y $\frac{1}{3}$ son fracciones equivalentes porque

$2 \times 3 = 1 \times 6$

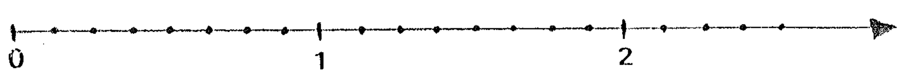
Localice en la recta numérica el punto correspondiente a cada fracción y luego indique si son o no equivalentes, como en el inciso a:

a) $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{10}$



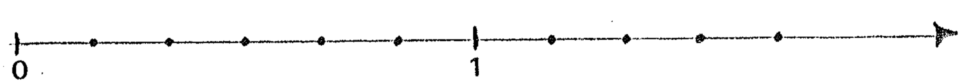
$\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$ Son equivalentes.

b) $\frac{7}{4}$, $\frac{14}{8}$

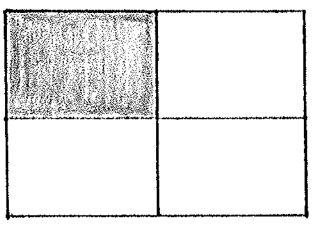
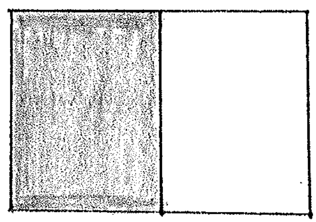


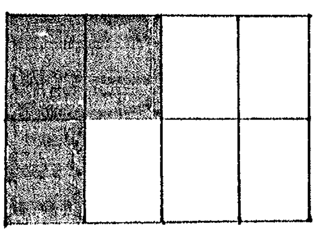
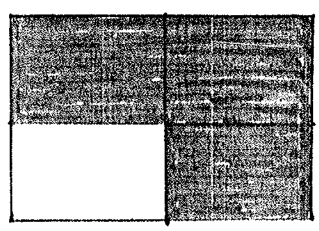
c) $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{10}$

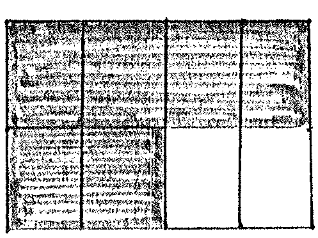
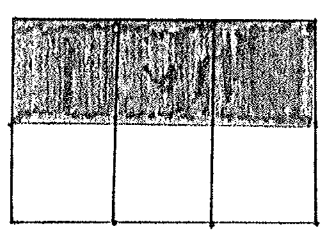
d) $\frac{4}{3}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{20}{12}$

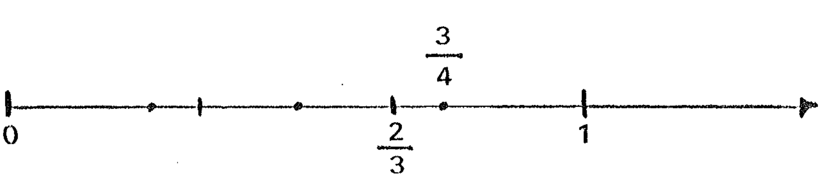


Para enseñar el orden de los números racionales, es conveniente que el maestro primero se serciore que el alumno realmente esté consciente de la diferencia de magnitud entre dos fracciones para ello, recomiendo que realice ejercicios tales como:

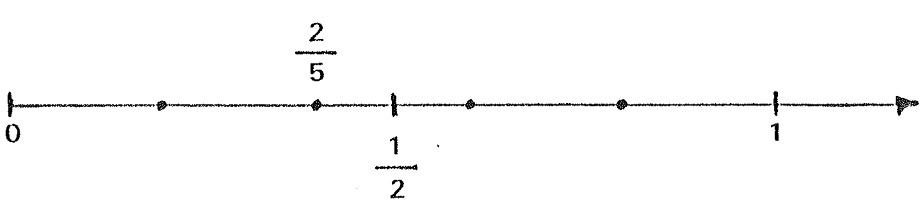
$\frac{1}{4}$  $\frac{1}{2}$  $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

$\frac{3}{8}$  $\frac{3}{4}$  $\frac{3}{8} < \frac{3}{4}$

$\frac{6}{8}$  $\frac{3}{6}$  $\frac{6}{8} > \frac{3}{6}$



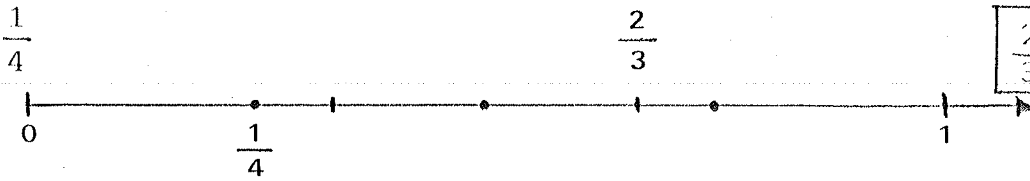
$\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$



$\frac{1}{2} > \frac{2}{5}$

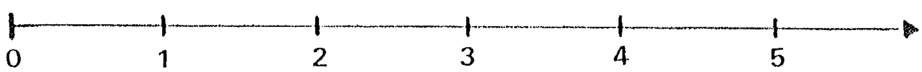
Para cada una de las siguientes parejas indique cual es el número mayor, como se hace en el inciso a).

a) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$



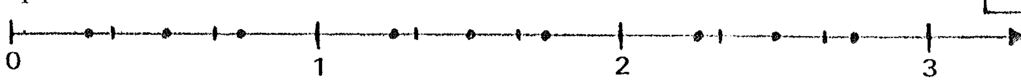
$\boxed{\frac{2}{3} > \frac{1}{4}}$

b) 2, 5

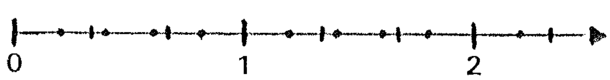


$\boxed{2 < 5}$

c) $\frac{3}{3}$, $\frac{12}{4}$

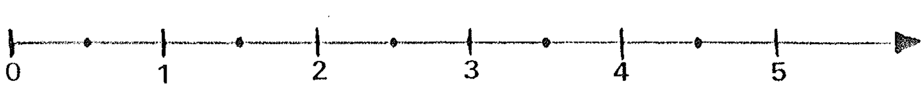


d) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{3}$



e) $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$

f) 3, $\frac{10}{2}$



Para después pasar a la cuestión formal de la enseñanza del orden en los números racionales, para lograr ésto, es preciso que se enseñe al alumno la manera de convertir dos fracciones dadas con distinto denominador, a dos fracciones con igual denominador, para así, poder compararlas y estar en posición de decir si son iguales, o una es menor ó mayor que la otra.

El procedimiento es el siguiente:

$\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ Por la definición de equivalencia de fracciones.

$\frac{2}{3}$ es equivalente a $\frac{2 \times 4}{3 \quad 4} = \frac{8}{12}$ (observe que se multiplica por el denominador de $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{3 \times 3}{4 \quad x3} = \frac{9}{12}$ (aquí se multiplica por el denomidor de $\frac{2}{3}$

Las fracciones $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$ así obtenidas, tienen el mismo

denominador . Por lo tanto estamos en condiciones de decir que:

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12} = \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

Se recomienda que el alumno práctique la conversión de fracciones dadas a fracciones equivalentes con igual denominador para que las compare entre si y diga sí son iguales o una mayor que la otra. Use los signos: =, >, <.

$\frac{2}{3} \square \frac{4}{5}$

$\frac{3}{8} \square \frac{2}{4}$

$\frac{5}{3} \square \frac{4}{2}$

$\frac{6}{5} \square \frac{5}{7}$

$\frac{3}{9} \square \frac{1}{3}$

etcétera.

Por último para acabar de adquirir el concepto de número racional, el alumno debe ser capaz de convertir una fracción común en un número escrito en notación decimal, ejemplo:

$\frac{6}{10}$ lo expresamos como 0.6, $\frac{15}{10}$ = 1.5, $\frac{3}{100}$ = 0.03, etc.

Es muy fácil expresar en notación decimal un número racional que está indicado como una fracción cuyo denominador es 10 ó una potencia de 10.

Para convertir a notación decimal una fracción que no tenga denominador 10, 100 ó 1000, lo único que debemos hacer es, dividir el numerador entre el denominador y el resultado ponerlo como notación decimal, así de fácil.

Ejemplo:

$\frac{3}{4}$ = 0.75

$$\begin{array}{r|l} & 0.75 \\ 4 & 300 \\ & \;\;20 \\ & \;\;\;\;0 \end{array}$$

$\frac{1}{5}$ = 0.20

$$\begin{array}{r|l} & 0.20 \\ 5 & 100 \\ & \;\;00 \end{array}$$

$\frac{2}{6}$ = 0.33

$$\begin{array}{r|l} & 0.33 \\ 6 & 200 \\ & \;\;20 \\ & \;\;\;\;2 \end{array}$$

G. Perspectiva didactica

Hasta aquí, considero que se ha visto lo más importante y esencial para propiciar en el educando una buena apropiación del concepto de número racional, a través del propio trabajo constructivista del alumno.

Las situaciones de aprendizaje que aquí se proponen, considero que pueden empezar a llevarse a cabo a partir de los grupos de tercer año de educación primaria, y continuarse aplicando en cuarto, quinto y sexto año respectivamente, variando los niveles de complejidad lo mismo que los materiales.

Pero sobre todo, sí se recomienda que el maestro esté seguro que sus alumnos dominan el concepto de número racional, antes de ponerse a trabajar con las operaciones de estos números, pues si lo ignora, el alumno únicamente memorizará fórmulas y algoritmos de las operaciones, pero no tendrá una idea precisa de lo que las operaciones representan.

ANEXO

H. Rompecabezas geometrico

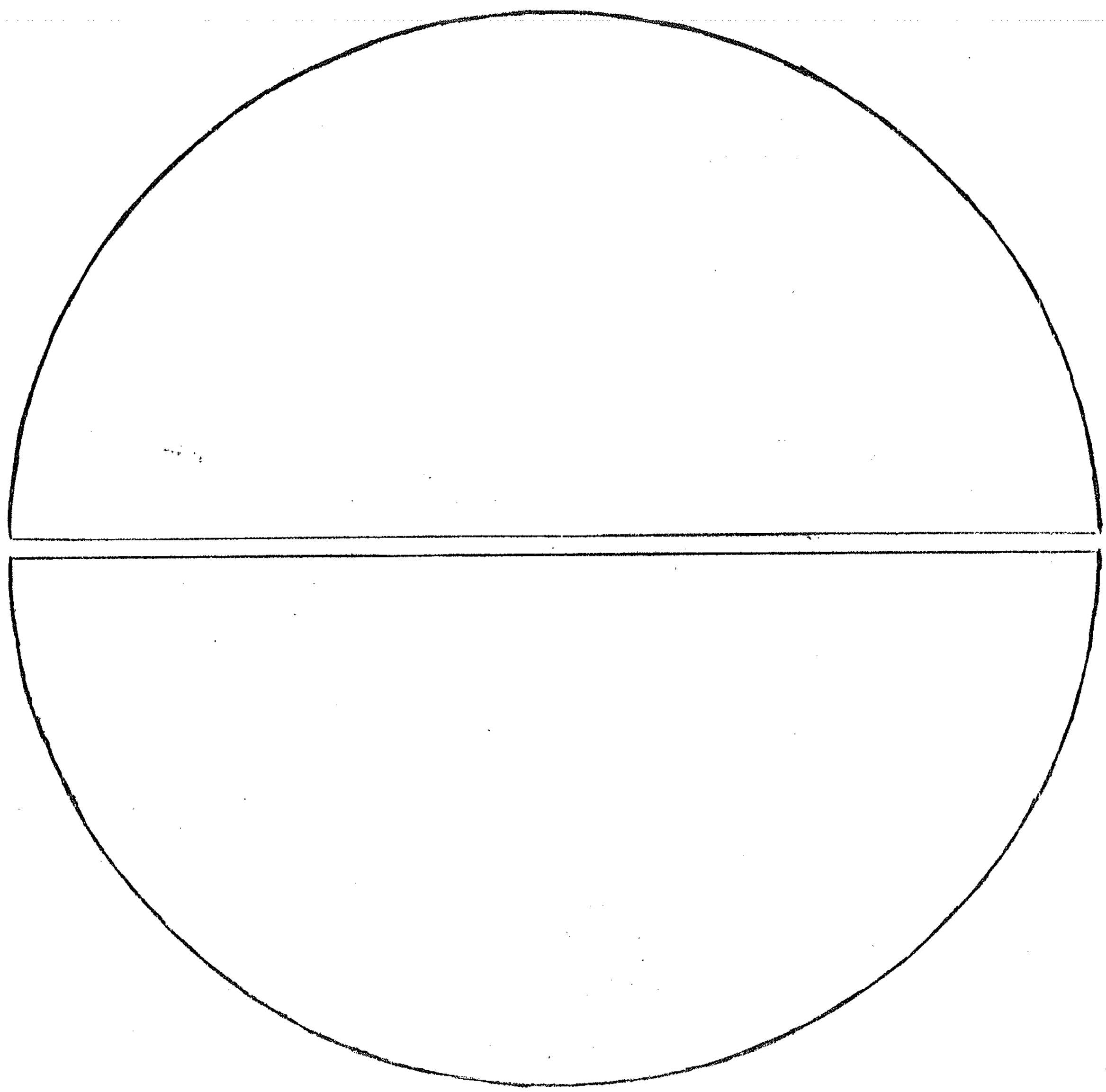
El paquete consta de ocho rompecabezas circulares de 15 cm. de diámetro cada uno, elaborados en cartón o en triplay de un octavo de grueso.

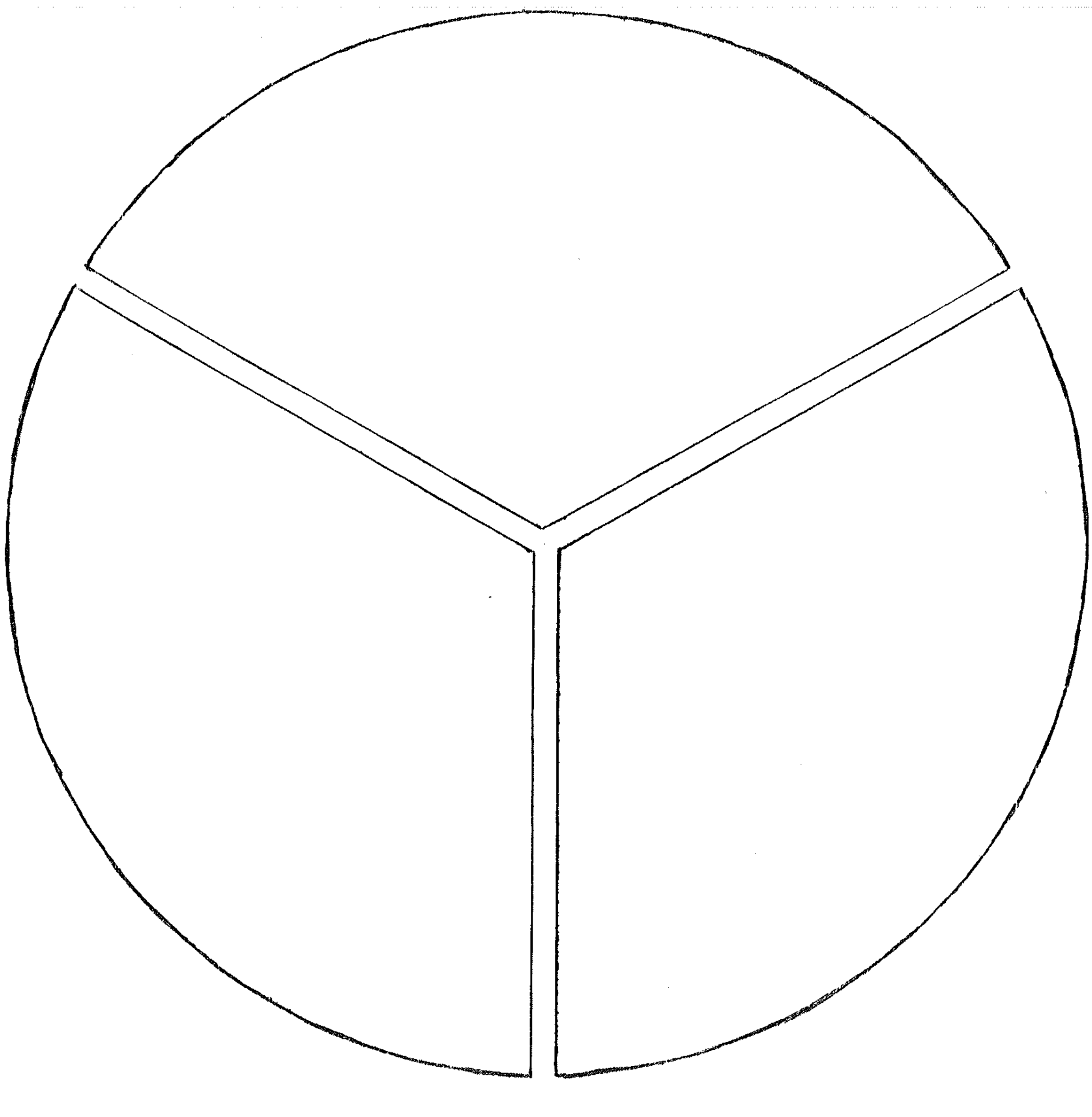
Cada rompecabezas es distinto de los demás, en cuanto al color y al tamaño de sus piezas, ya que cada círculo, está dividido en : medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, octavos, décimos y doceavos. Para completar el paquete se ocupa un círculo del mismo diámetro que los rompecabezas (15 cm.) que hará las veces de un entero, y el cual servirá como base para la formación de los enteros con las distintas fracciones.

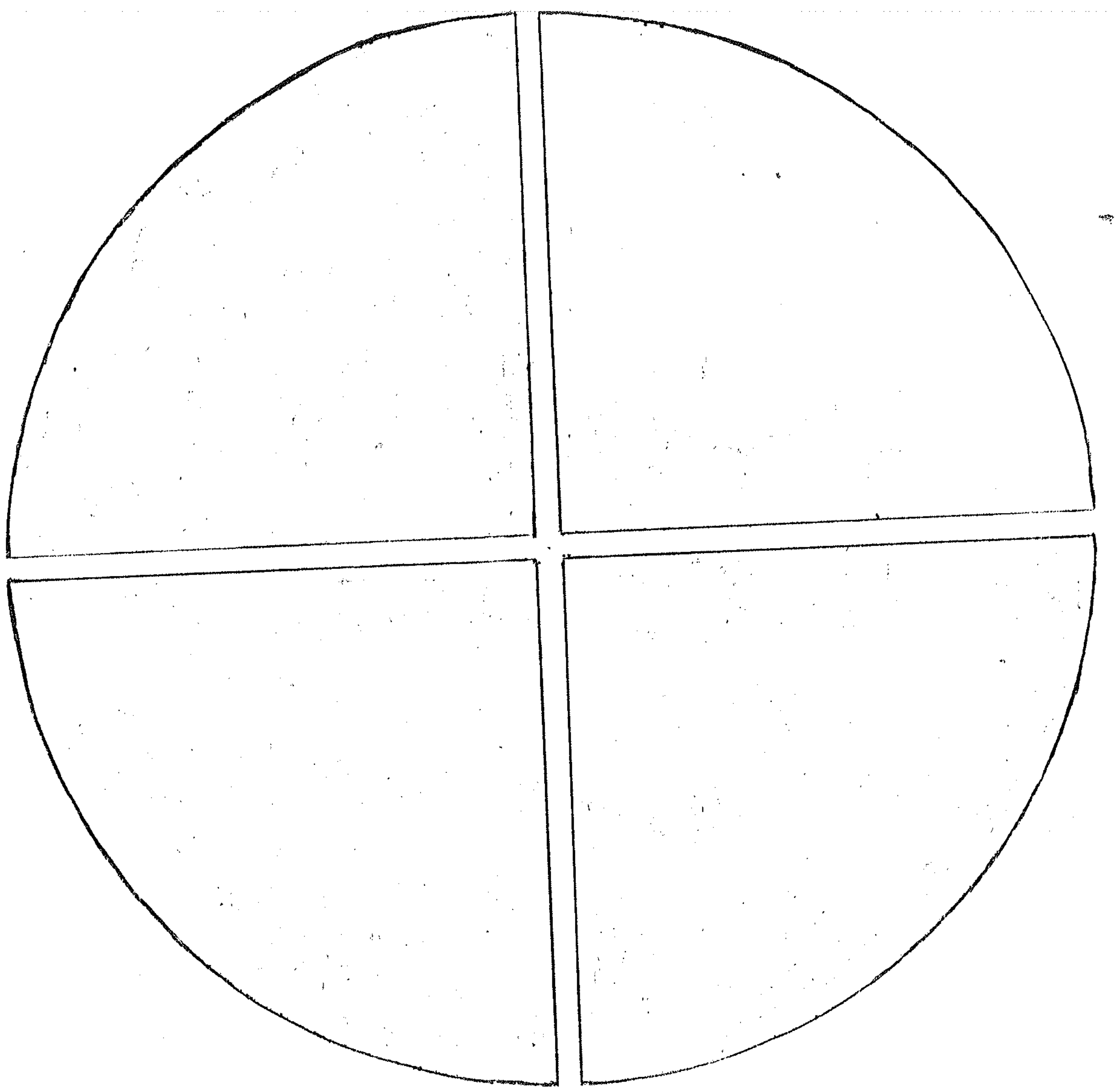
Utilidad del rompecabezas

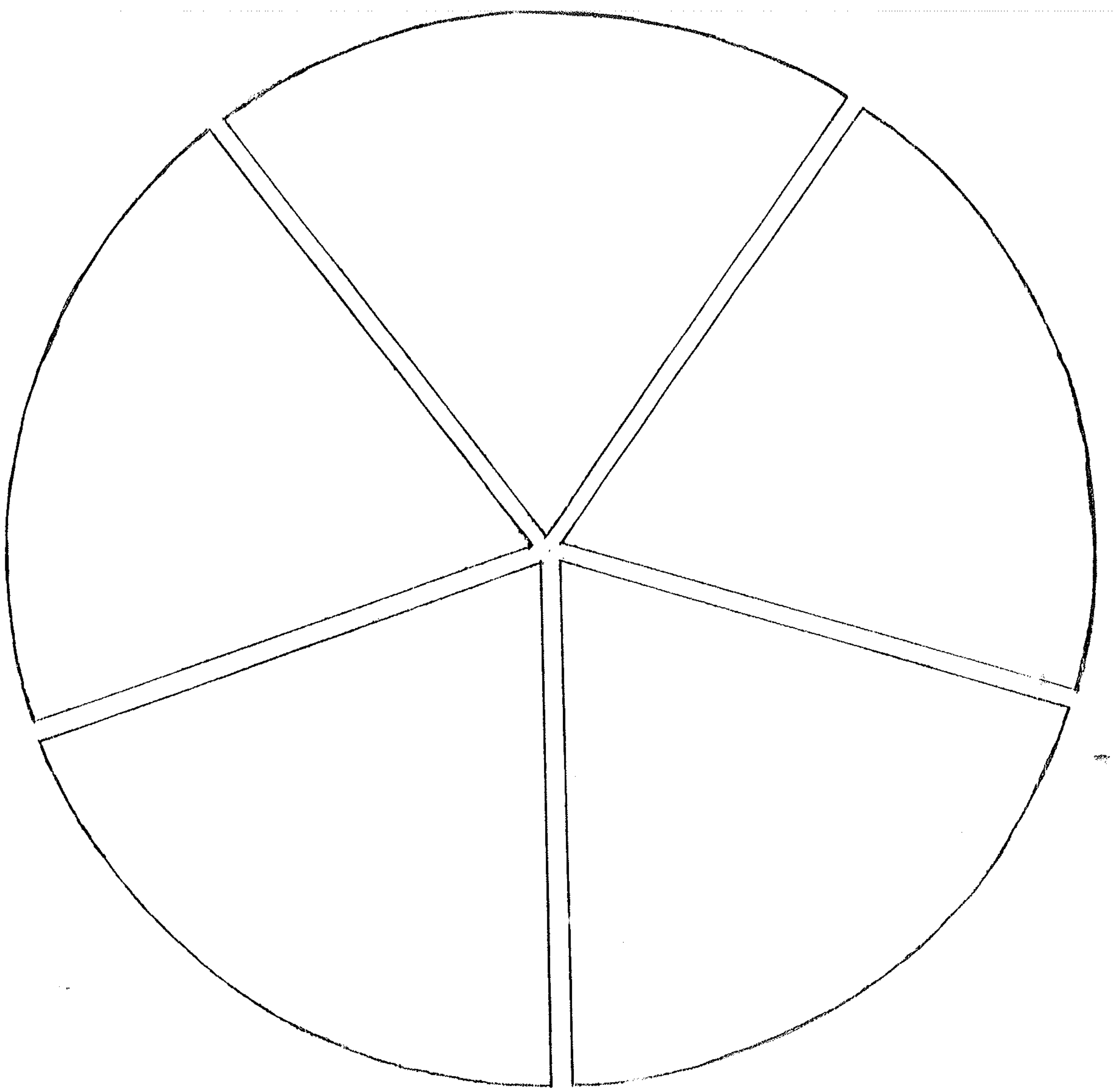
Con este paquete de rompecabezas, el alumno puede reafirmar, o en su caso elaborar el concepto de fracción común, así como la capacidad de discernir entre mayor o menor, e incluso desarrollar la comprensión de fracciones equivalentes, todo esto mediante la manipulación directa del objeto de aprendizaje.

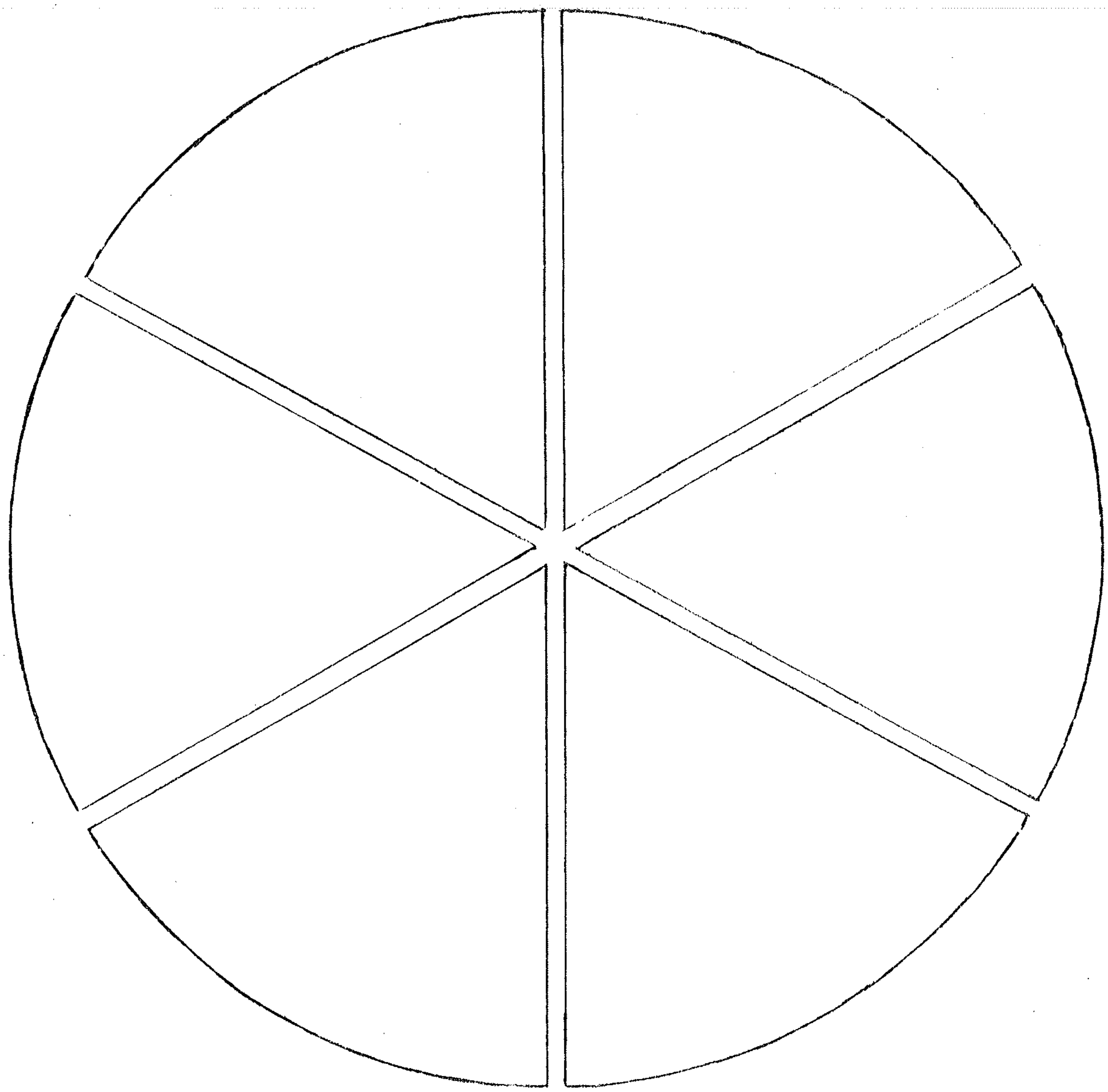
El alumno debe manejar físicamente los materiales, para que pueda encontrar todas las relaciones e implicaciones que los objetos guardan entre si, y así de ésta manera poder pasar a las esquematizaciones y abstracciones matemáticas de los números racionales, siempre bajo la guía adecuada del profesor.

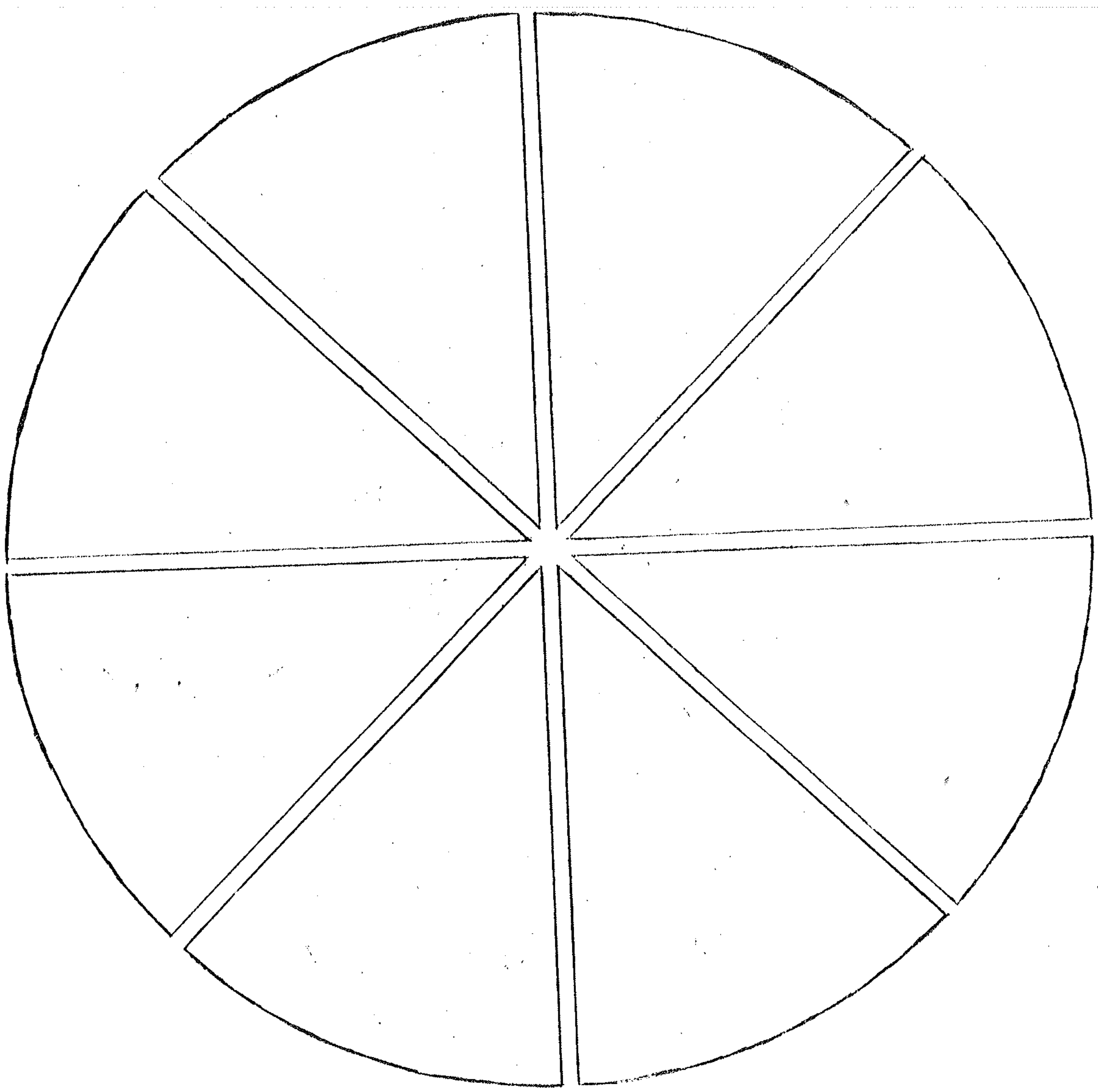


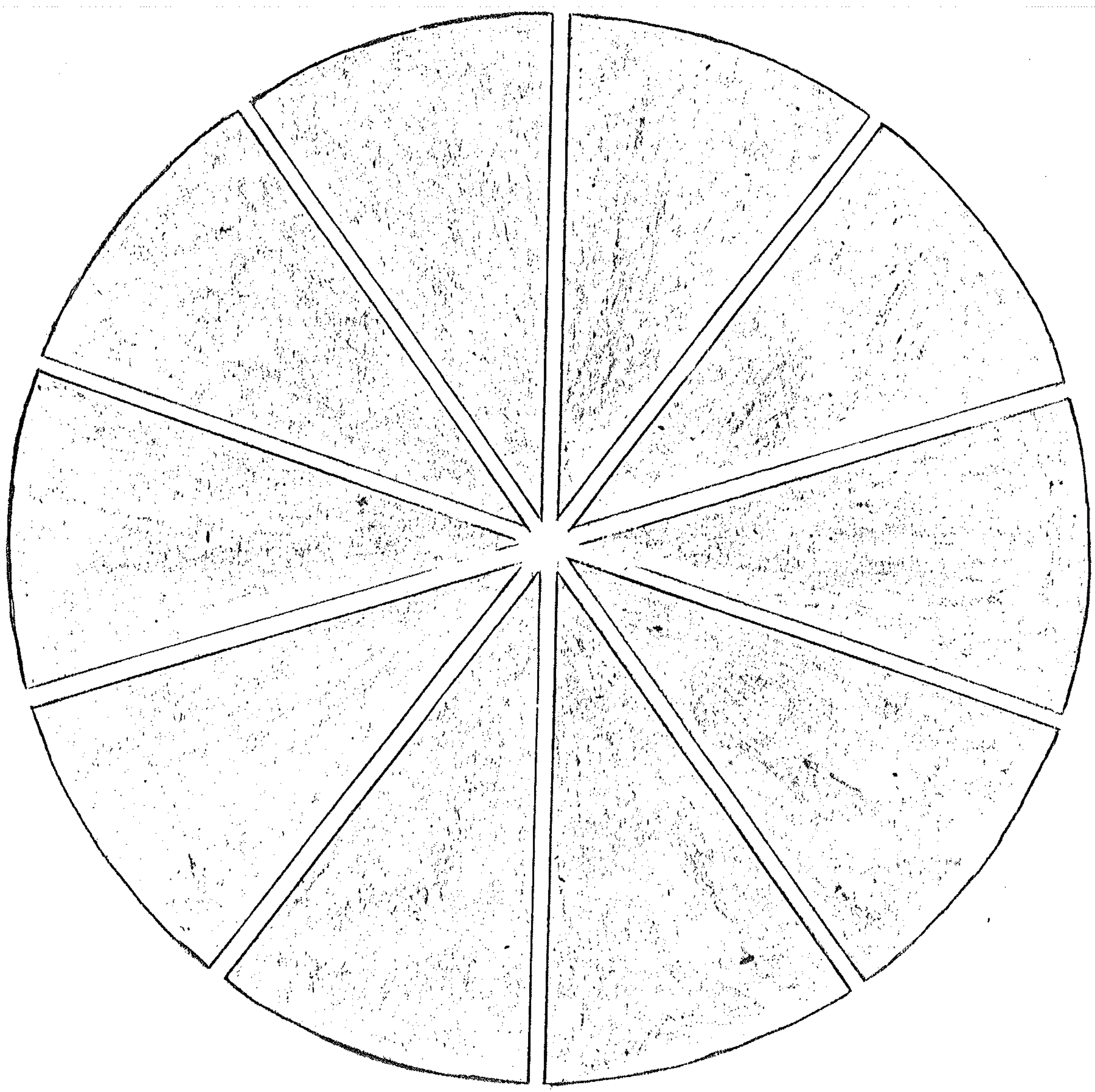


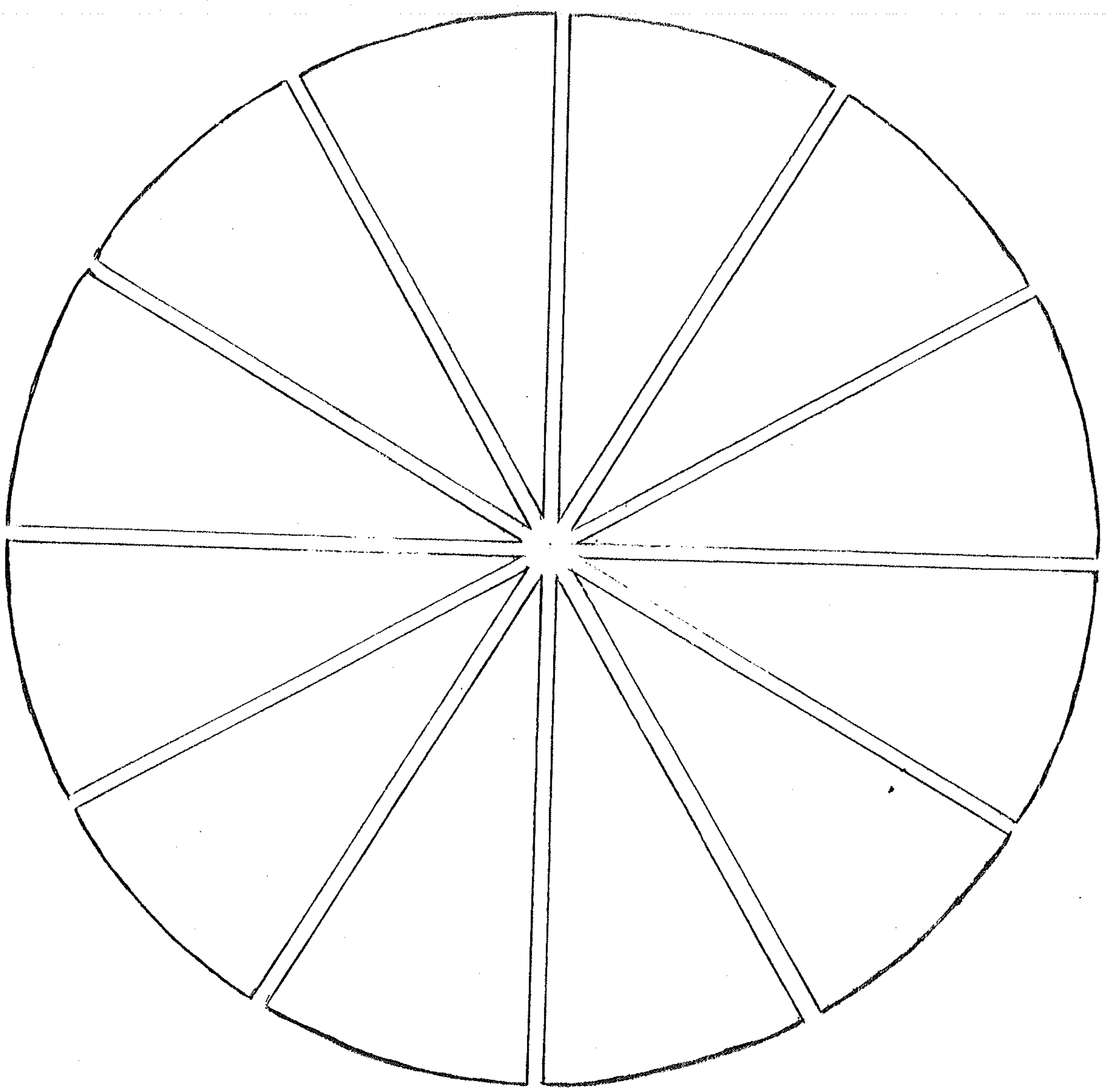


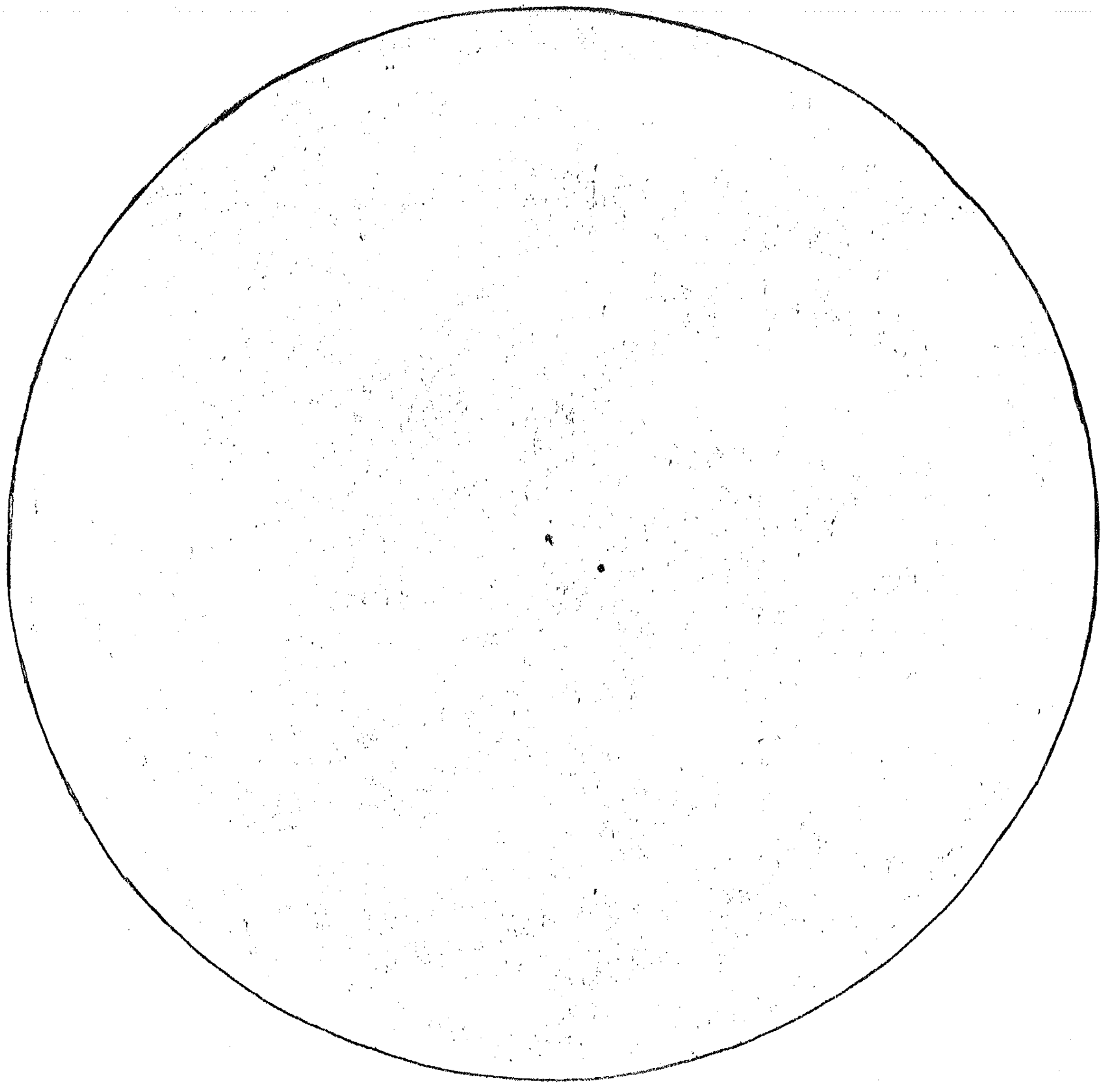












CONCLUSIONES

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, en la escuela primaria, se presentan muchas dificultades que entorpecen el buen rumbo del proceso educativo. Por distintas razones, los maestros -- durante su papel educativo, no parten de los intereses del niño, ni del nivel cognoscitivo, truncando con ésto su proceso de desarrollo y su capacidad de asimilación.

La teoría constructivista del aprendizaje, brinda al maestro una nueva posición, pues él es el conocedor, mediador y --- diagnosticador del aprendizaje. Una vez que sabe en que nivel se encuentra el alumno, será capaz de elaborar un programa adecuado de aprendizaje, permitiendo con ésto la acción del niño para conocer y construir su conocimiento.

La problemática planteada en esta propuesta, surge producto de una falta de información por parte del maestro sobre las características psicogenéticas de los alumnos, así como por el uso de prácticas memorísticas dentro de una concepción 'bancaria de la educación'.

Se puede decir que una de las causas que provocan que el - niño no comprenda o adquiera el concepto de número racional, se debe a que no hubo una adecuada aplicación de técnicas que ayudarán a lograr un aprendizaje y que tal vez el niño no tiene la - madurez suficiente para apropiarse del conocimiento.

A lo largo de nuestro trabajo, nos hemos dado cuenta que para algunos niños no es tarea fácil la apropiación del concepto de número racional, ya que tal vez en alguna de las etapas o niveles de conceptualización, hubo limitaciones cognitivas, es decir, no se le permitió al alumno elaborar o construir el conocimiento,

La propuesta, nos permite estimular al alumno de tal forma, que aprovechando su actividad creadora, séa él mismo, mediante la acción con los objetos, el que construya el conocimiento, que en éste caso es elaborar el concepto de número racional.

Es importante conocer a los alumnos con que hemos de trabajar, conocer sus inquietudes, intereses y capacidades.
En base a la Pedagogía Operatoria, se debe enseñar al niño a razonar de acuerdo a las estructuras intelectuales propias de su edad, las cuales van evolucionando a lo largo de su desarrollo.

El maestro puede proponer situaciones adecuadas para propiciar la construcción de conocimientos de manera accesible en el alumno, lo único que le falta, es que sepa aprovechar su experiencia, su creatividad, el conocimiento del nivel de desarrollo de sus alumnos y de las características del medio físico-social en el que desarrolla su actividad.

B I B L I O G R A F I A

FREGOSO, Arturo

'Introducción al lenguaje de la matemática'

Compañía Editorial Impresora y Distribuidora S.A. México

1972

GOMEZ Palacios, Margarita

'Propuesta para niños de educación primaria con dificultades en el aprendizaje de la matemática'

DGEE-OEA México 1988.

K.TOMASCHEWSKY.

Didáctica General' Colección Pedagógica

Ed. Grijalbo S.A. México. 1977.

LELAND C. Swenson.

'Jean Piaget: Una teoría maduracional cognitiva' en 'Teorías del Aprendizaje' Antología UPN-SEP. México 1987.

MORENO Bayardo, María Guadalupe.

'Fundamentación y práctica' en 'La práctica docente' Antología UPN-SEP. México 1985,

MORENO Montserrat.

'El pensamiento matemático' en la matemática en la escuela I Antología UPN-SEP. México.1990.

MORRIS L. Bigge.

En Teorías del Aprendizaje Antología UPN-SEP México 1987.

NASSIF Ricardo.

'Los multiples conceptos de la educación' en 'Médios para la enseñanza' Antología UPN-SEP. México 1986.

PALACIOS,Jesus.

'Pensamiento educativo de Rousseau' en : Sociedad pensamiento y educación I Antología UPN-SEP.México 1987.

RAMIREZ, Rafael.

'Pedagogía la práctica docente'Antología UPN-SEP México 1987.

RUIZ Larraguivel, Estela.

'Reflexiones en torno a las teorías del aprendizaje' en : Teorías del aprendizaje Antología UPN-SEP. México. 1987.

TERMOSO Estebanez, Ponciano.

citado en:'Teorías del aprendizaje'Antología UPN-SEP. México. 1987.

Diccionario de Ciencias de la Educación.

Ed. Santillana México 1983.

SEP. 'Aprendizaje Escolar'en: Teorías del Aprendizaje Antología UPN-SEP. México 1987.

UPN.'Teorías del Aprendizaje 'Antología México 1987.