UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIDAD 241

METODOS DE LA LOGICA MATEMATICA

ALICIA RUIZ SAUCEDO

TESINA PRESENTADA PARA OPTAR POR EL TITULO DE
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., 1985

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DT-70

I.K.M. 21/II/95

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

SAN LUIS POTOSI , S.L.P. , a 8 de DICIEMBRE de 19 84

C. Profr. (a) ALICIA RUIZ SAUCEDO
Presente
(nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -- Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa TESINA titulado METODOS DE LA LOGICA MATEMATICA presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a - que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

S E P
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD S E A D
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.

PROFR. CARLOS ENRIQUE MERINO RAMOS

A mi madre:
con quien he compartido
problemas, satisfacciones y
alegrías a través de mis años
en el Magisterio.

A todos mis ex-alumnos:
porque fueron buena tierra
donde nació y se hizo realidad
mi labor como Maestra.

A mis seis compañeras
de equipo:
por el trabajo, alegría y
amistad que cultivamos en
estos años de estudio.

INDICE

PROLOGO

1.- EL MARCO TEORICO. pág.

1.1.- La Matemática Moderna...................... 1
1.1.1.- Los problemas de la Matemática 1
1.1.2.- La Matemática tradicional........... 3
1.1.3.- Matemática y matemáticos............. 3
1.1.4.- El nombre que le corresponde......... 6
1.2.- Características........................... 6
1.2.1.- Los problemas Matemáticos............ 6
1.2.2.- El verbalismo........................ 8
1.2.3.- Ciencia no exacta.................... 8
1.3.- Conclusiones.............................. 9

2.- LOGICA MATEMATICA

2.1.- Generalidades............................. 11
2.1.1.- Conceptos............................ 11
2.1.2.- Métodos Lógicos...................... 13
2.1.3.- Importancia.......................... 15
2.2.- Proposiciones y su valor de verdad........ 17
2.2.1.- Proposiciones y simbolismo........... 17
2.2.2.- Conectivos lógicos................... 21
2.2.3.- Construcción de tablas de verdad..... 27
2.3.- Inferencia Lógica......................... 29
2.3.1.- Reglas de inferencia................. 30
2.3.2.- Otras reglas......................... 31
2.3.3.- Silogismos........................... 32
2.4.- Cuantificadores........................... 33
2.4.1.- Concepto y símbolos.................. 33
2.4.2.- Clasificación........................ 35
2.4.3.- Relaciones entre proposiciones....... 37

3.- REFLEXIONES SOBRE MATEMATICA.

3.1.- La Matemática en la Escuela Primaria...... 40
3.1.3.- Alfabetización matemática............ 40
3.1.2.- Matemática formativa................. 41
3.1.3.- Actualización de aplicaciones........ 42
3.2.- Programas y Libros de Texto............... 43
3.2.1.- Generalidades........................ 43
3.2.2.- Lógica matemática.................... 45
3.2.3.- Probabilidad y Estadística........... 46
3.3.- El ideal educativo........................ 49
3.3.1.- Lo más importante.................... 49
3.3.2.- El rigor lógico...................... 50
3.3.3.- Decálogo del buen maestro............ 51

CONCLUSIONES 54

BIBLIOGRAFIA 57

P R O L O G O

A cualquier distancia que enfoco mis recuerdos siempre me encuentro entre niños: en mi familia, durante mi educación primaria, y en la Escuela Normal del Estado... pero fue ahí donde por primera vez escuché hablar de ellos en otros conceptos: -- aquélla Maestra se refería a estudiarlos en sus reacciones, en sus intereses, en sus juegos, en el proceso de sus actividades mentales, y, empecé a tener conciencia de que formar parte del mundo de los niños implica una seria responsabilidad, ya que - quienes trabajamos con ellos estamos moldeando el futuro de -- esas generaciones y a cambio de ello, estos chicos y jóvenes - enriquecen y fortalecen nuestra fe de Maestros.

Para el Magisterio es un compromiso perenne mejorar y actualizar su preparación, ya que la sociedad se renueva continuamente y con ella la niñez de nuestras aulas. Quizá los métodos que hoy se usan ya no darán el mismo rendimiento mañana, que si las autoridades educativas disponen reformas cada sexenio, debemos ser capaces de llevar a la Escuela Primaria lo que se espera de nosotros como guías, todo ésto por el conocimiento y práctica de algunas teorías, que de las hojas de un libro nosotros les damos vida en el trato cotidiano con los alumnos a quienes estamos ayudando a integrar su carácter y su personalidad, y -- tratamos de estructurarlos socialmente para que se desenvuelvan con más seguridad que generaciones pasadas.

La Matemática en la Escuela Primaria comprende un nuevo -- lenguaje, pero también una nueva actitud no sólo del que aprende sino esencialmente de quien la enseña. Fue por ésto que, al crearse la Universidad Pedagógica Nacional y al término de los estudios de Licenciatura en Educación Primaria, escogí como tema de mi Trabajo de Titulación el de "Lógica Matemática", uno - de los aspectos de la Matemática Contemporánea, por ser como expresó Galileo "La Ciencia necesaria para conocer el mundo".

1.- EL MARCO TEORICO.

1.1.- LA MATEMATICA MODERNA.

1.1.1.- Los problemas que lleva consigo la Matemática.

¿Qué es Matemática?, no encontraremos una definición totalmente exacta, pues desde la antigüedad ha habido numerosas doctrinas y criterios a su alrededor: se le ha considerado como -- una filosofía y en otras épocas ha prevalecido más bien por sus aplicaciones y ésto, lejos de perjudicarla, ha favorecido su -- progreso, ya ambas disposiciones armonizan y hasta han dado lugar a que cada una en su tiempo se considerase como MATEMATICA MODERNA.

Tal vez hoy más que antes las Matemáticas tienen un lugar muy importante en el mundo tan complicado en que vivimos, pues todos los problemas de la sociedad se resuelven mejor si se les aplica el método científico, y, no se está hablando solamente - de los problemas económicos, biológicos o psicológicos que tanto requieren de la Matemática, sino de los problemas que se le presentan al hombre día con día pues ella permite encontrar soluciones no triviales, que a veces reportan más utilidad y re-- sultan más congruentes y precisas que las que escogen aquellos cuyos conocimientos matemáticos son deficientes.

Sabemos que hay numerosos factores que han contribuido a - que los alumnos que terminan su primaria lleven una preparación básica débilmente fundada y son: las pocas horas de que dispone en los distintos turnos de enseñanza, además de que no se le capacita en hábilidad técnica. Tradicionalmente, los maestros de grupo han solicitado tácitamente la cooperación de los padres de familia para afianzar el aprendizaje diario a través de las tareas escolares que generalmente son supervisadas por ellos, pero de pronto... los padres ya no ayudan al niño. ¿Es indiferencia hacia la labor del maestro? o ¿hacia el atraso o progreso del hijo?... la respuesta ha llegado al salón de clases de labios de los propios progenitores: "Ya no podemos orientar a nuestros hijos en sus tareas, porque ahora les enseñan una Matemática más "nueva" que la que nosotros aprendimos", otros con más franqueza se autoevalúan así: "Nos hemos quedado atrás, hasta nuestros hijos más pequeños saben más de Matemáticas que nosotras". (1)

Así, los padres de familia exponen sus dudas sobre la propia preparación a la que califican de antigua, viven cierto desasosiego cuando el hijo va reprobando, sobre todo Matemáticas y ellos no pueden ayudarlo a que se regularice, pues sus conocimientos no están actualizados con la nueva terminología y juzgan que se han quedado atrás. Hay algunos de ellos que se presentan con el maestro de grupo para pedir orientación sobre la forma de actualizar su preparación, ya que de otro modo tienen qué recurrir a un maestro particular que dé clases en tiempo ex

(1) SANTALO LUIS A. "LA EDUCACION MATEMATICA, HOY"
Colección "Hay que saber"
Edit. Teide.

tra a sus hijos y así se van deteriorando las relaciones entre padres e hijos, pero ... ¿En realidad hay una Matemática anti-- gua y otra Moderna?

1.1.2.- La Matemática tradicional.

Lo que ha sucedido, es que el Programa tradicional de la - Matemática en la escuela primaria se ha basado en el dominio de combinaciones y técnicas aisladas, pues más que nada se descarga en la buena memoria del alumno y se le acostumbra a tomar una actitud receptiva y pasiva para admitir los hechos que se le van presentando. Sin embargo, las revoluciones que ha habido - tanto en la esfera cultural como en la tecnológica nos convencen de los impropio que ha sido el enfoque tradicional para la enseñanza de la Matemática, ya que otorga más importancia al dominio de las técnicas que al dominio de los conceptos, pues se ha seguido un Programa que da demasiada importancia a la efectividad de las habilidades: en operaciones fundamentales con enteros, fracciones y decimales, con memorización de fórmulas y su aplicación en problemas muy rebuscados fuera de la realidad y - otras operaciones rutinarias que matan el interés y desaprovechan el gusto natural que tienen los niños por esta ciencia. Se le encierra en una costumbre que ha perdido todo atractivo - para él, pues los problemas son los mismos que ya no satisfacen su curiosidad, es decir, ya no son reto a su intelecto.

1.1.3.- Matemática y Matemáticos.

Cuando hablamos de Matemáticos, tradicionalmente pensamos que son personas cuya vida se desarrolla entre números y que por tal razón cualquier problema que les presentemos nos lo resolverán en un momento, ya que los juzgamos con la falsa idea de que números y Matemática es lo mismo, ya no se debe tener el concepto de que Matemáticas es la ciencia de los números, pues una definición más apegada a la verdad sería, que es la ciencia de las funciones con la "Introducción de un lenguaje simbólico especial y de un vocabulario matemático nuevo". (1)

Y es que la Matemática ha ampliado tanto su contenido que, como dice Luis A. Santaló "Educa ante los grandes problemas a levantar la vista hacia los laboratorios de investigación". (2) - Pero la duda continúa: ¿Hay una nueva Matemática?. Para aclarar ésto retrocedamos al pasado para conocer brevemente la evolución de esta ciencia.

(3). Durante el Siglo III, Alejandría es el centro de las ciencias, en particular de la Matemática, Euclides da a conocer en su libro los "Elementos" lo que se consideró la Geometría por excelencia y así permaneció hasta que Arquímides de Siracusa, -- por sus descubrimientos y métodos complementa la Geometría Euclidiana y cimienta el cálculo infinitesimal, Erastótenes descubre

---

(1) (2) SANTALO LUIS A. "LA EDUCACION MATEMATICA, HOY"
Colección "Hay que saber".
Edit. Teide.

(3) ENCICLOPEDIA SALVAT DICCIONARIO.
Edit. Salvat Editores.

un método para deducir la serie de números primos, y, con Apolonio de Pérgamo autor de la gran obra "Crónicas" y Diofanto que es el creador del Algebra de su tiempo, cierran este período la antigüedad clásica que constituyó la primera Matemática Moderna (1).

Después de un olvido de siglos las Matemáticas vuelven a resurgir por las relaciones comerciales entre Roma y Bizancio.

Hacia la Edad Media se conocen las ecuaciones algebraicas, en 1482 la teoría de logaritmos, en 1624 la Geometría Analítica de Descartes; Pascal y Fermat, en 1654, introducen los primeros elementos del cálculo de probabilidades, y se llega a Newton y Liebniz, 1665-1666, considerados como creadores del cálculo infinitesimal y forman la Escuela Inglesa, por lo que ya tenemos la segunda Matemática Moderna que hace progresar grandemente a esta ciencia durante el Siglo XVIII.

En el Siglo XIX, una de las teorías que marcará más influcia habría de ser la de grupos por Evariste Galois (1811-1832), que ordena y unifica la mayoría de las ramas de la Matemática. Este siglo tan productivo, sirvió de motivación a las escuelas del Siglo XX en que emerge de nueva cuenta la Matemática Moderna.

---

(1) ENCICLOPEDIA SALVAT DICCIONARIO
Edit. Salvat Editores.

1.1.4.- El nombre que le corresponde.

Se había encontrado un lenguaje adecuado con el que se podían expresar los conceptos matemáticos en forma natural y precisa. George Cantor, matemático ruso, con su Teoría de Conjuntos vió que la Aritmética, el Algebra, la Geometría y todas las ramas de la Matemática eran lo mismo que la Matemática Clásica sólo que enfocados con diferentes criterios, a raíz de estos -- conceptos se crearon nuevas ramas como la Lógica Formal y la -- Teoría de Lenguajes por el inglés George Boole. Así, el lenguaje matemático universal facilitó el intercambio de trabajos.

1.2.- CARACTERISTICAS DE LA MATEMATICA MODERNA.

1.2.1.- Los problemas matemáticos.

Si en la escuela primaria se aplica la Teoría de Conjuntos o si se corrige un poco la Matemática tradicional para que va-- yan por el camino correcto en cuanto a aprendizaje del alumno, en ambos casos deberá aprovecharse la relación de la Matemática con la vida real, es decir, se debe aprovechar el conocimiento intuitivo que el alumno trâe, sobre todo en los grupos superiores, presentando problemas atractivos para que despierten y satisfagan la curiosidad natural de sus pocos años.

Ahora, los datos con que se manejan los problemas son más reales pues están sacados de la práctica actual de la vida. - Son instructivos porque estimulan la actividad intelectual, desarrollando el razonamiento y el manejo de argumentos para llegar a la solución. En fin, se guía al niño para que piense matemáticamente, es decir, que por sí mismo logre idear modelos y caminos para llegar a la resolución (1) de todos los problemas que se le vayan presentando no sólo en el aula de clases sino - en su vida misma.

Los problemas que se presentan al estudiante son abundantes pero reflejan situaciones reales y variadas que están relacionadas con su medio ambiente o con las otras materias de estudio y al mismo tiempo deben estar al alcance de su desarrollo y habilidad, o sea, que pueda resolverlos. Si el alumno se pregunta: ¿Qué hago, multiplico o divido?, es porque no ha podido trasladar el problema a operaciones matemáticas por lo que habrá que - analizar los problemas ante la clase, haciendo que los alumnos - propongan caminos o hagan uso de modelos que lleven a su solución.

El enfoque que se da ahora a la Matemática propicia en los alumnos el desarrollo del pensamiento lógico a través de actividades en las que se participa durante la clase, dejando de lado aquellas lecciones individualistas, pues se pretende que el alumno vaya entendiendo cómo resolver los problemas partiendo de un modelo de la situación, para que poco a poco llegue por sí mismo a las abstracciones quedándose con lo esencial de esa si----

(1) SANTALO LUIS A. "LA EDUCACION MATEMATICA, HOY". Colección "Hay que saber" Edit. Teide.

tuación.

1.2.2.- El verbalismo.

En la Matemática tradicional se abusa del verbalismo, en -el sentido de repetir tablas de multiplicar, fórmulas, reglas, etc., lo que hace que el alumno no ponga en juego su capacidad analítica; por lo que encuentra esta ciencia muy árida y difí--cil, pero si esa verbalización la usamos para que él exponga --conclusiones, se esta aprovechando su capacidad de síntesis y a la vez se sentirá satisfecho de poder emitir o enunciar sus deducciones que poco a poco le proporcionarán cierta madurez mental y le dará la oportunidad de ir adquiriendo cierto lenguaje claro y preciso.

En suma, el aprendizaje actual o "moderno" de la Matemática se basa en el razonamiento lógico, en los patrones, en la estructura y también en las habilidades. Cuando se requiera mecanización para alguna técnica mental, la práctica de ésta viene a reforzar conceptos que ya se han tratado como parte de la es--tructura total de la Matemática.

1.2.3.- Ciencia no exacta.

La Matemática ha ayudado al hombre, por caminos infinitos, al dominio de todas las ciencias, ahora su aplicación es más ---útil a aquéllas ciencias que tenemos en la lista de no exactas, por ejemplo la Sociología, la Economía, la Psicología, etc., ---porque su adaptación es muy amplia aunque haya perdido exacti---

tud, así, en las ciencias citadas se utiliza para estadísticas, para predecir con éstas fenómenos sociológicos o económicos que al mismo tiempo de su aparición, matemáticamente ya se les está buscando solución.

La Matemática, en lugar de limitar su campo de acción, lo agranda en la misma proporción que deja de ser tan precisa en sus resultados como antes se le consideraba; y por la misma razón que impone el manejar datos y resultados no precisos (1) es por lo que ahora tenga tanta vigencia y se haya llegado a límites muy avanzados en su enseñanza, que empieza desde la primaria y continúa hasta estudios superiores de insospechada dificultad, como la Lógica Matemática, la Probabilidad, la Estadística, las Desigualdades, etc.

1.3.- CONCLUSIONES.

La Matemática, como todas las ciencias ha tenido una evolución constante, por lo que en cada una de sus brillantes épocas sus seguidores la han considerado Moderna, por lo tanto, el nombre más apropiado sería llamarla Matemática Contemporánea.

La Matemática es la misma, ya que como en una pirámide se necesita el escalón anterior como apoyo seguro para alcanzar el siguente, sólo han variado los criterios como se enfoca esta --

(1) SANTALO LUIS A. "LA EDUCACION MATEMATICA, HOY".
Colección "Hay que saber".
Edit. Teide.

ciencia, aunque lógicamente con el lenguaje matemático universal las aportaciones hoy en día se hacen a nivel mundial, lo que trâe por consecuencia un avance a pasos agigantados en esta importante rama del saber.

La Matemática siempre será vital en el progreso del ser humano pues participa en casi todas las actividades de la vida cotidiana y en los procesos tecnológicos e industriales.

Aparte de esta utilidad social configura al individuo ya que favorece al desarrollo intelectual, al mismo tiempo que capacita al alumno para que su lenguaje lo ayude a plantear y resolver los problemas diarios y a organizar sus ideas para entender el mundo que lo rodea y si es posible lo vaya transformando para su beneficio o esté apto para contribuir a ese cambio. Esto sólo lo logrará cuando haga suyos los conceptos matemáticos y los exprese en su propio lenguaje.

2.- LOGICA MATEMATICA.

2.1.- GENERALIDADES.

2.1.1.- Concepto.

En el capítulo anterior, se ha insistido en decir que la Matemática debe procurar desarrollar en el alumno, el razonamiento lógico, por supuesto que el niño razona desde que ingresa a la escuela primaria, entonces ¿Qué se quiere afirmar con este concepto?

Dado que razonar es "Hablar dando razones para probar una cosa" (1) y el estudio de la Lógica es "El estudio de los métodos y principios usados para distinguir el razonamiento correcto del incorrecto" (2), por lo tanto, se trata de dar a conocer en el educando que hay ciertos mecanismos para que logre ampliar su capacidad de pensamiento; uno de ellos puede ser la aplicación del Método Científico que según se le ha dicho habrá de observar, registrar, buscar información, experimentar, analizar la información y comprobar la hipótesis, para el estudio de ciertos hechos principalmente en Ciencias Naturales y Sociales.

Otro método es conocer y manejar la Lógica Matemática: Aris

---

(1) ENCICLOPEDIA DICCIONARIO SALVAT.
Salvat Editores.

(2) JASSO GUTIERREZ PEDRO. "LOGICA MATEMATICA".
Colección Educación Media Superior.
Mc. Graw-Hill.

tóteles (384-322-JC) conocido como "El pensador más grande de la antigüedad" (1) de quien se dice que escribió el primer tratado sistemático de Lógica; en su libro "Organon" llama LOGICA NO SIMBOLICA a aquélla cuyas reglas se toman sin hacer uso de símbolos especiales, es decir, trabajar con el lenguaje cotidiano.

LA LOGICA SIMBOLICA también llamada Lógica Matemática o Logística "No trata de cantidades o de números, sino de procesos deductivos, aplicables tanto a las M atemáticas como a cualquier otra rama científica", (2) en ella destacan:

*George Boole (1815-1864) inglés, a quien se le considera el creador del Algebra de la Lógica o Lógica Simbólica: los símbolos por él empleados están tomados del Algebra y de la Aritmética, extiende el proceso general del cálculo matemático terreno de la Lógica y realiza lo que había quedado como un proyecto en las obras de Leibniz.

*Gottlieb Frege (1848-1925) alemán, funda la lógica de los predicados y propone conceptos nuevos, como: función, variable, valor verdad, cuantificador y sostiene que "Ya no es la Lógica una rama de la Matemática, sino que ésta es la que se somete al

---

(1) ENCICLOPEDIA SALVAT DICCIONARIO.
Salvat Editores, S.A.

(2) DICCIONARIO HISPANO UNIVERSAL.
W. M. Jackson, Inc. Editores.

método y a la crítica de la Lógica". (1)

*Giuseppe Peano (1858-1932) italiano, desarrolla y hace notar la importancia de la Lógica proposicional y es el primero en utilizar la expresión "LOGICA MATEMATICA".

*Bertrand Russell (1872-1970) británico, en sus obras publicadas sistematiza y perfecciona los avances de la Lógica Matemática, su obra se considera clásica en esta materia.

Con las aportaciones de estos lógicos y matemáticos, y otros que no se mencionan, la Lógica Simbólica ha llegado a ser considerada con sus múltiples adaptaciones un auxiliar importante en la Cibernética, en la Computación, en le Psicología, en la Filosofía y la Matemática.

Esta Lógica expresa sus reglas a través de símbolos distintos de los que se usan en el lenguaje diario, se apoyan en el uso de variables y tratan de hallar el fundamento de la Matemática, por lo que es propio llamarla LOGICA MATEMATICA.

2.1.2.- Métodos Lógicos.

Los razonamientos en Lógica pueden hacerse por:

METODO:	INDUCTIVO
	DEDUCTIVO
	ANALOGICO

(1) ENCICLOPEDIA SALVAT DICCIONARIO.
Salvat Editores, S.A.

Método inductivo es el razonamiento en el que, partiendo de un número de ejemplos particulares concluye con leyes generales, o sea, que a partir de observaciones específicas, conduce a conclusiones generales:

Ejemplo:

Si se observa que el oro conduce la electricidad, lo mismo sucede con el fierro, con el cobre, etc. Inducimos que: TODO METAL ES BUEN CONDUCTOR DE LA ELECTRICIDAD.

El razonamiento mediante el método inductivo, aunque da un margen de verdad muy amplio y da una idea correcta de lo que puede ser una generalización, sin embargo, puede darse el caso de que la conclusión no sea verdadera cuando la observación sea muy reducida:

Ejemplo:

En México la Zona Norte tiene un porcentaje de alfabetismo de un 82%, la Zona Noreste de 86%, la Zona Centro-Sur de 73%, la Zona Noreste de 87%. Inferimos: MEXICO TIENE UN PORCENTAJE DE ALFABETISMO DE 82%.

Este método es propio para observar y experimentar en Física, Química y Biología así como en Psicología, puesto que no se puede concluir a partir de principios generales, sino de observaciones, experimentaciones y comprobaciones.

El método deductivo, usado por los griegos, es aquél en el que el razonamiento pasa de un enunciado general a otro particular, o sea, se da una conclusión a partir de condiciones generales; en la lógica deductiva no interesa la verdad de la conclusión sino que ésta se infiera de los enunciados llamados premisas, si ésto sucede se dirá que la conclusión es válida, de otro modo el razonamiento no es válido.

Ejemplo:

VALIDA	NO VALIDA
Todos los que asistieron a la función compraron su boleto. Miguel asistió a la función. Por lo tanto: Miguel compró su boleto.	Algunos de mis compañeros son latinos. Hans Kruger es mi compañero. Por lo tanto: Hans Kruger es latino.

Este método lógico, el deductivo, es el prototipo para aplicarlo a las ciencias formales como la Física, la Matemática.

Existe otro método que se usa para las decisiones de la vida diaria y es el Método Analógico en el cual el razonamiento se hace por comparaciones o analogías. Algunos autores lo consideran rama del Método Inductivo, ya que la conclusión es tan particular como las premisas, o es tan general como sus premisas.

Ejemplo:

Circular por determinada calle porque en otras ocasiones no ha habido problemas con el tránsito.

2.1.3.- Importancia de la Lógica Matemática.

"El método de la Matemática es básicamente deductivo ya que se apoya en razonamientos llamados AXIOMAS de los que se obtienen nuevas verdades hasta llegar a los teoremas que forman la estructura central de la Matemática".

Por ésto, el estudio de la Lógica Matemática es muy importante y proporciona superioridad en la mente de quienes la manejan pues va señalando un camino exacto al raciocinio. El lenguaje se manipula con más claridad y precisión.

Al principiante le desarrolla el hábito de poner atención en las demostraciones a que da lugar su práctica y al estudiante lo prepara para que se le haga más liviano el continuar con estudios más profundos en este campo y al mismo tiempo se le facilitará enfrentarse a otras teorías matemáticas como Conjuntos o Cálculo proposicional en las que la Lógica puede servir de plataforma.

Sin embargo, quien utilice la Lógica no aspirará a someter todos sus razonamientos a fórmulas matemáticas, pues tal vez se habitúe a ver y sentir sus problemas y los de los demás en forma abstracta tal, que lo deshumanicen y al perder contacto con la realidad se convierta en un ser estricto, frío, calculador.

Así pues, la Lógica Matemática siempre será un apoyo eficaz en cuanto a las deducciones pero sin dejar de contemplar la naturalidad de la vida diaria.

---

(1) ENCICLOPEDIA SALVAT DICCIONARIO
Salvat Editores, S.A.

2.2.- PROPOSICIONES Y SU VALOR DE VERDAD.

2.2.1.- Proposiciones y su simbolismo.

Una proposición es un enunciado declarativo que es verdadero o falso, pero no puede ser ambos a la vez.

Ejemplo:

La Tierra es un elipsoide.
Todos llegamos a tiempo.

En cambio, no son proposiciones:

¿Que hora es?	¡Vete, por favor!

porque no afirman, ni niegan algo, además toda proposición debe llevar sujeto y predicado.

Las proposiciones anteriores se llaman: Atómicas o Simples porque no pueden descomponerse en otros enunciados.

Las proposiciones compuestas de varias simples o atómicas - se llaman: MOLECULARES. Y están conectadas o unidas por las partículas:

y	o
si ... entonces	
... si y solo si...	

que también se llaman: CONECTIVOS LOGICOS.

Ejemplos: (Asistimos al festival) y (ahí te vimos)
(Nos ofrecieron refrescos) o (limonada)
Si (la pintura es al óleo) entonces (es cara)

Las proposiciones simples se simbolizan por las letras minúsculas p, q, r...

Ejempos:

p: ayer veniste
q: te fuiste temprano.

También puede simbolizarse así: $\boxed{p \wedge q}$
que equivale a decir: Ayer veniste y te fuiste temprano.

Cada conectivo lógico tiene un símbolo y da un nombre a las proposiciones que une, así se indica en el cuadro siguiente:

Símbolo	Nombre	Término de enlace
$\wedge$	CONJUNCION	y
$\vee$	DISYUNCION	o
$\Longrightarrow$	CONDICIONAL	si ... entonces
$\Longleftrightarrow$	BICONDICIONAL	... si y solo si...

* CONJUNCIÓN $\wedge$ " y " Ejemplo:	La unión de dos proposiciones simples por medio - de la partícula "y" se llama conjunción y se simboliza así $\wedge$ Paso por tí temprano y recogemos a Carlos. $p \wedge q$

*DISYUNCION $\vee$ "O" Ejemplo:	La unión de dos proposiciones atómicas por medio del conectivo "o" se llama disyunción y se simboliza con $\vee$ La cerradura está descompuesta o esta llave está equivocada. $p \vee q$
*CONDICIONAL si...entonces... Ejemplo: $\Longrightarrow$	Cuando el conectivo si...entonces... une dos proposiciones simples la proposición que resulta se llama condicional y se representa de este modo: $\Longrightarrow$ Si hoy llueve entonces se suspendera la función. Consideramos a la proposición simbolizada por "p" como el antecedente y a la representada por "q" como el consecuente.
*NEGACION $\neg$ Ejemplo:	Cuando a una proposición simple se le añade la partícula "no", a la proposición resultante se le llama negación, es considerada proposición molecular y se le representa con cualquiera de estos símbolos: $\neg$ $\sim$ p: Italia es una isla. p: No ocurre que Italia es una isla: $\neg p$
*BICONDICIONAL $\Longleftrightarrow$ Ejemplo:	Cuando una proposición molecular lleva el conectivo si... y solo si... se le da el nombre de bicondicional y se simboliza así: $\Longleftrightarrow$ Te escucho, si y solo si hablas. $p \Longleftrightarrow q$

Uso de paréntesis:

Como es muy frecuente encontrar proposiciones que tienen más de un término de enlace, en Lógica Matemática es importante el empleo de paréntesis para separar las proposiciones atómicas que forman una molecular, quedando afuera de dichos paréntesis los conectivos.

Ejemplos: $(p \vee q) \wedge r$

$p \Longrightarrow (q \wedge r)$

$(p \wedge q) \Longrightarrow (r \wedge s)$

Así como una proposición puede expresarse en símbolos, también una simbolización puede traducirse al lenguaje corriente - teniendo en cuenta el significado de cada símbolo y que las letras p, q, r, etc., estén representando a determinada proposición.

Ejemplo:

p: Luis tiene suerte en los negocios.
q: Criaba aves de todas clases.
r: Compró una granja.

Se traduce al modo siguiente:

$p \wedge r$:	Luis tiene suerte en los negocios y compró una granja.
$q \Longrightarrow r$:	Si criaba aves de todas clases entonces compró una -- granja.
$(r \wedge q) \Longrightarrow p$:	Si compró una granja y criaba aves de todas clases, entonces Luis tiene suerte en los negocios.

Si la proposición tiene un sujeto determinado se le da el nombre de proposición CERRADA y es fácil determinar si es falsa o verdadera.

Ejemplo: México tiene una gran reserva petrolera.

Cuando el sujeto es indefinido, decimos que es una proposición ABIERTA y no se puede deducir inmediatamente si es falsa o verdadera hasta que la variable (el sujeto indefinido) se sustituya, y así, la proposición abierta pasa a cerrada.

Ejemplos: Algunos países de América del Norte tienen gran reserva petrolera.

X es un número mayor que 3.

Si se sustituye la x por el número 2, sabremos si es falsa o verdadera esta proposición.

Operaciones Lógicas:

Tanto en Aritmética como en Lógica se realizan varias operaciones o combinaciones de proposiciones y son:

UNARIAS	BINARIAS
Cuando una proposición atómica se le agrega el conectivo "no" obteniéndose una negación.	Cuando se reúnen dos proposiciones con cualquiera de los conectivos dando origen a una conjunción, disyunción o bicondicional.

2.2.2. Conectivos Lógicos.

Cada proposición puede tener un valor de verdad: cada proposición ha de ser falsa o verdadera.

El valor de verdad de una proposición verdadera es verdadero.

El valor de verdad de una proposición falsa es falso.

El valor de verdad de una proposición se simboliza con la letra "v" minúscula, seguida de un paréntesis, así:

$$v\ (\quad)$$

Si se va a representar el valor de verdad de la proposición q se hará así:

$$v\ (q) = v \qquad o \qquad v\ (q) = f$$

También hay otra simbolización con el número:

1 (uno) para el valor verdadero.

2 (dos) para el valor de verdad falso.

DISYUNCION: La disyunción solamente es falsa cuando las dos proposiciones atómicas que la forman son falsas, en los demás casos es verdadera.

p: Cuauhtémoc fue un emperador español. (F)

q: Cortés fue soldado mexicano. (F)

$p \vee q$: Cuauhtémoc fue un emperador español o Cortés fue un soldado mexicano. (F)

El conectivo "o" puede originar que la disyunción resulte:

INCLUSIVA	EXCLUSIVA
Cuando al menos una de las dos proposiciones se realiza sin descartar la posibilidad que se verifiquen las dos. La disyunción inclusiva siempre es verdadera, a menos que las dos proposiciones sean falsas, se simboliza (V)	Cuando indica que no se pueden cumplir al mismo tiempo las dos posibilidades, será verdadera sólo cuando las proposiciones sean una verdadera y la otra falsa, se simboliza $(\underline{V})$

EJEMPLOS:

p: Te peino o me río.

(V)

p: Pizarro era un soldado español o peruano.

$(\underline{V})$

Lo anterior se puede simbolizar en un cuadro de verdad. Tambien se puede representar por medio de un diagrama, en el que la parte sombreada es V y el signo negativo es F.

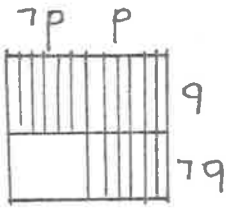
Tabla de Disyunción inclusiva:

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

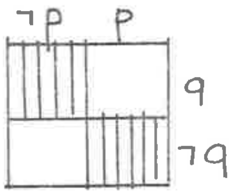
Tabla de Disyunción exclusiva:

p	q	$p \veebar q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Diagrama



Diagrama



CONJUNCION: Al unir dos proposiciones atómicas cualquiera que -- sean, se forma una conjunción, no importa que no se relacionen en cuanto al contenido.

LA CONJUNCION ES VERDADERA , SI Y SOLO SI AMBAS PROPOSICIONES -- SON VERDADERAS.

p: el mar se ve azul (V) q: el campo es verde (V)

p q: el mar se ve azul y el campo es verde (V)

p: el agua es un gas (F) q: el oro es un metal (V)

p q: el agua es un gas y el oro es un metal (F)

Las cuatro combinaciones posibles son:

p es verdadera y q es verdadera $p \wedge q$ = V

p es verdadera y q es falsa $p \wedge q$ = falsa

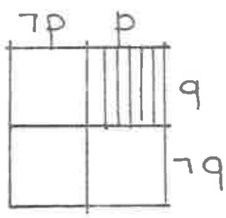
p es falsa y q es verdadera $p \wedge q$ = falsa

p es falsa y q es falsa $p \wedge q$ = falsa

Cuadro de verdad de la conjunción:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Diagrama



CONDICIONAL: En la proposición molecular condicional estamos declarando que si se cumple el antecedente, también se cumple el consecuente.

Ejemplo: p: Si el río Papaloapan está en Veracruz (antecedente)

entonces es un río mexicano (consecuente) (V)

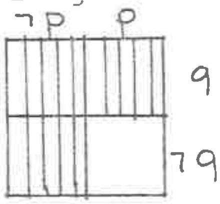
UNA PROPOSICION CONDICIONAL SERA SIEMPRE VERDADERA. Y SERA FALSA CUANDO EL ANTECEDENTE SEA VERDADERO Y EL CONSECUENTE FALSO.

Ejemplo: p: Si el río Papaloapan está en Veracruz, entonces es un río venezolano. (F)

Tabla de la condicional:

p	q	$p \Longrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Diagrama:



Al intercambiar el antecedente por el consecuente, éste pasa a ser antecedente en una proposición condicional, hemos de decir que así se obtiene la RECIPROCA.

O sea, $p \Longrightarrow q$, recíproca: $q \Longrightarrow p$

Ejemplo: p: Si te llaman por teléfono, entonces te dejo un recado. $p \Longrightarrow q$

La recíproca queda así:

Si te dejo un recado entonces te llamaron por teléfono. $q \Longrightarrow p$

En ésta última ya se ha cambiado el significado de la proposición original, ya que se afirma algo que no necesariamente es verdadero.

La contrarrecíproca de una condicional se obtiene pasándola primero a su recíproca y enseguida negando tanto el nuevo consecuente como el antecedente.

Ejemplo: Si Ecuador está en el trópico entonces es caluroso.

$p \Longrightarrow q$

Recíproca: Si es caluroso, entonces Ecuador está en el trópico.

$q \Longrightarrow p$

Contrarrecíproca: Si no es caluroso, entonces Ecuador no está en el trópico.

$\neg q \Longrightarrow \neg p$

NEGACION: Si una proposición simple le aplicamos el conectivo "no", la hemos negado, o sea, hemos cambiado su valor de verdad: a una proposición verdadera la hemos convertido en falsa.

p: escucho los ruidos de la calle.

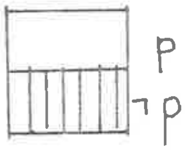
p: NO escucho los ruidos de la calle

Si p es verdadera, entonces p es falsa.

Tabla de verdad de la negación:

p	$\neg p$
1	0
0	1

Diagrama:



DOBLE NEGACION: Una proposición doblemente negada sigue siendo la original, es decir:

$$\neg \neg p \; : \; p$$

Ejemplo: p: Japón conserva muchas tradiciones.

$\neg$ p: Japón no conserva muchas tradiciones

$\neg \neg$ p: Es falso que Japón no conserva muchas tradiciones.

BICONDICIONAL: Es la unión de una condicional con su recíproca, por ésto también se le llama doble implicación.

Ejemplo: p: ésta es Lilia q: aquélla es Liliana.

Si ésta es Lilia, entonces aquélla es Liliana.

$$p \Longrightarrow q$$

Si aquélla es Liliana, entonces ésta es Lilia.

$$q \Longrightarrow p \quad \text{(recíproca)}$$

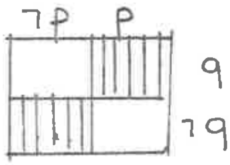
Esta es Lilia si y solo si aquélla es Liliana.

$$p \Longleftrightarrow q$$

Tabla de verdad de la Bicondicional:

p	q	$p \Longleftrightarrow q$
1	1	1
0	1	1
1	0	0
0	0	1

Diagrama



2.2.3.- Construcción de Tablas de Verdad.

El objeto de la tabla de verdad es conocer el valor de verdad de la proposición molecular según las posibilidades de valores que tengan las proposiciónes atómicas que la forman.

Cuando se conocen los valores de verdad de cada una de las proposiciones de que consta un ejemplo, se emplea el método de enlaces lógicos aplicando las tablas de cada conectivo.

Cuando hay una sola proposición los posibles valores de verdad serán:

V y F = dos posibilidades.

Cuando son dos proposiciones hay 4 posibilidades:

v	v
v	f
f	v
f	f

Cuando son 3 proposiciones se dan 8 posibilidades, y se puede representar así:

$$2 = 2 = 2^1$$
$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$
$$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

Ejemplo de una tabla de verdad: $\neg (p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Clasificación según el valor de verdad.

TAUTOLOGIA: Cuando el resultado en una tabla de verdad todos - los valores son verdaderos, cualquiera que sean -- los valores de verdad de las proposiciones simples que la forman.

$$(p \vee q) \Longrightarrow (q \vee p)$$

p	q	$p \vee q$	q	p	$q \wedge p$	$p \vee q \Rightarrow q \vee p$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	F	F	V

CONTRADICCION: Cuando es falsa en todas sus posibilidades:

$$\neg \left[(p \wedge q) \Longrightarrow p \right]$$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$	$\neg$
V	V	V	V	F
F	V	F	V	F
V	F	F	V	F
F	F	F	V	F

CONTINGENCIA: Si en el resultado de una tabla de verdad no hay tautología o contradicción, que es en la mayoría de los casos.

2.3.- INFERENCIA LOGICA.

Conocidas ya las formas de las proposiciones y su simbolización, se puede continuar con el paso inmediato que es la LOGICA FORMAL, o sea, la inferencia y la deducción. Para ésto, se prin cipia con las premisas (conjunto de proposiciones) y se termina con la conclusión (deducción que se obtiene de las premisas) - que está permitido por ciertas:

2.3.1.- Reglas de Inferencia. (1)

(P.P.) MODUS PONENDO PONENS: Permite pasar de dos premisas a

$\Longrightarrow$ la conclusión. Esta regla se aplica a la forma de proposiciones, así que no importa el contenido. Su nombre se puede explicar así: es el método (MODUS) que afirma (PONENS) afirmando (PONENDO) el antecedente.

Premisa 1.	$p \Rightarrow q$	1. Si María es tu tía, entonces es mi hermana.
Premisa 2.	p	2. María es tu tía.
Conclusión	$\therefore\ q$	3. Concl. María es mi hermana.

Ejemplos:

1) $\begin{array}{l} r \Rightarrow s \\ r \\ \hline \therefore\ s \end{array}$ 2) $\begin{array}{l} r \\ r \Rightarrow \neg s \\ \hline \therefore\ \neg s \end{array}$ 3) $\begin{array}{l} p \wedge q \Rightarrow r \\ p \wedge q \\ \hline \therefore\ r \end{array}$ 4) $\begin{array}{l} \neg p \Rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$

5) $\begin{array}{l} q \Rightarrow (r \wedge s) \\ q \\ \hline \therefore\ (r \wedge s) \end{array}$ 6) $\begin{array}{l} \neg(p \vee r) \Rightarrow s \wedge \neg q \\ \neg p \vee r \\ \hline \therefore\ s \wedge \neg q \end{array}$ 7) $\begin{array}{l} (r \wedge s) \Rightarrow \neg(p \vee \neg r) \\ r \wedge s \\ \hline \therefore\ \neg(p \vee \neg r) \end{array}$

(T.T.) MODUS TOLLENDO TOLLENS: Se aplica a las proposiciones -

(1) SUPPES Y HILL "INTRODUCCION A LA LOGICA".
Editorial Reverté, S.A.

condicionales y radica en que negando (TOLLENDO) el consecuente, se puede negar (TOLLENS) el antecedente de la condicional:

Premisa 1	$p \Rightarrow q$	1. Si es japonesa tiene ojos rasgados.
Premisa 2	$\neg q$	2. No tiene ojos rasgados.
Conclusión	$\therefore\ p$	3. Conclusión: no es japonesa.

Ejemplos:

1) $\begin{array}{c} r \Rightarrow s \\ \neg s \\ \hline \therefore \neg r \end{array}$ 2) $\begin{array}{c} p \Rightarrow \neg q \\ \neg(\neg q) \\ \hline .\ .\ \neg p \end{array}$ 3) $\begin{array}{c} (q \wedge r) \Rightarrow s \\ \neg s \\ \hline \therefore \neg(q \wedge r) \end{array}$ 4) $\begin{array}{c} \neg p \Rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg(\neg p) \end{array}$

(T.P.) MODUS TOLLENDO PONENS: Esta regla indica que negando -- (TOLLENDO) un miembro de la DISYUNCION se afirma (PONENS) el otro miembro.

Premisa 1	$p \vee q$	1. Mario pelea o pierde el título.
Premisa 2	$\neg p$	2. Mario no pelea.
Conclusión	$\therefore\ q$	3. Mario pierde el título.

Ejemplos:

1) $\begin{array}{c} q \vee r \\ \neg r \\ \hline \therefore q \end{array}$ 2) $\begin{array}{c} (p \wedge q) \vee s \\ \neg s \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$ 3) $\begin{array}{c} \neg s \vee t \\ \neg t \\ \hline \therefore \neg s \end{array}$ 4) $\begin{array}{c} \neg p \vee \neg q \\ \neg(\neg p) \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$

2.3.2.- Otras reglas de Inferencia.

(D.N.) DOBLE NEGACION: Es muy sencilla ya que de una premisa úni ca se pasa a la conclusión, o sea, es una negación de negación.

1. p: La luna brilla de noche.

$\therefore$ No es cierto que la luna no brilla de noche.

1) p
$\therefore \neg\neg p$

1

Y

1) $\neg\neg p$
$\therefore$ p

2

2) p: No ocurre que la Tierra no es planeta.

$\therefore$ La Tierra es un planeta.

La doble negación concluirá así:

1) r	2) $\neg\neg p$	3) $\neg\neg(p \wedge q)$	4) $\neg\neg(r \Rightarrow s)$
$\therefore \neg\neg r$	$\therefore$ p	$\therefore$ $p \wedge q$	$\therefore$ $r \Rightarrow s$

2.3.3.- Silogismos. (1)

(H.S.) LEY DEL SILOGISMO HIPOTETICO: Se obtiene una conclusión $\Longrightarrow$ de un conjunto de premisas.

Premisa 1	$p \Rightarrow q$
Premisa 2	$q \Rightarrow r$
Conclusión	$p \Rightarrow r$

1. Si la Tierra gira sobre un eje, entonces tiene movimiento de rotación.
2. Si tiene movimiento de rotación origina el día y la noche.
3. Si la Tierra gira sobre su eje origina - el día y la noche.

(D.S. LEY DEL SILOGISMO DISYUNTIVO: Es la inferencia que se -

(1) JASSO GUTIERREZ PEDRO "LOGICA MATEMATICA". Edit. Mc. Graw-Hill

hace de dos condicionales y una disyunción.

Premisa 1	$p \vee q$		1.	Lupe escribe o canta.
Premisa 2	$p \Rightarrow r$		2.	Si Lupe escribe entonces va al centro.
Premisa 3	$q \Rightarrow s$		3.	Si Lupe canta entonces se queda.
Concl. ∴	$r \vee s$		∴	Lupe va al centro o se queda.
o ∴	$s \vee r$		∴	Lupe se queda o va al centro.

1.- México trabaja o sale de la crisis.

2.- Si México trabaja entonces sale de la crisis.

3.- Si México sale de la crisis entonces progresa.

∴ México sale de la crisis o progresa.

∴ México progresa o sale de la crisis.

Después que, en el capítulo anterior se han presentado las tablas de verdad y las reglas de inferencia para probar la validez de una conclusión se puede pensar si sólo de ese modo se -- prueba una argumentación, la respuesta será: Hay otro método -- aunque más complicado donde se trabaja tanto en las premisas como en las conclusiones con proposiciones atómicas, a este análisis se le da el nombre de cuantificadores.

2.4.- CUANTIFICADORES.

2.4.1.- Concepto y símbolos.

Las proposiciones atómicas constan de:

TERMINO Y PREDICADO

TERMINO	PREDICADO
Es una expresión con la que se nombra o designa un objeto único.	Es el resto de la proposición, o sea, lo que se dice del sujeto.
Se le representa con una letra minúscula "t" o "m".	Se le representa con una letra mayúscula "M" o "R".
Juan es un buen corredor.	Juan es un buen corredor.
j es un buen corredor.	C (j)

Cuando en la proposición hay dos o más términos se pondrán a su derecha:

El perro es más inteligente que el burro.

I (b,p) y se lee: " I de b,p "

También se pueden simbolizar proposiciones moleculares:

Ejemplo: Si México es extenso, Guatemala es pequeño.

quedará simbolizado: E (m) P (g)

"E" el predicado: es extenso.

"P" el predicado: es pequeño.

"m" el término: México.

"g" el término: Guatemala.

Los símbolos principales son: (1)

* Para predicados las letras mayúsculas A,B,C,...Z y se les denomina letras predicativas.
* Para sujetos determinados o para representar individuos las letras minúsculas a,b,c,...w y se les llama constantes individuales.

(1) MAYA ROCHA JUAN JOSE "MATEMATICAS I"
Edición Privada, S.L.P.

* Para sujetos indeterminados las letras minúsculas x,y,z.
* Para proposiciones universales que significan "todos" ($\forall$ x) que se lee "para toda x" y para "ninguno": ($\forall$ x)
* Para proposiciones particulares que significan "algunos": ($\exists$ x) que se lee "existe algún x". Y "algunos no": $\sim$($\exists$ x)

LOS VOCABLOS TODOS, NINGUNO, ALGUNOS Y ALGUNOS NO RECIBEN EL NOMBRE DE CUANTIFICADORES.

Todas las proposiciones que llevan estos cuantificadores no pueden simbolizarse en forma directa y de acuerdo a su clasificación quedarán incluidos en los siguientes cuadros.

2.4.2.- Clasificación de cuantificadores y sus reglas.

2.4.2.1.- Cuantificador universal.

Toda proposición universal, ya afirmativa, ya negativa, se convierte en una condicional: el antecedente queda representado por el sujeto de origen y el consecuente por el predicado.

Enseguida, el cuantificador se cambia por la expresión "para toda x" y por último se simboliza.

Ejempos:

TODOS LOS PECES NADAN.

Cuantif.	sujeto	predicado	1er. paso
"para toda x"	si x es pez,	entonces nada	2° paso

$\forall x: \; Px \Longrightarrow Nx$

TODOS LOS PECES NADAN.

$\boxed{\forall x: \; Px \Longrightarrow Nx}$ 3er. paso

NINGUN HOMBRE VUELA

Cuantif. sujeto predicado 1er. paso

"para toda x" si x es el hombre entonces x no vuela

$\forall x$ Hx $\Longrightarrow$ $\sim Vx$ 2o. paso

NINGUN HOMBRE VUELA

$\boxed{\forall x: \quad Hx \Longrightarrow \sim Vx}$ 3er. paso

2.4.2.2.- Cuantificador existencial.

Toda proposición particular ya sea afirmativa o negativa se convierte primero en una conjunción (con la partícula 'y'): el término sujeto da origen a la primera proposición de la conjunción y el término predicado constituye la segunda. El cuantificador se cambia por la expresión "existe algún x tal que" y por último se simboliza.

Ejemplos:

ALGUNOS GOBERNANTES SON HONESTOS 1er. Paso

Cuantif. sujeto predicado

"existe un x tal que": x es gobernante y x es honesto
2o. paso

$\exists x$: Gx $\wedge$ Hx

ALGUNOS GOBERNANTES SON HONESTOS

$\boxed{\exists x : Gx \wedge Hx}$ 3er. paso

ALGUNAS MUJERES NO TRABAJAN. 1er. paso

Cuantif. sujeto predicado

"existe un x tal que": x es mujer y x no trabaja
2o. paso

$\exists x$: Mx $\wedge$ $\sim$ Tx

ALGUNAS MUJERES NO TRABAJAN

$\boxed{\exists x : Mx \wedge \sim Tx}$ 3er. paso

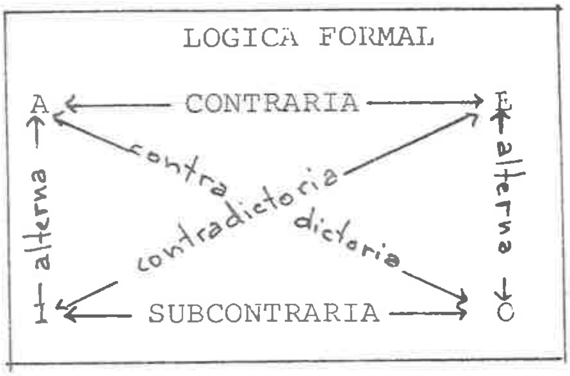
2.4.3.- Relaciones entre proposiciones.

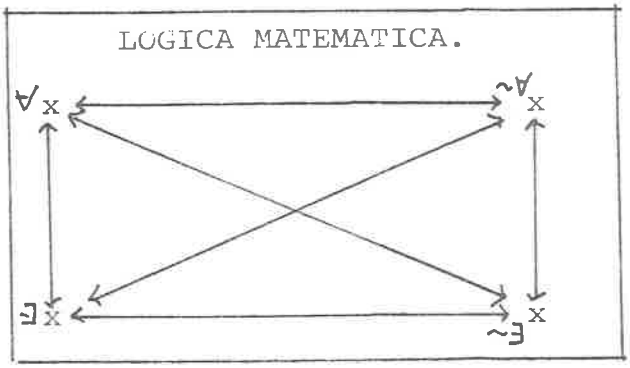
En la "Lógica tradicional" fundada por Aristóteles y los escolásticos de la que se hizo referencia en el primer capítulo de esta Tesina, ya estaban consideradas las relaciones que pueden existir entre la cantidad y cualidad de las proposiciones universales y particulares.

Se les representa con las cuatro primeras vocales del alfabeto y ahora se les ha agregado su simbolización respectiva que es la siguiente:

A: UNIVERSAL AFIRMATIVA Todos los ríos llevan caudal. $\forall x : D(x) \Longrightarrow M(x)$	E: UNIVERSAL NEGATIVA Ningún río lleva caudal. $\forall x : D(x) \Longrightarrow M(x)$
I: PARTICULAR AFIRMATIVA Algunos ríos llevan caudal. $\exists x : \left[D(x) \wedge M(x) \right]$	O: PARTICULAR NEGATIVA. Algunos ríos no llevan caudal. $\exists x : \left[D(x) \wedge \sim M(x) \right]$

Las relaciones entre estas proposiciones se aprecian en el siguente cuadro llamado de OPOSICIONES que también se emplea en lógica Cuantificacional usando los símbolos antes mencionados.





2.4.3.1.- Proposiciones contradictorias. (1)

Son aquéllas que no pueden ser ambas verdaderas ni ambas - falsas, o sea, una es falsa y otra verdadera, o bien, cada una es la negación de la otra. Viendo el cuadro de oposición se re fiere a:

A con O

E con I

1. Todos los perros ladran.	A verdadero
2. Algunos perros no ladran	O falso
3. Ningún perro ladra.	E falso
4. Algunos perros ladran	I verdadero

2.4.3.2.- Proposiciones contrarias.

Son aquéllas que no pueden ser ambas verdaderas (ejemplo 1 y 2) pero que sí pueden ser ambas falsas (ejemplo 3).

A con E

Ejemplos:

1. Todos los libros tienen hojas. Ningún libro tiene hojas	A verdadero E falso
2. Todos los bebés hablan Ningún bebé habla.	A falso E verdadero.

(1) JASSO GUTIERREZ PEDRO. "LOGICA MATEMATICA"
Edit. Mc. Graw-Hill.

3. Todos los televisores son a color Ningún televisor es a color	A falso E falso

2.4.3.3.- Proposiciones subcontrarias.

Cuando las proposiciones no pueden ser ambas falsas (ejemplos 1 y 2) pero sí ambas verdaderas (ejemplo 3).

I con O

Ejemplos:

1. Algunos huicholes son tarascos Algunos huicholes no son tarascos.	I falso O verdad
2. Algunos lápices tienen grafito Algunos lápices no tienen grafito	I verdad O falso
3. Algunos mexicanos emigran al norte Algunos mexicanos no emigran al norte	I verdad O verdad

2.4.3.4.- Proposiciones subalternas.

Son las proposiciones que ambas pueden ser verdaderas (ejemplo 3) y también ambas pueden ser falsas (ejemplo 1); pero puede ser falso el universal y verdadero el particular (ejemplo 2).

A con I

E con O

Ejemplos:

1. Todos los soles son planetas. Algunos soles son planetas.	A falsa I falsa
2. Ninguna uva tiene semillas Algunas uvas no tienen semillas	E falso O verdadero
3. Todos los peces tienen aletas. El huachinango tiene aletas.	A verdadero I verdadero.

3.- REFLEXIONES SOBRE MATEMATICA.

3.1.- LA MATEMATICA EN LA ESCUELA PRIMARIA.

3.1.1.- Alfabetización matemática.

La demagogia con que se tratan los problemas actuales: de - sanidad, enfermedades, hambre, guerra, crisis económicas y políticas, hace creer que la solución a todo ello está en manos de - expertos sociólogos y poderosos estadistas, de líderes "mártires" a quienes la propaganda de los medios masivos de comunicación engrandece y les coloca una aureola de apóstoles modernos.

En realidad enfrentan gobiernos que deberían estar preocupados por salvaguardar la cultura de sus gobernados o buscar métodos para el mejor aprovechamiento de la tierra laborable; sólo - buscan estar en boca de la opinión mundial sin resolver las la--- cras de la sociedad porque ellos son parte de ellas.

En la soledad de los laboratorios donde, a través de horas de ardua labor, los científicos, en su afán incansable de descubrir mediante cálculos matemáticos, experimentos, nueva aplica-- ción de leyes matemáticas, etc., llegan a la verdadera solución del dolor humano gracias a antibióticos que combaten con efica-- cia enfermedades que antaño asolaron a la humanidad; que rehabilitan a miles de obreros que con su trabajo ayudaron a acrisolar fortunas de empresarios, adaptándoles aparatos y órganos que reemplacen a los dañados; buscando sustitutos de los alimentos básicos que escasean, por productos de más poder nutritivo ... "Es aquí donde la Matemática cumple con su misión social. (1)

3.1.2.- Matemática formativa.

La Matemática es una de las ciencias cuya enseñanza no puede ser intermitente, ya que desde que se inicia en la Primaria se continúa con ella hasta estudios superiores y tiene dos aspectos a contemplar:

*el aspecto informativo que considera toda la serie de elementos que se dan a conocer al alumno para que los maneje dentro de ésta u otras ciencias.

*el aspecto formativo se refiere a la ayuda eficaz que proporciona la Matemática al individuo al desarrollar en él toda su capacidad de raciocinio, en el interés con que el alumno va captando e intercalando en su vida diaria cierta eficacia y sentido discriminatorio sobre lo supérfluo y lo esencial.

No se debe confundir que al hablar del sentido práctico de la Matemática sea atiborrar al alumno de mecanizaciones y cálculos que a veces se usan esporádicamente; preferible es disminuir la cantidad, para que la utilización de todo ese aspecto informativo lleve al alumno a sentirse más eficiente en la resolución de problemas y que éstos sean variados e interesantes para que no los deje de lado cuando no es capaz de encontrar la

(1) SANTALO LUIS A. "LA EDUCACION MATEMATICA, HOY" Editorial Teide.

solución satisfactoria.

3.1.3.- Actualización de aplicaciones.

Generalmente se supone que la Matemática Moderna no se trabaja en la escuela primaria por las abstracciones que hace, y que descuida el cálculo al ocuparse de otras interpretaciones. Sin embargo, todos estos prejuicios están fuera de la realidad, pues se trata de actualizar sus aplicaciones para que el alumno la encuentre más manejable, que se aleje de la memorización de definiciones y axiomas y que se le lleve a la práctica de la Matemática. Por ejemplo, si se está tratando el Sistema Decimal, qué mejor que medir la estatura de algunos compañeros o que al salón se lleve una balanza para que se familiaricen con el sistema de pesas y medidas y de ahí se adquiera el conocimiento práctico de cómo hacer y leer cada pesada. Si se está tratando de perímetros, ¿por qué no analizar y medir los bastidores de los vidrios de las ventanas, ya sea de su salón de clases o en cualquier parte de la escuela?. Y si se habla de áreas, abandonando el salón, que los alumnos y su maestro se desplacen a las canchas y las midan y que comparen su superficie con la total del patio.

De este modo en cada clase el interés del alumno y la habilidad del maestro serán los que den vida y movimiento a este importante aspecto. Esto es lo que moderniza a la Matemática: que sea práctica y menos idealista, sobre todo en la presentación de problemas que deben ser los de la vida diaria, para que el alumno vaya aumentando su agilidad mental hasta encontrar so luciones por sí mismo con los mejores métodos.

En fin, en el maestro radica que al tratar Matemáticas ponga en juego su ingenio para ir creando sus propios métodos de enseñanza y el alumno, a su vez, todos sus sentidos y lograr aprender através de ellos manejando regletas, geoplanos, bloques, tarjetas, cajas en las que puede utilizar varios elementos en cada jornada. Cuando ésto suceda podremos decir que los maestros están conscientes de su alta misión como pilares de la sociedad.

3.2.- PROGRAMAS Y LIBROS DE TEXTO.

3.2.1.- Generalidades.

Padres de familia y maestros sabemos que el niño, desde que está aprendiendo a hablar va relacionándose con sonidos y vocablos, pero también con números y operaciones muy sencillas con ellos.

Cuando el niño ingresa a la escuela primaria llega con ciertos conocimientos de Aritmética y de una manera intuitiva conoce y resuelve problemas: por ejemplo cuando comparte algo con un amiguito generalmente deja para sí MAS y al otro le da MENOS, si es entre varios niños ese compartir se transforma en DIVIDIR, si lleva varias canicas al salón, aunque todavía no sabe contar sino unos cuantos elementos, reclama tantas canicas que se le han perdido (RESTA) y en otras ocasiones es capaz de intercambiar una chuchería por varias que desea de su amiguito - (MULTIPLICA).

Actualmente, en los Libros de Texto, en la parte que corresponde a Matemática se trata de que el alumno desarrolle esa capacidad intuitiva dirigida hacia esta ciencia por medio de juegos (desde pre-primaria), con libros atractivos y gran cantidad de - material pedagógico y es lo que se ha llamado "Nueva Matemática".

Sin embargo, esta innovación ha causado cierta inseguridad en el maestro de primaria y en los padres de familia por el lenguaje riguroso y las demostraciones, a veces elevadas, que se hacen en ciertos libros comerciales por no estar dosificados para el grado de adelanto que va adquiriendo en sus diferentes etapas el estudiante de primaria.

En los Libros de Texto con que se trabaja en primaria se -- trata de enseñar a deducir y se procura que, a través del maestro vayan adquiriendo un lenguaje más formal para que el alumno sea capacitado para emitir conclusiones cada vez más claras y -- precisas, para ello se ha tomado como punto de partida la Teoría de Conjuntos presentando un simbolismo adecuado a las abstracciones que se vayan requiriendo.

En la sección de Lógica Matemática se hace ver al maestro - que deberá ir entrenando a sus discípulos para que afirmen su capacidad de razonar lógicamente, y de ir proporcionando un lengua je más formal que el cotidiano.

En lo referente a Probabilidad y Estadística será necesario que el niño tenga una gran cantidad de experiencias y problemas concretos, antes de que el maestro proceda a hacer abstracciones y síntesis porque si sólo se utiliza la memoria ésto traerá como consecuencia que no se desarrolle el espíritu - de observación y deducción con los que llegó el niño al ingresar al nivel primario.

3.2.2.- Lógica Matemática.

En cuarto grado se presenta la Lógica en relación con la Probabilidad, aspecto que se maneja en forma bastante extensa desde el tercer grado hasta el sexto, haciendo hincapié en que no es fácil trabajar con los conectivos lógicos y al final del Libro del Maestro se presentan resueltas las lecciones.

Se explica bastante sobre los conectivos lógicos "Y", "o" y presenta una explicación de cómo se entiende la conjunción - en Lógica y cuál es el sentido de la conjunción "Y" como copulativa, se une a la Lógica con los conjuntos al hablar de "e-- vento imposible" y relacionarlo con Probabilidad.

Enseguida se aclara que se trata de que el alumno entienda el significado preciso de los conectivos lógicos y la negación y nó de que aprendan la terminología.

En los Libros de Texto de 5o. grado, aparte de volver a -- tratar los conectivos "y", "o" y los cuantificadores "todos", - "algunos" y "niguno", se maneja el Ponendo Ponens, Tollendo Tollens y Tollendo Ponens.

También se maneja la Lógica con conjuntos y se hace refe-- rencia al conectivo "y" con la intersección, el conectivo "o" y unión de conjuntos, el cuantificador "todos" con un conjunto total y el cuantificador "algunos" con la intersección, finalmente al cuantificador "ningún" con el conjunto vacío.

En 6o. grado se presentan lecciones para interpretar y utilizar adecuadamente los cuantificadores, los conectivos "y", "o" la negación de una proposición dada, otras para diferenciar el carácter falso o verdadero de una proposición, de manera intuitiva y que desarrolle su capacidad de razonamiento lógico.

Se hace ver las confusiones con la negación cuando en lu-- gar de ésta se utiliza su contraria como: subir, en lugar de bajar ... debiendo usar no subir.

3.2.3.- Probabilidad y Estadística.

En el desarrollo de ésta rama de la Matemática en la escuela primaria, se tiene la intención de que el alumno capte ideas generales por la gran aplicación que tiene en Economía, Sociología, Biología, Psicología, Agricultura e Ingeniería.

Se principia en primaria porque es tema fácil de captación y se presta para que el niño utilice sus conocimientos matemáticos en la interpretación de fenómenos de cualquier naturaleza, como son, los deterministas y los de azar. En este nivel se inicia el estudio de Probabilidad más bien como un objetivo cultural, se expone un poco de historia en el Libro del Maestro y se da a conocer cómo el Caballero de Méré, aficionado a los juegos de azar, los plantea al físico y matemático Pascal, y éste al matemático Pedro de Fermat y cómo ambos resuelven los problemas planteados, con distintos métodos. Un siglo después Pedro Simón Marqués de Laplace escribe extensamente sobre ésto.

En la actualidad esta parte de la Matemática se aplica sobre todo en relación a asuntos comerciales, o socioeconómicos. En los diferentes grados la Probabilidad se maneja empleando el término "evento" como una colección de resultados de un experimento de azar y tráe una serie de ejercicios que, si el maestro de primaria es imaginativo, puede darles la presentación y variedad de juegos para hacerlos más atractivos e interesar a los niños hacia las conclusiones que el maestro tiene programado deducir de estas lecciones.

Se muestra de una manera sencilla cómo se encuentra la probabilidad de un evento al dividir el número de posibilidades de dicho evento entre el número total de posibilidades.

También se insiste en que no se encajone a la Probabilidad en su aplicación a los juegos de azar, sino que nacio porque ya había problemas qué resolver y se ha ido desarrollando dentro - de algunas ciencias y técnicas no sólo por sus aplicaciones si- no "Porque es otro punto de vista para mirar el universo". (1)

Estadística.

Aparece como una recopilación, presentación e interpreta-- ción de datos que se refieren a la administración del Estado, - como teoría se empieza a desarrollar en el Siglo XVII y en la - actualidad sus aplicaciones se ven en todas las ramas del saber.

Al tratar los temas de Estadística se sugiere que los alum nos realicen encuestas y después las representen gráficamente, ésto en el 3er grado. Sin dar los términos de frecuencia, modo y rango, se trabajarán en forma intuitiva haciendo preguntas a los niños.

Ya en el 4o. grado, se pretende que el alumno exponga con- clusiones a partir de las gráficas que habrán de ser de barras y al final del Programa se contempla que el alumno ya podrá cap tar y descifrar una gráfica pictográfica.

En 5o. grado es el mismo programa que el anterior con la - variante de que después de la gráfica de barras, el alumno dibu

(1) AUXILIAR DIDACTICO PARA 3ER. GRADO.
Matemáticas 3,4,5 y 6.
S.E.P. México, D.F.

je histogramas a partir de ellas.

En 6o. grado más que desarrollar conocimientos nuevos se pretende afirmar los que el niño ya posee. Se le hace notar al maestro que NO pretenda realizar las actividades en tiempos fijos y que deberá dosificar el tiempo de éstas de acuerdo al interés manifestado por los escolares en cada lección.

Análisis de los Libros de Texto en cuanto a:

Págs.	Lógica	Probabilidad	Estadística
6o. grado	32 77 78 107	18 33 60	60 102 177
5o. grado	136 247	22 23 24 50 51 127 129 192 196 204 206	87 89 90 156 158 160 244 260 262
4o. grado		14 86 206 207 208 226 227 236 240 241 242 246 247	118 119 186 187 200 201 202 203 234 235
3o. grado		156 157 158 159 185 238 239	186 187 188 189

3.3.- EL IDEAL EDUCATIVO EN LA MATEMATICA.

3.3.1.- Lo más importante.

En el acto educativo debe haber maestro y alumno, dualidad que no puede sustituir ninguna técnica moderna, pero es necesario que para que tal acto se realice el educador tenga la preparación adecuada sobre todo en Matemática, actividad que se habrá de impartir abundando en ejemplos, dando una idea clara sobre los principios y conceptos de que hecha mano la Matemática tradicional para desarrollar la capacidad de observación y raciocinio y así, el niño razone y obre por sí mismo. (1)

El estudiante habrá de sentir gusto por la Matemática para que todos los recursos de que sea capaz lo ayuden a buscar soluciones a los problemas planteados en clase y poco a poco vaya entrando a la Matemática abstracta de nuestro tiempo y que, aunque el nombre sea nuevo, seguirá utilizando y partiendo del mismo punto en que lo dejaron los Clásicos: maestro-alumno.

3.3.2.- El rigor lógico de la Matemática.

Generalmente pensamos que la nueva Matemática, por lo abstracto en ideas y principios, tiene cierto rigor porque suponemos que consiste en repetir de memoria ciertas verdades a la vez que se les acompaña de múltiples símbolos desconocidos para muchos, y, sin embargo, es más rigurosa la Matemática tradicional con las demostraciones y otros procesos elementales pero efectivos.

(1) ZUBIETA RUSSI FRANCISCO. "MODERNA ENSEÑANZA DINAMICA MAT." Edit. Trillas, México.

También es rigurosa la enseñanza clásica de la Geometría - por los trazos que se hacen con compás y regla para hacer demostraciones efectivas, y de aquí, como un paso lógico se continúa con las abstracciones de los métodos formales de la Matemática superior... en donde a pesar de todas las muestras los matemáticos no logran dar una definición en el sentido que todos tenemos de ellas.

3.3.3.- Decálogo del buen maestro.

Todo maestro, al presentarse ante su clase, de vez en cuando medita si lleva a cabo su tarea de instruir con la efectividad deseada, si, a pesar de su esfuerzo y preparación "algo" estará haciendo falta para abrir ese conducto entre él y sus alumnos. Hojeando la Enciclopedia Técnica de la Educación, en su - volumen III se encontró lo que enseguida se transcribe, como un mensaje al Magisterio que cada día se renueva en su labor:

1.- IMPARTIR LA CLASE CON EL SOLO PROPOSITO DE ENSEÑAR.

Proceder con modestia y sinceridad, con verdadero espíritu de servicio, dejando a un lado la vanidad y pedantería para ser eficiente. No tratar de deslumbrar a los alumnos haciéndose pasar por sabio.

2.- SABER DESPERTAR EN LOS ALUMNOS INTERES POR LO QUE SE - ENSEÑA.

La verdadera enseñanza es indagación dialogada, dirigida por el maestro y realizada por el discípulo, quien debe a---

prender a usar su propia iniciativa ante cada cuestión propuesta.

3.- MEDIR CONTINUAMENTE LA EFICACIA DE SU ENSEÑANZA.

Garantizar el aprendizaje mediante interrogatorio adecuado, pruebas, estudio dirigido. Comprobar lo que aprenden los alumnos, si corresponde efectivamente, a lo que enseña el maestro.

4.- ENSEÑAR CON LIBERTAD, SIN IMPOSICION NI DOGMATISMO.

Respetar la personalidad del estudiante. No tratar de "moldearle" la mente ni de imponerle la personalidad del maestro - porque ésto constituye un atentado contra la libertad personal.

5.- MOTIVAR LA ENSEÑANZA AL ABORDAR CADA TEMA NUEVO.

Esta motivación es tanto más necesaria cuanto más abstracta sea o parezca ser el tema de que se trata; recomendación muy valiosa en todos los grados de enseñanza.

6.- IMPARTIR LA ENSEÑANZA AL NIVEL ADECUADO.

En un curso elemental, reducir a un mínimo la exposición teórica de la materia; no perderse en discusiones filosóficas, preferir los ejercicios y las aplicaciones que ilustran métodos y teorías.

7.- ANTEPONER LOS CONCEPTOS A LAS DEFINICIONES.

Se adquiere en concepto de consideraciones intuitivas - y ejemplos ilustrativos convenientemente elegidos. Sin el con--

cepto previamente adquirido, la definición suele ser frase vana que nada dice.

8.- PREFERIR LOS METODOS EFECTIVOS A LOS PURAMENTE FORMALES

Dar preferencia a las definiciones y demostraciones efectivas; no utilizar el rigor formal cuando no sea estrictamente necesario. Recomendación especialmente válida en la enseñanza elemental.

9.- POSEER INFORMACION HISTORICA SOBRE LA MATERIA QUE ENSEÑA.

Esta información es muy valiosa para motivar la enseñanza; ella indicará al maestro el mejor camino a seguir para impartir el curso.

10.-MANTENERSE AL CORRIENTE DE LOS PROGRESOS DE SU CIENCIA

Recomendación especialmente válida en la enseñanza superior, donde la información debe estar siempre al día y enfocada hacia la investigación.

CONCLUSIONES GENERALES.

El origen de la Matemática se pierde en el pasado del hombre ya que los números con el lenguaje nacieron posiblemente -- cuando aquél se dio cuenta que tenía la capacidad de raciocinio que lo diferenciaba de los otros seres con quienes compartía la Naturaleza.

Las cuatro operaciones de la Aritmética deben haberse estructurado en el transcurso de muchos años: desde que el hombre tuvo la necesidad de contar y después, de hacer operaciones, ya que a medida que su vida fue cambiando aprendió a realizar otros trabajos y nuevos problemas se le fueron presentando, poco a poco, con un gran esfuerzo fue "inventando" la suma, la resta y así se dieron los primeros pasos hacia adelante... las operaciones fundamentales fueron insuficientes pues las civilizaciones progresaron y surgen los primeros pueblos: unos navegantes otros guerreros, unos agricultores otros constructores, y otros comerciantes y en todos ellos aparecen los matemáticos, los astrónomos, los geómetras, los físicos, los mecánicos, que se expresan en un lenguaje matemático y en la misma extensión continúan y se acrecientan sus dudas y sus necesidades y los decubrimientos.

... Y se fundan las diferentes escuelas que tuvieron vida antes de la Era Cristiana para enlazarse con los nombres más -- cercanos a nosotros: Newton, Leibniz, Gauss, Boole, Cantor.

Hoy la Matemática es una ciencia con infinidad de definiciones que nadie conoce totalmente. Tampoco nadie puede solucionar totalmente sus propios problemas sin que ella intervenga en la solución, así, está presente en los laboratorios de investigación, en las industrias, en los presupuestos oficiales, en las estadísticas, en la construcción de viviendas, en los proyectos de máquinas, en el trazo de caminos, hasta en el trazo de patrones para nuestra vestimenta o calzado, en el comercio de todos los días, en el deporte y sus récords, en el costo de la vida, todo esto nos recuerda que nuestra existencia está ordenada sobre bases matemáticas: a partir del nacimiento del ser.

Todos pensamos que por ser la Matemática una ciencia tan compleja, su estudio también debe ser difícil o que se deben tener aptitudes especiales para entenderla, sin embargo, no es así pues la mayor parte de los alumnos de primaria asimilan sus conocimientos y muchos prosiguen en carreras que son ramas de la Matemática. Lo que sucede es que algunas veces los libros de estudio son demasiado dogmáticos, otras los profesores no tienen habilidad para transmitir los conocimientos, pues no saben despertar el interés o antes de ejercitar a sus alumnos en los pasos más sencillos, les presentan de pronto lecciones para las que no están todavía preparados, lo que motiva un retroceso y hace pensar al estudiante que, o el conocimiento es muy difícil de adquirir o él no tiene facultades para las Matemáticas. Por eso es necesario que el maestro se familiarice con diferentes métodos de enseñanza, que él esté seguro de su preparación y ejercite mucho a sus alumnos en los procedimientos de cálculo, que enseñe a pensar con lógica para - que poco a poco él y sus discípulos lleguen al umbral de la Matemática Moderna y contemplar el panorama tan basto que se abre ante su capacidad de raciocinio, que sigue siendo milenios después y todavía, lo que nos diferencia de los otros seres con quienes compartimos la Naturaleza.

BIBLIOGRAFIA

AUXILIAR DIDACTICO PARA 3ER. GRADO.
Matemática para 3o., 4o., 5o. y 6o. grados.
S.E.P., México, D.F.

BIBLIOTECA SALVAT DE GRANDES TEMAS.
"La Nueva Matemática"
(Entrevista con André Lichnerowicz).

DICCIONARIO HISPANICO UNIVERSAL.
W.M. Jackson Inc. Editores.

DIDACTICA DE LA MATEMATICA.
Anuies.

ENCICLOPEDIA SALVAT EDITORES.
Edit. Salvat. S.A.

ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA INVESTIGACION.
Volumen III.

JASSO GUTIERREZ PEDRO
"Lógica Matemática"
Colección Educación Media Superior.
Mc. Graw-Hill.

SANTALO LUIS A.
"La Educación Matemática, hoy".
Colección "Hay que saber".
Edit. Teide.

SUPPES Y HILL
"Introducción a la Lógica"
Edit. Reverté, S.A.

MAYA ROCHA JUAN JOSE.
"Matemáticas I"
Edición Privada, S.L.P.

ZUBIETA RUSSI FRANCISCO.
"Moderna Enseñanza Dinámica Matemática".
Edit. Trillas, México.

LIBROS DE TEXTO GRATUITO
Matemáticas 3o., 4o., 5o. y 6o. grados.
S.E.P. México, D.F.