

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
LICENCIATURA EN EDUCACION PRIMARIA
UNIDAD 241



LA ARITMETICA
Y
SUS OPERACIONES FUNDAMENTALES

INVESTIGACION DOCUMENTAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADAS EN EDUCACION PRIMARIA

PRESENTAN

ESTELA CASTAÑON DAVILA
FELICITAS MANZANO SANCHEZ
MARIA AMALIA JUAREZ MARTINEZ

SAN LUIS POTOSI, S.L.P.
JULIO DE 1994

11/94 <g
6-7 66/11

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

JULIO 13, 1994.

**C. PROFRAS.
ESTELA CASTAÑON DAVILA
FELICITAS MANZANO SANCHEZ
MARIA AMALIA JUAREZ MARTINEZ
P R E S E N T E .-**

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación, opción INVESTIGACION DOCUMENTAL titulado "LA ARITMETICA Y SUS OPERACIONES FUNDAMENALES" presentado por ustedes les manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberán entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

A T E N T A M E N T E



PROFR. JUAN BERNARDO ESCAMILLA HERNANDEZ
Presidente de la Comisión de Titulación
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
SERVICIOS ESCOLARES
S. E. P.
UNIDAD DE SERVICIOS ESCOLARES
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.
CALLE D 241

S U M A R I O

I N T R O D U C C I O N

	Pag
1.- L A M A T E M A T I C A	1
1.1 G E N E R A L I D A D E S	2
1.1.1 Concepto	2
1.1.2 Origen	3
1.1.3 Desarrollo	4
1.1.4 Importancia	5
1.2 L A A R I T M E T I C A	6
1.2.1 Mundo Exterior	6
1.2.2 Clasificación	8
1.2.3 Aritmética y Geometría	9
1.2.4 Aritmética Primitiva	10
1.3 C O N T E N I D O S	11
1.3.1 Números	12
1.3.2 Sistemas Numéricos	13
1.3.3 Sistema Decimal	15
1.3.4 Operaciones	16
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	19
2.- P L A N E S Y P R O G R A M A S	20
2.1 P O L I T I C A E D U C A T I V A	21
2.1.1 Estado y Educación	21
2.1.2 Curriculum. Instrumento Educativo	22

2.1.3	Modernización Educativa	23
2.1.4	Ultimo Plan de Estudios	25
2.2	C U R R I C U L U M	27
2.2.1	Las Matemáticas en 1944	27
2.2.2	Las Matemáticas en 1960	29
2.2.3	Las Matemáticas en 1972	30
2.2.4	Las Matemáticas de 1980	31
2.3	P L A N Y P R O G R A M A S 1993	32
2.3.1	Introducción General	32
2.3.2	Nuevo Enfoque	33
2.3.3	Numeros y Operaciones	33
2.3.4	Contenidos por Grado	34
	R E F E R E N C I A S B I B L I O G R A F I C A S	37
3.-	O P E R A C I O N E S A R I T M E T I C A S	38
3.1	G E N E R A L I D A D E S	39
3.1.1	Operaciones y Significado	39
3.1.2	Sentido de las Operaciones	40
3.1.3	Referencias Históricas	40
3.1.4	Sistemas y Algoritmos	42
3.2	A L G O R I T M O S E X T R E M O S	43
3.2.1	Adición o Suma	43
3.2.2	Sustracción o Resta	44
3.2.3	Multiplicación o Producto	45

3.2.4	Divisiòn o Cociente	46
3.3	A L G O R I T M O S D I V E R S O S	47
3.3.1	Adiciòn o Suma	47
3.3.2	Sustracciòn o Resta	49
3.3.3	Multiplificaciòn o Producto	50
3.3.4	Divisiòn o Cociente	51
	R E F E R E N C I A S B I B L I O G R A F I C A S	54
	C O N C L U S I O N E S	55
	B I B L I O G R A F I A	59

I N T R O D U C C I O N

Todo profesor de educación primaria debe tener, por la forma en que su trabajo está planificado, una buena visión general del conocimiento contemporáneo y de su evolución.

Por ello, la preparación continua y el deseo de superación en los distintos campos del saber constituyen parte de su cotidianidad y de su práctica docente.

Diversas son las ramas del conocimiento en las que debe estar al día, sólo así podrá tener un mejor desempeño en las aulas y sólo de este modo será un verdadero guía para que el alumno se convierta en forjador de su propio desarrollo.

Una de las áreas del conocimiento en el nivel de educación primaria es el campo de la matemática. Esta es considerada junto con la del lenguaje como una de las más importantes para la formación del niño.

Dentro de la matemática al nivel de primaria, las operaciones aritméticas constituyen la base alrededor de la cual giran los demás temas o puntos de estudio.

Y es que la aritmética está considerada como la ciencia de los números y los números no tienen razón de ser, si no se les da una finalidad. La finalidad es precisamente realizar con ellos distintas combinaciones o establecer distintas relaciones, las que son conocidas con el nombre de operaciones.

Sobre este tema hemos realizado el presente trabajo de titulación. Se trata de una sencilla investigación documental. No porque estemos profundizando en el análisis de cada una de las operaciones aritméticas, ni porque pretendamos adentrarnos en la filosofía de la matemática.

Sencillamente pretendemos indagar un tanto en torno a la conceptualización de las cuatro operaciones consideradas fundamentales, su importancia y su relación con el número.

Pero, principalmente, es nuestra intención presentar un bosquejo de los distintos algoritmos que existen en torno a cada una de dichas operaciones, dar un panorama de los distintos procedimientos que se han utilizado para realizarlas.

Esto con la finalidad de concluir señalando el camino mas lógico para la enseñanza de las mismas a los niños del nivel de primaria, ya que en los momentos actuales y debido al desarrollo de la tecnología, se utilizan procedimientos mecánicos, abandonando todo razonamiento.

Desde luego, el presente trabajo pretende ser una investigación documental bajo el método clásico, esto es, mediante la reflexión de las distintas obras que se consultaron.

En otras palabras, puede decirse que se trata de una investigación descriptiva. Se busca la información acerca de tema, se exponen opiniones, se obtiene un panorama al respecto y se sacan conclusiones.

Finalmente cabe señalar que el presente trabajo consta de tres apartados. El primero de ellos se refiere a la matemática en general y a la aritmética en particular, estableciendo un punto de partida para el desarrollo del trabajo.

El segundo apartado se refiere a los planes y programas de estudio. Parte de algunas referencias a la política educativa para pasar luego a indagar el lugar que ocupa la matemática dentro de los diversas reformas educativas que se han realizado

en los últimos cincuenta años.

Finalmente, el tercer apartado se refiere ya en concreto a las operaciones aritméticas. Aquí se establecen algunas sencillas conceptualizaciones en torno a las mismas para luego ocuparse de los distintos algoritmos que han surgido en cada una de ellas.

Hemos puesto en este sencillo trabajo nuestro mejor esfuerzo. Solo esperamos que pueda aportar alguna pequeña utilidad a quien lo consulte, dándole un punto de referencia para llevar a cabo una investigación más formal.

1.- LA MATEMATICA

1.1 ASPECTOS GENERALES

1.1.1 Qué es la matemática?

Cuando se trata de definir qué es la matemática los distintos autores se expresan de maneras un tanto diferentes:

Se dice que, desde el punto de vista etimológico, la palabra "matemática" proviene del vocablo griego "matema" que significa ciencia. De acuerdo a esto, la matemática es la ciencia que estudia los seres abstractos (números, figuras geométricas...).

Se afirma también que la palabra "matemática" proviene del griego "mathēmata" que significa "cosas que se aprenden". Esto, tal vez porque los antiguos griegos incluían en las matemáticas, además del estudio de los números, el espacio, la astronomía y la música.

Algunos consideran a la matemática como una expresión de la mente humana, reflejo de la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de la perfección estética.

"Aunque diversas tradiciones han destacado aspectos diferentes, es únicamente el juego de estas fuerzas opuestas y la lucha por su síntesis lo que constituye la vida, la utilidad y el supremo valor de la ciencia matemática" (1).

De manera más sencilla y clara, se afirma que la matemática es la ciencia que trata de la cantidad. Su campo de acción está constituido por un conjunto de ciencias que estudian las relaciones precisas que existen entre las cantidades o magnitudes y las operaciones o métodos.

La opinión del profano acerca de la matemática es pobre, pero encierra en sí verdades importantes. En nuestros días todo hombre, aunque sea inculto, ha estado en contacto con la matemática, la que utiliza poco o mucho en su vida cotidiana.

"Aunque solo haya aprendido, en la escuela primaria, las cuatro operaciones, se le habrán quedado grabadas dos verdades: a) no se puede prescindir de la matemática... b) no se puede hacer trampas con la matemática..."(2).

1.1.2 Origen de la Matemática

La matemática tuvo como origen el intercambio que hacían los hombres primitivos de sus objetos y propiedades: "tu me das" y "yo te doy", es decir, nació como consecuencia del "trueque".

La necesidad de tener lo que otros poseían, la urgencia de delimitar lo "mío" y la conveniencia de dar a otro lo que no tenía, dió origen al nacimiento de esta ciencia.

Esa matemática rudimentaria no era aritmética, geometría o álgebra. Sencillamente era el inicio de todo lo relacionado a los números y que ahora comprende un vasto campo de conocimientos.

Las crónicas más antiguas indican que el hombre empleó la idea de número desde los albores de la civilización; utilizó al principio unas pocas palabras, tales como "uno", "dos" y "muchos" y desarrolló posteriormente el arte de contar.

Junto a esta idea de "número", el hombre utilizó en su vida diaria la idea de "forma". En la construcción de habitación se valió de algunas figuras geométricas más simples.

"La invención del cálculo permitió medir el tiempo, determinar el ciclo de las estaciones y por último, establecer calendarios. Al hacerse cada vez más numerosas y diversas las actividades cotidianas (comercio, distribución de bienes, conteo de rebaños, etc.) se acentuó el carácter práctico de aquellas matemáticas primitivas" (3).

1.1.3 Desarrollo de la Matemática

El desarrollo matemático ha tenido su origen en necesidades prácticas, y una vez puesto en marcha dicho desarrollo, gana impulso en sí mismo y va más allá de una utilidad inmediata.

Esta tendencia de la ciencia aplicada hacia la teoría, aparece tanto en la historia del conocimiento como en las contribuciones de la tecnología moderna.

"Sin duda, todo el desarrollo matemático ha tenido sus raíces psicológicas en necesidades más o menos prácticas. Pero una vez en marcha, bajo la presión de las aplicaciones necesarias, dicho desarrollo gana impulso en sí mismo y trasciende los confines de la utilidad inmediata" (4).

La historia de la matemática se inicia en oriente hacia el año 2000 ac. Los babilonios tenían ya muchos conocimientos que bien pueden clasificarse dentro del Álgebra elemental.

Los egipcios por necesidades prácticas ponen las bases de la geometría. Ya como ciencia, la matemática se desarrolla en Grecia durante los siglos V y VI ac, de igual manera que ocurrió con otras ramas del saber como la historia o la filosofía.

Las conquistas de Alejandro primeramente y la formación del imperio romano posteriormente, relacionaron los conocimientos griegos con los de caldeos y egipcios. Iniciada la edad media, llegan todos ellos a Europa junto con las aportaciones de los hindúes y los árabes.

La aparición del renacimiento dió origen a un nuevo y floreciente desarrollo de la matemática. Personajes como Descartes, Pascal, Leibnitz y Newton hicieron posible la aparición de nuevas ramas de esta ciencia, las que unidas a la aritmética y geometría conformaron un campo extenso de estudio.

Los siglos XIX y XX han visto surgir el inicio de una nueva matemática, muchas veces en contradicción aparente con los principios tradicionales o clásicos.

Independientemente de las nuevas ramas que han surgido en la matemática y de la aplicación de la misma a prácticamente todos los campos del saber, se habla ahora de una nueva matemática.

Y esto ha complicado la enseñanza, sobre todo en el nivel de educación primaria. Pocas veces se entiende que la matemática moderna es, en principio, la misma matemática clásica, solo que con nuevas adquisiciones: el lenguaje en que está escrita, el método con que se trabaja, las estructuras en que se mueve.

1.1.4 Importancia de la Matemática

Es innegable la importancia de la matemática en la vida diaria del hombre. Casi no hay actividad humana en la que no se encuentre alguna aplicación de conocimientos matemáticos.

"Todos somos un poco matemáticos. En nuestra vida usamos la matemática a diario, al consultar un reloj para saber la hora; al calcular el costo de las compras y el vuelto que nos deben; al llevar los tantos en tenis, beisbol o futbol..." (5).

Un niño cuenta sus juguetes, una madre de familia calcula sus gastos, se acomodan los muebles en cierto espacio disponible, un ciudadano interpreta una noticia acerca del uso que se da a sus impuestos... Se aplican aquí los conocimientos matemáticos.

Además de la utilidad social debida a sus múltiples aplicaciones prácticas, se le reconocen a la matemática cualidades formativas. Siempre se ha considerado que el estudio de esta ciencia favorece el desarrollo intelectual.

La matemática ha sido la primera ciencia axiomática y formalizada. De aquí que las teorías matemáticas, al ser aplicadas como modelos en casi todos los aspectos del conocimiento, hacen posible desde este punto de vista, la comprensión del mundo físico.

Lo anterior explica el hecho de que la matemática se haya extendido a todos los campos del conocimiento. Se encuentran aspectos matemáticos en ciencias similares como la física y la química, lo mismo que en otras no imaginadas como la sociología y la psicología.

En la civilización en que vivimos, dentro de la ciencia y la tecnología, se acepta que es sumamente necesaria una preparación adecuada en el campo de la matemática.

Tal vez en forma radical, se ha llegado a señalar que el retraso tecnológico de un país se debe a la falta de preparación matemática adecuada en los distintos niveles.

1.2 L A A R I T M E T I C A

1.2.1 El Mundo Exterior

El inicio y el desarrollo de la matemática se debió en mucho a la observación del ambiente, pues la necesidad impulsó al hombre primitivo y civilizado a buscar soluciones a los distintos problemas que se le presentaban.

El hombre primitivo de las cavernas no tenía que saber gran cosa sobre la matemática para sobrevivir. La cueva era un hogar que le quedaba a la mano; el alimento se encontraba en los árboles o plantas, o podía cazar con armas primitivas.

Sin embargo, cuando comenzó a reunir a los animales en rebaños y especialmente cuando una familia entraba en relaciones sociales con otra, se volvió necesario el ver si los animales estaban completos, o cuánto pertenecía a una persona y cuánto a otra.

Probablemente, al principio bastaba con usar conceptos como poco, algo, mucho. Luego se hizo necesario tener medios más definidos para determinar ese cuanto. Así la gente aprendió a contar y éste fue el comienzo de las matemáticas.

Se ha sugerido, por ejemplo, que los conceptos de línea recta, círculo, cilindro y ángulo de la geometría, surgieron de objetos naturales: la línea recta del tronco de un árbol, el círculo del disco del sol, el cilindro del tronco de un árbol caído, el ángulo de las posiciones variables de piernas y brazos. Así pues, el mundo externo ha propiciado el desarrollo matemático.

A partir de esos primeros tiempos, y cada vez más, la matemática ha servido de medio de expresión a gran número de actividades. De este modo

"Podemos decir que forma un lenguaje universal. No hay que entender, por lo dicho, que todo pueda expresarse en términos matemáticos, sino, únicamente, que este modo de expresión enriquece prácticamente todas las actividades humanas" (6).

Por otra parte, no hay que olvidar el hecho de que todas las ciencias tienen relación, de una u otra forma, con la matemática. Es difícil encontrar en los momentos actuales alguna disciplina que no necesite de la matemática, pues el progreso y el desarrollo tecnológico de esta época está fundamentado en los conocimientos matemáticos.

"La matemática se busca a través de las diferentes ciencias, así como las ciencias -la ciencia- se buscan por la matemática y se hacen por la matemática que es a la vez el órgano de acción y el modo de percepción" (7).

1.2.2 Clasificación de la Matemática

Las matemáticas actuales constituyen un amplio campo de conocimiento con muchas subdivisiones. De aquí que, al hablar de matemática, se refiera uno generalmente a un conjunto determinado de ciencias que se han ido formado a partir de cada una de las ramas o aspectos de la matemática.

Los autores o estudiosos no concuerdan, Cada uno establece su propia clasificación de las ciencias matemáticas. Aquí solo me concretaré a mencionar algunas de esas ramas o ciencias que forman el bloque denominado "matemática".

La matemática de los números particulares con los que se realizan distintas operaciones. Se trata aquí de la ARITMETICA, la mas conocida de las ramas matemáticas por constituir la base de la enseñanza dentro de la escuela primaria.

A veces no se desea considerar números particulares, sino relaciones que pudieran aplicarse a grupos completos de números. En este caso se ha ingresado al ALGEBRA. Aquí, un simbolo como la letra "a", representa una clase completa de números.

También se pueden estudiar las formas en el espacio, que deben imaginarse como un mundo de puntos, superficies y sólidos. Se Estudian sus propiedades y las relaciones entre ellas. Esta ciencia del espacio se denomina GEOMETRIA.

Existe una parte de la Geometria considerada ya independiente. Se trata de la TRIGONOMETRIA, la que parte del hecho de que si se conocen ciertas partes de los triángulos, se pueden determinar las restantes.

Otra ciencia, la GEOMETRIA ANALITICA, combina algebra y geometria. Combina números generalizados y relaciones espaciales, situando las figuras geométricas en el espacio.

Existe también el Análisis Matemático que estudia las funciones o dependencia de una cantidad respecto a otra. Cuando se trata el límite de los diferentes valores de una función variable, se le conoce como CALCULO INTEGRAL. Cuando se determina la razón de variación, se le llama CALCULO DIFERENCIAL.

Otra rama que ha cobrado gran relevancia en los tiempos actuales, lo constituye la ESTADISTICA. Esta incluye acumulación y tabulación de datos expresados en cantidades y leyes generales basadas en dichos datos.

Los dos pilares de la matemática de la antigüedad fueron la aritmética, la ciencia de los números, y la geometría, la ciencia de las formas y de las relaciones espaciales. A través de los siglos, dichos pilares se fueron ampliando, sobre todo la aritmética, y fueron formándose nuevas ramas. Respecto a todas ellas puede decirse que

"Las matemáticas se dividen en puras y aplicadas. Las primeras comprenden el álgebra, la teoría de funciones, el cálculo y en general las demás ramas. Las segundas se refieren más bien al uso que se da a la matemática dentro de otras ciencias que no pueden prescindir de sus contenidos y que se concretizan en las diversas manifestaciones del progreso actual y de la tecnología que ha cambiado la vida actual de la humanidad" (8).

1.2.3 Aritmética y Geometría

Como se ve, tanto la Aritmética como la Geometría constituyen la base del desarrollo posterior de la matemática.

El resultado del proceso de abstracción, la observación de las diferentes relaciones que hay entre los números, dió lugar a lo que suele llamar Aritmética.

Podemos afirmar que el origen de la Geometría es esencialmente

igual a la de los conceptos matemáticos. Se remontan hasta la prehistoria y están fincados en la actividad cotidiana. De este modo muchas cosas, en ambas, no han cambiado desde las antiguas civilizaciones.

Existe pues, una interrelación de la Aritmética con la Geometría. Esta relación es beneficiosa para ambas en cuanto que las enriqueció a las dos. La influencia que una ejerció en la otra se remonta hasta la prehistoria.

Por ello, tal vez, la matemática de la escuela elemental estuvo constituida durante mucho tiempo por la Aritmética y la Geometría. Solo hasta hace pocos años se fueron incluyendo otras ramas en los planes y programas de la escuela primaria.

"Euclides y Pitágoras son los fundadores, por así decirlo, de las dos clásicas ramas de la matemática: la aritmética y la geometría" (9).

1.2.4 Aritmética Primitiva

Cuando el niño ingresa a la escuela primaria, lo primero que aprende son los nombres de los números, luego a contar y más tarde las operaciones aritméticas. Al menos así ocurre en la gran mayoría de los casos, por más que se hable de una enseñanza ya no tradicional.

El nacimiento y desarrollo de la Aritmética pudo haber sido no necesariamente en esa forma, como lo demuestran las tribus poco evolucionadas de la época actual.

Existen individuos que cuentan sin tener nombres para los números y que realizan operaciones sin tener un sistema de numeración. Parece ser que al principio no debió haber nombres para números mayores que dos o tres, luego se aumentaron algunos y más allá se designaban como incontables o como muchos las cantidades mayores.

Es claro que no se desarrolló el concepto de número, sino hasta después de mucho tiempo. La percepción del número se hace sin lograrla separar de las demás propiedades que tiene una colección observada.

Pero un paso adelante se da cuando se logra distinguir tal propiedad de las demás que tiene una colección, aunque no se le reconozca como algo independiente.

Se avanza mas todavía cuando todas las colecciones se comparan con un conjunto determinado, como el de los dedos de la mano. Así, tres es la propiedad que tienen todos los conjuntos con tres elementos.

Tres es la propiedad que tienen todas las colecciones que pueden relacionarse mediante la relación "tantos como", con un determinado conjunto que tenga esos elementos. Cabe mencionar que la idea de número que tienen los niños y que ellos manejan con soltura, no ha sido considerada en los diccionarios.

Fue necesario comparar una infinidad de colecciones y hacer repetidamente las mismas operaciones hasta que se descubrieron los números y las relaciones que existen entre ellos. No deja de ser interesante, en todo caso, el inicio de la aritmética.

"El mundo antiguo creó su matemática casi desde la nada. El espíritu occidental, histórico, habla aprendido la matemática antigua, y la poseía, pero exteriormente y sin asimilarla; debió, pues, crear la suya modificando y mejorando - engañosamente- una realidad que en el fondo aniquilaba la matemática euclidiana, que no le era adecuada. Pitágoras llevó a cabo lo primero. Descartes lo segundo. Pero los dos actos son, en el fondo, idénticos" (10).

1.3 C O N T E N I D O S A R I T M E T I C O S

1.3.1 Símbolos numéricos

Al principio, una persona podía contar el número de animales de un rebaño colocando una piedrecilla en el suelo o haciendo un nudo en un cordel por cada animal.

Cada piedrecilla en el creciente montón o cada nudo en el cordel, representaría un único animal. Luego un hombre quizá usó los diez dedos de la mano para sus cálculos.

Podemos presumir que cuando habían ya utilizado los diez dedos de las manos, pudo alguien utilizar una piedrita o una varita para no olvidar el número de veces que había utilizado las manos. Como las piedras y palitos, e incluso los dedos de la mano, son incómodos de manejar, en cuanto el hombre aprendió a escribir creó símbolos que representaban las contabilidades hechas. Así fue probablemente como surgieron los números.

Aquí es preciso recordar que en algunos pueblos, y sobre todo en los tiempos antiguos, los números fueron rodeados de un cierto misticismo y de actitudes mágicas.

En realidad los comienzos de cualquier ciencia pueden situarse en lo oculto. La astrología fue el inicio de la astronomía, la alquimia precedió a la química. De acuerdo a esta lógica, el misticismo de los números apareció antes que la teoría de los números.

"El número nació en la superstición y fue criado en el misticismo. Los números fueron antaño el fundamento de la religión y la filosofía" (11).

Pitágoras y sus seguidores creían que los números gobernaban al universo. Clasificaban a los números en masculinos (impares) y femeninos (pares). Además identificaban alguna propiedad con cada número.

Así, el uno era colocado como fuente de todos los números y

representaba la razón y la creación. El cinco representaba el matrimonio porque es la suma del primer número masculino y del primer número femenino ($2 + 3 = 5$).

1.3.2 Sistemas Numéricos

Pero el hombre pudo realizar sus contabilidades no necesariamente de diez en diez, sino de otras formas: tal vez de cinco en cinco, de dos en dos, etc. Por ello surgieron a través de la historia los distintos sistemas de numeración.

Con el desarrollo de la sociedad y por tanto del comercio, surge la necesidad de manejar números cada vez más grandes. Para poder percibir mejor el número y manejarlo de una manera intuitiva, surge el proceso de agrupamiento, aunque esto no ocurrió en todas partes de la misma forma.

Para la representación de cantidades o para realizar operaciones con ellas, es evidente que se tuvo que idear un sistema que funcionara desde el momento en que el hombre tuvo necesidad de realizar actividades cuantitativas.

Los primeros sistemas que se emplearon, aunque son desconocidos para nosotros puesto que utilizaron una simbología que era diferente de la nuestra, quizá no fueron tan diferentes en cuanto se referían a las estructuras básicas de todo sistema de numeración. Así es como

"En la historia de los distintos pueblos se han encontrado y estudiado las características de las reglas o sistemas de numeración usadas, por ejemplo, por los babilonios, los egipcios, los romanos, los árabes, los mayas, los incas o los aztecas" (11).

En la actualidad manejamos el llamado sistema arábigo o indoarábigo, pero han existido otros muchos. He aquí un ligero panorama de los mismos.

Sistemas rudimentarios.

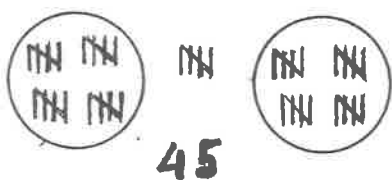
Las primeras representaciones de números de las que se tienen datos fidedignos son colecciones de "muecas", o marcas en madera o piedra. Ejemplo:

I	1	IIII	4
II	2	IIII	5
III	3	IIII	6

En este sistema, para representar un número, se usa una colección de marcas cuya cardinalidad coincide con el número que queremos representar. La ventaja de este sistema es su gran simplicidad.

Sistemas aditivos.

Aquí se usan paquetes de paquetes, como círculos con cuatro paquetes de cinco "muecas" cada uno; además, símbolos para la representación de tales paquetes, como el egipcio que empleaba distintos símbolos para representar 1, 10, 1000... Con esos símbolos se representan cantidades, las que se escribían de derecha a izquierda. Ejemplo:



I	1
∩	10
⊂	100 = 10x10
⊃	1000 = 10x10x10

Sistemas multiplicativos.

Este fue el sistema utilizado en Babilonia hace unos 5000 años. En este sistema los principales agrupamientos son de 60 en 60. Se trata de un sistema multiplicativo en donde también se emplea la sustracción. Los números menores que 60 son expresados por colecciones. Ejemplos:



$$20 + 3 = 23$$



$$50$$









$$-2$$

$$50 \times 1 - 2 = 48$$

Sistema Maya.

Es similar al anterior, pero por contar con un símbolo para el cero, no tiene las ambigüedades de otros sistemas. Aquí los agrupamientos son de 20 en 20, con excepción del segundo grupo que es de 18. Para representar números menores que 18, se usan agrupamientos de 5 en 5. Ejemplos:

	→	0		→	1		→	5
	→	15		→	13		→	24

1.3.3 Sistema Decimal.

Del sistema indoarábigo, con la inclusión del cero, sabemos que era usado en la India antes de nuestra era. De aquí pasó a Europa a través de los árabes, que en aquel tiempo dominaban a España.

"Algún tiempo antes del año 600 a.c. hizo misteriosamente su aparición el símbolo como el décimo dígito hindú. El 0 es ciertamente una de las grandes invenciones de la humanidad. En un tiempo los historiadores daban todo el crédito a los hindúes. La historia resultaba impresionante. Pero ahora tenemos la evidencia de que la invención tuvo lugar por crecimiento gradual y no fue un descubrimiento súbito." (12).

El sistema indoarábigo se basa en las mismas ideas que el babilonio o el maya, pero además nos ofrece las siguientes ventajas:

La base diez es suficientemente grande como para que la escritura de números grandes sea razonablemente breve. Por otra parte, es suficientemente pequeña para que sea posible realizar las operaciones menores que diez mentalmente.

En este sistema, como en el babilonio y el maya, se usa tanto la multiplicación como la suma al expresar los números. Ejemplo:

3 8 3 5

$$3 \times (10 \times 10 \times 10) + 8 \times (10 \times 10) + 3 \times (10) + 5$$

1.3.4 Operaciones.

Los cálculos llevados a cabo con los números del sistema decimal constituyen la rama de las matemáticas denominada aritmética.

La aritmética es la ciencia que trata del sistema numérico y de la forma en que este se utiliza en nuestra vida diaria. Constituye la base del comercio, la industria, la ciencia y las comunicaciones.

Con los números se realizan seis operaciones fundamentales: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

"Aunque en nuestros días es cada vez más común el uso de las pequeñas calculadoras y muchos creen que con ellas se acaba la necesidad de saber multiplicar o dividir, es necesario hacer notar el hecho incuestionable de que el comprender las operaciones nos permite razonar y así saber cuándo y cómo usarlas, ya sea que se efectuen con o sin calculadora" (13)

A d i c i ò n

Representa el agrupamiento o reunión de números. Cuando un hombre primitivo quería resolver cuantas pieles tendría si agregaba tres a otras dos, quizá tendería tres pieles en el suelo, luego colocaría dos más, y entonces contaría el número total.

Si este problema particular lo resolvía una y otra vez, tal vez ya no tendría que tender pieles, pues recordaría el resultado obtenido en las veces anteriores. Tal vez así llegó a entender que $3 + 2 = 5$.

S u s t r a c c i ò n

Aquí se toman uno o más objetos de otro grupo de objetos. Pensemos en el ejemplo mencionado: el matemático primitivo quería saber cuantas pieles le quedarían si quitaba cinco de las nueve que tenía. Tendería las nueve pieles en el suelo, quitaría cinco y luego contaría las que le quedaban.

Al repetir constantemente la misma operación, llegaría a resolverla mentalmente y llegaría a entender que $9 - 5 = 4$.

M u l t i p l i c a c i ò n

Es realmente una forma de suma. Si no supiéramos cómo multiplicar podríamos encontrar la respuesta al problema 5×3 sumando el 3 cinco veces o el 5 tres veces.

La necesidad de no hacer trabajos innútiles nos llevaría a comprender que una suma se puede abreviar y descubriríamos así la multiplicación.

D i v i s i ò n

Es un tipo de resta. Si dividimos 12 entre 4, lo que se quiere

saber es cuantas veces 4 esta contenido en 12. Para ello tendríamos que restar el 4 de 12 en forma sucesiva hasta que ya no se pueda. El número de restas nos daría la respuesta de la división.

P o t e n c i a c i ó n

En este proceso elevamos un número a cualquier potencia deseada. La potenciación es una multiplicación abreviada. 5 al cubo es lo mismo que 5 por 5 por 5, donde la potencia indica el número de veces que se multiplica la base por si misma.

R a d i c a c i ó n

Aquí, dado determinado número, tratamos de encontrar otro que multiplicado por si mismo, el número de veces deseado, nos de la primera cantidad que teníamos.

Estas son las operaciones aritméticas, aún cuando se considera que sólo las cuatro primeras son fundamentales. Dichas operaciones constituyen la base de la aritmética que se enseña en la escuela primaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) LEPEP 75.
Matemáticas I. Página 12.
- (2) KUNTZMAN, JEAN.
A donde va la Matemática. Página 14.
- (3) .
.
- (4) LEPEP 75.
Matemáticas I. Página 12.
- (5) Enciclopedia de las Ciencias.
Volumen I. Página 335.
- (6) .
.
- (7) LEPEP 75.
Matemáticas I. Página 23.
- (8) .
.
- (9) EL MUNDO DE LA MATEMATICA.
Curso Teórico Práctico. Página 5.
- (10) IBIDEM.
Página 32.
- (11) LEPEP 75.
Matemáticas I. Página 62.
- (12) .
.
- (13) .
.
- (14) GUERRA M. - FIGUEROA S.
La Matemática en la Enseñanza Primaria. Página 49.

2.- PLANES Y PROGRAMAS
DE ESTUDIO

2.1 POLITICA EDUCATIVA

2.1.1 Estado y Educación

Cuando se habla de política educativa, es preciso tener claros los conceptos de Estado y Educación y, más que nada, las relaciones que entre ambos se dan. En los tiempos modernos la educación está, en cuanto a su organización y proceso, en manos del estado en todas las naciones del mundo.

"En términos generales la historia demuestra que la organización política de la sociedad llamada Estado, es el resultado de luchas que tienen lugar en el interior de las sociedades. En ellas aparecen diversas clases, grupos y tendencias ideológicas vinculadas a intereses de naturaleza diferente" (1).

En el momento en que una de las tendencias se impone sobre otras distintas, obtiene el poder sobre la sociedad y está capacitada para determinar las formas fundamentales de organización dentro de esa nación.

En ocasiones, la tendencia dominante no se impone de modo absoluto, sino que logra establecer la paz social y colocarse en el poder mediante la integración de otras corrientes representativas. Esto está ocurriendo cada vez más en los momentos actuales.

La expresión de las formas y contenidos de estos pactos son las leyes expedidas y conocidas como "constituciones". Estas son elaboradas por grupos pequeños de individuos que tienen carácter representativo y que interpretan la voluntad de la mayoría.

"La constitución se convierte así en la máxima garantía para que la vida de la sociedad transcurra dentro del marco que la voluntad mayoritaria determina" (2).

Así pues, la constitución es la base de un Estado de Derecho;

solo así la vida política y social queda sujeta a normas. No hay actuación válida de los gobernantes que no sea la que se encuentra prevista por el orden jurídico manifestado en el marco de la constitución.

Una constitución está conformada por una serie de artículos o enunciados breves que especifican el conjunto de normas que dirigen el proceder de una nación. Invariablemente algunos de ellos se refieren al campo de la educación.

2.1.2 El Curriculum, Instrumento Educativo

Entre la educación y el contexto social se establecen relaciones fundamentales y estas, a su vez, tienen un gran impacto dentro del curriculum como instrumento educativo.

La educación a lo largo de la historia de nuestro país, ha tomado diferentes modalidades, en función del desarrollo económico, social y político que se ha dado en los diferentes periodos. Estos elementos tuvieron, y tienen, impacto sobre las concepciones curriculares y sus fines, en lo que se refiere a la formación de recursos humanos.

Durante la época colonial, el tipo de educación que imperaba era la instrucción religiosa, por lo que la finalidad de la educación era la catequización y el servicio a la función administrativa.

Con la consumación de la independencia resurge la preocupación por la educación y los principales grupos políticos manifiestan su interés por la ampliación de la educación.

A partir de la Constitución de 1857 y las Leyes de Reforma se establece la enseñanza como base de igualdad social y política, además de que se establece su laicidad.

Con el triunfo liberal sobre la intervención francesa, el positivismo se convierte en la base del desarrollo educativo y las concepciones curriculares se manifiestan principalmente en la Escuela Nacional Preparatoria.

Con la dictadura porfirista el interés fundamental se centra en incrementar el desarrollo económico del país. Aunque la educación no llega a las grandes masas del país, se inicia un desarrollo sistemático alrededor de los principios liberales.

A partir de la revolución mexicana, la educación toma una función social y comienza el esfuerzo por estar al servicio de las mayorías, convirtiéndose además en instrumento de lucha para salir del estancamiento económico, político, cultural y social en que se encontraba el país.

La promulgación de la Constitución de 1917 con el establecimiento de una educación, laica, gratuita y obligatoria, da el primer paso. La política iniciada por Vasconcelos y establecimiento de la Secretaría de Educación Pública afianzan la lucha.

Los gobiernos posteriores, aunque con variantes propias de cada sexenio, han continuado el esfuerzo en pro de la expansión educativa a todos los ámbitos, además de buscar una mejor prestación del servicio y una metodología más adecuada a los cambios de los momentos actuales.

"En síntesis, en el transcurso de la historia de México se constituyen diversas concepciones de la educación, según las características que adquieren los diversos momentos sociales, económicos y políticos del país. Estas concepciones repercutieron también en el concepto y manejo del curriculum" (3).

2.1.3 Modernización Educativa

Desde el inicio del actual régimen, el del Lic. Salinas de

Gortari, se iniciaron los trabajos para una modificación de los planes de estudio y programas de la educación básica.

Lo anterior se encargó al Consejo Nacional Técnico de la Educación, el que publicó dos manuales titulados: "Hacia un Nuevo Modelo Educativo" el primero de ellos; "Perfiles de Desempeño para Preescolar, Primaria y Secundaria", el segundo.

Dichos trabajos consistían en la formulación de un nuevo modelo educativo dentro de un marco para la modernización educativa. La secuencia del proceso para el cambio se planificó mediante tres etapas: a) Una propuesta de planes y programas, b) La evaluación de congruencia entre contenidos y el modelo pedagógico propuesto, c) La puesta en marcha de una prueba de la operación del modelo.

"El Programa para la Modernización Educativa señala la necesidad de reconsiderar los contenidos teóricos y prácticos que se ofrecen en el sistema educativo y para ello indica que se debe promover el paso de contenidos informativos que suscitan aprendizajes fundamentalmente memorísticos a aquellos que aseguren también la asimilación y recreación de valores, el dominio y uso cada vez más preciso y adecuado tanto de los diversos lenguajes de la cultura contemporánea como de métodos de pensamiento y acción que han de confluir en el aprendizaje" (4).

Sin embargo, el conocimiento del nuevo modelo y la aplicación del mismo se hicieron de manera paulatina y gradual, lo que creó un tanto de crítica y confusión en el ámbito nacional.

Lo anterior, además de cuestiones de índole política y presiones de carácter sindical, hicieron que se diera marcha atrás en el intento de reforma educativa, cuando ya se había comenzado en algunas escuelas piloto con la propuesta del programa.

Durante más de un año maestros de los tres niveles habían llevado a cabo reuniones de estudio sobre los textos antes mencionados.

Mediante ellos se pretendía dar a conocer la nueva reforma educativa denominada "Modernización Educativa".

Pero la reforma mencionada de 1990 no llegó a funcionar. presiones y circunstancias diversas, además del cambio de Secretario de Educación Pública, hicieron que se diera marcha atrás para implementar otra reforma (1992), la que, aunque provisional, sí se puso en marcha con el nombre de Programa la Reformulación de Contenidos y Materiales Educativos.

Así fue como se entregaron a los docentes del nivel de educación primaria el cuaderno de "Contenidos Básicos" que viene a ser el plan de estudios y la "Gula para el Maestro" en la que se concreta el Programa Emergente.

La principal novedad de este Programa consiste en la desaparición de las áreas que tenían los programas de 1972 y 1980 y el regreso al establecimiento de asignaturas o materias.

También es notoria la desaparición de una estructura de contenidos alrededor de objetivos de distinta índole, para dar paso a una esquematización en torno a temas y subtemas.

2.1.4 Último Plan de Estudios

Así fue como en mayo de 1992, al suscribirse el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica, se lleva a cabo la última reforma del actual sexenio. Las actividades se orientaron en dos direcciones:

- + Realizar acciones inmediatas para el fortalecimiento de los contenidos educativos básicos.
- + Organizar el proceso para la elaboración definitiva del nuevo

currículo, que debería estar listo para su aplicación en septiembre de 1993.

El nuevo Plan de Estudios tiene como finalidad organizar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos básicos para asegurar que los niños:

- + Adquieran y desarrollen las habilidades intelectuales que les permitan aprender permanentemente y con independencia.
- + Adquieran los conocimientos fundamentales para comprender los fenómenos naturales.
- + Se formen éticamente mediante el conocimiento de sus derechos y deberes y la práctica de valores.
- + Desarrollen actitudes propicias para el aprecio y disfrute de las artes y del ejercicio físico y deportivo.

"El término 'básico' no alude a un conjunto de conocimientos mínimos o fragmentarios, sino justamente a aquello que permite adquirir, organizar y aplicar saberes de diverso orden y complejidad creciente" (5).

Los rasgos centrales del plan, que lo distinguen del que estuvo vigente hasta 1992, son los siguientes:

- * La prioridad más alta se asigna al dominio de la lectura, la escritura y la expresión oral.
- * A la enseñanza de las matemáticas se dedica una cuarta parte del tiempo de trabajo escolar a lo largo de los seis grados.
- * Las ciencias naturales se integran, en los dos primeros grados, con nociones de historia, geografía y educación cívica.
- * En el tercer grado, historia, geografía y civismo se estudian

en conjunto; sus tareas se refieren al municipio y entidad.

- * En los grados cuarto, quinto y sexto, las ciencias sociales se convierten en asignaturas separadas.
- * El Plan reserva espacios para la educación física y artística, como parte de la formación integral de los alumnos.

Estas son las características más relevantes del Plan y Programas de estudio vigentes en la actualidad.

2.2 EL CURRÍCULUM DE MATEMÁTICAS

2.2.1 Las Matemáticas en 1944

Desde hace algunas décadas, en el mundo grupos de investigadores han abordado el problema referente al currículum de la matemática. En nuestro país ha ocurrido otro tanto, aunque esto sea poco conocido.

La Secretaría de Educación Pública, respecto a la escuela primaria, ha propuesto diferentes currículums para la enseñanza de la matemática, sobre todo a partir de la época de Unidad Nacional, después del gobierno de Lázaro Cárdenas.

En ellas se han plasmado las ideas estatales, se han incorporado los avances de la psicología, de la pedagogía y del conocimiento matemático universales; se han conservado algunos elementos, se han desechado otros.

A continuación se presenta un esbozo de los distintos currículums para establecer sus diferencias y cambios. La práctica educativa que siguió a las propuestas no se aborda, solo se trata de presentar un panorama de la educación en matemáticas propuesta por la Secretaría de Educación Pública para la escuela primaria

en los últimos cuarenta años.

En el sexenio 1940-46. la educación nacional toma un cariz particular. Como respuesta a los efectos políticos y sociales originados, en lo externo por la primera guerra mundial, y en lo interno por las desavenencias ideológicas surgidas en el sexenio cardenista, el entonces presidente, Manuel Avila Camacho, delinea una política de esclarecimiento de los fines y contenidos de la educación y, a través de esta, de UNIDAD NACIONAL.

En medio de los ideales de democracia, solidaridad y participación activa por parte del alumno, los programas de 1944 incluyen once materias, la segunda de las cuales se denomina ARITMÉTICA Y GEOMETRIA.

Las materias se clasifican en instrumentales e informativas, quedando la "aritmética y geometría" dentro de las primeras. El programa establece como finalidades las siguientes:

- 1 Llenar las necesidades del cálculo propias de la vida práctica
- 2 Capacitar al educando para que posea una apreciación satisfactoria de los aspectos cuantitativos de su ambiente.
- 3 Favorecer el desarrollo de las funciones psíquicas del escolar por medio de los conocimientos matemáticos.
- 4 Crear y fomentar una actitud de disciplina en el educando.

"La clasificación de las matemáticas dentro de los programas -como materia instrumental- es el primer indicador de que no se conciben como un campo estructurado de conocimientos, de conceptos y relaciones que se deben construir o analizar per se, sino como un conjunto de habilidades que es necesario dominar, en virtud de su utilidad en otros ámbitos" (6).

2.2.2 Las Matemáticas de 1960

Al llegar al poder el Lic. Adolfo López Mateos, se inicia una nueva reforma educativa bajo la dirección del entonces Secretario de Educación Pública, Jaime Torres Bodet. Ante su planteamiento el Consejo Nacional Técnico de la Educación se dió a la tarea de revisar el plan de estudios y programas vigentes desde 1944.

De estos trabajos de revisión surgió la necesidad de proponer un nuevo plan de estudios y nuevos programas con una distinta manera de ordenar los temas, agrupándolos alrededor de grandes objetivos de la educación nacional, o bien, en torno a la formación de hábitos y destrezas de importancia reconocida.

La estructura del plan de estudios comprendía seis áreas:

- 1 Protección de la salud y mejoramiento del vigor físico.
- 2 Investigación del medio y aprov, de los recursos naturales.
- 3 Comprensión y mejoramiento de la vida social
- 4 Actividades creadoras
- 5 Actividades prácticas
- 6 Adquisición de los elementos de la cultura, cuyas sub áreas eran la Aritmética y Geometría junto con la Lengua Nacional.

Como metas generales de matemáticas se consideraban:

- 1 Desarrollar el pensamiento cuantitativo y la actitud relacional
- 2 Precisar el lenguaje
- 3 Fomentar el espíritu de análisis e investigación
- 4 Afirmar la disciplina mental.

"En este programa, las matemáticas son una forma de

desarrollar ciertos hábitos: el orden, la disciplina y la limpieza, así como ciertas facultades mentales: la memoria, el razonamiento, la precisión. Son también un instrumento útil para resolver problemas en distintos campos. La similitud, con la concepción de 1944, es notable" (7).

2.2.3 Las Matemáticas de 1972

Durante el gobierno del Lic Luis Echeverría tiene lugar otra reforma que complementa y amplía la hecha durante el régimen del Lic. López Mateos.

Se redacta ex profeso la Ley Federal de Educación y al amparo de ésta, se plantea para la educación primaria un nuevo curriculum en el que se establecen siete áreas programáticas: Español, Matemáticas, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Educación Artística, Educación Física y Educación Tecnológica.

El objetivo general de la matemática pretende fomentar en el educando la capacidad de formalizar con precisión y propiciar el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional, como un instrumento de comprensión, interpretación y expresión de los fenómenos sociales, científicos y artísticos.

El cambio en la concepción de la matemática es evidente, sobre todo por que se incorporan otras ramas de esta ciencia, quedando integrado el programa de la manera siguiente:

- 1 Aritmética, 2 Geometría, 3 Lógica, 4 Probabilidad,
- 5 Estadística, 6 Variación Funcional.

"El amplio giro que en 1972 dan las matemáticas, con respecto a los programas anteriores, las convierten en cuerpo estructurado de conocimientos que el niño debe conocer. La matemática como un conjunto de definiciones y clasificaciones que se transmiten,

y como un conjunto de destrezas que se adquiere, porque permiten resolver situaciones inmediatas, deja paso a la matemática de los conceptos y a la interpretación lógica a la cual el niño se acerca con un bagaje de conocimiento que le permite elaborar, poco a poco, la estructura matemática" (8).

2.2.4 Las Matemáticas de 1980

Surge esta reforma buscando la formación integral del individuo que le permita tener la conciencia social y que él mismo se convierta en agente de su propio desarrollo.

El plan de estudios surgido de estas ideas solo abarcó del primero al tercer grado. Se consideraba que los dos primeros grados deberían presentar al niño situaciones más similares a las del nivel preescolar. El tercer grado constituiría el "puente" entre los dos grados iniciales y los tres últimos, que no sufrirían modificaciones. En cuanto a las áreas, solo se agregó una más, Educación para la Salud.

Los objetivos generales para el Área de matemáticas fueron:

- 1 Desarrollar el pensamiento lógico, cuantitativo y relacional.
- 2 Manejar con destreza las nociones de número, forma, tamaño y azar en relación con el mundo que le rodea.
- 3 Utilizar las matemáticas como un lenguaje en situación de su experiencia cotidiana.

La matemática es concebida como un instrumento de desarrollo del pensamiento, como una herramienta de interacción con el mundo. Los contenidos de este plan de estudios son:

- 1 Aritmética
- 2 Geometría
- 3 Estadística
- 4 Probabilidad

"Las matemáticas en esta etapa son concebidas como un conjunto de conceptos que se inducen, y de procedimientos ensayados por el niño, quien, al hacerlos, desarrolla su capacidad de abstraer, generalizar y sistematizar. Las matemáticas son así mismo, un lenguaje que permite expresar muchas situaciones y muchos resultados, y son también una herramienta de resolución de problemas en diversos ámbitos, lo cual permite entender el mundo, representarlo e interactuar con él" (9).

2.3 PLAN Y PROGRAMAS DE 1993

2.3.1 Introducción general

Una de las metas principales de los sistemas educativos a nivel mundial es elevar la calidad de la educación, del tal modo que permita la integración de cuadros que coadyuven al desarrollo integral una nación.

Dentro de esta perspectiva, es importante considerar un proceso continuo de transformación en los curriculums de los diferentes ciclos escolares.

La formación inicial de los alumnos constituye uno de los eslabones más importantes del proceso educativo escolarizado, y en ello juega un papel importante la construcción de los primeros conocimientos matemáticos.

"En México, los últimos veinticinco años se han caracterizado por una intensificación en la investigación, en el diseño y desarrollo curricular y en los estudios sobre el desarrollo conceptual vinculados con la problemática de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática" (10).

De aquí que los últimos programas de nivel de educación primaria

tengan como propósito fortalecer algunos de los temas del estudio de la matemática que requieren de un cambio curricular en este nivel escolar.

2.3.2 Nuevo enfoque de la matemática

La modernización educativa de la que ya se habló en anterior inciso, dió origen a nuevos cambios en planes y programas de estudio, siendo el último el correspondiente a 1993.

Este programa señala que las matemáticas son un producto del quehacer humano y su proceso de construcción está sustentado en abstracciones sucesivas. Muchos desarrollos importantes de esta disciplina han partido de la necesidad de resolver problemas concretos propios de los grupos sociales.

En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños también parten de experiencias concretas. Paulatinamente pueden prescindir de los objetos físicos, a medida que van haciendo abstracciones .

Se considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

"Contar con las habilidades, conocimientos y formas de expresión que la escuela proporciona, permite la comunicación y comprensión de la información matemática presentada a través de medios de distinta índole" (11).

2.3.3 Números y operaciones

La selección de contenidos de la nueva propuesta de matemáticas descansa en el conocimiento que actualmente se tiene sobre el desarrollo del niño. Dichos contenidos incorporados al curriculum se han articulado con base en seis ejes:

- * Los números, sus relaciones y sus operaciones.
- * Medición
- * Geometría
- * Procesos de cambio
- * Tratamiento de información
- * Predicción y azar

"La organización por ejes permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada, no solo contenidos matemáticos, sino el desarrollo de ciertas habilidades y destrezas fundamentales para una buena formación básica en matemáticas" (12).

Los contenidos de esta línea se trabajan desde el primer grado con la finalidad de proporcionar experiencias que pongan en juego los significados que los números adquieren en diversos contextos y las diferentes relaciones que pueden establecerse entre ellos.

Y se pretende que los alumnos comprendan más cabalmente el significado de los números y de los símbolos que los representan y los puedan utilizar como herramientas para solucionar distintas situaciones problemáticas.

Las operaciones son concebidas como instrumentos que permiten resolver problemas. El significado y sentido que los niños puedan darles, deriva de las situaciones que resuelven con ellas.

2.3.4 Contenidos por grado

He aquí los temas que se encuentran en cada uno de los grados:

Primer grado (Números Naturales):

- * Los números del 1 al 100
- * Planteamiento y resolución de problemas sencillos de suma y resta...
- * Algoritmo convencional de la suma y de la resta ...

Segundo grado (Números Naturales):

- * Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta...
- * Algoritmo convencional de la suma y resta...
- * Introducción a la multiplicación mediante resolución de problemas...
- * Escritura convencional de la multiplicación.
- * Construcción del cuadro de multiplicaciones.

Tercer grado (Números Naturales):

- * Planteamiento y resolución de problemas más complejos de suma y resta...
- * Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación ...
- * Algoritmo convencional de la multiplicación.
- * Planteamiento y resolución de diversos problemas de división...
- * Algoritmo de la división...

Cuarto grado (Números Naturales):

- * Planteamiento y resolución de problemas diversos más complejos de suma y resta...
- * Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación.
- * Planteamiento y resolución de problemas diversos de división...
- * Algoritmo de la división...

Quinto grado (Números Naturales):

- * Planteamiento y resolución de problemas que impliquen dos o más operaciones con números naturales.

Sexto grado (Números Naturales):

- * Planteamiento y resolución de problemas diversos cuya solución implique dos o más operaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) LEB 79.
Política Educativa en México. Página 3.
- (2) IBIDEM.
Página 4.
- (3) FALOW MORALES, CELIA.
Aspectos Educativos y Sociales del Currículum. Página 31.
- (4) MODERNIZACION EDUCATIVA.
Perfiles de Desempeño... Página 71.
- (5) EDUCACION BASICA. PRIMARIA.
Plan y Programas de Estudio 1993. Página 13.
- (6) AVILA STORER, ALICIA.
La Enseñanza Oficial de las Matemáticas. Página 21.
- (7) IBIDEM.
Página 65.
- (8) IBIDEM.
Página 99.
- (9) IBIDEM.
Página 109.
- (10) GUIA DIDACTICA. PRIMER CICLO.
Matemáticas. Página 5.
- (11) EDUCACION BASICA. PRIMARIA.
Plan y Programas de Estudio 1993. Página 51.
- (12) IBIDEM.
Página 52.

3.- OPERACIONES ARITMETICAS

3.1 GENERALIDADES

3.1.1 Operaciones y su significado

Para un niño que ingresa a la escuela primaria, las operaciones aritméticas presentan dos clases de dificultades.

Una de ellas se refiere al mecanismo de las operaciones, al aspecto técnico. Dada una operación, hay que saber operar, es decir, combinar los números de acuerdo con reglas precisas, para encontrar un resultado.

La otra se relaciona con el sentido de las operaciones, esto es, con el valor significativo y expresivo que poseen y que es necesario conocer bien para traducir situaciones dadas del lenguaje ordinario al lenguaje numérico. Que el niño entienda la operación que debe realizar.

Toda operación escrita y su desarrollo reproducen una operación concreta que es su prueba y, en cierto modo, su demostración. La experiencia enseña, a este respecto, que los niños a quienes la operación escrita fue explicada mediante numerosas manipulaciones, cometen menos errores que aquellos a quienes fue inculcada por mera imitación. Y esto se debe a que

"El mecanismo, más íntimamente conocido, ha llegado a ser, en cierto sentido, transparente para la inteligencia y familiar, de suerte que si se produce cualquier accidente, el niño es capaz de buscar la causa y hacer la corrección por sus propios medios" (1)

Paralelamente con el estudio de los mecanismos y con ayuda de las operaciones aritméticas, se explica el sentido de las operaciones por medio de pequeños problemas que exigen del niño un esfuerzo de interpretación y de traducción a símbolos numéricos y operatorios.

Así, el niño aprende que agregar, aumentar, reunir, y otros vocablos se traducen en una suma o adición.

Solo cuando se esta seguro de que los alumnos comprenden bien el sentido de las operaciones en casos sencillos, se puede tratar de pasar a enunciados cuyas acciones expresadas pueden traducirse en operaciones convenientes.

3.1.2 Sentido de las operaciones

Según lo dicho anteriormente cada vez que el niño se halla frente a una operación real con magnitudes, sea una operación efectivamente realizada por él o ante él, o solamente imaginada o escrita, la primera dificultad que ha de salvar consiste en reconocer cual es la operación-cálculo con números abstractos que sustituye a lo real.

Una operación no se plantea automáticamente solo porque hemos aprendido de memoria que una circunstancia dada la requiere, sino porque hemos sentido y comprendido, por la reflexión, que es precisamente esta operación la que corresponde a la situación.

Sin embargo, es útil apoyar el trabajo del niño dandole algunas reglas comodas. Pero solo después de un largo trabajo con numerosos ejemplos bien estudiados.

"Con demasiada frecuencia, los maestros explican un solo ejemplo y enuncian en seguida una regla que el niño debe aprender de memoria" (2).

En definitiva, puesto que las operaciones deben conocerse bajo el doble aspecto de su significado y de su mecanicismo, hay que estudiar para cada una de ellas: a) la comprensión del sentido de un enunciado para expresarlo por la operación simbólica conveniente; b) el mecanismo del cálculo que permite lograr el resultado deseado.

3.1.3 Referencias históricas

No existen obras que traten de las operaciones aritméticas, sobre su origen y desarrollo. Pero si los autores hacen mención ocasionalmente a las mismas. A continuación se presentan referencias a las cuatro operaciones.

* Adición o suma

"La primera operación aritmética que efectuaron las civilizaciones primitivas fue la suma, utilizando objetos concretos que estuvieron al alcance de la mano. Así, o bien se efectuaban las sumas amontonando piedrecitas, o bien formando nudos en una cuerda, como lo hacían los incas" (3).

* Sustracción o resta

"Los signos aritméticos de sumar y restar se cree que son debidos a los antiguos comerciantes que marcaban con ellos las mercancías que compraban o vendían, para indicar de este modo que contenían mayor o menor cantidad de la pactada en el intercambio" (4).

* Producto o multiplicación

"La multiplicación resulto una operación aritmetica muy complicada para las civilizaciones antiguas, debido sobre todo a las limitaciones impuestas por el uso de sistemas de numeración poco prácticos. para efectuar multiplicaciones los pueblos mesopotámicos utilizaron tablas de cuadrados de los números naturales que fueron imitadas por los griegos" (5).

* Cociente o división

"De las operaciones elementales de la aritmética, sin duda la división es la más complicada. Por tanto no es de extrañar que el proceso seguido, desde las primeras representaciones dadas por los babilonios o hindúes hasta las modernas notaciones de la división, haya

sido largo y complejo. El uso de la raya horizontal para indicar la división entre dos números lo divulgó Fibonacci en el siglo XIII, quien lo tomó de "manuscritos árabes" (6).

3.1.4 Sistemas y algoritmos

Al igual que el concepto de número, las operaciones aritméticas aparecen poco a poco y como resultado de observar un sinnúmero de situaciones concretas que las sugieren e ilustran.

Desde épocas muy remotas, el hombre tuvo necesidad de repartirse a partes iguales distintas cosas; situaciones de este estilo condujeron a la noción de división. Procesos semejantes dieron lugar a las otras operaciones aritméticas.

Históricamente, el hombre tuvo claro estos conceptos, inclusive antes de contar con sistemas para la escritura de los números.

Las necesidades prácticas hicieron necesario perfeccionar la escritura de los números, depurar los nombres, crear símbolos y maneras adecuadas de expresarlos.

Creados los símbolos numéricos, pudo ya el hombre realizar aquellas combinaciones que desde mucho antes sentía necesidad de hacer, las operaciones.

Así, bien pronto se planteó la necesidad de encontrar formas o procedimientos (algoritmos) más eficaces para expresar los resultados de tales operaciones.

Cuando el hombre hubo desarrollado un sistema de numeración, uno de los problemas con el que se encontró fue el de buscar procedimientos que permitieran obtener la expresión

correspondiente en dicho sistema, por ejemplo, del producto de dos números expresados también en dicho sistema.

A tales procedimientos se les comenzó a denominar "algoritmos", procesos sistemáticos para efectuar determinada operación.

"La palabra algoritmo proviene de un tratado de aritmética del año 825 dc que fue traducido al latín y que contenía aritmética basada en el sistema de numeración indoarábigo. En él, Al - Jwarizmi dió reglas para efectuar las operaciones aritméticas" (7).

Con frecuencia se confunden los algoritmos con las operaciones. Se dice, por ejemplo, que un niño no sabe multiplicar, cuando en realidad se quiere dar a entender que desconoce cómo se efectúa la multiplicación.

La diferencia entre operaciones y algoritmos es clara, pues el concepto de multiplicación, por ejemplo, no depende del sistema de numeración que se utilice, mientras que el algoritmo de la multiplicación sí depende del sistema de numeración que se esté empleando.

Tuvo que transcurrir bastante tiempo para que el hombre desarrollase los algoritmos que actualmente utilizamos y para que estos pasasen a ser del dominio público. Todavía hace unas cien o docientos años, a toda persona versada en efectuar operaciones de multiplicación o división, se le consideraba como un hombre de grandes conocimientos.

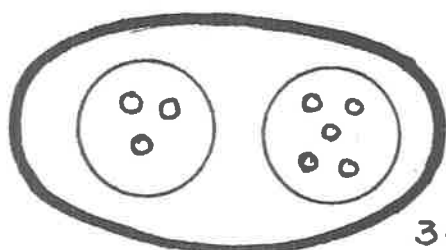
3.2 PROCEDIMIENTOS EXTREMOS

3.1.1 Adición o suma

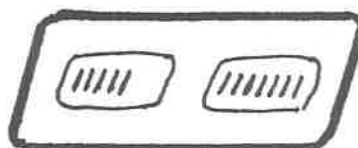
Los procedimientos extremos son dos, el empleado por el hombre primitivo y el que se utiliza en la sociedad actual tecnolozada.

* Algoritmo primitivo

No puede negarse que el hombre primitivo comenzó a operar mediante la agrupación de conjuntos de distintos objetos, por lo que los conjuntos dentro de la aritmética no son cosa moderna, lo es solo su sistematización como lenguaje propio de la matemática moderna en oposición ésta a la matemática tradicional.



$$3+5=8$$



$$5+7=12$$

* Algoritmo mecanicista

Después de siglos y siglos de existencia que tiene la matemática y después de tanto operar, el desarrollo del progreso ha convertido las operaciones en procedimientos totalmente mecánicos, todo ello con la finalidad de ahorrar tiempo, pero dejando de lado todo razonamiento.

5 mas 8 es igual a trece; se escribe 3 y se lleva 1. 4 mas 7 es igual a 11, mas la que se lleva da en total 12. Se escribe 2 y se lleva 1. 3 mas la que se lleva es igual a 4. Respuesta: 4 2 3.

$$\begin{array}{r} + 348 \\ \quad 75 \\ \hline 423 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \quad 11 \\ + 348 \\ \quad 75 \\ \hline 423 \end{array}$$

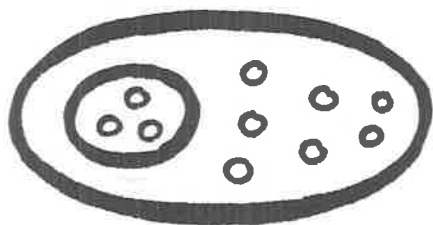
3.2.2 Sustracción o resta

Al igual que en la suma, los procedimientos extremos son los mismos que en la suma, pues se trata de la operación inversa.

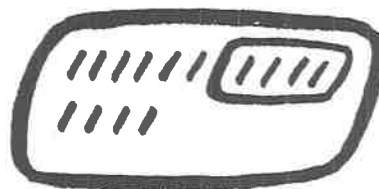
* Algoritmo primitivo

La consecuencia lógica de la suma fue la resta., Por ello, si el hombre primitivo inicia la operación de sumar juntando conjuntos

de objetos diversos, pronto entendi6 que comparar conjuntos y buscar la diferencia entre ellos, respondia a otra de sus necesidades.



$$10 - 3 = 7$$



$$14 - 4 = 10$$

* Algoritmo mecanicista

Asi como el procedimiento para sumar se fue mecanizando poco a poco, segun las exigencias de progreso que se alcanzaba, de igual modo ocurri6 con la resta. solo que aqui la mecanizaci6n del algoritmo se ha convertido en algo sumamente complicado para el alumno, cuando hay que pedir prestado a la siguiente columna.

8 para 6 no alcanza, luego hay que pedir prestado. Entonces, 8 para 16 da por resultado 8. Despues, 2 y 1 que se lleva da 3, para 3 es igual a 0. Finalmente 2 queda 2.

$$\begin{array}{r} 236 \\ - 28 \\ \hline 208 \end{array}$$

A la derecha se desarrolla un ejemplo mediante el algoritmo mecanicista, pero de manera un tanto mäs l6gica.

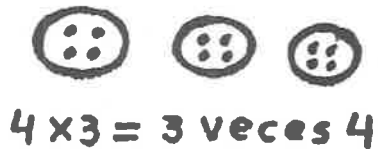
$$\begin{array}{r} 2(16) \\ 236 \\ - 28 \\ \hline 208 \end{array}$$

3.2.3 Multiplicaci6n o producto

En la multiplicacion, mas que en la suma y la resta, se nota la oposicion entrema entre el algoritmo primitivo y el actual ajeno a todo razonamiento.

* Algoritmo primitivo

Por lo que se acaba de decir, es casi imposible encontrar alguna forma mediante la cual el hombre primitivo haya multiplicado. Sin embargo, bien puede afirmarse que de algún modo pudo haber intentado abreviar sumar o pudo haber intentado hacer combinaciones entre elementos de dos conjuntos.



*	# 0	# Δ	# □
~	~ 0	~ Δ	~ □
	0	Δ	□

* Algoritmo mecanicista

Las tablas de multiplicar son aquí importantes. Si la operación es grande, se trata de varias multiplicaciones parciales cuyos resultados se suman.

5 por 6 es igual a 30, se escribe 0 y se llevan 3. Después, 5 por 5 igual a 25 más 3 que se llevan da 28, se escribe 8 y se llevan 2. Finalmente, 5 por 4 es igual a 20 más 2 que se llevan es igual a 22. La respuesta final es 2 2 8 0.

$$\begin{array}{r} 456 \\ \times 5 \\ \hline 2280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 318 \\ \times 34 \\ \hline 1272 \\ 954 \\ \hline 10812 \end{array}$$

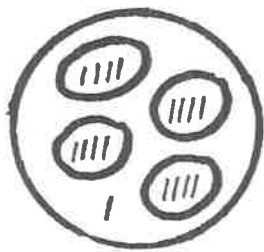
3.2.4 División o cociente

El hombre primitivo tuvo la noción de división, el actual realiza divisiones, pero desconoce el concepto de dicha operación.

* Algoritmo primitivo

Al igual que con la multiplicación, podemos asegurar que las necesidades de la vida diaria tuvieron que hacer que el hombre

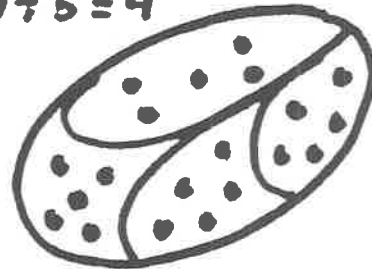
primitivo razonara en alguna forma, para partir, separar o dividir. Su razonamiento podria graficarse de esta forma:



$$17 \div 4 = 4$$

Sobra 1

$$20 \div 5 = 4$$



* Algoritmo mecanicista

La division actual es algo incomprensible para el nino. Tiene que dividir y para ello multiplica y resta, sin saber por que. El desconocer las tablas de multiplicar y no entender los multiplos la hacen mas dificil.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 12 \overline{) 68} \\ \underline{60} \\ 8 \end{array}$$

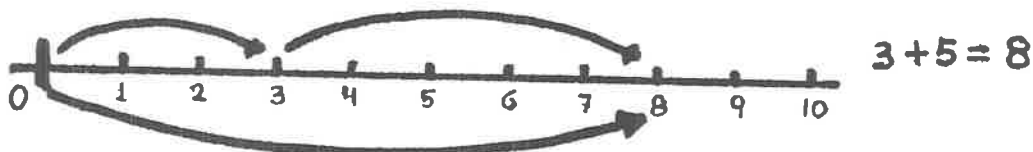
← multiplicacion mental $5 \times 12 = 60$ ← sustraccion mental $68 - 60 = 8$

3.3 ALGORITMOS DIVERSOS

3.3.1 Adición o suma

* La recta numérica

Se traza la recta numérica y se localizan las cantidades que se van a sumar, una tras otra. El total de los espacios recorridos da la respuesta final.



* Método de tachado

Fue empleado por los hindúes. Se procede izquierda a derecha. Al reducir se tacha o borra el resultado inicial para colocar la modificación que se obtiene.

$$\begin{array}{r} 27634 \\ 15917 \\ \hline 43551 \end{array}$$

2	7	6	3	4
<u>1</u>	<u>5</u>	<u>9</u>	<u>1</u>	<u>7</u>
3	12	15	4	11
4	2			
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> Respuesta 3 5 5 1 </div>				

* Método decimal

Las cantidades se descomponen en unidades, decenas, centenas... Se realizan las sumas por separado, se hacen las reducciones correspondientes y se obtiene así la respuesta final.

<u>2 decenas + 7 unidades = 27</u>	20 + 7
<u>3 decenas + 6 unidades = 36</u>	30 + 6
5 decenas + 13 unidades = 63	50 + 13
6 decenas + 3 unidades = 63	60 + 3 = 63

* Método de reagrupación

Está basado en el sistema decimal y en las propiedades de la adición. Por ello se decomponen primero las cantidades, se asocian por separado unidades, decenas, centenas... Se suman en cada caso y se reagrupan las respuestas parciales.

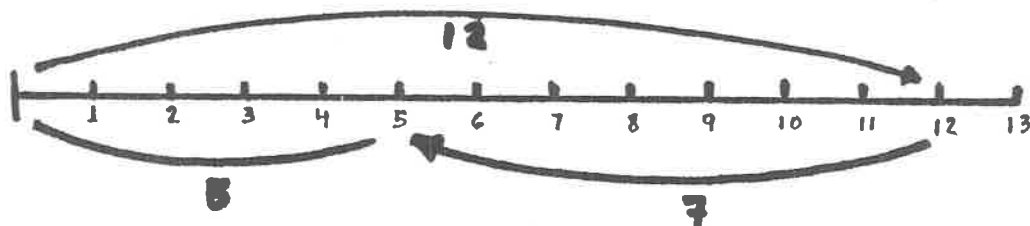
$$\begin{array}{r} 283 + 105 \\ (200 + 80 + 3) + (100 + 0 + 5) \\ (200 + 100) + (80 + 0) + (3 + 5) \\ 300 + 80 + 5 \\ \hline 383 \end{array}$$

283	200 + 80 + 3
54	50 + 4
<u>105</u>	100 + 5
	<u>300 + 130 + 12</u>
	300 ←
	100 + 30 ←
	10 + 2 ←
	<u>400 + 40 + 2 = 442</u>

3.3.2 Substracción o resta

* Recta numérica

Se localiza la cantidad mayor primeramente; a partir de ella se recorre la cantidad menor hacia la izquierda. El espacio restante es la respuesta final.



* Método de complementos

Este método es empleado en algunas escuelas de Estados Unidos. Al sustraendo se le busca el complemento de la potencia de 10 más proxima; el resultado se suma al minuendo, pero se resta la potencia.

$$423 - 95$$

$$95 \text{ para } 100 = 05$$

$$\begin{array}{r} \text{Luego } 423 \\ \quad \underline{105} \\ 328 \end{array}$$

$$36001 - 562$$

$$562 \text{ para } 1000 = 438$$

$$\begin{array}{r} \text{Luego } 36001 \\ \quad \underline{1438} \\ 35439 \end{array}$$

* Método decimal

Se procede de manera similar a la suma. Pero existe una diferencia y ésta consiste en que la conversión de unidades de un orden a otro, se realiza, no al final, sino al inicio de la operación.

$$423 = 400 + 20 + 3 = 300 + 120 + 3 = 300 + 110 + 13$$

$$153 = 100 + 50 + 7 = 100 + 50 + 7 = \underline{100 + 50 + 7}$$

Resp. 266

$$200 + 60 + 6$$

* Algoritmo de Columbia

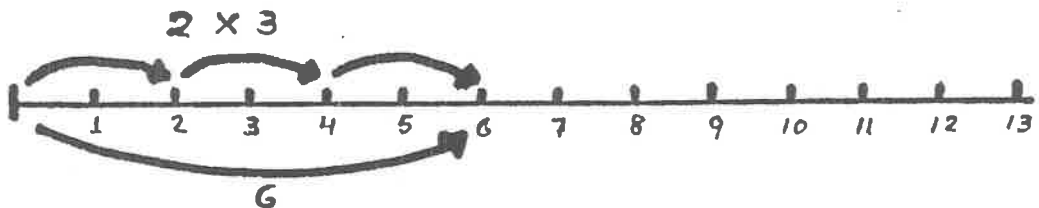
Evita el pedir prestado, empezando la operación por la izquierda en lugar de por la derecha. Tiene cierta similitud con el método de tachado de la suma.

$\begin{array}{r} 3 \\ \cancel{8}432 \\ 5976 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ \cancel{8}5 \\ \cancel{8}4\cancel{3}2 \\ 5976 \end{array}$	$\begin{array}{r} 24 \\ \cancel{8}\cancel{8}6 \\ \cancel{8}4\cancel{3}2 \\ 5976 \end{array}$	$\begin{array}{r} 245 \\ \cancel{8}\cancel{8}\cancel{8}6 \\ \cancel{8}4\cancel{3}2 \\ 5976 \end{array}$
---	---	--	---

3.3.3 Multiplicación o producto

* Recta numérica

Viene a ser una especie de suma abreviada. Uno de los factores se localiza en la recta tantas veces cuantas lo indica el otro y el total de espacios recorridos es la respuesta final.



* Duplicación y suma

Se buscan las potencias de 2 del multiplicando, las que se van restando del mismo. Se buscan luego los productos del multiplicador por las potencias anteriores. Los resultados parciales se suman.

54×37	$\begin{array}{r} \cancel{54} \quad \cancel{37} \\ 27 \\ 13 \\ \hline 6 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 74 \\ 148 \\ 296 \\ 592 \\ 1184 \end{array}$
Resp. 1938		$\begin{array}{r} 74 \\ 148 \\ 592 \\ 1184 \\ \hline 1998 \end{array}$

* Método de enrejado

Se traza un cuadrículado en forma tal que el multiplicando quede en la parte superior y el multiplicador en la parte derecha. Se combina, multiplicando, cada número por su correspondiente y las respuestas se van anotando dentro de cuadros. Los números resultantes se suman en diagonal para dar la respuesta final en la parte externa.

	3	4	2	
	0	0	0	1
	3	4	2	
5	1	2	1	5
	5	0	0	
3	1	2	1	6
	8	4	2	
	3	5	2	

$$342 \times 156$$

Resp. 53352

* Método del tablero de ajedrez

Es conocido también como método Scachiero. Se trata de un procedimiento bastante complicado, sobre todo para saber que cantidades constituyen las multiplicaciones parciales. La respuesta final es la suma de los productos parciales y es similar a la multiplicación actual.

$$345 \times 24$$

Resp. 8280

				2
				4
	3	4	5	
		2	0	= 4 x 5
	1	0		= 20 x 5
	1	6		= 4 x 40
	8			= 20 x 40
1	2			= 4 x 300
6				= 20 x 300
8	2	8	0	

3.3.4 División o Cociente

* Como sustracción

Se recurre a los conocimientos de la sustracción o de los subconjuntos equivalentes, como se le llama en la matemática moderna, es uno de los procedimientos para dividir. Aquí la división consiste en hallar cuantos subconjuntos equivalentes de un determinado número de elementos se pueden formar a partir de un conjunto o cantidad que se da.

$$12 \div 3 = 4$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ -3 * \\ \hline 9 \\ -3 * \\ \hline 6 \\ -3 * \\ \hline 3 \\ -3 * \\ \hline 0 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 12 \\ -3 * \\ \hline 9 \\ -3 * \\ \hline 6 \\ -3 * \\ \hline 3 \\ -3 * \\ \hline 0 \end{array}} \right\} 4$$

$$32 \div 6 = 5$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ -6 * \\ \hline 26 \\ -6 * \\ \hline 20 \\ -6 * \\ \hline 14 \\ -6 * \\ \hline 8 \\ -6 * \\ \hline 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 32 \\ -6 * \\ \hline 26 \\ -6 * \\ \hline 20 \\ -6 * \\ \hline 14 \\ -6 * \\ \hline 8 \\ -6 * \\ \hline 2 \end{array}} \right\} 5$$

* Método de Adanda

Esta forma de realizar la división se usó en el siglo XVI y en realidad es el antecedente de la división mecanizada que se utiliza hoy en día. Si se continuara empleando este método, los niños tendrían mucho menos dificultad para aprender el algoritmo de la división.

$$\begin{array}{r} 5945 \\ 65 \overline{) 386473} \\ \underline{325} \\ 61 \\ 614 \\ \underline{585} \\ 29 \\ 297 \\ \underline{260} \\ 37 \\ 373 \\ \underline{325} \\ 48 \end{array}$$

* Mediante sistema decimal

Este procedimiento está basado en el sistema decimal que se emplea para escribir las cantidades. Se descomponen las cantidades en unidades, decenas, centenas... y se llevan a cabo divisiones parciales cuyos resultados conforman la respuesta.

.lml

$$435 \div 8$$

Respuesta:

$$0 + 50 + 4 = 54$$

Residuo 3

$$435 = 400 + 30 + 5$$

$$4 \times 100 + 3 \times 10 + 5$$

$$4 \div 8 = 0 + 4$$

$$43 \div 8 = 5 + 3$$

$$35 \div 8 = 4 + 3$$

* Método de la galera

Se le llama también el método del tachado. Se utilizó hacia el siglo XV y XVI. La popularidad de este método se debía al hecho de poder utilizar el abaco de arena, aunque es bastante difícil de realizarlo con papel y lápiz.

$$\begin{array}{r}
 1556 \mid 3 \\
 42
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2 \\
 39 \\
 1556 \mid 3 \\
 42
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 21 \\
 392 \\
 1556 \mid 3 \\
 422 \\
 4
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 21 \\
 392 \\
 1556 \mid 37 \\
 422 \\
 4
 \end{array}$$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) LEIF J. - DEZALY R.
Didactica del Calculo...
Pag. 47.
- (2) IBIDEM.
Pag. 69.
- (3) GALDOS L.
Consultor Matematico.
Pag. 41.
- (4) IBIDEM.
Pag. 55.
- (5) IBIDEM.
Pag. 75.
- (6) IBIDEM.
Pag. 93.
- (7) LIBRO DEL MAESTRO.
Matematicas 3.
Pag. 25.

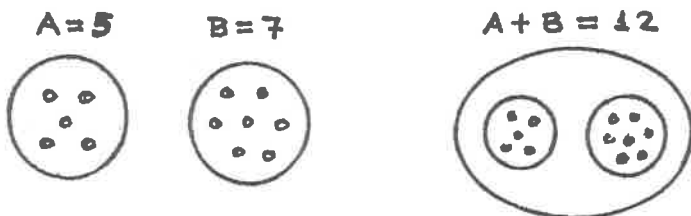
C O N C L U S I O N E S

Para terminar este sencillo estudio en torno a cada una de las cuatro operaciones fundamentales de la Aritmética, y después de haber establecido la diferencia entre los algoritmos primitivo y mecanicista de la actualidad, nos ocuparemos, a manera de conclusión, de establecer el procedimiento lógico para la enseñanza de la adición sustracción, producto y cociente.

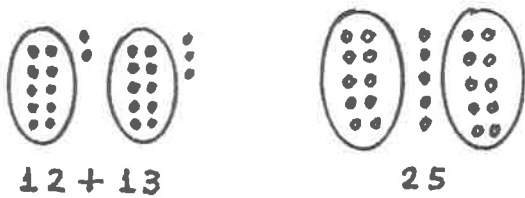
Lo que pretendemos aquí es dejar en claro todo un proceso que se inicia con algo similar al algoritmo primitivo y termina con el algoritmo mecanicista empleado en la mayoría de las escuelas de educación primaria.

Significa esto que no rechazamos el procedimiento de operar en forma mecánica, sólo que el niño debe llegar a él después de varias etapas en las que va razonando y llega finalmente a mecanizar solo con la idea de ahorrar tiempo y evitar esfuerzo.

* Adición o Suma



Contacto inicial del niño con la operación partiendo de objetos que maneje el niño. Percatarse de que sumar es restar.



Paso al sistema decimal sin descartar todavía los conjuntos.

$$\begin{aligned}
 17 + 15 &= (10+7) + (10+5) \\
 &= (10+10) + (7+5) \\
 &= 20 + 12 \\
 &= 20 + (10+2) \\
 &= (20+10) + 2 \\
 &= 30 + 2 \\
 &= 32
 \end{aligned}$$

Descomposición de las cantidades mediante el sistema decimal. Se inicia el proceso de razonamiento.

$$\begin{array}{r}
 17 = 10 + 7 \\
 15 = \underline{10 + 5} \\
 = 20 + 12 \\
 20 \leftarrow \\
 \underline{10 + 2} \leftarrow \\
 30 + 2 = 32
 \end{array}$$

Aplicadas las propiedades en el paso anterior, se simplifica la descomposición de las cantidades mediante sistema decimal se desarrolla el proceso de razonamiento.

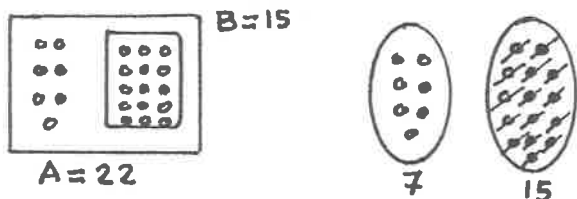
$$\begin{array}{r}
 17 \\
 15 \\
 \hline
 20 \\
 12 \\
 \hline
 \boxed{32}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 10+10 \\
 7+5
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 17 \\
 15 \\
 \hline
 12 \\
 20 \\
 \hline
 \boxed{32}
 \end{array}$$

Se inicia la mecanización cuando se muestran al niño procedimientos que son equivalentes y que simplifican el anterior. Se escoge cualquiera de ellos.

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 15 \\
 \hline
 12 \\
 20 \\
 \hline
 \boxed{32}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 17 \\
 15 \\
 \hline
 \boxed{32}
 \end{array}$$

Entendidos los cambios que se hicieron, se simplifica el proceso. Se mecaniza ya una vez que se ha razonado.

* Sustracción o Resta



Contacto inicial del niño con la operación, partiendo de objetos que maneje. Percatarse que restar es sinónimo de quitar.



Paso al sistema decimal sin descartar todavía los conjuntos.

$$\begin{array}{r}
 22 = 2d + 2u = 1d + 12u \\
 - 15 = 1d + 5u = 1d + 5u \\
 \hline
 = 0d + 7u
 \end{array}$$

Descomposición de las cantidades mediante el sistema decimal. Se inicia el proceso de razonamiento.

$$\begin{array}{r}
 22 = 20 + 2 = 10 + 12 \\
 - 15 = 10 + 5 = \underline{10 + 5} \\
 = 0 + 7 = 7
 \end{array}$$

Verificar la necesidad de una doble igualdad.

$$\begin{aligned}
 20 - 15 &= (20 + 2) - (10 + 5) \\
 &= (10 + 12) - (10 + 5) \\
 &= (10 - 10) + (12 - 5) \\
 &= 0 + 7 \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

Se aplican ahora las propiedades simplificando la descomposición, teniendo cuidado en entender el cambio de signo. Se desarrolla el proceso de razonamiento.

$$\begin{array}{r}
 22 \rightarrow \\
 -15 \rightarrow \\
 \hline
 07
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \text{ (12)} \\
 1 \ 5 \\
 \hline
 0 \leftarrow 10-10 \\
 \quad 7 \leftarrow 12-5 \\
 \hline
 0 \ 7
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \text{ (12)} \\
 1 \ 5 \\
 \hline
 0 \ 7 \\
 \hline
 0 \ 7
 \end{array}$$

Se inicia la mecanización cuando se muestra al niño equivalencia de cantidades para poder sustraer y la necesidad de buscar dichas equivalencias.

$$\begin{array}{r}
 1 \text{ (12)} \\
 22 \\
 -15 \\
 \hline
 07
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 22 \\
 -15 \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

Entender los cambios que se hicieron, se simplifica el proceso de restar. Se mecaniza así, una vez que se ha razonado.

* Producto o Multiplicación

$$4 \times 3 = 4 \text{ veces } 3 = 12$$



Primera noción de multiplicación, como una forma de abreviar la suma, o bien, como las combinaciones posibles entre los elementos de dos conjuntos.

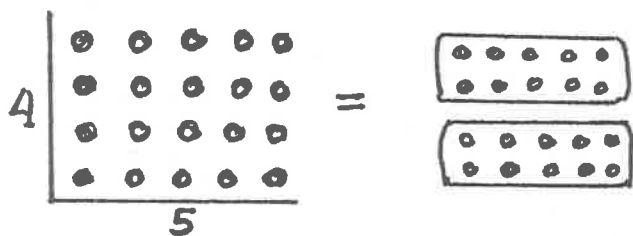
$$A = \{\Delta, \circ, \square\} \quad B = \{\#, \sim\}$$

Hay 12 combinaciones

$$4 \times 5 = 20$$



Paso al sistema decimal, mediante las combinaciones del producto cartesiano o la suma abreviada.



Descomposición de las cantidades mediante el sistema decimal. Se inicia el proceso de razonamiento.

$$\begin{aligned}
 22 \times 15 &= (20+2) \times (10+5) \\
 &= (20+2) \times 10 + (20+2) \times 5 \\
 &= (200+20) + (100+10) \\
 &= (200+100) + (20+10) \\
 &= 300+30 \\
 &= 330
 \end{aligned}$$

Desarrollo del proceso de razonamiento al aplicarse la propiedad distributiva, sin dejar el sistema decimal.

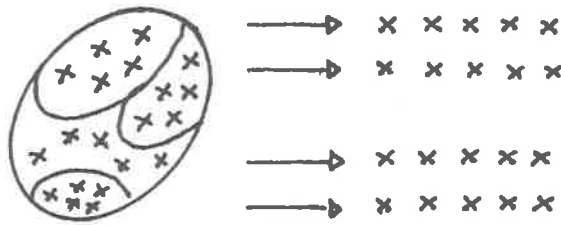
$$\begin{array}{r}
 22 \\
 \times 15 \\
 \hline
 110 \\
 220 \\
 \hline
 330
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \leftarrow 22 \times 5 \\
 \leftarrow 22 \times 10
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 22 \\
 \times 15 \\
 \hline
 220 \\
 110 \\
 \hline
 330
 \end{array}$$

Inicio de la mecanización o simplificación de los dos procesos anteriores.

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 \times 15 \\
 \hline
 110 \\
 22 \\
 \hline
 330
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 22 \\
 \times 15 \\
 \hline
 110 \\
 33 \\
 \hline
 330
 \end{array}$$

Simplificación total. Se mecaniza después de haber razonado, en razón de tiempo y espacio.

* Cociente o División



Inicio en el concepto de división a partir de una partición de conjuntos, mediante el empleo de objetos que el niño maneje.

$$\left. \begin{array}{cccccc} x & x & x & x & x & \\ x & x & x & x & x & \\ x & x & x & x & x & \\ x & x & x & x & x & \end{array} \right\} 20 \div 4 = 5$$

Intuición de la división como operación inversa de la multiplicación mediante el producto cartesiano.

$$4353 = 4000 + 300 + 50 + 3$$

$$= 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 3$$

$$4 \div 8 = 0 + 4$$

$$43 \div 8 = 5 + 3 \quad 5$$

$$35 \div 8 = 4 + 3 \quad 4$$

$$33 \div 8 = 4 + 1 \quad 4$$

Resp. 544 Residuo 1

Descomposición del dividendo mediante el sistema decimal, desarrollando así el proceso de razonamiento.

$$\begin{array}{r} \overline{) 7707} \\ 300 \\ \hline 24 \overline{) 7707} \\ \underline{7200} \\ 507 \\ 20 \times 24 \quad \underline{480} \\ 27 \\ 1 \times 24 \quad \underline{24} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 7707} \\ 321 \\ \hline 24 \overline{) 7707} \\ \underline{7200} \\ 507 \\ \underline{480} \\ 27 \\ \underline{24} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 7707} \\ 321 \\ \hline 24 \overline{) 7707} \\ \underline{050} \\ 27 \\ \underline{3} \end{array}$$

Iniciación paulatina de la mecanización a partir del razonamiento.

B I B L I O G R A F I A

AVILA STORER. ALICIA

La Enseñanza Oficial de las Matemáticas en México...
SEP, UPN. México, 1988

EDUCACION ABIERTA. SANTILLANA

Matemática Moderna para profesores de Enseñanza Elemental
Aula XXI. Madrid, 1976

EDUCACION BASICA. PRIMARIA.

Plan y Programas de Estudio 1993.
SEP. México, 1993.

EL MUNDO DE LA MATEMATICA

Curso Teórico-Práctico
Ed.Plaza. Barcelona, 1983

ENCICLOPEDIA DE LAS CIENCIAS

Volumen I
Ed.Cumbre. México, 1980

FALOW MORALES, CELIA.

Aspectos Sociales y Educativos del Currículum.
SEP - UPN. México, 1985.

GALDOS L.

Consultor Matemático. Aritmética.
Ed. Cultural. Madrid, 1989.

GUERRA M.-FIGUEROA S.

La Matemática en la Enseñanza Primaria
Publicaciones Cultural. México, 1978

GUIA DIDACTICA. PRIMER CICLO.

Matemáticas.
SEP. México, 1992.