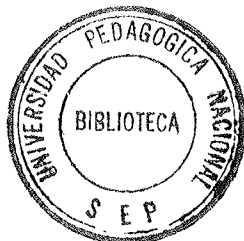


UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
LICENCIATURA EN EDUCACION PRIMARIA



LA ADQUISICION DEL SIGNO NUMERICO

TESINA, MODALIDAD ENSAYO,
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

P R E S E N T A

MA. TERESA MENDEZ ALVIZO

SAN LUIS POTOSI, S. L. P.

MAYO DE 1994

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

ABRIL 30, 1994.

C. PROFRA.
MA. TERESA MENDEZ ALVIZO
PRESENTE.-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación, opción TESINA/ENSAYO titulado "LA ADQUISICION DEL SIGNO NUMERICO" presentado por usted le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

PROFR. JUAN BERNARDO ESCAMILLA HERNANDEZ
Presidente de la Comisión de Titulación



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
COMISIÓN NACIONAL
DE EXÁMENES PROFESIONALES
SERVICIOS ESCOLARES

S U M A R I O

I N T R O D U C C I O N

Pag.

1.- GENERALIDADES EN TORNO A LA MATEMATICA

1.1 LA MATEMATICA

| | | |
|-------|-------------------------|---|
| 1.1.1 | Concepto o definición | 1 |
| 1.1.2 | Origen o nacimiento | 1 |
| 1.1.3 | Historia o desarrollo | 2 |
| 1.1.4 | Necesidad e importancia | 3 |

1.2 MATEMATICA MODERNA

| | | |
|-------|--------------------------|---|
| 1.2.1 | Un grande problema | 4 |
| 1.2.2 | Existen dos matemáticas? | 5 |
| 1.2.3 | Características | 5 |
| 1.2.4 | Número y cantidad | 6 |

2.- EN NIÑO DE PRIMER GRADO DE PRIMARIA

2.1 GENERALIDADES

| | | |
|-------|--|----|
| 2.1.1 | Teoría Psicognética | 8 |
| 2.1.2 | Períodos sensoriomotriz y psicognético | 10 |
| 2.1.3 | Operaciones concretas y formales | 11 |

2.2 ETAPA PREOPERATORIA

| | | |
|-------|---------------------------|----|
| 2.2.1 | Desarrollo físico y motor | 12 |
| 2.2.2 | Función simbólica | 13 |
| 2.2.3 | Pensamiento intuitivo | 14 |

3.- CONSTRUCCION DE LA NOCION DE NUMERO

| | | |
|-----|---------------|----|
| 3.1 | GENERALIDADES | 16 |
|-----|---------------|----|

3.2 EL NUMERO COMO RESULTADO O PRODUCTO

| | | |
|-------|---------------|----|
| 3.2.1 | Observaciones | 17 |
| 3.2.2 | Clasificación | 18 |
| 3.2.3 | Seriación | 22 |

3.3 CONSERVACION DE NUMERO

| | | |
|-------|---------------------------|----|
| 3.3.1 | Observación | 25 |
| 3.3.2 | Correspondencia biunívoca | 25 |
| 3.3.3 | Composición aditiva | 27 |

| | |
|-------------------------|----|
| C O N C L U S I O N E S | 29 |
|-------------------------|----|

CITAS TEXTUALES

BIBLIOGRAFIA

I N T R O D U C C I O N

Cuando el niño ingresa a la escuela primaria, representa este un verdadero problema para el maestro o maestra que atiende al grupo. Esto ocurre frecuentemente.

La razón está en que el maestro tiene la obligación (así lo entienden autoridades y padres de familia, por más que los programas digan otra cosa) de que los niños concluyan el año escolar sabiendo leer y escribir.

Pero a esta obligación se añade otra más. Debe tener también cierto dominio de los primeros conocimientos matemáticos. Debe saber contar y escribir cantidades, además de haberse iniciado en el conocimiento de las primeras operaciones aritméticas.

Hacer que el niño se adentre en el concepto de número para que su desarrollo en el campo de las matemáticas tenga menos dificultades, es un gran problema.

Y es que no se pretende que el niño cuente mecánicamente ni que recite los primeros números a la antigua. Se busca que el niño forme en su mente un concepto de número o cantidad.

Ya en el Jardín de Niños realiza determinadas actividades encaminadas a ello, pero el inicio formal se lleva a cabo en la escuela primaria.

En este sentido, el primer grado de la escuela primaria no es

otra cosa que la continuación del nivel de preescolar. Allí se inicia al niño en la preparación para la adquisición del concepto de número, en el primer grado la debe de llevar a cabo.

Pero para logra tal cosa, se requiere de pasos previos como la clasificación y la seriación, los que aunados a la correspondencia desarrollan el pensamiento matemático del niño.

La teoría psicogenética de Piaget se ocupa de explicar como se lleva a cabo el desarrollo del niño y como va cambiando, de acuerdo al mismo, el pensamiento lógico y matemático del niño.

Por tal motivo, el hecho de acudir a Piaget viene a ser un valioso auxiliar en este campo.

De este problema pretendo ocuparme en este pequeño ensayo. Mi intención es profundizar un poco para clarificar el desarrollo del pensamiento matemático del niño cuando pasa del Jardín de Niños a la escuela primaria.

Solo espero que mis ideas sean claras y precisas, aunque no tengan la debida profundidad. Espero también que las mismas estén expresadas en forma precisa y no confusa.

1.- GENERALIDADES EN TORNO A LA MATEMATICA

1.1 LA MATEMATICA

1.1.1 Concepto o definición

Los diversos textos y enciclopedias definen la Matemática como la ciencia que estudia, por medio de sistemas hipotético - deductivos, las propiedades de los entes abstractos, tales como las figuras geométricas y los números, así como las relaciones que se establecen entre ellos.

Otros la definen como la ciencia que trata de la cantidad, cuyo campo está constituido por un conjunto de ciencias que estudian las relaciones precisas que existen entre las cantidades o magnitudes, y las operaciones o métodos.

Una definición por su método, para algunos mas, es mucho mas estable, puesto que no ha cambiado desde la antigüedad hasta nuestros días.

De acuerdo a esto la matemática desarrolla, a partir de nociones fundamentales, teorías que se valen únicamente del razonamiento lógico. El grado de lucidez de esta manera de obrar tal vez haya variado en el transcurso del tiempo, o según los diversos individuos, pero su naturaleza no se ha alterado.

1.1.2 Origen o nacimiento

La matemática tuvo como origen el intercambio que hacían los

hombres primitivos de sus objetos y propiedades: "tu me das" y "yo te doy", es decir, nació como consecuencia del "trueque". La necesidad de tener lo que otros poseían, la urgencia de delimitar lo "mío" y la conveniencia de dar a otro lo que no tenía, dió origen al nacimiento de esta ciencia.

Esa matemática rudimentaria no era aritmética, geometría o álgebra. Sencillamente era el inicio de todo lo relacionado a los números y que ahora comprende un vasto campo de conocimientos.

Las crónicas más antiguas indican que el hombre empleó la idea de número desde los albores de la civilización: utilizó al principio pocas palabras, tales como "uno", "dos" y "muchos" para referirse a dicha idea y desarrolló posteriormente el arte de contar.

1.1.3 Historia o desarrollo

El desarrollo matemático ha tenido su origen en necesidades prácticas, y una vez puesto en marcha dicho desarrollo, gana impulso en sí mismo y va más allá de una utilidad inmediata. Esta tendencia de la ciencia aplicada hacia la teoría, aparece tanto en la historia del conocimiento como en las contribuciones de la tecnología moderna.

La historia de la matemática se inicia en oriente hacia el año 2000 ac. Los babilonios tenían ya muchos conocimientos que bien pueden clasificarse dentro del álgebra elemental. Los egipcios por necesidades prácticas ponen las bases de la geometría.

Ya como ciencia, la matemática se desarrolla en Grecia durante los siglos V y VI ac, de igual manera que ocurrió con otras ramas del saber como la historia o la filosofía. Grecia es considerada como la cuna de las ciencias y de las artes.

Las conquistas de Alejandro primeramente y la formación del imperio romano posteriormente, relacionaron los conocimientos griegos con los de caldeos y egipcios. Iniciada la edad media, llegan todos ellos a Europa junto con las aportaciones de los hindúes y los árabes; el medio para esto fue España donde se establecen los árabes en el siglo VIII.

La aparición del renacimiento dió origen a un nuevo y floreciente desarrollo de la matemática. Personajes como Descartes, Pascal, Leibnitz y Newton hicieron posible el nacimiento de nuevas ramas de esta ciencia, las que unidas a la aritmética y geometría conformaron un campo extenso de estudio.

Los siglos XIX y XX han visto surgir el inicio de una nueva matemática, muchas veces en contradicción aparente con los principios tradicionales o clásicos.

1.1.4 Necesidad e importancia

Es innegable la importancia de la Matemática en la vida del hombre. Casi no hay actividad humana en la que no se encuentre alguna aplicación de conocimientos matemáticos.

Si un niño cuenta sus juguetes, si una madre de familia calcula sus gastos, si se acomodan muebles en cierto espacio disponible, si se mide un terreno para sembrarlo, si un ciudadano interpreta una noticia periodística sobre economía, se están aplicando conocimientos matemáticos.

En la mayoría de los procesos tecnológicos e industriales se utilizan modelos, se hacen cálculos y mediciones, o se realizan inferencias, esto es, se dan diversas aplicaciones matemáticas.

La mayoría de las ciencias, por no decir todas, se benefician con las aportaciones de la Matemática. Las ciencias sociales, las ciencias naturales y las distintas ramas de la psicología difícilmente pueden trabajar si no lo hacen con los aportes de la probabilidad y la estadística que son parte de la Matemática.

Además, se le reconocen a la Matemática cualidades formativas. Se considera que el estudio de esta ciencia favorece el desarrollo intelectual del ser humano, puesto que mejora su habilidad para descubrir características comunes de fenómenos o sucesos de la realidad; para discriminar, ordenar y clasificar.

1.2 MATEMÁTICA MODERNA

1.2.1 Un grande problema

A partir de los años setenta la matemática comenzó a representar un problema para los padres de familia, para los alumnos y aún para los propios maestros.

Para los padres de familia por no poder ayudar ya a sus hijos en la elaboración de sus tareas o en la explicación de las dudas encontradas durante las mismas.

Para los alumnos porque terminaban por entender nada, al escuchar de los maestros un sinnúmero de palabras nuevas cuyo significado desconocían y un conjunto de símbolos desconcertantes.

Para los maestros por no saber exactamente que enseñar, ya que habían sido preparados en forma distinta a lo que ahora tenían que explicar a sus alumnos en la clase.

La culpa parece tenerla la matemática moderna.

En los últimos años se ha venido desarrollando una corriente cada vez mas elaborada, la cual ha producido una cantidad considerable de material pedagógico, como juegos y libros, simbología y terminología, discos y videos, y sobre todo una infinidad de nuevos libros de texto y de consulta.

Bajo este nombre se han producido diversas tendencias, muchas divergentes, las cuales van desde posiciones que nacen de un afán de renovación y de las que han surgido proposiciones hasta ahora mas radicales, hasta una serie de posiciones de caracter oportunista que se han aprovechado del afán de renovación.

Todo esto sacude a nivel mundial a la matemática y al sistema educativo por consecuencia.

1.2.2 Existen dos matemáticas ?

Como consecuencia de lo anterior, se habla ahora de "matemática tradicional" y de "matemática moderna". Y lógicamente surge la pregunta: Cuantas matemáticas existen? Son dos o se trata de una sola con distinto nombre?

A las matemáticas que se estudiaban hace unos cincuenta años se les daba el nombre de matemáticas clásicas. Pero las ciencias matemáticas han experimentado en los últimos años una renovación que ha dado origen a expresiones como "Nueva matemática" o "matemática Moderna".

Ante esta confusión, cabe aclarar que:

"La nueva matemática es, en principio, la misma matemática de siempre, solo que con algunas importantes adquisiciones nuevas : el lenguaje en que esta escrita, el método con el que se trabaja y las estructuras entre las cuales se mueve".

El nombre es el que no parece adecuado. Matemática Moderna se llamó hace muchos siglos a la geometría de Euclides; Matemática Moderna se denominó a las aportaciones sobre el cálculo de Newton y Leibnitz; Matemática Moderna se nombra a la teoría de conjuntos y a la lógica matemática surgidas a fines del s. XIX.

Si en épocas diferentes han surgido movimientos matemáticos importantes, los que en su momento han sido designados con el nombre de "matemática moderna", el nombre mas adecuado podría ser "matemática contemporánea" o "nueva matemática".

1.2.3 Características

Anteriormente la matemática se estudiaba como asignatura, por ejemplo, aritmética, geometría, álgebra. Cada una tenía diferente objeto o contenido y generalmente se estudiaba en forma descriptiva e intuitiva y, por lo tanto, aislada. En la escuela primaria la matemática tenía dos ramas precisas, aritmética y geometría; el álgebra se estudiaba en el nivel de secundaria.

el nivel de educación preescolar, se encontraba de pronto que tenía que aprender los números y la cantidad que cada uno de ellos representaba.

En cambio la llegada de la matemática moderna, trajo al nivel de preescolar y al de primaria el tema de los conjuntos, como medio para explicar la noción de número.

Además, con los conjuntos vinieron los temas de clasificación y seriación como una preparación para que el niño pudiera llegar mejor preparado a captar la noción de número.

Todo esto ha originado discusiones sobre si las cosas han mejorado o si simplemente se está perdiendo el tiempo. Antes el niño en pocas semanas aprendía los números y mecanizaba. Ahora supuestamente entiende o eso es lo que se pretende.

Por ello, desde un tiempo para acá, clasificación, correspondencia y seriación son temas básicos para que el niño inicie la matemática entendiendo, y no solo mecanizando, sobre el sentido y significado que tiene el NUMERO.

Al mismo tiempo, han surgido nuevas teorías en torno al aprendizaje que realiza el niño. Unas mejor que otras se han dedicado al estudio del desarrollo cognitivo del niño.

Las mas aceptadas de ellas, en la actualidad, insisten en que el niño debe ingresar a los conocimientos matemáticos en forma gradual, de acuerdo a su grado de desarrollo.

2.- EL NIÑO DE PRIMER GRADO

2.1 GENERALIDADES

2.1.1 Teoría psicognética

Jean Piaget es el teórico que abre una nueva corriente de estudio en relación con el conocimiento. Esta corriente es llamada "epistemología genética", en relación con el conocimiento en general, y "psicología genética", en relación con los sujetos en particular.

Se denomina, por lo tanto, psicología genética al estudio del desarrollo de las funciones mentales en tanto que dicho desarrollo puede aportar una explicación sobre los mecanismos de estas, en su estado acabado.

En este enfoque el problema central es el de las "operaciones intelectuales", que es donde ubica Piaget el problema del conocimiento, de aquí que se le considere cognostivista.

Piaget plantea que el conocimiento es un proceso y no un estado: todo conocimiento es siempre un devenir, pasar de un conocimiento a otro más complejo y eficaz.

El pasar de un conocimiento menor a uno mayor es medido por las acciones del sujeto, a las que Piaget denomina "operaciones". El sujeto humano esta siempre en contacto con un mundo exterior que lo expone a una serie de perturbaciones que lo llevan a buscar el equilibrio, y en esta búsqueda juega un papel importante el conocimiento.

El niño desde que nace empieza a estar en relación directa con el mundo externo, su desarrollo psíquico y biológico consiste en una marcha hacia el equilibrio. Por lo tanto, el desarrollo es un constante ir de un estado de equilibrio menor a uno superior.

Todo el conocimiento del niño, en este enfoque, se va a dar por una necesidad de adaptación al medio desde que nace.

"El sujeto, en su intento de adaptarse, tiende a incorporar a las personas y las cosas, lo que en términos piagetanos se denomina ASIMILACION; y, por otra parte, a reajustar lo que conoce, con base en transformaciones ocasionadas, lo que es llamado ACOMODACION" (1).

Importante es considerar el papel de la inteligencia en la teoría de Piaget, para entender el proceso del conocimiento. Tiene dos funciones esenciales la inteligencia: la de comprender y la de inventar. Funciones que son inseparables, pues para comprender cualquier acontecimiento es preciso reconstruir las transformaciones, lo que supone la intervención de la función.

"Los acontecimientos, entonces, son producto de las acciones del sujeto en términos de la adaptación: por tanto, conocer es actuar sobre los objetos y transformarlos para captar los mecanismos de esta transformación en vinculación con las acciones transformadoras mismas: conocer es, pues, asimilar lo real a estructuras de transformación" (2).

Piaget ha escrito prolíficamente y sus concepciones de la inteligencia, aunque complejas, han estimulado y propiciado numerosas investigaciones.

Piaget dividió su estudio del proceso de desarrollo en diferentes etapas, de acuerdo a las características prevaletente en ciertas edades, aunque debe tomarse esto con ciertas reservas.

"Como los lapsos correspondientes a las distintas etapas de desarrollo varían de un niño a otro, las edades que se mencionan representan promedios. Las transiciones de una etapa a otra pueden ser graduales

y se les supone motivadas por el proceso de desequilibración, el cual refleja los efectos diversos de la desconfirmación" (3).

2.1.2 Periodos sensoriomotriz y preoperatorio

En el primero de ellos, el sensoriomotriz, (o a 2 años) el niño no tiene conciencia del "yo" y del "no yo", de lo que forma parte de él mismo y de lo que no forma parte de su entorno. El punto de partida de sus conocimientos parte de los modelos innatos de conducta, como la succión, prensión y autoactividad corporal tosca.

No tiene sentido de permanencia, es decir, mientras tenga a la vista un objeto, existe, y en el momento que desaparezca deja de existir para él. Su pensamiento se encuentra sujeto a sus experiencias sensoriomotrices y es de su exclusividad; las experiencias ajenas no le sirven, ni las comprende.

En el momento que adquiere el lenguaje amplía su mundo, y el dominio que va teniendo de él le da otra dimensión de las cosas, ya ubica un objeto separado de su persona y ya lo recuerda en su ausencia, se inicia la descentración.

El segundo periodo, el preoperatorio (2 a 6 años), se caracteriza como una etapa a través de la cual el niño va construyendo las estructuras que darán sustento a las operaciones concretas del pensamiento, a la estructuración paulatina de las categorías del objeto, del tiempo, del espacio y la causalidad.

Durante este periodo, el pensamiento del niño recorre diferentes etapas que van desde un egocentrismo, en el cual se excluye toda objetividad que venga de la realidad externa, hasta una forma de pensamiento que se va adaptando a los demás y a la realidad objetiva.

Tiene como características una mayor integración social, por la repetida convivencia con otras personas, lo que le permite ir reduciendo su egocentrismo. En este momento su lenguaje es su principal arma, la que utiliza para expresar sus deseos, y una de sus principales actividades es el juego.

2.1.3 Operaciones concretas y formales

En el periodo de las operaciones concretas (6 a 11 años), el niño pasa de un modo de pensamiento inductivo a otro deductivo. En sus operaciones mentales, su razonamiento se basa en el conocimiento de un conjunto más amplio y en la relación lógica que hay en él.

Ahora el niño cuenta con más claros puntos de referencia para explicar y comunicar sus pensamientos; sus experiencias ya no son el centro de la vida, forman parte de ella.

Ahora trata de entender pautas diferentes de conducta social, el juego y la conversación dejan de ser medios primarios de autoexpresión para comprender el mundo físico y social.

En el periodo de las operaciones formales (11 años en adelante), Piaget señala que hasta esta etapa se empieza a cristalizar la personalidad del individuo, porque es cuando su pensamiento hipotético - deductivo, sabe definir reglas y valores, formula hipótesis, y se puede someter a una disciplina social.

El joven tiende a pensar y razonar con proposiciones más que con símbolos, ya que la deducción lógica es un nuevo instrumento. Es la última fase del desarrollo intelectual, realiza operaciones más formales.

Por lo tanto, para Piaget, si se quiere establecer que todo desarrollo es una adaptación al medio ambiente, es necesario considerar etapas en el desarrollo infantil como el proceso de equilibración que se da con base en estados sucesivos de equilibrio.

"Vemos, pues, que la unidad profunda de los procesos de desarrollo en el niño, desde la construcción del universo práctico debido a la inteligencia sensorio-motriz hasta la reconstrucción del mundo por el pensamiento formal, nos hacen ver claramente que todo conocimiento es un proceso continuo" (4).

2.2 ETAPA PREOPERATORIA

2.2.1 Desarrollo físico y motor

Este estadio que según Piaget corresponde a la edad de los 2 a los 6 o 7 años, es la etapa en la que se encuentra el niño que ingresa al primer grado de primaria.

Piaget considera que en esta edad el niño favorece dos formas de pensamiento, caracterizada una por el egocentrismo y la otra relacionada al tipo de percepción del niño en este tiempo.

Las características que se presentan en su crecimiento físico y desarrollo motor no aumentan rápido durante la infancia, continúan creciendo y llegan a un crecimiento más rápido durante la pubertad.

Es aquí muy importante la nutrición por ser influencia sobre el crecimiento, engrosamiento y formación de los huesos en el cuerpo. Por eso la gran importancia de que los padres den una buena alimentación durante esta edad al niño que concurre al Jardín, para obtener un mejor aprovechamiento y desarrollo físico durante la escuela primaria.

En su desarrollo motor nos damos cuenta de la rapidez del desarrollo físico durante los últimos meses. Una característica primordial es la fuerza de los niños a diferencia de las niñas, y el desarrollo de sus músculos en comparación con las mismas y la habilidad de los primeros comparada con la de ellas.

Pero a su vez las niñas toman ventajas, como en la coordinación de los músculos finos. Se pueden mencionar un sinnúmero de ventajas y desventajas que hay para niños y niñas, pues estas dependerán según las actitudes y desarrollo de ambos en su vida diaria.

En este periodo los niños tienen gran competencia en cognición, inteligencia, lenguaje y aprendizaje. Favorecen la habilidad para utilizar símbolos para pensar y actuar; manejan conceptos de edad, tiempo, espacio y moralidad., siendo estas favorecidas en las distintas actividades de trabajos realizados en el Jardín de Niños durante el transcurso del día.

"Por eso es de tal importancia un seguimiento adecuado en la programación del Jardín de Niños por parte del docente para favorecer estos aspectos del desarrollo implicados en él" (5).

Lo obvio es que aún no separan totalmente lo real de lo irreal y aún encontramos que es egocéntrico por no comprender el existir de otras personas a su alrededor.

Aquí debemos de hacer mención de que el niño presenta un cierto intercambio con el estadio de las operaciones concretas por ser una continuación del otro. Es así como el período de preoperaciones presenta ciertas características no desarrolladas de las operaciones concretas.

2.2.2 Función simbólica

El pensamiento egocéntrico es resultado de la falta de capacidad del niño para salir de su propio punto de vista y colocarse en el de los otros. En esta parte el niño aún no discrimina entre el "yo" y el "no yo", no se percibe a sí mismo como sujeto separado y distinto de los objetos.

Otra de sus características en este pensamiento que trae consigo es el de la función simbólica, en donde los niños usan símbolos para representar objetos, lugares y personas, y sus pensamientos regresan a eventos pasados, para así avanzar al futuro y detenerse en lo que está ocurriendo en algún aspecto del presente.

Sus procesos mentales son activos y reflexivos y tienen gran habilidad de representar cosas con símbolos y capacitarlos así para compartir un sistema de símbolos con otros.

Se presentan estructuras del pensamiento en el cual las representaciones mentales, o significadores, mantienen la imagen mentalmente de los objetos o hechos que se representan llamados estos últimos significantes; siendo estos símbolos o signos son términos para una representación gráfica.

Dentro de la función simbólica el niño hace juegos simbólicos y usan el lenguaje dentro de la imitación diferida. El juego simbólico que realiza el niño es el que un objeto signifique alguna otra cosa y utilizar el lenguaje para mostrar cosas o hechos ausentes que lo revisten de un carácter simbólico.

La centralización se presenta por centrar un aspecto de la situación y descuidar otros, llegando a un razonamiento ilógico; su error perceptivo inhibe el pensamiento lógico.

Con lo que respecta a la IRREVERSIBILIDAD el niño no es capaz de entender que la operación de vaciar puede darse en dos sentidos, es decir, no puede entender que las operaciones hacia un objeto puedan darse en distintos aspectos.

En esta edad el niño no entiende la reversibilidad y transitividad como se dijo anteriormente y es en el Jardín de Niños cuando el niño aprende conceptos cognoscitivos como tiempo, espacio, causalidad, juicio acerca de la edad y moralidad.

Así mismo presenta el animismo en el cual consiste en atribuir movimiento, voluntad e intención a las cosas que no tienen vida. O el artificialismo en donde el niño cree que todas las cosas existen, aún las que no han sido creadas por el hombre.

2.2.3 Pensamiento intuitivo

El pensamiento intuitivo, es la segunda forma de pensamiento que nos presenta Piaget en el niño de edad preescolar y se presenta alrededor de los 4 a 7 años de edad, forma parte del pensamiento que se adapta mas a la realidad.

Su pensamiento es esta etapa aún es prelógico, por no establecer determinadas relaciones. Evalúa la cantidad por el espacio ocupado sin establecer relaciones de correspondencia entre cada uno de los objetos presentados y los que debe de igualar.

Esto es consecuencia de su intuición, por no encontrarse

sometida, dominada, por la forma en que la realidad exterior se presenta en cada caso a su percepción. Capta nada más las grandes líneas de un objeto y no sus particularidades. Encontramos un sincretismo en donde el niño no es capaz de un análisis y una síntesis, considerándolo un pensamiento prèlogico.

Como antes se mencionó, la irreversibilidad no permite al niño establecer relaciones, comparaciones o sacar conclusiones, siendo esto la base del razonamiento lógico, que aún no obtiene el pequeño de preescolar.

Es aquí el momento de la formación de conceptos específicos como los de tiempo, espacio, número y causalidad, perteneciendo a un proceso de desarrollo de acuerdo a la edad en que el niño aprende y se encuentra situado.

En esta etapa el niño no podrá obtener sus conceptos, si el adulto se interpone a que perciba su conocimiento analítico y que encuentra alrededor con su medio exterior y con él mismo.

"Las preoperaciones lógico matemáticas son otros aspectos sobresalientes en esta etapa, y permiten al niño conocer su realidad de una manera más objetiva, la organización y preparación para las operaciones concretas del pensamiento; estas aparecen al final de los 6 o 7 años aproximadamente. El niño no realiza dichas operaciones por no poder reflexionar sobre abstracciones" (6).

3.- CONSTRUCCION DE LA NOCION DE NUMERO

3.1 GENERALIDADES

Se aborda aquí el análisis de los elementos que intervienen en la formación del concepto de número según los estudios realizados por Piaget, principal exponente de la teoría psicogenética.

Alrededor de los siete u ocho años, el pensamiento infantil sufre un avance muy importante al adquirir las estructuras operatorias que permiten al niño llevar a cabo lo que Piaget denomina propiamente una operación, es decir una acción mental que tiene ya características de ser reversible.

El manejo de las operaciones como tal, refleja un tipo de pensamiento mas móvil y menos centrado en las apariencias conceptuales, fundamental para una verdadera comprensión de lo que implica la noción de número.

Según Piaget no es suficiente que el niño sepa contar verbalmente (uno, dos, tres, etc.), para estar en "posesión del número". Un niño de cinco años puede numerar los elementos de una hilera de cinco fichas y pensar en cambio que, si se reparten las cinco fichas en dos subconjuntos de dos o tres elementos, estas subclases no equivalen a la colección total inicial.

La comprensión de la noción de número se da solo a partir de la comprensión de diversas estructuras lógicas. En este caso, la comprensión de que cinco fichas son el mismo número de fichas que se encuentren agrupadas o divididas especialmente en dos o tres elementos, depende de la posesión de una estructura operatoria de conjunto, sin lo cual no hay aun conservación de las totalidades numéricas independientes de su disposición figural.

3.2 EL NUMERO COMO RESULTADO O PRODUCTO

2.2.1 Observaciones

El aprendizaje de las nociones matemáticas elementales, solo es posible, en consecuencia, una vez que el niño ha llegado a la comprensión operatoria de concepto del número.

Piaget parte de la hipótesis de que la construcción del número es correlativa con el desarrollo de la lógica misma y que al nivel prelógico corresponde un período prenumérico.

Tomando en cuenta esto, el número no es más que el resultado de estas dos operaciones: la Clasificación y la Seriación.

La clasificación supone agrupar objetos considerando sus semejanzas para formar así "clases" o conjuntos de objetos. El número en sí es la abstracción de un conjunto de elementos.

La clasificación en el nivel operatorio contempla, además, la posibilidad del individuo de incluir mentalmente un conjunto de objetos de una jerarquía menor en una jerarquía mayor, por ejemplo, la clase de los vertebrados puede incluirse en la clase de los animales y esta a su vez en la clase de los seres vivos.

Esta capacidad inclusiva es fundamental para la comprensión de la noción de número.

Piaget descubrió que los niños pequeños, aun cuando sepan contar verbalmente, no contemplan esta consideración lógica, y al enumerar una serie lo único que hacen es etiquetar los números o ponerles un nombre como si estuviera diciendo: "Javier, Mauricio, Fernando, etc.". Pero no toman en cuenta que, por ejemplo, el uno está incluido en el dos, el uno y el dos en el tres y todos estos a su vez en el cuatro, etc.

La notación de número supone, además, el manejo de las relaciones de igualdad y de las relaciones asimétricas (mayor y menor que).

Todo número conlleva una relación "mayor que - menor que". Si tomamos algunos de ellos y los organizamos considerando sus relaciones de desigualdad numérica, tendremos una ordenación, ya sea creciente o decreciente, constituida propiamente por la idea lógica de seriación.

Las investigaciones de Piaget sobre la conservación numérica lo llevaron a descubrir que un conjunto o una colección solo son concebibles, si su valor total permanece invariable, cualesquiera que sean los cambios introducidos en las relaciones de sus elementos.

De ahí se deriva el concepto de "invariación numérica", es decir, que el número permanece idéntico a sí mismo cualesquiera que sea la disposición de las unidades de que está compuesto (como en el caso del ejemplo citado: cinco fichas agrupadas son el mismo número de fichas que dos y tres).

El análisis de la conservación numérica plantea el problema de la correspondencia. La correspondencia desempeña un papel importante en la síntesis del concepto de número, pues tenemos que hacer uso de ella para determinar la equivalencia numérica entre dos conjuntos de elementos.

Cuando no sobran elementos en ninguno de los conjuntos, verificamos que son equivalentes; mientras que si, sobran elementos en alguno de ellos, éstos no son equivalentes.

Piaget descubrió que la clasificación, la seriación y la correspondencia término a término (o biunívoca) atraviesan por varias etapas de construcción lógica antes de construirse propiamente como operaciones.

3.2.2 Clasificación

La clasificación es una operación lógica que interviene no solo en la construcción de la noción de número, sino en la construcción de todos los conceptos intelectuales.

Clasificar supone abstraer de los objetos los atributos esenciales que los definen y diferencian de los demás. La clasificación es un instrumento intelectual porque hace generar y ampliar los conocimientos sobre los objetos que nos rodean estableciendo sus semejanzas y diferencias.

Definir algo implica ubicarlo dentro de una clase determinada, distinguiendo lo que si es de lo que no es, por ejemplo, un gato pertenece a la clase de los animales, de los mamíferos, de los felinos, etc. pero no pertenece a la de los vegetales ni a la de los anfibios.

La formación de conceptos responde a determinadas leyes lógicas. Las clases se excluyen mutuamente como por ejemplo, el gato que se halla en la clase de los mamíferos no puede ubicarse al mismo tiempo en la de los anfibios.

Todos los miembros de una clase poseen propiedades comunes. Piaget denomina a esta propiedad "comprensión" (intención). Por ejemplo, el gato pertenece a la clase de los gatos por poseer ciertas características cualitativas que lo identifican con otros gatos como tener pelo, maullar, ser animal felino, etc.

Las clases son abarcativas de todos los miembros que les pertenecen. Esto se refiere al aspecto cuantitativo de la clase que Piaget denomina extensión, por ejemplo: dentro de la clase de los gatos pueden ser incluidos todos los gatos del mundo.

La comprensión (o intención) define la extensión. Por ejemplo, si se sabe que una clase se debe formar con base en la particularidad de ser animal y otra de ser vegetal, se pueden identificar "todos" los elementos que pertenecen a una u otra.

En términos generales clasificar es juntar por semejanzas y separar por diferencias. Cabe aclarar que clasificar los objetos no siempre implica separarlos o juntarlos físicamente, sino que muchas veces estas acciones se realizan mentalmente, o sea, como acciones interiorizadas no efectivas.

Las estructuras operatorias de la clasificación requieren que se

establezcan relaciones de inclusión entre las clases y subclases, es decir, la clasificación operatoria supone la capacidad de comprender, por ejemplo, que el conjunto de las pelotas amarillas puede estar incluido en un conjunto mayor que sería el de las pelotas.

A continuación describiremos los estadios por los que atraviesa el niño para construir la clasificación operatoria.

Primer estadio: colecciones figurales, hasta los cinco o seis años aproximadamente.

Para observar las conductas clasificatorias en el niño, Piaget utilizó superficies circulares, cuadros, triángulos, anillos y semianillos de madera o material de plástico, indicando como consigna "poner junto lo que se parece" o "lo que va junto".

En el primer estadio el niño dispone de elementos a clasificar agrupándolos según las configuraciones espaciales. Se puede decir generalizando, que el niño tiende a formar grupos que tengan una significación para él, por ejemplo: coloca un triángulo sobre los cuadrados para representar una casa o alinea las figuras y dice que es un tren o un largo trolebus. De ahí el nombre de colecciones figurales.

También puede presentarse que el niño ordene las figuras geométricas, estableciendo semejanzas entre el primer elemento elegido y el siguiente, después entre el segundo y el que sigue y así sucesivamente, pero sin considerar las diferencias ni comparar los elementos que no se hallen contiguos. Por ejemplo: poner un triángulo azul al lado de otro, lo hace seguir de un cuadrado azul, luego de cuadrados rojos, amarillos y azules.

Del mismo modo se presentan en este primer estadio las relaciones de semejanza o conveniencia cuando se trata de clasificar objetos cualesquiera (como plantas, casas, animales, etc.). El niño suele agrupar los objetos porque para él conviene que estén juntos, por ejemplo, coloca un bebé junto con la cuna.

Segundo estadio: Colecciones no figurales, de los cinco o seis años a los siete u ocho.

En este estadio el niño lleva a cabo todavía "colecciones" y no "clases" propiamente dichas, ya que sus clasificaciones no contemplan todavía jerarquías inclusivas, es decir, no comprenden aun que un conjunto de elementos puede estar incluido en un conjunto mayor.

Las colecciones no figurales de este estadio se caacterizan porque el niño ya elige una sola semejanza o criterio para formar sus colecciones, por ejemplo, agrupar las figuras geométricas geométricas según su forma y ya no mezcla estos criterios.

El niño comprende ya la noción de pertenencia, pero aun no la de inclusión ya que no considera que la colección de cuadros es un subconjunto de las figuras geométricas.

Tercer estadio: clasificaciones jerárquicas con encajes inclusivos, de los siete u ocho años en adelante.

La característica principal de este estadio es que el niño ya puede comprender la noción de inclusión y por lo tanto, construir clasificaciones jerárquicas.

El pensamiento operatorio alcanzado ya, por el niño, a estas alturas es reversible, lo que hace posible realizar operaciones mentales en orden inverso. Ahora puede clasificar un conjunto de objetos de acuerdo con un criterio determinado y volver a unir mentalmente las partes o subconjuntos para restablecer el conjunto original.

Por esta razón, ante una pregunta - Qué hay, más flores o flores amarillas ?, el niño responde que flores puesto que las flores amarillas pertenecen al conjunto de las flores.

La clasificación operatoria descrita hasta aquí presenta todavía sus limitaciones, ya que tiene que efectuarse sobre objetos concretos. Los razonamientos a partir de clases imaginarias requieren un tipo de pensamiento más abstracto que se alcanza, generalmente, hasta después de los once o doce años.

3.2.3 S e r i a c i o n

La seriación al igual que la clasificación constituye una operación necesaria no solo para la formación del concepto de número sino también para la construcción del pensamiento en general.

Seriar es establecer diferencias entre elementos y ordenar estas diferencias ya sea creciente o decrecientemente, por ejemplo, una fila de niños formada por estaturas es una seriación en orden creciente establecida a partir de las relaciones entre diferentes alturas.

La serie numérica es una ordenación de conjuntos de acuerdo con el número de elementos que posee, por eso, es importante la construcción operatoria de una serie en la comprensión del concepto de número.

La seriación se realiza muchas veces en el plano de las acciones mentales y no solamente con objetos concretos. La seriación en el nivel operatorio se caracteriza por la comprensión de dos propiedades fundamentales: la transitividad y la reciprocidad.

La transitividad. Se refiere a la posibilidad de establecer relaciones asimétricas entre dos elementos que no se hallen contiguos: si A es menor que B y B menor que C, por lo tanto A es menor que C.

La reciprocidad. Se observa en la capacidad del individuo para comprender que al intervenir en el orden de comparación entre los dos elementos la relación asimétrica también se invierte: si 1 es menor que 2, por tanto 2 es mayor que 1.

La seriación se presenta desde el nivel sensorio-motriz en una forma de tanteo no sistemático, cuando un bebé construye una torre de cubos de tamaños decrecientes.

Para analizar las conductas de seriación en los diferentes estadios, Piaget utilizó una serie de regletas de 9 a 16.2 cm. y otras de dimensiones intermedias para ser intercaladas entre la primera y la última.

Primer estadio: fracaso en la seriación, hasta los cinco o seis años de edad.

Este estadio se caracteriza por una total ausencia de anticipación en la construcción de la serie. Generalmente los niños construyen pequeñas series parciales en orden creciente o decreciente, pero sin coordinación entre ellos.

Como observamos en este estadio, el niño establece las relaciones simétricas solo en términos absolutos (comparando solamente el mas grande y el mas pequeño, o cuando mucho el grande, el mediano y el pequeño) pero no toma en cuenta necesariamente todos los elementos de la serie.

Segundo estadio: Exito por tanteo, entre los cinco o seis años hasta los siete u ocho años aproximadamente. Se divide en dos subestadios:

Primer subestadio. Generalmente los niños logran dibujar la serie correctamente pero fracasan cuando tienen que realizarla con objetos concretos como regletas.

Piaget explica esta diferencia diciendo que el dibujo de una serie no exige la comprensión directa y reciproca entre dos elementos, (este es más grande que este otro y a su vez este último es mas pequeño que el primero), sino simplemente se van agrupando elementos en un solo sentido lo cual es todavía una acción irreversible.

Segundo subestadio. La seriación con las regletas es lograda mediante tanteos o comparaciones directas entre cada uno de los elementos. "no existe todavía un método sistemático, pues aún no se da la comprensión de las relaciones de transitividad ni de reciprocidad".

Puede hablarse solamente de una semianticipación de sus acciones, ya que va construyendo la serie a medida que compara los elementos uno por uno.

No comprende todavía que si ha colocado ya los tres elementos mas

pequeños de la serie, lógicamente el mas pequeño de los que restan es mas grande que los que ya colocó, puesto que esto requeriría el manejo de relaciones inversas (o reciproco), propias del pensamiento operatorio.

Piaget observó que los niños en este subestadio tienen grandes dificultades para intercalar elementos intermedios en una serie ya construida, y prefieren deshacer la serie original y comenzar de nuevo comparando cada uno de los elementos.

Esto se debe a que cuando se trata de intercalar un elemento es necesario considerar al mismo tiempo sus relaciones inversas, es decir, que el elemento sea a la vez mas grande que el anterior y mas pequeño que el que sigue, lo que exige como se ha visto, el manejo de la reversibilidad.

Tercer estadio: Exito por métodos operatorios, de los siete u ocho años en adelante.

La serie es construida sistemáticamente por el dibujo con objetos concretos. Ya no hay necesidad de comparar los elementos objetivamente puesto que las relaciones asimétricas pueden establecerse mentalmente y por lo tanto el niño puede anticipar correctamente la seriación.

Piaget afirma que la clasificación y la seriación no se derivan directamente de las estructuras perceptuales. La prueba de ello está en que, aunque el aspecto perceptual en la seriación es mas evidente que en la clasificación (ya que una relación asimétrica puede ser percibida mientras que una clase no), ambas operaciones se elaboran mas o menos al mismo tiempo.

Si el factor perceptual fuera determinante en la construcción de estas operaciones, podría esperarse que la seriación se produjera antes que la clasificación.

2.3 CONSERVACION DE NUMERO

2.3.1 observación

Piaget investigó sobre varios tipos de conservación: la conservación de cantidades (continuas y discontinuas), de peso y de volumen, la capacidad de conservar la cantidad, se presenta según se haya visto como señal de la existencia del pensamiento operatorio, los otros dos tipos de conservación se manifiestan posteriormente (generalmente hasta después de los nueve años).

La conservación de cantidades continuas es la que se lleva a cabo sobre elementos que no pueden ser cuantificados como los líquidos y las sustancias sólidas. Las cantidades continuas por lo tanto, no tienen carácter aritmético.

3.3.2 Correspondencia biunívoca

Piaget investigó la conservación de número en relación con el problema de correspondencia biunívoca, ya que pone los elementos de dos conjuntos en correspondencia término a término, es el procedimiento más directo para comprobar su equivalencia numérica.

Para constatar el proceso de adquisición de la conservación de número, Piaget utilizó diversos materiales susceptibles de ser organizados en dos conjuntos cuyos elementos pudieran ponerse en relación uno a uno, por ejemplo: botellitas y vasos, flores y floreros, huevos y hueveras, u objetos homogéneos como fichas del mismo color.

La diversidad de estos materiales tenían por objeto constatar algunas variables de interés epistemológico para Piaget, como por ejemplo, el hecho de que proporcionaran objetos que se complementaran entre sí (como las flores y los floreros), le impusieron al niño el establecimiento de la relación entre dos elementos y no reflejará verdaderamente un problema de evaluación o medición de la cantidad.

Sin embargo, los niños presentaron manifestaciones específicas y características en cada uno de los estadios de la correspondencia término a término, los cuales se pueden sintetizar como sigue:

1er. estadio.- Ni correspondencia exacta ni equivalencia (hasta

los cinco o seis años aproximadamente).

Los niños establecen una correspondencia global de acuerdo con la percepción espacial de los objetos. No hay relación término a término, los niños se guían por la longitud de la hilera que se forma al alinear los objetos, o por el tamaño de la aglomeración.

2do. estadio.- Correspondencia término a término pero sin equivalencia durable entre las colecciones (de los cinco o seis años a los siete u ocho años aproximadamente).

Los niños establecen la relación uno a uno entre los elementos de los conjuntos cuando pueden apreciarla perceptualmente. Pero esta correspondencia se pierde cuando la disposición espacial de los objetos se altera. No conserva aun mentalmente la equivalencia.

3er. estadio.- Correspondencia término a término y equivalencia durable de las colecciones (de los siete u ocho años en adelante).

La transformación realizada físicamente con los objetos puede ser comprendida por la transformación inversa, es decir, que el niño puede invertir mentalmente la acción llevada a cabo con los objetos. Esto se debe como sabemos a que su pensamiento ya es operativo y por lo tanto reversible.

La atención del niño ya no se centra exclusivamente en las partes o en el todo, sino que ahora le es posible coordinar ambas relaciones y por lo tanto puede compensar la longitud de la hilera formada por las fichas con su densidad, es decir, que existe una relación que Piaget denomina "compensación" o reciprocidad: los espacios entre las fichas compensan los espacios laterales de la hilera.

Además, el niño con pensamiento operatorio puede imaginar que los cambios efectuados en la disposición de los objetos pueden ser anulados o "negados". Esta posibilidad es una forma de reversibilidad que Piaget denomina "negación".

Así mismo puede ya razonar que los objetos de las dos colecciones son lo mismo puesto que no se ha agregado ni quitado nada. Piaget llama identidad, a esta capacidad, que evidentemente tiene que ver también con la reversibilidad, ya que la reversibilidad es fuente de constancia.

3.3.3 Composición aditiva

La composición aditiva está implícita en el número como tal, puesto que el número entero es una reunión aditiva de unidades.

Piaget estudió la composición aditiva para averiguar si el niño es capaz de comprender la identidad o conservación de un todo a través de las diferentes composiciones de sus partes.

Para esto colocó dos hileras con el mismo número de fichas una al lado de otras pero distribuidas de diferentes maneras (4+4) y (1+7) y preguntó: ¿Dónde hay más fichas?

Al igual que en el caso de la correspondencia término a término, las respuestas de los niños se agruparon en tres niveles, el último de los cuales corresponde al período operatorio.

En el primer nivel los niños no comprenden igualdad de los conjuntos y responden generalmente que hay más fichas donde los elementos se encuentran agrupados en el conjunto de (1+7).

En la segunda etapa reaccionan al principio de la misma manera que en la primera pero comienza a darse cuenta a partir de la composición del primer conjunto (4+4), con el segundo (1+7), que el aumento de uno de los elementos del segundo conjunto (siete), compensa la disminución del otro (uno).

En la tercera etapa ya considera al mismo tiempo las partes y el todo por lo cual puede pensar mentalmente el aumento y disminución simultáneos del conjunto 1 + 7, e identificar los elementos de ambos conjuntos, son los mismos independientemente de su composición espacial.

Piaget llegó a la conclusión de que el niño conserva mentalmente la identidad de un todo únicamente cuando ese todo se considera invariante cualquiera que sea la distribución de sus partes.

Los resultados de estas experiencias son interesantes para el problema que nos ocupa en este trabajo, puesto que la adición es la operación aritmética que reúne las partes de un mismo todo y la sustracción su inversa.

A la comparación de la adición y la sustracción aritmética subyacen todas las relaciones lógicas que se han descrito y que son indispensables para la construcción de la noción numérica (inclusión, transitividad, reciprocidad, invarianza, etc.).

Todo lo anterior lleva a pensar que la adición y la sustracción no pueden ser enseñadas directamente sin tomar en cuenta la comprensión de las relaciones lógicas que sustentan el concepto de número y que si los niños de cinco o seis años logran realizar correctamente sumas y restas, puede deberse a un aprendizaje superficial y mecánico más que a una verdadera comprensión conceptual de las mismas.

Como el mismo Piaget señala: Es cierto que puede llegarse a hacer repetir verbalmente, incluso a los niños de las etapas precedentes (a la operatoria), fórmulas extraídas de las tablas de adición ya establecidas como $2+2=4$, $2+3=5$, etc.

Pero la asimilación de esas fórmulas solo se obtiene cuando el sujeto es capaz de concebir una suma con 6 como una totalidad que engloba los sumandos 2 y 4 como partes, y cuando es capaz de situar las diversas combinaciones posibles en un grupo de composiciones aditivas. Si estas condiciones no se cumplen, no se comprende la adición como operación.

C O N C L U S I O N E S

Para concluir, es preciso hacer notar que la construcción de las representaciones gráficas es más que una necesidad.

Es más fácil comenzar el estudio de los conceptos lógicos elementales y el de los conceptos matemáticos correlativos, empezando con una representación espacial, que en cierto sentido conduce al amplio universo de lo analógico.

Es decir que utilizando la representación espacial y el principio de la analogía se pueden graduar las etapas de aprendizaje en el niño y llevarlo a este, progresivamente de un concepto abstracto y del razonamiento lógico al matemático.

Esta etapa de la representación gráfica de los conceptos incluye también los momentos de clasificación, seriación y conservación de la cantidad que constituyen un estadio necesario desde el punto de vista didáctico.

Con la presentación del material necesario que el niño deberá manipular para alcanzar el concepto de clase y la adecuada relación entre comprensión y extensión. Este material comprende figuras que permiten el juego de elementos para llegar a una clasificación (hacer por lo menos tres grupos de clasificaciones).

Para llevar a cabo esta clasificación durante los ejercicios que el niño realiza se tiene como propósito que no sea solo una transmisión de conocimientos sino de guiar al niño a observar, pensar y descubrir.

Aquí, el material estará compuesto por series ordenadas con

distintas propiedades sensoriales. De manera que el niño pueda armar series utilizando un recurso por vez y sacando conclusiones acerca de la distribución de las series y el carácter de la reversibilidad de las mismas.

El niño debe explicar los aspectos que tiene en cuenta para realizar cada distribución; dicha explicación seguirá de las respuestas a las preguntas que le efectúa la maestra.

Piaget considera que, la estructura mental de agrupamiento tiene las mismas propiedades que la estructura algebraica de grupo.

Las propiedades comunes a las actividades de agrupamiento y a las estructuras matemáticas de grupo, se pueden expresar de la siguiente manera:

a) Dos clases distintas pueden agruparse en una sola clase que las englobe. Por ejemplo: reuno un montón de cuentas azules de plástico con otro montón de cuentas rojas, también de plástico. El conjunto de cuentas de plástico incluye el conjunto de las azules y de las rojas.

En cuanto a la interiorización de las acciones, la coordinación de dos esquemas mentales origina otro nuevo esquema.

b) Recorriendo caminos distintos se puede llegar al mismo punto. Por ejemplo: para reunir todas las cuentas de colores en una sola bolsa no importa si juntamos primero las rojas con las blancas y luego agregamos las azules; o si reunimos previamente las blancas y las azules y luego añadimos este conjunto al de las rojas.

Un agrupamiento se puede realizar por caminos distintos. Matemáticamente esto implica que el orden de combinación de los elementos no altera el resultado (propiedad conmutativa).

c) A una acción la podemos realizar en dos sentidos: el directo y el inverso. A cada operación directa de un grupo le corresponde una operación inversa. Por ejemplo: el camino que une la casa y

la escuela puede recorrerse para ir y volver. Ambas son acciones inversas.

La existencia de una operación inversa se debe a la reversibilidad operatoria, esta se manifiesta también por reciprocidad, lo que significa una reversibilidad de relaciones "dos acciones son recíprocas cuando se compensan en sus efectos", como por ejemplo, la fuerza que hacemos para impedir el desplazamiento que pretende avanzar.

Esta reversibilidad lleva a comprender, por ejemplo, que dos recipientes pueden tener la misma capacidad o la misma cantidad de líquido, cuando la diferencia por exceso en una dimensión esta compensada con la diferencia por efecto en otra dimensión.

En este tipo de reversibilidad se apoya el principio de conservación de la cantidad., es decir, que la cantidad de sustancia es independiente de la forma del cuerpo.

La característica fundamental del pensamiento es la de ser reversible. Se puede elaborar una hipótesis y luego rechazarla para volver al punto inicial.

d) Se puede retomar el punto de partida y hallarlo sin cambio, porque una acción u operación se anula cuando se combina con su inversa. Si por ejemplo, Martha le da un caramelo a su amiguita y luego se lo quita, es como si no le hubiera dado nada. La composición de dos acciones inversas da como resultado la acción nula, que no produce cambio.

Es imprescindible que el niño de la escuela primaria llegue a asimilar que dentro de la operatoria matemática existen elementos que no producen cambios (neutros o idénticos) y elementos que deshacen lo hecho (inversos) lo cual se puede llegar a comprender oportunamente cuando han quedado debidamente interiorizadas las acciones previas.

C I T A S T E X T U A L E S

- (1) Pico Herrera, Lidia
La Docencia y el Aprendizaje
Pag. 62.
- (2) Ibidem
Pag. 62
- (3) Antologia SEP - UPN
Teorias del Aprendizaje
Pag. 209.
- (4) Pico Herrera, Lidia
La Docencia y el Aprendizaje
Pag. 65.
- (5) Escuela Normal Minerva
Teoria Psicogenetica
Apuntes.
- (6) Ibidem.

B I B L I O G R A F I A

Grandes Temas de Salvat
La Nueva Matematica
Ed. Salvat. Barcelona, 1975.

Kuntzman
A donde va la Matematica?
Siglo XXI Editores. Mexico, 1969.

Pico Herrera, Lidia
La Docencia y el Aprendizaje
SEP - UPN. Mexico, 1986.

Santalo, Luis
La Educacion Matematica, Hoy
Ed. Teide, Barcelona, 1975.

U. P. N. Antologia
La Matematica en Escuela I
S.E.P. Mexico, 1988.

U. P. N. Antologia
Teorias del Aprendizaje
S.E.P. Mexico, 1986.

U. P. N.
Contenidos de Aprendizaje
LEB 79. Mexico, 1986

U. P. N.
Contenidos de Aprendizaje, Anexo II
LEB 79. Mexico, 1986.

116979