

F124
52

GOBIERNO DEL ESTADO DE JALISCO
SECRETARIA DE EDUCACION
O. S. E. J.
DIRECCION DE EDUCACION TERMINAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD 14 E, ZAPOPAN



708811

✓
"EL APRENDIZAJE DE LA ADICION DE NUMEROS ENTEROS
EN QUINTO GRADO DE EDUCACION PRIMARIA".

PROPUESTA PEDAGOGICA
QUE PRESENTA
EL PROFR. J. REFUGIO GUTIERREZ GONZALEZ
PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

ZAPOPAN, JAL.,

JULIO 1994

2-x11-94

MMH

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Zapopan, Jal., 8 de JUNIO de 1994 .

C. PROFR. (A)

J. REFUGIO GUTIERREZ GONZALEZ.

P R E S E N T E :

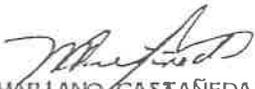
En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado:

"EL APRENDIZAJE DE LA ADICION DE NUMEROS ENTEROS EN QUINTO GRADO DE EDUCACION PRIMARIA"

opción PROPUESTA PEDAGOGICA a propuesta del asesor C. Profr.(a) MARIA DE LOS ANGELES CUDALIFE RAMIREZ CASPER , manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E .


LIC. MARIANO CASTAÑEDA LINARES.
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION S. E. P.
DE LA UNIDAD UPN 14E ZAPOPAN.



Í N D I C E

INTRODUCCIÓN	1
JUSTIFICACIÓN	4
OBJETIVOS QUE SE PRETENDEN ALCANZAR	6
CAPÍTULO I LOS NÚMEROS ENTEROS	8
DEFINICIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS	12
CARACTERÍSTICAS DE LOS NÚMEROS ENTEROS	13
Signos de + y - en los números enteros	13
Valor absoluto de un número entero	14
Valor relativo de un número entero	15
Orden entre los enteros	15
Números enteros simétricos	18
PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ENTEROS	19
Propiedad transitiva	19
Propiedad de tricotomía	20
LA SUMA O ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS	20
PROPIEDADES DE LA SUMA EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS	23
Propiedad de cerradura	23

Propiedad conmutativa	23	
Propiedad asociativa	23	
Propiedad de elemento neutro	25	
CAPÍTULO II	MARCO TEÓRICO Y CONTEXTUAL	26
LA TEORÍA PSICOGENÉTICA		27
LA ESTRUCTURACIÓN DE LA INTELIGENCIA SEGÚN PIAGET		28
PERIODO DE LAS OPERACIONES CONCRETAS		31
LA PEDAGOGÍA OPERATORIA		32
CONTEXTO SOCIAL		36
Situación geográfica		36
Contexto institucional		39
ANÁLISIS DEL LIBRO PARA EL MAESTRO DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA RESPECTO A LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS		41
Objetivos que se relacionan de manera indirecta		41
Objetivos que se relacionan directamente con el problema		42
ANÁLISIS DEL LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA		

RESPECTO A LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS	43
COMENTARIOS	55
CAPÍTULO III	
PROPUESTA	56
METODOLOGÍA	57
PLANEACIÓN DE LA PROPUESTA	58
IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA	68
Diario de Clases	69
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	89
Resultados del pretest	90
Resultados del postest	91
CONCLUSIONES GENERALES	93
APÉNDICES	95
BIBLIOGRAFÍA	108

I N T R O D U C C I Ó N

Actualmente la Educación es un tema de resonancia en todo el país, por los problemas que ha traído "arrastrando" consigo a lo largo de su historia: cómo se aprendía anteriormente, cómo se aprende ahora, qué contenidos programáticos, para qué, etc.

¿Quién no ha escuchado hablar sobre la "modernización educativa"? Ésta, que tardará quizás tiempo para realizarse o tal vez no se lleve a cabo totalmente; lo que si es cierto es que nació con el presente sexenio, donde en materia de educación, se está llevando a cabo una revisión de los contenidos programáticos, con el fin de actualizarlos, entre otras cosas; pero... ¿por qué actualizarlos? Las condiciones y la situación del país han estado cambiando a través del tiempo, por lo que si en una época un contenido fue fabuloso, en el México de hoy, puede no serlo.

Así pues, la educación requiere de nuevas formas de "enseñar" y aprender. Todas las áreas de aprendizaje tienen su problema en la manera de aprenderse por los escolares, y mayormente siendo matemáticas; ¿quién no ha oído en sus

alumnos las voces de desagrado y antipatía cuando van a realizar algo de matemáticas?

Esas voces de desagrado son porque el niño nunca ha aprendido los conocimientos matemáticos de una manera firme, nunca ha podido entender las matemáticas, porque nunca las aprendió con claridad, sólo a medias y con ambigüedades, por la forma en que se le presenta el conocimiento.

Así pues, se deben buscar, cada día, nuevas alternativas didácticas para el aprendizaje de la matemática que tan difícilmente aprenden.

En este trabajo se presenta una estrategia didáctica para el aprendizaje de uno de los contenidos programáticos que corresponden a la matemática y que tanto problema ha costado aprender a los educandos: EL APRENDIZAJE DE LA ADICION DE NUMEROS ENTEROS EN QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

Para su realización, se presenta el análisis del libro de texto del alumno, el libro para el maestro de quinto grado de Educación Primaria, así como la teoría, psicológica y pedagógica, que fundamenta aquel aprendizaje

en los niños de este grado.

También se encuentran incluidos el contexto social e institucional donde se ubicó el problema y finalmente una secuencia de actividades que se deben seguir para lograr el aprendizaje antes mencionado.

J U S T I F I C A C I O N

Si hacemos un poco de historia, recordemos que para que el hombre asimilara o se familiarizara con el concepto de número, pasó por un proceso elaborado muy lentamente: Para el hombre primitivo era difícil, por ejemplo, decir cuántas flechas tenía, ya que sólo podía decir el uno y el dos, los números mayores que tres no tenían ya nombre simplemente decían "muchos" o "incontables".

Posteriormente, algunos pueblos, viéndose en la necesidad de saber cuántos animales u objetos tenían en una colección, algunos números reciben nombres: "mano" para cinco y "hombre completo" para veinte y así sucesivamente; pero es hasta que el hombre siente que necesita saberlo.

De igual forma, el niño aprende tal o cual contenido sólo hasta que él se convence por sí mismo de que dicho contenido de aprendizaje tendrá una aplicación básica en su vida cotidiana. Dicho en otras palabras, siente (como el hombre primitivo) la necesidad de aprenderlo, y para que esta necesidad surja en el niño es importante la manera como se le presente un conocimiento para que éste lo aprenda.

Para el aprendizaje de la adición de números enteros en quinto grado de Educación Primaria, tanto el libro de texto del alumno como el programa o currículum escolar, sugieren al niño el uso de la recta numérica.

Se ha detectado que este proceder es totalmente complicado para el educando, ya que no le encuentra ninguna relación para la resolución de los problemas que él vive diariamente. Con esto aprende sólo a medias.

Es muy importante que el niño de esta edad escolar tenga bien definido aquel aprendizaje, pues es uno de los últimos años que el educando pasa en la Escuela Primaria, y al egresar de ella se verá en la completa necesidad de aplicar, en su vida diaria, los contenidos escolares adquiridos en este nivel educativo.

De este modo se considera pertinente iniciar una investigación que dé la pauta a seguir en la enseñanza de la adición de números enteros.

OBJETIVOS QUE SE PRETENDEN ALCANZAR

El fin primordial del presente trabajo es:

- Presentar una situación problemática más cotidiana para el escolar, en el aprendizaje de la adición de números enteros de quinto grado de Educación Primaria.

OBJETIVOS PARTICULARES

- Evidenciar la presencia de la problemática en cuestión.
- Fundamentar teóricamente la adición de números enteros.
- Analizar el Programa y el libro de texto de quinto grado de Educación Primaria, en el aspecto de adición de números enteros.
- Fundamentar psicológica y pedagógicamente el aprendizaje de la adición de números enteros.

- Determinar el contexto en el que se presenta el problema.

- Implementar una propuesta opción tendiente a la solución del problema.

CAPÍTULO I

LOS NÚMEROS

ENTEROS

LOS NÚMEROS ENTEROS

Para definir los números enteros es necesario comenzar mencionando un conjunto de números en cuyos elementos nos hemos apoyado para resolver algunos problemas tales como:

1. Si una caja de pelotas cuesta N\$ 25.00, ¿cuánto cuestan cuatro cajas?
2. Si un automóvil corre a una velocidad constante de 50 kilómetros por hora, ¿cuánto tardará en completar un recorrido de 200 kilómetros ?
3. Juan pesa 73 kg y Juana pesa 46. ¿Pueden cruzar juntos un puente que sólo puede soportar 115 kg?

El conjunto al que se está refiriendo arriba es el de los números naturales, que está representado convencionalmente por la letra N esto es:

$$N = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots \}$$

o también representados en la recta:



Donde los puntos suspensivos significan que no hay un límite, es decir, que se puede seguir añadiendo números sin encontrar jamás el fin.

Resolviendo los problemas anteriores, para contestar a la pregunta del primer problema, evidentemente se debe multiplicar el número natural 4 por el número natural 25 y se obtiene como resultado el número natural 100; entonces, se contestaría a la pregunta diciendo: "100 pesos". De forma parecida, como el número natural 200 dividido por el número natural 50 da el número natural 4 como cociente, entonces, se resolvería el problema 2 diciendo: "cuatro horas". Y aunque la pregunta del problema 3 no pide cantidad de clase alguna como contestación, se debe, sin embargo, usar también el conjunto de los números naturales para contestar correctamente: como $46 + 73 = 119$ y 115 es menor que 119, se puede contestar con un simple "no".

Obsérvese que no aparecen ideas de "oposición" en ninguna de las anteriores situaciones reales.

Considérense ahora un cuarto y quinto problemas también de significación real :

4. Se extiende un cheque de N\$ 200.00 contra una cuenta corriente en que sólo hay N\$ 180.00. Si el banco acepta el cheque, ¿cuál será el nuevo estado de cuenta?

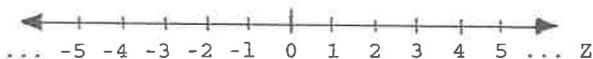
5. En un pequeño comercio el dueño tuvo ventas de \$ 3,650.00, de \$ 2,850.00 y de 1975.00 y pagó notas por \$11,350.00 ¿cuál es el estado actual de su negocio?

Para poder contestar a estas preguntas con sólo un número (para cada problema), se tiene que buscar éste en un sitio distinto al conjunto de los números naturales (N)

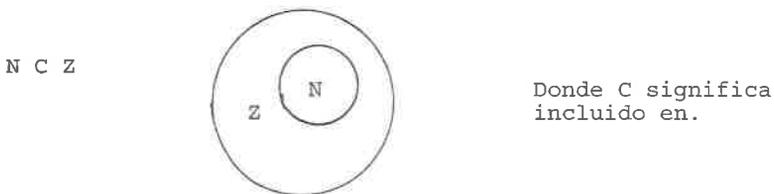
Cuando el hombre se vió ante este tipo de situaciones, sintió que el conjunto de los naturales le era insuficiente para resolverlas; así pues, necesariamente tuvo que crear un nuevo conjunto de números: el conjunto de los números ENTEROS, mismo que representó, convencionalmente, con la letra Z así:

$$z = \{ \dots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

que no son mas que una ampliación del conjunto de los números naturales, como lo indica la siguiente recta:



Es decir que el conjunto de los números naturales se encuentra incluido en el conjunto de los números ENTEROS:



DEFINICION DE LOS NUMEROS ENTEROS

Nuestra vida de relación, la vida de relación de todos los seres pensantes, se desenvuelve en una permanente dualidad.

Para todo concepto que tengamos hay otro concepto totalmente opuesto. Tenemos concepto de alto por que tenemos concepto de bajo, tenemos concepto de frío porque tenemos concepto de calor, tenemos concepto de hermoso por que tenemos concepto de feo, tenemos concepto de negro porque tenemos concepto de blanco, y así podríamos citar infinidad de ejemplos de esta dualidad.

La ciencia de las matemáticas, para facilitar sus operaciones y para ampliar su campo de acción, ha incorporado a su temática desde hace muchísimos años, esta idea de mundos antitéticos, naturalmente para referirse sólo a los conceptos susceptibles de medida.

Así pues correspondiendo a esta dualidad, los números ENTEROS son clasificados en NUMEROS POSITIVOS y NUMEROS NEGATIVOS.

Se ha convenido en que los números positivos indiquen: POSESION, GANANCIA, aumento, calor, a la derecha, arriba, al frente, ingreso, al norte, al este, altitud, etc.

De la misma manera se ha convenido que los números negativos indiquen todo lo contrario o sea: DEUDA, PÉRDIDA, disminución, frío, a la izquierda, abajo, atrás, egresos, al sur, al oeste, profundidad, etc.

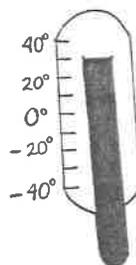
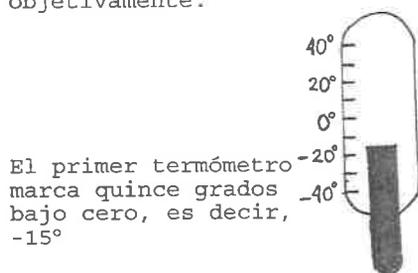
CARACTERÍSTICAS DE LOS NÚMEROS ENTEROS

a). Signos de + y - en los números enteros

Para distinguir los números positivos de los negativos se usan los signos (+) para los positivos y (-) para los negativos.

De manera que si estamos hablando de temperaturas y decimos -15° (menos quince grados) automáticamente estamos diciendo que se trata de 15° bajo cero ó 15° de frío.

¿ Por qué abajo de cero ? Porque CERO GRADOS sería el punto de partida para determinar en dónde empieza el calor y en dónde empieza el frío; la siguiente ilustración lo explica más objetivamente.



Los números positivos pueden no llevar el signo de variación (+) y se sobre entiende que son positivos, pero los números negativos siempre deben llevar su signo de variación (-).

Los números enteros nos van a permitir ahora representar situaciones numéricas que antes era imposible escribir, como por ejemplo: una deuda de 45 pesos (-45) o una pérdida de 100 pesos (-100), 500 años antes de la era cristiana (-500), un ingreso de 700 pesos (+700).

Ahora sí se le puede dar respuesta a las preguntas de los problemas 4 y 5 citados unas páginas atrás.

Por ejemplo, a la pregunta del problema 4 se puede responder con el número entero \$ -20, es decir, que el nuevo estado de cuenta es una deuda de veinte pesos; y en el problema 5 se puede responder con el número entero \$ -2875 es decir, una pérdida de \$ 2875.

b) Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número entero es el que le corresponde por su forma y nombre, y debe escribirse (tal o cual número) entre barras.

Por ejemplo:

$/-9/ = 9$ El valor absoluto de $/-9/$ igual a 9

$/+4/ = 4$ El valor absoluto de $/+4/$ igual a 4

Obsérvese que el valor absoluto de -9 es igual al de 9 es decir $/-9/=/9/$ o en forma general $/-a/ = /a/$ a pesar de que dichos números en la recta numérica tienen posiciones diametralmente opuestas, por lo que representan números diferentes.

Esto nos hace notar que "el valor absoluto de un número entero corresponde a la distancia que hay desde el cero hasta dicho número sin importar el sentido de variación."

c) Valor relativo de un número entero

El valor relativo de un número entero es el que corresponde por su sentido de variación, el cual se deriva del signo que lleva.

d) Orden entre los enteros :

Para desarrollar este apartado comencemos aclarando las siguientes aseveraciones:

- . El "0" (cero) es mayor que cualquier número negativo.
- . De dos números negativos es menor el que tenga mayor valor absoluto.
- . De dos números positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto.

$$0 > -2 ;$$

$$-5 > -20 ;$$

$$8 > 4$$

El signo $>$ significa mayor que; el signo $<$ significa menor que.

Así, las expresiones anteriores se leen: "cero mayor que menos dos, menos cinco mayor que menos veinte y ocho mayor que cuatro", respectivamente.

Para entender mejor este asunto, pensemos en pérdidas y ganancias. Todo mundo entiende bien la relación que hay entre estas dos situaciones.

Ya convenimos anteriormente que una pérdida se representa con números negativos y las ganancias con números positivos. Esto es, las pérdidas son negativas ($-$) y las ganancias son positivas ($+$).

Ahora contestemos esta pregunta:

¿Quién tiene más dinero o quién está en mejor situación, el que no tiene dinero o sea que tiene cero o el que tiene -2 , esto es que debe dos?

Evidentemente, es preferible estar en cero y no estar en -2 , $0 > -2$. Otra pregunta:

¿Quién debe menos dinero el que DEBE veinte (-20) ó el que DEBE cinco (-5)?

Es evidente que el que debe cinco (-5)

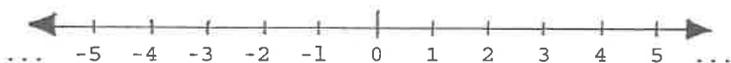
$$-5 > -20$$

En la escala numérica de números enteros se puede comprobar que todo número que esté a la izquierda, es menor que los que están a su derecha;

... -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 ...

Dicho de otra forma :

En la recta numérica, todo número que se encuentre a la derecha será mayor que los números situados a su izquierda. De este enunciado se derivan las siguientes conclusiones:



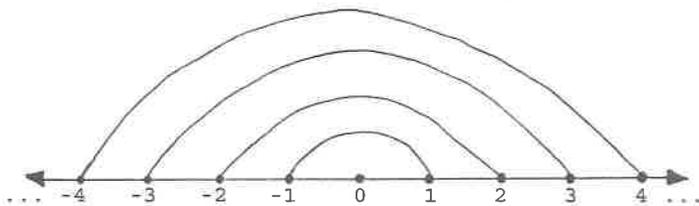
- 1).-Todo número positivo es mayor que cero.
- 2).-Todo número positivo es mayor que cualquier número negativo.
- 3).-El cero es mayor que cualquier número negativo
- 4).-De dos números positivos, será mayor el que tenga mayor valor absoluto.
- 5).-De dos números negativos, será mayor el que tenga menor valor absoluto.

e) Números enteros simétricos

Dos números enteros son simétricos cuando tienen, el mismo valor absoluto pero distinto signo o sentido de variación. Por ejemplo: el -6 y el $+6$ son simétricos ya que están situados uno a un lado del punto de origen, o sea, del cero, y el otro, al otro lado (por lo que tienen distinto signo: negativo y positivo respectivamente); pero están a la misma distancia a partir de cero (tienen el mismo valor absoluto).

Dicho de otra manera: todos los números tienen su opuesto, es decir, que dado un número existe otro en la recta numérica que está localizado a la misma distancia, partiendo de cero, pero en lado opuesto de él. Así, decimos que -1 es el opuesto de 1 ; 1 es el opuesto de -1 ; -2 es el opuesto de 2 , etc.

La siguiente gráfica ilustra más objetivamente lo anterior:



Como el "0" está a cero unidades en cada una de sus dos direcciones del origen, decimos que "0" es su propio opuesto ya que el cero no es ni positivo ni negativo.

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ENTEROS

a) Propiedad transitiva

Ya dejamos establecido que todo número colocado a la izquierda de otro en una escala de números enteros, es menor que el que está a su derecha.

De manera que:

$$-5 < -4 < -2 < 0 < +1 < +6 \dots$$

De la misma manera:

$$+7 > +3 > +2 > 0 > -1 > -5 \dots$$

Esto permite afirmar que:

si +7 es mayor que +5 y +5 es mayor que +1 entonces +7 es mayor que +1. Es decir que:

Si	$+7 > +5$		$-4 < -3$
y	$+5 > +1$,	De la misma manera que:	$-4 < 0$,
entonces:		entonces:	
	$+7 > +1$.		$-4 < 0$.

A esta propiedad se le llama PROPIEDAD TRANSITIVA de los números enteros.

b) Propiedad de la tricotomía

Si tenemos dos números enteros cualesquiera, por ejemplo a y b , sólo puede suceder cualquiera de éstas tres posibilidades:

- que (a) sea mayor que (b) $a > b$
- que (a) sea igual que (b) $a = b$
- que (a) sea menor que (b) $a < b$

A esta circunstancia se le llama Propiedad de la Tricotomía de los números enteros.

LA SUMA O ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Si ya ha resultado importante y útil representar la dualidad de conceptos que es tan común, mediante el uso de los números enteros, como se expresó en páginas anteriores, más importante y útil va a resultar hacer operaciones con esta clase de números; una de estas operaciones que se va a tratar en este apartado es la suma o adición de números enteros.

Para comenzar no se debe perder de vista que los números positivos llevan antepuesto el signo (+) aunque pueden no llevarlo y se sobreentiende que son positivos y que los números negativos llevan antepuesto el signo (-) y que para sumar siempre se ha usado el signo (+), como para restar se ha usado el signo (-). De aquí que los signos (+) y (-) van a tener

funciones diferentes: por un lado el signo del número y por el otro el de la operación.

Por ello, ahora que se van a realizar sumas con números enteros, para no confundir cuándo (+) y (-) son signos de operación y cuándo son signos de número, es necesario convenir en poner los sumandos dentro de un paréntesis. Por ejemplo: $(+5) + (-7)$ se debe interpretar como "el número positivo 5, sumado con el número negativo 7".

Para entender mejor estas operaciones, volvamos a los conceptos de pérdidas y ganancias, posesión y deuda.

$(+9) + (+6)$ Una ganancia de 9 más una ganancia de 6

$(-8) + (-3)$ Una deuda de 8 más una deuda de 3

$(+10) + (-7)$ Una ganancia de 10 más una pérdida de 7

$(-15) + (+9)$ Una deuda de 15 más una ganancia de 9.

Analizando lo anterior: Si tenemos dos ganancias y las sumamos nos resultará una ganancia mayor, o sea igual a las dos ganancias juntas.

$$(+9) + (+6) = +15$$

Si tenemos dos deudas (recordemos que los números negativos también representan deudas y los positivos posesión) y las sumamos nos dará una deuda mayor, igual a las dos deudas juntas.

$$(-8) + (-3) = -11$$

Si se tiene dinero en el bolsillo y a demás hay una deuda y las sumamos, pero de tal manera que lo que se tenga en el bolsillo sea mayor que la deuda, resultará una ganancia igual a la diferencia de esas dos cantidades. Es decir, que :

$$(+10) + (-7) = +3$$

Si se poseen diez (+10) y se deben siete (-7) se alcanza a pagar la deuda y todavía quedan tres (+3) en el bolsillo.

Finalmente si tenemos una deuda y una ganancia de tal manera que la deuda sea mayor que lo que tenemos en el bolsillo, resultará una deuda igual a la diferencia de esas dos cantidades. Es decir que:

$$(-15) + (+9) = -6$$

Si debemos quince (-15) y tenemos sólo nueve (9) los abonamos a la deuda y nos sigue quedando una deuda de seis (-6).

PROPIEDADES DE LA SUMA EN EL CONJUNTO DE LOS
NÚMEROS ENTEROS

1). Propiedad de cerradura

La suma de dos números enteros nos da como resultado otro número entero: $(+8) + (+6) = +14$.

Dicho de otra forma:

Tenemos una ganancia de ocho pesos (+8) y tenemos otra ganancia de seis pesos (+6); si las sumamos nos tendrá que dar otra ganancia mayor, igual a las dos ganancias juntas (+14).

2). Propiedad conmutativa

Si sumamos una pérdida de diez (-10) con una ganancia de tres(+3), resultaría lo mismo sumando una ganancia de tres con una pérdida de diez (-10).

Es decir que: $(-10) + (+3) = (+3) + (-10)$ puesto que de todos modos el resultado es una pérdida de siete, o sea -7.

3). Propiedad asociativa

En una suma de números enteros se aplica la propiedad asociativa, sumando primero los positivos, después los negativos y al último obtener la suma final.

Ejemplo a). Tenemos una suma de 10 números enteros;

$$(+8)+(+3)+(-7)+(+9)+(-8)+(+12)+(-5)+(-3)+(+6)+(+4)=$$

Aplicando la propiedad asociativa: Sumamos primero los positivos $(+8)+(+3)+(+9)+(+12)+(+6)+(+4) = +42$; después sumamos los negativos, $(-7)+(-8)+(-5)+(-3) = -23$. Aquí ya se ha aplicado la propiedad asociativa, falta ahora obtener el resultado final que es : $(+42)+ (-23) = 19$

Convirtiendo estos números a pesos, decimos que:

Si poseemos 42 y debemos 23 o sea, -23, el resultado final es que alcanzamos a cubrir la deuda y todavía nos sobran 19 pesos.

Ejemplo b). Se tiene la suma de once números enteros:

$$(-6)+ (4)+ (-5)+ (-9)+ (8)+ (-7)+ (-3)+ (-8)+ (2)+ (-13)+ (5)=$$

Suma de positivos: $(4)+ (8)+ (2)+ (5) = 19$

Suma de negativos: $(-6)+ (-5)+ (-9)+ (-7)+ (-3)+ (-8)+(-13)=-51$

Aquí ya se ha aplicado la propiedad asociativa, ahora sólo falta obtener el resultado final.

$$(19)+ (-51) = -32$$

Convirtiendo estos números a pesos diremos:

Si tenemos 19 y debemos (-51), como debemos más de lo que poseemos, eso significa que no alcanzaremos a cubrir la deuda; si abonamos lo que poseemos, seguiremos debiendo 32 o sea -32.

4). Propiedad de elemento neutro

Todo número positivo o negativo sumado con "0" (cero) da como resultado el mismo número que se está sumando con éste.

$$(+7) + (0) = +7$$

$$(0) + (-5) = -5$$

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Y

CONTEXTUAL

L A T E O R Í A P S I C O G E N É T I C A

Para poder abordar la psicología genética o psicogenética, es necesario definir qué se entiende por psicología.

La psicología es la ciencia que estudia los fenómenos psíquicos y trata de describir sus condiciones, leyes y efectos sobre los comportamientos humanos observables. La psicología trata de alcanzar un conocimiento objetivo de la vida mental.

Existe una rama de la psicología cuyo objeto de estudio se centra en los cambios y evolución que ocurren en el desarrollo del ser humano: la psicología del desarrollo, que además nos muestra cómo un organismo particular (en este caso el niño), evoluciona desde su nacimiento hasta su madurez en el plano del comportamiento.

La psicología genética se encuentra inscrita dentro del contexto de la psicología del desarrollo, ya que trata de los orígenes del comportamiento y de sus modificaciones sucesivas desde el nacimiento del individuo hasta su etapa adulta y nos explica, en la medida de lo posible, el cómo y el porqué de estas modificaciones del comportamiento.

Toda la obra científica de Jean Piaget se concentra en la formación y el significado del conocimiento y de los medios por los cuales la mente humana evoluciona de un nivel inferior de conocimiento a un nivel superior de conocimiento.

LA ESTRUCTURACIÓN DE LA INTELIGENCIA
SEGÚN PIAGET

Piaget llama invariantes funcionales a la organización y a la adaptación; la adaptación a su vez está dividida en dos componentes íntimamente relacionados: la asimilación y la acomodación.

I	ORGANIZACION COGNOSCITIVA	F	
N		U	
V	ADAPTACION COGNOSCITIVA	N	
A		C	
R	ASIMILACION DE	ACOMODACION DE	I
I	LA EXPERIENCIA	LA MENTE A LA	O
A	A LA MENTE	NUEVA EXPERIENCIA	N
N			A
T	ESTADO DE EQUILIBRIO		L
E	DE ADAPTACION O		E
S	INTELIGENCIA		S

Toda acción inteligente supone algún tipo de estructura intelectual, alguna forma de organización.

La adaptación cognoscitiva es una interacción o un cambio entre el individuo y su medio ambiente; es decir, un individuo al incorporar o asimilar a su interior nuevas experiencias que el medio ambiente le provee, transforma éstas nuevas experiencias a sus estructuras psicológicas ya establecidas; de esta manera se dan los estados de equilibrio, de adaptación, es decir, se hace más inteligente.

El desarrollo mental del individuo evoluciona a través de una serie ordenada de etapas y cada etapa se caracteriza por un determinado tipo de estructuras psicológicas. Tanto el niño como el adulto se organizan y se adaptan (invariantes funcionales), pero las estructuras psicológicas que cada niño o adulto posee son completamente diferentes.

Piaget, en sus investigaciones, encontró que niños de determinada edad actuaban de una manera diferente ante las mismas situaciones planteadas experimentalmente. Basándose en los patrones de conducta que él observó, clasificó los niveles del pensamiento infantil en períodos o estadios.

A continuación se describirá de manera general cada etapa o estadio por los que pasa el niño según Piaget; posteriormente se caracterizará con más detalle la etapa que interesa más para nuestro estudio.

ESTADIOS DEL DESARROLLO MENTAL DEL NIÑO ¹		
Período o estadio	Edades aproximadas	Estructuras psicológicas características.
Período sensoriomotriz	Del nacimiento hasta los 2 años	- Desarrollo de los reflejos innatos. - Organización de las percepciones y hábitos. - Aparición de la inteligencia sensoriomotriz
Período preoperatorio	De 2 a 6 ó 7 años	- Aparición y consolidación del lenguaje. - - inicio de la socialización. - Sentimientos interindividuales espontáneos. - Pensamiento intuitivo
Período de las operaciones concretas	De 7 a 11 ó 12 años	- Aparición de la lógica. - - Aparición de sentimientos morales y sociales de cooperación. - Pensamiento operatorio concreto.
Período de las operaciones formales	De 12 a 15 años	- Formación de la personalidad. - Pensamiento hipotético-deductivo. - Inserción al mundo del adulto.

Como se dijo anteriormente, ésta fué una descripción general de cada una de las etapas del desarrollo mental del

¹ Dirección Federal de Educación Primaria. "Fundamentación de la Teoría de Piaget en la Escuela Primaria", pág. 21.

niño; ahora, para detallar un poco más, sólo nos ocuparemos del período de las operaciones concretas, ya que es en este estadio en el que se ubican los niños con los cuales se aplicó la estrategia metodológica en estudio.

PERÍODO DE LAS OPERACIONES CONCRETAS.

Este período se sitúa entre los siete y los once o doce años.

Durante este estadio las operaciones del pensamiento son concretas en el sentido de que sólo alcanzan a la realidad susceptible de ser manipulada, o cuando existe la posibilidad de recurrir a una representación suficientemente viva. El niño de esta edad genera explicaciones y soluciones a hechos y situaciones, con base en análisis lógico y mediante ensayo y error. Planea para solucionar problemas: puede plantear varias soluciones para resolver un problema y escoger la que le parezca mejor.

Analiza el cambio en el juego, en las actividades de grupo y en las relaciones verbales. Por la asimilación del mundo a sus esquemas cognitivos y apetencias, como en el juego simbólico, sustituirá la adaptación y el esfuerzo conformista de los juegos constructivos o sociales sobre la base de unas reglas. Puede establecer equivalencias numéricas independientemente de la disposición espacial de los elementos.

Otro cambio cualitativo que se produce en las aptitudes lógicas del niño, consiste en la comprensión de que modificar la apariencia de algo no modifica sus restantes propiedades (conservación).

La conservación acertada de la cantidad es un requisito que debe cumplirse previamente, para que el niño llegue a un verdadero concepto del número, el cuál es, por su parte, el requisito de cumplimiento necesario para que aprenda aritmética entendiéndola.

Los niños son capaces de una auténtica colaboración de grupo, pasando la actividad individual aislada a ser una conducta de cooperación.

LA PEDAGOGÍA OPERATORIA

De las investigaciones realizadas por Piaget, en relación al desarrollo mental del niño, ha surgido una corriente pedagógica cuyo fin es aplicar los principios o ideas derivadas de la teoría psicogenética al ámbito escolar, ésta corriente es la llamada pedagogía operatoria.

La pedagogía operatoria nos indica que para que el niño adquiriera un conocimiento debe pasar por una serie de etapas de construcción del conocimiento, de acuerdo a su estructura mental; así su aprendizaje será más duradero y lo podrá aplicar

a situaciones de la vida cotidiana y no sólo en la escuela.

Es sabido que todo lo que se le explica al niño, las cosas que observa, el resultado de sus experimentaciones, es interpretado por él, no como lo haría un adulto, sino según su propio sistema de pensamiento, al que Piaget denomina "estructuras intelectuales", las cuales van evolucionando a lo largo del desarrollo.

Antes de abordar un aprendizaje, se debe percatar en qué estadio se encuentra el niño respecto de él, es decir, qué conoce acerca del tema en cuestión, para saber de dónde debemos partir y así permitir que todo concepto nuevo que se trabaje, se apoye y construya de acuerdo a las experiencias y conocimientos que el escolar posee.

El maestro debe evitar toda precipitación y no iniciar el estudio de un concepto dando previamente su definición, ya que ésta será comprendida por el sujeto sólo si él mismo lo ha elaborado. Así pues, el papel del profesor es recoger toda la información que recibe del niño para guiarlo y crearle situaciones (de observación, contradicción) que le ayuden a ordenar los conocimientos que ya posee y avanzar en el proceso de construcción del pensamiento.

La pedagogía operatoria es una alternativa para el mejoramiento cualitativo de la educación y pretende establecer

un vínculo entre el ambiente escolar y el extraescolar por medio de la transferencia de los aprendizajes.

Si se quiere que el aprendizaje escolar sea utilizado en los contextos que sean necesarios para el individuo, éste debe saber reconstruirlo, y para que exista la "reconstrucción" es necesario que el niño aprenda a construirlo, es decir, que se le dé la posibilidad de seguir todos los pasos necesarios para su descubrimiento y no dárselo ya cocinado y a punto de digerir.

El papel de la escuela es preparar al sujeto para la vida, es decir, enseñarlo a resolver situaciones que se den fuera de ella y no sólo en el contexto escolar.

A continuación se enumeran los principios que apoyándose en la teoría psicogenética, sostiene la pedagogía operatoria:²

1.- "El niño construye sus conocimientos siendo un sujeto activo y creador con un sistema propio de pensamiento.

2.- Los conocimientos se adquieren mediante un proceso de construcción del sujeto que aprende.

3.- Este proceso supone etapas o estadios sucesivos, cada uno de los cuales tiene sus propios alcances y limitaciones.

4.- El aprendizaje, tanto cognitivo, afectivo como social, se da a través de la interacción entre el sujeto y el medio.

2

Universidad Pedagógica Nacional. Contenidos de Aprendizaje, Antología pág. 18.

5.- Las contradicciones que dicha interacción genere en el sujeto le permitirán consolidar o modificar sus propios conocimientos y ello no dependerá de la transmisión de información.

6.- Para que un aprendizaje sea tal debe poderse generalizar, es decir aplicar en diferentes contextos."

CONTEXTO SOCIAL

A continuación se describe la comunidad en la cuál se desenvuelven los educandos con los que se aplicó el presente trabajo: Zapotlán del Rey, Jal.

Situación geográfica

La localidad es cabecera municipal. El municipio de Zapotlán del Rey ocupa una área de 320 Km². Se encuentra a una altura de 1550 metros sobre el nivel del mar. Está situada a 70 Km. de Guadalajara (capital del Estado).

Colinda con los siguientes municipios:

Al Este: con Ocotlán y Tototlán.

Al Oeste: con Juanacatlán.

Al Norte: con Zapotlanejo y Tototlán

Al Sur: con Poncitlán

La comunidad cuenta con aproximadamente 5000 habitantes.

Las principales fuentes económicas son la ganadería y la agricultura. Respecto a la primera se cuenta con ganado vacuno, caprino y porcino. Los principales cultivos son: maíz, sorgo, frijol, alfalfa, garbanzo y hortalizas.

Entre otras actividades, se dedican a la apicultura, el comercio y la construcción, pero en menor escala.

Cuenta con un jardín de niños, dos escuelas primarias una estatal y otra federal ambas laborando en dos turnos, y una escuela secundaria técnica.

También existen otras Instituciones tales como: el Seguro Social (IMSS) y el Centro de Salud; el DIF, que tiene centros manuales educativos donde se enseña: florería, corte y confección y cultura de belleza.

La mayoría de las familias del lugar son de clase media y baja. Cuentan de 8 a 10 hijos en promedio.

La recreación de los habitantes del lugar es participar en los eventos deportivos, casi siempre organizados por las Escuelas, donde se practican el futbol y el beisbol; otras participaciones de la comunidad son los eventos sociales, tales como: dramas, comedias y aficionados de canto, organizados por el párroco del lugar.

La organización política está basada en Presidente

Municipal, Secretario, Tesorero y colaboradores, constituyendo la organización político-social del pueblo y sus alrededores, respaldando la paz y el bienestar de sus habitantes.

La organización religiosa está constituida por dos sacerdotes: un señor cura y un padre, los cuales controlan la religión católica del pueblo y sus alrededores.

En cuanto a comunicación se refiere, Zapotlán del Rey es un poblado que se encuentra alejado de la carretera Guadalajara - La Barca: a 10 Km. aproximadamente, de asfalto; sólo hay una línea de camiones de segunda clase, y muy escasos, pertenecientes a la cooperativa Ciénega de Chapala, que transitan en su mayoría por los caminos de terracería por todo el municipio, y cada dos horas, comenzando a las 7:00 A.M. y terminando su jornada a las 6:00 P.M.

Es importante señalar que Zapotlán o Tzapotlán es un vocablo de la lengua náhuatl que se interpreta como: "lugar de zapotes".

No se conoce la fecha exacta de su fundación, pero algunos vestigios arqueológicos inducen a creer que su fundación fue en el año de 1531.

Pedro Alméndez Chirinos se llamaba el capitán español que tomó posesión de estas tierras una vez que hubo tomado las de Cuitzeo. Cuenta la historia que dicho capitán llegó aquí el día

en que cumplía años el monarca español y que en honor a él, al nombre de Zapotlán le agregó los complementos "del Rey" para dedicarlo al rey o quizás para diferenciarlo del otro Zapotlán (la actualmente Ciudad Guzmán).

CONTEXTO INSTITUCIONAL

Enseguida se mencionan algunas características de la institución donde se encuentran los niños con los que se trabajó:

La Escuela Primaria se llama "Pedro Moreno". Es considerada como urbana; sin embargo, por carecer de electricidad y por las características de la población, más bien la clasifican como rural.

Se encuentra ubicada en la calle de Iturbide casi esquina con Pablo Castellanos; es de organización completa; su personal docente y administrativo lo conforman: 6 profesores y un director; cuenta con una población escolar de 160 alumnos; el horario de clases es matutino: de ocho de la mañana a una de la tarde, con media hora de recreo; inicia éste a las 11:00 y termina a las 11:30 horas.

El grupo donde se implementó la propuesta fue el quinto grado, cuyo número de alumnos es mínimo: 20 (mitad niños y mitad niñas). Sus edades van de los 10 a los 13 años.

ANÁLISIS DEL "LIBRO PARA EL MAESTRO
DE QUINTO GRADO" DE EDUCACION PRIMARIA
RESPECTO A LA ADICION DE NUMEROS ENTEROS

Para el desarrollo de este tema se presentarán los objetivos que se relacionan de una manera indirecta con el problema y que están contenidos en el programa o Libro para el Maestro de Quinto grado; inmediatamente después, se hará un breve comentario acerca de ellos. Finalmente aparecerán los objetivos que se relacionan directamente con el problema en estudio.

Objetivos que se relacionan de manera indirecta

- 1.2.1.- Representar los números enteros positivos en la recta numérica.
- 1.2.2.- Ilustrar sumas de dígitos sobre la recta numérica.
- 3.2.3.- Efectuar adiciones de enteros positivos aplicando las propiedades conmutativa y asociativa.
- 3.2.4.- Efectuar adiciones y sustracciones combinadas de números enteros positivos.

El primero habla de representar los enteros positivos. El segundo, realizar sumas pero sólo de positivos con los que el alumno ya está familiarizado. El siguiente habla de efectuar adiciones pero también sólo con enteros positivos. En el último se sugiere se efectúen adiciones y sustracciones combinadas, pero sólo de enteros positivos.

Objetivos que se relacionan directamente con el problema.

- 2.2.1.- Representar los números enteros en la recta numérica.
- 3.2.2.- * Efectuar adiciones con enteros de una cifra utilizando la recta numérica.
- 8.2.1.- Usar los signos $>$ y $<$ para expresar relaciones entre enteros.

* Es el objetivo que realmente contiene el problema

ANÁLISIS DEL LIBRO DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO
DE QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA RESPECTO
A LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para hacer este análisis, se presentará primero la descripción de cada uno de los temas que hablan de números enteros en el libro de texto, incluyendo aquí, con ilustraciones, los ejemplos y ejercicios que el niño deberá hacer para cubrir cada uno de los temas. Al finalizar este apartado, se encontrarán los comentarios pertinentes a dicho análisis.

El primer tema que habla de enteros es el número 7, "Los enteros positivos en la recta numérica", página 25, donde se le presentan al alumno varias rectas de las cuales deberá decir cuál es el número que está señalando con una flecha en cada recta.

- Este ejercicio sólo va a permitir al niño ubicar enteros positivos en la recta.

Después vienen 6 rectas donde el escolar tendrá que precisar los espacios (mismos que están señalados entre dos flechas) que hay en cada recta.

- Los dos ejercicios anteriores se pueden considerar antecedentes al empleo de la recta.

El tema número 9 "La rana y la recta numérica", sugiere al niño realizar sumas (pero sólo de dígitos) sobre otras 6 rectas.

- Aquí el alumno sólo efectúa la suma de naturales pero en la recta numérica para habituarlo en el empleo de ésta.

Tema 22 "Los enteros negativos"

Respecto a estos números, el libro incluye una recta que contiene el cero en medio, donde le dice al educando que los números que ya ha manejado (los que están a la derecha del cero) son positivos y le cuestiona cómo se llamarán los puntos que se encuentran a la izquierda. Le indica que a éstos "les ponemos una rayita encima y que leeremos "menos" así:

Se escribe $\bar{1}$ y se lee "menos uno"

Se escribe $\bar{2}$ y se lee "menos dos"...etc.

En este apartado, en el que de hecho ya se presenta la otra parte de los números enteros que no está el alumno acostumbrado

a usar, también debe observar que los negativos son opuestos a los otros.

Además, esta forma de escribir el signo (-) "menos" sobre el número, es un detalle que sólo se presenta en la Educación Primaria; ya en Secundaria y demás niveles se presenta antes del número, por lo que pudiera en un momento dado resultar factor de confusión.

Posteriormente invierte la recta, es decir, en forma vertical, comparándosele con un termómetro y usando sus escalas; se hace una representación de "los números enteros positivos y los números enteros negativos". Luego se le muestran desplazamientos hacia arriba y hacia abajo en una escalinata. Enseguida, otro ejercicio en un cuadro donde se deberán registrar las variaciones de temperatura de una semana utilizando números positivos y negativos.

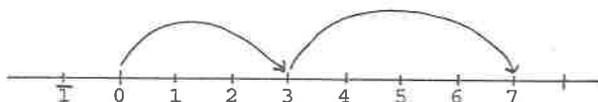
Tema 24 "La suma entre enteros"

Se le da al niño una breve explicación al respecto:

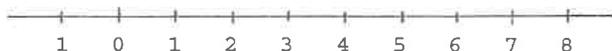
"En la lección 7 aprendiste a ilustrar sumas de enteros positivos por medio de una rana saltarina y una recta numérica. En esta lección aprenderás a hacer lo mismo, aun cuando algunos

de los sumandos sean enteros negativos. Cada sumando representa un salto y, como antes, la rana empieza a saltar en el cero y el resultado de la suma es el número que indica el lugar al que llega la rana después del último salto. Lo único novedoso es que los sumandos positivos indican saltos a la derecha y los negativos saltos a la izquierda".

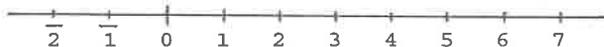
- Ponen una recta con una suma ya realizada como ejemplo y las tres restantes no están resueltas:



$$3 + 4 = 7$$



$$5 + 2 = 7$$



$$2 + 3 = 5$$



$$2 + 5 = 7$$

L.A. Mat. pág. 79

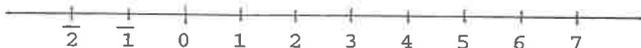
Donde el educando debe dibujar los saltos que la rana debió dar para llegar al resultado.

Las rectas están copiadas fielmente del Libro de texto de Matemáticas de quinto grado; nótese que en las rectas primera y tercera hay un error: del cero a la izquierda se han colocado dos números como positivos, situación que puede resultar incomprensible o confuso para el niño.

En la página siguiente (80) se le presentan las siguientes rectas como ejercicio, sin ninguna explicación, sólo que ilustre los saltos y realice las operaciones.



$$8 + \bar{3} = 5$$



$$6 + \overline{4} =$$



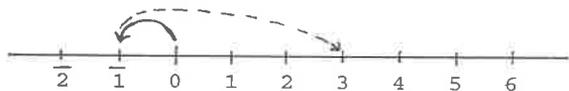
$$\overline{1} + 3 =$$



$$\overline{4} + 7 =$$

Donde el niño debe dibujar los saltos que "la rana" está indicando en la suma y colocar los resultados, donde no los hay.

Aquí es donde se encuentra realmente el problema: el niño cuando va a trazar los "saltos" por la rana realizados, hace lo siguiente:



$$\overline{1} + 3 =$$

El educando entiende (como puede observarse), que primero debe ir al $\overline{1}$, "menos uno", y después al 3; por lo tanto él cree que el resultado es 3 y ahí lo coloca.

Con todo lo anterior, se puede afirmar que el niño, le encuentra mucha dificultad al uso de la recta para realizar sumas con enteros positivos y negativos.

Prosiguiendo con el análisis, después se cuestiona al niño:

"Si los sumandos tienen el mismo signo, cuál es el salto mayor, el positivo o el negativo";

"cómo sería el resultado, positivo o negativo " ; como si quisieran deducir algunas reglas para la colocación del signo en los resultados.

Luego en la página 81 le dan a realizar 12 operaciones de

adición como las siguientes:

$$5 + \overline{2} =$$

$$\overline{4} + 1 = \dots \text{etc}$$

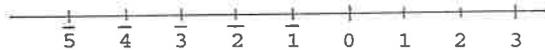
Inmediatamente después, 4 rectas numéricas más, con operaciones de la misma índole que las anteriores, y nuevamente cuestiones como: "¿Los sumandos tienen el mismo signo?" "¿cuál es el salto mayor?" "¿Positivo o negativo?" ... etc.

Vuelven a presentarle otros 12 ejercicios de adición como:

$$4 + \overline{7} =$$

$$3 + \overline{9} = \dots \text{etc.}$$

En la página 83 nuevamente aparecen cuatro rectas pero ahora con adiciones de enteros negativos, como:



$\overline{3} + \overline{2} =$

Enseguida se le hacen las mismas cuestiones

"¿qué signos tienen los sumandos?", etc.

En la página 84 le invitan a que resuelva 28 operaciones de adición de enteros como:

$$\overline{3} + \overline{7} = \quad ; \quad 2 + 3 = \quad ; \quad \overline{5} + 2 = \quad ;$$

$$5 + \overline{2} = \quad ; \dots \text{etc.}$$

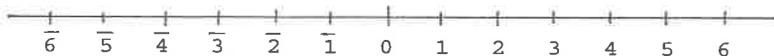
En la Página 85: Completar una tabla de adición entre enteros, luego resolver otras 16 operaciones de adición con números enteros como las anteriores.

En la página 86, otras 16 operaciones de la misma índole.

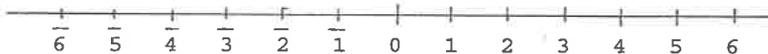
- Se ve el abuso de ejercicios carentes de sentido para el escolar.

¿Cómo puede pues el alumno realizar este tipo de ejercicios, si al uso de la recta numérica le encuentra ambigüedad?

En el tema 58, "Repaso de la suma", pág. 184, se le dice al alumno que efectúe las operaciones marcando los saltos de la rana sobre la recta numérica, pero ahora se presentan adiciones con tres sumandos como:



$$2 + 3 + \overline{10} =$$



$$4 + 2 + 1 + \overline{5} =$$

Se presentan 6 rectas de este tipo, que abarca hasta la página siguiente del libro, en donde también hay otras 12 adiciones como las siguientes:

$4 + 3 =$ y su conmutativo; $1 + 3 =$ y viceversa, etc..

- Se introduce por primera vez la propiedad conmutativa.

Y se le cuestiona al alumno si "puede sacar alguna conclusión.

Inmediatamente después hay otras 8 operaciones como:

$4 + (\overline{3} + 2) = ; (\overline{5} + \overline{8}) + 7 =$ y se le cuestiona lo mismo que en el ejercicio anterior.

- Aquí podemos observar el uso del paréntesis al utilizar la propiedad asociativa.

Posteriormente, en la página 201, hay otro repaso de la adición de enteros, donde se le pide al niño resuelva las sumas y las ilustre usando la rana y la recta numérica; operaciones como las siguientes:

$$3 + 4 + 1 =$$

$$5 + \bar{2} + \bar{3} =$$

... etc.

Otro ejercicio como: "Escribe los números que faltan:"

<u>2</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>11</u>	-	-	-	-	-	-
<u>5</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	-	-	-	-	-	-	-
<u>8</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	-	-	-	-	-	-	-
<u>9</u>	<u>6</u>	<u>3</u>	<u>0</u>	<u>3</u>	-	-	-	-	-
<u>6</u>	<u>8</u>	<u>10</u>	-	-	-	-	-	-	-
<u>1</u>	-	<u>7</u>	<u>10</u>	-	<u>16</u>	-	-	-	-
<u>1</u>	-	<u>5</u>	<u>7</u>	-	<u>11</u>	-	-	-	-
<u>6</u>	<u>2</u>	-	<u>10</u>	<u>14</u>	-	-	-	-	-

En la página 271 se encuentra el tema 80 (el último por cierto): "Orden de los enteros", donde se presentan 8 enteros -incluyendo el cero- en una recta numérica además de $3 < 0$; $2 < 0$; $3 > 0$; $1 > 0$...etc., y 21 ejercicios de colocación del signo $> 0 <$, donde corresponde a operaciones como:

$$\overline{4} \boxed{} 3 ; 5 \boxed{} 7 ; 0 \boxed{} 3 ; \overline{2} \boxed{} 2 \dots \text{etc.}$$

C O M E N T A R I O S

Como se ha podido observar, el libro de texto sugiere básicamente el uso de la recta numérica para el aprendizaje de la adición de números enteros; pero -se vuelve a insistir-, al propio escolar le parece ambigüo este tipo de lenguaje, como se vio anteriormente con el ejemplo presentado.

Además presenta básicamente 4 formas de hacer o realizar adiciones con números enteros:

$$4 + 3 =$$

$$\overline{3} + \overline{6} =$$

$$\overline{6} + 2 =$$

$$7 + \overline{5} =$$

Dado que el alumno ya está familiarizado con sumas como la primera, $4 + 3 =$, no se hablará de ésta en el presente trabajo, sólo se aludirá a las tres restantes y mayormente a las adiciones que contienen números enteros mixtos ($\overline{2} + 5$ ó $6 + \overline{3}$) ya que es precisamente aquí donde radica el problema.

118367

CAPÍTULO III



PROPUESTA



M E T O D O L O G I A

La estrategia metodológica de la propuesta persigue un objetivo principal:

- Que los niños por medio de situaciones problemáticas cotidianas (convertidas en juegos) se familiaricen y manejen la adición de números enteros.

Rol del alumno: Que descubra por sí mismo el conocimiento.

. Trabajo en grupos de dos o más en las diferentes situaciones.

• Represente y/o escriba los resultados de cada juego.

Rol del Maestro: Que propicie la actividad en los niños, y la dirija al aprendizaje del conocimiento ya trazado.

Las situaciones que los niños representarán son: el juego de volados: donde aquellos realizarán por binas y algunas veces con equipos de tres elementos apuestas con billetes de juguete y escribirán los resultados de cada juego en el pizarrón y en su cuaderno; el juego de prestamistas donde habrá algunos niños que prestarán "dinero" y otros que pedirán prestado representando cada uno su situación en el pizarrón y también en su cuaderno

PLANEACIÓN DE LA PROPUESTA

Para la implementación de la propuesta se realizarán los siguientes pasos:

a) Primero se diseñará un pretest-postest, es decir, que el mismo diseño funcionará como diagnóstico y como instrumento de evaluación y que en su contenido tendrá las siguientes características:

- Será claro, preciso y conciso
- Habrá cuatro situaciones problemáticas donde se le obligue indirectamente al alumno a utilizar las tres formas de la adición de números enteros: números positivos con positivos, negativos con negativos, y negativo con positivo.
- Otra de la suma de enteros mencionadas anteriormente, en forma de operaciones horizontales.

b) El primer día (lunes) se aplicará el pretest, es decir, como un diagnóstico para saber qué conocimiento tienen los niños acerca del tema en cuestión. Este diagnóstico tendrá una duración aproximada de 40 minutos, y se llevará a cabo de 8:00 a 8:40 a.m.

c) Primera sesión (2° día: martes)

Los objetivos que se pretenderán alcanzar durante el transcurso de esta clase, son los siguientes:

- Se definirán los números enteros como POSITIVOS, NEGATIVOS Y CERO.

- Se presentarán situaciones que obliguen al niño al uso de números enteros.

Para lograr los anteriores objetivos, se realizará la secuencia de actividades que a continuación se describe:

1.- Juego de "volados" donde sólo existen dos posibilidades: se GANA (+) o se PIERDE (-).

La dinámica a seguir será la siguiente:

. Se formarán binas de niños para que cada una realice su propio juego de volados, (como son 20 alumnos el total del grupo, habrá 10 binas).

. Cada bina pasará por turnos al frente del grupo para realizar su juego, donde cada jugador tendrá un cierto número de tiradas

(que decidirán los propios niños) con la moneda e irá anotando (en el pizarrón), después de cada tirada, la cantidad que va ganando o perdiendo: aquí el niño notará que para representar un número en diferente situación (ganancia o pérdida), se necesitará alguna forma para representarla e inventará alguna que crea la más conveniente antes de usar la convencional (+), y (-).

Todos los demás niños, mientras llega su turno de pasar al frente, irán anotando en su cuaderno los juegos realizados por sus compañeros.

Los juegos de volados se realizarán con billetes de juguetes.

2.- El tener y deber de una persona.

Con los mismos billetes de juguetes, se hará el siguiente juego:

Habrà en el grupo varios (los niños decidirán cuántos) "prestamistas". Algunos niños pedirán prestado (otros no lo harán) y deberán escribir en el pizarrón, y después en su cuaderno, la cantidad que hayan pedido, por supuesto con su respectivo signo; naturalmente también los "prestamistas" anotarán lo que prestan, puesto que serán ingresos (+) después para ellos: aquí los niños analizarán las diversas situaciones que se generen y podrán compararlas para definir quién está en

mejor situación, quién debe más o quién debe menos, o también quién posee o debe; es decir, adquirirá por medio de este análisis, el conocimiento de orden de los números enteros, como: $(-1) > (-3)$ ó $(-5) < 8$ etc.

Los niños que no pidan prestado, estarán lógicamente en situación cero; con esto podrán darse cuenta de que como aquéllos ni deben ni poseen, su cantidad será neutral (ni positiva, ni negativa) y por lo tanto estarán en mejor situación que los que deben, es decir, sabrán que el cero es mayor que cualquier número negativo: $(0) > (-7)$ y también $0 < 2$.

3.- Representación de los números enteros en la recta numérica. Se trazará en el pizarrón una recta y los niños harán lo mismo en su cuaderno, siguiendo los pasos del maestro: en la recta se colocará sólo el cero en medio.

. Nuevamente por binas se realizará el siguiente juego: Pasarán al frente dos niños; primero uno de ellos pondrá su dedo sobre la recta en el punto que él desee e irá anotando en el pizarrón el número correspondiente al punto que él eligió; después el otro niño hará lo mismo, (los que estén sentados esperando su turno irán haciendo sus anotaciones en su cuaderno).

. Después que hayan pasado los dos niños, se observará el número que cada uno eligió y se hará la siguiente pregunta:

¿Quién está en mejor situación? Y cuando los niños respondan, colocarán en medio de los dos números, el signo $>$ o $<$ según corresponda.

Por ejemplo: Si un niño elige el punto que corresponde al número (-3) y otro el punto que corresponde al (2), la comparación hecha quedará así:

$(-3) < (2)$, ya que significa que el primero debe 3 y el segundo tiene o posee 2; por lo tanto está en mejor situación el segundo.

. Gana quien esté en mejor situación.

Esta actividad, como se puede observar, reafirmará el orden de los números enteros.

El tiempo calculado para el desarrollo de esta primera sesión será de 60 minutos, aproximadamente.

. Esta primera clase se puede dividir en dos, dependiendo del dinamismo de los niños para realizar las actividades.

d) Segunda sesión (3er día: miércoles)

Objetivos a realizar:

- Que el alumno maneje la suma de enteros positivos.
- Que el niño maneje la suma de enteros negativos.

Se iniciará la clase comentando acerca de la sesión anterior para que los niños recuerden lo ya visto. Y para lograr los propósitos de este día, se realizará nuevamente el juego de "volados", sólo que esta vez se formaran 6 equipos con tres elementos cada uno y dos niños para elegir y coordinar a los equipos que se vayan a enfrentar.

Será una competencia para ver qué equipo gana o pierde más.

. Los equipos deberán tener cada uno su propio nombre, para poder distinguir unos de otros.

. Cada elemento de ambos equipos a enfrentar tendrá derecho a participar en el volado sólo una vez: ya sea tirando la moneda o tratando de atinarle cuando ésta vaya en el aire.

. Cada jugador irá anotando la cantidad en el pizarrón y en su cuaderno, gane o pierda (por supuesto las cantidades se anotarán con su respectivo signo, según la situación); los demás, también anotarán en sus cuadernos.

. Al finalizar el juego, es decir, cuando ya todos los elementos de ambos equipos hayan participado, cada equipo deberá sumar lo que le haya resultado más veces: GANANCIAS O PÉRDIDAS.

EJEMPLO: 1

Hay dos equipos a enfrentarse en el juego de "volados", uno llamado "Blancos" y otro "Negros"; tienen los siguientes resultados:

"Blancos"	"Negros"
-20	20
+50	-50
+30	-30
Este equipo sumará: $(+50) + (+30) = +80$	Este equipo sumará: $(-50) + (-30) = -80$

En este caso, como puede observarse, gana el equipo "Blancos" y califica para pasar a la final, donde se enfrentarán sólo ganadores.

O puede suceder también lo siguiente:

EJEMPLO: 2

"Blancos"	"Negros"
+20	-20
+50	-50
+30	-30
Este equipo sumará:	Este equipo sumará:
$(20) + (50) + (30) = 100$	$(-20) + (-50) + (-30) = -100$

Evidentemente gana de nuevo el equipo "Blancos".

Al irse eliminando equipos, quedará finalmente, por supuesto, un ganador; a éste se le dará un aplauso de todos, en reconocimiento.

A manera de evaluación, para reafirmar el conocimiento adquirido en este día, se escribirán en el pizarrón algunas sumas para que el niño las realice: primero de números enteros positivos y después, de números enteros negativos.

Y con lo anterior se dará por terminada esta sesión, que durará aproximadamente 60 minutos.

e).- Tercera sesión (4° día: jueves)

- En esta última sesión, el objetivo principal será que el niño maneje LA SUMA DE ENTEROS DE SIGNOS DIFERENTES, cuyo resultado pueda ser tanto negativo como positivo.

- Y a manera de reafirmación de los conocimientos adquiridos durante las tres sesiones, los educandos realizarán ejercicios donde haya variedad de sumas: donde los sumandos tengan tanto igual como diferentes signos.

Para lograr el principal objetivo de esta clase, se creará la siguiente situación:

. Habrá en el grupo varios "prestamistas" (5), a los cuales el resto de los niños pedirán prestado, obligándolos indirectamente con esta situación a que digan: "debo tanto", y tengan que irlo anotando en su cuaderno. Y que pasado el tiempo, algún día tuvieran dinero para pagar o abonar (dependiendo de la cantidad que posean) y digan: "debo tanto, tengo tanto; si pago o abono, voy a tener o deber tanto".

Con los siguientes ejemplos se ilustrará lo anterior:

. Un niño pide 1000 pesos prestados; va a decir: "debo mil pesos" y escribirá en su cuaderno (-1000); y después que tuviera en su bolsillo quinientos pesos y recuerde su deuda y decida

pagar, dirá: "debo mil pesos (-1000), tengo quinientos (+500), los abono y seguiré debiendo quinientos (-500); y tendrá que representar la suma en su cuaderno de tal manera que puede quedar así: $(-1000) + (+500) = -500$

. O si tiene o posee más de lo que debe será diferente, entonces dirá: "debo mil (-1000) y tengo mil quinientos (+1500); alcanzo a pagar mi deuda y todavía me quedarán quinientos pesos en mi bolsillo".

Y representaría la suma así:

$$(-1000) + (1500) = +500$$

. Y otra situación que se presentará también será que el niño deba (-1000) y tenga mil pesos (1000), entonces pagará su deuda y no le quedará ni deuda ni dinero en posesión.

Entonces deberá escribir su operación así:

$$(-1000) + (1000) = 0$$

Aquí nuevamente se reafirmará la neutralidad del cero.

. Se pasará al pizarrón a tres niños para que descubran y representen las tres situaciones anteriores y lo hagan frente a todos, lo escriban y realicen, de uno en uno, sus operaciones pertinentes; una vez que los demás hayan observado, lo harán

todos y representarán su situación en su cuaderno.

. Finalmente se les revisará a todos su cuaderno para ver sus anotaciones.

Una vez terminado el último alumno del grupo, con el fin de evaluar ésta y la sesión anterior, se representará en la forma convencional cada juego, para que el alumno ejercite los términos verbales empleados para los números enteros: debo, tengo, gano, pierdo.

Y con esto se dará por terminada esta sesión que tendrá como duración máxima aproximadamente, una hora y veinte minutos.

f) Quinto día: viernes

En este último día se hará la evaluación final de la propuesta, aplicándose el postest diseñado con anterioridad que tendrá una duración aproximada de 40 minutos, tiempo igual al del pretest.

Y con esca evaluación se dará por terminado el último de los pasos diseñados para la aplicación de la estrategia metodológica propuesta para la resolución del problema en cuestión.

IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Para desarrollar este apartado, a continuación se presenta el

diario de clases que se llevó con el fin de ir registrando los acontecimientos del día dentro del salón de clases, es decir, lo que verdaderamente ocurrió al llevarse a la práctica la planeación citada anteriormente en este trabajo.

DIARIO DE CLASES

El primer día se llevó a cabo la aplicación del pretest, una vez hechas las presentaciones correspondientes. Los niños comenzaron a contestar su examen, 15 minutos después de haber platicado con el aplicador en su salón de clases: 8:20 A.M.

En el transcurso de la prueba no hubo preguntas importantes.

Cada niño, conforme iba terminando, salía del salón para no interrumpir a los demás. Cuando terminó el último del grupo (9:00), se les llamó a todos para encargarles billetitos de juguete para el siguiente día.

PRIMERA SESIÓN (Martes 8:40 a.m.)

Maestro: Vamos a jugar a los "voladitos" en equipos de dos y a anotar en el pizarrón los resultados, después de cuatro lanzamientos de la moneda.

¿Quién desea primero pasar al frente?

Yo -dijo Pablo-.

Maestro: ¿Quién quiere jugar contra Pablo?
Yo -contestó Toño-.

Maestro: (dirigiéndose a todos)
Ya tenemos a dos que jugarán "voladitos" frente a ustedes. Se va a dividir el pizarrón con una raya vertical para que ellos vayan anotando en su lado los resultados que obtengan al lanzar la moneda, ganen o pierdan; los demás anotarán en su cuaderno los resultados que surjan en cada jugada.

Toño: Vamos a jugar de a 20; yo aviento la moneda dos veces y él apuesta y después él que la aviente otras dos veces y yo apuesto y así ya son cuatro lanzamientos.

Pablo: Sí, vamos a comenzar (y dejó su billete en el suelo).

Se hicieron los lanzamientos de la moneda y cada niño iba escribiendo de lado suyo el resultado que obtenía.

Al finalizar resultaron en ambos lados del pizarrón cuatro cantidades sin signo.

Maestro: Vamos a ver, Pablo y Toño, observen bien las cantidades que anotaron de un lado y otro y díganme que es lo que notan.

Toño: Yo noto que todas son iguales: de este lado (indicando con el dedo) hay puros veintes y de este otro lado también.

Maestro: Bueno, como ya vieron, las cantidades son iguales, así que sus compañeros que están anotando en sus cuadernos se pueden confundir y no van a saber quién ganó y quién perdió más veces. ¿Cómo representarían en su lista de resultados, la cantidad que ganaron y la cantidad que perdieron?

Pablo: Yo, maestro, le pondré a lo que gané una "palomita" (✓) y a lo que perdí una "tacha" (x).

Maestro: Y tú Toño, ¿cómo lo harías?

Toño: También igual, maestro. (Tomó el gis e hizo lo mismo que Pablo con sus resultados).

Fue entonces cuando se aprovechó esta situación para definir los números enteros. Una vez que los niños lo hicieron en equipo de dos se les dijo a todos que aquí en el salón de clases o en el grupo; así podríamos reconocer el símbolo de la "palomita" como ganancia y la equis o "tacha" como pérdida; pero que fuera del grupo, otra persona no podría reconocer esos símbolos de esta manera; de esta forma se les informó a los

niños que para eso se utilizaban los números enteros con sus respectivos signos (+) y (-) y que utilizándolos de manera adecuada o correcta, las demás personas de todo el mundo, sí los reconocerían como tales.

Así pues, se convino que el signo negativo se iría anteponiendo a todas las pérdidas o deudas en caso de los deudores, y el signo positivo se les antepondría a las ganancias o también a la cantidad en posesión (en el caso de los prestamistas).

Después de convenido esto, pasó la siguiente bina de niños para realizar su juego y así fueron pasando sucesivamente hasta agotar todos los equipos (que fueron 10 en total).

Se fue notando un positivo aprovechamiento del conocimiento anterior, ya que todos los demás equipos restantes al primero, colocaron de manera correcta los signos (+) y (-) en las cantidades respectivas. De esta manera se agilizaron todos los juegos de volados y los que esperaban su turno (que iban anotando en su cuaderno), pudieron decir verbalmente los que iban resultando ganadores en cada juego.

Una vez que los niños pudieron distinguir los números positivos y los negativos, se continuó con el siguiente juego:

Hubo en el grupo 4 niños que fungieron como prestamistas,

9 pidieron prestados y 7 no pidieron nada. Sucedió de la siguiente manera:

- Primero pasaron al pizarrón los "prestamistas", escribieron su nombre y, a un lado de éste, la cantidad de la que disponían para prestar (la escribieron sin signo); posteriormente, uno por uno, fueron pasando los que debían pedir prestado colocándolo al lado de su nombre, la cantidad pedida con su respectivo signo; luego, siguieron los niños que no pidieron prestado, escribieron su nombre y se les preguntó qué cantidad iban a escribir al lado de él y contestaron "nada", luego se les cuestionó cómo representarían la cantidad "nada" para que sus compañeros la notaran y colocaron el número cero. Una niña de las que estaban sentadas, preguntó por qué no le habían puesto signo al cero y se les explicó a todos que como ellos no poseían ni debían salir sobrando que se le colocara cualquier signo, es decir, que si se le anteponía el signo + quería decir que poseían nada y que si se le anteponía el signo - quería decir que debían nada; así pues, se dieron cuenta de la neutralidad del cero.

Inmediatamente después, se pasó a la comparación de las cantidades escritas en el pizarrón por los niños: se juntaron pares de cantidades y en medio de éstas un cuadrado donde debía colocársele el signo ó según la situación (éste ejercicio los alumnos lo iban realizando en su cuaderno).

Se compararon las cantidades de:

- . Un "prestamista" con otro "prestamista": 70 50
- . Un "prestamista" con un deudor: 50 20
- . Un "prestamista" con uno que pidió cero: 0 70
- . Un deudor con otro deudor: -30 -40
- . Un deudor con uno que pidió cero: -20 0
- . Uno que pidió cero prestado con otro que pidió también cero prestado: 0 0

- Y también a la inversa de todas las comparaciones.

- En cada una de las comparaciones que se hacían, se les preguntaba a los niños que quién de los dos estaba en mejor situación, y quien lo estuviera iba a ser mayor que el otro y viceversa.

Terminado lo anterior se prosiguió con el siguiente ejercicio:

Se trazó en el pizarrón una recta en la cuál fueron

colocados algunos puntos y el cero. Se les dijo que del cero a la izquierda todos los puntos eran negativos y a la derecha positivos.

Después pasaron al frente pares de niños a señalar con su dedo un punto cualquiera que ellos eligieran en la recta. Contaban qué número correspondía al punto elegido y lo escribían en el pizarrón (los demás en su cuaderno) y colocándole un cuadrado en medio de los números se pasaba a hacer la comparación de la misma manera que el ejercicio anterior: quien estaba en mejor situación y quien lo estuviera sabían que era mayor, entonces colocaban el signo correspondiente. Por ejemplo, algunos puntos que se eligieron, entre otros, fueron:

$$-2 \square 0; \quad -7 \square 7; \quad 3 \square -2; \quad -2 \square 5$$

Finalmente, se escribieron en el pizarrón otros 5 pares de números de la misma índole donde debían colocar los signos , ó = según correspondiera: éste ejercicio fué hecho en el cuaderno y la gran mayoría lo contestó correctamente, sólo tres del grupo fallaron en dos pares de números.

Con esto se dió por terminada la clase y se les volvió a encargar billetitos para el próximo día.

Término de la clase: 9:40 a.m.

COMENTARIOS

En esta primera sesión se pudo notar un gran avance en la adquisición del conocimiento por los niños, ya que en la primera actividad (juego de "volados") sólo bastó que pasara al frente el primer par de niños para que los demás utilizaran de manera correcta los signos (+) y (-) en sus respectivos resultados.

Al principio parecía que el tiempo previsto era corto para agotar lo planeado, pero fué tan activa la participación del grupo que finalmente se logró lo que se esperaba.

SEGUNDA SESIÓN (Miércoles, 9:00 a.m.)

Maestro: Vamos a hacer una competencia de "voladitos"; sólo que ahora se necesitan 6 equipos de tres elementos cada uno.

Cada equipo deberá tener su nombre, así que fórmenlos y yo los iré anotando en el pizarrón.

- A continuación se enumeran en el orden como se fueron dando:

- I.- "Los venados"
- 2.- "La mafia"
- 3.- "Las chicas difíciles"
- 4.- "Las chicas de hoy"
- 5.- "Cobras"

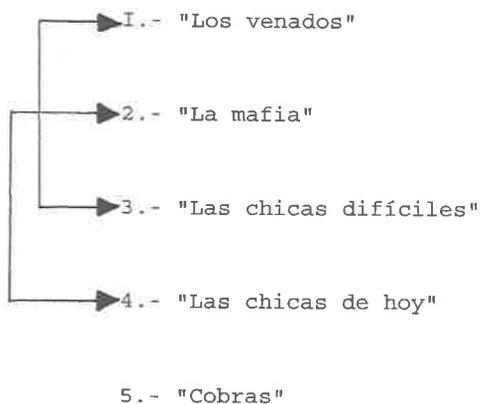
Maestro: (dirigiéndose a todos) Como ustedes pueden ver, sólo son cinco equipos, así que falta uno para que puedan competir de a dos en dos y sacar un ganador en cada juego, ¿Cómo le hacemos?

Rubén: Yo propongo que juguemos los equipos alternados y que descansen el que está en el último lugar para que

después juegue con un equipo ganador que tenga menos puntos.

Maestro: A ver, pasa al pizarrón y señala con el gis en la lista de equipos, como es tu propuesta.

- Pasó al pizarrón y realizó lo siguiente:



Las flechas que él mismo colocó, indicaban los equipos que debían enfrentarse en la "primera ronda" descansando el equipo "Cobras" para después jugar contra el equipo de los ganadores que obtuviera menos puntos.

Los demás niños aceptaron esta proposición y así se dió inicio a la competencia.

Se les explicaron a todos los equipos las reglas de esta competencia (se omitirán para no hacer tediosa la lectura con tanta repetición): se les hizo hincapié en que se fijasen muy bien al realizar sus operaciones, ya que si alguno de los equipos no pudiera resolverlas, se usaría esto en su contra. Además, se les recordó que el signo que estaba fuera de los paréntesis no significaba lo mismo que el que se encontraba dentro de éstos.

Dió inicio la competencia, haciendo sus propias sumas los equipos, mientras que los que se encontraban en su lugar, esperando su turno para participar, realizaban las mismas operaciones en su cuaderno, anotando también todos los datos que surgían, en el pizarrón.

En el lado superior izquierdo del pizarrón, los equipos escribían su nombre y los resultados obtenidos de dicha competencia; quedó de la siguiente manera:

"Las chicas difíciles" (+110)

"Los venados" (-110)

"La mafia" (-160)

"Las chicas de hoy" (160)

Evidentemente los equipos ganadores, fueron "Las chicas difíciles" con 110 pesos ganados y "Las chicas de hoy" con una ganancia de 160 pesos. Como había dos ganadores y faltaba un equipo por participar, una niña (Lourdes) propuso que jugaran "Las chicas difíciles, quienes habían obtenido menos ganancias, contra el equipo que había descansado, "Cobras", para que quien resultase ganador, jugara contra el equipo ganador de la primera ronda. Así, "Cobras" descalificó a su contrincante quedándose como finalista y posteriormente también ganó a "Chicas de hoy" que obtuvieron -750 pesos contra +750 pesos de aquéllos: se le dió un aplauso al ganador.

COMENTARIOS

En esta clase surgió algo imprevisto: se tenían planeados 6 equipos y sólo resultaron cinco, ya que cinco elementos (3 hombres y 2 mujeres) no quisieron participar en la competencia pero sí realizaron sus operaciones en sus cuadernos.

Como se había dicho anteriormente, todos los niños iban resolviendo en su cuaderno las operaciones resultantes de cada equipo; se les revisó y a sólo tres niñas les faltó colocar en sus operaciones el signo igual (=), pero las cantidades y el resultado estaban correctos. Al ver los resultados obtenidos en esta actividad se dió por terminada la sesión. Eran las 10:00 a.m.

TERCERA SESIÓN (Jueves, 8:30 a.m.)

Maestro: Pasen al frente los niños que traen billetitos (pasaron cuatro niños). Vamos a jugar a los "prestamistas", aquí tenemos a cuatro ¿Quién quiere pasar a pedirles prestado?

Lourdes: Yo, maestro. ¿A quién le pido?

Maestro: Vas a pedir a quien tú quieras y con los que vayas pidiendo irás haciendo una suma para que todos vean qué te resultó al final.

- Ella les pidió dinero a todos los "prestamistas" y cada que le pedía a uno lo escribía en el pizarrón, resultó finalmente esta operación: $(-50) + (-40) + (-50) + (-50) = -190$.

Maestro: (dirigiéndose a todos) ¿Qué piensan de esa operación que realizó su compañera?

Ricardo: Es una cuenta como las que hicimos ayer.

Maestro: Muy bien. Ahora, ¿quién pasa a pedir prestado?

- Todos levantaron la mano diciendo "yo, maestro"; pero María ya estaba delante de los prestamistas.

Maestro: María va a pedir prestado; mientras, todos los demás anoten en su cuaderno lo que vaya haciendo ella.

- Comenzó pidiéndole sesenta a uno y escribió en el pizarrón así: (-60).

Maestro: Fíjate bien María, tú tienes 60 pesos aunque los debas son tuyos, si de esos 60 gastas cuarenta ¿Cuánto te va a quedar?

María: Me quedarían 20 pesos (y separó los cuarenta que había gastado dejando en su mano sólo los veinte).

Maestro: Muy bien hecho, María; ahora tú sólo tienes veinte pesos; si decides pagar lo que debes, ¿cómo representarías esos veinte junto a tu deuda?

- Y escribió así: (-60) (20)

María: Pero no alcanzaría a pagar maestro.

Maestro: ¿Y si los abonas?

María: Quedaría debiendo todavía 40.

Maestro: ¿Y cómo los representarías en la operación que estás realizando?

Ahora sí colocó el signo de + en medio de los números encerrados entre paréntesis; terminó su operación como a continuación se transcribe:

$$(-60) + (20) = -40$$

Después que María fué a sentarse a su lugar, pasó al frente Beto, y pidió 180 a uno de los "prestamistas" y escribió en el pizarrón (+200).

Maestro: A ver, Beto, queremos que nos digas ¿Por qué escribiste en el pizarrón más doscientos si lo que pediste fue ciento ochenta?

Beto: Porque yo traía un billete de a veinte y lo junté con lo que pedí prestado.

Maestro: Está bien, ya tienes doscientos, pero, ¿ya registraste la cantidad que pediste prestado?

- Al descubrir que no lo había hecho procedió a escribir en otro extremo -180.

Maestro: Ahora que ya tienes doscientos, si decidieras pagar

tu deuda ¿Qué operación realizarías? Explícales a tus compañeros en voz alta.

BETO: Si tengo doscientos y debo ciento ochenta, entonces alcanzo a pagar, todavía me quedan 20 en mi bolsa.

- La operación que le resultó fue:

$$(+200) + (-180) = +20$$

Una vez que Beto terminó de explicar la operación que realizó, se fue a su lugar y ahora pasó al frente Irene. Ella pidió a uno de los "prestamistas" setenta dólares** y escribió en el pizarrón (-70).

MAESTRO: Muy bien Irene, a pesar de que los debes, tienes 70 dólares, son tuyos, si pasara el tiempo y no necesitaras el dinero y decidieras pagar tu deuda, ¿qué operación realizarías?

Explicalo a tus compañeros, por favor.

IRENE: Si debo setenta dólares y yo tengo setenta dólares los pago y ya no debo nada.

Pero tampoco me queda nada en mi bolsa (dijo sonriendo).

** Los niños traían también billetes en dólares

Le resultó la siguiente operación: $(-70) + (+70) = 0$

Nuevamente aquí se reforzó el conocimiento anterior sobre la neutralidad del cero. Parecía que entre más niños pasaban al pizarrón, más fácil realizaban las operaciones y más rápido resolvían el problema o la situación planteada.

En seguida pasaron al frente de uno en uno otros seis más a realizar situaciones similares. Después se procedió a escribir, en forma convencional, suma de enteros para que los niños ejercitaran en su cuaderno.

Primero se les revisó lo que iban registrando en su cuaderno y después las operaciones últimas. Luego se les informó que al día siguiente se haría una evaluación de lo que se había visto en la semana y aquí se dió por terminada esta sesión cuando eran las 10:00 a.m.

COMENTARIOS

Aquí en esta clase se tenía planeado que pasaran al pizarrón todos y cada uno de los niños que conformaban el grupo, pero al notar el avance positivo en la adquisición del conocimiento, después de que pasaron los primeros cuatro, sólo se creyó pertinente lo hicieran de manera individual, frente a todos, otros seis más, para no fastidiar y agotar el ánimo de los niños. Por esa razón no pasaron todos al frente.

- Otra de las variantes que hubo aquí fue que sólo cuatro niños (cuando se había planeado cinco) fungieron como "prestamistas", ya que únicamente ellos habían traído billetitos.

QUINTO DIA: VIERNES

En este día se inició con la evaluación a las 8:30 a.m. Se le proporcionó a cada niño el postest para que lo contestara. Cuando lo comenzaron a leer, algunos preguntaron si era el mismo examen que se les había aplicado al inicio de la semana; se les dijo que sí, y que ahora iban a darse cuenta por qué habían errado en algunas de las preguntas de la prueba anterior. Se les comentó también que al terminar de contestar podrían salirse un rato y llevarse su cuaderno para que allá compararan las respuestas que habían dado en el anterior examen, con este último (ya que el segundo día, cada niño escribió en su cuaderno los errores cometidos el día anterior, puesto que se les recogió la hoja).

Los alumnos comenzaron a contestar; terminó el primero a las 8:55; así fueron saliendo uno a uno hasta terminar el último a las 9:10 a.m. Y con esto se dieron por terminadas todas las actividades planeadas para este trabajo.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Antes de comenzar con este apartado, es importante aclarar la manera como fueron calificados tanto el pretest como el postest.

Se recordará que ambos contenían cuatro problemas con dos cuestiones cada uno (1A y 1B)³: "¿ganó o perdió..?" y "¿cuánto?"; en otros problemas se preguntaba: "¿debe o posee..?" y "¿cuánto?"

Bien, en el pretest, en las preguntas donde el niño debía escribir un número, es decir, "¿cuánto?", se dió por buena o acertada la respuesta, aún si éste no colocara el signo respectivo a la cantidad requerida, ya que era sólo un diagnóstico.

En el postest si se dió un sentido más estricto al momento de calificar este tipo de respuestas; es decir, que si el niño no colocaba los signos (+) y (-) a las cantidades que así lo requerían, se consideraban incorrectas, ya que para entonces (en la evaluación final), los escolares debían saber el significado de dichos signos.

³ Ver el modelo del instrumento que se encuentra en el apéndice de este trabajo.

Para iniciar el análisis de resultados, se recomienda al lector, remitirse a las gráficas 1, 2 y 3 (ubicadas al final de este capítulo) para verificar la información que a continuación se presenta:

a) Resultados del Pretest⁴

En la pregunta número 1, que se refiere a la suma de enteros positivos, podemos observar un alto porcentaje (95%) de respuestas correctas, lo que significa que los niños no presentan dificultad en el manejo de operaciones de este tipo, ya que desde el primer grado de la escuela primaria comienzan a familiarizarse con ellas.

En la pregunta número 2, que obliga el uso de sumas de enteros negativos, puede apreciarse claramente que no hay ningún problema en la utilización de este tipo de operaciones, puesto que se obtuvo el 90% y 100% de respuestas correctas.

En las preguntas 3 y 4, que implican una suma de números positivos con negativos, se puede apreciar que sólo el 25% en promedio del total de los alumnos, las contestaron correctamente, porcentaje que indica, de manera precisa, la

⁴ Remitirse a la gráfica 1

existencia de un problema en los niños al realizar operaciones de esta índole.

En la pregunta número 5, donde se le presenta al alumno una suma convencional de enteros positivos, el 95% la contestaron acertadamente, lo que quiere decir que tampoco se les dificulta la resolución de éstas operaciones.

En las preguntas que restan al pretest que corresponden a algoritmos convencionales de suma de enteros negativos (pregunta 6), suma de un número positivo con un negativo, donde el primero es mayor que el segundo (pregunta 7), suma de un número negativo con un positivo donde el negativo es mayor que el positivo (pregunta 8) ninguno de los infantes contestó correctamente dichas preguntas, o sea, el 0%, cifra que evidencia la dificultad existente en los niños para resolverlas.

b) Resultados del Postest⁵

Analizando los resultados que se obtuvieron después de aplicado el postest, se puede observar que las preguntas 1 y 2 (salvo la 2A que aumentó de 90 a 95%) se mantuvieron sin cambio alguno en el porcentaje de respuestas correctas: 95 y 100%

⁵ Remitirse a las gráficas 2 y 3.

respectivamente.

La pregunta número 3, que en el pretest se situaba en un 25%, ahora en el postest obtuvo un 95%, lográndose una mejora del 70% de los alumnos que tenían el problema del manejo de sumas de enteros negativos con positivos.

De igual forma en la pregunta número 4 (4A y 4B), en el postest se obtuvo un positivo aumento, ya que de estar en el pretest en un 55 y 20%, subió a 80 y 85% respectivamente.

La pregunta 5 presentó un ligero aumento en los resultados del postest: del 95 al 100%.

Donde se mejoró notablemente fue en las preguntas 6, 7 y 8: estar en 0% se obtuvo un 100, 95 y 95%, respectivamente, como se puede apreciar en la gráfica número 3.

CONCLUSIONES GENERALES

En la presente propuesta se pudo observar claramente la presencia de un problema en el aprendizaje que se ha tratado a lo largo del presente trabajo: en los instrumentos utilizados para la evaluación de los alumnos no hay vestigio alguno que dé cuenta de la utilización de la recta numérica, por parte de los educandos, para la resolución de las operaciones contenidas en la segunda parte de la hoja de evaluación, a pesar de haberse hecho esta sugerencia.

Por supuesto, se está hablando del pretest, ya que en el postest no la utilizaron (la recta numérica), obviamente porque habían aprendido una forma nueva y más práctica para solucionar ese tipo de problemas.

Cuando a los niños se les da la libertad de que ellos mismos se organicen, inventen sus propias normas en los juegos o actividades que realizan, construyen su propio conocimiento y aprenden más claramente, al menos es una situación que aquí produjo muy buenos resultados.

Las situaciones reales que se dieron para que los propios niños las vivieran, fueron determinantes para que adquirieran un conocimiento más sólido. Se puede concluir diciendo que la estrategia metodológica que se aplicó es pertinente y viable.

Es pertinente porque se presentó a los niños y éstos la recibieron como algo novedoso y oportuno, ya que ellos ya habían pasado por ese tema y, según se pudo comprobar, poco es lo que habían aprendido al respecto.

Es viable porque puede ser aplicable en diferentes contextos en la escuela y en la vida cotidiana, y además está elaborada tomando en cuenta las características del niño.

APÉNDICES

PRETEST PARA LA SUMA DE NUMEROS ENTEROS

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

NOMBRE DE LA ESCUELA: _____

GRADO: _____ GRUPO: _____ ZONA ESCOLAR: _____

INSTRUCCIONES I: Lee con cuidado y resuelve los siguientes problemas.

1.- En la hora del recreo Pedro jugó "voladitos" y ganó 18 pesos, nuevamente por la tarde volvió a jugar y esta vez ganó 31 pesos. ¿ Ganó o perdió Pedro ? _____

¿ Cuánto ? _____

Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

2.- Juan debe a Carlos 15 pesos y a Ramón le debe también 13 pesos.

¿Cuál es la situación de Juan: Debe o tiene ? _____

¿ Cuánto ? _____ Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

3.- Rodolfo debe a Saúl 28 pesos y él posee en su bolsillo 32 pesos, si decide pagarle, ¿ Rodolfo debe o posee ? _____

¿ Cuánto ? _____ Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

4.- Toño le debe 43 pesos a Enrique, introduce la mano a su bolsillo y ve que posee 31 pesos, si decide pagarle, ¿ En que situación quedará Toño debe o posee ? _____ ¿ Cuánto ? _____

Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

INSTRUCCIONES II: Realiza las siguientes sumas.

(Puedes auxiliarte con la recta numérica).

$$(23) + (42) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) + (-17) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(36) + (-21) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-28) + (16) = \underline{\hspace{2cm}}$$

POSTEST PARA LA SUMA DE NUMEROS ENTEROS

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

NOMBRE DE LA ESCUELA: _____

GRADO: _____ GRUPO: _____ ZONA ESCOLAR: _____

INSTRUCCIONES I: Lee con cuidado y resuelve los siguientes problemas.

1.- En la hora del recreo Pedro jugó "voladitos" y ganó 18 pesos, nuevamente por la tarde volvió a jugar y esta vez ganó 31 pesos. ¿ Ganó o perdió Pedro ? _____
¿ Cuánto ? _____

Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

2.- Juan debe a Carlos 15 pesos y a Ramón le debe también 13 pesos. ¿Cuál es la situación de Juan: Debe o tiene ? _____

¿ Cuánto ? _____ Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

3.- Rodolfo debe a Saúl 28 pesos y él posee en su bolsillo 32 pesos, si decide pagarle, ¿ Rodolfo debe o posee ? _____

¿ Cuánto ? _____ Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

4.- Toño le debe 43 pesos a Enrique, introduce la mano a su bolsillo y ve que posee 31 pesos, si decide pagarle, ¿ En que situación quedará Toño debe o posee ? _____ ¿ Cuánto ? _____

Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

INSTRUCCIONES II: Realiza las siguientes sumas.

(Puedes auxiliarte con la recta numérica).

$$(23) + (42) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-12) + (-17) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(36) + (-21) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-28) + (16) = \underline{\hspace{2cm}}$$

PRETEST PARA LA SUMA DE NUMEROS ENTEROS

NOMBRE DEL ALUMNO: Guillermo Eduardo Sanchez

NOMBRE DE LA ESCUELA: Pedro moreno

GRADO: Quinto GRUPO: 00:00 ZONA ESCOLAR: 147

INSTRUCCIONES I: Lee con cuidado y resuelve los siguientes problemas.

1.- En la hora del recreo Pedro jugó "voladitos" y ganó 18 pesos, nuevamente por la tarde volvió a jugar y esta vez ganó 31 pesos. ¿ Ganó o perdió Pedro? Ganó ✓
 ¿ Cuánto? 49 ✓
 Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.
$$\begin{array}{r} 18 \\ + 31 \\ \hline 49 \end{array}$$

2.- Juan debe a Carlos 15 pesos y a Ramón le debe también 13 pesos. ¿Cuál es la situación de Juan: Debe o tiene? debe ✓
 ¿ Cuánto? 28 X Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.
$$\begin{array}{r} 15 \\ + 13 \\ \hline 28 \end{array}$$

3.- Rodolfo debe a Saúl 28 pesos y él posee en su bolsillo 32 pesos, si decide pagarle, ¿ Rodolfo debe o posee? debe X
 ¿ Cuánto? 4 X Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.
$$\begin{array}{r} 32 \\ - 28 \\ \hline 4 \end{array}$$

4.- Toño le debe 43 pesos a Enrique, introduce la mano a su bolsillo y ve que posee 31 pesos, si decide pagarle, ¿ En que situación quedará Toño debe o posee? 19 X ¿ Cuánto? debe X
 Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.
$$\begin{array}{r} 43 \\ - 31 \\ \hline 12 \end{array}$$

INSTRUCCIONES II: Realiza las siguientes sumas.
 (Puedes auxiliarte con la recta numérica).

$$\begin{array}{l} (23) + (42) = \underline{66} \quad X \\ (-12) + (-17) = \underline{29} \quad X \\ (36) + (-21) = \underline{57} \quad X \\ (-28) + (16) = \underline{43} \quad X \end{array}$$

POSTEST PARA LA SUMA DE NUMEROS ENTEROS

NOMBRE DEL ALUMNO: Guillermina Garcias Sanchez

NOMBRE DE LA ESCUELA: Pedro moreno

GRADO: 5 GRUPO: 1100 ZONA ESCOLAR: 147

INSTRUCCIONES I: Lee con cuidado y resuelve los siguientes problemas.

1.- En la hora del recreo Pedro jugó "voladitos" y ganó 18 pesos, nuevamente por la tarde volvió a jugar y esta vez ganó 31 pesos. ¿ Ganó o perdió Pedro ? gano ¿ Cuánto ? 49 Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

2.- Juan debe a Carlos 15 pesos y a Ramón le debe también 13 pesos. ¿Cuál es la situación de Juan: Debe o tiene ? debe ¿ Cuánto ? 28 Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

3.- Rodolfo debe a Saúl 28 pesos y él posee en su bolsillo 32 pesos, si decide pagarle, ¿ Rodolfo debe o posee ? tiene ¿ Cuánto ? 4 Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

4.- Toño le debe 43 pesos a Enrique, introduce la mano a su bolsillo y ve que posee 31 pesos, si decide pagarle, ¿ En que situación quedará Toño debe o posee ? debe ¿ Cuánto ? 12 Realiza la suma de enteros que resuelve el problema.

INSTRUCCIONES II: Realiza las siguientes sumas. (Puedes auxiliarte con la recta numérica).

$$\begin{array}{r} 23+ \\ 42= \\ \hline 65 \end{array}$$

$$(23) + (42) = \underline{+ 65}$$

$$(-12) + (-17) = \underline{- 29}$$

$$(36) + (-21) = \underline{+ 15}$$

$$(-28) + (16) = \underline{- 12}$$

$$\begin{array}{r} 12+ \\ 17= \\ \hline 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36+ \\ 21= \\ \hline 57 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28+ \\ -12 \\ \hline 16 \end{array}$$

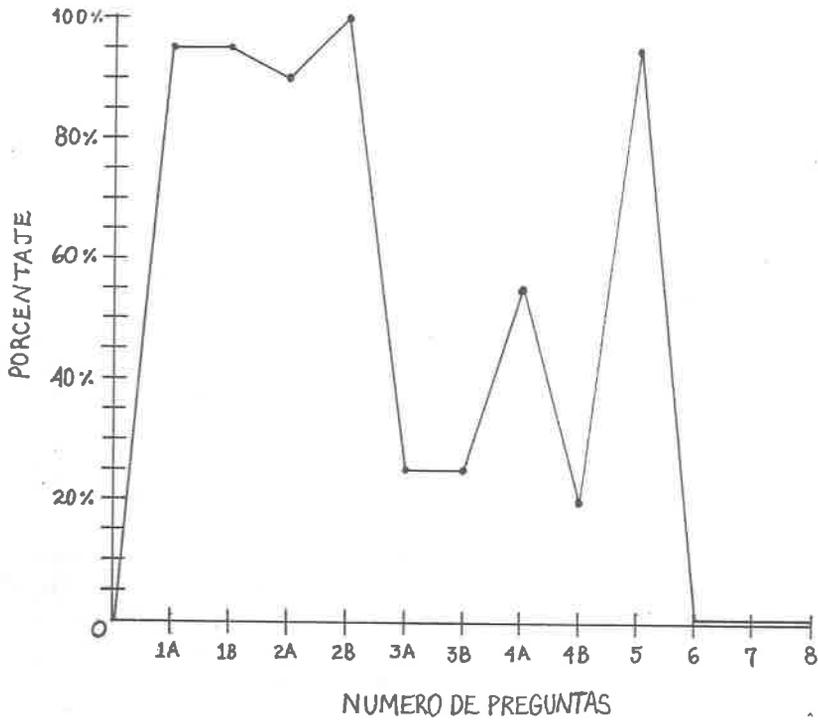
CONCENTRACION DE RESULTADOS DEL PRETEST

A LUM NOS	PROBLEMAS												TOTAL DESACIER- TOS
	1		2		3		4						
	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B	5	6	7	8	
1	✓	✓	✓	✓	X	X	X	X	✓	X	X	X	7
2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	X	X	3
3	✓	✓	✓	✓	X	X	X	X	✓	X	X	X	7
4	✓	✓	X	✓	✓	X	X	X	X	X	X	X	8
5	✓	✓	✓	✓	X	X	X	X	✓	X	X	X	7
6	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	X	X	6
7	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	X	X	6
8	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	X	✓	X	X	X	5
9	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	X	X	3
10	X	X	✓	✓	X	X	X	X	✓	X	X	X	9
11	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	X	X	X	4
12	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	X	X	6
13	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	X	X	6
14	✓	✓	✓	✓	X	X	X	X	✓	X	X	X	7
15	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	X	X	6
16	✓	✓	X	✓	X	X	X	X	✓	X	X	X	8
17	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	X	X	6
18	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	X	✓	X	X	X	6
19	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	X	X	X	5
20	✓	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	✓	X	X	X	5
F.R.	$\frac{19}{20}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{0}{20}$	$\frac{0}{20}$	$\frac{0}{20}$	H=6
%	95	95	90	100	25	25	55	20	95	0	0	0	

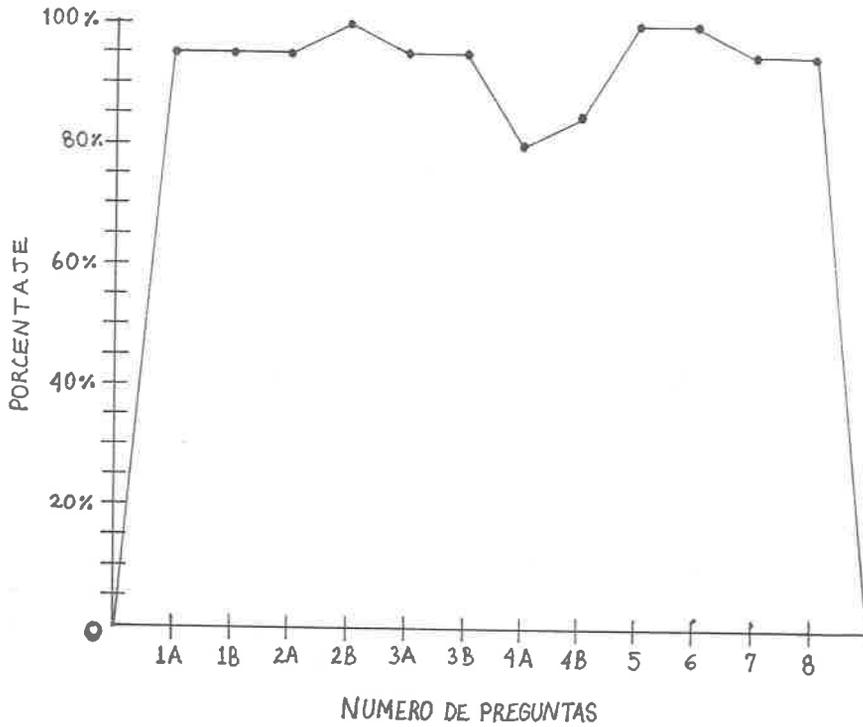
CONCENTRACION DE RESULTADOS DEL POSTEST

A LUM NOS	PROBLEMAS												TOTAL DESACIER- TOS
	1		2		3		4		5	6	7	8	
	1A	1B	2A	2B	3A	3B	4A	4B					
1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	✓	✓	2
4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
6	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
7	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
8	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	X	3
9	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
10	X	X	X	✓	X	X	X	X	✓	✓	✓	✓	7
11	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
12	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
13	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
14	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
15	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
16	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	✓	✓	2
17	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
18	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
19	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
20	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
F.R.	$\frac{19}{20}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{16}{20}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{20}{26}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{19}{20}$	$M=0.7$
%	95	95	95	100	95	95	80	85	100	100	95	95	

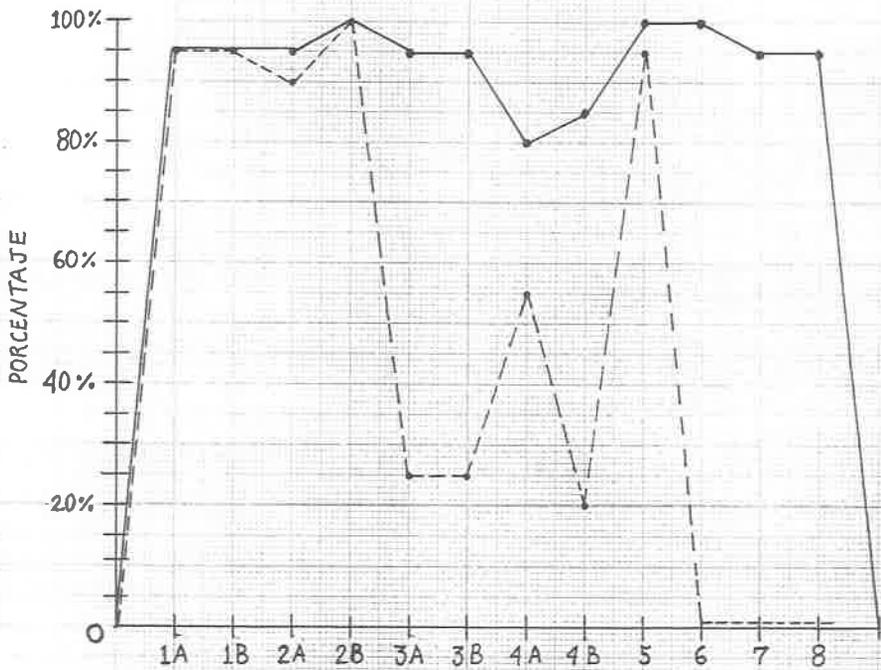
GRAFICA 1: PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS EN CADA UNA DE LAS PREGUNTAS DEL PRETEST



GRAFICA 2: PORCENTAJE DE RESPUESTAS CORRECTAS EN CADA UNA DE LAS PREGUNTAS DEL POSTEST



GRAFICA 3: CONFRONTACION DE RESULTADOS



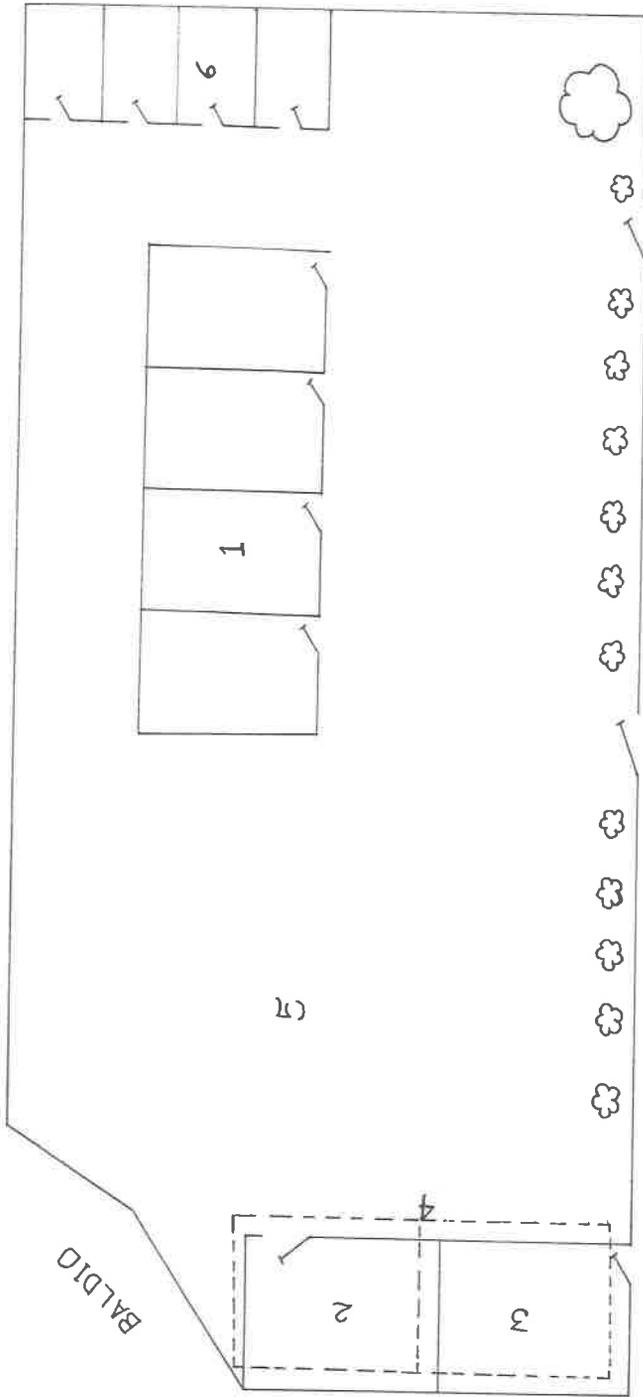
NUMERO DE PREGUNTAS

----- PRETEST

————— POSTEST

BALDIO

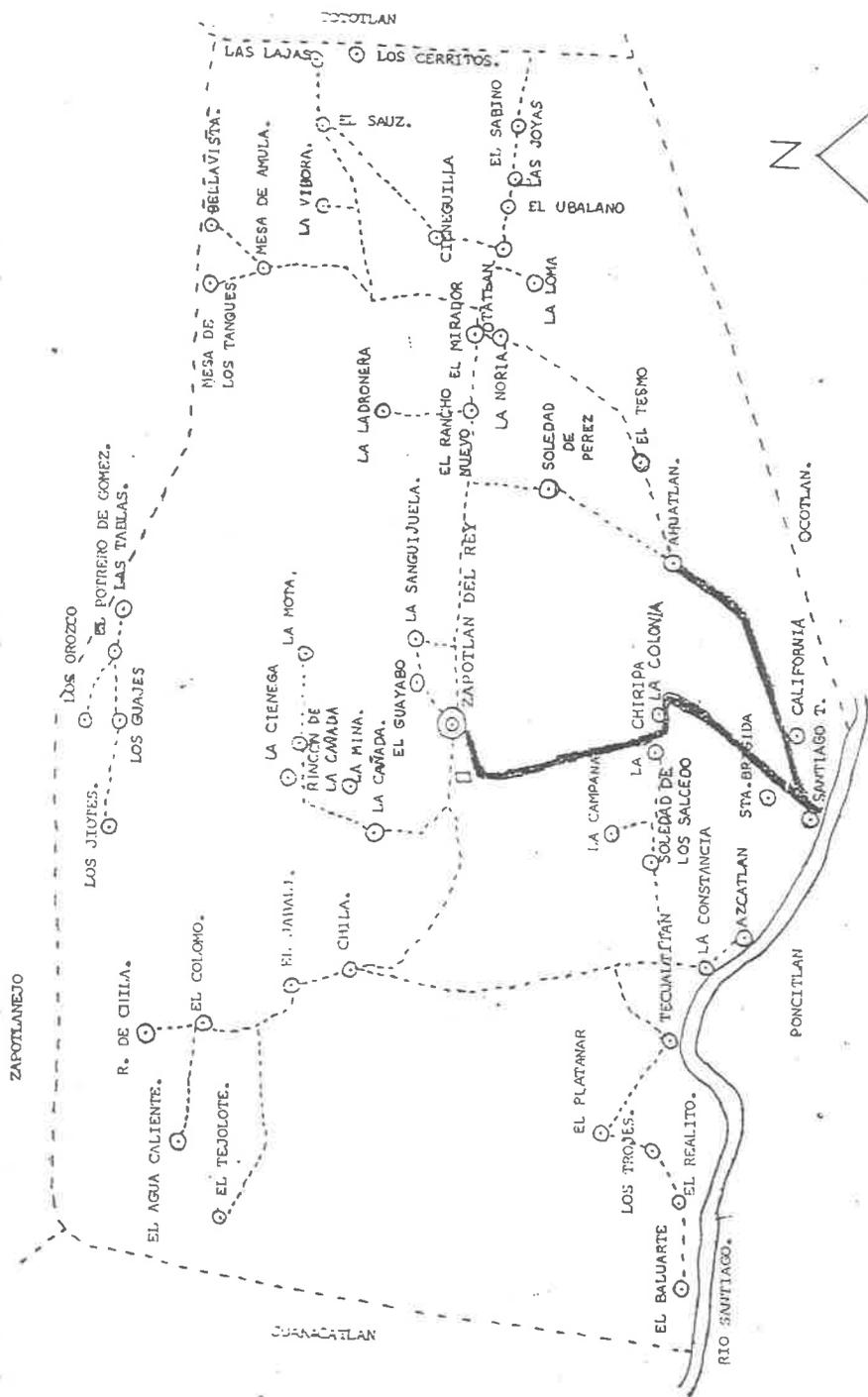
CASAS



- 1.- AULAS
- 2.- DIRECCION
- 3.- INSPECCION
- 4.- AULAS PLANTA ALTA
- 5.- PATIO CIVICO
- 6.- SANITARIOS

CALLE P. CASTELLANOS

CROQUIS DEL MUNICIPIO DE ZAPOTLAN DEL REY, JAL.



BIBLIOGRAFIA

CALONICO, Hernán et-al. Matemática Objetiva. Quinta edición. Ed. Vega, México, 1972, 291 P.

CASTELNOUVO, Emma. Didáctica de la Matemática Moderna. Segunda edición en español. Ed. ISBN, México, D.F. 1990, 210 p.

DIRECCIÓN FEDERAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN JALISCO. Fundamentación de la Teoría de Piaget en la Escuela Primaria. Manual Técnico de apoyo en Jalisco. 37 p.

MORENO, Guzmán José et-al. Matemáticas Primer Curso. Segunda reimpresión. Ed. Aguilar, México, D.F. 1981, 226 p.

NATIONAL COYNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. El Sistema de los Enteros. OEA. Primera edición en español, 1970, Reimpresión, México 13, D.F. 1975, 80 p.

REINOSO, Carlos. El Número Real. Primera edición, Ed. de Cultura Popular, U. A. de Gro., México 20, D.F. 1976, 149 p.

TREJO, César A. El Concepto de Número Entero. Secretaría General de la Organización de los Estados Americanos. Washington, D.C: OEA, Ed. Kapelusz, 1968, 120 p.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL. Contenidos de Aprendizaje. Sistema de Educación a Distancia. México, D.F. SEP, 1990, 276 p.

U.P.N.----- La Matemática en la Escuela I. México, SEP, 1990, 227 p.

----- Matemática en la Escuela II. México, SEP, 1985, 330 p.

----- Matemática en la Escuela III. México, D.F. SEP, 1988, 271 p.

----- Matemáticas I Volumen 2. Sistema de Educación a Distancia. Primera reimpresión. México, D.F. SEP, 1982, 249 p.

----- Teorías del Aprendizaje. Primera reimpresión, México, SEP, 1987, 450 p.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Libro para el Maestro Quinto Grado. México, D.F. 1982, 298 p.

S.E.P. ----- Matemáticas Quinto Grado. Décimonovena edición México, D.F. 1972, 272 p.