UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIDAD 241

INTRODUCCION A LAS MATRICES

DOMINGO CUELLAR HIPOLITO

TESINA PRESENTADA PARA OPTAR POR EL TITULO DE LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., 1985

DT-101

UNIVERSIDAD
[P]AGOGICA
NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

San Luis Potosí, S.L.P., a 8 de Diciembre de 19[8]4

C. Profr. (a) DOMINGO CUELLAR HIPOLITO
Presente (nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -- Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa TESINA titulado MATRICES presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a -- que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

S.E.P.
[UN]IVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD S.L.P.(?) AD
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.

PROFR. CARLOS ENRIQUE LERINO RAMOS

CON TERNURA

Y CARIÑO

PARA MI

... HIJO.

I N D I C E

P R O L O G O .

El presente trabajo se desarrollo en el primer Curso de Superación Profesional con opción a titulación, con la finalidad de acreditar el Nivel de Licenciatura.

El contenido general esta integrado por tres capitulos desarrollados de una manera sencilla, ya que no se trata de una investigación documental. El primer capitulo habla sobre la matemática moderna, como mejor recurso de razonamiento; el segundo contiene el tema de matrices a un nivel elemental; el tercero está enfocado a los aspectos de lógica, probabilidad y estadística, en el cuarto grado, de la escuela primaria.

El trabajo es sencillo, tal vez demasiado elemental, pero hecho con la mejor buena voluntad y con la intención de alcanzar la meta propuesta al iniciar los estudios de Licenciatura en Educación Primaria.

Por otra parte, pretendo también dejar en claro el importante papel de la Matemática en el mundo actual, lo que motiva necesariamente al maestro a una continua preparación y actualización.

DOMINGO CUELLAR HIPOLITO

1. MARCO TEORICO.

1.1 LA MATEMATICA MODERNA.

1.1.1 El problema.

En la actualidad las matematicas representan un problema para:

- Los padres de familia desconocen los nuevos enfoques- que se le han dado a las matemáticas en la actualidad, esto- ocasiona el desinteres y la irresponsabilidad sobre la orientación adecuada en las actividades extraescolares de sus hijos, que por consiguiente influirán en el bajo nivel de apro vechamiento en el aprendizaje.

- Los maestros. No tienen muchas veces la suficiente capacitación profesional que se requiere para llevar satisfactoriamente el proceso enseñanza-aprendizaje.

- Los alumnos. Cuando a este elemento del proceso educativo no se le orienta adecuadamente, lógico es que su aprendizaje será deficiente y no podrá resolver los problemas que se le presenten en la vida diaria.

1.1.2 Clases de matemáticas.

- Matemática clasica.

Es la que estudia argumentos particulares que agrupaba según su grado de dificultad.

... La matemática através del tiempo ha ido evolucionando y adquiriendo terminologías diversas en el lenguaje e incorporando nuevos temas. " En el año (300 a.c.), Euclides introdujo el tema de la Geometría.

En el siglo XVII Newtón y Leibniz, aportaron a las matemáticas el tema de Cálculo Infinitesimal.

En el siglo XIX Cantor agregó a las matemáticas la Teoría de los conjuntos. Y así através del tiempo se ira incrementando el campo de las matemáticas".

1.1.3 Matemática moderna.

La nueva matemática es, en principio, la misma matemática de siempre con algunas adquisiciones nuevas: el lenguaje en el que está escrita, el método con el que trabaja y las estructuras abstractas entre las cuales se mueve. La nueva matemática tiene ahora una fama dudosa y se le critica desde muy variados frentes, acusandola de exceso de abstracción.

1.2 CARACTERISTICAS.

1.2.1 Amplia, no limitada.

Anteriormente las matemáticas se concretaban al estudio de lo que siempre existe, hoy se avoca también al estudio de lo que nace y muere. Sus conocimientos se aplican a otras ciencias como a la Psicología, la Economía, la Sociología y la Biología.

1.2.2 Práctica y realista.

Se ocupa ante todo de casos y cosas que se presentan en la vida diaria, resolviendo problemas de actualidad que sirven al individuo en su seguridad, bienestar y progreso.

1.2.3 Razonable no mecánica.

La matemática clásica le daba mayor importancia a la mecanización, en cambio a la matemática moderna le preocupa que el alumno sepa lo que tiene que hacer.

1.2.4 Flexible y probable.

No exige exactitud en situaciones concretas, sinoque busca aproximaciones en las respuestas.

Se preocupa de conjuntos, de hechos, busca llegar a afirmaciones probables y lineamientos generales.

1.2.5 Atractiva no árida.

Actualmente se basa en los intereses lúdicos de los alumnos y se le da importancia a la matemática recreativa y a los textos ilustrativos y llamativos.

1.3 CONCLUSIONES.

1.3.1 Evitar confusiones.

En la actualidad, la mayoría piensa que la matemática moderna no es otra cosa que los conjuntos ; se dedican así en cuerpo y alma a su simbología y a las operaciones.

Otros son acérrimos coleccionistas de símbolos nuevos y se dedican a leerlos e interpretarlos con un significado muchas veces ininteligible.

Algunos confunden la matemática moderna con la lógica matematica. Piensan que saber lo que es una proposición, manejar tablas de verdad o conocer algunas reglas de inferencia, manejar términos nuevos como simétrico, recíproco, asociativa y -

cerradura es matemática moderna.

1.3.2 Clasificación de la nueva matemática.

La teoría de conjuntos que es instrumento de unificación de la matemática como lenguaje de base y punto de partida.

La lógica matemática, prolegómeno de la matemática y garantía de subdesarrollo coherente.

La aritmética o Teoría de números, parte original de la matemática.(Estudio de los naturales, enteros y racionales con sus respectivas operaciones).

Geometría que es parte escencial de la matemática clásica. (Estudio de cuerpos y fíguras, relaciones y aplicaciones).

Algebra o Generalización de la aritmética. (Formulación del razonamiento por medio de símbolos, estudio de los reales)

Cálculo, estudio de estructuras parecidas a los reales mediante las nociones de límites y continuidad, integración y derivación.

Topología que trata especialmente de la continuidad y otros conceptos más generales originados de ella.

Probabilidad y estadística estudio de los fenómenos aleatorios y de la interpretación de datos y cifras obtenidas.

1.3.3 Personajes.

Galois Evaristo (1811-1832).

Matemático Frances. Apasionado por las matemáticas intento, sin conseguirlo, entrar en la escuela politécnica e ingreso a la Escuela Normal. Entre sus obras principales se encuentra - la teoría de grupos, un manifiesto a todos los republicanos - y una importante memoria sobre matemáticas.

Georg Cantor (1845-1918).

Filósofo y matemático Ruso. Desde 1867 fué profesor de matemáticas en la Universidad de Halle. Sus estudios sobre las funciones de variable real y las series de Fourier le condujeron a la construcción de una teoría que influyó enormemente - en toda la matemática posterior: " La Teoría de los Conjuntos'

Georg Boole (1815-1864).

Lógico, matemático Británico. Fué profesor de matemáticas- en el Quee's College de Cork desde 1849. Creador del " Algebra de la Lógica" o " Lógica Símbolica", aunque modernamente- se le discute dicha paternidad, a raíz de las aportaciones -- sobre el tema descubiertas en la Lógica Antigua. A la vista- de las analogías existentes entre la lógica y el algebra, desarrolló toda una serie de investigaciones lógicas, se interesó por el análisis matemático y la Teoría de las Posibilida -

des.

Giuseppe Peano (1858-1932).

Matemático y lógico Italiano. Enseñó en Turín. Inventó un lenguaje matemático universal destinado a facilitar la circulación de los trabajos matemáticos entre los científicos de distintas comunidades linguísticas. A él se deben exposiciones axiomáticas de la aritmética, la geometría proyectiva, la teoría de conjuntos, el cálculo vectorial y el cálculo infinitesimal.

David Hilbert (1862-1943).

Matemático Alemán. Sus trabajos abarcan desde el álgebra hasta los problemas de la axiomatización de la geometría. Contribuyó a la Teoría de cuerpos de números algebraicos, introduciendo la noción de norma de un cuerpo y de clases de ideales.

En el siguiente capitulo se hablará de las matrices a un nivel elemental.

2. M A T R I C E S .

2.1 GENERALIDADES.

2.1.1 Introducción.

En este breve compendio se desarrollaran conceptos, operaciones y aplicaciones de uno de los métodos más recientes y a la vez fructíferos de las matemáticas modernas aplicadas: los métodos matriciales.

Las matrices, independientemente de su disciplina, nos -- proporciona accesibilidad a un gran número de Teoremas tanto- del algebra matricial como del lenguaje lineal, que nos permiten llegar a resultados verdaderos, garantizados por las teorías matemáticas correspondientes .

Otras de las ventajas de las matrices son notacionales y - analíticas. La brevedad y compacidad notacional que se logran mediante los símbolos matriciales, nos permiten formular problemas y captar análisis que quedarían fuera de nuestro alcance debido a la complejidad natural de la notación algebraica-convencional.

Posteriormente en muchos casos, ambas ventajas interactuan y se refuerzan mutuamente permitiendo obtener resultados concretos que de otra manera serían muy difíciles de lograr.

2.1.2 Antecedentes históricos.

La incorporación de las matrices al campo de las matemáticas, se debe a tres ilustres pensadores europeos William R.--Hamiltón Irlandés (1805-1865), James J. Sylvester, Inglés --- (1814-1867) y Arthur Cayley, Inglés (1821-1895).

El vocablo matriz fue utilizado por primera vez por Sylvester en 1850, para designar un arreglo rectángular de números- a partir del cual se pueden formar determinantes.

A Clayley le correspodió sentar definitivamente las bases- de la teoria de las matrices.

Entre otros pensadores notables están:

J. W. Gibbs, Norteamericano (1839-1903)

Giusseppe Peano, Italiano (1858-1932)

David Gilbert, Alemán (1862-1943)

S. Banach, Polaco (1892-1945)

Todos ellos permitieron pasar del algebra de las matemáticas al algebra lineal.

Gibbs desarrolló el algebra de los vectores, Peano axiomatizó el algebra de los vectores, Gilbert y Banach generalizaron aun más las ideas de Peano sobre espacios vectoriales.

2.1.3 Simbología.

Lista de símbolos.

A B C D	indican matrices.
$a_{i,j}$	elemento genérico de la matriz A
$\{a, b, c, \ldots\}$	conjunto de elementos a,b,c,...
$[a_{i,j}]$	matriz de elementos a_{ij}
$[a_{i,j}]$ m x n	matriz con m filas y n columnas
$\dot{r}(A)$	rango de la matriz A
$\{a_{i,j} / i = j\}$	diagonal principal de una matriz cuadrada.
$=$	es igual a .
(a,b)	par ordenado en que a es el primer componente y b el segundo componente.
(a,b,c)	terna ordenada
$>$	mayor que
$<$	menor que

2.2 DEFINICIONES.

2.2.1 Concepto de matriz.

Se llama matriz a un conjunto ordenado de números dispuestos en "m" filas y "n" columnas. Las lineas horizontales reciben el nombre de filas, renglones o hileras, las verticales -- se llaman columnas. Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 1 & -3 & 9 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 & 0 \\ 4 & 8 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Las filas se enumeran de izquierda a derecha; las columnas de arriba hacia abajo. En el primer ejemplo dado, (5,9) es la primera fila, (6,-2) es la segunda fila. La primera columna es (5,6) y la segunda (9,-2).

En el segundo ejemplo dado, la primera fila es (3,4,6),la-segunda (1,-3,9), y la primer columna es (3,1), la segunda -- (4,-3) y la tercera (6,9).

En el tercer ejemplo dado, la primer fila es (3,6,9,0), la segunda es (4,8,2,1) y la primer columna es (3,4), la segunda (6,8), la tercera (9,2), y la última (0,1).

2.2.2 Orden de una matriz.

El orden de una matriz esta dado por el número de filas y - columnas que se forman. Se indica en primer lugar el número de filas y en segundo lugar el de las columnas.

Los ejemplos anteriores se representan así:

(2,2) (2,3) (3,4) (3,3)

2.2.3 Matrices como tablas de doble entrada.

Las matrices suelen utilizarse para organizar sistematicamente, información de carácter estadístico, útil para la toma de decisiones administrativas y/o económicas.

Ejemplo:

En la ciudad de San Luis Potosí, existen tres centres comerciales Astra, Del Sol y Blanco; se requiere comprar tres - alimentos básicos : harina, huevo y frijol. Se investiga cuanto cuesta por kilogramo cada producto.

PRODUCTOS	ASTRA	DEL SOL	BLANCO
Harina	\$ 94.00	\$ 96.00	\$ 95.00
Huevo	\$ 190.00	\$ 185.00	\$ 180.00
Frijol	\$ 65.00	\$ 70.00	\$ 67.00

En resumen de esta situación puede representarse en forma sintética mediante la matriz:

$$\begin{bmatrix} 94 & 96 & 95 \\ 190 & 185 & 180 \\ 65 & 70 & 67 \end{bmatrix}$$

Las filas representan los productos, o sea harina, huevo y frijol; las columnas indican a los centros comerciales y los elementos expresan el valor de los productos en cada uno de - los centros comerciales.

2.3 NOTACION.

2.3.1 Notación de matrices.

Las matrices se representan con letras mayúsculas; los e-lementos se encierran en corchetes, el orden de la matriz se indica abajo de la letra mayúscula.

$$\underset{(2,3)}{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 5 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \underset{(3,4)}{B} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 8 & 6 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

2.3.2 Notación de elementos.

Se usan letras minúsculas para representarlos, se emplean subíndices para indicar fila y columna respectivamente. Por- lo general se escribe ($a_{i,j}$ $b_{i,j}$), en que la letra latina minúscula (a,b,c,...) hace las veces del elemento genérico - de la matriz A,B,C,...respectivamente el subíndice (i) representa una fila y el subíndice (j) una columna.

Esto es, al elemento genérico de una matriz A, se le re-- presenta con $a_{i,j}$, al de una matriz B con $b_{i,j}$... para indicar que dicho elemento esta ubicado en la i-ésima fila y j- ésima columna.

Ejemplo 1

Sea la matriz

$$\underset{(2,2)}{A} = \begin{bmatrix} 8 & 6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

El elemento 8 se simboliza por $a_{1,1}$ que se lee " a sub--- uno-uno ".

El elemento 6 se simboliza por $a_{1,2}$ que se lee " a sub--- uno-dos."

El elemento -2 se simboliza por $a_{2,1}$ que se lee " a sub-- dos-uno."

El elemento 4 se simboliza por $a_{2,2}$ que se lee " a sub--- dos-dos."

Ejemplo 2

Sea la matriz

$$\underset{(3,3)}{B} = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 6 & 3 & -3 \\ 5 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

El elemento 7 se simboliza por $b_{1,1}$ que se lee " b sub-uno uno "

El elemento 4 se simboliza por $b_{1,2}$ que se lee " b subuno- dos "

El elemento 0 se simboliza por $b_{1,3}$ que se lee " b sub-uno tres ".

El elemento 6 se simboliza por $b_{2,1}$ que se lee " b sub-dos uno ".

El elemento 3 se simboliza por $b_{2,2}$ que se lee " b sub-dos dos ".

El elemento −1 se simboliza por $b_{2,3}$ que se lee " b sub - - dos-tres."

El 5 se simboliza por $b_{3,1}$ que se lee " b sub-tres-uno "

El elemento 2 se simboliza por $b_{3,2}$ que se lee " b sub -- tres-dos ".

El elemento −2 se simboliza por $b_{3,3}$ que se lee " b sub -- tres-tres ".

2.3.3 Notación general.

En resumen una matriz contiene:

- Una letra mayúscula.
- Un elemento genérico.
- Un orden.

Ejemplo:

Así, una matriz A de orden (2,5) tal como

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} & a_{1,5} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & a_{2,5} \end{bmatrix}$$

Se denota abreviadamente con

$$\underset{(2,5)}{A} = \left[a_{i,j}\right]$$

2.4 CLASES DE MATRICES.

2.4.1 Matriz cuadrada.

Es una matriz que consta del mismo número de filas y columnas. En símbolos es aquella en que $m = n$; al referirse al orden de una matriz cuadrada de orden (n,n), se dice simplemente que es una matriz cuadrada de orden n.

Ejemplo:

- La matriz

$$K = \begin{bmatrix} 8 \end{bmatrix}$$ es cuadrada de orden 1.

- La matriz

$$L = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$$ es cuadrada de orden 2

- La matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$ es cuadrada de orden 3

- Una matriz cuadrada de orden n se indica en general por

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix}$$

En su defecto cuando el número de filas no coincide con el de columnas, se dice que la matriz es rectángular.

2.4.2 Matriz diagonal principal.

En una matriz cuadrada $A = \left[a_{i,j}\right]$, la diagonal principal es el conjunto de los elementos $a_{i,j}$, tal es que $i = j$.

Ejemplo 1

En la matriz cuadrada de orden 2

$$R = \begin{bmatrix} 7 & a \\ c & 8 \end{bmatrix}$$

La diagonal principal es el par ordenado (7,8)

Ejemplo 2

En la matriz cuadrada de orden 3

$$S = \begin{bmatrix} 3 & a & b \\ c & 4 & d \\ e & f & 5 \end{bmatrix}$$

La diagonal principal es la terna ordenada (3,4,5)

Ejemplo 3

En la matriz cuadrada de orden n

$$T = \begin{bmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} & \cdots & t_{1,n} \\ t_{2,1} & t_{2,2} & \cdots & t_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ t_{n,1} & t_{n,2} & \cdots & t_{n,n} \end{bmatrix}$$

La diagonal principal es el subconjunto ordenado (n-ada)

$$(t_{1,1} \quad t_{2,2} \quad t_{3,3} \quad t_{n,n})$$

2.4.3 Matriz triangular superior.

Es una matriz en que todos los elementos bajo la diagonal-principal son nulos. En símbolos una matriz $A = |a_{i,j}|$ n x n es triangular superior, si se cumple que $a_{i,j} = 0$ para todo $i > j$.

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

2.4.4 Matriz triangular inferior.

Es una matriz en que todos los elementos sobre la diagonal principal son nulos. En símbolos una matriz $A = a_{i,j}$ m x n es triangular inferior, si se cumple que $a_{i,j} = 0$ para todo - $i \quad j$.

Ejemplos:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

" Las matrices triangulares aparecen frecuentemente en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, en la evaluación de determinantes en los modelos económicos recursivos ".

2.4.5 Matriz simétrica.

Es una matriz cuadrada $A = \left(a_{i,j}\right)$ n x n en que $a_{i,j}$ ---

ra todo i, j .

Ejemplo 1

Sea la matriz $E = \left(e_{i,j}\right)$ 2 x 2 siguiente $E = \begin{matrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{matrix}$

Esta matriz es simétrica ya que cumple la igualdad

$$e_{1,2} = e_{2,1} = 4$$

Ejemplo 2

Sea la matriz $F = f_{i,j}$ 3 x 3 siguiente

$$F = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 6 & -4 & -3 \\ 7 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Esta matriz es simétrica ya que se cumplen las igualdades

$$f_{1,2} = f_{2,1} = 6$$

$$f_{1,3} = f_{3,1} = 7$$

$$f_{2,3} = f3,2 = -3$$

" Esta matriz se utiliza en estadística y en econometría

omo matriz de correlación y matriz de covarianza ".

2.4.6 Matriz antisimétrica.

Es una matriz cuadrada cuyos términos de su diagonal principal sean nulos, en símbolos:

$G = \left[g_{i,j}\right]$ en que $g_{i,j} = -g_{i,j}$, para todo i y j .

Ejemplo 1

Sea la siguiente matriz $G = \left(g_{i,j}\right)$ de orden 2

$$G = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Esta matriz es antisimétrica ya que se cumple la igualdad

$$g_{2,1} = g_{1,2}$$

Ejemplo 2

Sea la siguiente matriz $H = \left(h_{i,j}\right)$ 3 x 3

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Esta matriz es antisimétrica ya que se cumplen las desigualdades

$$h_{1,2} = -h_{2,1}$$

$$h_{1,3} = -h_{3,2} \quad y$$

$$h_{2,3} = -h_{3,2}$$

2.5 OPERACIONES ENTRE MATRICES.

2.5.1 Suma de matrices.

Esta operación unicamente se puede realizar con matrices del mismo orden.

$A = \left(a_{i,j}\right)$ y $B = \left(b_{i,j}\right)$. Se define la suma como otra matriz $C = \left(c_{i,j}\right)$ de igual orden, cuyas componentes se obtienen sumando, las componentes correspondientes de las matrices dadas. En símbolos $C = A + B$; tiene por elemento generico

$$c_{i,j} = a_{i,j} + b_{i,j}$$

Ejemplo 1

Dadas las siguientes matrices J y K, obtenga la suma J+K

$$J = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \qquad K = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$$

$$J + K = \begin{pmatrix} 1 + 2 & (-5) + 8 \\ (-4) + 7 & 6 + (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 2

Dadas las siguientes matrices L y M, obtenga la suma L+M

$$L = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} -8 & -6 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$L + M = \begin{pmatrix} 4 + (-8) & 2 + (-6) \\ (-3) + 7 & (-1) + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

2.5.2 Diferencia de matrices.

Dadas dos matrices del mismo orden $A = \left(a_{i,j}\right)$ y $B = \left(b_{i,j}\right)$

Se define la diferencia como otra matriz $C = \left(c_{i,j}\right)$ de igual orden, cuyas componentes se obtienen sumando a los elementos de A los elementos correspondientes de la matriz opuesta de B . En símbolos:

$$C = A - B = A + (-B)$$

Tiene por elemento genérico:

$$c_{i,j} = a_{i,j} = + (-b_{i,j})$$

Ejemplo:

Dadas las matrices O y P , cálcular la diferencia O - P

$$O = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución $\qquad -P = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

$$O+(-P) = \begin{pmatrix} 4 + (-2) & 5 + 7 \\ 6 + (-3) & (-2) + (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 12 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

2.5.3 Producto de matrices.

Matriz de orden (m,n) por matriz de orden (ñ,o).

Para que se pueda realizar esta operación de producto, se necesita que los factores sean conformables o sea el primero de ellos debe tener el mismo número de columnas que el número de filas del segundo factor.

En símbolos se representa, si A es de orden (d,e) y B es de orden (k,l), el producto A . B puede efectuarse unicamente si e = k.

Concepto de producto.

Sean las matrices A = (d,e) y B = (k,l). El producto A . B se obtiene así:

Consideramos a la matriz A, como formada por un conjunto de filas (de "e" componentes cada uno); a la matriz B, como formada por un conjunto de "l" columna (de k componentes cada uno y, efectuamos los d.l productos.

El orden de la matriz producto (d.l), es decir tantas filas como la matriz A y tantas columnas como la matriz B.

Ejemplo:

Dada una matriz A de orden (2,3) y B de orden (3,3)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Note que los factores son conformables para el producto; sea $c_{i,j}$ la matriz producto, que se obtiene mediante la multiplicación A.B . Esto es:

$$c_{1,1} = \begin{bmatrix} 2, & 3, & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 2(2) + 3(1) + 4(0) = 11$$

$$c_{1,2} = \begin{bmatrix} 2, & 3, & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} = 1(4) + 3(5) + 9(1) = 28$$

$$c_{1,3} = \begin{bmatrix} 2, & 3, & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = 2(1) + 3(4) + 4(3) = 26$$

$$c_{2,1} = \begin{bmatrix} 1, & 3, & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 1(2) + 3(1) + 9(0) = 14$$

$$c_{2,2} = \begin{bmatrix} 1, & 3, & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} = 1(4) + 3(5) + 9(1) = 21$$

$$c_{2,3} = \begin{bmatrix} 1, & 3, & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = 1(1) + 3(4) + 9(3) = 40$$

En resumen:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 28 & 36 \\ 14 & 21 & 40 \end{bmatrix}$$

3. REFLEXIONES MATEMATICAS.

3.1 LA MATEMATICA EN LA ESCUELA PRIMARIA.

3.1.1 Alfabetización matemática.

Se da este nombre al cúmulo de conocimientos que debe saber todo ciudadano de cualquier país sobre la matemática. Al habitante que no posee estos conocimientos, se le nombra "analfabeto matemático".

3.1.2 Matemática formativa.

La matemática actual lleva a los alumnos no sólo a operarsi no ha razonar. La enseñanza formativa va de la mano con la enseñanza activa; el alumno debe de participar del aprendizaje, debe sentirse motivado por los problemas y debe intentar resolverlos por si mismo, utilizando todos los recursos a su alcance, sin forzar a la mente que recuerde cierta regla o fórmula. En esta enseñanza se ponen en juego la razón y todos los sentidos, aquí la memoria es pasiva y el razonamiento es acción.

3.1.3 Actualización de aplicaciones.

La matemática le esta dando una actualización a los temas al aplicarlos en problemas prácticos y menos idealizados. Lo que pretende, por un lado, es huir del cálculo rutinario y enfocarse a dominar nuevas operaciones y entender el porqué de su necesidad o utilidad.

La matemática no es un conjunto de elementos que haya que describir: es el motor de una acción para descifrar enigmas que hay que aprender a utilizar y si se puede, contribuir a su mejoramiento y perfección.

Más aún, la matemática moderna no solo trata de resolver los mismos problemas que la clásica, sino que no quiere desentenderse de ninguno de los que se presentan en la vida diaria, aunque no pueda darles solución exácta, pero si aproximada.

3.1.4 El fin y los medios.

El fin y los medios de ninguna manera deben de confundirse

El fin consiste en que el niño aprenda a resolver problemas y adquirir habilidad mental para idear y usar los mejores métodos.Los medios son los que le van a servir para lograrlo.

Existe un acuerdo universal en que el alumno debe de familiarisarse con la nomenclatura y simbolismo de la teoría de conjuntos. Pero que quede bien entendido, lo anterior es un medio para que llegue el niño a comprender mejor los conceptos y métodos matematicos.

3.2 BASES FUNDAMENTALES DE LA ENSEÑANZA ACTUAL.

3.2.1 Nuevas orientaciones didácticas.

Es necesario el diseño y la programación, con las nuevas orientaciones didácticas, porque así lo esta exigiendo el desarrollo, no nada más en el campo de las matemáticas, sino en la informatica, la cibernética, la biología, la geografía la organización empresarial y la misma lingüística.

Todo esto ha provocado que en la enseñanza se produzca no solo cambio de contenidos, de cuestionarios, programas, sino también y principalmente, un cambio de procedimientos de enseñanza, un cambio de los anteriores métodos didácticos, porque hay que proporcionar otros esquemas mentales a muchos más alumnos para otro tipo de vida.

La situación de los problemas didácticos actuales no se puede describir superficialmente, sino se contemplan al menos lostres panoramas siguientes:

- El de la construcción actual de la matemática como ciencia.

- El de los estudios en curso sobre el proceso del aprendizaje infantil.

En base a lo anterior se puede vislumbrar un método didáctico eficaz, tomando en cuenta las facetas matemáticas objetivos aprendizaje.

3.2.2 Objetivos de la matemática .

- Proporcionar al alumno la información, " entrenar la capacidad de razonamiento ".

- Saber interpretar los términos de estructuras matemáticas en situaciones distintas.

- Desarrollar la lógica infantil y adquisición de métodos de actuación sistemática ante las situaciones.

Entre otros más se encuentran:

- La adquisición del automatismo de cálculo elemental.

- Elaborar el lenguaje oral y el simbolismo matemático.

- Conseguir la contemplación de las situaciones con referencia a las ya conocidas.

3.2.3 Experimentación y matemática.

Piaget y su escuela son quienes han realizado el mayor numero de experimentos sobre las estructuras mentales del niño y entre las estructuras matemáticas.

Piaget afirma que existen tres géneros de estructuras elementales:

- Las estructuras elementales algebraicas.

- Las estructuras matemáticas de orden.

- Las estructuras matemáticas topológicas.

Otras de las investigaciones de Piaget son sobre las raíces géneticas de la matemática pura; deduce que la experiencia matemática no es una experiencia acerca de objetos, como puede serlo la experiencia física.

3.2.4 Evolución y aprendizaje.

La evolución intelectual se realiza en el niño en etapas diferenciadas; según la tesis de Piaget, a partir de los 4 años. Tales etapas son:

- De 4 a 7 años, es la etapa que se caracteriza por la prescencia del pensamiento intuitivo y dónde se vislumbran ciertos comienzos de lógica para relacionar las informaciones recibidas.

- De 7 a 12 años, es la etapa de las operaciones concretas donde aparece espontaneamente el concepto de medida y es posible formar el concepto de número natural.

- De 12 a 15 años, es la etapa en que aparece el razonamiento deductivo a partir de hipótesis, y por lo tanto en la etapa donde el niño es capaz de expresarse en un lenguaje formal.

Ahora bien ¿ cuál es la función del aprendizaje en esta desarrollo ? ¿ Es que la aparición de las estructuras naturales se ve acelerada por el aprendizaje ? .

Según la escuela de Piaget, se sostiene que las estructuras mentales naturales no pueden adquirirse mediante el aprendizaje; éste favorece unicamente a adquisiciones empiricas particulares, es decir, que la eficacia del aprendizaje depende del nivel de desarrollo alcanzado.

3.3 LIBROS Y PROGRAMAS DE TEXTO.

3.3.1 Generalidades.

A continuación se hablará un tanto sobre el programa y libro de cuarto grado, en sus aspectos de lógica, probabilidad y estadística.

El objetivo general de las matemáticas, planteado para la educación primaria es:

Propiciar en el alumno el pensamiento cuantitativo y relacional como instrumento de comprensión, interpretación, expresión y transformación de los fenómenos sociales, científicos y artísticos del mundo.

Para alcanzar el objetivo anterior se han incluido en el programa de cuarto grado los siguientes aspectos de las matemáticas:

- Sistema decimal de numeración.
- Números enteros .
- Propiedades y operaciones.
- Las fracciones y sus operaciones.
- Lógica.
- Geometría.
- Probabilidad y estadística.

3.3.2 Lógica matemática.

Los contenidos de lógica tienen como objetivo enseñar al niño a pensar de una manera más eficiente es decir, a pensar lógicamente. Se razona asi cuando de cierto cúmulo de información aplicado a ciertas reglas lógicas, se obtienen otras informaciones. Esto indica que hay dos etapas en dichos razonamientos: una primera de captación de la información y una segunda de deducción por medio de una correcta aplicación del

del razonamiento lógico.

El propósito básico de los contenidos de cuarto año es e-- jercitar de manera intuitiva el uso de las reglas lógicas y - de algunos elementos auxiliares: los conectivos " y " , " o " y los cuantificadores " todos " , " algunos " y " ninguno " .

Lo anterior se encuentra en el Libro del maestro páginas - 60 y 61.

Determinar la falsedad o veracidad de algunas proposicio - nes dadas. Lección 78, Libro del alumno páginas 206, 207, 208

Identificar diferentes eventos estableciendo los conjuntos correspondientes. Lección 84, Libro del alumno páginas 222 -- a la 227.

3.3.3 Probabilidad y estadística.

La probabilidad puede considerarse como el estudio general de los fenómenos de azar.

Se intenta en este aspecto de las matemáticas, desarrollar en el niño el concepto de probabilidad manejando primero las- ideas de fenómeno determinista (fenómeno del cuál no es posi- ble predecir el resultado) desde un punto de vista tanto intui tivo (basado en experiencias propias), como experimental (ba- sado en el resultado de algunos experimentos). Se agregan las nociones de " más " , " menos " e " igualmente probable " .

La estadística es una ciencia experimental cuyos principales objetivos, son el análisis de datos y la inferencia de las características de una población, a partir del conocimiento de una parte de ella llamada muestra.

En la educación primaria solo se manejará el análisis de datos, que consiste en presentarlos en forma organizada y, a parte de tal organización, obtener información sobre ellos y realizar su respectiva gráfica de barra. Lo anterior se encuentra en el Libro del maestro en las páginas 62 y 63.

Los propósitos básicos de la estadística y la probabilidad son:

- Distinguir e identificar fenómenos y experimentos de los deterministas; Lección 5, página 14 del Libro del alumno

- Determinar la mayor o menor probabilidad de algunos eventos y sucesos; mediante la observación de su frecuencia, realizando sus gráficas correspondientes; Lección 33, Libro del alumno página 89; Lección 44, página 118 y 119.

- Interpretar y obtener información, en diagramas de barras, como resultado de una investigación; Lección 70, página 186 y 187; Lección 87, páginas 230 y 231, del Libro del alumno.

CONCLUSIONES

La matemática nueva es en principio la misma matemática - clásica solo que con nuevas adquisiciones en cuanto al:

- Lenguaje en que esta escrita.
- El método con que se trabaja.
- Las estructuras en que se mueve.

Su objetivo principal es desarrollar el pensamiento reflexivo y la conciencia critica.

Al introducir ciertos cambios en la enseñanza, se debe -- proporcionar acesoría a los padres de familia, para que a su vez den auxilio a los alumnos en sus actividades extraescolares y así lograr un mejor aprendizaje.

El avance de la ciencia es gigantesco y cada día se van - descubriendo nuevos temas y entre ellos está el de las matrices; que proporciona valiosa utilidad a la humanidad, para -- el desarrollo de sus múltiples actividades.

El maestro es una de las personas que deben estar al tanto de los cambios y su obligación es actualizarse para que oriente a las nuevas generaciones.

B I B L I O G R A F I A

BIBLIOTECA SALVAT, DE GRANDES TEMAS
La Nueva Matemática .
Salvat Editores, S. A.

CASTASTELNUOVO, EMMA
Didáctica de la Matemática Moderna
Editorial, Trillas.

DIDACTICA DE LA MATEMATICA
Anuies.

ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA EDUCACION
Volumen III
Editorial, Santillana.

KUNSTZMAN
¿ A dónde va la matemática ?
Siglo XXI, Editores, S. A.

KLEIMAN, ARIEL; K. DE KLEIMAN, ELENA
Matrices.
Aplicaciones Matemáticas en Economía y Administración.
Editorial Limusa.
México.

LIBRO DE TEXTO GRATUITO
Cuarto Grado de Matemáticas.
Novena Edición, 1982 .
Secretaría de Educación Pública.

LIBRO PARA EL MAESTRO
Cuarto Grado
Primera Edición, 1982
Secretaría de Educación Pública.

MORRIZ, KLINE
El Fracaso de la Matemática Moderna.
Siglo XXI, Editores, S. A.