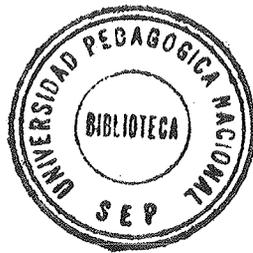


SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
Unidad UPN 021



Una alternativa didáctica para la resolución de problemas que involucren operaciones de división en el cuarto grado de educación primaria.

ELIZABETH JAUREGUI ZEPEDA

Propuesta Pedagógica presentada para obtener el título de Licenciada en Educación Primaria.

Mexicali, B. C.  
Enero, 1991.

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

57  
19/8/91

MEXICALI, B. C., a 2 de FEBRERO de 1991

C. Profr. (a) ELIZABETH JAUREGUI ZEPEDA  
Presente (nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes --  
Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titula-  
ción alternativa PROPUESTA PEDAGOGICA  
titulado UNA ALTERNATIVA DIDACTICA PARA RESOLVER PROBLEMAS QUE INVOLUCREN OPERACIONES  
DE DIVISION EN 4to. GRADO DE EDUCACION PRIMARIA  
presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a -  
que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el  
H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez  
ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

PROFR. SERGIO GOMEZ MONTERO





# INDICE

## INTRODUCCION.

### DEFINICION DEL OBJETO DE ESTUDIO

A. Interés, selección y delimitación.....	2
...B. Justificación.....	3
C. Objetivos.....	6

### CAPITULO I

#### MARCO TEORICO-CONCEPTUAL

A. Conceptos básicos.....	9
B. Algunas explicaciones teóricas.....	20
1. Adquisición del conocimiento.....	20
2. Etapas del desarrollo.....	23
3. Conceptos de la Pedagogía Operatoria.....	33
C. Antecedentes sobre el problema objeto de estudio.....	35
1. Naturaleza y desarrollo del contenido matemático... 35	
2. Relación del contenido con el desarrollo cognoscitivo del niño.....	45
3. Relación con otros contenidos.....	46
D. El contenido curricular.....	48
1. El programa de cuarto grado.....	48
2. Concepción del contenido matemático.....	49
3. Secuencia de actividades de aprendizaje.....	50
4. Antecedentes que se toman en cuenta.....	52
5. Perspectiva que le corresponde.....	52

### CAPITULO II

#### CONTEXTO SOCIAL E INSTITUCIONAL

### CAPITULO III

#### ESTRATEGIA METODOLOGICO-DIDACTICA

A. Primer Momento. La comprensión del problema.....	67
B. Segundo Momento. Concepción y ejecución del plan.....	72
C. Tercer Momento. Visión retrospectiva.....	76

## SUGERENCIAS Y/O CONCLUSIONES

## BIBLIOGRAFIA



## INTRODUCCION

## INTRODUCCION

Por mucho tiempo algunos maestros hemos puesto gran interés en que los niños de educación primaria aprendan la mecánica de las actividades y procesos matemáticos, creando con esto una concepción falsa, engañosa y reduccionista de la matemática, con la consecuente incomprensión y dificultad en la aprehensión de los contenidos propios de la asignatura.

Los niños de acuerdo a sus aptitudes, pueden llegar a desarrollar y adquirir una gran habilidad para sumar, restar, multiplicar y dividir, sin que en realidad lleguen a comprender en qué consiste y cómo se desarrollan los procesos matemáticos, y más aún cómo podrían utilizarlos para resolver problemas cotidianos.

Los resultados de tantas pruebas e instrumentos de medición aplicados para probar la eficacia y los avances que se tienen en la matemática, nos pueden ayudar a lograr un mejor aprovechamiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje, haciendo que los elementos participantes reflexionen sobre el por qué y cómo de las matemáticas. Actualmente nos enfrentamos con problemas de dirección del aprendizaje, los que resultan difíciles de resolver rápidamente sin ayuda de algún aparato técnico moderno y la dificultad es aún mayor para nuestros alumnos. Estos problemas no se resuelven a través de un aprendizaje exclusivamente memorístico de los contenidos, sino mediante la habilidad de pensar matemáticamente y por el uso adecuado de procedimientos que nos

lleven a la resolución de los problemas que se nos presentan y que enfrentamos en la enseñanza.

La resolución de estas dificultades requiere de una perspectiva distinta de las matemáticas y de las otras ciencias que quedan involucradas en los problemas mismos.

Este trabajo se ha elaborado con el propósito de intentar que los niños de cuarto grado de educación primaria, puedan procesar la información implícita en el planteamiento de problemas sustraídos de la realidad inmediata y puedan resolverlos aplicando operaciones sencillas de división con números naturales.

En su presentación se ha utilizado un lenguaje sencillo, para lograr una clara explicación de las ideas y conceptos matemáticos que, nos conduzcan al logro de los objetivos propuestos.

En otra sección se exponen los resultados de una sencilla investigación documental llevada a cabo en diferentes fuentes bibliográficas sobre teorías del aprendizaje, ellas fundamentan nuestra propuesta y constituyen el apoyo para conocer los perfiles de los estudiantes, lo que redundará en la elaboración de una estrategia didáctica para resolver los problemas que los alumnos tengan para utilizar operaciones de división.

En consecuencia toda esta actividad no ha servido como instrumento para evaluar nuestra labor docente, y poder comprender

mejor las dificultades que los alumnos tienen para abordar los contenidos del área de matemáticas en el ámbito de la educación primaria.

De alguna manera, consideramos que toda la actividad que hemos realizado a través de la elaboración del documento, nos ha permitido modificar nuestra actividad docente.



## DEFINICION DEL OBJETO DE ESTUDIO

## DEFINICION DEL OBJETO DE ESTUDIO.

### A. Interés, selección y delimitación.

El interés por realizar este trabajo, reside en la observación que diariamente hemos hecho, respecto a las dificultades que tienen los niños de cuarto grado de educación primaria para resolver problemas planteados en las actividades del programa oficial, cuya solución requieren la realización de operaciones de división con números naturales.

Además estamos interesados en adquirir más referencias teóricas, que nos permitan comprender mejor las dificultades a las que se enfrentan los alumnos para resolver dichos problemas, y para que nosotros los maestros podamos enseñarlos con mayor eficacia.

Otra de las razones por las que hemos seleccionado este tema es que, como maestros estamos interesados en buscar fuentes teóricas que sustenten soluciones a problemas específicos de la educación, que se nos presentan en el trabajo cotidiano y que determinan el grado de alcance del proceso de aprendizaje que el alumno realice en su paso a través de la educación primaria.

Por otra parte, implementar cambios que nos llevarían a reconocer posteriormente, las causas y consecuencias que se relacionan con el hecho de que, los alumnos no pueden resolver problemas de naturaleza matemática, en las que resulta necesario

la utilización de operaciones de división.

El problema que nos ocupa, afecta a niños de cuarto grado de educación primaria, pero consideramos que dichas dificultades obedecen a una serie de deficiencias que provienen de los grados anteriores que han cursado, los que acumulados y unidos a problemas sociales, económicos, familiares etc., no permiten que los niños puedan plantear crítica y reflexivamente, propuestas de solución a una serie de problemas que se señalan en el programa oficial vigente del grado.

## **B. Justificación.**

Consideramos importante la reflexión que resulte sobre esta problemática, puesto que al analizar los objetivos que pretende la educación primaria, encontramos que entre otras cosas se propone desarrollar en el alumno una serie de actitudes que, unidas con la respectiva parte informativa, le llevarán a una formación integral, lo que implica transmisión de conocimientos, adquisición de habilidades, destrezas, actitudes y valores que, harán que los alumnos respondan a los intereses actuales y futuros que se les presenten, y que además les permitan participar tanto en la escuela como fuera de ella, como factores de cambio. Así mismo, se pretende que sea el constructor de su propio conocimiento, mediante la reflexión responsable y crítica ante problemas a los que se enfrenta, utilizando criterios personales en la toma de decisiones y logrando una transformación de su acervo cultural.

Sin embargo, todos estos propósitos de la educación primaria, se ven coartados por problemas que se presentan en la realidad escolar, y en la que nosotros como docentes también tomamos parte, situación que en ocasiones no está en nuestras manos resolver, por lo que seguimos adelante dejando un hueco en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

En particular con respecto a la matemática, es importante que se le pueda proporcionar al alumno, la habilidad de partir de problemas reales en los que se ve envuelto, pues esto le proporcionará la posibilidad de encontrarle significado y aplicabilidad, a los contenidos del área de matemáticas, que suele ser árida y abstracta.

Es innegable la importancia de la matemática en la vida del hombre. No hay actividad humana en la que no intervengan en mayor o menor grado dichos conocimientos, así como sus aplicaciones en la resolución de problemas concretos. Desde el niño que cuenta sus juguetes, los padres que calculan sus gastos, los maestros que manejamos datos estadísticos, los ciudadanos que tienen que resolver problemas financieros, de reparto, de posibilidades de los sucesos, etc.; todos aplican de una u otra forma conocimientos matemáticos, haciendo cálculos, mediciones o simplemente inferencias con la aplicación del razonamiento matemático.

No podemos precisar con exactitud hasta dónde los niños pueden resolver problemas que impliquen la operación de división,

ya que esto varía según su edad y la etapa del desarrollo intelectual en que se encuentren; pero en lo general, les es muy difícil enfrentarse con los problemas, ya que se les ha enseñado y han aprendido a desempeñar el rol de receptores a través de la verbalización de los conceptos, sin llegar a construirlos por sí mismos, debido sobre todo a la utilización de estrategias didácticas obsoletas e ineficientes por parte del maestro. Esta verbalización de los conceptos, presenta una doble cara, puede resultar benéfico o perjudicial para los alumnos según sea el nivel de desarrollo intelectual y las posibilidades de los mismos, pero en un buen número de ocasiones, resulta perjudicial.

En la matemática los problemas a resolver pueden llegar a dimensiones incalculables para el alumno y en ocasiones para nosotros los docentes, puesto que tradicionalmente, casi todos los procedimientos los reducimos a repetir sin la fundamentación adecuada y más bien actuamos bajo una base intuitiva.

Por otro lado, trabajamos con los contenidos programáticos oficiales de una manera rutinaria, sin reflexionar hasta dónde pueden adaptarse los contenidos de cierta área de aprendizaje a las capacidades de los alumnos del grupo que atendemos, ya que regularmente partimos del supuesto de que el alumno ha adquirido los conocimientos previos de los grados anteriores. No indagamos o verificamos el nivel real de conocimientos que poseen los alumnos.

Así, no sólo no aprende el alumno, sino que su capacidad

analítica natural, corre el peligro de quedar inhibida y por lo tanto, no deberá extrañarnos que el niño considere a la matemática como algo difícil, árido y ajeno por completo a sus intereses. Es claro que, un importante papel lo juega la madurez mental del alumno, y que tiene sus consecuencias como factor interviniente en el problema.

### C. Objetivos.

Con el presente trabajo nos hemos propuesto, entre otros los siguientes objetivos:

- \* Descubrir los procedimientos que de manera espontánea crean los niños, para resolver problemas que implican operaciones de división.
- \* Crear situaciones de aprendizaje que permitan generar en los alumnos, confianza individual y grupal para aumentar el interés por el estudio de problemas de contenido matemático.
- \* Elaborar actividades de aprendizaje en las que el niño pueda vincular los contenidos del área de matemáticas con problemas de su realidad circundante.
- \* Hacer que los alumnos comprendan, enjuicien y propongan en forma racional soluciones concretas a problemas

planteados en el salón de clases.

- \* Fomentar el estudio permanente y la investigación de los problemas de enseñanza del área de matemáticas, utilizando procedimientos básicos de dicha ciencia.
  
- \* Construir una alternativa didáctica para enseñar a resolver problemas que involucren divisiones de números naturales en el cuarto grado de educación primaria.

CAPITULO I  
MARCO TEORICO-CONCEPTUAL.

# CAPITULO I

## MARCO TEORICO-CONCEPTUAL

### A. Conceptos Básicos: educación, enseñanza, aprendizaje.

A través de nuestro diario interactuar con nuestros alumnos, se siente la necesidad de medir los logros y precisar las exigencias más urgentes que nos llevarán a reflexionar sobre nuestras realizaciones.

La educación es el objeto de la pedagogía. Frente al fenómeno educativo real y singular, la pedagogía es el estudio de la realidad, o el conjunto de normas que regulan esa actividad.

No puede entenderse la naturaleza de la pedagogía, si antes no se forma un concepto de educación.

La educación<sup>2</sup> es un hecho social cuya importancia es indiscutible, puesto que todos los seres humanos, en todos los momentos de nuestra vida, estamos sujetos a ella, ya sea en nuestra familia, en nuestra comunidad, en todas nuestras actividades sociales o en aquéllas en las que participan las instituciones educativas.

---

1 BOLANOS Martínez, Raúl. Historia de la Educación Pública en México. F. C. E. México, 1982. pp. 11-15.

La educación es múltiple<sup>2</sup>, puede decirse que hay tantas clases de educación distinta en una sociedad, como medios distintos; varía con las clases sociales y hasta con los medios especiales.

La educación a partir de cierta edad, ya no puede seguir siendo la misma para todos los sujetos a quienes se aplica, reclama aptitudes particulares y conocimientos especiales en los que predominan ciertas ideas, costumbres y modos diferentes de ver las cosas.

La educación es una de las partes de la sociedad que, está íntimamente relacionada con las características y problemas de cada época. Si bien es cierto que la educación está unida a la sociedad, que le impone su propia conducción, también es cierto que ninguna otra parte de la sociedad dispone de tanta capacidad para transformar a los sujetos que toman parte de ese todo en el que se desenvuelven<sup>3</sup>.

Visto de esta manera el fenómeno educativo, ha sido una gran preocupación principalmente para los docentes, ya que a través de la educación pueden prepararse los niños para una participación positiva en el cambio, que los conduzca al progreso y a la apropiación de nuevos conocimientos, llevándolos a

---

2 UPN Medios para la Enseñanza. Antología. SEP. México, 1986. pp. 148-149.

3 BOLAÑOS Martínez, Raúl. Op. Cit. p. 12.

colaborar de manera decisiva en la organización de su grupo. Por tal razón, la educación debe preocuparse por crear en todos los sujetos, la conciencia del mundo presente mediante la asimilación de la cultura que tenemos, para formarse una nueva mentalidad que le permita comprender el mundo futuro, del que serán factores decisivos.

A su vez, nuestros alumnos deben entender que el legado cultural que recibimos de las generaciones mayores, será el instrumento que les permita normar su acción presente en beneficio de su propio bienestar.

En consecuencia, la función primordial de la escuela, nosotros los maestros y todos aquellos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es desarrollar en los alumnos capacidades de adaptación al medio ambiente físico y social. Para esto debemos poner a su alcance, aquellos medios e instrumentos que necesiten para apropiarse de los conocimientos, los cuales son el producto de la interacción con su medio circundante.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje, se da una actividad conjunta e ininterrumpida entre maestros y alumnos, en la que para la apropiación del conocimiento, la función del alumno deberá ser sobre todo de comprensión y consolidación del contenido nuevo, desde su asimilación hasta la adquisición de aptitudes y hábitos que le permitirán entender y apropiarse de lo que la ciencia ya conoce.

Además la selección de los contenidos de aprendizaje, es una actividad cuya responsabilidad debemos compartir maestros y alumnos, puesto que ello permite llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje en forma organizada, permitiendo solucionar los problemas que se interpongan y el logro del objetivo de la educación de crear una permanente actitud crítica, con su consecuente posibilidad de convertirnos en agentes de transformación de la realidad.

Por lo tanto, la enseñanza consiste en generar situaciones pedagógicas en las que los sujetos, se descubran a sí mismos y aprendan a ser más conscientes del mundo que los rodea, a reflexionar sobre él y a percibir sus interrelaciones, lo que les brindará la oportunidad de colaborar en su reestructuración proponiendo alternativas para modificarlo, en oposición a la postura de limitarse a ser un objeto más de un mundo hecho y manipulado por otros.

Por lo anterior, para aprender un conocimiento es necesario que los alumnos tengan un cierto grado de desarrollo. El aprendizaje supone una evolución y desarrollo, en la cual a través del paso por ella se forja la personalidad.

Así es como se puede ver la relación entre aprendizaje y educación, como una interacción de cambios activos con el medio ambiente, formando nexos entre estímulos y respuestas.

Piaget<sup>4</sup> en sus trabajos, ha podido demostrar que los alumnos no llegan a la escuela sin bases ni experiencias propias, sino que se presentan al sistema escolar con un acervo de conocimientos estructurados, los que una vez en la escuela incrementa y reestructura conceptualmente. Por lo tanto, los maestros debemos proporcionar situaciones de aprendizaje que permitan a los niños integrar la experiencia y los conocimientos que ya poseen a los nuevos contenidos, de tal forma que les permitan adquirir seguridad en sí mismos al participar en la construcción de sus propios conocimientos de manera activa y espontánea.

El aprendizaje<sup>5</sup> supone el empleo de estructuras intelectuales en su adquisición y supone además el recuerdo, la asociación de ideas, la memorización y la comprensión.

El aprendizaje por comprensión, que es el que nos interesa sobre manera, implica una interacción entre desarrollo y aprendizaje.

Piaget<sup>6</sup> define el aprendizaje en sentido estricto como una simple adquisición de respuestas específicas a situaciones concretas. Dicho aprendizaje es superficial, permanente y poco

---

4 UPN Teorías del Aprendizaje. Antología. SEP. México, 1986.

pp. 205-216.

5 UPN Op. Cit. p. 207.

6 Ibídem.

probable que se generalice.

El aprendizaje en el sentido más amplio, se basa en el desarrollo. El niño, dispone de las estructuras cognoscitivas necesarias para asimilar nuevas afirmaciones. Existen diversas definiciones sobre este proceso humano.

El aprendizaje junto con la memoria, la conciencia y la identidad personal, explican el alcance de la educación.

“Piaget distingue entre conducta (lo que uno hace, por ejemplo actuar o pensar) y aprendizaje. Sin embargo formula una distinción entre el aprendizaje y el desarrollo. Así mismo, efectúa todas sus inferencias acerca del aprendizaje y el desarrollo a partir de observaciones de la conducta manifestada”.<sup>7</sup>

“Para Piaget, el aprendizaje y el desarrollo son por igual condiciones hipotéticas y la distancia entre uno y otro es decisiva”.<sup>8</sup>

El desarrollo del conocimiento es un proceso espontáneo vinculado con todo el proceso de embriogénesis, el cual concierne al desarrollo del organismo, pero también el sistema biológico y al de las funciones mentales en el caso del desarrollo del

---

7 UPN. Teorías del Aprendizaje. Op. Cit. p. 206.

8 Ibídem. p. 206.

conocimiento de los niños, la embriogénesis constituye el caso opuesto en general, provocado por situaciones: un docente en relación a un punto didáctico o por una situación externa, además es un proceso limitado, es decir, a un solo problema, o una sola estructura.<sup>9</sup>

El mecanismo por cuyo efecto las estructuras cognitivas se crean y modifican, es la equilibración que según Piaget, constituye el factor fundamental del desarrollo y es necesario para coordinar la maduración, la experiencia física del ambiente y la experiencia social del mismo.<sup>10</sup>

Para comprender cómo se da el equilibrio es necesario comprender otros dos términos de Piaget. Asimilación; de la cual dice que es encajar datos nuevos en esquemas viejos, y acomodación; es la reestructuración de los esquemas de manera que formen esencialmente nuevos esquemas. Aunque el proceso de organización y reorganización es continuo, sus resultados son discontinuos y cualitativamente distintos en las diferentes edades que vienen a formar la base del sistema de desarrollo compuesto por Piaget, según el cual en todos los niños se presentan en el mismo orden una serie de etapas cualitativamente distintas organizadas en períodos y subperíodos.<sup>11</sup>

---

<sup>9</sup> UPN. Teorías del Aprendizaje. Op. Cit. p. 207

<sup>10</sup> Ibídem.

<sup>11</sup> Ibídem.

Los períodos se clasifican de acuerdo con los tipos más elevados de esquemas disponibles para el niño y alguna de las estructuras cognitivas. Al sugerir los mecanismos más básicos de procedimiento de información y aprendizaje (esquemas) cambian con el desarrollo y la experiencia que un sólo conjunto de leyes sobre el aprendizaje no permita explicar las reacciones del niño desde la primera infancia hasta los principios de la adolescencia.<sup>12</sup>

El papel de maestro es muy variado pero desde luego, muy importante, en él la observación toma un papel primordial para seleccionar las tácticas que aplicará y cuando dejan de ser inoperantes, ya que es poseedor de la teoría, su misión es transmitir con fidelidad a los alumnos, su rol es el de mediador entre el saber y los educandos.

El maestro debe organizar su trabajo docente a fin de que los contenidos de las ocho áreas de estudio se desarrollen equilibradamente concediendo igual importancia a todos los elementos que favorecen el desarrollo integral del educando. Su función es ayudar al alumno a construir conocimientos guiándolos en sus experiencias.

En el dominio lógico-matemático el papel de nosotros como docentes no es imponer ni ayudar a la respuesta "correcta" sino

---

<sup>12</sup> Ibídem.

rebustecer el proceso de razonamiento de los alumnos.

Nuestro papel en la escuela debe ser el de fortalecer nuestras normas personales sólidas para proporcionarle oportunamente al alumno, la ayuda con la cual construya sus propias normas de conocimiento y moral mediante su propio razonamiento, ya que por medio de esta reflexión podrá participar críticamente en la vida social.

Todo este proceso que se realiza entre el maestro y el alumno, debe ser un factor de cambio.

Otro factor que interviene en el aprendizaje del niño es nuestra práctica docente, en ella se lleva a cabo la relación pedagógica en la que, participan alumno y maestro, para que la enseñanza se desarrolle mediante la producción de conocimiento.

En el campo de la práctica docente se involucran maestro y alumno en prácticas aparentemente cooperativas, en ellas el maestro aparece como un verdadero líder.<sup>19</sup> Cuando al sujeto se le atribuye un papel insignificante en la adquisición del conocimiento se logra una conceptualización que sólo describe el objeto en sus formas aparentes, sin reconocer la esencia del

---

<sup>19</sup> UPN. Medios para la Enseñanza. Antología. SEP. México 1986. pp. 119-116.

mismo. Se llega a la representación no al concepto, la práctica se da fragmentada, el aprendizaje se mecaniza evitando así la transferencia a nuevas situaciones que se van dando en el proceso educativo.

En esta relación pedagógica lo que se aprende no es tanto lo que se enseña (contenidos) sino el tipo de vínculo educador-educando que se da en la relación.

La interacción que llevan a cabo el maestro y el alumno dentro del proceso educativo, debe arrojar como resultado que el alumno se apropie progresivamente del objeto de estudio. Esta apropiación por parte del alumno tiene como característica un avance constante a fin de ir eliminando la interacción difusa de una tarea cognitiva y obtener un contenido nuevo pasando por las etapas de percepción, comprensión, consolidación y además que tenga una explicación práctica.

En el proceso enseñanza-aprendizaje intervienen una serie de factores que lo definen, entre uno de los que podemos mencionar están los padres de familia. Los padres van, pues, a desempeñar un papel importante en el deseo, o la indiferencia del niño hacia la escuela o en su oposición.

Para los padres, la escolaridad del niño representa una remisión de sus problemas. Los padres pueden sentir que el niño en la escuela inicia su autonomía, también enjuician la

transferencia de autoridad oficialmente reconocida (el conocimiento que el niño va adquiriendo le es ofrecido por otros), la nueva sociabilidad como un nuevo atentado a la unidad familiar. Todo esto se refleja a menudo en las actitudes de algunos padres de familia, según los cuales los niños aprenden bien o mal, según la personalidad del maestro, al cual juzgan o demasiado autoritario o demasiado pasivo. En muchas ocasiones estas manifestaciones las realizan frente a los niños, provocando dudas entre ellos e impidiéndoles frecuentemente una buena inserción. Esta actitud de los padres de los niños puede ser utilizada tanto en contra de la escuela como contra la familia.<sup>14</sup>

La participación de los padres en el trabajo de los niños es útil cuando se deja libremente y cuando los niños encuentran en esa libertad un apoyo y un afecto, pero a su vez ese apoyo pueden sentirlo los niños como una agresión, cuando se convierte en obsesión de los padres en la nota de un perfeccionalismo personal, los niños pueden tener necesidad de esa ayuda por estar acostumbrada a ella, pero puede llegar un momento en que se rebelen sintiendo que están perdiendo su autonomía.

De hecho, la participación de los padres de familia en el proceso educativo será decisivo para que el niño adquiriera los

---

14 UPN. Desarrollo del Niño y Aprendizaje Escolar. Antología. SEP. México 1986. p. 317

conocimientos que se le presenten.

## B. Algunas explicaciones teóricas.

### 1. Adquisición del conocimiento.

Los maestros debemos entender que las distintas formas de realizar la enseñanza están relacionadas con la concepción sobre cómo se aprende y sobre cómo tiene lugar el proceso de adquisición del conocimiento.

El conocimiento es el resultado de los procesos mentales que se forman en cada sujeto a partir de las sensaciones, es decir, a través de lo que percibimos por medio de los sentidos, producto de la relación con el medio que lo rodea, permitiéndole formar reproducciones de la realidad<sup>15</sup>.

“La epistemología (disciplina filosófica que se ocupa del estudio del conocimiento), tiene un gran interés para la educación, ya que el tema de cómo se forman los conocimientos está profundamente conectado con el de la enseñanza. Los métodos de enseñanza dependen siempre de concepciones epistemológicas que en algunos casos están explícitas y en otros no, pero que siempre están presentes”<sup>16</sup>.

---

15 U. P. N. Planificación de las Actividades Docentes. Antología. SEP. México, 1980. pp. 90.

16 DELVAL, Juan. Crecer y Pensar. Ed. Laia. Barcelona, 1985. p. 45.

Las posiciones que han mantenido los filósofos acerca de cómo se construye el conocimiento, han sido muy diversas. En ellas han dominado las siguientes:

El empirismo sustenta que el conocimiento se basa sobre todo en la experiencia; para ellos el conocimiento se adquiere por medio de los sentidos y el sujeto desempeña un papel básicamente pasivo, por estar sometido a la influencia que recibe del exterior y que actúa sobre él. Para esta corriente, cuando el sujeto nace, su intelecto es como una pizarra en blanco, y al actuar surgen diversos conocimientos que cada vez van siendo de mayor complejidad, es decir las ideas más simples se asocian unas a otras formando concepciones de mayor complejidad y abstracción<sup>17</sup>.

El racionalismo en cambio, sustenta que el conocimiento se funda por lo menos en una parte muy importante, en la razón. Los racionalistas sostienen que hay conocimiento a priori (conocimiento que existe en la mente y es lógicamente anterior a la experiencia sensible), este conocimiento es innato y se encuentra en sí mismo sin necesidad de la experiencia. Esta postura atribuye una mayor importancia a los factores internos respecto a los externos, desconfía de los sentidos y plantea que es la razón la que nos permite descubrir los errores del conocimiento puramente sensorial<sup>18</sup>.

---

17 DELVAL, Juan. Op. Cit. p. 46.

18 DELVAL, Juan. Op. Cit. pp. 46-47.

El constructivismo en cambio, a partir de una perspectiva relativista-interaccionista entre el sujeto y el objeto, explica el conocimiento como construcción progresiva.

La idea principal del constructivismo es que el acto de conocimiento está en la apropiación progresiva del objeto, por el sujeto; de tal manera que la asimilación del primero a las estructuras del segundo, es indisociable de la acomodación de éstas últimas a las características propias del objeto. El carácter constructivo del conocimiento se refiere tanto al sujeto que conoce como al objeto conocido, los dos aparecen como resultado de un proceso permanente de construcción<sup>19</sup>.

El tipo de experiencias o contactos con la realidad, son factores fundamentales en la construcción progresiva del conocimiento del niño, y su significación dependerá en gran parte del medio en que se desenvuelva.

Aquí convendría analizar la naturaleza del conocimiento que se adquiere:

El conocimiento físico<sup>20</sup>, se forma de la abstracción que el niño hace de las características que están fuera de los objetos y son observables en la realidad externa. Para que el niño pueda encontrar las propiedades físicas de los objetos, necesita actuar

---

<sup>19</sup> DELVAL, Juan. Opc. Cit. p. 47.

<sup>20</sup> UPN. Planificación de las Actividades Docentes. Antología. SEP. México, 1986. pp. 5-6.

sobre ellos material y mentalmente, hasta descubrir cómo los objetos pueden reaccionar a sus acciones.

El conocimiento lógico-matemático<sup>21</sup>, resulta de la coordinación de las acciones que el niño ejerce sobre los objetos, o sea que se desarrolla a través de la abstracción reflexiva, la fuente de información está en el niño.

El conocimiento social o convencional<sup>22</sup>, se caracteriza por ser arbitrario debido a que proviene del consenso social-cultural establecido; tiene que aprenderse de las personas, del medio social en el que se actúa. A este grupo pertenece el lenguaje oral, la lecto-escritura, los valores y las normas sociales.

Por tal motivo debemos conocer todas las características biológicas y psicológicas que tienen lugar en el desarrollo de los niños con los que vamos a trabajar y la forma como podemos abordar los contenidos del programa oficial, de tal manera que sean aprendidos por los alumnos.

## 2. Etapas del desarrollo.

En este trabajo el desarrollo evolutivo se explica desde el

---

21 UPN. Planificación de las Actividades Docentes. Antología. SEP. México, 1986. pp. 5-6.

22 Ibidem.

punto de vista de la psicogenética. En ella se establece la imposibilidad de señalar fronteras tácitas que delimiten el espacio en donde termina una etapa y comienza la siguiente. De igual manera como los niños presentan un desarrollo distinto uno de otros, resulta difícil señalar las características que presentan en un grado escolar respecto al siguiente o al precedente.

En lo general los niños de cuarto grado deben encontrarse en la tercera etapa de acuerdo a la teoría de Piaget<sup>29</sup>, entre los 7 y los 11 años de edad aproximadamente. En esta etapa se desarrollan los intereses abstractos que corresponden a la aparición de las funciones mentales, la elaboración de juicios y razonamientos, y la imaginación creadora.

Los niños de esta etapa tienen propiedades de concentración y razonamiento que antes no habían logrado. Realizan clasificaciones complejas en las que pueden manejar varios criterios a la vez, han adquirido el concepto de conservación numérica y comprenden las operaciones inversas (sustracción respecto a la adición y división respecto a la multiplicación). También han adquirido capacidad para aplicar su inteligencia, ya que tienen seguridad en sí mismos y pueden pensar por sí solos. Intellectualmente comienzan a ser más expansivos en su

---

29 GINSBURG, H. y S. Oper. Ideas Básicas en: Piaget y la Teoría del desarrollo intelectual. Edit. Prentice-Hall. Madrid, 1977. p. 120.

pensamientos, son más analíticos y pueden hacer diferenciaciones. Poseen un nuevo sentido de la totalidad, son más sociables, va desapareciendo el egocentrismo, sus intereses predominantes son reales, socio-concretos e intelectual-concretos.

Respecto a la relación entre desarrollo y aprendizaje, para Piaget<sup>24</sup>, el desarrollo intelectual es un proceso inherente, inalterable y evolutivo. Proceso compuesto por una serie de fases (períodos fundamentales del desarrollo cognoscitivo), y sus subfases diferenciadas (estadios).

Las fases del desarrollo intelectual representan solo puntos de referencia para demostrar el curso evolutivo, y no el desarrollo mismo y son instrumentos necesarios para su análisis.

Cada fase refleja pautas de organización que se manifiestan en una secuencia definida dentro de un período de edad aproximado en el continuo desarrollo. El completamiento de una fase, da lugar a un equilibrio transitorio, así como el comienzo de un desequilibrio que corresponde a una fase que sugiere la capacidad potencial y el nivel de conducta probable.

Las siguientes generalizaciones resumen el concepto de desarrollo intelectual según Piaget<sup>25</sup>:

---

24 MAJOR, Henry W. 3 Teorías sobre el Desarrollo del Niño. Ed. Amorrourtu. Buenos Aires, 1985. p. 109.

25 MAJOR, Henry W. Op. cit. pp. 109-110.

- \* Hay una continuidad absoluta de todos los procesos de desarrollo.
- \* La evolución responde a un proceso continuo de generalizaciones y diferenciaciones.
- \* Esta continuidad se obtiene mediante un desenvolvimiento permanente, cada nivel arraiga en una fase anterior y continúa en la siguiente.
- \* Cada fase implica una repetición de procesos del nivel anterior bajo una diferente forma de organización (esquema).
- \* Las pautas anteriores de conducta son experimentadas como inferiores y se convierten en parte del nuevo nivel superior.
- \* Las diferencias en las pautas de organización crean una jerarquía de experiencias y acciones.
- \* Los individuos alcanzan diferentes niveles dentro de la jerarquía; aunque en el cerebro de cada individuo exista la posibilidad de todos, no siempre se realizan.

Piaget<sup>26</sup> presenta el proceso de adquisición del

---

<sup>26</sup> MAJOR, Henry W. Op. Cit. p. 110.

conocimiento en tres fases fundamentales:

1a. Inteligencia sensorio-motriz. Desde el nacimiento hasta los  $1\frac{1}{2}$  o 2 años aproximadamente.

2a. Período de preparación para el pensamiento conceptual. Desde los 2 hasta los 11 ó 12 años aproximadamente.

3a. Período del pensamiento formal. De los 11 ó 12 años en adelante.

Detallaremos las dos últimas fases ya que son las que corresponden a los niños del grado que nos interesa.

Período de las operaciones concretas<sup>27</sup>.

En esta fase, el niño logra percibir un hecho desde perspectivas diferentes, adquiere conciencia de la reversibilidad (posibilidad permanente de regresar al punto de partida de la operación dada). En otras palabras, capacidad de vincular un pensamiento desde su comienzo hasta su fin o desde su fin hasta su comienzo.

También alcanza un nivel de pensamiento operacional en la capacidad mental de ordenar y relacionar la experiencia como un

---

27 MAJOR, Henry W. Op. Cit. pp. 145-155.

todo organizado.

El pensamiento operacional se divide en dos formas diferenciadas (períodos), pensamiento operacional concreto y pensamiento operacional formal.

Las primeras presuponen que la experimentación mental depende todavía de la percepción, de los 7 a los 11 años el sujeto no puede ejecutar operaciones mentales a menos que consiga percibir concretamente su lógica interna.

La clasificación, la seriación y los ordenamientos jerárquicos reúnen un conjunto de sistemas de referencia que antes eran independientes, en sistemas más amplios, unificados e interrelacionados.

Las operaciones mentales se desarrollan en forma separada, campo por campo, y determinan una estructuración progresiva de dichos campos sin que se alcance una generalidad total.

El lenguaje sigue un continuo desarrollo que va de la expresión verbal al intercambio verbal. Implica la internalización de las palabras, los pensamientos y los hallazgos mentales, así como una paulatina interiorización de los actos en la experimentación mental.

En lo general los niños de 9 a 12 años están interesados en

la existencia de reglas que regulen sus actividades, examinan todos los detalles de dichas normas.

Por otra parte<sup>20</sup>, entre los 11 y 15 años de edad comienza la maduración de las estructuras cerebrales, el niño piensa más allá del presente y elabora teorías acerca de todo, complaciéndose en reflexiones acerca de lo que no es.

La cognición empieza a apoyarse en el simbolismo puro y el uso de proposiciones antes que la realidad exclusiva.

La seriación implica algo más que la suma de fenómenos semejantes, sirve para ordenar sistemáticamente y controlar un orden establecido.

El niño comienza a comprender las relaciones geométricas y los problemas relacionados con proporciones:

1. Comprensión cualitativa de objetos y hechos (fase III).
  - a) Distancia y longitud.
  - b) Área y Volumen.
  - c) Comparación de objetos o hechos.
  
2. Comprensión de actividades métricas (fase IV).
  - a) Medición de la longitud en una o más dimensiones.

---

20 MAJOR, Henry W. Op. Cit. P. 157.

b) Coordinación de planos, ángulos y áreas.

3. Operaciones mentales con símbolos (fase V).

a) Cálculo de relaciones.

b) Relación mutua de diferentes sistemas.

La reversibilidad permite que el pensamiento se ramifique en el dominio de la posibilidad, sin perder el sentido de la realidad.

A juicio de Piaget<sup>29</sup>, alrededor de los 14 ó 15 años el individuo encuentra su equilibrio, porque el joven puede encarar la realización de operaciones que se compensarán mutuamente.

En la adolescencia se adquieren nuevos valores que más tarde hacia su final, alcanzarán su equilibrio.

De acuerdo con Piaget<sup>30</sup>, dicho equilibrio puede explicarse mediante cuatro realizaciones de desarrollo:

1. El Mundo social se convierte en una unidad orgánica que tiene leyes y regulaciones propias, así como divisiones de roles y funciones sociales.

---

29 MAJOR, Henry W. Op. Cit. pp. 162-163.

30 MAJOR, Henry W. Op. Cit. p. 163.

2. Un sentido de solidaridad moral.

3. De ahora en adelante el desarrollo de la personalidad depende de un intercambio de ideas mediante la intercomunicación social, en lugar de la simple imitación mutua.

4. Un sentido de la igualdad ocupa el lugar de la sumisión de la autoridad adulta.

Dentro del proceso de aprendizaje, coinciden:<sup>31</sup>

Un momento histórico, un organismo, una etapa genética de la inteligencia y un sujeto, donde sus esquemas se articulan.

a). La dimensión biológica: apoyada en la teoría piagetana, distingue dos funciones comunes a la vida y al conocimiento: La conservación y la anticipación; que conllevan, a su vez, dos procesos simultáneos, la asimilación y la acomodación, los que permiten sustentar la connotación que adquieren las estructuras del conocimiento al ser construidas a partir de la experiencia.

En esta dimensión, se hace referencia a tres tipos de conocimientos: el de formas hereditarias, el de formas lógico-matemáticas, y el de las formas adquiridas.

Desde el punto de vista biológico, el aprendizaje consiste en el despliegue funcional de una actividad estructurante que derivará en estructuras operatorias; en el sentido estricto,

---

31 S. E. P. Plan de Actividades Culturales de Apoyo a la Educación Primaria. Guía didáctica. México, 1988. pp. 42,50 y 51.

el aprendizaje posibilita el conocimiento de la legalidad de los objetivos a través de la asimilación de lo real por las estructuras antes mencionadas.

En la dimensión cognoscitiva: el niño progresa a través de una serie de etapas que se caracterizan por distintas estructuras psicológicas antes de que alcance la inteligencia adulta. Un individuo de cualquier edad tiene que adaptarse al medio ambiente y organizar sus respuestas de forma continua pero los instrumentos que utiliza (estructuras psicológicas), cambiarán de un nivel cronológico a otro.

Sobre esta perspectiva se distinguen tres tipos de aprendizajes, aquéllos en los que:

- a. El sujeto adquiere una conducta nueva.
- b. Se confirman o corrigen las hipótesis o anticipaciones que surgen de la manipulación interna de los objetos.
- c. Es posible organizar una realidad inteligible, cada vez más equilibrada.

Piaget<sup>32</sup> propone, que los organismos tienden hacia el equilibrio con el medio ambiente. Cuando se da un acontecimiento nuevo, puede aplicar las lecciones del pasado (asimilar los acontecimientos a estructuras ya existentes) y modificar muy fácilmente sus estructuras usuales de conducta, de manera que

---

32 SEP Plan de Actividades Culturales de Apoyo a la Educación Primaria. Guía Didáctica. México, 1988. p. 51.

responda a las exigencias de la nueva situación y al aumentar la experiencia, adquiere cada vez estructuras más complejas, adaptándose más fácil a las nuevas situaciones.

En la dimensión social, se vinculan aprendizaje, educación y cultura; procesos mediante los cuales el sujeto histórico asume una cultura que le es enseñada por la educación, la que garantiza mediante el aprendizaje, la continuidad del proceso histórico, la conservación de la sociedad y las transformaciones evolutivas y estructurales.

El proceso de aprendizaje como función del Yo, es definido como estructura, estableciendo contacto con la realidad psíquica y la realidad externa.

La educación y el pensamiento posibilitan el cumplimiento del principio de la realidad, lo que se oculta cuando se enseña, y lo que se aprende cuando se aprende.

### 3. Conceptos de la Pedagogía Operatoria.

Las investigaciones que ha realizado la psicología en relación con los procesos de la inteligencia, han demostrado que lo que llamamos "inteligencia", es algo que el individuo va construyendo a través de su desarrollo, en el cual el medio ambiente desempeña un papel decisivo.

Estas concepciones del desarrollo del sujeto, nos hacen plantear enfoques distintos a los procesos de aprendizaje, que se llevan a cabo en la práctica docente. Esto es lo que intenta hacer la Pedagogía Operatoria, en otras palabras, proponer una alternativa para mejorar la enseñanza.

Si conocemos el momento en la evolución, en el que se encuentra cada niño respecto al desarrollo del pensamiento o estructuras intelectuales, podremos saber con precisión, cuáles son sus posibilidades para comprender los contenidos de la enseñanza y el tipo de dificultad que puede tener en cada aprendizaje<sup>33</sup>.

También como resultado de estas investigaciones, podemos conocer el funcionamiento y los procedimientos más adecuados para facilitar el proceso de aprendizaje.

La Pedagogía nos señala cómo se puede acceder a la adquisición de un concepto y que para ello, resulta necesario pasar por estadios intermedios que señalan el proceso de construcción, para posteriormente generalizarlo<sup>34</sup>.

Esta perspectiva se fundamenta en los siguientes propósitos:

---

33 SEP. Plan de Actividades Culturales de Apoyo a la Educación Primaria. Fundamentos Conceptuales y Metodología. México, 1988. pp. 525-527.

34 SEP. Loc. Cit. Módulo Pedagógico. pp. 313-320.

- \* Provocar que todos los aprendizajes partan de las necesidades e intereses infantiles.
- \* Conocer en cualquier aprendizaje, la génesis de la adquisición de los conocimientos.
- \* Provocar que sean los niños quienes elaboren la construcción de cada aprendizaje, y si aparecen aciertos y errores, considerarlos como necesarios en la construcción intelectual.
- \* Tomar en consideración las relaciones sociales y afectivas de los niños, como temas de aprendizaje.
- \* Vincular el medio escolar con el extraescolar.

Consideramos que todo esto es posible, sólo en un medio ambiente escolar en el que, el aprendizaje represente un descubrimiento y una construcción por parte del niño.

### C. Antecedentes sobre el problema objeto de estudio.

#### 1. Naturaleza y desarrollo del contenido matemático.

Diariamente nos vemos en la necesidad de resolver problemas en los que: partimos cosas que necesitamos, las separamos o las repartimos entre las personas que nos rodean; lo que nos obliga a averiguar cuántas veces una cantidad está contenida en otra. Estos

problemas los resolvemos combinando dos o más operaciones, pero sobre todo nos inician en el concepto de división.

Para lograr una comprensión clara de dicha operación, es imprescindible tener una noción adecuada del orden y la cardinalidad de los números, así como del concepto de conjunto y de las propiedades de ambos, ya que existe una correspondencia entre las propiedades de los números y, las respectivas propiedades de los conjuntos.

Al trabajar en este campo de la Matemática, conocida como Aritmética, debemos cuidar el uso adecuado de la terminología y sobre todo, evitar confundir el significado matemático que se asigna a las expresiones 'número', 'numeración' y 'numeral', debido a que su uso debe ser preciso. Los principios del sistema de numeración y en consecuencia de las operaciones definidas en él, no pueden desarrollarse eficazmente si se confunden dichos términos.

El número<sup>95</sup>, es una abstracción, un concepto que se deriva de conjuntos o colecciones de cosas que son coordinables, es decir que pueden ser puestos en correspondencia uno a uno.

La palabra enumeración se refiere a la especificación de los elementos que componen un conjunto, mientras que numeración se

---

95 UPN La Matemática en la Escuela III. Apéndice. SEP. México,

1988. p. 11.

concibe como un conjunto de números incluyendo las propiedades inherentes a las operaciones definidas en él<sup>36</sup>.

El numeral es un símbolo, un nombre de un determinado número; así un sistema de numeración incluye un sistema de numerales y no un sistema de números para nombrar los números<sup>37</sup>.

Comprendiendo la función de estas palabras y lo que representan, se podrá entender la función de los sistemas de numeración y a la vez, hacer una comparación con otros sistemas que además de utilizar símbolos distintos, usan principios también diferentes.

Las características de un sistema de numeración posicional, son la idea de agrupamiento y el uso de un símbolo en determinada posición dentro de un numeral para representar la cardinalidad del grupo, según su tamaño en tal posición<sup>38</sup>. Uno de los componentes esenciales de cualquier sistema de numeración posicional, es la base, la cual determina el número de dígitos que han de emplearse para poder escribir cualquier numeral del sistema<sup>39</sup>.

Usando la base 10, en el caso del numeral 125, significa una centena, dos decenas y cinco unidades; el valor de 1 como una centena, está determinado por hallarse en el tercer lugar hacia la

---

36 UPN La Matemática en la Escuela III. Apéndice. SEP. México, 1988. p. 11.

37 UPN Loc. Cit. p. 20.

38 UPN Loc. Cit. p. 29.

39 UPN Loc. Cit. 22-24.

izquierda, pero si el 2 y el 5 no ocuparan los lugares de las decenas y las unidades, no podríamos asegurar que se tratara de centenas.

En este sistema, un dígito situado en un lugar cualquiera en un numeral, tiene un valor equivalente a diez veces el que tendría si se hubiera escrito en la posición inmediata derecha.

Puesto que dentro del sistema, el agrupamiento es por decenas y centenas, su base es 10 y lo llamamos sistema decimal, la palabra decimal se deriva de la palabra latina "decem", que significa diez y se usa para indicar que el agrupamiento básico es por decenas<sup>40</sup>.

Este sistema se distingue de todos los sistemas antiguos por el uso del cero (0), para establecer el carácter posicional del mismo; dicho símbolo nos permite por ejemplo, escribir 507 y estar seguros que el 5 indica 500 unidades, ya que el 0 lo desplaza a la tercera posición<sup>41</sup>.

Al comprender que los números pueden nombrarse con diferentes tipos de numerales y que además pueden representarse sobre la recta numérica, podemos conocer las propiedades de las operaciones usadas para combinar números y los resultados que se obtendrían.

---

40 UPN La Matemática en la Escuela III. Apéndice. SEP. México, 1988 p. 24.

41 UPN Loc. Cit. p. 24.

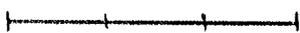
Las cuatro combinaciones básicas de los números son: la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

a) Adición.

“El concepto de reunión de conjuntos es la base para la definición de adición de números, y las propiedades esenciales de la reunión de conjuntos, constituyen la base de ciertas propiedades aritméticas”,<sup>42</sup>.

Una propiedad de la adición es, la propiedad conmutativa, la cual justifica la reunión de conjuntos sin importar qué conjunto se tome en primero o segundo lugar. Por ejemplo:

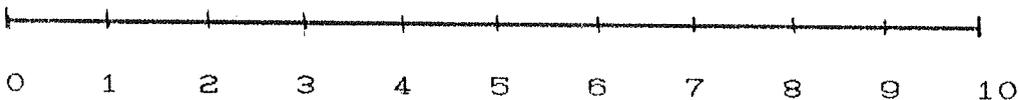
$2 + 1 = 1 + 2$  en ambos el resultado es 3 y se puede representar en la recta numérica, recurso útil para mostrar gráficamente tanto los números como sus operaciones y propiedades.



$$2 + 1$$



$$1 + 2$$



42 UPN Loc. Cit. p. 42.

Otra es la propiedad asociativa<sup>43</sup>, la que nos muestra cómo se puede proceder si se tienen tres conjuntos, pues sabemos que la operación de reunión sólo está definida para dos conjuntos a la vez. Si A, B y C son conjuntos, entonces  $A \cup B$  es un conjunto y lo mismo ocurre con  $B \cup C$ , lo importante es que:

$A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ; de la misma manera:

$3 + 4 + 5 = (3 + 5) + 4 = 3 + (5 + 4)$ , lo que naturalmente puede también representarse en la recta numérica.

#### b) Sustracción.

El concepto de sustracción se puede abordar de tres maneras diferentes:<sup>44</sup>

- 1a. La diferencia de dos números naturales, corresponde a la cardinalidad del conjunto diferencia. Por ejemplo: Si tenemos un conjunto A tal que  $n(A) = a$  y un conjunto B que sea subconjunto de A, tal que  $n(B) = b$ ; estos dos conjuntos determinan el conjunto diferencia  $A - B$ , en donde  $n(A - B) = a - b$ .
- 2a. Utiliza las ideas de reunión de conjuntos disjuntos y correspondencia uno a uno. Se eligen los conjuntos A y B disjuntos, y se busca un tercer conjunto C con el número preciso de elementos para que, la reunión de este conjunto y B, sea coordinable con el conjunto A, lo cual nos dice "en cuánto es mayor" A que B.

---

43 UPN La Matemática en la Escuela III. Antología. SEP. México, 1988. p. 45.

44 Ibidem. p. 51.

3a. En esta definición se prescinde de la noción de conjunto y se trabaja directamente con números cardinales y la operación de adición<sup>45</sup>.

$a - b$  es un número  $n$  tal que  $b + n = a$

Desde esta definición, la sustracción es la operación que consiste en encontrar el sumando que falta ( $n$ ), en el problema de adición.

La sustracción, al igual que la adición, es una operación binaria y puede quedar representada en la recta numérica<sup>46</sup>.

#### c) Multiplicación..

A partir de la comprensión de adición y sustracción, se puede entonces definir a la multiplicación como una operación binaria que asigna a un par de números, un número único llamado producto<sup>47</sup>.

El resultado de multiplicar dos números es su producto y puede definirse en términos de la operación de contar los elementos de un conjunto<sup>48</sup>. Por ejemplo, 4 por 5 es la reunión de 4 conjuntos disjuntos, cada uno con 5 elementos; en consecuencia,  $4 \times 5$  puede calcularse mediante la adición reiterada:  
 $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ , que consta de cuatro sumandos iguales. Es decir, el 5 se usa cuatro veces como sumando; esta interpretación

---

45 UPN La Matemática en la Escuela III. SEP. México, 1988. p. 52.

46 UPN Loc. Cit. p. 54.

47 UPN Loc. Cit. p. 72.

48 UPN Loc. Cit. p. 72.

de multiplicación se puede entender como adición reiterada.

También se puede representar con conjuntos disjuntos:

ooooo

ooooo      cuatro conjuntos de cinco elementos cada uno.

ooooo

ooooo

Esta definición proporciona un medio para calcular el producto mediante conjuntos, mostrando las propiedades importantes de la multiplicación:

Propiedad Conmutativa<sup>49</sup>. Se permuta el orden de los factores sin que el producto se altere:  $a \times b = b \times a$  ó también  $5 \times 4 = 4 \times 5$ ; el uso de la conmutatividad puede ser útil ya que reduce el número de resultados que deben recordarse, puesto que  $7 \times 2 = 2 \times 7$  el producto se aprende simultáneamente.

Propiedad Asociativa<sup>50</sup>. Como la multiplicación es una operación binaria, si existen tres números a, b y c no importa cómo se agrupen las parejas en la terna, el resultado es el mismo. Por ejemplo:  $(3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4)$ .

Propiedad distributiva<sup>51</sup>. Relaciona las operaciones de adición y multiplicación. Por ejemplo:

$4(7 + 2) = (4 \times 7) + (4 \times 2)$ , en ambos casos se obtiene el mismo resultado. Esta propiedad ayuda para acortar muchos cálculos

---

49 La Matemática en la Escuela III. SEP. México, 1988. p. 75.

50 Ibidem. p. 76.

51 Ibidem. p. 76.

intermedios. Por la izquierda  $(5 \times 4) + (5 \times 6) = 5 (4 + 6)$

y por la izquierda  $(7 \times 9) + (3 \times 9) = (7 + 3) 9$ .

El Elemento Identidad. En la multiplicación es el 1, ya que guarda la misma relación que el cero respecto a la adición. Por ejemplo:

$$1 \times 5 = 5 \times 1 = 5$$

El número cero (0), cumple una propiedad respecto a la multiplicación: el número de elementos en un cuadro con cero filas cada una con n elementos, el resultado es cero, porque el conjunto de elementos del cuadro es el conjunto vacío<sup>52</sup>.

$$0 \times n = n \times 0 = 0$$

d) División.

La división tiene como símbolo el signo  $\div$  y se puede definir como la determinación de un factor desconocido en un problema de multiplicación del que se conoce el producto y el otro factor. Si a y b son números conocidos,  $a \div b = n$  y  $a = b n$ , son dos enunciados numéricos que expresan lo mismo. El concepto de 'factor que falta' en la división, es semejante al concepto de 'sumando que falta' en la sustracción, aún siendo diferentes ya que son dos enunciados que encierran la misma intención<sup>53</sup>.

La definición se define como una operación que combina dos

---

52 UPN La Matemática en la Escuela III. Op. Cit. p. 78.

53 UPN Loc. Cit. pp. 89-90.

números, para dar como resultado otro, pero no todo el tiempo se obtiene ese tercero, según sean los números que se operan. Si esta operación se hace posible, ha de ser mediante la obtención de un cociente y un residuo<sup>54</sup>.

Los números 0 y 1 en la división. La división por 0 debe evitarse, pues es de difícil comprensión para los alumnos, además de que es un concepto que o no tiene sentido o resulta ambiguo.

El número 1 actúa como un elemento identidad para la división en el sentido de que  $a \div 1 = a$ . Pero a diferencia del elemento identidad para la multiplicación, en la cual para cualquier  $a$ ,  $1 \times a = a \times 1$ , el número 1 está limitado en su actuación como elemento identidad para la división, a operar a la derecha del símbolo  $\div$ <sup>55</sup>.

La división, es una operación que carece de las propiedades de clausura, conmutatividad y asociatividad; la propiedad distributiva la posee, pero en forma restringida, porque solamente la cumple por la derecha, y únicamente cuando  $b \div a$  y  $c \div a$  están definidos<sup>56</sup>. Por ejemplo:

$$(15 \div 24) \div 3 = 39 \div 3 = 13 \text{ y}$$

$$(15 \div 3) + (24 \div 3) = 5 + 8 = 13$$

Estas técnicas serán útiles cuando posteriormente se estudie la división larga.

---

54 UPN La Matemática en la Escuela. Op. Cit. p. 90.

55 UPN Loc. Cit. p. 92.

56 Ibidem. p. 96.

2. Relación del contenido con el desarrollo cognoscitivo del niño.

El desarrollo que se siguió para combinar los números por medio de la adición, sustracción, multiplicación y división; ayudan al niño a que pueda reflexionar en qué momento puede proporcionar alternativas de las propiedades de las cuatro combinaciones de los números a un problema que se le presente en su salón de clases o fuera de él, puesto que si ya comprendió el procedimiento, lo podrá utilizar.

Para ello vale la pena cuestionarnos por saber si nuestros alumnos antes de resolver un problema de este tipo, ya han comprendido el concepto de división, o si han buscado alternativas para presentarla y explicarla, y si todo lo que tuvo que aprender en los grados anteriores lo comprendió, de modo que pueda conceptualizar el algoritmo. Usualmente enseñamos el algoritmo de manera mecánica, describiendo paso a paso la forma de resolverlo, sin hacer referencia a ninguna situación problemática en la que estén implicadas operaciones para su resolución, y donde lleguen a descubrir semejanzas y diferencias entre procedimientos que se utilicen para resolverlos, los cuales podrán ayudar a que vayan comprendiendo el lenguaje matemático.

Además por lo general siempre partimos del supuesto de que todas las ideas que representan los contenidos programáticos de cuarto grado de educación primaria, donde se habla de problemas de

división, ya fueron asimilados en el tercer grado, en el cual inclusive el alumno debió llegar a desarrollar divisiones entre un dígito.

Pero, ¿qué debe tener conceptualizado el alumno antes de llegar a utilizar un algoritmo que represente la división, y más aún poder utilizarlo como un medio para resolver un problema.

Los alumnos deben tener una comprensión del orden de los números y su cardinalidad, considerando los conjuntos y sus propiedades.

La idea de número es una abstracción que el niño tuvo que ir formando desde años anteriores de manera concreta con situaciones reales de objetos utilizando la correspondencia de conjuntos. Así al comprender lo que representan los números, podrá entender la función del sistema de numeración.

En consecuencia el niño podrá utilizar las combinaciones de números con las que esté familiarizado: adición, sustracción, multiplicación y división.

### 3. Relación con otros contenidos.

Los objetivos en el programa de cuarto grado de educación primaria, no serán alcanzados por los alumnos si antes no hemos logrado propiciar en ellos los prerrequisitos que sustenta el

programa de tercero y que serán la base para que los niños desarrollen conceptos.

En el tercer grado se debieron haber tratado los algoritmos, refiriéndose siempre a una situación problemática con énfasis gráfica y operativa del manejo posicional del cual derivan<sup>57</sup>. Además en el tercer grado, el alumno debió llegar a la automatización de los algoritmos, después de haber comprendido lo que significa: adición, sustracción, multiplicación y división; y la aplicación que de cada operación debe hacerse según el caso<sup>58</sup>.

La sexta unidad presenta problemas que el alumno tiene que resolver mediante divisiones exactas de números hasta con dos cifras entre un dígito, se inicia con situaciones de reparto que lo llevarán a resolver problemas que implican la división exacta de números hasta de dos cifras entre un dígito, con cociente de una cifra, y de ahí a resolver problemas de división inexacta de números hasta de dos cifras entre un dígito, y después números hasta de dos cifras entre un dígito con cociente hasta de dos cifras<sup>59</sup>.

Así en la octava unidad el alumno será capaz de resolver problemas que impliquen divisiones inexactas hasta de cuatro cifras entre un dígito<sup>60</sup>.

---

57 SEP Libro para el Maestro. Tercer Grado. México, 1982. p. 65.

58 Ibidem. pp. 72, 81 y 85.

59 Ibidem. pp. 70, 93-96.

60 Ibidem. pp. 98-99.

Todo este contenido programático, demuestra que los alumnos podrán alcanzar en un determinado tiempo los objetivos, puesto que ya tienen conceptos aprendidos.

Pero la realidad es otra, un gran porcentaje de ellos, al llegar a cuarto grado, se topan con problemas de cómo poder plantear una solución y saber qué tipo de operación aritmética deben de aplicar.

#### D. El Contenido Curricular.

##### 1. El Programa de cuarto grado.

Con relación al área de Matemáticas, el programa de cuarto grado de educación primaria establece que, el niño cuya edad fluctúa entre los 9 y 12 años de edad, debe manejar situaciones en las que manipule, observe, analice y concluya hasta que logre alcanzar por medio de la práctica repetida, los conceptos fundamentales que plantea la perspectiva de un proceso constructivo del conocimiento.

Lo anterior se propone a lo largo del año escolar en todas las actividades, a través de ocho unidades en las que la presentación del contenido matemático presenta secuencias didácticas similares.

La presentación de los ejercicios en cada una de las

unidades, establece una vinculación constante con la vida real del niño (en los problemas reparte, presenta, dibuja, etc.), pretendiendo de este modo que el niño logre transferir los contenidos y le permitan la comprensión y transformación del mundo que le rodea<sup>61</sup>.

## 2. Concepción del contenido matemático.

En esta área del programa, se pueden observar los siguientes aspectos de la matemática:

- Sistema Decimal de Numeración: en este aspecto, el programa pretende que los alumnos apliquen los principios del sistema de numeración decimal, se sugiere en las actividades, que las realice primeramente en forma objetiva y después en forma desarrollada, hasta llegar a la notación decimal, para lograr que al escribir una cifra comprenda lo que significa<sup>62</sup>.

- Números Enteros, Propiedades y Operaciones: en el manejo de los números enteros, usará las propiedades y operaciones, las cuales se apoyarán en la manipulación de objetos y en la representación gráfica de los algoritmos<sup>63</sup>.

---

61 SEP Libro para el Maestro. Cuarto Grado. México, 1982. pp. 65-127.

62 SEP Libro para el Maestro. Cuarto Grado. México, 1982. pp. 65, 78-79.

63 SEP Libro para el Maestro. Cuarto Grado. México, 1982. pp. 66-69.

Esto sucede especialmente con la multiplicación, cuyo tratamiento se inicia con los diagramas de árbol o la combinación, y con la división que se apoya en los arreglos en columna y renglón.

Lógica: en los contenidos de lógica, su propósito básico es enseñar al niño a pensar de una manera más eficiente, es decir pensar lógicamente (proponer alternativas), para obtener otras informaciones y poder deducir<sup>64</sup>.

### 3. Secuencia de Actividades de Aprendizaje.

Respecto a la división, en la tercera unidad del programa de cuarto grado, se proponen objetivos que harán que los alumnos logren efectuar divisiones con números naturales por medio de problemas de reparto, lo que podrán utilizar para resolver problemas que impliquen operaciones que conoce, y pueda usarlas para resolver áreas, perímetros y volúmenes<sup>65</sup>.

Después, el programa propone operaciones de división mediante la obtención de múltiplos del divisor, menores o iguales que el dividendo, para finalmente proponer divisiones abreviadas entre 10, 100 y 1000.

En la quinta unidad propone objetivos que harán que los

---

64 SEP Libro para el Maestro. Cuarto Grado. México, 1982. pp. 118, 121-122.

65 SEP Libro para el Maestro. Cuarto Grado. México, 1982. p. 79.

alumnos sean capaces de resolver problemas que impliquen divisiones entre números de dos cifras, encontrando los múltiplos del divisor menores o iguales que el dividendo<sup>66</sup>.

De este modo en la sexta unidad, se pide efectuar divisiones utilizando el algoritmo respectivo en operaciones de números con dos cifras<sup>67</sup>.

En todos los procesos que los alumnos realicen para llegar a resolver problemas en donde tenga que utilizar operaciones de división, el programa propone recolectar datos de situaciones cotidianas, para que los organicen, representen gráficamente y obtengan conclusiones acerca de la situación particular dada en cada problema que se le presente.

De este modo, para lograr todos estos objetivos, el niño cuenta con un auxiliar (su libro de texto). Las actividades que contiene el texto, son presentadas como lecciones tipo. Muchas de las actividades indispensables para lograr un objetivo (agrupar, contar, manipular, construir, etc.), no las describe el libro por ser imposible plasmarlas todas.

Programa y libro se complementan, y sólo llevando a cabo el trabajo propuesto en cada uno de ellos, se podrá llegar al fin deseado.

---

66 SEP Libro para el Maestro. Cuarto Grado. México, 1982. pp. 95-96.

67 SEP. Loc. Cit. pp. 106-107.

Así, es obligación de nosotros como maestros, tomar en cuenta las sugerencias del programa para preparar los procedimientos e instrumentos necesarios, ajustándolos a nuestra realidad, de acuerdo a las etapas mediante las cuales los alumnos elaboran los conceptos para lograr resolver problemas cotidianos en los que puedan utilizar la división.

#### 4. Antecedentes que se toman en cuenta.

Esta secuencia de objetivos propuestos en el programa de cuarto grado, en la que los alumnos van enfrentándose con problemas en los que tienen que recurrir a la operación de división, no serán alcanzados si antes no logramos propiciar en ellos los prerrequisitos que sustenta el programa de tercer grado, que son la base para que los niños desarrollen armónicamente sus capacidades.

#### 5. Perspectiva que le corresponde.

Lo que pudimos observar, son conocimientos como los que aporta la Psicogenética de J. Piaget, aplicados a un aprendizaje escolar donde el proceso de adquisición es elaborado por los propios alumnos, favoreciendo su desarrollo intelectual, permitiéndoles así, que logren ampliar sus conocimientos<sup>68</sup>.

---

<sup>68</sup> SEP Programa de Actividades Culturales de Apoyo a la Educación Primaria. México, 1988. pp. 79-82.

En la construcción de estos conocimientos, participan todos los niños, interviniendo el maestro como regulador de las diferentes opiniones, para de esa manera recopilar las diversas conductas manifiestas, que servirán para el análisis e interpretación, con el fin de conocer y ayudar en la construcción del desarrollo evolutivo, social y afectivo.

CAPITULO II  
CONTEXTO SOCIAL E INSTITUCIONAL

## CAPITULO II

### CONTEXTO SOCIAL E INSTITUCIONAL

Dentro del proceso educativo y la interacción que se da entre maestro y alumno, debe ser esencial conocer e identificar la organización y operatividad de la institución escolar, la forma de actuar y pensar de todos los docentes que la conforman, y las tendencias de cambio que se dan en este nivel primario.

La comunicación que diariamente se da entre los maestros incluye un conjunto de nociones, opiniones y conocimientos que nos muestran las condiciones de trabajo de la escuela y también nos hace reflexionar sobre la interpretación que se hace de las disposiciones técnicas recibidas.

El proceso de cambio educativo se concibe como una interacción colectiva que va marcada con los tiempos políticos o las concepciones educativas vigentes, las cuales repercuten en los cambios, condicionados por el contexto social y político.

Ya está comprobado que no hay método único de enseñanza, cada maestro puede diseñar variables que determinen una situación particular del grupo que esté a su cargo; estas variables están dadas por el contexto social donde se genera el proceso educativo, por las finalidades y las características de la institución en que trabaja y las de los alumnos del grupo (edad, sexo, intereses, procedencia familiar), así como por la naturaleza de los

aprendizajes que pretende lograr.

A partir de esta concepción mostraremos las características de la escuela primaria urbana federal "Justo Sierra Méndez"; es de turno vespertino y se encuentra ubicada entre las calles Lago Athabasca y Lago Moero, en el fraccionamiento Jardines del Lago, su clave es 02DPR0194Z.

La comunidad en que se encuentra la escuela, cuenta con todos los servicios públicos: pavimento, drenaje, agua, luz, teléfono, etc. Las características socioeconómicas de sus habitantes, cubren desde el nivel medio hasta el nivel alto. La escuela es de organización completa y funcionan seis grupos de primero a sexto grado. Se atiende una población escolar de 240 alumnos, de los cuales 45 pertenecen al cuarto grado.

El grupo de cuarto grado, está formado por 19 niños y 26 niñas; la mayoría provienen de lugares cercanos a la escuela, aunque otra parte del grupo viene de diferentes puntos de la ciudad por no haber podido encontrar inscripción en las escuelas cercanas a sus hogares. Dos de los niños del grupo, viven en la colonia Nacionalista, de reciente creación y que en consecuencia carece de los servicios públicos elementales. Del total de alumnos, 37 cursaron el preescolar y quienes no lo hicieron, se debió a que en opinión de sus padres: resulta innecesario ya que sólo van a jugar y les piden cosas que ni se utilizan para aprender. En cuanto a las características socioeconómicas del

grupo, podemos afirmar que con la excepción de un 3% cuya condición es precaria, los demás poseen una posición de bienestar.

En cuanto a la escolaridad de los padres de familia de los alumnos de cuarto grado: el 35% tienen una carrera terminada, un 15% terminó la secundaria, el 35% tienen la primaria terminada y existe un 15% que tienen primaria incompleta.

La escuela organiza actividades con la participación de los padres de familia para lograr mejorar las condiciones de bienestar en los grupos. Para poder lograrlo, se les invita a participar con uno o más días al mes en: la reparación de mesabancos, pintura del salón de clases, poda de árboles arreglos de los patios, etc.; a través de estas actividades se ha logrado que los padres reparen la plomería de los sanitarios y el cerco de la escuela, con lo cual los niños se han beneficiado.

Los padres de familia del cuarto grado, son poco participativos, son pocos los que responden a la invitación, pero otros los que llegan a disculparse, manifiestan que trabajan toda la semana y que los días de descanso (sábados y domingos), los dedican a otras actividades con las cuales poder incrementar el ingreso familiar.

Sabemos además que la vida personal del niño está íntimamente ligada a lo social, aprende por sí mismo y de manera continua para convertirse en agente de su propio desenvolvimiento.

Los alumnos aprenden de su interacción con el maestro, con sus compañeros y en su contacto permanente con el contexto social. La interacción que se lleva a cabo con el alumno, determina las características del proceso educativo, lo cual puede arrojar como resultado que el alumnos se apropie progresivamente del contenido de las diferentes áreas de aprendizaje.

Los niños de este grado interactúan con los demás niños con gran interés, entusiasmo y espíritu de cooperación, lo que los hace reunirse en grupos o equipos estableciendo normas o códigos de conducta, esto redundando en que no sean fácilmente aceptadas las condiciones que los maestros tratamos de establecer.

Cuando el niño interactúa con su realidad, recibe una gran influencia de todo el contexto social que le rodea, y el medio socioeconómico del que procede, marca las diferencias de conducta, las que se reflejan en: el lenguaje, la comprensión de la lectura, la motricidad y sus formas de pensamiento.

Debido a estas características, algunos alumnos presentan conductas ya adquiridas, mientras que otros apenas empiezan a desarrollarlas según se les van presentando en el propio ámbito escolar, este es el caso de los niños que provienen de las colonias Nacionalista, Wisteria e Infonavit.

La mayoría de las actividades de aprendizaje, las realizan los alumnos en colaboración con los compañeros del grupo y con

otros docentes, sería muy útil aprovechar estas circunstancias para enriquecer desde el punto de vista educativo, el esfuerzo cooperativo de ambos.

En ocasiones la falta de construcción del conocimiento que el niño debe lograr, es obstaculizado debido a que la escuela responde como institución social a las normas establecidas, acatando todas las disposiciones de las autoridades educativas y exigiendo al personal docente una actuación similar.

La vida del niño dentro del ámbito escolar, recibe otra gran influencia: los servicios públicos, asistenciales, sociales y comerciales con los que cuenta la comunidad. Estos se pueden utilizar para interactuar y aprovechar su funcionamiento al obtener informaciones y opiniones sobre los recursos que se pueden prestar.

En la misma colonia se encuentran instalados otros centros educativos como: jardines de niños (3), secundaria técnica (1) y otras primarias.

Los maestros que trabajan en la escuela, son maestros con una actuación docente de tipo tradicionalista, esto lo demuestran en la múltiples formas de proponer alternativas para resolver problemas de aprendizaje y en las concepciones que tienen acerca de sus alumnos y los procesos de aprendizaje.

El uso de tradiciones en la escuela, tiene un efecto formativo y orientador para cada uno de los maestros, pero a su vez un efecto de control sobre ciertos aspectos del trabajo, que vienen a influir en el funcionamiento general de la escuela y los intereses de trabajo del personal docente.

Los maestros dentro de la escuela trabajan de manera muy diferente aún cuando existen programas oficiales que seguir.

La escuela presenta costumbres en la organización del trabajo en cada uno de los grados, los padres de familia ya están habituados a dichas tradiciones, a la generación de maestros que realizan determinada actuación docente: "la profesora de primero", "el profesor de sexto", etc.

La escuela responde a las características de la comunidad en la que se encuentra, pero las características administrativas de la escuela, marcan las formas de organización en las prácticas docentes que se realizan, las que son factores determinantes entre las relaciones de todo el personal que integra el aparato escolar: director, inspector e inclusive los padres de familia.

La institución escolar determina con sus reglamentos, cómo será la intervención de los padres de familia, ésta se da en la medida en que la escuela necesite de sus aportaciones económicas para sostener el mantenimiento de la misma y satisfacer sus necesidades más urgentes, esto desde luego en una forma organizada

por medio de la asociación de padres de familia, la cual fue elegida en forma democrática por ellos mismos. Los padres de familia no tienen ingerencia en asuntos administrativos de la escuela. Esta actividad administrativo-financiera como: compra de materiales de aseo, deportivo, didáctico, vidrios, pintura, etc.; se da entre escuela y asociación, y se promueve institucionalmente.

La escuela reconoce en el director, un transmisor de disposiciones de las normas establecidas, ya que considera que si se hace un giro en las actividades que se realizan a lo largo del ciclo escolar, está fuera de todo reglamento. Considera que todas las actividades de los docentes en la enseñanza de los contenidos en torno a áreas como matemáticas, son respetables ya que son el estilo personal de cada uno de los maestros, pero siempre y cuando no traten de cambiar lo que tradicionalmente ha sido la imagen de la escuela.

Los maestros se organizan para la realización de los trabajos docentes en un Consejo Técnico Consultivo, en el que cada uno desempeña la función que el director de la escuela designa, de acuerdo a sus aptitudes y disposición.

## CAPITULO III

### ESTRATEGIA METODOLOGICO-DIDACTICA

### CAPITULO III

## ESTRATEGIA METODOLOGICO-DIDACTICA

Para lograr que los alumnos de cuarto grado de educación primaria, puedan resolver situaciones problemáticas cotidianas en el proceso enseñanza-aprendizaje, en las que tenga necesidad de realizar operaciones de división, hemos planteado una serie de situaciones que pueden ser agrupadas en tres momentos básicos.

La estructura para resolver un problema que involucre operaciones matemáticas presenta cuatro fases que son:

a. La comprensión del problema. El alumno debe ser capaz de identificar los datos que se le proporcionan y los que se le pide que encuentre (incógnitas), para ello deberá reflexionar sobre las condiciones que se expresan en el enunciado del problema, si éstas son suficientes para determinar la incógnita, si la información resulta redundante o contradictoria. Cuando el estudiante ha comprendido perfectamente la situación, lo cual debe ser verificado por el docente, estamos en condiciones de principiar a intentar resolver el problema.

b. Concepción de un plan. Aquí el profesor debe ayudar al estudiante a determinar la relación que existe entre los datos proporcionados y la incógnita. En caso de no encontrar una relación inmediata puede considerarse la posibilidad de abordar la situación mediante problemas auxiliares, para finalmente expresar

un plan de solución. Esta parte de la resolución de problemas, corresponde a la posibilidad de que cada alumno ponga en juego todo tipo de aprendizajes anteriores que le permitan asociar los elementos conocidos con los desconocidos y construya sus propios métodos y técnicas de resolución, desde el ensayo y error hasta el aprendizaje creativo y la introspección, desde la manipulación de objetos y la representación gráfica, hasta la utilización de modelos simbólicos sofisticados.

c. Ejecución del plan. Al ejecutar el plan de solución, deben irse comprobando los pasos que se van dando hasta ver claramente que estos sean los correctos y si es posible demostrar que efectivamente son correctos.

d. Examinar la solución obtenida. Siempre es saludable y conveniente habituar al estudiante a verificar los resultados, comprobar el tipo de razonamiento empleado, en síntesis a realizar una retrospección y una introspección. Este tipo de actividad permite tomar conciencia sobre las actividades planificadas, las realizadas y los resultados obtenidos.

Los momentos que señalamos como propuesta en el primer párrafo, respetan esta perspectiva en la resolución de problemas que involucren operaciones de división por niños de cuarto grado de educación primaria. Describimos a continuación de manera somera, la intención de cada uno de estos momentos.

Primer Momento. Se pretende que los alumnos se enfrenten con situaciones problemáticas reales, mediante problemas sencillos en los que, a partir de la experiencia repetida del hecho, sea necesario poner en juego procedimientos tanto mentales como perceptivos en los que, a través de las preguntas y respuestas de los estudiantes, podamos comprobar el tipo de comprensión del problema que han logrado. Resulta pues necesario presentar al inicio de las actividades, una secuencia didáctica que brinde confianza y seguridad al estudiante respecto a que los problemas pueden ser realmente comprendidos y resueltos por ellos, por lo que los primeros problemas deberán ser lo suficientemente sencillos. La secuencia didáctica consiste en presentar situaciones, conceptos, contenidos y operaciones involucradas en problemas de división con un dígito, de los que se intenta desprendan las invariantes relacionales, o sea las relaciones que se establecen entre los números que representen el problema planteado para llegar a la solución. Aquí indudablemente, surgirán procedimientos distintos que cada alumno de acuerdo a su desarrollo cognoscitivo, propondrá como caminos posibles.

A partir de ello, el proceso enseñanza-aprendizaje de los problemas con divisiones, se planteará considerando la estructura de dichos problemas, es decir, considerando la relación descubierta entre los números que están interviniendo para que el alumno, determine su tipificación y la posición que habrán de ocupar al momento de traducirlos a un algoritmo de cálculo.

Para que el niño precise los casos en la operación de división es necesaria para resolver un problema, se requiere examinar una variedad de casos suficiente, que le permitan obtener una conclusión, formular una regla y estructurar el paradigma de los problemas que se resuelven mediante esta operación.

En el segundo momento, es necesario que los alumnos resuelvan problemas que impliquen un mayor grado de dificultad, de manera que las situaciones problemáticas deberán involucrar divisiones hasta con dos dígitos y que naturalmente, requieran de un nivel de comprensión más profundo de la expresión verbal del problema.

Finalmente en un tercer momento, se pretende que los estudiantes puedan elaborar la regla que les permita resolver problemas en los que deba utilizar operaciones de división, independientemente de las dificultades que dicha operación presente y por supuesto, la creación de los hábitos de retrospección e introspección señalados anteriormente.

Pasaremos a detallar la perspectiva que concebimos respecto a la solución de problemas que impliquen operaciones de división en el cuarto grado de educación primaria, a través de consideraciones fundamentalmente didácticas, advirtiendo que las actividades sugeridas sólo se presentan como muestras y no como situaciones que agotan las posibilidades.

## A, Primer Momento. La Comprensión del Problema.

Consideramos que el buen desarrollo de la enseñanza de la Matemática depende de muchas condiciones, algunas de ellas son iguales para todos los alumnos de un grado, por ejemplo: los objetivos y contenidos dados por el programa, los libros de texto del grado correspondiente y las guías didácticas del profesor, en este caso, hablamos de condiciones objetivas. Otras condiciones son, sin embargo, diferentes para cada grupo, son las condiciones subjetivas, por ejemplo: el nivel de conocimientos de los estudiantes, el nivel de las capacidades mentales de los mismos, la disciplina y actitud hacia el estudio de contenidos de la asignatura, el grado de desarrollo colectivo del grupo, el contacto del profesor con los alumnos, el saber y poder metodológico del maestro y el estilo de dirección de las actividades que posea el docente.

Sin embargo, creemos que en un punto básico a través del cual se minimizan los efectos negativos de algunos de estos factores y se favorecen los positivos, es verificar el grado de comprensión de los estudiantes, respecto al planteamiento de un problema que involucre operaciones de división.

Aquí consideramos de trascendental importancia que la dirección del aprendizaje contemple: la creación de una motivación, el planteamiento del objetivo y la orientación hacia él, así como el aseguramiento del nivel de partida.

El motivo es una razón que lleva a actuar conscientemente, esta razón se da al alumno en la fase de creación de una motivación. El primer paso será entonces desarrollar en los alumnos, la habilidad para poder relacionar en forma ordenada, congruente, todas sus acciones, observaciones y pensamiento. Por acciones entendemos todos aquellos actos que se realizan en la aprehensión de un objeto de conocimiento y que forman el juicio, que fundamentan las ideas; la observación es lo que, a través de nuestras percepciones captamos de los objetos y de las acciones que sobre dichos objetos realizamos; nuestros pensamientos, son nuestras ideas, las que elaboramos a partir de las propias vivencias obtenidas por nuestras acciones y observaciones. Así, acciones observaciones y pensamiento quedan involucrados en el estado interior del estudiante, es decir la motivación es la inclusión de los motivos en la personalidad.

Entonces la motivación es inducir al estudiante a la realización consciente y deseada de una actividad, concretamente al tratamiento de un objeto que en este caso es matemático. En este momento, los docentes debemos hacer posible que el alumno desee adquirir la noción, concepto o problema porque le convencemos que es útil tocar la cuestión y además debemos lograr que el estudiante adopte una actitud que le permita intuir la vía para llegar a la solución del problema.

Otro factor importante en esta fase es el planteamiento del objetivo y la orientación hacia el mismo. Este es un hecho

psicológico comprobado, pues el efecto en el aprendizaje y los deseos de aprender, se incrementan cuando el alumno sabe con precisión qué es lo que debe aprender y conoce con qué nivel lo debe aprender, la orientación hacia el objetivo consiste en el convencimiento propio del estudiante, de que le es posible descubrir por sí mismo el camino que lo puede conducir a la solución del problema, por lo que al principio resulta importante plantear problemas que el estudiante pueda resolver por intuición, por ensayo y error, o mediante recursos menos formales que le brinden la confianza suficiente para desear penetrar en el mundo de la solución de problemas.

Naturalmente no es suficiente con lo anterior, se requiere también asegurarse del nivel de partida, es decir de las condiciones previas que se requieren para que un alumno pueda acceder a la adquisición del nuevo conocimiento. Como docentes nos resulta imprescindible conocer con anticipación qué prerrequisitos son necesarios para que un estudiante pueda abordar conocimientos nuevos a partir de conocimientos adquiridos con anticipación.

Las ideas que se generen para dar soluciones a las preguntas planteadas por el docente o por los propios alumnos y que tiendan a verificar si ha habido una comprensión adecuada del problema, deben en la medida de lo posible, ser probadas con otras evidencias para que, a través de ellas se puedan elaborar razonamientos que puedan convencer a otros. Es así que la comprensión de un problema ocurre en la medida en que el

estudiante es capaz de poder explicar a los demás, de manera convincente, las condiciones de la situación y tiene claridad sobre las respuestas que es posible dar de inmediato, como de las preguntas que requieren de algún tipo de acción para llegar a responderlas.

El conjunto de conocimientos básicos que deben poseer los estudiantes, debe ser lo más evidente posible, que baste con ser mostrados para que esos conceptos básicos formen parte de las creencias de todos los demás compañeros.

Con ese conjunto básico de conceptos y de experiencias, es decir, las acciones y observaciones incorporadas a los alumnos a través de su propia perspectiva, es posible elaborar modelos que expliquen lo observado en las vivencias, por lo que les permitirán poder explicar las condiciones en que perciben las dificultades presentadas en el planteamiento de un problema.

Por lo tanto, es necesario asegurarnos de que los alumnos conocen el algoritmo de la división, es decir si pueden explicar los procedimientos que les permiten resolver este tipo de operaciones. Aún en caso contrario, no olvidemos que aquí existen dos perspectivas didácticas no necesariamente contrarias: aquella que sólo bajo la condición del conocimiento previo se atreve a abordar el conocimiento nuevo, y por otro lado la que plantea la posibilidad de abordar tanto el conocimiento nuevo como el previo una vez que el estudiante se ha interesado por la solución de un

problema.

Toda secuencia didáctica, debe partir de una situación o problema sencillo, el cual debe ser extraído de la realidad cotidiana del niño mediante un relato o historia de la cual se derive la situación problemática. En la presentación del problema, se debe hacer énfasis en aquellos enunciados en los que se localiza la información que permite identificar los elementos intervinientes, para que el propio alumno formule preguntas y podamos asegurarnos de que poseen los datos necesarios y suficientes para pensar en intentar buscar caminos de solución. Si el alumno desea simular el problema mediante gráficas, dibujos, material concreto o cualquier otro recurso, debemos permitirle que utilice cualquier medio a su alcance, pues esto brinda la posibilidad de ir accediendo a la posibilidad de construir modelos cada vez más abstractos o simbólicos. Un problema típico que puede ser presentado en esta fase es:

Luisa repartió entre sus cuatro amigas, ocho dulces que trajo de su casa. Quiso que cada una recibiera la misma cantidad, cuántos dulces le dió a cada una?

Una vez que el problema ha sido planteado verbalmente, tal vez se requiera escribirlo tanto en el pizarrón como en los cuadernos de los niños, con la finalidad de que lo analicen e identifiquen los elementos componentes, que no les fuera posible hacer en la presentación oral. Los alumnos podrán sugerir medios para resolver el problema, es importante apreciar los distintos procedimientos seguidos por los estudiantes en la selección de

alternativas posibles, pues nos indican los niveles de desarrollo en que se encuentran y el tipo de operaciones mentales de que se valen para tratar de resolverlo. Una vez identificados los razonamientos seguidos por los alumnos, debemos procurar que identifiquen los elementos, las relaciones y sobre todo que sistematicen sus observaciones.

## **B. Segundo Momento. Concepción y ejecución de un plan.**

En este momento se trata de plantear a los estudiantes problemas que involucren operaciones de división, que ya no se puedan resolver por simple intuición o de manera perceptiva, sino que requieran de procesos mentales más profundos y requieran de la necesidad de reflexionar sobre las características del problema, los elementos involucrados y la forma en que se encuentran relacionados, así como de la elaboración de un modelo gráfico o simbólico para su resolución.

El alumno deberá determinar la relación entre los datos y la incógnita, y de encontrar una relación inmediata podrá considerar problemas auxiliares hasta obtener finalmente el plan de solución. Algunas preguntas que pueden ayudar son: ¿se han encontrado con un problema similar?, ¿podría emplear el mismo método de solución?, ¿puede resolver una parte del problema?, ¿en qué forma queda determinada la incógnita y cómo puede variar?, ¿ha considerado todas las nociones esenciales del problema?

Si retomamos el problema presentado en el primer momento, éste puede ser planteado como un problema de reparto, en el cual el niño vaya repartiendo sucesivamente un dulce a cada una de las amigas de manera que al final haya repartido todos los dulces y observe que a cada una le correspondieron 4 dulces. Lo anterior lo debe conducir a una expresión del tipo **8 repartido entre 2, les toca de a 4**, lo que debe traducirse como equivalente a la expresión simbólica  $8 \div 2 = 4$ , o como el resultado de preguntas del tipo ¿cuántas veces un conjunto de 8 elementos contiene a otro de 4 elementos?

Esto lo debe conducir a concluir que los problemas en los que se trata de determinar las veces que un conjunto está contenido en otro, da lugar a una operación de división. Si el alumno tiene problemas para realizar la operación de división, se pueden introducir los siguientes conceptos: galera, dividendo, divisor, cociente y residuo (en caso de que el reparto no fuera exacto). Inclusive se pueden presentar las distintas formas de representación de una división:

$$2 \times ( ) = 8 \quad 8 \text{ entre } 2 \quad 8 \div 2 \quad 8/2 \quad 2 \overline{)8} \quad \text{etc.}$$

El niño puede utilizar también como recurso, la recta numérica, dividiendo un segmento en ocho partes congruentes (dividendo) y separar el segmento en dos partes iguales (divisor), para finalmente determinar las partes primeras de que quedó constituido cada segmento (cociente).

Otro problema que puede ser presentado para este tipo de actividad es:

Si el maestro dispone de 20 libros, uno por cada alumno y desea colocarlos en un librero que consta de cuatro secciones, de manera que en cada sección quede colocada la misma cantidad de libros, ¿cuántos libros deberán colocarse en cada sección?

El maestro deberá estar pendiente sobre la forma de proceder de los alumnos, para determinar las dificultades o facilidades que les representa cada problema. Poseen diferente nivel de desarrollo intelectual, los niños que comienzan colocando un libro en cada sección hasta agotar el total de libros, con respecto a los que colocan de una sola vez los libros que contendrá cada sección.

De la misma forma se debe estar pendiente del tipo de modelos que construyan los niños para llegar a la solución, no es lo mismo tener niños que sólo utilizan modelos concretos o gráficos, a aquéllos que hacen uso de modelos simbólicos, en este grado de la educación primaria, se supone que el alumno debe ser capaz de elaborar a partir de sus propios modelos, los que son simbólicos y socialmente aceptados.

El nivel de alcance de las actividades que se presentan en este nivel, pretenden que el estudiante logre identificar conscientemente el paradigma que agrupa a los problemas típicos que se resuelven a través de operaciones de división. Esto es posible a partir de la fijación del contenido matemático que se

está abordando, para lo cual la ejercitación, el repaso y la sistematización, juegan un papel importante. El objetivo de la ejercitación radica en el desarrollo de habilidades que sólo se logran efectuando actividades en las que se deba recorrer un camino similar. El repaso es una medida didáctica que sirve para la fijación de los conocimientos, un gran papel para el repaso lo desempeña la memorización, el repaso no puede ser eficiente cuando falta la vinculación con la memorización. Sistematizar en cambio significa comparar el saber adquirido con el poder adquirido, con el fin de poder llevarlo a la estructura de un sistema, esto significa que se investigan propiedades comunes y diferencias, se hacen visibles las relaciones entre los diferentes componentes del saber y finalmente se construye un sistema (más o menos completo) de conocimientos.

Sólo la fijación del conocimiento adquirido, permitirá al estudiante escalar niveles más complicados de transposición o aplicación del saber adquirido, para ello es necesario: la ejercitación, el repaso y la sistematización de los mismos. Otro ejemplo semejante sería:

Rosita desea colocar sus 18 colores en 3 cajas de manera en cada una de ellas quede la misma cantidad de colores, ¿cuántos colores deberá colocar en cada caja?

Al resolver el problema, el estudiante utiliza su propio concepto de división y los recursos que crea conveniente para poder simular el problema. Al maestro le corresponde crear la situación adecuada para que el alumno desee y pueda resolver el problema,

haciendo los planteamientos e interrogantes que permitan al alumno llegar a la solución.

### C. Tercer Momento. Visión retrospectiva.

Esta etapa de la resolución de problemas, se relaciona con la presentación de problemas de mayor complejidad y la posibilidad de estimular aquellos estudiantes que manifiestan una aptitud sobresaliente para este tipo de actividades. Por lo anterior conviene pues que los niños tomen conciencia y reflexionen sobre la necesidad de verificar los resultados, comprobar el razonamiento que sustenta el procedimiento seguido, cuestionarse sobre la posibilidad de llegar al resultado a través de caminos diferentes que sean más breves sin perder eficacia y precisión, observar si el resultado se puede justificar de manera más inmediata o si se puede emplear tanto el resultado como el método en la solución de otro tipo de problemas.

La retrospección permite enfrentar a los alumnos con problemas más complicados, pues podrán identificar los mecanismos e instrumentos que tuvieron que poner en juego, y ello les permitirá asimilar las características propias de los problemas presentados. No debemos olvidar que la actividad en sí misma no constituye un factor de desarrollo intelectual, sino que lo esencial es la naturaleza de la actividad realizada y la toma de conciencia sobre la razón del proceder, asimismo debemos considerar que la acción intelectual debe estar fundada sobre la

experiencia inmediata de los alumnos, más que sobre el lenguaje.

La posibilidad de reaccionar sobre los problemas presentados a los estudiantes, depende de su correspondencia con la realidad inmediata, la identificación del objetivo y la comprensión de los conceptos involucrados, lo que les llevará a buscar las explicaciones adecuadas a los problemas. Otros problemas que pueden ser presentados son:

Si en la escuela se han inscrito 400 alumnos y el director desea que cada grupo se conforme de 50 estudiantes. ¿cuántos grupos podrán formarse?

Con \$400, Luis compró paletas de dulce cuyo precio es de \$50 cada una. ¿cuántas paletas le fue posible comprar si se gastó todo el dinero en ellas?

Con \$7200 se compraron 60 metros de tela para confeccionar los uniformes de las alumnas de un grupo de la escuela. ¿cuál fue el precio por metro de la tela comprada?

Analizando los problemas, se pueden observar diferencias relacionales entre los elementos, esto implica un cálculo relacional y en consecuencia una jerarquía entre los tres tipos de problemas, jerarquía que debe ser respetada en el momento de presentar los problemas a los estudiantes, pues involucran la posibilidad de que los datos conocidos y los desconocidos

difieran. Ello conduce a representaciones diferentes, que deben ser consideradas como dificultades para los estudiantes.

Debemos aclarar que el espíritu de la propuesta presentada, es la reflexión sobre todo del aspecto didáctico, por lo que las actividades son sólo ejemplificaciones y pueden ser sustituidas por otras cualesquiera, siempre y cuando se consideren entre otras cosas: la promoción de la participación tanto individual como grupal de los estudiantes, su utilización en los momentos adecuados y precisos, la necesidad de que se deriven de situaciones reales del medio ambiente en el que se desenvuelven los estudiantes, que se encuentren matizadas por una convicción real y un interés propio del alumno por llevarlas a efecto.

## SUGERENCIAS Y/O CONCLUSIONES

## SUGERENCIAS Y/O CONCLUSIONES

### A. Sugerencias.

Consideramos necesario que el maestro cuestione su labor docente y se apropie de todos los instrumentos que le sean útiles para llevar a cabo la enseñanza de los contenidos presente en actividades prácticas, en particular en todas aquéllas en las que los alumnos requieran del uso de operaciones aritméticas para realizarlas.

Creemos indispensable una correpondencia entre las actividades presentadas en el aula y las actividades que los estudiantes realizan de manera cotidiana fuera del ámbito educativo, de tal forma que puedan extrapolar los conocimientos adquiridos en la escuela a la solución de los problemas de su realidad, y de esta manera no se provoquen rechazos y dificultades al apropiarse del conocimiento.

Una de las posibilidades que adjudicamos a la presente propuesta, es la reflexión sobre las acciones que como docentes realizamos al trabajar con los alumnos, lo que provoca la necesidad de fundamentarlas y de transformarlas.

El cambio que deseamos de la práctica docente, no puede ser sencillo ni una labor fácil, se requiere de motivaciones adecuadas, la búsqueda y uso de materiales eficaces, la adecuación

de los programas del grado, una reflexión sobre la pertinencia de los ejercicios presentados en los libros de texto y la consideración del juego como apoyo permanente en la actividad.

Cuando el estudiante entre en conflicto con sus concepciones a partir de los problemas planteados, no debemos limitar su capacidad analógica al buscar y generar posibilidades de solución, ya que esto implica limitarlo en el descubrimiento de su realidad.

Además, es muy conveniente analizar la forma en que los niños comprenden los problemas que se les presentan, ya que sólo de esa manera se puede brindar ayuda para lograr que ellos mismos puedan construir adecuadamente su propio conocimiento. En consecuencia debemos aprovechar la creatividad tanto propia como la de los alumnos, de manera que los caminos de resolución de problemas, pierdan la rigidez con la que convencionalmente se les presenta.

Es importante que para abordar actividades de mayor dificultad, nos aseguremos de que el estudiante ha superado las dificultades inherentes al nivel inmediato inferior, pues sólo esta seguridad proporciona confianza al alumno en la apropiación del conocimiento, y ello se logra con la presentación de actividades diversas y similares que difieran en la presentación de los elementos que se dan y los que se pide encontrar.

## B. Conclusiones.

\* El maestro debe abandonar su papel de transmisor del conocimiento y convertirse en un promotor del análisis, la reflexión y el cambio, en la búsqueda de experiencias que lo lleven a la solución de problemas que se presentan en el grupo escolar, sobre la adquisición de conocimientos.

\* Es importante tomar conciencia de nuestro papel de educadores al compartir conocimientos y técnicas sobre la dirección del aprendizaje, de manera que aunadas a actitudes positivas, nos conduzcan a la libertad intelectual que anhelamos.

\* El alumno de cuarto grado se encuentra en una etapa de desarrollo en la que, le resulta fácil resolver problemas que no sean muy complicados, siempre y cuando le sean presentados en forma concreta. Es un alumno observador y reflexivo debido a que su capacidad de concentración y razonamiento ha evolucionado, es característicamente curioso y analítico, propiedades que deben ser aprovechadas en la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje.

\* Hay dos elementos de trascendental importancia en el proceso de aprendizaje de contenidos matemáticos: por un lado, permitir que el alumno descubra por sí mismo la vinculación entre los contenidos y el mundo real que le rodea, y por otro lado, la posibilidad de que el maestro brinde las condiciones propicias para este descubrimiento.

\* Mediante el enfrentamiento con la realidad que se le presenta al niño, se podrá lograr que experimente y descubra por sí mismo su propio conocimiento, propiciándole lugares y materiales adecuados.

\* La educación grupal de tipo participativo, induce al alumno a desarrollar actitudes formativas, que lo llevan a una integración social.

\* El trabajo presentado, intenta desarrollar además actitudes de colaboración, imaginación y aptitudes en el alumno.

## BIBLIOGRAFIA

## BIBLIOGRAFIA

- BOLANOS Martínez, Raúl.  
Historia de la Educación Pública en México.  
SEP-Fondo de Cultura Económica  
México, 1982.  
645 pp.
- DELVAL, Juan  
Crecer y Pensar  
Ed. Laia  
Barcelona, 1985  
376 pp.
- GINSBYRG, H. y S. Opper.  
Piaget y la Teoría del Desarrollo Intelectual.  
Ed. Prentice-Hall  
Madrid, 1977.  
228 pp.
- MAJOR, Henry W.  
Tres Teorías sobre el Desarrollo del Niño.  
Ed. Amorrourtu  
Buenos Aires, 1985.  
343 pp.
- SEP  
Libro para el Maestro. Cuarto Grado.  
México, 1982.  
295 pp.
- SEP  
Libro para el Maestro. Tercer Grado.  
México, 1982.  
250 pp.
- SEP  
Plan de Actividades Culturales de Apoyo a la Educación Primaria.  
Fundamentos Conceptuales y Metodología.  
México, 1988.  
715 pp.
- SEP  
Plan de Actividades Culturales de Apoyo a la Educación Primaria.  
Guía Didáctica.  
México, 1988.  
267 pp.
- UPN  
Desarrollo del Niño y Aprendizaje Escolar. Antología.  
SEP  
México, 1986.  
366 pp.

UPN

La Matemática en la Escuela III. Apéndice.

SEP

México, 1988.

271 pp.

UPN

Medios para la Enseñanza. Antología.

SEP

México, 1986.

321 pp.

UPN

Planificación de las Actividades Docentes. Antología.

SEP

México, 1986.

290 pp.

UPN

Teorías del Aprendizaje. Antología.

SEP

México, 1986.

450 pp.