UNIDAD
S E A D
191

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
BIBLIOTECA
SEP

La adquisición de conceptos básicos de matemáticas en el niño de primer año de primaria.

ENRIQUETA MENDIOLA TORRES

MONTERREY, N. L. 1985

CASA 180C34

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD
SEAD
191

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

La adquisición de conceptos básicos de matemáticas en el niño de primer año de primaria.

. ENRIQUETA MENDIOLA TORRES

Investigación Documental presentada para obtener el título de Licenciado en Educación Primaria.

Monterrey, N. L. 1985.

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Monterrey , N. L. ., 18 de MARZO de 1985 .

C. PROFR.(A) ENRIQUETA MENDIOLA TORRES

P r e s e n t e.-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado

LA ADQUISICION DE CONCEPTOS BASICOS DE MATEMATICAS EN EL NIÑO DE PRIMER AÑO DE PRIMARIA , opción

Investigación Documental , a propuesta del asesor pedagógico - C. Lic. Ma. de la Luz Villarreal , manifiesto a usted que - reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución. .

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se autoriza a presentarlo ante el H. Jurado que se le designará, al solicitar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E
-.
Profr. Ismael Valdés Delgado
PRESIDENTE DE LA COMISION DE EXAMENES
PROFESIONALES DE LA UNIDAD SEAD 191

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL.
U N I D A D S E A D
MONTERREY, N. L.

c.c.p.- Departamento de Titulación de LEPEP.-

ags'

A MIS ALUMNOS

PROLOGO

La dificultad que muestran los niños al iniciar el aprendizaje formal de los conceptos matemáticos, su incapacidad para traducir y expresar simbólicamente el aspecto cuantitativo de la realidad, la actitud negativa que muchos de nuestros alumnos muestran hacia la materia en sí, son algunos de los problemas a los que me he enfrentado en mi labor como profesor de primaria. Dada la gran importancia que en la actualidad, tienen las matemáticas, estos problemas adquieren grandes dimensiones.

La preocupación por ellos, la curiosidad por averiguar las causas que los originan, así como el reto que representa el buscar soluciones adecuadas y aplicarlas teniendo bases sólidas y científicas son algunos de los motivos que me impulsaron a realizar la presente investigación.

El contenido de este trabajo es un estudio cuidadoso de la adquisición de los conceptos matemáticos de número y adición, con los que el niño pequeño inicia el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Espero que la lectura de este trabajo sea de gran utilidad para el lector y que pueda ayudarle a comprender a los pequeños que ven en las matemáticas un gran dilema.

INDICE

	Página
DICTAMEN	
DEDICATORIA	
PROLOGO	
I. INTRODUCCION	1
II. LA PSICOLOGIA DEL NIÑO; EVOLUCION E INTERESES	3
A. El Desarrollo Biopsicosocial del niño	3
1. Primera infancia (0 a 2 años)	
2. Segunda infancia (2 a 6 ó 7 años)	4
3. Tercera infancia (7 a 12 años)	8
4. La adolescencia (12 a 18 años)	9
B. La adquisición del pensamiento abstracto - en el niño que ingresa a la escuela.	11
III. CONCEPTOS BASICOS DE MATEMATICAS	13
A. Concepto de número	14
B. Evolución del sistema numérico	22
C. Sistema decimal	25
IV. LA COMPRENSION DEL NUMERO Y LA ADICION	28
A. La adición y su representación gráfica	28
1. Antecedentes	28
2. La adición	29
3. Representación gráfica de la adición	32
B. El desarrollo de la idea del número en el niño.	34

Página

C. La representación gráfica en Matemáticas 44

D. La composición aditiva del número y la adición. 49

1. Composición aditiva del número 49

2. La adición 51

E. El aspecto didáctico del número y la adición. 53

V. CONCLUSIONES 72

CITAS BIBLIOGRAFICAS

I. INTRODUCCION

El desenvolvimiento de las capacidades y habilidades del niño es uno de los objetivos que pretende lograr la educación. Para esto toma en cuenta todos los factores que influyen en dicho desarrollo. Uno de estos factores que es de gran importancia en la planeación de los contenidos de los programas de estudio es el aspecto psicobiológico del niño; puesto que estos contenidos deben adaptarse al desarrollo de los alumnos.

Es la psicología, la ciencia que auxilia a la educación y al maestro en el estudio de las capacidades cognoscitivas, afectivas y psicomotrices que presenta el niño en cada etapa de su vida. Esta información nos ayuda y facilita el buen desempeño del proceso enseñanza-aprendizaje, así como nos permite planear las secuencias didácticas que habremos de seguir en éste. Para que haya éxito en este proceso es condición básica tener un conocimiento exacto de dichos contenidos y de los procesos de asimilación y comprensión por los que atraviezan éstos para llegar hasta los alumnos.

El estudio de los temas que se presentan se basa principalmente en los trabajos realizados por Jean Piaget, así como por algunos de sus seguidores. Se ha investigado el aspecto psicológico y del desarrollo mental del niño, haciendo énfasis en la etapa en la que el pequeño ingresa a la escuela primaria.

En este trabajo se describe la forma cómo adquieren los niños

pequeños el concepto de número, cómo hacen uso de las representaciones gráficas de éstos, cómo llegan a comprender la adición numérica, haciéndose una breve descripción sobre los aspectos sobresalientes que presentan los pequeños en cada etapa del desarrollo. Además se presentan ciertas sugerencias y recomendaciones necesarias para hacer más accesible la enseñanza-aprendizaje de estos conceptos matemáticos.

La presente investigación pretende explicar el proceso de adquisición de los primeros conceptos básicos de matemáticas, como son la comprensión del número, su representación gráfica y la adición como operación numérica; y acabar con la creencia generalizada de que la dificultad que la mayoría de los niños muestra en el aprendizaje de estos conceptos es producto del carácter abstracto de las matemáticas y no de la forma en que se enseñan en las aulas. En esta dificultad influye también el desconocimiento que la mayoría de los maestros tenemos del desarrollo psicológico del niño y del proceso de construcción intrínseca de estos conceptos matemáticos.

II. LA PSICOLOGIA DEL NIÑO; EVOLUCION E INTERESES

A. El Desarrollo Biopsicosocial del niño

El niño se encuentra en un proceso de continuo desarrollo - que requiere de un estado de equilibrio. "El desarrollo mental es una construcción continua, comparable al levantamiento de un gran edificio que a cada elemento que se le añade se hace más sólido". (1)

El desarrollo mental se ve influenciado por múltiples factores los cuáles han determinado que, para su estudio, se haga una subdivisión en fases o estadios. Cada fase presenta características particulares que las distinguen unas de otras, pero también existen características constantes en ellas, que - nos muestran una forma particular de equilibrio.

Toda la vida mental se ve influenciada por el medio ambiente, el niño tiende a asimilar progresivamente a éste. La percepción y los movimientos elementales le dan primero acceso a -- los objetos próximos en su estado, luego utilizando la memoria y el pensamiento se puede reconstruir su estado inmediato anterior y anticipar sus próximas transformaciones.

1. Primera infancia (0 a 2 años)*

"En el momento del nacimiento la vida mental se reduce al --

*) Corresponde a lo que Piaget llama el recién nacido y el -- lactante.

ejercicio de aparatos reflejos", (2) destinados a satisfacer necesidades inmediatas y de conservación (la nutrición).

En este período aparece la inteligencia práctica o sensorio--motriz que se caracteriza por la manipulación de objetos. El niño logra moverse, alejándose o acercándose, a aquellos objetos que le agraden o desagraden. Esta inteligencia aparece - antes del lenguaje.

Todo lo que el niño percibe lo centra en su propia actividad o mejor dicho en sí mismo, esto es muestra de un egocentrismo inconsciente e integral.

Aparecen las primeras emociones como alegrías, miedos, pla- - cer, dolor, así como los sentimientos de éxito o fracaso.

Cabe hacer notar que "la afectividad y la inteligencia son, - pues, indisolubles y constituyen los dos aspectos complementarios de toda conducta humana". (3)

En general podemos decir que en este período el niño logra conquistar a través de la percepción y el movimiento todo el mundo práctico que le rodea.

2. Segunda infancia (2 a 6 ó 7 años)*

Marca su inicio con la operación del lenguaje, que trae consigo el desarrollo de las capacidades mentales relacionadas con

---

*) Corresponde a la primera infancia según Piaget.

él. En esta etapa el niño toma conciencia de la realidad exterior, constantemente va al encuentro de todo lo que le rodea.

Cuando el niño adquiere el lenguaje, su conducta sufre grandes cambios y modificaciones pues éste le proporcionará las herramientas esenciales para el desarrollo de las capacidades mentales.

Con el lenguaje el niño puede evocar las acciones pasadas y "anticipar sus acciones futuras mediante la representación verbal". (4) Acto que denota la interiorización de la palabra y la aprición del pensamiento intuitivo.

La inteligencia del niño se transforma de sensorio - motriz en el pensamiento intuitivo, influenciado por el lenguaje y la conducta social del niño.

Su pensamiento es caracterizado por una asimilación de realidades nuevas que el mismo niño descubre, esta actitud egocéntrica no es otra cosa que la incorporación que él hace a su Yo de dichas realidades que asimila gradualmente. Este pensamiento egocéntrico se muestra en el juego simbólico que hace el niño de esta edad, esto no es otra cosa que la imitación e imaginación que el niño tiene de la realidad que trata de asimilar e incorporarse. Asímismo otra forma en la que este pensamiento se muestra nuevamente es en el "animismo infantil que es la tendencia a concebir las cosas como vivas y dotadas de intenciones" (5) por esto mismo, en un principio él niño -

define las cosas como dotadas de vida, primero sólo aquellos objetos que ejercen una actividad, luego a aquellos que tienen movimiento y por último sólo a los que parecen moverse. Dicha actitud es el resultado de la asimilación que el niño hace de las cosas, a su propia actividad.

Otra actitud característica es que el niño afirma constantemente pero no demuestra o comprueba, no sabe definir los conceptos que emplea y define los objetos en base al uso de éstos ("es para" o "sirve para") esta actitud es consecuencia del pensamiento sensorial basado en la acción y manipulación.

En conclusión, si se quiere que el niño recuerde algo, es preferible mostrarle el objeto antes de darle el nombre, él recordará más aquello que observa, palpa y manipula que los nombres de los objetos, es más sensorial que abstracto. Asímismo la formulación de conceptos será mucho más fácil si el niño los concluye de ejemplos concretos, donde pueda manipular objetos reales, como en el caso del concepto de número.

El uso del lenguaje le permite un intercambio y comunicación entre las personas. Se adquiere primero por imitación de sonidos después asociando éstos con determinadas acciones y objetos.

Las conversaciones de los niños pequeños son muy rudimentarias y están ligadas a las acciones materiales, pero aún así le permiten establecer relaciones interindividuales con otros niños y con los adultos. El niño pequeño no sabe discutir en

tre sí, "no habla tan sólo a los demás, sino que se habla a - sí mismo mediante monólogos variados que acompañan sus juegos y su acción". (6)

En la vida afectiva del niño se observa el desarrollo de sentimientos interindividuales ligados éstos a su conducta social, ya sea con adultos como con otros niños. Estos sentimientos de simpatías y antipatías así como el respeto unilateral hacia los adultos se harán en una escala de autovaloración.

Se desarrolla su primer moral basada en la obediencia y en la cual el criterio del bien es la voluntad de los padres.

Durante esta etapa el niño muestra interés por objetos, colores, imágenes, ejercicios; dichos intereses regulan su acción y actividad orientando todo acto de asimilación mental, multiplicándose éstos con el pensamiento intuitivo. Además actúan como reguladores de su energía; cuando un trabajo le interesa sentirá que es fácil y su fatiga disminuirá y en la medida que respondan a sus necesidades, adquirirá valores para el niño, desarrollando sentimientos de autoestimación si son fuentes de su propia actividad. De los éxitos y fracasos que el niño experimente en su propia actividad empezará a formularse un juicio de sí mismo que tendrá grandes repercusiones en su vida futura.

Finalmente es en esta etapa de la vida en que el niño ingresa a la escuela y realizará los primeros aprendizajes formales, por lo tanto ésta deberá tomar en cuenta las características

afectivas, cognoscitivas y sociales del niño para lograr mejores resultados.

3. Tercera infancia (7 a 12 años)

El niño de siete años logra algunos progresos: concentración individual cuando trabaja solo, puesto que ya no confunde su punto de vista; colabora con sus compañeros, al fusionar su punto de vista con el de ellos; muestra un gran progreso en la socialización de su conducta, puesto que su egocentrismo se va desintegrando completamente al contacto con la realidad exterior; afirma y ofrece pruebas que defienden su afirmación, esto es un gran progreso en el desarrollo de su lenguaje.

En relación con su comportamiento o conducta colectiva el niño en esta etapa presenta enormes progresos en comparación con la anterior, el juego simbólico de aquella es sustituido por juegos organizados y reglamentados. Toma conciencia de dichas reglas, las sigue y está pendiente del éxito en esta competencia, además del reconocimiento por la victoria. El niño a partir de esta edad piensa antes de actuar, y comienza así a desarrollar una actitud de reflexión, esto se observa en su conducta: sus procederes adquieren un carácter lógico, su acción se vuelve más compleja, abandona sus deseos inmediatos por aquellos concretos y de utilidad posterior, y empieza a advertir relaciones, esto no es otra cosa que el inicio de la lógica misma.

Algunos otros progresos en el desarrollo del pensamiento del

niño en esta etapa son: transforma la asimilación egocéntrica de la realidad, por otra en la que estructura la realidad por la razón misma; su pensamiento deja de ser solamente intuitivo para dar paso al pensamiento lógico, el cual sólo se obtiene cuando el niño establece relaciones organizadas en conjunto y aparecen las operaciones mentales entre ellos; en el terreno afectivo se logra una mejor integración del yo y una mayor regulación de la vida afectiva. Este nuevo sentimiento moral que el niño adquiere se basa en el respeto mutuo que conduce a otras formas de sentimientos morales por lo que la amistad puede estar fundada en la estima, honradez, sentimientos de justicia y confianza.

4. La Adolescencia (12 a 18 años)

El adolescente tiene una nueva forma de pensamiento menos concreta, que se caracteriza por ideas generales y construcciones abstractas.

El pensamiento concreto, característica de la infancia, es sustituido por el formal, esto es, las operaciones lógicas son transferidas del plano de la manipulación concreta al plano de las ideas solamente y expresadas éstas mediante un lenguaje cualquiera, ya sea lenguaje de palabras o símbolos matemáticos.

En esta etapa el adolescente es capaz de sacar conclusiones sobre meras ideas y no tan sólo de la observación directa como anteriormente. Se ha dado llamar a este pensamiento

hipotético - deductivo. Ahora con su pensamiento ejecuta acciones posibles sobre objetos diversos y también es capaz de realizar éstas sin ellos, sólo remplazándolos con ideas que - los representan.

Esta forma de pensamiento presenta para el adolescente mayor trabajo, dificultad y esfuerzo mental que el pensamiento concreto.

Una clara característica de esta etapa es la libre reflexión espontánea del adolescente, este hecho se va asimilando gradualmente hasta que el pensamiento formal y la realidad se integran lográndose con esto el equilibrio mental del adolescente.

En el plano afectivo la adolescencia se caracteriza por la -- conquista de la personalidad y la introducción del adolescente a la vida de los adultos.

Un paso importante en la integración de la personalidad ocurre a partir del final de la infancia, cuando el adolescente reflexiona y organiza de manera autónoma las reglas y valores existentes hasta que su voluntad se afirma en la jerarquización moral. Así la personalidad es la sumisión del yo a una disciplina cualquiera. Esto supone la reflexión y el pensamiento formal que el adolescente posee el cual se prepara para insertarse en la vida de los adultos a través del pensa- - miento y de la imaginación. Reflexiona sobre la sociedad de los adultos y trata de introducirse a ella, pero haciéndole -

renovaciones, reformas de vida, aportaciones, etc. A esto se debe que el adolescente presente ciertas actitudes de desa- - cuerdo y desinterés con la sociedad, observándose en su com-- portamiento ciertas extravagancias o diferencias hacia las -- formas ya establecidas. Cuando en el adolescente estos sue-- ños desaparecen es cuando está definitivamente insertado en - el mundo de los adultos.

En el desarrollo mental se puede observar "la unidad profunda de los procesos que, desde la construcción del universo -- práctico, debido a la inteligencia sensorio - motriz del lactante, desembocan en la reconstrucción del mundo por el pensamiento hipotético - deductivo del adolescente, pasando por el conocimiento del universo concreto debido al sistema de las - operaciones de la segunda infancia". (7)

A través del desarrollo psíquico del niño se observa que la inteligencia y la afectividad han ido al par. La afectividad - es el resorte de toda acción y la inteligencia le procura los medios para dicha acción.

B. La adquisición del pensamiento abstracto en el niño que ingresa a la escuela.

Uno de los problemas que la enseñanza tiene que resolver, es la transición del plano concreto al abstracto. Cuando los niños realizan un experimento,algunos se quedan en el plano de la acción, describen y refieren ; en cambio hay otros que lo-- gran ubicarse en el plano de la abstracción, explicándolo a -

través de conceptos. "La palabra abstracción se deriva del latín abstractus (participio pasado de aps: lejos de, más trahere, sacar), y emplearemos este término para referirnos al proceso por el que vamos sacando de los elementos de nuestra experiencia, hechos, para ver que tienen en común. Implica movernos de lo real y actual a lo genérico, o sea, la formación de clases con atributos que las definan." (8)

Gracias a la abstracción, los conceptos del niño en el campo de las matemáticas podrán ser más claros para diferenciar los conceptos concretos de objetos por su naturaleza, función y proceso para llegar a ellos.

Los números expresan relaciones sencillas aunque siempre en abstracto y se pensará en ellos en relación con una situación concreta.

La escuela trata de utilizar la inteligencia del niño de una manera teórica. Puede comenzar con lo más sencillo, poniéndolo sobre el plano de lo concreto o también puede iniciar al alumno en el dominio de la inteligencia conceptual: enseñanza abstracta.

Al tomar lo concreto como punto de partida, se tendrá en cuenta que permitirá lograr mejor la explicación mediante conceptos y tendrá mucho más valor en cuanto que se ayudará al niño a la adquisición del pensamiento abstracto.

III. CONCEPTOS BASICOS DE MATEMATICAS

La matemática es una ciencia que posee características muy -- particulares que la hacen diferenciarse fácilmente de las demás ciencias. Por ejemplo, los conocimientos matemáticos son abstractos, precisos, responden a un rigor lógico que avala su veracidad, están estrechamente relacionados, constituyen un - lenguaje, etc.

El hecho que la matemática trabaje con abstracciones no la aleja del mundo real, por que éstas fueron tomadas o abstraídas de objetos concretos. Diariamente utilizamos números, hace-- mos sumas, multiplicaciones, mediciones, etc. donde utilizamos conceptos abstractos (sin importarnos los objetos reales y concretos a los que se refieran), éstos se apoyan y relacionan unos con otros logrando un grado de abstracción mayor.

Finalmente un rasgo que distingue a la matemática es su gran aplicabilidad no sólo en la vida diaria sino también en la -- ciencia y tecnología moderna. Realmente es difícil encontrar una actividad humana en donde no se apliquen conocimientos matemáticos, desde contar objetos, dinero, gastos, medir distancias, etc.; hasta cálculos y modelos más complicados que se - utilizan en Física, Astronomía, Ingeniería. Las Ciencias Naturales como las Ciencias Sociales utilizan conocimientos matemáticos (estadísticas) en la recopilación e interpretación de información para futuras inferencias y conclusiones.

Además de su aplicación práctica, el estudio de la matemática

posee cualidades formativas, puesto que ayuda al desarrollo - intelectual del ser humano, favoreciendo el desenvolvimiento de capacidades tales como: razonar en forma eficaz, abstraer, generalizar y sistematizar. De este modo, el niño encontrará en la matemática una herramienta útil para entender su mundo y ayudará a transformarlo en beneficio propio.

Los alumnos al iniciar el nivel primario se ven involucrados en el estudio de la matemática, en particular la aritmética, deben de aprender, en forma intuitiva, el concepto del núme-- ro, así como el dominio sobre el manejo de los numerales, de ahí que siendo el concepto de número uno de los más elementa- les de esta ciencia parece importarle analizarlo y examinarlo en forma clara y precisa.

A. Concepto de número

El concepto de número que manejamos con tanta familiaridad ha tenido un proceso de formación muy lento, se extiende desde - los inicios de la civilización misma.

Los pueblos primitivos no tenían la noción de número, sin em- bargo, podían claramente juzgar sobre el tamaño de uno u otra colección de objetos; a semejanza de los niños que no pueden distinguir en un grupo o colección, cuántos objetos hay en - él, pero pueden afirmar sin dificultad que tienen "muchos" o "pocos". Las colecciones eran percibidas por nuestros anses- tros como totalidades globales, cuya propiedad numérica era - inseparable de las mismas. "Los números eran directamente --

percibidos por ellos como una propiedad inseparable de una colección de objetos, una propiedad que ellos, sin embargo, no podían claramente distinguir". (9)

Posterior a esto comienza a aparecer el número, unido a la colección de objetos, mas todavía no como concepto abstracto. Esto explica el porqué en algunas culturas se le dio el nombre a algunos números de: "mano" para el cinco, "hombre" para el veinte, etc. El carácter abstracto del número no aparece aún, sino que los números eran percibidos y comparados directamente con las colecciones de objetos.

Después de esta etapa se inicia una más avanzada en donde se hacen comparaciones entre las colecciones de objetos para establecer cuáles tienen la misma cantidad o tantos como, sin necesidad de utilizar números, todas las colecciones que tienen tantos elementos como las que sirven de modelo, forma lo que hoy llamamos clase.

Finalmente después de hacer tantas comparaciones equiparando un objeto de una colección con otro de otra colección, es decir, estableciendo correspondencia uno a otro o biunívoca formando clases y abstrayendo el rasgo común de ellas, se llega al concepto abstracto de número y a establecer la relación entre los mismos.

De esta manera el número aparece como una propiedad abstraída de la colección de objetos, sin considerar la naturaleza de éstos, es decir, al considerar dicha propiedad en sí misma co

mo tal. Así el concepto abstracto de un número cualquiera -- (conceptos de "siete" o "nueve") es la propiedad común a to-- dos los conjuntos (clase) que pueden ponerse en correspondencia biunívoca, sin importar la distribución espacial y la naturaleza concreta de los objetos, así como el orden en que se cuentan los elementos de estos conjuntos. Los números no aparecen independientes o ajenos unos de otros, sino relaciona-- dos entre sí, esto es claramente observada en la serie numérica.

Para formular el concepto de número hubo que pasar un largo - período de tiempo en el que la humanidad fue estableciendo -- los fundamentos básicos que conforman dicho concepto. Así -- dentro del concepto de número distinguimos que aparece necesariamente y con anterioridad la noción o idea de la conserva-- ción de la cantidad en cada conjunto o clase de conjunto.

A ella se llega estableciendo la correspondencia uno a uno o biunívoca que fuciona dos operaciones lógicas del pensamiento que son básicas en el número: la clasificación y la seria- - ción.

Clasificar es una operación que realiza nuestro pensamiento ya sea en forma concreta o interiorizada. Clasificamos objetos como libros, sillas, flores, manzanas, autos, etc., tomando - en cuenta algunas o todas las cualidades que los hacen parecidos o diferentes y de acuerdo al criterio de clasificación -- que se siga. Por ejemplo, al clasificar autos según la marca

de cada uno de ellos, irán en un grupo los que son de la misma marca y separados aquéllos que no lo sean. En este caso - estamos clasificando, tomando en cuenta una cualidad del objeto "tener o no" la misma marca. Pero la clasificación en el concepto de número deja de tomar en cuenta las cualidades particulares de cada elemento de un conjunto, para centrarse en el conjunto mismo y su propiedad numérica que lo asemeja o -- diferencia de otros conjuntos.

Cuando se piensa en un número cualquiera, digamos "siete", -- denotamos en forma interiorizada una o todas las colecciones de objetos que tienen una semejanza en el sentido de tener la misma cantidad de objetos. Sin importar la naturaleza de estos o la distribución espacial de los mismos. Esto último se refiere a que estas colecciones conservan siempre un "total", aún después de ser distribuidas de diferente manera, por que todo manipuleo que se haga con ellas podrá ser reversible y - es posible volver a llegar al total original. Al clasificar un conjunto que tiene una propiedad numérica determinada, observamos que dentro de la clasificación misma se observa una relación más, que es pertenencia. Así un conjunto que tiene "ocho" elementos pertenece a la clase formada por todos los conjuntos que tengan esta misma propiedad numérica y no pertenece a aquella clase que no la tiene. Esto dicho de otra manera significaría que aquellos conjuntos en los que hay correspondencia término a término pertenecerán a una misma clase y poseerán la misma propiedad numérica, serán diferentes de -

aquéllos que no puedan ponerse en correspondencia biunívoca y que por lo tanto no tengan la misma propiedad numérica.

No sólo la pertenencia aparece en la clasificación, sino también la relación de inclusión, dado que al establecer o determinar semejanzas entre conjuntos tomando en cuenta la cantidad de elementos que estos poseen, no estamos tratando clases separadas o aislados, sino que guardan una relación entre ellas, donde una clase dada contiene o incluye a otras clases y a su vez es contenida en otras. Así la clase que posee la propiedad numérica "cinco" contiene o incluye a la clase formada -- por todos los conjuntos que tienen "cuatro", "tres", "dos", - etc.

Con lo anterior tenemos que insistir que la clasificación y las relaciones que ella supone se realizan en forma interiorizada, muchas de las veces, es decir que los realiza nuestra mente sin necesidad de tener los objetos junto a nosotros ni poder manipularlos y en algunos de los casos puede ser visible y concreta. El logro de ella nos facilitará el camino para llegar al concepto de número. Seriar es ordenar las diferencias entre elementos dados. En el número no seriamos los elementos particulares sino los conjuntos o mejor dicho las clases de conjuntos, tomando en cuenta la diferencia cuantitativa que hay entre ellas, de acuerdo a la propiedad numérica que poseen.

Así la clase formada por todos los conjuntos que tengan la --

propiedad numérica "uno", serán sucedidos por la clase con -- propiedad numérica "dos", "tres", "cuatro", etc. Ordenamos - la diferencia que hay entre ellas que es +1 ó -1 si invertimos el orden. De esta manera formamos la serie numérica, - ordenando las diferencias cuantitativas entre las clases to-- mando un conjunto de la clase como representante de la misma.

Teniendo esta serie podemos comparar dos cantidades dadas y - deducir la relación que existe de una tercera con éstas (transitividad). Si una clase con una propiedad numérica determinada incluye a otra y si ésta a su vez contiene a una clase - anterior; entonces ésta última quedará contenida en la primera de ellas.

De igual manera si formamos la serie en forma creciente (+1) y establecemos una relación entre dos clases, ésta se invertirá si ordenamos la serie en forma decreciente (-1). Esto es si una clase está contenida en otra, al invertir el orden de la serie numérica esta última incluirá a la primera (reciprocidad).

Concluyendo podemos afirmar que en el concepto de número es - básico la fusión de éstas dos operaciones del pensamiento, -- puesto que nos permitirán establecer la conservación de la -- cantidad y por ende llegar al concepto abstracto de número.

Además en la formación del concepto de número observamos tres etapas claramente definidas: en la primera la propiedad se define y aparece directamente comparada con los objetos, luego

aparece una palabra para nombrar esta propiedad, sin dejar de comparar con los objetos, y por último se abstrae la propiedad y aparece como tal. Ejemplo: tengo tantos objetos como dedos en mis manos, tengo diez objetos y hablo del número abstracto "diez".

A través del tiempo y desde la antigüedad el hombre, ha deseado dejar testimonio de sus conocimientos a las generaciones venideras, también ha tratado de expresar sus ideas y conceptos con mayor claridad, para esto ha hecho uso de representaciones gráficas.

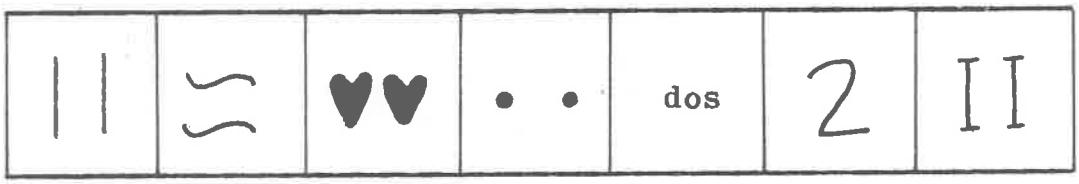
No sabemos con claridad cuándo el hombre empezó a utilizar la escritura, pero si estamos seguros que fue mucho tiempo después de haber usado las palabras en forma verbal, para comunicarse con sus semejantes.

De la misma manera, cuando los hombres adquirieron el concepto de número como entidades abstractas capaces de generalizarse y aplicarse a cualquier colección de objetos, tardaron mucho tiempo en aprender a utilizar signos para representar a los números. Por ejemplo, a usar el numeral "6" en lugar de la palabra "seis". El numeral es la representación gráfica del concepto de número, pero como es obvio, no guarda una semejanza visual con el concepto que representa, siendo necesario que para interpretar el significado de ésta las personas tengan que conocer la convención que existe en la comunidad sobre el uso de esta representación. Una representación gráfi

ca está formada por dos términos: significado y significante. El primero se refiere a la idea que el hombre ha elaborado -- mentalmente sobre un objeto de la realidad y existe en él, independientemente de la forma en que la represente, el segundo es la forma en que el sujeto puede expresar en forma gráfica dicha idea. Es frecuente que confundamos el número con el numeral, que es un símbolo para representar a áquel.

Los símbolos numéricos son representaciones gráficas adaptadas arbitraria y convencionalmente para representar a los números. Son arbitrarios puesto que no guardan semejanza con - el concepto que representan pudiendo haber sido tomado cualquier grafismo para representarlo. Son convencionales ya que en la comunidad donde se utilizan existe un entendimiento tácito del significado de esta representación.

Desde tiempos muy antiguos y en diferentes culturas han existido diferentes representaciones gráficas para un mismo concepto, ejemplo:



La representación es diferente, el concepto es el mismo. Es importante recalcar que no debemos confundir los números con sus representaciones o sea el numeral.

B. Evolución del sistema numérico

En un principio el hombre primitivo tomó conciencia numérica basado en ciertas experiencias de la vida diaria que se le -- presentaron, donde su propia necesidad lo obliga a prestar -- atención a ciertos hechos relativos a sucesiones, orden y donde la cantidad es importante. Por ejemplo, el día, la noche, las fases de la luna, las épocas de lluvia o sequía, la época de cosecha, reproducción de ciertos animales, etc. Esto también lo lleva a la necesidad de registrar estos hechos, haciendo muescas o marcas en rocas y árboles, acomodando piedras, - amarrando nudos en hilera, etc., con la finalidad de predecir dichos cambios que eran muy importantes para su existencia.

Estas muescas en los árboles o palos así como las marcas en - rocas, puede considerarse como el primer sistema de numeración, donde cada una de ellas, representaba al número uno, este conjunto de marcas sólo sirvieron para llevar la cuenta, para la cual no había necesidad de los números. Después de algún - - tiempo los individuos tomaron "ciertos agrupamientos natura-- les que, debido a la constancia de su tamaño, vienen a ser -- usados como grupos modelos con base en los cuales pueden constituirse otros grupos". (10) Así simplemente comparaban los objetos que reunían con los agrupamientos "modelos" (dos alas, un animal de cuatro patas, cinco dedos de mi mano, etc.) y -- usaban el nombre de éstos para determinar el tamaño de dichas colecciones. Todo se hacía sin necesidad de contar, pues sólo se establecía una igualación entre las colecciones dadas,

sin embargo lo anterior los llevó a tomar conciencia de grupo y a establecer diferencias en los tamaños de los mismos. Es importante señalar que sus grupos eran pequeños. Cada marca significaba "uno", pero el concepto de número como entidad -- abstracta no había aflorado al pensamiento de la persona que hacía las marcas y los podían fácilmente comparar ayudándose de los dedos de sus manos.

Con el desarrollo de sociedades organizadas y el surgimiento del Estado, vino la necesidad de medir y asignar una cantidad a colecciones mucho más grandes, además de hacerlo con mayor precisión. Las formas utilizadas hasta ese entonces no fue-- ron ya adecuadas, surge de esta manera la idea de contar, así como también fue necesario desarrollar un lenguaje de pala- - bras y símbolos numéricos.

Como dijimos en un principio las primeras operaciones de cuentas eran utilizadas simplemente para determinar diferencias - numéricas entre los agrupamientos, transfiriéndolas a otros - agrupamientos, constancia de esto es por ejemplo, los nom- - bres de los números, en los Aztecas que significaban literalmente una piedra, dos piedras, tres piedras, etc., lo que nos lleva a concluir que los números no eran aún concebidos como entidades abstractas, sino que no abandonaban todavía la etapa concreta del pensamiento del hombre.

Poco a poco y partiendo de los métodos primitivos de contar - fue desarrollándose la idea de orden, básica en cualquier sis

115386

tema de numeración. Así existen testimonio de pueblos primitivos que contaban usando primero los dedos de la mano izquieda, después los de la mano derecha, para continuar luego con los dedos de los pies.

En la medida que el hombre tuvo que contar cantidades mayores se desarrolló la idea de agrupamiento, que le facilitó en gran medida la comprensión y cuenta de sus marcas. Por ejemplo 𝍸 𝍸 𝍸 , estableciendo ciertas reglas para hacer los agrupamientos, pero como sólo utilizaban un símbolo tenían dificultad en interpretarlas, entonces vio la necesidad de usar distintos símbolos para representar grupos de diferentes cantidades. Así mismo los agrupamientos los fue haciendo de cierta cantidad*, sugerida ésta, tal vez, por objetos físicos comunes, tales como: la mano, calendarios del tiempo, la costumbre de usar los dedos para contar, etc. Surgiendo sistemas con base dos, cinco, diez, veinte. Ejemplo de esto son los antiguos sistemas de numeración como el sistema maya cuyos agrupamientos o base era el número veinte; y los egipcios, romanos y babilónicos que usaban la base diez, aunque con ciertas irregularidades, estos entre los más conocidos. Así y a través de un largo proceso de perfeccionamiento llegaron a conformar un sistema de numeración que posee conceptos básicos como el orden, la idea de agrupamiento, así como un conjunto de símbolos y reglas precisas para combinar a estos símbolos, y construir, de esta manera, numerales para

*) El numero empleado para formar los agrupamientos recibe el nombre de raíz o base del sistema.

los números que se quieren representar.

C. Sistema decimal

Como ya ha sido expuesto, desde tiempos muy antiguos, apare-- cieron en los pueblos, sistemas de numeración muy diversos y diferentes al que utilizamos actualmente. Diferencias que se observan no sólo en los símbolos que utilizaban para representar a los números, sino también en las reglas o principios -- que usaban para la formación de los numerales. Tales son los casos del sistema de numeración usado por los egipcios, romanos, chinos, mayas, etc.

Al darse cuenta que sería difícil por no decir imposible, - - asignarle un símbolo a cada número natural, fue necesario -- hallar un procedimiento para representar a los números, utilizando solamente una cantidad finita de símbolos; aparece así nuesto método de formar los numerales (sistema indoarábigo), que fue traído de la India a Europa por los árabes en el si-- glo X de donde se difundió ampliamente a todo el mundo y son en la actualidad de uso universal.

La primera característica de nuestro sistema decimal, es precisamente eso, que es decimal lo que significa que los agrupamientos de las unidades se hacen de diez, es decir, su base - es diez. Es muy probable que ésta haya sido escogida por la costumbre de hacer uso práctico de los dedos de ambas manos - para contar. Sin embargo esta característica no es determi-- nante, puesto que se podía haber tomado cualquier otro número

como base. Otra particularidad de nuestro sistema para re- - presentar números es que se basa en el principio de notación posicional (del valor relativo) donde cada símbolo tiene dos valores, uno intrínsico o absoluto y otro que toma de acuer-- do a la posición donde se le ubique. Obsérvese el siguiente cuadro donde se representa en forma desarrollada el número -- dos mil ochocientos cuarenta y siete.

$$2,847 = 2,000 + 800 + 40 + 7$$

VALOR POSICIONAL

mil	cien	diez	unidades
2	8	4	7
posición 3	posición 2	posición 1	posición 0

$$2 \times 1,000 + 8 \times 100 + 4 \times 10 + 7x1 = 2,847$$

Nótese por ejemplo que el símbolo "2" posee dos valores: el - valor absoluto de número "dos" y un valor relativo, como en - el cuadro, donde representa al número "dos mil".

En el sistema indoarábigo también se utiliza el principio aditivo que complementa al posicional y permite la formación y - comprensión exacta de un numeral. Además que facilita la lectura de los mismos puesto que el numeral representa la suma - de los productos de cada posición o la suma de los valores --

relativos de cada dígito. Se observa en el cuadro que cada posición posee un valor que es diez veces mayor que el valor de la posición anterior inmediata ubicada a la derecha, el -- valor de cada posición no varía, es siempre el mismo, independientemente del dígito que la ocupe. Así mismo en un sistema de numeración posicional como éste es necesario contar con un símbolo para representar la carencia de unidades en una cierta posición, de esta manera aparece el número "cero".

Si el cero no fuera utilizado quedaría alterado el orden de - las cifras restantes y por ende el numeral empleado formado - con ellas no representaría el número deseado. Ejemplo: el -- número seiscientos diez y el sesenta y uno se representarían en ausencia del cero, con el mismo numeral: 61.

La inclusión del "cero" favoreció la formación de un sistema completamente posicional como el nuestro; De base diez, po-- sicional y aditivo, que utiliza un conjunto de símbolos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 llamados dígitos, que nos permite formar los numerales para representar cualquier número.

IV. LA COMPRENSION DE NUMERO Y LA ADICION

A. La adición y su representación gráfica

1. Antecedentes

Desde tiempos muy antiguos y después de numerosas situaciones reales con objetos concretos, realizadas por experiencia práctica de muchas generaciones, el hombre no sólo pudo llegar al concepto de número, (*) sino también descubrió las relaciones existentes entre ellos.

De esta manera aprendió no sólo a ordenar los números, a compararlos, sino también a realizar operaciones con ellos, éstas no fueron sino reflejo de las relaciones existentes entre los objetos concretos.

Así como el hombre llega al concepto de número partiendo de las colecciones de objetos concretos, abstrayendo la propiedad numérica de estos, es así también como llega a establecer las operaciones entre los números. "Toda operación aritmética determina una conexión entre números". (11)

Todos los manipuleos que el hombre hacía con los objetos de una colección fueron generalizados y abstraídos convirtiéndose en propiedades cuantitativas, formulándose de esta manera las operaciones con números. "La operación con números es la

*) Hacemos referencia a números naturales. N= 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

imagen simbólica de la operación real con magnitudes, y al -- mismo tiempo es un sustituto cómodo y a menudo indispensa- - ble". (12)

Con el uso de símbolos matemáticos las operaciones entre núme ros facilitaron el cálculo del resultado de cualquier manipu- leo que se hiciera con los objetos reales, además permitieron traducir situaciones concretas a expresiones simbólicas lo- - grando un proceso rápido y cómodo, sobre todo cuando se trata ba de colecciones con gran cantidad de objetos.

2. La adición

Al igual que toda operación con números la adición aparece co mo reflejo de las relaciones entre colecciones de objetos.

El proceso histórico a través del cual el hombre va tomando - conciencia de estas relaciones (operaciones) es largo y len-- to. Proceso que se apresura con la invención de los símbolos matemáticos. En la formación de los conceptos matemáticos el hombre llega primero al concepto de número, posteriormente -- toma conciencia de las relaciones existentes entre los mismos y finalmente efectúa en forma abstracta operaciones con ellos.

Sin lugar a dudas son muchas las situaciones de la vida dia-- ria que nos sugieren o dan idea de adición: reunimos objetos o colecciones de objetos, los juntamos, agregamos, completa-- mos, ganamos, adquirimos, recibimos...; etc. todas estas si-- tuaciones reales son susceptibles de calcular el resultado --

después de efectuada la acción, lo cual puede lograrse si - - realizamos la adición de los números que representan la cardinalidad (*) de las colecciones de objetos que se manipulan.

Todos los vocablos arriba mencionados nos expresan acciones - realizables con objetos o colecciones de objetos; todos ellos significan o dan idea de "reunir" para obtener al final un -- "total". De otra manera la operación física o manual de colocar juntos o reunidos algunos objetos es denotada claramente en la operación de adición.

Por ser la adición una operación, reflejo abstracto de muchas situaciones concretas reales y prácticas, se capta en forma - clara e intuitiva, definiéndose generalmente como la unión de dos o más colecciones o conjuntos ajenos. **

Es importante aclarar que los hombres desde mucho tiempo - - atrás hacían en forma práctica reuniones de objetos, pero fue hasta después que aparecieron los símbolos y signos matemáticos que empezaron a adicionar con números. Y no sólo llegaron a eso, sino que experimentalmente establecieron el concepto - de adición, además que también observaron en ella ciertas reglas que posteriormente se fueron generalizando y adquirieron el carácter de leyes o propiedades de la adición.

Describiremos en forma breve y concisa algunas de ellas, cabe aclarar que estas propiedades fueron establecidas abstracta--

---

* Cardinalidad: propiedad numérica que poseen las colecciones de objetos, se denota con # ó n.

** Ajenos: aquellos conjuntos que no poseen elementos en común.

mente mucho tiempo después.

Al reunir y colocar juntas algunas colecciones de objetos, observaron que no importaba el orden en que éstos se reunieran, al final de la acción, el total que se obtenía al final no se alteraba (propiedad conmutativa de la adición), de igual manera si adicionamos 2 + 3 = 5 ó 3 + 2 = 5; la suma* en ambos casos era la misma. De igual manera cuando se tenían más de -- dos colecciones, éstas se podían reducir reuniendo algunas de ellas, obteniendo una nueva colección que se reuniría con la (s) restante (s), constatando a la adición como una operación binaria, utilizando números podríamos expresarlo así: - - - (3 + 4) + 2 = 7 + 2 = 9 ó 3 + (4 + 2) = 3 + 6 = 9 (propiedad asociativa de la adición).

Observaron también que si se tenía una colección de objetos y a ésta no se le agregaba o reunía con otra colección, la cantidad o cardinalidad se conservaba igual, no variaba. Con la aparición del cero, que significa la ausencia de unidades, se le ha dado a llamarlo elemento neutro de la adición, puesto - que al sumarlo con cualquier número no lo modifica (propiedad del elemento neutro de la adición).

Finalmente llegaron a concluir que si se tenía una colección que se reunía con otra colección se obtendría una nueva colección que debía tener más o igual número de objetos que - -

*) En una adición los números que se adicionan reciben el nombre de "sumandos" y al resultado se le llama "suma" o "total".

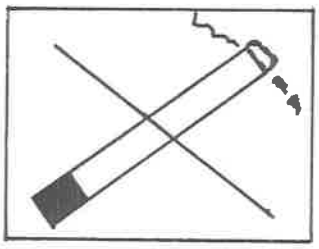
las respectivas colecciones anteriores.
Cabe hacer mención que hemos explicado algunas de las propiedades de la adición siguiendo cierto orden, pero que esto no necesariamente marca el tiempo y el orden en que fueron apareciendo, ni tampoco en el que el hombre fue tomando conciencia de ellas.

3. Representación gráfica de la adición

Hemos visto como la adición con números es la traducción de la operación realizada con objetos o colecciones de objetos. En un principio el hombre no tomó conciencia de esta operación numérica, practicaba la reunión de objetos pero no tenía una representación simbólica gráfica para ésta. Posteriormente y al aparecer los símbolos matemáticos, según parece al mismo tiempo que la escritura, se inicia el desarrollo de las representaciones simbólicas no sólo de los números sino también de las operaciones que se realizaban con ellos.

Transcurrió mucho tiempo antes de que esto sucediera y fue producto de las necesidades de la vida diaria que se le iban complicando cada vez más al hombre, ya no era suficiente expresar en forma gráfica la cantidad de objetos que poseía una colección, también había que realizar operaciones con ellos y transmitir su resultado a otros. De esta manera surgen los signos matemáticos que ahora utilizamos con tanta frecuencia y, en este caso en especial, el de la adición: "+".
Es importante señalar que un signo matemático no posee una ima

gen inmediata en nuestra mente, es más bien una representa- - ción gráfica arbitraria y convencional, la cual debe ser perfectamente entendible para que tenga una significación en - - nuestro pensamiento. Por ejemplo: si uno observa la siguiente representación:



inmediatamente lo asocia con un significado, puesto que la -- misma representación nos da información sobre éste, en cam- - bio, si una persona sin ningún conocimiento de matemáticas observa el signo de "+", nada de lo que observe le dará idea de adición.

La aparición de los signos matemáticos facilitó grandemente - el cálculo del resultado de las operaciones, puesto que permitió que parte del razonamiento se hiciera en forma mecánica - debido a que se establecieron reglas generales para la adi- - ción y las otras operaciones numéricas.

Volviendo al signo que representa al concepto de adición "+", es importante señalar que dado su convencionalismo y arbitrariedad pudo haber sido utilizada cualquier representación gráfica para la adición, pero el concepto mismo no variaría en - su significación.

En general, podemos decir, que la representación gráfica de la adición "+", no guarda relación visual e inmediata con su significado, pero ha servido para facilitar el cálculo de los resultados de esta operación numérica; pero sólo para aquellas personas que conozcan su significado tendrá sentido, en caso contrario sólo será un grafismo carente de él.

B. El desarrollo de la idea del número en el niño

Hasta aquí hemos tratado el aspecto histórico y matemático del número, pero este trabajo estaría incompleto si no trataramos de explicar qué es el número para nuestros niños pequeños, cómo se forma en ellos esta idea, cómo llegan a manejarlos con tanta familiaridad, así como también su simbolismo y operaciones.

Todos manejamos con tanta frecuencia el número que pensamos que es una idea innata que se encuentra presente implícitamente en nuestra mente, pero por lo contrario la idea de número aparece sólo después que existen en nuestro pensamiento condiciones indispensables que presuponen cierto desarrollo del pensamiento lógico, dichas condiciones son favorecidas por actividades sensoriomotriz y preoperatorias.

El número es una propiedad abstraída de la colección de objetos, la cual se encuentra ordenada y forma parte de una serie. Dicha propiedad denota la cantidad de elementos que posee la colección. El número cinco, por ejemplo, es una propiedad que tienen todos los conjuntos que poseen cinco elemen

tos, el número es por lo tanto una clase seriada.

Dos aspectos íntimamente ligados aparecen en el número: el -- primero se refiere a la propiedad que tiene un conjunto en -- cuanto a la totalidad de sus elementos (aspecto cardinal), el segundo se refiere a las diferencias que existen en estas propiedades y que permite ordenar esas diferencias en forma creciente o decreciente, así que cada número tendrá un lugar en este orden o serie y será mayor o menor que otros (aspecto -- ordinal).

La naturaleza psicológica del número ha sido objeto de diversos estudios e investigaciones, entre las más importantes las de Piaget, que han podido determinar que el desarrollo de la idea de número presupone el desarrollo del pensamiento lógico, así mismo establece cuáles son las condiciones necesarias para que el concepto de número pueda arribar al pensamiento - del niño. Estas condiciones (operaciones lógicas) son: clasificación, seriación y conservación de la cantidad, se desa- - rrollan continua y simultáneamente en tres estadios o etapas.

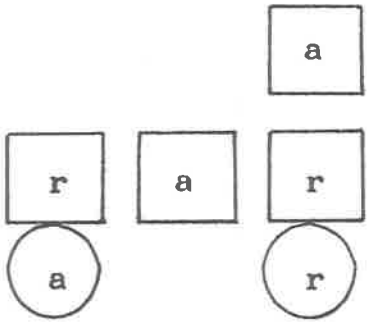
La primera de ellas se da alrededor de los 4 a 5 años, donde la percepción domina la mente del niño y las operaciones lógicas aún no están desarrolladas, en la segunda etapa, de los - 5 1/2 a 6 1/2 años, se inicia el desarrollo de las operaciones lógicas, pero aún es incierto y depende de la percepción, el niño no logra solucionar el conflicto que se suscita en su mente, entre lo que percibe y lo que piensa. Finalmente, en la última etapa, las operaciones lógicas triunfan sobre la --

percepción, se establecen y se coordinan relaciones por adelantado, reversibles y libres de la mera percepción. Describiremos más ampliamente estas etapas, enunciando algunas características importantes que se presentan en ellas.

Clasificación: el número en su aspecto cardinal denota la propiedad que poseen la (s) colección (es) de objeto (clases) -- respecto de su totalidad de elementos y que las hace semejantes en ese sentido; así por ejemplo, reunimos todas las colecciones que tienen cinco elementos y las separamos de las que tienen ocho, siete, nueve, etc. De esta manera clasificamos las colecciones, agrupando aquellas que tienen la misma propiedad numérica y las diferenciamos de aquellas que no la tienen. Pero, ¿cómo logra el niño hacer esta clasificación, condición indispensable para la construcción de la noción de número?. Con anterioridad se explicó que se presentan tres estadios o etapas preparatorios, continuos uno de otro, que culminan con la consolidación de la clasificación en el pensamiento del niño. Las edades dadas con anterioridad son válidas para la clasificación pero sin olvidar que no son determinantes y sí susceptibles de variación, de acuerdo a las circunstancias.

El niño de la primera etapa clasifica tomando en cuenta las semejanzas entre los elementos uno por uno. Toma un elemento luego otro que se le parezca en algún sentido (color, forma, tamaño; etc.), después toma otro que se le parezca al anterior y así sucesivamente. Se olvida del conjunto y sólo cla-

sifica elemento por elemento. Algunas veces clasifica según su conveniencia para tratar de formar figuras que representan objetos de la realidad. Ejemplo:



r rojo

a azul

A este tipo de clasificación se le llama figural, nótese que no toma en cuenta diferencias sino sólo semejanzas.

En la etapa II deja la clasificación figural y empieza a tomar en cuenta las diferencias entre los objetos. Clasifica tomando en cuenta la máxima semejanza, no de elemento en elemento sino de conjunto, formando subcolecciones, aunque todavía es incapaz de incluir la subcolección en la colección mayor.

Al clasificar canicas de diferentes colores (rojo, amarillo, azul) forma subcolecciones: canicas rojas, canicas amarillas y canicas azules. La pertenencia o no pertenencia de un elemento se ve denotada por el criterio clasificador y no por la proximidad espacial, aún así no considera que cada parte de la colección inicial está incluida en ésta. Es como si al --

considerar mentalmente una subcolección le atribuyese reali-- dad, de tal manera que cuando se le pide también considerar - la colección inicial sea incapaz de hacerlo.

Finalmente, en la III etapa, arriba a un período donde realiza clasificaciones determinando de antemano los criterios clasificatorios que seguirá. Puede realizar clasificaciones sin hacerlas en forma efectiva sino interiorizada, ahora es capaz de entender la relación parte - todo, la relación de pertenencia e inclusión se hallan presentes en la mente del niño, lo que le permite tomar diversos criterios clasificatorios. Dentro de la clasificación podemos apreciar dos aspectos: el - - cualitativo, puesto que toma en cuenta semejanzas y diferen-- cias formando clases; el cuantitativo en cuanto a la relación de pertenencia e inclusión básicas en la clasificación.

De esta manera el niño será capaz de comprender que el número siete, se refiere a las colecciones de objetos que son seme-- jantes en algún sentido, es decir, en cuanto a su propiedad - numérica y cuyos elementos pueden ubicarse uno por uno, hasta alcanzar un total de siete. Así mismo tendrá en cuenta que - en el número siete están incluídos el seis, cinco, cuatro,...

Seriación: para realizar la correspondencia numérica es necesario el orden, éste puede ser simplemente una enumeración de elementos semejantes o diferentes en algún sentido y designarlos de acuerdo al lugar que ocupa en esa enumeración. Es necesario proceder con orden al hacer la correspondencia para -

no olvidar ningún elemento, al no hacer corresponder un ele-- mento más de una vez.

El niño llega a comprender esta idea cuando es capaz de entender que un elemento cualquiera de la serie, puede ser mayor - que el anterior y menor que el siguiente, están presentes en su mente la transitividad y reciprocidad.

El aspecto ordinal del número queda comprendido aquí y se fusiona con la clasificación en la correspondencia numérica, así si un objeto es el quinto en una serie, significa que existe un - grupo de cuatro elementos que lo anteceden, si comparamos su totalidad cardinal con un conjunto de cuatro tendrá un elemento de más que éste y un elemento de menos si lo comparamos -- con un conjunto de seis.

En la primera etapa de la seriación el niño es capaz de hacer una tosca distinción entre elementos de una colección, pero - comparando un elemento, ignorando los restantes. Elabora pequeñas series separadas; en un principio "grande", "chico" -- son los criterios que considera; posterior a esto forma tríos incluyendo a las series anteriores un elemento considerado como "mediano" en relación con los anteriores.

A los 4 ó 5 años es capaz de ordenar y formar series pequeñas tomando todos los elementos de la seriación, comparando un -- elemento con otro en forma efectiva procurando seguir una línea de comparación en forma de escalera. Aún no establece la transitividad entre los elementos de la serie, esto es "más -

grande que" o "menos grande que" simultáneamente.

En la segunda etapa la seriación se efectúa por ensayo y - - error, sin comprender las relaciones que se establecen entre los elementos. La comparación de un elemento con otro es - - efectiva y sólo la hace el niño en un sentido; de esta mane-- ra, un elemento es "mayor" o "menor" pero no ambos. Después de formar la serie es incapaz de intercalar un elemento extra en ella, puesto que no toma en cuenta la reciprocidad (mayor y menor a la vez); para resolver este problema el niño sugie- re volver a ordenar nuevamente la serie.

En la última etapa, seriación operatoria, los niños logran -- seriar sin dificultad, anticipando lo que van y deben hacer, intercalando correctamente los elementos considerándolos como "más pequeños" y "más grandes" a la vez (reciprocidad). Son capaces de afirmar cuántos elementos le preceden a un elemento dado, que lugar ocupa en la serie y determinar cuántos elemen-- tos le siguen para terminar con el total de elementos.

La seriación es fundamental en la adquisición del concepto de número. Permite al niño comprender que un número es mayor y menor que otro; asimismo permite captar la transitividad de -- las relaciones mayor qué y menor qué, entre los números. Fi- nalmente podríamos decir que "la capacidad para agrupar obje- tos mentalmente, para formar una clase y la capacidad para -- contarlos y retener en la mente un total estable, y para for- mar con ellos una serie, se encuentran relacionados íntimamen

te uno con otro". (13)

La conservación de la cantidad es una condición indispensable para la formación de la idea de número; aunada a la clasificación conforman el aspecto cardinal del número.

Una cantidad continua o discontinua sólo es concebible en la mente del niño si su valor permanece constante a pesar de las transformaciones espaciales que se realicen con sus elementos constitutivos. Ser capaz de realizar estas transformaciones mentalmente en relación con el número significa comprender la significación de ese número.

Cuando el niño llega a la comprensión de que el total permanece igual sin importar las diferentes distribuciones de sus -- partes ha llegado a formar en su pensamiento la constancia o conservación de la cantidad. Si el número es la propiedad -- numérica abstraída de la colección de objetos sería imposible para el niño poder lograr esta abstracción si antes la idea - de totalidad se encuentra ausente en él, por esta razón: "sólo llega a aprender la significación de la cantidad cuando es capaz de comprender la idea de totalidades que pueden permanecer constantes". (14)

Es bueno preguntarnos si esta idea de la conservación se en-- cuentra presente en el niño o se desarrolla en forma gradual. Como se explicó con anterioridad la permanencia de la canti-- dad se desarrolla en forma gradual y continua, atraviesa por tres etapas o estadios antes de consolidarse en la mente del

niño, es importante aclarar que éstas se dan de manera simultanea con las de la clasificación y seriación. La correspondencia numérica nos permitirá determinar la permanencia o constancia de la cantidad, además que en ella se fusionan la clasificación y seriación.

Primera etapa o estadio: no existe la idea de una cantidad invariable, se caracteriza por la no conservación de la cantidad. Cuando se le presenta al niño una colección de objetos observa la distribución espacial de los mismos pero no la cantidad de objetos; sólo es capaz de realizar toscas distinciones perceptuales entre lo más y lo menos, pero sin mantener la idea de totalidad. Prueba de lo anterior es que en esta etapa se le muestra al niño una hilera de objetos (cantidades discontinuas) y se le pide que coloque una cantidad igual a la propuesta; su respuesta es colocar una cantidad de objetos de modo que tengan la misma forma espacial de los que le fueron propuestos, pero sin tomar en cuenta la cantidad de ambas colecciones.

En la etapa II aparece la correspondencia término a término, donde se busca la equivalencia cuantitativa entre los elementos de dos conjuntos, pero esta correspondencia es efectiva y visual, en el momento que se realice una transformación espacial de los elementos del conjunto desaparecerá dicha equivalencia y el niño negará que exista la misma cantidad de elementos en las colecciones. Así por ejemplo, si se colocan frente al pequeño dos hileras con igual cantidad de elementos

y se relacionan término a término cada una de ellas; sin duda afirmará que tienen la misma cantidad de elementos pero en el momento en que se cambie la forma de la hilera y desaparezca la igualación visual que existía, perderá la equivalencia afirmando que ésta ya no existe. No es posible para el niño resolver el conflicto entre lo que observa y lo que sabe a través de la correspondencia realizada.

En la etapa III el pequeño está preparado y es capaz de llegar a la idea de una cantidad total, independiente de las diferentes distribuciones y cambios espaciales de los elementos de las colecciones. Se centra en la correspondencia cuantitativa, la cual no necesariamente se elabora en forma efectiva sobre los objetos concretos, sino que se vuelve una acción interiorizada y reversible, ser capaz de realizarla asegura la verdadera comprensión. Una cantidad discontinua sólo puede variar si se le quitan o agregan elementos, más no si se le distribuyen de diferentes maneras; siendo ésta la conclusión que el niño pequeño asimila.

Así un conjunto de nueve elementos puede contarse y siempre llegar a un total estable, no importando que distribuyamos sus unidades en grupos de cuatro y cinco, seis y tres, ocho y uno, siete y dos; etc. La conservación del número asegura la equivalencia numérica durable, independientemente de las transformaciones en la disposición espacial de los elementos.

Este último descubrimiento al que llega el niño hará posible la verdadera comprensión del concepto de número.

C. La representación gráfica en Matemáticas

El uso de representaciones por parte de los niños pequeños es muy diferente al que le damos los adultos, más aun el verdadero uso de representaciones por el pequeño sólo llega después de que existen las habilidades mentales y la experiencia concreta que le permita una adecuada madurez que a partir de generalizaciones lleve dichas experiencias al campo de las abstracciones. Desde muy temprana edad el niño, inmerso en un mundo social, observa el uso de símbolos y signos numéricos (verbales o escritos), pero éstos carecen de significado para él, puesto que no están relacionadas con ninguna idea abstraída de hechos o experiencias concretas que en el momento se encuentran perceptualmente ausentes. Los niños no evocan a través de las representaciones que escuchan y a veces no evocan ninguna imagen mental, debido a que en su mayoría éstas no presentan semejanza con el significado que denotan y además no cumplen con la característica principal que debe reunir una representación, que es lo que Piaget llama la capacidad para distinguir los significantes de los significados y así poder evocar uno, para poner de manifiesto o referirse a otro (función simbólica).

En un principio los niños pequeños no están capacitados para comprender los significantes que simbolizan un hecho concreto

perceptualmente ausente (significado) que no está relacionado en algún sentido con su significado. En otras palabras, mientras el significante no guarde alguna semejanza con el significado no habrá lugar para ellos en el pensamiento infantil; y mientras no se hallan asimilado los hechos o esquemas de -- los hechos, puesto que hablamos de evocaciones mentales, los significados que denotan estas representaciones seguirán siendo un misterio para el pequeño. Cabe agregar que en cuanto a las matemáticas aunamos la pecularidad de que los símbolos y signos numéricos representan entidades abstractas, cuyo significado no guarda semejanza alguna con los significantes que - los representan, y que por lo tanto éstos son socialmente - - aceptados por acuerdo tácito en la comunidad y arbitrariamente asignados. Ejemplo de esto es: el numeral 3, dos semicurvas con un lado común al centro, no tiene semejanza con el -- concepto matemático qué representa el número "tres".

La posesión y uso de la función simbólica, la capacidad de diferenciar significantes de significados y el acto de referirse con unos a otros sólo puede lograrse en el momento que el niño tenga una determinada madurez cognoscitiva. Ahora bien, cuando las representaciones son gráficas su uso se hace, en - principio, por imitación. Los primeros trazos de los niños - son garabatos desparramados aquí y allá en la hoja de papel, pero carentes de significado y valor representativo visual, - puesto que ninguna imagen o idea les corresponde en el pensamiento del niño.

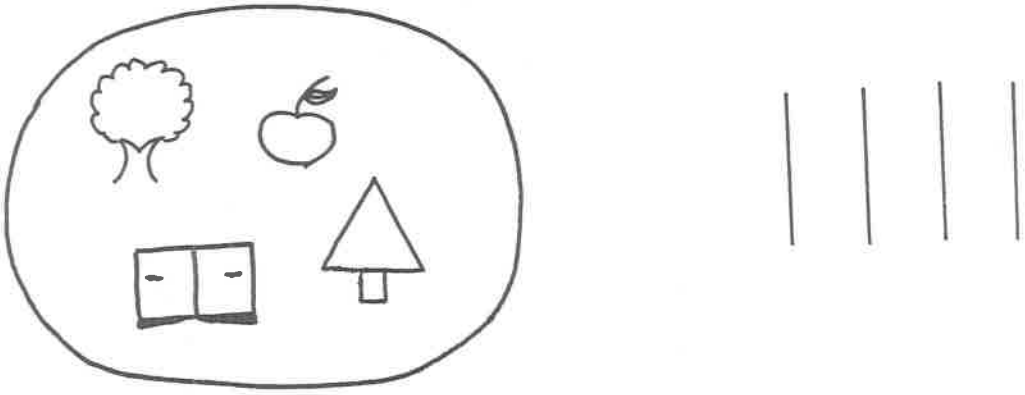
Poco después estos mismos trazos formados por líneas curvas - que son breves y sin orden, dan por casualidad y de acuerdo a las circunstancias una imagen mental momentánea en el pensa-- miento infantil, pero sus dibujos cambiarán de significación de acuerdo a las sugerencias de los adultos o circunstancias - del momento. Estos trazos siguen sin ser representaciones -- gráficas puesto que carecen de significación visual permanente.

Llega un momento en el que el niño enuncia por medio de un -- signo gráfico lo que se propone representar, pero lo hace en forma mecánica por imitación de los adultos. Observa el trazo de letras, números, palabras, etc., imita las acciones pero no comprende la función representativa visual de sus tra-- zos y es incapaz de distinguir significado de significante -- del signo gráfico. Hacia los 4 ó 5 años se observa esta etapa, donde los símbolos numéricos y letras parecen ser formas puestas en cualquier lugar de la hoja, a veces de cabeza, - - otras al revés, pero que no denotan algún significado para -- los niños; fueron trazados por imitación.

Tiempo después los dibujos y trazos hechos en forma casual -- los relaciona visualmente con ciertos objetos, aprende a leer imágenes, a comprender la relación de éstos con los objetos, busca semejanzas entre los objetos reales que le rodean y sus trazos, y éstos se vuelven más seleccionados. Sin embargo -- aún aquí todavía no hace uso de representaciones gráficas propiamente dichas.

Las primeras tentativas de representación aparecen cuando el niño vincula un objeto concreto con una representación abstracta y encuentra una relación notable que le permita identificar a ambos, esta semejanza visual entre los trazos o dibujos realizados y los objetos concretos es anticipada por el niño y le permite referirse a uno para denotar al otro; esto le permite arribar a la comprensión de la función representativa de los signos gráficos.

La comprensión y uso de los numerales por parte de los niños se inicia cuando éstos realizan un dibujo para representar la cantidad de elementos, sin que exista una evidente relación entre la cantidad y el trazo realizado. Posterior a esto el pequeño traza un dibujo por cada elemento de la colección que desea representar, como el uso de rayitas tan generalizado entre los pequeños, muchas de las veces estos dibujos no guardan relación alguna con los objetos, como se ilustra a continuación:



Luego en un nivel más elevado usa los numerales para representar cada elemento, como si éstos fueran sólo etiquetas pero -

sin tomar en cuenta la totalidad de elementos.

Finalmente y sólo después de un número considerable de experiencias concretas con colecciones y de haber construido la inclusión se logra el uso correcto de los numerales, representación gráfica de los números.

El simbolismo matemático debe ser abstraído de un sin número de experiencias concretas que a partir de generalizaciones y clasificaciones especiales lo formulan. Ejemplo: clasificamos de acuerdo a propiedades numéricas las diferentes experiencias con colecciones o agrupamientos, relacionándolas y ordenándolas de diferente manera, hasta que se generalizan y forman entidades abstractas que pronto nos permiten usar los números y numerales como si hubieran existido a priori.

Es importante aclarar que las palabras y signos numéricos no serán verdaderas representaciones hasta que el niño no haya asimilado los significados de éstas y para lograrlo es necesario que los adquiera en el contexto de experiencias concretas reales; y sólo de esta manera podrán convertirse en símbolos útiles. Finalmente las experiencias ordenadas a nivel mental quedarán como esquemas en el pensamiento infantil. De otra manera, si los signos se enseñan de manera arbitraria con significación desconocida o externa al niño, carecerán de utilidad para él.

El lenguaje numérico debe comunicarse de tal manera que permita el razonamiento del niño, convirtiéndose así en la base

de un pensamiento matemático más avanzado. Los niños podrán fácilmente recitar las palabras y escribir los signos numéricos pero de ninguna manera esto denota que han sido comprendidos; y sólo lo lograrán en la medida que se basen en experiencias generalizadas que le permitirán pasar de un plano concreto a niveles de abstracción.

Como se mencionó antes, el uso que los niños pequeños hacen de los símbolos numéricos cuando los emplean por vez primera y por imitación, es muy diferente al que le da un niño que comprende el significado de éstos y que representa a través de ellos conceptos matemáticos.

Si deseamos que nuestros niños lleguen a emplear adecuadamente el lenguaje numérico, verbal o escrito, necesitamos presentarles y proporcionarles experiencias que les ayuden a obtener la comprensión de los conceptos numéricos; si lo hacemos de esta manera pronto encontraremos que el niño comprende el uso de los números y sus representaciones en varias situaciones que son diferentes.

D. La composición aditiva del número y la adición

1. Composición aditiva del número

Cuando el niño se encuentra en el proceso de construcción del número atraviesa por tres etapas -antes mencionadas- que culminan con la adquisición por comprensión de este concepto. Durante este mismo proceso tiene su génesis una de las opera-

ciones numéricas que forma parte fundamental del número: la - adición.

Esta operación numérica tiene su base en la composición aditiva del número que se hace presente en la equivalencia de las colecciones y en la consideración del todo y las partes - en forma simultánea.

En una primera etapa, la composición aditiva del número se encuentra ausente en el niño, puesto que aún no posee las ideas de la conservación de la cantidad y de un total invariable -- susceptible de sufrir tansformaciones espaciales y reversi- - bles, los agrupamientos son observados como totalidades globales donde el todo no tiene nada que ver con sus partes constitutivas.

La etapa intermedia se caracteriza por la aparición de una -- composición aditiva intuitiva basada en la enumeración o co-- rrespondencia, pero al hacer un cambio o transferencia en la distribución de las colecciones dicha composición aditiva desaparece; la correspondencia o enumeración es previa a la igualación de los agrupamientos. La correspondencia numérica permite la igualación de las colecciones independientemente de - la distribución espacial que sufran los elementos de las mismas, de tal modo que permite la aparición de la composición - aditiva operatoria. Los agrupamientos no son concebidos como bloques o totalidades cualitativas independientes de sus partes constitutivas, sino formados por unidades cuantitativas -

susceptibles de ser ordenadas. Es en esta etapa cuando el niño comprende que una colección de ocho objetos (o de cardinalidad ocho) puede ser denotada como: dos y seis, cuatro y cuatro, cinco y tres, uno y siete sin que por esto varíe o cambie el total y se establece la equivalencia de los subconjuntos con el conjunto original.

El niño llega a comprender que un total disociado en dos subconjuntos será siempre el mismo, conservará su totalidad permanente, independientemente de los bloques o subconjuntos en que quede dividido. Así el ejemplo del niño que recibía ocho caramelos: un día dividió en dos grupos de cuatro y al día siguiente disociado en siete y uno; que afirmaba la desigualdad ente ambas cantidades al observar que uno de los conjuntos aumentaba sin tomar en cuenta que el otro disminuía, puede claramente afirmar que el aumento de uno de los subconjuntos está compensado con la disminución del otro y concluye que la cardinalidad de ambas colecciones es igual.

Ahora el niño toma en cuenta las transformaciones sufridas por las colecciones de su estado inicial hasta el final, comprueba la subordinación de las partes a un todo y posibilita la permanencia de éste; llegando entonces a la composición aditiva del número.

2. La adición

La adición como operación numérica aparece cuando el niño ha accedido al concepto de número y a su composición aditiva; di

cha operación reversible se constituye cuando los sumandos -- se reunen en un todo, pero también ese todo es considerado invariable cualquiera que sea la distribución de sus partes. Cada subconjunto se concibe en relación con el otro y ambos - en relación son su suma. Condiciones indispensables éstas para la comprensión de la adición que implica no tan sólo la memorización sino también el razonamiento lógico del niño. La verdadera asimilación de la adición se obtiene cuando se es - capaz de concebir una totalidad en función de sus partes, es decir, una suma engloba a sus sumandos como partes constitu-- tivas y así mismo acepta todas las posibles combinaciones de sumandos sin que por esto se altere la suma o total.

Piaget considera que: "la operación aditiva está constituida cuando el todo es considerado como invariable, cualquiera que sea la distribución de sus partes".(15) Las operaciones numéricas como la adición se afirman como tales cuando son reversibles y se caracterizan por considerar a las colecciones como unidades sin identificarse considerándolas como diferentes o iguales y que permiten la igualación en un sistema de unida-- des que sirve como medida común.

La adición como operación numérica supone lo anterior y no se reduce a la memorización de tablas de adición; habrá que presentarles experiencias donde se reunan, igualen, incrementen, distribuyan en partes colecciones pero que a partir de ellas el niño abstraiga la adición operatoria.

E. El aspecto didáctico del número y la adición

En base a la investigación realizada en este trabajo y en experiencia práctica como maestro de primaria sugerimos las siguientes actividades y ejercicios. Todos ellos realizables - con materiales sencillos, fáciles de conseguir por los alum-- nos y el maestro, además que poco llamativo para evitar que - la atención del alumno se centre en el material y lo distraiga de lo que el maestro trata que el alumno aprenda a través de éste.

Las actividades de clasificación, seriación y conservación de la cantidad serán preparatorias del concepto de número y por ende se realizarán antes de iniciar la enseñanza de los primeros números. La adición, operación numérica, se realizará -- posterior a la enseñanza - aprendizaje de los primeros núme-- ros, esto sin olvidar que en la composición aditiva de éstos va implícita la adición.

Clasificación: las actividades y ejercicios permitirán que el niño reuna por semejanza y separe por diferencia a fin de formar clases, el aspecto cardinal del número se trabaja aquí, - logrando la abstracción del número a partir de todas las co-- lecciones que tienen la misma propiedad numérica. La perte-- nencia e inclusión son básicas en la clasificación.

Actividad: el maestro puede sugerir, en un principio, el criterio de clasificación para después dejar que el alumno lo -- establezca y anticipe al hacer su clasificación.

Actividad: reunir materiales como: fichas, palitos, popotes - de diferentes colores y tamaños, luego solicitar al alumno -- que junte lo que va junto.

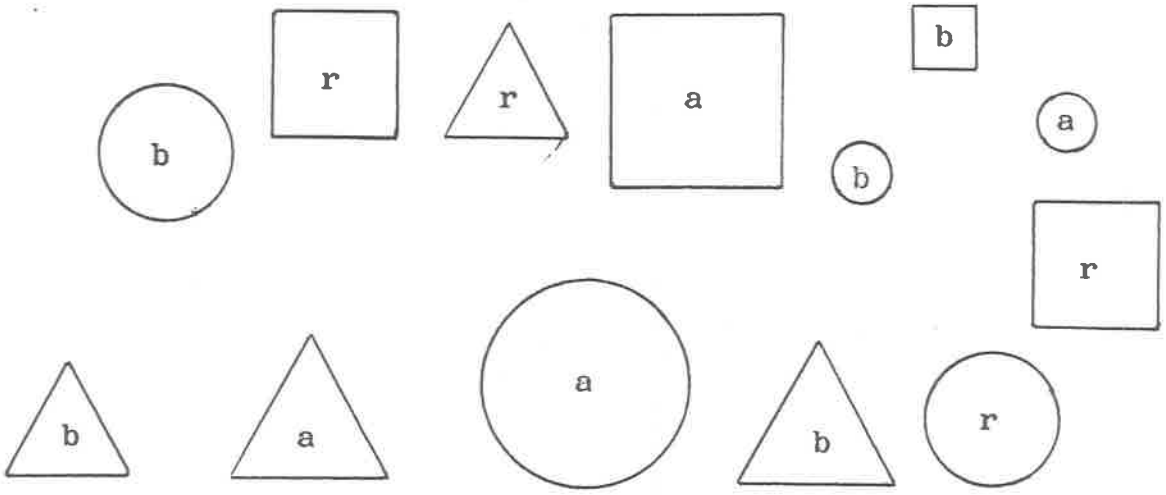
- Pedir justificación.

- Solicitar del alumno que reuna de manera diferente a la anterior.

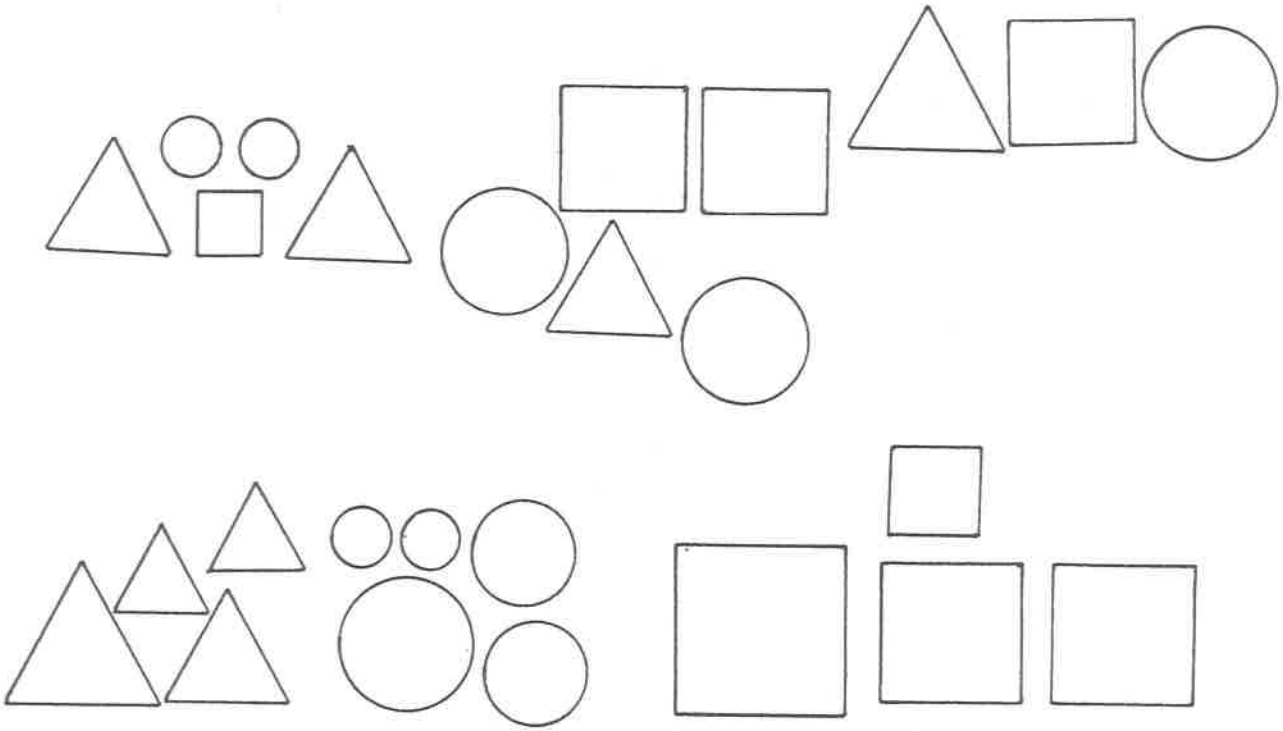
- Pedirle que vuelva a reunir pero reduciendo los grupos formados.

- Pedirle que clasifique nuevamente pero que antes de hacerlo explique como lo va hacer (criterio clasificatorio).

Actividad: Materiales de diferente tipo que tengan algo en común (color, forma, tamaño, uso, etc.) Círculos, cuadrados, - triángulos de diferentes colores y tamaño.

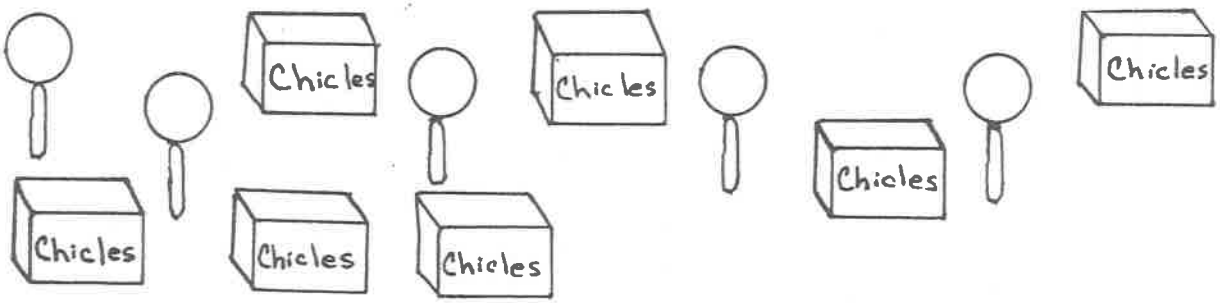


"Coloca junto lo que va junto"



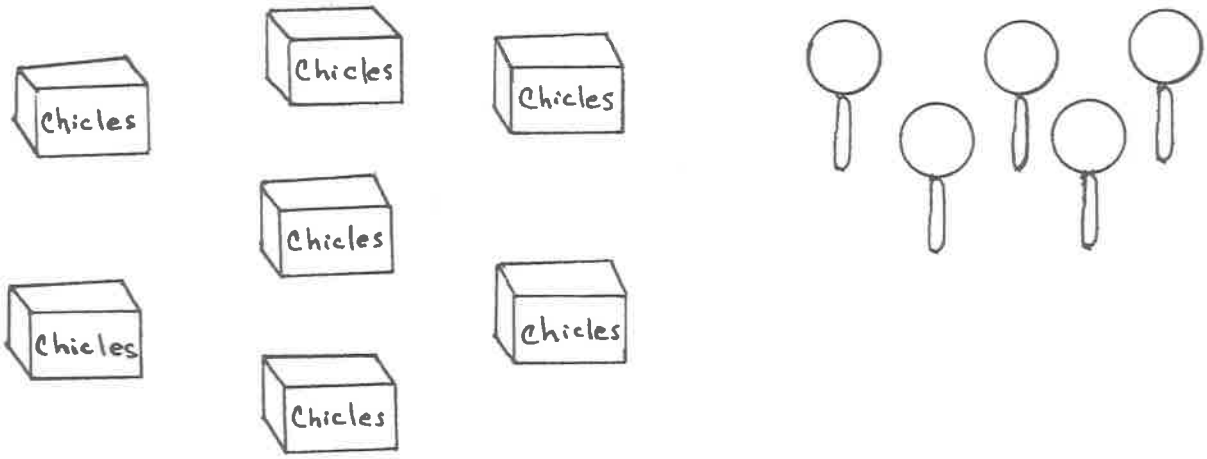
La inclusión de un subconjunto en el conjunto original facilitaría la comprensión de parte - todo y le permitirán al niño captar la relación entre las clases numéricas, permitiéndole averiguar que una clase dada contiene a otra y esta a su vez esta contenida en otras.

Actividad: material: dulces entre chicles y paletas. Establecer el conjunto universo y formar subconjuntos al clasificar según semejanzas.



115386

"Junta lo que va junto"



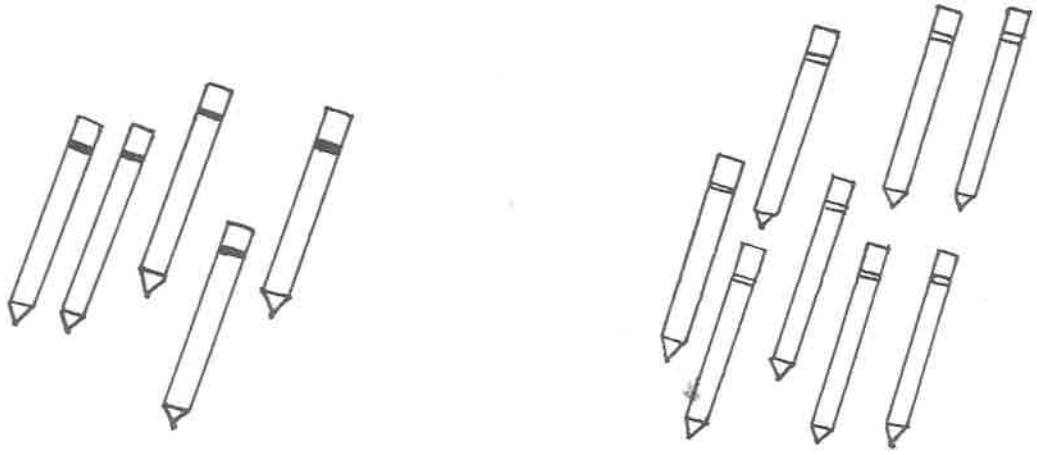
Pedir que explique el criterio usado en la clasificación, darle un nombre a cada grupo formado.

Determinar la inclusión de un subconjunto en el conjunto y establecer jerarquías entre ellos.

¿Qué tenemos más dulces o chicles?

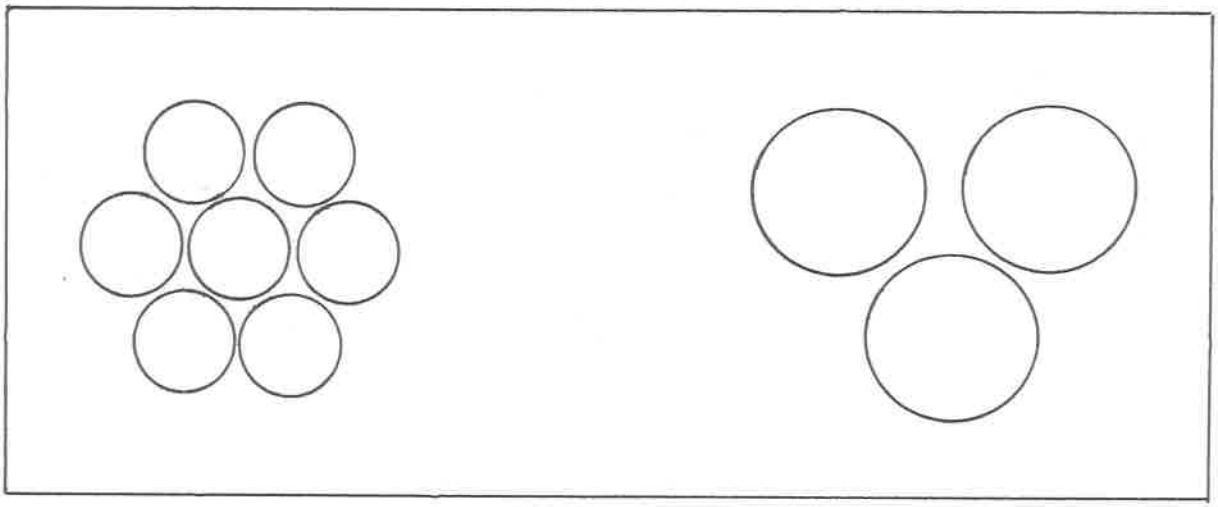
¿Qué tenemos más paletas o dulces?

Actividad: "Junta lo que va junto"



¿Qué tenemos más, lápices o lápices amarillos?

Actividad: "junta lo que va junto"

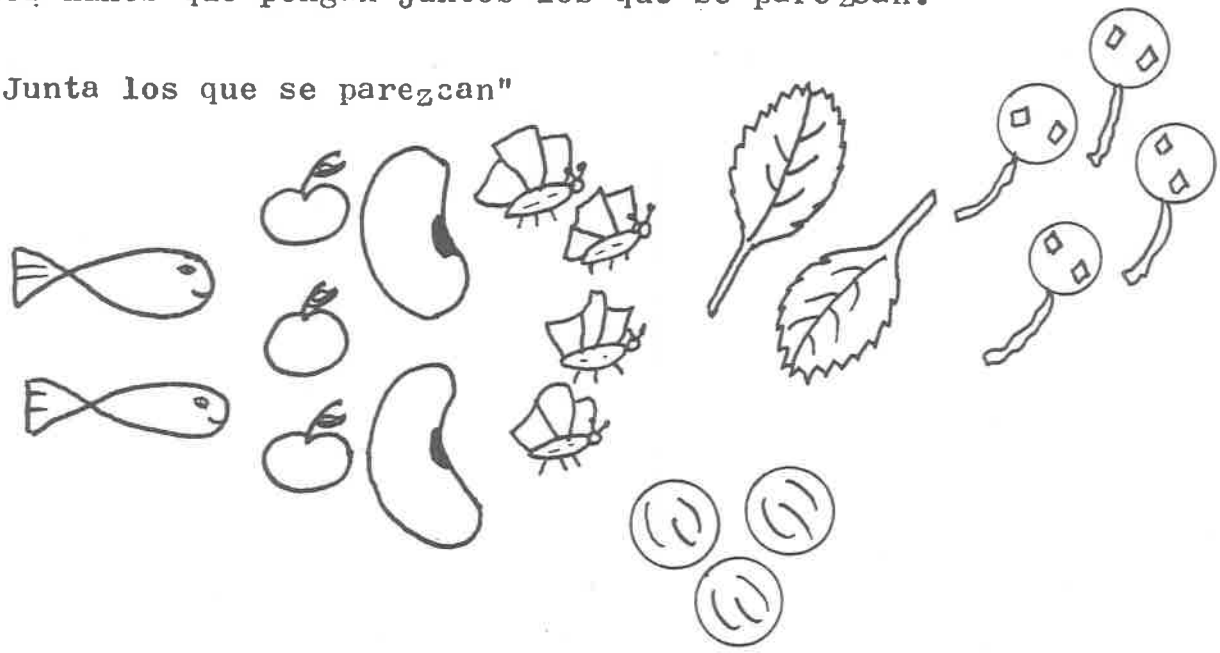


¿Qué tenemos más círculos o círculos chicos?

Después de realizar actividades de este tipo debemos de clasificar conjuntos en base a su propiedad numérica para formar clases y abstraer dicha propiedad.

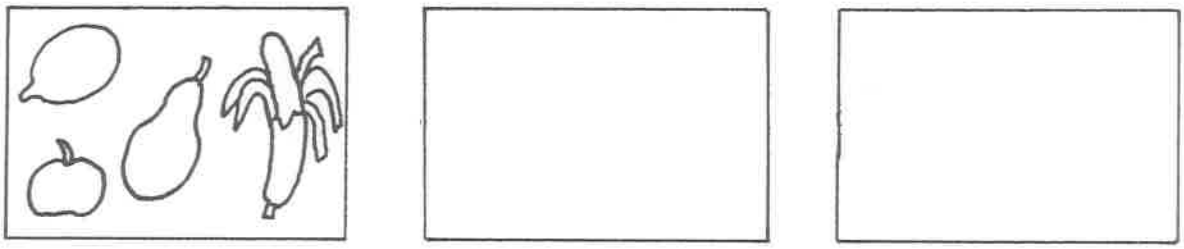
Actividad: formar parejas, tríos, cuartetos, etc. Pedir a los niños que pongan juntos los que se parezcan.

"Junta los que se parezcan"



Actividad: formar conjuntos que tengan la misma propiedad numérica que otro conjunto propuesto.

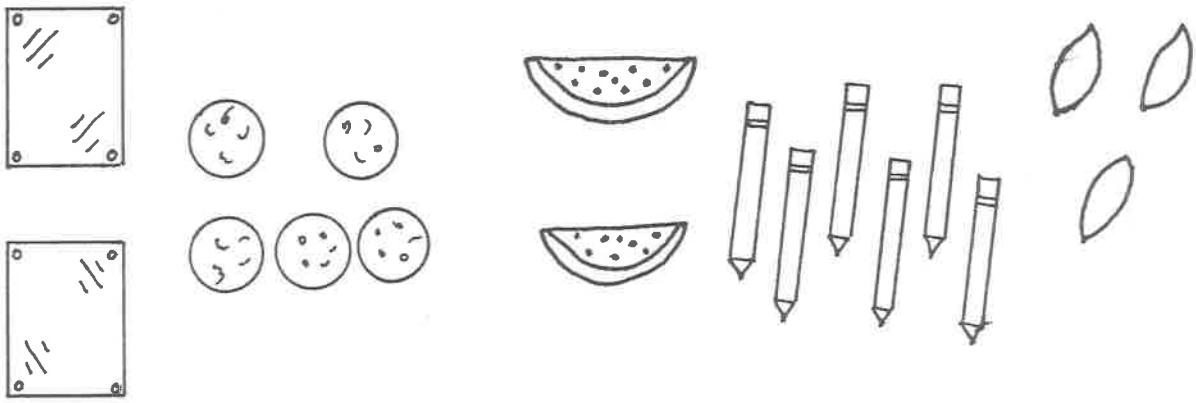
"Dibuja tantos como en el primer cuadro"



Señalar la semejanza entre ellos, identificar la propiedad -- numérica y concluir que podríamos formar un número infinito - de conjuntos con la misma propiedad.

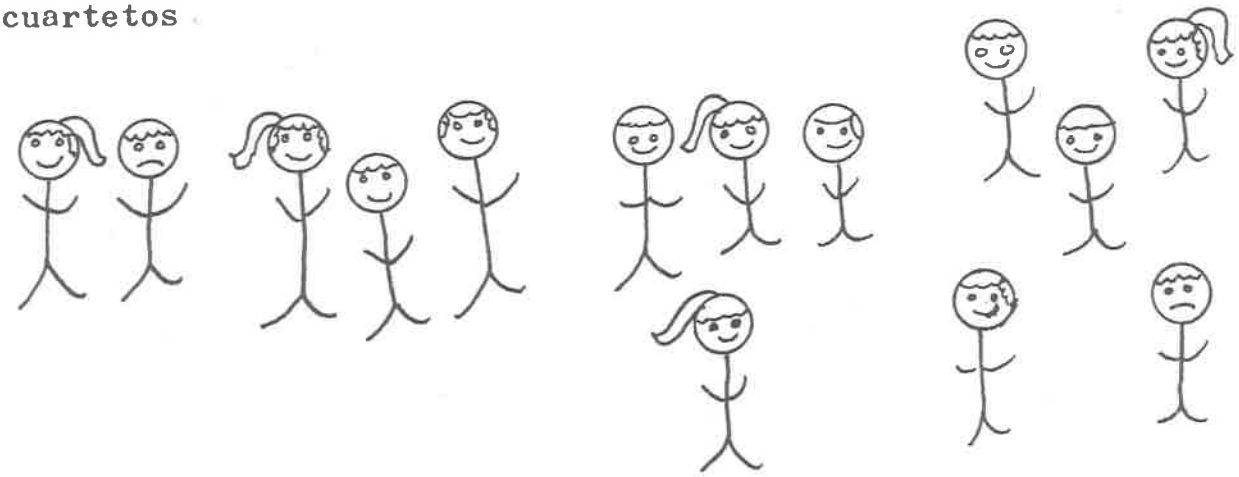
Actividad: identificar conjuntos que tengan la misma propie-- dad numérica.

"Encierra donde hay igual"



Actividad; formar conjuntos que se parecen en la propiedad -- numérica.

En el patio pedir a los niños que formen grupos: pares, trios, cuartetos



Seriación: las actividades de seriación permitirán que el niño encuentre las diferencias cualitativas entre las colecciones, además de que podrá ordenar estas diferencias. Los primeros ejercicios tratarán de establecer diferencias entre elementos y después entre conjuntos tomando en cuenta para estos últimos su propiedad numérica.

Con materiales concretos; palitos, popotes, lápices, listones, etc. ...utilizando más de siete de cada clase para evitar la seriación "escalera" por percepción.

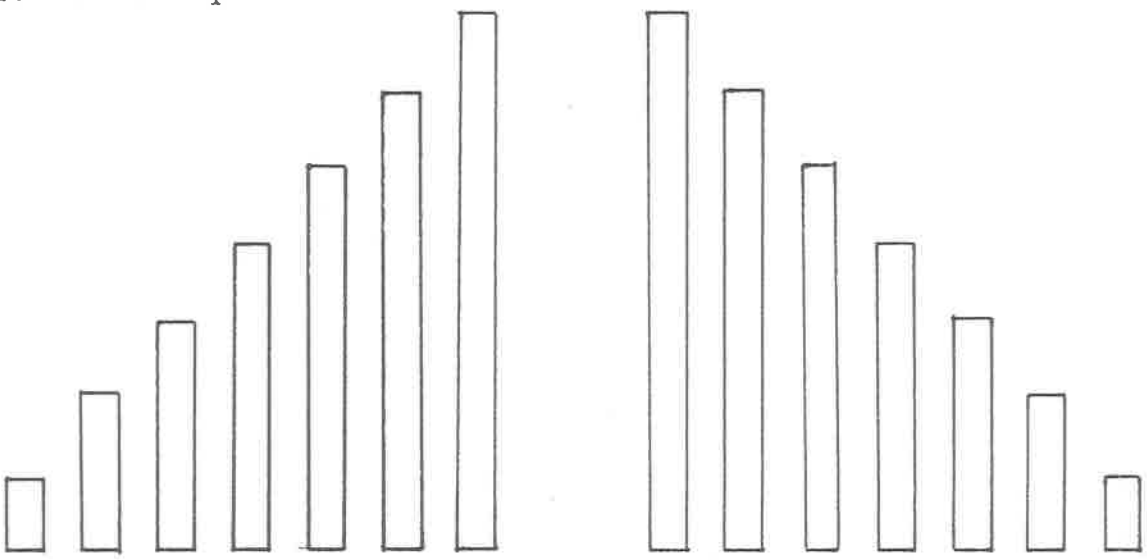
Actividad:"encierra el más grande"

Actividad: "Encierra el más grande"

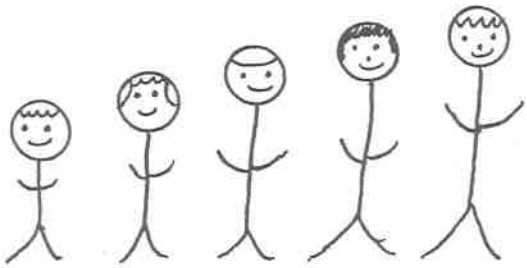
Actividad: "Encierra los del mismo tamaño"

Actividad: ordenar los palitos de menor a mayor, establecer - primero los extremos en ambos sentidos grande - chico, chico-grande.

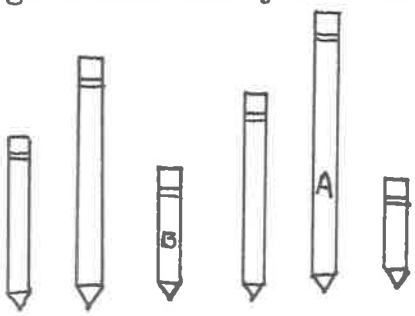
"Ordena los palitos"



Actividad: "forma una fila con tus compañeros ordenándolos por su tamaño"



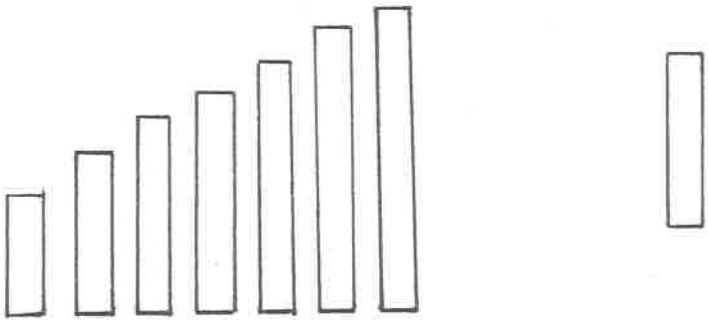
Actividad: hacer comprobaciones tomando en cuenta dos elementos, luego otros dos y así sucesivamente.



¿Qué puede decir del lápiz azul y el lápiz blanco?

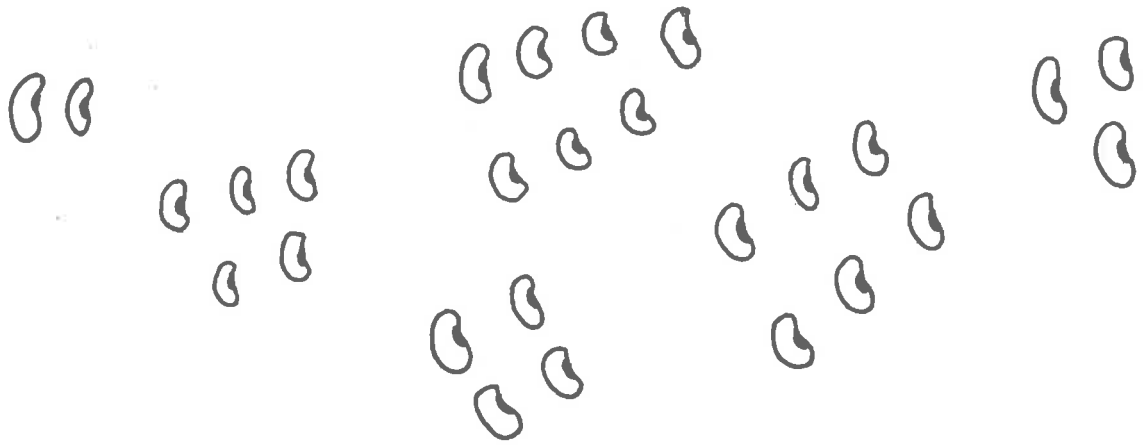
Actividad: con material concreto formar series y después intercalar un elemento dado en una serie ya formada.

Ordena los palitos del más chico al más grande, ahora intercala o acomoda éste que quede fuera.

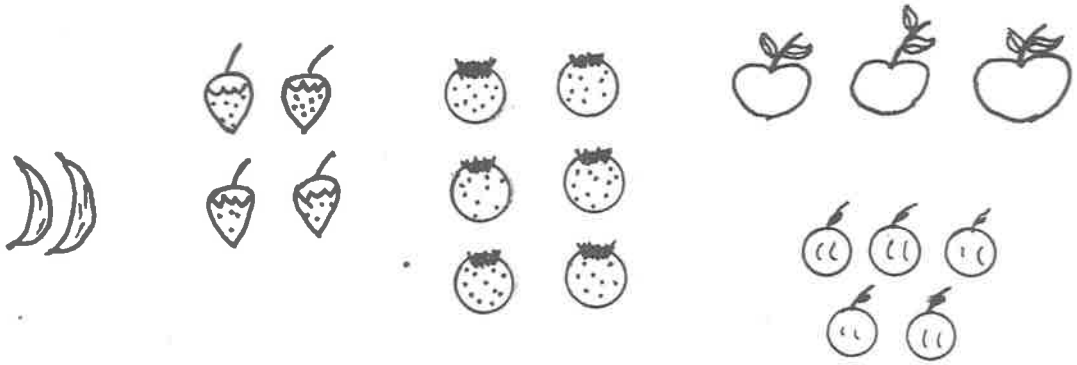


Actividad: seriar conjuntos de acuerdo a la cantidad de ele-- mentos de cada uno de ellos.

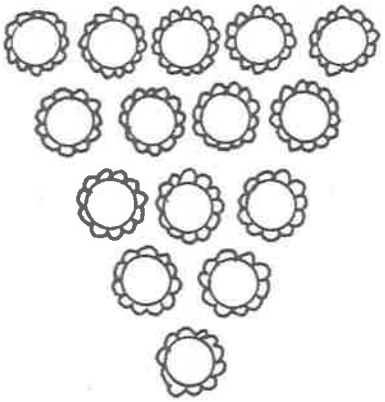
"Ordena desde el que tiene menos hasta el que tiene más"



"Ordena desde el que tiene más hasta el que tiene menos"



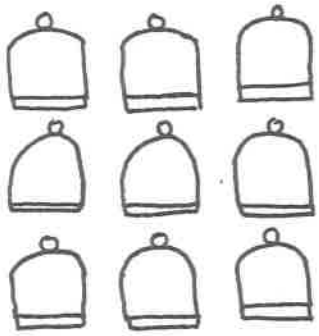
Actividad: "ordenar fichas partiendo del conjunto con una, e - ir aumentando de una en una".

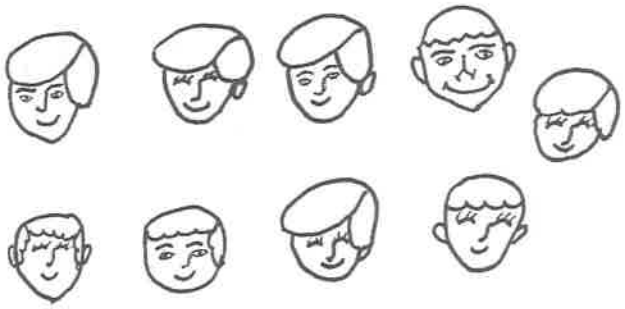


Conservación de la cantidad: el alumno descubrirá a través de estas actividades que la propiedad numérica de un conjunto o colección de objetos no varía al cambiar la distribución es-- pacial de sus elementos, así mismo la constancia de la canti- dad asegura la equivalencia numérica.

Actividad: formular la correspondencia uno a uno para estable cer las diferencias cuantitativas entre las colecciones de -- objetos: "más", "menos", "tantos como".

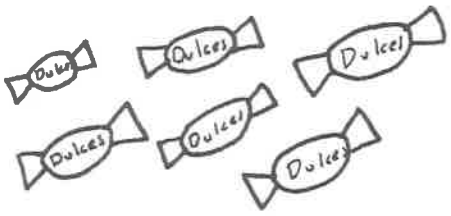
¿Hay tantas gorras como niños?

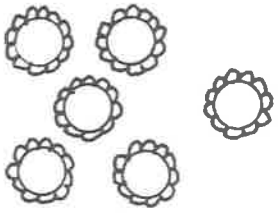




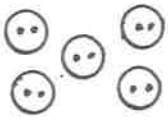
Actividad: reunir materiales diversos: fichas, dulces, pali-- tos, botones, monedas, etc. ...

¿Hay tantos dulces como fichas?





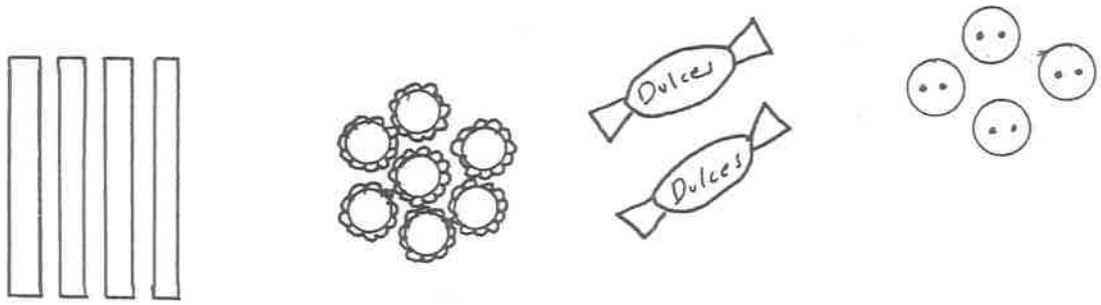
Comprueba si hay tantos botones como dedos en mi mano.



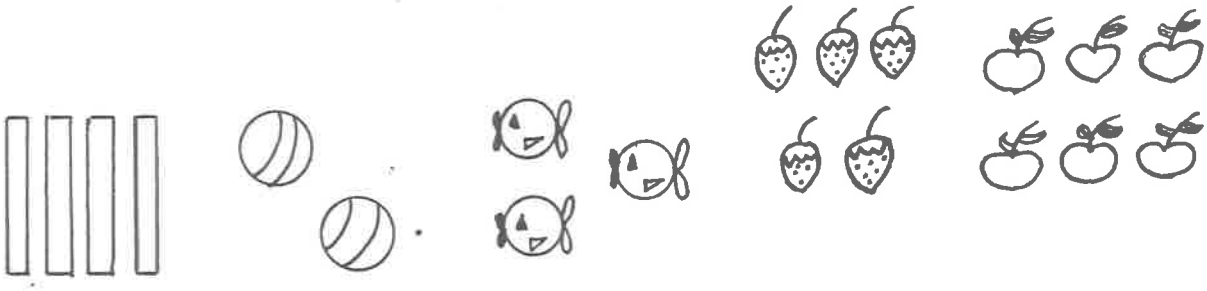
¿Cómo hariamos para saber si hay tantos niños como bancos en el salón?

Actividad: formar grupos de fichas, palitos, dulces, etc. y - señalar diferencias cuantitativas de los grupos formados.

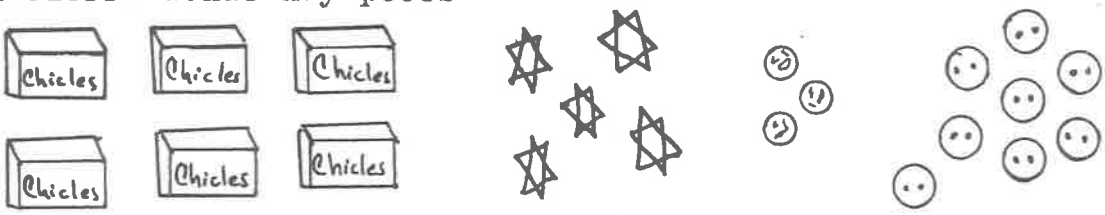
"Encierra donde hay más"



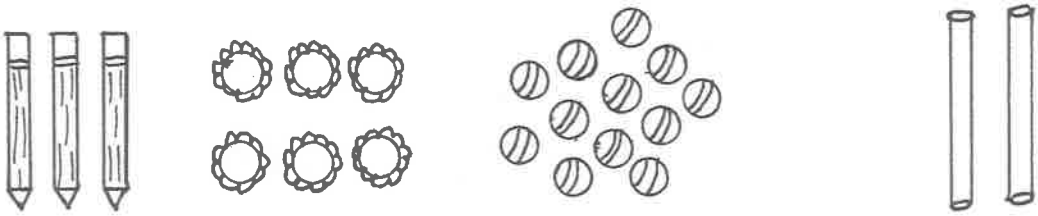
"Encierra donde hay menos"



"Encierra donde hay pocos"

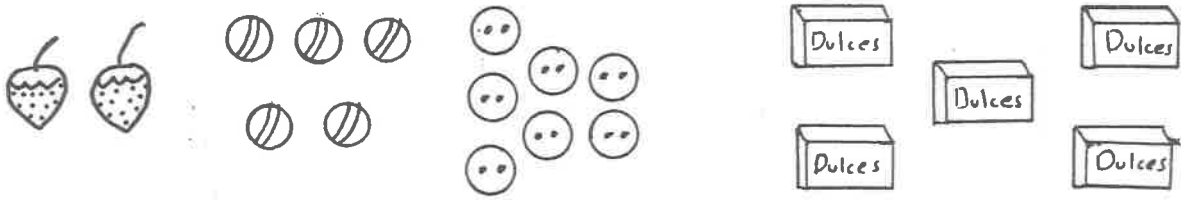


"Encierra donde hay muchos"

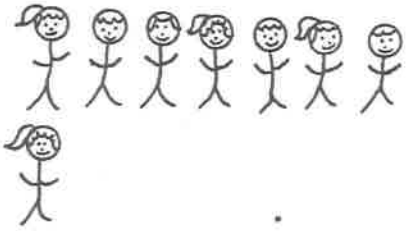


Actividad: después de haber realizado ejercicios donde se se-- ñale la diferencia cuantitativa de los conjuntos es importante trabajar gran cantidad de ejercicios donde se establezca - la equivalencia.

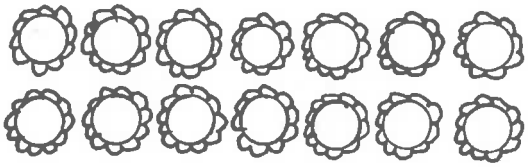
Actividad: encierra donde hay igual.



Actividad: completa la fila para ser igual a la otra.



Actividad: coloca igual de fichas para formar parejas.



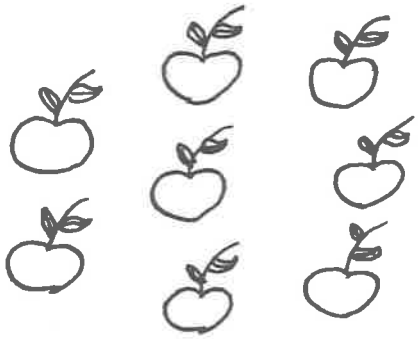
Actividad: establecer con anterioridad la equivalencia numérica entre colecciones para después realizar transformaciones - en la distribución de éstas.

Con material concreto: semillas, botones, fichas, etc.

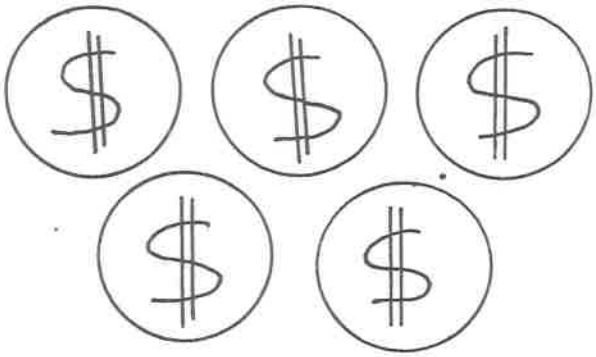
Formar un conjunto que tenga tantos elementos como otro pro-- puesto con anterioridad, distribuir ese conjunto de manera di

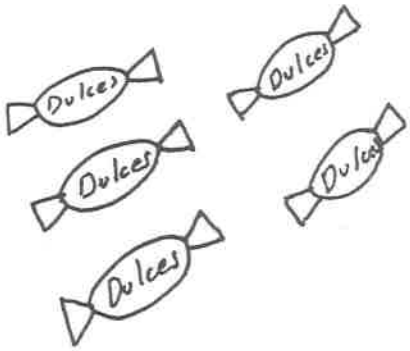
ferente al primero y preguntar: ¿Hay igual que en el primer - conjunto?

Actividad: establecer la equivalencia entre dos conjuntos, -- cambiar la distribución de uno de ellos y cuestionar sobre la equivalencia.

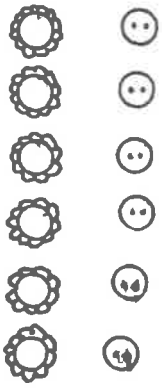


Actividad: ¿Hay igual de pesos que de dulces?





Actividad: Cambia una ficha por un botón, ¿Hay igual de fichas que botones?

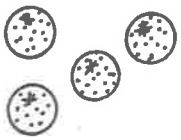


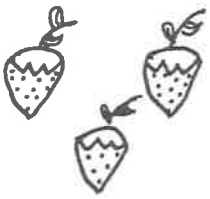
Las actividades para la enseñanza - aprendizaje de los núme-- ros deberán presentarlos en oposición a la pluralidad, para - que el alumno los abstraiga a partir de la propiedad común de los conjuntos: su propiedad numérica. Cuando los primeros números han sido presentados como propiedades de los conjuntos se realizan ejercicios de descomposición que demuestre que todo número se formula con la adición de una unidad más y que - permita la formación de la serie numérica.

Cuando se juzque que los números han sido asimilados puede -- iniciarse el manejo de las operaciones, en primer término la adición puesto que aparece implícita en el número.
Los primeros problemas serán sacados de la vida diaria del niño que serán resueltos mediante descomposiciones de los números.

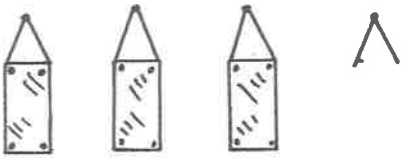
Las primeras actividades se harán en el plano concreto, manipulando materiales como fichas, botones, palitos, monedas, fichas, lápices, etc. para después pasar al plano abstracto utilizando los símbolos numéricos.

Actividad: "junta los conjuntos y dí cuántos son"





Actividad: "dibuja uno más".

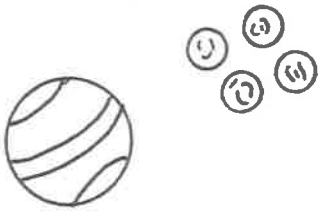


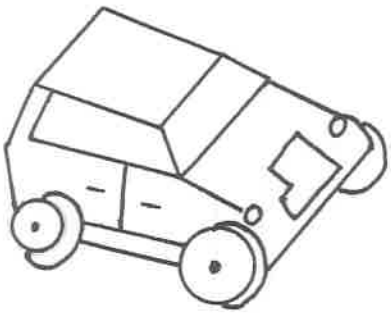
+ 1

Actividad: "dibuja las flores que se te indica"

Actividad: Dibuja lo que falta

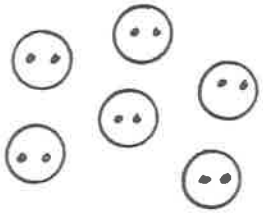
Actividad: Escribe lo que falta.



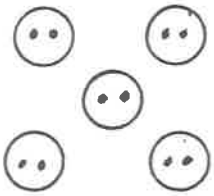


3 +

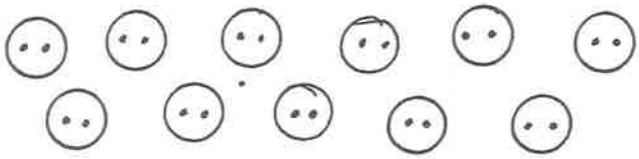
Actividad: Liliana tiene ☐ botones



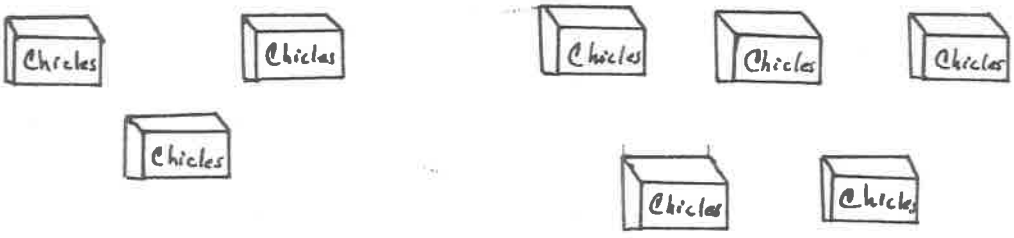
Sara le da ☐ botones



Liliana tiene ahora ☐ + ☐



Actividad: Escribe lo que falta.



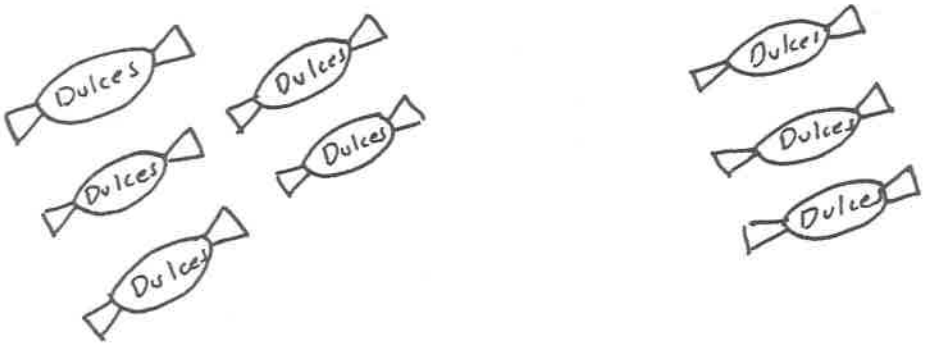
☐ + ☐ = ☐

Actividad: Escribe lo que falta.

☐ + ☐ = ☐

Actividad: Después de realizar diversos ejercicios donde el niño junte, agrege, aumente, etc. es decir el plano concreto de la adición, las situaciones deberán ser presentadas por el maestro y se pedirá al niño que lo resuelva mediante representaciones con dibujos y después con símbolos abstractos.

Actividad: Pedro compra cinco dulces, luego compra tres más. ¿Cuántos tiene ahora?



5 + 3 = ☐

Actividad: Teresa hace cuatro faldas, luego hace dos más. ¿Cuántas faldas hizo?

4 + 2 = ☐

V. CONCLUSIONES

1. La enseñanza de las matemáticas deberá estar acorde con el desarrollo psicogenético del niño. No es recomendable tratar temas o contenidos que él no esté preparado para asimilar, puesto que lo pondremos en contacto con conceptos cuya comprensión están fuera de su alcance intelectual.

2. El maestro tendrá en cuenta los intereses del niño y basará en ellos el proceso de enseñanza - aprendizaje, pues de esa manera lo motivará en su trabajo escolar, haciéndolo sentir que es fácil y disminuyendo el cansancio o la fatiga.

3. El juego es la actividad principal del niño en esta etapa, recurso que el maestro deberá utilizar durante el proceso de enseñanza - aprendizaje ya que el niño muestra interés por objetos, colores, ejercicios físicos, movimientos, etc.

4. La actividad del niño no podrá ser pasiva en el proceso de enseñanza aprendizaje, ni se limitará a la transmisión verbal de conocimientos; el verdadero aprendizaje lo logrará en la acción, participando, manipulando objetos de la realidad, generalizando y aplicando lo aprendido no sólo para resolver problemas en la escuela sino los que puedan presentarse en su hogar, con los amigos y, en general, en la comunidad con la que tiene contacto directo.

El verdadero aprendizaje se da por comprensión.

5. El uso de material facilitará la comprensión de los conceptos matemáticos como el número y la adición, el uso que se le dé será finalmente el que determine la comprensión. Es indispensable que el alumno maneje y manipule el material, para que a partir de sus experiencias con él abstraiga los conceptos.

6. En cuanto al uso de la representación gráfica es fundamental que antes de que el maestro presente los símbolos y signos matemáticos arbitrarios y convencionales, el niño construya el significado de éstos y que comprenda la importancia del uso de representaciones matemáticas, se exigirá al niño el uso de los numerales y signos numéricos sin que entienda el significado de los mismos solo dificultará el proceso de comprensión de los mismos conceptos. El maestro propondrá actividades donde se observe la necesidad de usar representaciones gráficas y permita que, en primera instancia, el niño elabore sus propios símbolos para que comprenda el por qué de lo arbitrario y convencional de los símbolos numéricos.

7. Poner al niño en contacto con el significado de las representaciones gráficas parece ser el camino más sencillo para facilitarle el uso adecuado de éstas y además le permitirá el acceso al lenguaje matemático.

8. Las operaciones con números, adición en este caso, deben

ser tratadas en base al manipuleo que se haga con objetos concretos y se generalice y abstraiga a partir de estas experiencias. Es evidente que entre mayor número de ejercicios se le presenten al niño en los que reuna, junte, aumente, agrege, etc. más fácil será para él abstraer la operación de adición y facilitará la comprensión de la misma cuando se haga utilizando símbolos.

9. Es importante señalar que el uso de símbolos y signos facilita en gran medida el cálculo del resultado de las operaciones numéricas puesto que es un método corto y breve de resolver éstas, así mismo el uso de las mismas permite minimizar en gran medida el tiempo, pues cuando se logre la comprensión de la adición, el cálculo se vuelve por la experiencia mecánica.

10. Se buscará que con la enseñanza de las matemáticas modernas se forme el pensar matemático del alumno de una manera clara y rigurosa utilizando procedimientos activos de trabajo que le permitan descubir el carácter cuantitativo de la realidad y traducirlo a símbolos matemáticos eliminando la memorización y la actitud pasiva, sustituyéndolas por actividades orientadas a que descubra por si mismo las nociones fundamentales de la materia, utilizar técnicas de enseñanza que permitan el dinamismo en el razonamiento, el estímulo de la inteligencia, el desarrollo de la capacidad de concreción, abstracción y generalización teniendo en cuenta los intereses e inquietudes del alumno.

CITAS BIBLIOGRAFICAS

1) Jean Piaget. Seis estudios de psicología. 6a.ed. México, Ed. Seix Barral, S. A. 1967., p. 12.

2) Ibid. p. 20.

3) Ibid. p. 28.

4) Ibid. p. 31.

5) Ibid. p. 44.

6) Ibid. p. 36.

7) Ibid. p. 106.

8) E.M. Churchill. Contando y midiendo. México, UTHEA, 1965, - p. 89.

9) A.D. Aleksandron, A.N. Kolmogorov, et. al. La matemática: - contenido, métodos y significado. Madrid, Ed. Alianza, S.A., p. 24.

10) E.M. Churchill. Op. cit. p. 19.

11) A.D. Aleksandron, A.D., A.N. Kolmogoroy, et. al. Op. cit. p. 27.

12) Joseph y Désaly R. Didáctica del cálculo y las lecciones de cosas y de las ciencias aplicadas. Argentina, Ed. Kapelusz, 1961, p. 65.

13) Lawrence E. La comprensión del número y la educación del niño según Piaget. Argentina, Ed. Paidós, 1968, p. 28.

14) Idem.

15) B. Beauverd. Antes del cálculo. Argentina, Ed. Kapelusz, - 1978, p. 36.

BIBLIOGRAFIA

ALEXSANDRON, A.D., A.N. Kolmogorov, et. al. La matemática: su contenido, métodos y significado. Madrid, Ed. Aliansa, S.A., 1976.

AUSUBEL, David. Psicología educativa. México, Ed. Trillas, 1978.

BEAUVERD, B. Antes del cálculo. Argentina, Ed. Kapelusz, 1978.

CHURCHILL, E.M. Contando y midiendo. México, Ed. UTHEA, 1965.

DE DILLON, Sonia. Una nueva técnica para la enseñanza de las matemáticas. Argentina, Ed. Paidós, 1968.

FABREGAT, E. El dibujo infantil (el dibujo y la psicología) 5a. ed. México, Ed. Fernández editores, S.A., 1970.

GESELL, Arnold, et. al. Vida escolar e imagen del mundo del niño de 5 a 16 años. Argentina, Ed. Paidós, 1977.

LAWRENCE, E., et. al. La comprensión del número y la educación del niño según Piaget. Argentina, Ed. Paidós, 1968.

LEIF, Joseph y Jean Delay. Psicología y educación del niño. Argentina, Ed. Kapelusz, 1968.

LEIF, Joseph y Dézaly R. Didáctica del cálculo y las lecciones de cosas y de las ciencias aplicadas. Argentina, Ed. Kapelusz, 1963.

PIAGET, J. La génesis del número en el niño. Argentina, Ed. Guadalupe, 1967.

_____ Seis estudios de Psicología. 6a. ed. México, Ed. Seix Barral, S. A. 1967.

U.P.N. Contenidos de aprendizaje. México, SEP. 1983.