SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD SEAD 211 PUEBLA

"UNION E INTERSECCION DE CONJUNTOS"

TESINA

QUE PRESENTE PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

CORAZON FLORES MORALES

H. PUEBLA DE Z., ENERO DE 1989

A MI ESPOSO ANTONIO
EJEMPLO DE HOMBRE INTELECTUAL
QUE ME HA AYUDADO A FORJARME
CON UN CONSTANTE APOYO MORAL
PARA ENCAUZAR MI FORMACION
Y SEGUIR POR UN CAMINO MEJOR
EN BENEFICIO DE LA NIÑEZ.

A MIS PADRES
LUCIO Y MARIA DE JESUS
QUE CON SUS SACRIFICIOS Y DESVELOS
HICIERON POSIBLE MI SUPERACION.

A MIS HIJOS
ANTONIO, LAURA, ANGELICA, VIRGINIA
QUE SON UN ALICIENTE
PARA QUE ME SIGA TRAZANDO
METAS DE SUPERACION

A LA PROFESORA
ANGELA MARTINEZ VDA. DE LINARES
DIRECTORA DEL CENTRO ESCOLAR
"EL CHAMIZAL" QUE CON SU COMPRENSION
ME ALENTO A CONCLUIR CON EXITO
MIS ESTUDIOS.

INTRODUCCION

A través de los siglos y desde épocas muy remotas, la necesidad de contar quiza halla sido uno de los primeros problemas con que el hombre tuvo que enfrentarse.

El hombre desde su aparición ha sentido, entre otras cosas, la necesidad de conocer lo que le rodea, de expresar sus hechos, de cuantificar lo que posee.

La idea de grupo, de conjunto, se encuentra en todas partes, desde las pinturas rupestres localizadas en cavernas, hasta en los últimos avances científicos de nuestra época.

La Matemática ha experimentado en los últimos años grandes cambios en sus bases técnicas y se ha valido de otras ciencias como Lógica y su auxiliar la Teoría de Conjuntos que resulta ser inapreciable herramienta en la investigación científica.

En la Escuela Primaria la Teoria de Conjuntos es un instrumento adecuado para la sistematización de nuestra manera de pensar y para el desarrollo de la capacidad de análisis. Nos permite enfocar un problema en su totalidad separando lo que carece de importancia, de lo que es fundamental. Facilita la visualización de las relaciones que puedan existir entre las partes componentes de un problema, así, como las de cada parte con el todo.

Sus principales operaciones entre conjuntos Unión e Intersección, nos permiten cambiar los elementos de una situación dada, con el fin de identificar, alternativas de acción, de evaluar la información, y de separar lo fundamental de lo irrelevante, teniendo asi una mayor eficiencia en la toma de decisiones.

De aquí que la metodología propia de los conjuntos y su razonamiento deductivo, no solo fija un marco de referencia para el análisis sino que además le brinda la oprtunidad de crear sintesis propias.

II

La Teoria de Conjuntos es una estructura Lógica que unifica los conceptos más fundamentales mediante un lenguaje intuitivo. Este enfoque es el que caracteriza a todos los grandes matematicos que desde fines del siglo pasado se dedicaron a la revisión de los fundamentos, que condujo a la creación de la matemática moderna. Aunque en otras épocas se creia que cada rama delas matemáticas dependia de intenciones particulares suministradas por los primeros elementos y verdades, lo que hubiera implicado el empleo de un lenguaje formal propio para cada una de ellas, hoy sabemos que desde un punto de vista lógico es posible derivar casí todas las matemáticas de una fuente unica, la Teoria de Conjuntos.

S I N O P S I S

Han sido dos conceptos fundamentales que motivaron este trabajo: el primero, emana directamente de lo planteado en nuestra Carta Magna y que versa en cuanto a que la educación impartida por el estado tendrá a desarrollar individuos armónicamente integrales, el otro resulta y debería ser una directriz presente siempre en el quehacer de todo aquel que se nombra maestro y es la praxis del conocimiento, es decir, hacer que el alumno se dé cuenta de que todo aquello que aprende en la escuela representa la posibilidad de actuar y sobre todo transformar el medio en que se desenvuelve además de la actitud crítica, que como miembro de una sociedad esta comprometido a adoptar.

Dentro de este marco y reflexionando en cuanto a la importancia que para lograr estos fines juegan las Matemáticas es que se elaboró esta tesina. El acercamiento al conocimiento matemático debe hacerse desde el punto de vista de la teoría de conjuntos ya que estos últimos son el "habitat" natural y cotidiano del hombre.

En el primer capítulo se da un rápido vistazo a la evolución histórica del conocimiento matemático, tratando de dar una información faciente en cuanto a las culturas cuyas aportaciones fueron sobresalientes y motores importantes para este estudio. Se hacen además algunas acotaciones generales a cuanto al estudio de los conjuntos y su importancia en la formación del concepto de número.

A continuación del primer capítulo se seleccionó el tema-motivo de estudio y se definió el problema, ambos pasos se lucieron partiendo de la realidad concreta observada en el salón de clase, tal vez haya faltado incluir en este paso una consideración respecto al nivel social de los alumnos pero, debido a la brevedad del tiempo con que se contaba no se hizo así.

En el segundo capitulo se hace un acercamiento directo a lo que es conjunto es decir, se define a éste;

Se hace una rápida reseña en que se aclara la simbología empleada en este tipo de trabajo con el objetivo de integrarlo en el salón de clase.

El tercer capítulo presenta información respecto a las operaciones fundamentales que pueden realizarse con conjuntos: Complementación, unión e intersección.

El cuarto y último capítulo de este trabajo representa un esfuerzo más personal de la sustentante.

En éste se hace una rápido análisis de los objetivos terminales de la enseñanza de la matemática en el 5o. Grado específicamente y en la escuela primaria en general destacando el aspecto Lógico. Se incluyen al final de este capítulo una serie de sugerencias que según la sustentante representan lineamientos generales y obligatoriamente observables en la enseñanza-aprendizaje de la teoría de conjuntos en la escuela primaria.

MARCO TEORICO CONCEPTUAL

I.-ANTECEDENTES SOCIO- HISTORICOS DE LA MATEMATICA.

Desde la más remota antigüedad, los pueblos primitivos han sentido la necesidad de contar y medir. El mito y la magia dominaban su pensamiento, pero en forma gradual comenzaron a comprender la naturaleza y a estudiarla.

Es probable que el hombre haciendo marcas en troncos y cavernas lograron la medición del tiempo y el conteo de lo que le rodeaba.

Sin duda la Matemática ha tenido su desarrollo en raices psicológicas y más que en esto en su propias necesidades.

La operación de contar es un proceso intricado, de todos los seres de la Tierra, el hombre es el único que puede hacerlo para ésto se ha valido de todos los recursos disponibles y principalmente ha utilizado las partes de su cuerpo, como la mano, los dedos, el codo, el pie y otras.

Ha medida que el hombre iba evolucionando tuvo que hacer cálculos bastantes complicados que comprendían la suma, resta, multiplicación y división, para tales efectos como no conocía símbolos numéricos utilizó lo que actualmente se conoce como Conjuntos. Esta tendencia de la ciencia aplicada hizo la evolución de la teoría que aparece tanto en la historia antigue como en muchas de las contribuciones de la Matemática Moderna.

En los principales pueblos de oriente es donde comienza la historia de la Matemática, los pueblos más destacados fueron entre otros los Asirios, Babilonios, Egipcios, Arabes y Griegos.

I.a. Hacia 2000 A.C. los Asirios Babilonios poseían una gran cantidad de materiales basados en el campo del Algebra, los pueblos que habitaron la Mesopotamia, Sumerios y Acadios. Asirios y Babilonios dejaron huellas perturbables de sus conocimientos, utilizando raros signos cuneiformes inscritos en tablillas de arcilla los cuales sirvieron para realizar cálculos artméticos y geométricos.

I.I.b. En la Mesopotamia sus estudios fueron principalmente dirigidos al conocimiento de los fenómenos celestes. Calcularon con anticipación los eclipses de Sol de luna, establecieron un calendario y conocieron los ángulos bajo los cuales aparecen y se ponen los astros.

Lograron en la Astronomía un notable desarrollo que en su último periodo coexistio con la naciente Astronomía Griega.

I.I.c. Egipto, pueblo eminentemente adentrado en los problemas de la Geometría por sus propias necesidades ya que los desbordamientos contínuos del río Nilo alteraba los límites y modificaba sus extensiones. También lograron notables avances en esta rama del saber humano.

En base a los análisis de los papiros egipcios se desprende que este pueblo conocía reglas para obtener el área de las figuras planas más interesantes, asi como el volumen de algunos poliedros, pues calculaban correctamente el volumen de un tronco, de pirámides de base cuadrada y aproximadamente el área de una semiesfera, adoptando como valor de π la fracción 3.1604 que comparte un error por exceso relativamente pequeño.

I.I.d. Grecia, pueblo que aportó grandes adelantos a la cultura, cuna de grandes sabios de la antigüedad inicia con: Tales de Mileto fenicio de origen y uno de los siete sabios de Grecia, intruido en Egipto donde sobre pasa a sus maestros, funda en Mileto la Escuela Jónica con la que inicia la Matemática y la filosofía griega.

Se le atribuye el empleo de la circunferencia para la medida de los ángulos, la teoría de los triangulos semejantes, así como los siguientes teoremas: "Los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales", "Todo diámetro biseca a la circunferencia", "Los ángulos inscritos en una semicircunferencia son iguales".

Pitágoras funda en Crotona, su escuela, en la segunda mitad del siglo VI A.C., probablemente nativo de la isla de Samos en el Asia Menor, se dice que estuvo en Egipto e ingrso a la casta sacerdotal, donde recibió una educación muy completa.

La Escuela pitagórica tuvo un carácter místico y político científico y religioso, cinsideraba la Matemática como el punto central de su actividad, sus principios generales fué el estudio de los teoremas abstractos con la inteligencia pura.

La escuela pitagórica dentro del campo de la Matemática se ocupo principalmente de la Aritmética y Geometría descubriendo muchisimas propiedades entre las que destaca el teorema que lleva su nombre.

También se les atribuye a los pitagóricos el descubrimiento de lo irracional y el reconocimiento de cinco polígonos regulares.

Platón en el siglo IV A.C. funda su escuela cuya influencia sobre la Matemática ha sido importante. Introduce en la ciencia el método analítico, la teoría de las secciones cónicas y la doctrina de lugares geométricos, fué aplicada con gran ingeniosidad a los problemas famosos de la duplicación del cubo, de la cuadratura del círculo y de la trisección de ángulo.

Entre los discípulos de Platón deben citarse a Eudoxo de Cuido, uno de los más grandes sabios de esa época, el primer investigador y matemático puro cuya atribución al desarrollo de las matemáticas es realmente maravillosa.

Su teoría de las magnitudes, no superada hasta después del siglo XIX, el método de exhaución el postulado conocido bajo el nombre de Arquímides, el estudio de la sección áurea y de una solución del problema de la duplicación del cubo, dan la medida gigantesca de este genio de las matemáticas.

Además es necesario resaltar que la tendencia axiomática-deductiva en Matemática tuvo su origen en tiempos de Eudoxio y cristalizó con los elementos de Euclides.

Sin embargo, aunque la tendencia teórica y axiomática de la matemática griega es una de sus más importantes características y ha ejercido una influencia enorme, nunca se insistirá en que las aplicaciones y conexiones con la realidad física desempeñaron un papel importante como parte de la matemática do-la antigüedad.

Es muy posible que el descubrimiento de las dificultades- relacionadas con las cantidades inconmensurables desviara a -- a los griegos del desarrollo del cálculo numérico alcanzado -- con anterioridad en Oriente. En su lugar abrieron caminos a -- través de la Geométria Axiomática pura.

Durante casi dos mil años el peso de la tradición geomé-- trica axiomática pura griega retraso la inevitable evolución - del concepto de número y el desarrollo del cálculo algebraico- que más tarde había de ser la base de la ciencia moderna.

I.I.e. Después de un periodo de preparación lenta, la revolución en la matemática y en la ciencia comenzó su base vigorosa en los siglos XVII y XVIII con la Geometría Analítica y - el Cálculo Diferencial Integral.

El razonamiento lógico riguroso, a partir de definiciones claras y no contradictorias, axiomas evidentes, fueron cuestiones sin importancia para los nuevos exploradores de la ciencia de la matemática.

I.I.f. En el siglo XIX la necesidad de consolidar, y el - deseo de una mayor seguridad en la extensión de la enseñanza - superior, que había impulsado a la revolución francesa condujo a una revisión de los fundamentos de la nueva matemática en -- particular del cálculo diferencial, así como el concepto fundamental de límites.

En el siglo XIX es considerado en el siglo de los grandes avances y el retorno al ideal clásico de presición rigurosa es decir a la pureza lógica de la abstracción.

I.I.g. Actualmente cuando la ciencia matemática ha evolucionado tanto con las teorías de Agustín Lauis Cauchy, Nicolás Lobalchewki, Eva risto Galois, George Cantor, George Boole y - Albert Enstein es de esperar establecer una unión orgánica entre ciencia pura y aplicada y un equilibrio estable entre la - generalidad abstracta y la individualidad concreta puede ser - muy bien la tarea universal de la matemática en el futuro inme diato.

II. RESEÑA HISTORICA DE LA TEORIA DE LOS CONJUNTOS

I.II.a. La teoría de conjuntos es un sistema matemático - y un lenguaje específico para el manejo de ciertos problemas.- Al igual que otros sistemas matemáticos como el Algebra y la - Geometría, consiste en un conjunto de conceptos básicos, definiciones, operaciones, propiedades y teoremas.

"La teoría de conjuntos se desarrolla mucho después de la mayoría de las ideas matemáticas básicas. Sin embargo, es tan- valioso que ha llegado a afectar significativamente la estructura y el lenguaje de las matemáticas modernas".

I.II.b. Los matemáticos George Boole (1815-1864) y George Cantor (1845-1918) desarrollaron la Teoría de Conjuntos como - una técnica para el estudio de lo infinito. Durante el siglo - XIX se realizaron contínuos intentos para definir procesos infinitos tales como la diferencia y la integración en términos- de una Aritmética simple. El sentido era que si todos los procesos y símbolos podían definirse así habría menos dificultad- para razonar con presición sobre ellos.

Cantor en la teoría de Conjuntos, distinguió ordenes distintos de infinito, en distintos conjuntos infinitos. Comparó- los conjuntos infinitos al aparejar sus elementos, dos a dos,- como los animales del Arca de Noé. A través de este método de- relación biunívoca, aparentemente simple, alcanzó conclusiones sorprendentes por ejemplo todas las fracciones pueden ser aparejadas con un conjunto infinito de números enteros. Los dos - conjuntos infinitos son, por lo tanto iguales; a pesar de esto el conjunto de todas las fracciones incluyendo el conjunto de- todos los números en virtud de términos como 2/1 o 6/2 en o--- tras palabras, hacen que los dos conjuntos sean iguales, uno -- contiene a otro como un subconjunto. A través de la misma técnica, Cantor averiguó que otras sieros infinitas: Todos los -- puntos en la línea de un segmento, por ejemplo, no pueden aparejarse con los números enteros. En pocas palabras no pueden -

contarse los puntos del segmento. Cantor halló ordenes de infinito, otros números trasfinitos que todavía son más infinitos.

Creó una Aritmética para tratar dichos conjuntos infinitos una arma tal con que la matemática podía dividir su antiguo mito en torno al infinito en varias fases lógicas.

Actualmente podemos decir que todas las ramas de la Matemática utilizan la teoría de conjuntos, como concepto básico - en Aritmética se consideran los conjuntos de números y las operacionesefectuados con ellos; La geometría trabaja con conjuntos de puntos que definen diversas figuras y relaciones funciones, el muestreo maneja subconjuntos de poblaciones concretas, etc.

Como disciplina matemá tica la teoría de conjuntos se originó con los trabajos de Cantor, sin embargo su enfoque se refiere a problemas relativos a conjuntos infinitos, al concepto de cardinalidad, y al número transfinitos. A Boole se debe el- punto de vista algebraico de los conjuntos, paralelo con su -- aplicación al análisis lógico, en la actualidad se le conoce - como Algebra Booleana.

Para la representación gráfica de los conjuntos por lo regular se utilizen superficies limitadas, curvas cerradas llamadas Diagramas de Venn o Euler.

Leonardo Euler (1707-1783) matemático suizo fué el primero en ilustrar los conjuntos y sus operaciones mediante diagramas, y más tarde estas representaciones fueron generalizadas - por el lógico matemático Ingles John Venn (1843-1923).

Cuantas veces nos referimos a conjunto de automóviles, de libros, de niños, es decir identificamos una colección de objetos como un conjunto.

En Matemática también se utiliza el concepto de conjunto- de soluciones de ecuaciones en Algebra, conjunto de entes en - estadística, conjunto de puntos en Geometría.

La extensión que abarca el concepto de conjunto a través- de toda la Matemática lo indica el hecho de que el concepto de conjuntos se utiliza desde el Jardín de Niños y sirve de base-para la matemática a nivel superior.

En nuestro lenguaje existen muchas palabras que determinan conjuntos: enjambres, parvadas, rebaños y arboledas, etc.

Conjunto es una colección de objetos que recibe el nombre de elementos del conjunto según este criterio se puede hablar de: conjunto de maestros, conjunto de dígitos, el conjunto de los números primos 5 y 31.

Cada uno de los anteriores conjuntos se dice que están definidos. Es decir a partir de las características de sus elementos se pueden determinar si pertenece o no al conjunto.

Para que exista un conjunto se exigen algunos requisitos y son:

a) La colección de objetos deben estar bien definidos.
b) Ningún objeto del conjunto se debe contar más de una vez.
c) El orden en que se enumeren sus elementos carece de importancia.

SELECCION DEL TEMA

Al analizar los registros de evaluación y al formular los datos estadisticos sobre el aprovechamiento del aprendizaje de las operaciones de conjuntos Unión e Intersección, se pudo observar que existia un bajo rendimiento de parte de los alumnos del 5o. Grado "B" de la Escuela Primaria Oficial "El Chamizal" institución de organización completa sita en la 7 Norte No. -- 5802 de la ciudad de Puebla, turno matutino y perteneciente a- la Tercera Zona escolar con clave 21EPR0338S obstentando el caracter de urbana por su ubicación.

Durante el ciclo escolar 1978-1979 se observo que de 55 - alumnos inscritos en el grupo, el 60% de ellos tenian serias - dificultades para realizar las operaciones de conjuntos de --- Unión e Intersección un 20% realizaban estas operaciones en -- en forma incompleta y el otro 20% si habían comprendido la forma adecuada de realizar estas operaciones de conjunto y su representación mediante diagramas de Venn.

La información obtenida de dichos estudios fue de gran utilidad para mejorar el desempeño didáctico y la participación en el proceso enseñanza-aprendizaje en las actividades diarias

En última instancia estas investigaciones contribuiran a- elevar eficiencia de los educandos.

Es evidente que para alcanzar el éxito deseado es necesario adecuar los requisitos que permitiran mejorar el proceso-- enseñanza-aprendizaje, mediante el conocimiento de ciertas condiciones metodogícas mejoraria el aprovechamiento de los alumnos a mi cargo y elevaria el nivel academico de mi grupo.

FORMULACION DEL PROBLEMA

En terminos generales, por problema se entiende, "aquella dificultad que no se puede resolver automáticamente, es decir, con la sola acción de nuestros reflejos instintivos y acondicionando o mediante el recuerdo de lo aprendido anteriormente" (Elí de Gortarí) en la vida cotidiana continuamente se sucitan los más diversos problemas, en el campo de la educación se dan los problemas con mayor frecuencia ante los que carecemos de conocimientos específicos suficientes para resolverlos.

La teoría de Conjuntos contiene conceptos aparentemente nuevos, por tal motivo en la escuela primaria la enseñanza de conjuntos y sus operaciones resulta un verdadero problema, pero no un problema común si no tenia la categoria de problema científico.

Un problema científico es una situación en la cual se plantea sistemáticamente las relaciones entre dos o más variables y cuya solución incrementa el conocimiento.

Para identificar problemas científicos, es conveniente recordar los rasgos esenciales del pensamiento científico y después aplicar las reglas para formular correctamente el problema.

El problema motivo de este trabajo, se presenta en los alumnos del Quinto Grado "B", los objetivos programáticos de este Grado en relación con la Teoría de Conjuntos y las operaciones de Unión e Intersección son temas nuevos por tal motivo esto representa un verdadero problema de aprendizaje.

Por tal motivo el problema se formula de la siguiente manera. ¿Hasta que grado el desconocimiento metodológico adecuado en la enseñanza de la teoría de conjuntos en los alumnos del Quinto Grado de la Escuela Primaria Oficial "El Chamizal" representa en el bajo nivel de aprendizaje en las operaciones de conjuntos Unión e Intersección?

El problema consiste en que a los alumnos del Quinto Grado se les dificulta la solución de operaciones de Unión e Intersección de conjuntos, y la solución a darse mejorando la metodología en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Variable independiente (X), es el desconocimiento metodológico adecuado de la enseñanza de la teoría de conjuntos.

Variable dependiente (Y) bajo nivel de aprendizaje en las operaciones Unión e Intersección.

II.- CONJUNTOS, CONCEPTOS, BASICOS Y SIMBOLOGIA.

II.a. Definición de conjunto

La teoría de conjunto es una rama de las matemáticas, los conjuntos y sus operaciones ofrecen una base sobre la cual se- rige el conocimiento matemático.

El número es una propiedad de los conjuntos que expresan- por medio de formas y símbolos matemáticos.

Los conjuntos dan lugar a operaciones, al hablar de con-- juntos se puede considerar que la noción de este concepto, es- demasiado simple, que se puede captar intuitivamente.

El conocimiento intuitivo, es el conocimiento claro inme- diato, directo, que se adquiere del mundo externo o de la pro- pia conciencia sin razonamiento alguno.

Por tal motivo, el significado de la palabra "Conjuntos"- se intuye a partir de la experiencia que se posea del mundo y- conceptual.

El conjunto de la palabra conjunto no solo aparece en ma- temáticas si no se aplica en varios aspectos de la vida coti-- diana.

II.b. Para simbolizar conjuntos se ha convenido en em--- plear letras mayúsculas cualesquiera y en dar lista de elemen- tos del conjunto encerrados en llaves.

Supongamos que nos estamos refiriendo a los maestros de - Sexto Año de X escuela.

$$E=\{\text{Maestros de Sexto Año de la escuela X}\}$$

El signo igual se lee como "es el" las llaves significan- "conjunto formado por" y lo que se encuentra dentro de las lla ves constituyen la descripción del conjunto o de sus elementos

Un conjunto es una colección bien definida de objetos. Es tos objetos individuales que forman conjuntos se les llama ele mentos y se simbolizan con letras minúsculas a, b, c... Ejem-- plo:

$$C=\{a, b, c... \}$$

Se utilizaron suspensivos para identificar elementos omitidos en ocaciones es necesario ordenar los elementos del conjunto para detectar elementos omitidos.

Los puntos suspensivos también sirven para determinar que el conjunto continúa indefinidamente, es decir que existe un - número infinito de elementos del conjunto.

Especificación de conjuntos.- Un conjunto puede definirse o determinarse de dos maneras.

a) Listar todos sus elementos, es decir enunciando o enumerando sus elementos, separándolos mediante comas y - encerrándolas entre llaves, a esta forma se llama método de enumeración , tabulación o de extensión.

b) Encerrando entre llaves difinitorias es decir expresar una propiedad, un atributo que caracterice pertenecer- al conjunto se llama método de Descripción o de comprensión.

Ejemplo: A={Las vocales del alfabeto castellano}

Como puede notarse. El método por extensión es sumamente- sencillo no da lugar a ambigüedades.

El método por comprensión propicia un criterio práctico - para determinar si un elemento pertenece o no al conjunto determinado y evita confusiones.

II.c. Conjuntos Especiales.- Cuando a un conjunto se le - considera como fuente de todos los elementos que forman el problema a considerar se le denomina Conjunto Universal.

Al definir un Conjunto Universal hay dos circunstancias - que se deben considerar:

i) El Conjunto Universal no es único; depende del problema que es esté considerando y pueda cambiar según la - situación de que se trate . El símbolo "U"

i i) Aun para un mismo problema el conjunto Universal no - está definido en forma única, podemos elegirlo a nuestra conveniencia.

Conjunto Ø, a primera vista parece extraño hablar acerca- de un conjunto sin elementos. En nuestro lenguaje la idea de -

de conjunto supone reunión de dos o más elementos .

Un conjunto que no contiene ningún elemento se denomina conjunto vacío o conjunto nulo y se le designa con el símbolo $\emptyset$, $\{\ \}$, $\{\emptyset\}$.

Es necesario establecer el concepto de conjunto vacío como un convenio, producto de una mera abstracción del pensamiento. Es conveniente no recurrir a ejemplos absurdos como llamar conjunto vacío, al conjunto de personas de más de 200 años.

Conjuntos finitos e infinitos.

El número de elementos de un conjunto no vacío, puede ser finito o infinito.

Se le llama conjunto finito al que sus elementos se pueden contar en un lapso de tiempo razonable o se pueden listar en algun orden.

Ejemplo: El conjunto de alumnos del 6o. Año Grupo "B".

Un conjunto infinito es aquel en el que sus elementos no pueden ser computables, es decir si el conjunto no posee un último elemento.

Ejemplo: El conjunto de números naturales.

Relación entre conjuntos.

Igualdad y equivalencia.

Conjuntos iguales.- Se dice que dos conjuntos son iguales A y B si, solo si poseen exactamente los mismos elementos.

A=B implica que cada elemento de A es también elemento de B y cada elemento de B es también elemento de A.

Al escribir conjuntos iguales debemos notar que no tiene importancia el orden en que se listen los elementos .

Para expresar que dos conjuntos son iguales lo podemos hacer de la siguiente manera A=B si, solo si $\forall\, a \in A \longrightarrow a \in B$ y $\forall\, b \in B \longrightarrow b \in A$.

Ejemplo: M= a, b, c, d N= c, d, a, b

Para indicar que dos conjuntos no son iguales se emplea el símbolo $\neq$ que se lee "no es igual".

Conjuntos equivalentes.- Se dice que dos conjuntos X y Y son equivalentes cuando se les puede situar en correspondencia do uno a uno.

II.d. Relación de Conjuntos.- se llama relación biunívoca o correspondencia uno a uno cuando dos conjuntos pueden colocarse en apariamientos es decir, dados los conjuntos R y S y es posible aparear cada elemento exactamente con otros elementos R con cada elemento de S y cada elemento de S con cada elemento de R.

Ejemplo: $R=\{a, e, i, o, u\}$
$S=\{2, 4, 6, 8, 0\}$

Como puede notarse no es necesario que los elementos de los conjuntos contengan las mismas características si es necesario que tengan el mismo número de elementos.

Por lo tanto los conjuntos X y Y son equivalentes porque sus elementos pueden colocarse en correspondencia uno a uno.

Subconjunto.- Una vez fijado el conjunto Universal correspondiente a un problema específico, todos los demás conjuntos involucrados deben ser subconjuntos del Conjunto Universo.

Cualquier conjunto A del que todos los elementos sean también miembros de otro conjunto B y a la vez los elementos de B sean miembros del Conjunto Universo. Entonces A y B se les denomina subconjuntos del Conjunto Universo.

Sea $A \subset B$ y $B \subset U \therefore A$ U.

Para indicar la relación de subconjunto se utilizó el simbolo $\subset$ que les "pertenece" o "es subconjunto".

El número de subconjunto posible de un conjunto Universo, después del número de elementos que forman el Conjunto Universo.

Para tal efecto existe una fórmula que relaciona el número de subconjuntos de un conjunto.

Suponiendo que el conjunto U=0 en base a esto se dice que el universo es vacío por lo tanto el número de subconjunto del Universo es igual a uno, que es el elemento $\emptyset$.

Si el conjunto Universal contiene un elemento U=a se dice que el conjunto Universo contiene dos subconjuntos, a y 0 con esto se obtiene una secuencia o decisión dicotómica para demos trar recurriremos a un diagrama, y se tiene lo siguiente:

$A=\{a\}$ — a se incluye

inicio$=\emptyset$ — Resultado $S_1=\{a\}$

— a no se incluye $S_2=\{\emptyset\}$

Ahora partiremos de un conjunto Universo con dos elementos sea : U= a, b

inicio — a se incluye — b se incluye $S_1=\{a, b\}$

— b no se incluye $S_2=\{a\}$

Resultados

a no se incluye — b se incluye $S_3=\{b\}$

— b no se incluye $S_4=\{\emptyset\}$

Por lo tanto podemos definir que para encontrar el número de subconjuntos de un conjunto Universal N $(U)=4^2$ entonces - N_s $(U)=16$

Subconjunto propio.- dados dos conjuntos A y B donde A B- decimos que A es un subconjunto propio de B, esto sucede cuando todos los subconjuntos propio de B, esto sucede cuando todos los subconjuntos de A se encuentren en B y si B tiene, por lo menos, un elemento que no contiene A.

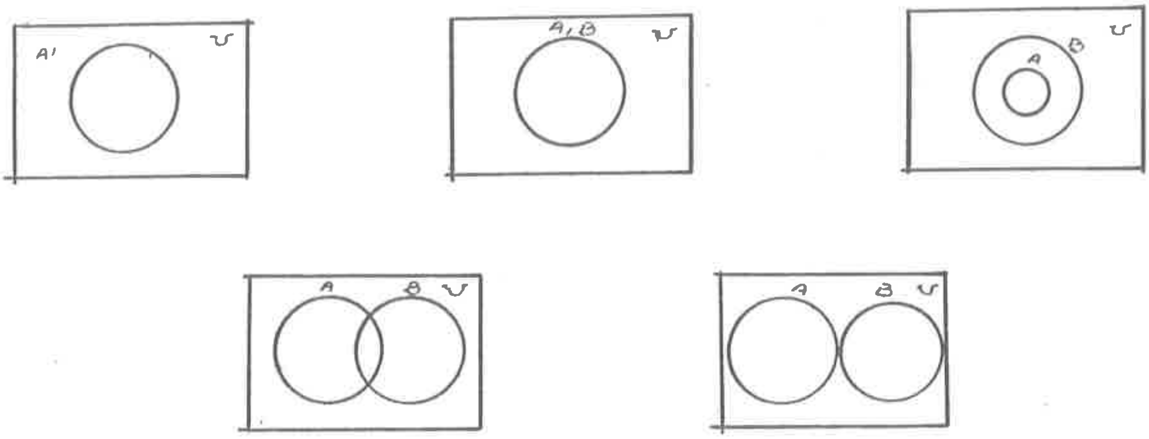
II.c. Diagramas.- Cuando se trabaja con la teoría de conjuntos con relaciones y operaciones entre ellos, es útil disponer de un sistema de representación gráfica, razonar deducir y visualizar en forma lógica.

Estos dispositivos gráficos llamados diagramas de Venn Euler. El nombre procede de sus creadores, el matemático inglés- John Venn quien lo ideó y el matemático suizo Leonardo Euler - quien perfeccionó la idea.

Los diagramas se representan por medio de regiones geométricas como óvalos, triángulos, círculos u otras.

Es necesario aclarar que solo el conjunto Universal tiene única de representación que es la región formada por un rectángulo.

Ilustración de diversos diagramas.



a) Para el subconjunto A del conjunto U, A es el subcon-- junto A el complemento de A.

b) Representa la igualdad de subconjunto A=B sea que A y- B contiene los mismos elementos.

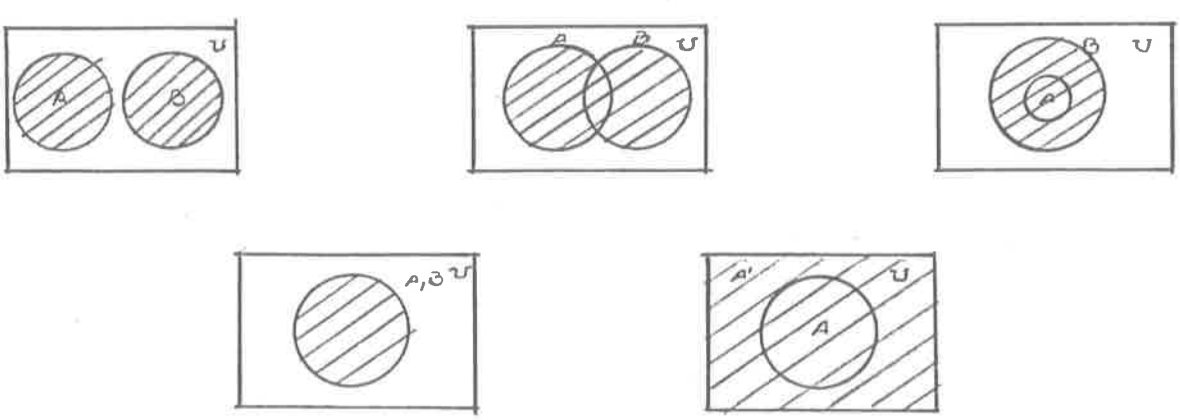
c) Representa A como subconjunto propio de B o sea que to dos los elementos de A se encuentran en B y por lo menos unos- de los elementos de B no esta en A.

d) Representa A y B conteniendo en común algunos elemen-- tos.

e) Representan conjuntos A y B o sea, conjuntos que no -- tienen elementos iguales.

Ilustración de diagramas de operaciones entre conjuntos.

Unión



17

La zona rayada representa la unión de diversos conjuntos

f) Unión de conjuntos disjuntos o ajenos

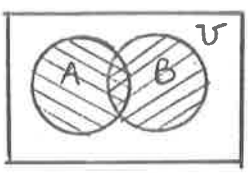
g) La unión de conjuntos con elementos en común.

h) Unión de subconjuntos propio A

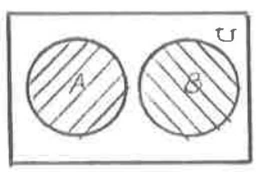
i) Unión de conjuntos iguales

j) Unión de subconjuntos A complemento A

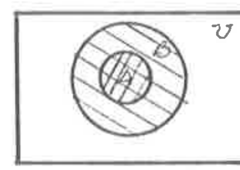
Intersección.



$A \cap B$

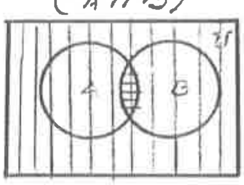


$A \cap B = \emptyset$



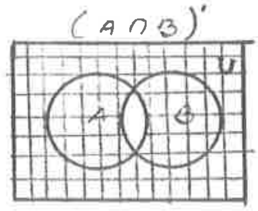
$A \cap B$

$(A \cap B)'$



$A' \cup B'$

$(A \cap B)'$



III-OPERACIONES CON CONJUNTOS

En la parte anterior se ha estudiado la teoría de conjuntos y sus relaciones entre ellos: Siguiendo adelante podemos - ver como se pueden formar conjuntos a partir de otros conjuntos lo que difiniremos como operaciones entre conjuntos.

Las operaciones son formas que constituyen un sistema lógico de construcción de nuevos conjuntos en base a conjuntos - dados. Estas operaciones y sus propiedades nos conducen a la - teoría de conjuntos como una Algebra Booleana, ,o sea como un - sistema matemático.

III.a. Complementación: Sea, el Conjunto Universal $U=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ y el conjunto $A=\{3, 5, 7,\}$, A es un subconjunto cualquiera del conjunto Universal. Determinaremos que al complemento de A respecto al Universo, se define como el conjunto de -- elementos del Universo, que no pertenece a A para determinar - complemento de A' con una comilla en la parte superior derecha

Ejemplo: $U=\{1, 3, 5, 7, 9,\}$ $A=\{3, 5, 7\}$ $A'=\{1, 9\}$

En la forma simbólica las siguientes expresiones se especifican $A'=\{X\in U \ / \ X\notin B\} = \{X/X\in U \wedge X\notin B\}$ esta expresión se lee así: El complemento de A es el conjunto de los elementos X que pertenecen al conjunto Universo, pero no pertenecen a A.

Propiedades de complementación: a) El complemento del conjunto Universal es el conjunto vacío y recíprocamente, el complemento del conjunto vacío es el conjunto Universal.

Ejemplo $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ $A=\{1, 3, 5\}$

sea: $A'=\{2, 4\}$

$\emptyset'=\{1,2,3,4,5\}$ $U=\emptyset$ y $\emptyset'=U$

$U=\{\emptyset\}$

b) El complemento del complemento de un conjunto.

Sea A el complento del conjunto A y (A) su complemento- El complemento de A esta formado por todos los elemen-- tos del Universo que pertenece a A esta formado por todos elementos del Universo que no pertenece a A esta -- formado por todos los elementos del Universo que no estan en A o sea por todos los elementos que no quedan fuera de A y- éstos son exactamente los elementos del conjunto resultado.

Ejemplo: $U=\{a,e,i,o,u\}$ $A=\{e,i\}$ $A'=\{a,o,u\}$ $(A')=\{e,i\}$

en forma simbólica $(A')'=\{X/X\notin A\}=\{X/X\in A\}=A$ es decir $(A')'=A$

III.b. Intersección.-La intersección de dos conjuntos es- el conjunto de todos los elementos comunes que se encuentran - en ambos conjuntos.

Sean los conjuntos M y N cualesquiera del conjunto Universo.

La intersección se simboliza por , M N, (intersección - con N) y se especifica por comprensión como sigue.

M N= $\{X\in U/X\in M$ y $X\}$ N= $\{X/X\in M,\ X\in N\}$

Ejemplo: $M=\{1,3,5,7,11,13\}$ $N=\{13,17,19\}$ entonces

$M\cap N=13$

Propiedades de la intersección.

a) La operacion de intersección es comutativa

$A\cap B=B\cap A$

b) La intersección de dos conjuntos da lugar a dos posibilidades distintas:

i) El conjunto intersección no es vacío, al menos hay- un elemento común a ambos conjuntos A y B simbolicamente diríamos $A\cap B=\emptyset$

i i)Los conjuntos A y B no tienen elementos en común;- por no tener elementos comunes se les llama conjuntos disyun-- tos o excluyentes. En símbolos $A\cap B=\emptyset$.

c) Para cualquier subconjunto A del conjunto Universal se cumple que $A\cap\emptyset=\emptyset$ por definiciones de intersección de - conjuntos diríamos:

$A\cap\emptyset=\{X/X\in A$ y $X\in\emptyset\}=\emptyset$

como el conjunto vacío carece de elementos no puede -- existir elementos comunes con otro conjunto A.

d) Para cualquier subconjunto A del conjunto Universal se cumple que: conjunto A intersección con el conjunto --

Universo es igual al conjunto a $A\cap U=A$

Por definición $A\cap U=\{X/X\in A$ y $X\in U\}=A$

e) Para cualquier conjunto A se cumple que A intersección con A es igual a A.

Por definición $A\cap A=\{X/X\in A,\ X\in A\}=A$

f) Para cualquiera A del conjunto Universo intersección es vacía $A\cap A'=\emptyset$

Por definición $A\cap A'=\{X/X\in A$ y $X\in A'\}=\emptyset$

Esta expresión es incosiente, porque un elemento dado- no puede poseer simultáneamente una cualidad y su opuesto.

En La teoría de conjuntos la inconsistencia se da cuando un conjunto carece de elementos o no se puede poseer simultáneamiente.

g) La operación intersección se ha definido como una operación binaria, pero no hay un límite, puede extenderse por dos, tres o más conjuntos.

Sea la intersección de tres conjuntos formada por los- elementos comunes de los conjuntos considerados $A\cap B\cap C$

Ejemplo $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ $B=\{2,4,5\}$ $C=\{5,7,9\}$

$A\cap B\cap C=A\cap B=\{5\}$ $A\cap B\cap C=\{5\}$

Como se puede notar, la intersección de tres conjuntos - contiene la propiedad asociativa.

Para definir la intersección anterior.

$A\cap B\cap C=\{X/X\in A,\ X\in C\}$

III. c. Unión de conjuntos.- Por unión de conjuntos se entiende la formación de un solo conjunto o el conjunto de todos en el otro o en ambos.

Sea R y S son dos subconjuntos cualesquiera del conjunto- Universal. La Unión de R y S es el conjunto de los elementos - que pertenecen por lo menos a una de los conjuntos R ó S.

Ejemplo: $R\cup S$ $R=\{1,2,3,4\}$ $S=\{4,6\}$ $A\cup B=\{1,2,3,4,6\}$

Esta expresión se puede leer como la unión de R S es el - conjunto de los elementos X que pertenecen a R, a S o a ambos.

En forma simbólica se expresa.

$R \cup S = \{X \in U / X \in R$ ó $X \in S\} = \{X / X \in R$ ó $X \in S\}$

En el ejemplo anterior el elemento 4 forma la intersección y es un elemento de la unión y se indica una sola vez a pezar de que se encuentra en R y en S.

Propiedad de la unión.

a) La unión de conjuntos es una operación conmutativa.

$$A \cup B = B \cup A$$

b) La operación unión de conjuntos contiene un elemento neutro que el elemento $\emptyset$.

Sea A un subconjunto del conjunto Universal. La unión de A $\emptyset$ es igual al conjunto A.

$$A \cup \emptyset = A$$

c) Si A es un subconjunto cualesquiera del conjunto Universal. La unión de A con el conjunto Universo es igual al conjunto Universo.

$$A \cup U = U$$

d) Si A es un subconjunto cualesquiera del conjunto Universal. La unión de A con el conjunto Universo es igual al conjunto Universo.

$$A \cup U = U$$

e) Cuando se efectúa la operación unión de A con A se cumple:

$$A \cup A = A$$

f)La unión de un conjuto A con su complemento A es el conjunto Universal.

$$A \cup A' = A$$

g) Si se tienen dos conjuntos vacíos sean $A=\emptyset$ y $B=\emptyset$ la operación unión de A B será cacío.

$$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$$

h) La unión se considera como una operación de conjunto binario, sin embargo no hay incoveniente efectuarla con más de dos conjuntos.

Como ejemplo para el caso de tres conjuntos A, B y C se tiene:

$$A \cup B \cup C = A \cup B \cup C = A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

Como se puede notar la operación de tres o más conjuntos-
contiene la propiedad asociativa

IV.-LA TEORIA DE CONJUNTOS EN LA ESCUELA PRIMARIA EN EL 5o. GRADO ESPECIFICAMENTE.

IV.a. Consideraciones generales respecto a la enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Escuela Primaria.

Considerando la importancia de la Matemática en la naturaleza y en la vida del hombre, en la escuela primaria, se pretende que el niño llegue a descubrir que la Matemática le es útil y necesaria tanto por las aplicaciones que el puede hacer de la misma, como la formación intelectual que le brinda.

El objetivo general de las matemáticas, planteado para la educación primaria, es propiciar en el alumno el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional como un instrumento de comprensión, interpretación, expresión y transformación de los fenómenos sociales científicos y artísticos del mundo.

Para lograr este objetivo, es necesario que los contenidos programaticos se desarrollen aprovechando la gran cantidad de nociones intuitivas que el niño ya maneja por sus vivencias cotidianas.

Los mecanismos que propone el programa en la escuela primaria es construir sobre las nociones intuitivas situaciones en que manipule, observe, compare, analice y concluya, hasta alcanzar por medio de la práctica constante el concepto que interesa eleborar.

Una de las metas fundamentales que sustenta la escuela primaria es de que la matemática sea la herramienta que le sirva al niño para entender su mundo y para transformarlo en su beneficio algún día.

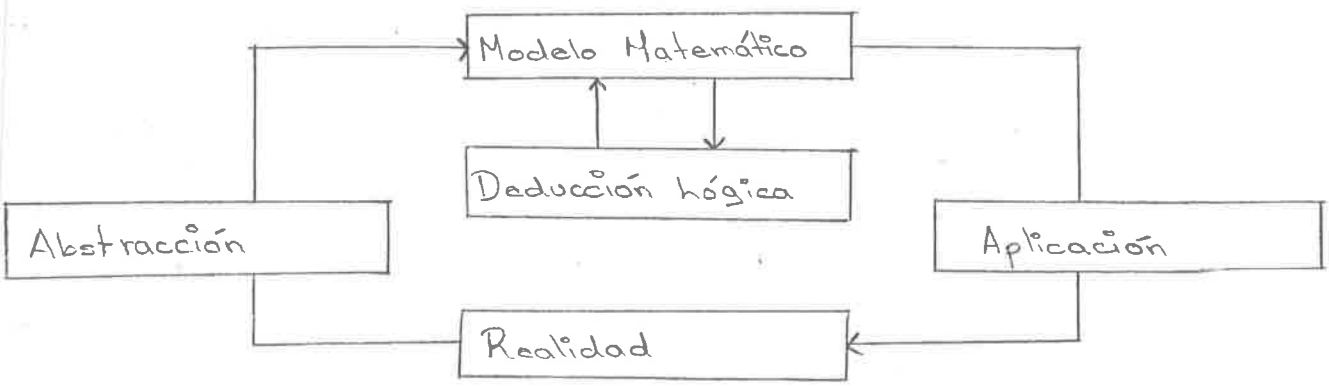
Con esto se desea que el niño llegue por sí mismo a entender los conceptos matemáticos y los exprese en su propia lengua.

Para poder lograr lo anterior es necesario que el hombre se enfrenta a su realidad que intente comprender y transformar resolviendo problemas y tomando decisiones constantemente. Como esta realidad es compleja, trata de introducir un orden ---

agrupado, clasificando, obstruyendo las características esen-- ciales de los objetos del problema que quiere resolver y cons- truyendo modelos de esta realidad.

El manejo de modelos permite llegar a conclusiones que en algunos casos serían muy difíciles de obtener directamente de- la realidad o que implicaría desperdicios de recursos.

Los programas integrados de 1o. y 2o. año de la Escuela - Primaria presenta el modelo matemático siguiente:



Se empieza seleccionando algunos sucesos o fenómenos de - la realidad que interesa estudiar, a esto se le llama abstrac- ción, luego se construye un modelo matemático del mismo, de -- manera que pueda hacerse un análisis de sus propiedades y lle- gar a algunas conclusiones (este paso es el de deducción lógi- ca). Finalmente se interpreta y aplican esas conclusiones a - la misma realidad de la cual se partió.

Si en el proceso enseñanza aprendizaje se procede de a--- cuerdo a las características del modelo, se le logrará que el- niño alcance máxima su capacidad de razonamiento lógico junto- con una independencia de juicio y un espíritu crítico y crea- tivo que por si mismo ya son logros valiosos para un individuo en formación

A medida que avance el proceso aprendizaje en el niño de- primaria se irá capacitando para plantear en términos matemati cos, (geométricos y probabilísticos, aritméticos) diversas situaciones de la vida cotidiana; resolver los problemas así --- planteados en esta etapa es cuando uno se debe de auxiliar con objetos (elementos de conjuntos), ábaco e interpretar las soluciones para transferirlas tanto a la parte de la realidad que- originó el problema como otros semejantes.

Al cursar el niño el primer grado, el uso del razonamiento inductivo deberá ser predominante en esta etapa.

Es cuando se entiende mejor el concepto de conjunto, posibilitando con ello que la educación tenga un carácter altamente creativo.

IV. b. La teoría de conjuntos en el 5o. Grado.

Los contenidos de los programas del primero a quinto grado, solo hacen referencia de la teoría de conjuntos en forma - escueta, sin embargo en todas las unidades de aprendizaje se - usa el término conjuntos.

A continuación se presenta una lista de objetivos particulares deducidos del programa de Quinto Grado que tocan en forma directa conceptos de la teoría de conjuntos.

OBJETIVOS PARTICULARES:

1.4 Establecerá semejanzas y diferencias entre figuras dadas.

2.4 LOGICA: Establecerá semejanzas y diferencias para expresarlas gráficamente.

5.4 LOGICA: Interpretará las posiciones que se refieran - a las características de los elementos de conjuntos y subconjuntos.

7.4 LOGICA: Interpretará proposiciones negativas, para -- determinar conjuntos.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

1.4.2 Establecerá la semejanza y diferencia entre las figuras que se le presentan

2.4.1 Interpretará proposiciones en las que se usen las - palabras, todos, algunos y ninguno.

5.4.3 El alumno usará los conectivos "Y", "O" cuando de--

terminen los elementos de los conjuntos dados.

7.4.1 Determinará conjuntos a partir de la negación de ca racterísticas en sus elementos.

Como podrá notarse los objetivos particulares y específicos concretamente se refieren al tema de lógica ya que la lógica y la teoría de conjuntos se encuentran intimamente ligadas, las actividades que sugiere la guía didáctica - del maestro y el libro del alumno, en la quinta unidad, - involucra la Unión e intersección de Conjuntos además como ya anteriormente se ha expuesto las operaciones de conjuntos las encontramos en todas las unidades del programa El programa no marca unidad alguna en forma concreta en - relación con la teoría de Conjuntos por tal motivo se han escogido las siguientes actividades de aprendizaje del objetivo específico 7.4.1

ACTIVIDADES A REALIZAR:

7.4.1.1 Determine un conjunto, por ejemplo: El conjunto - formado por los alumnos de Quinto Año "A"

7.4.1.2 Determine algunos de los subconjuntos que estan - incluidos en el conjunto anterior.

El conjunto que se organice con los alumnos de la segunda fila.

El conjunto de los alumnos que obtuvieron B de calificación en Matemáticas.

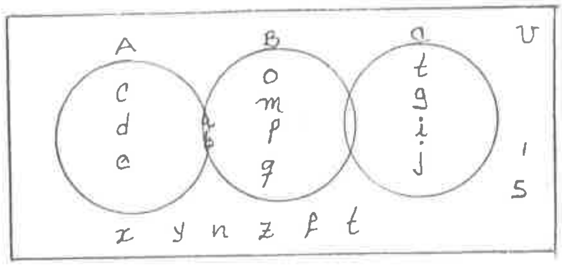
7.4.1.3 Represente gráficamente la situación anterior, y- simbólice, con una letra mayúscula, a cada alumno y a cada conjunto con una mayúscula.

D= Alumnos del 5o. Año "A"

A= Alumnos de la primera fila

B= Alumnos de la segunda fila

C= Alumnos que obtuvieron B de calificación



D contiene {a,b,c,d,o,m,p,q,k,h,t,g,i,j,l,n,s,f ,z,x,y}
A contiene {a,b,c,d,e,}
B contiene{i,j,k,h,g,t}
C contiene {a,b,o,m,p,q,k,h}
La unión de A,B,C= {a,b,c,d,e,o,p,m,p,q,k,h,i,j,g,t}
La intersección de A B C={Ø}
La intersección de A y C={a,b}
La intersección de C y B={k,h}

7.4.1 Determine oralmente los conjuntos que se formen --- cuando se niegan algunas de las características:

De pie el conjunto formado por los alumnos que no son de-la primera fila.

De pie el conjunto formado por los alumnos que no son de-la segunda fila.

De pie el conjunto formado por los alumnos que no obtuvieron B de calificación.

De pie el conjunto formado por los alumnos que son de la-primera o de la segunda fila.

De pie el conjunto formado por los alumnos que no son de-la primera fila, pero que sacaron B

CONCLUSIONES.

El estudio de la teoría de conjuntos proporciona al Profe sor métodos más efectivos para la enseñanza de las Matemáticas

El niño al dibujar, acomodar, dividir, reunir y convinar- diferentes tipos de conjuntos logrando que su intuición se de- sarrolle en la realización de operaciones arimétícas.

La teoría de conjuntos ayuda a enseñar a los niños a pen- sar y razonar de acuerdo con los modos de investigación de la- matemática y estimula el interés y placer de los niños por el- razonamiento.

El concepto de conjuntos se presenta desde el Jardín de - niños y se continua en todos los grados de la escuela primaria dando oportunidad con esto para que los niños aprendan heurís- ticamente.

Los conjuntos y sus operaciones ofrecen una base sobre la cual se origina el conocimiento matemático.

El número es una propiedad de los conjuntos que se expre- sa por medio de formas y símbolos matemáticos.

Los conjuntos dan lugar a operaciones y los números dan - lugar a otros números.

SUGERENCIAS

El concepto de conjunto es fundamental en todas las ramas- de la Matemática, intuitivamente un conjunto es una lista, co-- lección o clase de objetos bien definidos como: Número de per-- sonas, letras, ríos, automóvil, etc. estos objetos reciben el-- nombre de elementos o miembros de un conjunto.

A partir de la definición anterior y considerando aspectos del desarrollo del niño, se sugieren actividades que ayuden a - transformar la capacidad del pensamiento.

Comparación de conjuntos utilizando las expresiones Mayor- que, Menor que e Igual a.

Clasificación de elementos de un conjunto caracterizando,- formas, tamaños, colores, texturas y posiciones.

Análisis de características de los elementos de conjuntos- derivando semejanzas y diferencias.

Antes de realizar estas actividades es indispensable que - el niño manipule los objetos.

El manejo de conjuntos hara que el niño adquiera más rapi- damente el concepto de número, este proceso parte del manejo de objetos concretos y sigue con la representación gráfica de e--- llos; continua con la simbolización y culmina con la aplicación de lo adquirido.

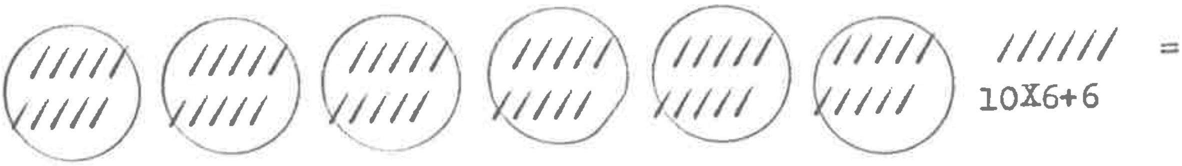
Para representar números se sugiere que primero se haga -- por conjuntos es decir introducir la idea de agrupar ejemplo:

////////// ////////// /// = 23 ó también

00000 00000 00000 00000 000 = 23

Al agrupar en paquetes y unir los conjuntos surge la idea- de Unión de conjuntos y el manejo adecuado de representar núme- ros.

A partir de la Unión de conjuntos también puede surgir la- idea de sistemas de números de base posicional, ejemplo:



El alumno de la escuela no inicia sus estudios con el modo de investigación empleando en la construcción de sistemas. Comienza a elaborar su comprensión y generalización extraída intuitivamente de nuevas situaciones matemáticas.

Comienza a desarrollar su comprensión de la estructura matemática por medio del razonamiento inductivo que lo obliga a recurrir datos, identificar, instancias y características particulares, operar y comparar, clasificar, explorar en busca de modelos y relaciones y formular preguntas que orienten sus análisis de las experiencias y observaciones y le permita descubrir conclusiones generales.

Por lo anterior, es recomendable que durante toda la instrucción elemental en Matemáticas siempre se tenga presente todo lo referente a conjuntos y operaciones de conjuntos.

BIBLIOGRAFIA

ADLER IRVING
MATEMATICA LA CIENCIA DE LOS NUMEROS
EDITORIAL NOVARO
TERCERA EDICION MEXICO 1974

TURNER V. DEAN Y HOWRD I. PROUSE
INTRODUCCION A LA MATEMATICA
LIBRO DE TEXTO GRATUITO PARA LICENCIATURA EN EDUC. PREESCO-
LAR Y PRIMARIA
S.E.P. MEXICO 1976

FREGOSO ARTURO
INTRODUCCION AL LENGUAJE DE LAS MATEMATICAS
EDITORIAL CAMPAE
S.E.P. MEXICO 1972

COLECCION CIENTIFICA DE LIBROS DE TIME LIFE
MATEMATICAS

ANTOLOGIA
MATEMATICAS I
LIBRO DE TEXTO GRATUITOPARA LICENCIATURA EN EDUC. PREESCO-
LAR Y PRIMARIA
S.E.P. MEXICO 1976

KLUMAN ARIEL Y KLUMAN DE K. ELENA
CONJUNTOS. APLICACION MATEMATICA A LA ADMINISTRACION
EDITORIAL LIMUSA. MEXICO 1978

PARDINAS FELIPE
METODOLOGIA Y TECNICAS DE INVESTIGACION EN CIENCIAS SOCIALES
EDITORIAL SIGLO XXI MEXICO 1976

RIVERA MARQUEZ MELECIO
COMPROBACION CIENTIFICA DE HIPOTESIS
EDITORIAL ANUIES
MEXICO 1976

BRUCE E. MESERVE Y MAX A. SOBEL
INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS
EDITORIAL REVERTE
MEXICO 1971

BUNGE MARIO
LA CIENCIA SU METODO Y SU FILOSOFIA
SIGLO XXI EDITORES
MEXICO 1976

ANDERSON JONATHAN, H. DURSTON BERRY
REDACCION DE TESIS Y TRABAJOS ESCOLARES
EDITORIAL DIANA
MEXICO 1972

HAMMONAS CARSIE - F. LAMAR CARL
EL PROCESO, ENSENANZA, APRENDIZAJE
EDITORIAL TRILLAS
MEXICO 1979

WALLON H.
LA EVOLUCION PSICOLOGICA DEL NIÑO
COLECCION PEDAGOGICA
EDITORIAL JEAN GRIJALVO
MEXICO 1974

J. ALEMANY
NUEVO DICCIONARIO ESPAÑOL ILUSTRADO SOPENA
EDITORIAL RAMON SOPENA
MEXICO 1967