UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

LICENCIATURA EN EDUCACION PRIMARIA

UNIDAD 241

LA OPERACION ARITMETICA DE DIVIDIR

TESINA

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

LICENCIADA EN EDUCACION PRIMARIA

PRESENTA

MARTHA LAURA PAREDES GOMEZ

SAN LUIS POTOSI, S. L. P.

JUNIO DE 1994

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

JUNIO 16, 1994.

C. PROFRA.
MARTHA LAURA PAREDES GOMEZ
P R E S E N T E .-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación, opción TESINA, MODALIDAD ENSAYO titulado **"LA OPERACION ARITMETICA DE DIVIDIR"** presentado por usted le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

A T E N T A M E N T E

PROFR. JUAN BERNARDO ESCAMILLA HERNANDEZ
Presidente de la Comisión de Titulación

S.E.P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 241
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.
SERVICIOS ESCOLARES

SUMARIO

C A P I T U L O   I I I

L A   D I V I S I O N

A.- A L G O R I T M O S

a) A n t e c e d e n t e s
b) S i s t e m a s   y   a l g o r i t m o s
c) A l g o r i t m o   p r i m i t i v o
d) A l g o r i t m o   m e c a n i c i s t a

B.- C O M O   E X P L I C A R L A

a) M e d i a n t e   c o n j u n t o s
b) M e d i a n t e   m u l t i p l i c a c i o n
c) M e d i a n t e   s u s t r a c c i o n
d) M e d i a n t e   s i s t e m a   d e c i m a l

C O N C L U S I O N E S

B I B L I O O G R A F I A

I N T R O D U C C I O N

La presente tesina, modalidad "Ensayo" en torno a la operaciòn denominada "divisiòn", estrictamente hablando no tiene un problema objeto de estudio ni presenta una propuesta. Esto por el tipo de trabajo que se ha escogido.

A pesar de lo anterior, existe un problema o situaciòn problemàtica que constituye el objeto de estudio de la presente investigaciòn y se refiere a lo siguiente:

Desde que el niño ingresa a la escuela primaria apenas aprende a escribir cantidades y a compararlas unas con otras, comienza a realizar "operaciones aritmeticas". El niño se da cuenta pronto que las cantidades que lee o escribe sirven para realizar con ellas diversas operaciones.

Pronto se entera que las operaciones principales son cuatro: suma, resta, multiplicaciòn y divisiòn. Entiende que entre ellas existe una relaciòn y que unas son mas difìciles que otras.

Asi es como la divisiòn se convierte pronto en la operaciòn aritmètica que mayor dificultad implica para todo alumno y aun para todo maestro.

Todo parece partir desde el mismo "algoritmo" o manera de realizar la operaciòn. Què hacer para que el alumno entienda como realizar distintas divisiones ? A què se debe el hecho de que los niños encuentren tan complejo el proceso de dicha operaciòn ?

Todo esto implica que el presente ensayo tenga tres capítulos,a el primero de los cuales se refiere a un panorama general de la matemàtica, el segundo se avoca a la parte mas importante y bàsica de la matemàtica que es la aritmètica, el tercero que se concretiza ya en una de las operaciones, la divisiòn.

Y sobre esta oepraciòn, se pretende presentar distintos procedimientos o algoritmos para su resoluciòn, sin intentar establecer que sean los ùnicos que existan.

Los cuatro procedimientos que se presentan "pretenden" llevar una secuencia, de lo mas sencillo a lo mas complejo. Todo ello como una preparaciòn para el algoritmo mas usual el que presentan planes y programas de estudio.

C A P I T U L O I

L A M A T E M A T I C A

A.- G E N E R A L I D A D E S

a) C o ñ c e p t o

Cuando se trata de definir què es la matemàtica los distintos autores se expresan de maneras un tanto diferentes:

Se dice que, desde el punto de vista etimològico, la palabra "matemàtica" proviene del vocablo griego "matema" que significa ciencia. De acuerdo a esto, la matemàtica es la ciencia que estudia los seres abstractos (nùmeros, figuras geomètricas...).

Se afirma tambièn que la palabra "matemàticas" proviene del griego "mathèmata" que significa "cosas que se aprenden".Esto,tal vez porque los antiguos griegos incluìan en las matemàticas, ademàs del estudio de los nùmeros, espacio, astronomìa y mùsica.

Algunos consideran a la matemàtica como una expresiòn de la mente humana, reflejo de la voluntad activa, la razòn contempaltiva y el deseo de la perfecciòn estètica.

De manera màs sencilla y clara, se afirma que la matemàtica es la ciencia que trata de la cantidad. Su campo de acciòn està constituido por un conjunto de ciencias que estudian las relaciones precisas que existen entre las cantidades o magnitudes y las operaciones o mètodos.

b) O r i g e n

La matemàtica tuvo como origen el intercambio que hacian los hombres primitivos de sus objetos y propiedades: "tu me das" y "yo te doy", es decir, naciò como consecuencia del "trueque".

La necesidad de tener lo que otros poseian, la urgencia de delimitar lo "mio" y la conveniencia de dar a otro lo que no tenia, diò origen al nacimiento de esta ciencia.

Esa matemàtica rudimentaria no era aritmètica, geometria o àlgebra. Sencillamente era el inicio de todo Lo relacionado a los nùmeros y que ahora comprende un vasto campo de conocimientos.

Las crònicas màs antiguas indican que el hombre empleò la idea de nùmero desde los albores de la civilizaciòn; utilizò al principio unas pocas palabras, tales como "uno", "dos" y "muchos" y desarrollò posteriormente el arte de contar.

Junto a esta idea de"nùmero", el hombre utilizò en su vida diaria la dea de "forma". En la construcciòn de habitaciòn se valiò de algunas figuras geomètricas mas simples.

c) H i s t o r i a

El desarrollo matemático ha tenido su origen en necesidades prácticas, y una vez puesto en marcha dicho desarrollo, gana impulso en sí mismo y va mas allá de una utilidad inmediata.

Esta tendencia de la ciencia aplicada hacia la teoría, aparece tanto en la historia del conocimiento como en las contribuciones de la tecnología moderna.

La historia de la matemática se inicia en oriente hacia el año 2000 ac. Los babilonios tenían ya muchos conocimientos que bien pueden clasificarse dentro del álgebra elemental.

Los egipcios por necesidades prácticas ponen las bases de la geometría. Ya como ciencia, la matemática se desarrolla en Grecia durante los siglos V y VI ac, de igual manera que ocurrió con otras ramas del saber como la historia o la filosofía.

Las conquistas de Alejandro primeramente y la formación del imperio romano posteriormente, relacionaron los conocimientos griegos con los de caldeos y egipcios. Iniciada la edad media, llegan todos ellos a Europa junto con las aportaciaones de los hindúes y los árabes.

La aparición del renacimiento dió origen a un nuevo y floreciente desarrollo de la matemática. Personajes como Descartes, Pascal, Lebnitz y Newton hicieron posible la aparición de nuevas ramas de esta ciencia, las que unidas a la aritmética y geometría conformaron un campo extenso de estudio.

Los siglos XIX y XX han visto surgir el inicio de una nueva matemática, muchas veces en contradicción aparente con los principios tradicionales o clásicos.

d) I m p o r t a n c i a

Es innegable la importancia de la matemática en la vida diaria del hombre. Casi no hay actividad humana en la que no se encuentre alguna aplicación de conocimientos matemáticos.

Un niño cuenta sus juguetes, una madre de familia calcula sus gastos, se acomodan los muebles en cierto espacio disponible, un ciudadano interpreta una noticia acerca del uso que se da a sus impuestos... Se aplican aquí los conocimientos matemáticos.

Además de la utilidad social debida a sus múltiples aplicaciones prácticas, se le reconocen a la matemática cualidades formativas. Siempre se ha considerado que el estudio de esta ciencia favorece el desarrollo intelectual.

La matemática ha sido la primera ciencia axiomática y formalizada. De aquí que las teorías matemáticas, al ser aplicadas como modelos en casi todos los aspectos del conocimiento, hacen posible desde este punto de vista, la comprensión del mundo físico.

Lo anterior explica el hecho de que la matemàtica se haya extendido a todos los campos del conocimiento. Se encuentran aspectos matemàticos en ciencias similares como la fìsica y la quìmica, lo mismo que en otras no imaginadas como la sociologìa y la psicologìa.

En la civilizaciòn en que vivimos, dentro de la ciencia y la tecnologìa, se acepta que es sumamente necesaria una preparaciòn adecuada en el campo de la matemàtica.

Tal vez en forma radical, se ha llegado a señalar que el retraso tecnològico de un paìs se debe a la falta de preparaciòn matemàtica adecuada en los distintos niveles.

B.- M A T E M A T I C A   M O D E R N A

a) E l   p r o b l e m a

A partir de los años setenta la matemàtica comenzò a representar un problema para los padres de familia, para los alumnos y aùn para los propios maestros.

Para los padres de familia por no poder ayudar ya a sus hijos en la elaboraciòn de sus tareas o en la explicaciòn de las dudas encontradas durante las mismas.

Para los alumnos porque terminaban por entender nada, al escuchar de los maestros un sinnùmero de palabras nuevas cuyo significado desconocían y un conjunto de símbolos desconcertantes.

Para los maestros por no saber exactamente que enseñar, ya que habían sido preparados en forma distinta a lo que ahora tenían que explicar a sus alumnos en la clase.

La culpa parece tenerla la matemática moderna.

En los últimos años se ha venido desarrollando una corriente cada vez mas elaborada, la cual ha producido una cantidad considerable de material pedagógico, como juegos y libros, simbología y terminología, discos y videos, y sobre todo una infinidad de nuevos libros de texto y de consulta.

Bajo este nombre se han producido diversas tendencias, muchas divergentes, las cuales van desde posiciones que nacen de un afán de renovación y de las que han surgido proposiciones hasta ahora mas radicales, hasta una serie de posiciones de carácter oportunista que se han aprovechado del afán de renovación.

Todo esto sacude a nivel mundial a la matemática y al sistema educativo por consecuencia.

b) D o s m a t e m á t i c a s ?

Como consecuencia de lo anterior, se habla ahora de "matemática tradicional" y de "matemática moderna". Y lógicamente surge la pregunta: Cuantas matemáticas existen? Son dos o se trata de una sola con distinto nombre?

A las matemáticas que se estudiaban hace unos cincuenta años se les daba el nombre de matemáticas clásicas. Pero las ciencias matemáticas han experimentado en los últimos años una renovación que ha dado origen a expresiones como "Nueva matematica" o "matematica Moderna".

Ante esta confusión, cabe aclarar que:

"La nueva matemática es, en principio, la misma matemática de siempre, solo que con algunas importantes adquisiciones nuevas : el lenguaje en que esta escrita, el método con el que se trabaja y las estructuras entre las cuales se mueve".

El nombre es el que no parece adecuado. Matemática Moderna se llamó hace muchos siglos a la geometría de Euclides; Matemática Moderna se denominó a las aportaciones sobre el cálculo de Newton y Lebnitz; Matemática Moderna se nombra a la teoría de conjuntos y a la lógica matemática surgidas a fines del s. XIX.

Si en épocas diferentes han surgido movimientos matemáticos importantes, los que en su momento han sido designados con el nombre de "matemática moderna", el nombre mas adecuado podría ser "matemática contemporanea" o "nueva matemática".

c) C a r a c t e r í s t i c a s

Anteriormente la matemática se estudiaba como asignatura, por ejemplo, aritmética, geometría, álgebra. Cada una tenía diferente objeto o contenido y generalemnte se estudiaba en forma descriptiva e intuitiva y, por lo tanto, aislada.

La matemática moderna, en cambio, las estudia como casos particulares, como no dándoles tanta importancia. Su interés se centra en el estudio de las relaciones entre conjuntos de objetos, los que pueden ser números, puntos, figuras, etc.

La matemática moderna utiliza para esto, un lenguaje de signos (formalizado) y expresa sus teorías en forma de axiomas o teorías (axiomática). Dentro del contenido de la matemática moderna es fundamental el estudio de los conjuntos, de las estructuras y de la lógica, no como partes aisladas sino como herramientas.

La matemática clásica se reducía al estudio de la aritmética, la gometría y el álgebra, la moderna incluye cada vez nuevas ramas. La tradicional se preocupa mas por la mecanización que por el procedimiento, la moderna se interesa mas porque el niño razone y utilice el pensamiento lógico.

La matemática clásica es árida y fría, la moderna intenta ser atractiva e interesante. Esto, sobre todo en cuanto a los textos. La primera parece ser exacta e infalible, la segunda se preocupa mas por lo probable y aproximado.

d) P e r s o n a j e s

Algunos personajes que han contribuido al desarrollo de la matemàtica denominada moderna, son los siguientes:

* Evaristo Galois (1811 - 32). Matemàtico francès que presentò en la Academia de Ciencias un trabajo cuya idea central se referìa a la Nociòn de Grupo.

* George Cantor (1845 - 1918). Filòsofo y matemàtico ruso, autor de la "Teorìa de Conjuntos" y estudioso de la construcciòn axiomàtica de las matemàticas.

* George Boole (1815 - 64). Matemàtico ingles, creador de la Lògica Matemàtica o Lògica Simbòlica. Se interesò tambièn en el Anàlisis Matemàtico y en la Teorìa de las Probabilidades.

* Giussepe Peano (18858 - 1932). Matemàtico italiano a quien se deben las exposiciones axiomàticas de la aritmètica. Se ocupò tambièn de la Geometrìa Proyectiva, Càlculo Vectorial.

* David Gilbert (1862 - 1943). Matemàtico alemàn cuyos trabajos abarcan desde la axiomatizaciòn de la geometrìa hasta el anàlisis de la Geometrìa Euclidiana.

C A P I T U L O I I

L A A R I T M E T I C A

A.- A M P L I T U D M A T E M A T I C A

a) C l a s i f i c a c i ò n

Las matemàticas actuales constituyen un amplio campo de conocimiento con muchas subdivisiones. De aquì que, al hablar de matemàtica, se refiera uno generalmente a un conjunto determinado de ciencias que se han ido formado a partir de cada una de las ramas o aspectos de la matemàtica.

Los autores o estudiosos no concuerdan, Cada uno establece su propia clasificaciòn de las ciencias matemàticas. Aquì solo me concretarè a mencionar algunas de esas ramas o ciencias que forman el bloque denominado "matemàtica".

La matemàtica de los nùmeros particulares con los que se realizan distintas operaciones. Se trata aquì de la ARITMETICA, la mas conocida de las ramas matemàticas por constituir la base de la enseñanza dentro de la escuela primaria.

A veces no se desea considerar nùmeros particulares, sino relaciones que pudieran aplicarse a grupos completos de nùmeros. En este caso se ha ingresado al ALGEBRA. Aquì, un símbolo como la letra "a" representa una clase completa de números.

También se pueden estudiar las formas en el espacio, que deben imaginarse como un mundo de puntos, superficies y sólidos. Se Estudian sus propiedades y las relaciones entre ellas. Esta ciencia del espacio se denomina GEOMETRIA.

Existe una parte de la Geometría considerada ya independiente. Se trata de la TRIGONOMETRIA, la que parte del hecho de que si se conocen ciertas partes de los triángulos, se pueden determinar las restantes.

Otra ciencia, la GEOMETRIA ANALITICA, combina álgebra y geometría. Combina números generalizados y relaciones espaciales, situando las figuras geométricas en el espacio.

Existe también el Análisis Matemático que estudia las funciones o dependencia de una cantidad respecto a otra. Cuando se trata el limite de los diferentes valores de una función variable, se le conoce como CALCULO INTEGRAL. Cuando se determina la razón de variación, se le llama CALCULO DIFERENCIAL.

Otra rama que ha cobrado gran relevancia en los tiempos actuales, lo constituye la ESTADISTICA. Esta incluye acumulación y tabulación de datos expresados en cantidades y leyes generales basadas en dichos datos.

b) Mundo Exterior

El inicio y el desarrollo de la matemàtica se debiò en mucho a la observaciòn del ambiente, pues la necesidad impulsò al hombre primitivo y civilizado a buscar soluciones a los distintos problemas que se le presentaban.

El hombre primitivo de las cavernas no tenìa que saber gran cosa sobre la matemàtica para sobrevir. La cueva era un hogar que le quedaba a la mano; el alimento se encontraba en los àrboles o plantas, o podia cazar con armas primitivas.

Sin embargo, cuando comenzò a reunir a los animales en rebaños y especialmente cuando una familia entraba en relaciones sociales con otra, se volviò necesario el ver si los animales estaban completos, o cuanto pertenecìa a una persona y cuanto a otra.

Probablemente, al principio bastaba con usar conceptos como poco, algo, mucho. Luego se hizo necesario tener medios mas definidos para determinar ese cuanto. Asi la gente aprendiò a contar y èste fue el comienzo de las matemàticas.

Se ha sugerido, por ejemplo, que los conceptos de lìnea recta, cìrculo, cilindro y àngulo de la geometrìa, surgieron de objetos naturales: la lìnea recta del tronco de un àrbol, el cìrculo del disco del sol, el cilindro del tronco de un àrbol caìdo, el àngulo de las posiciones variables de piernas y brazos. Asì pues, el mundo externo ha propiciado el desarrollo matemàtico.

c) Aritmètica y Geometrìa

Como se ve, tanto la Aritmètica como la Geometrìa constituyen la base del desarrollo posterior de la matemàtica.

El resultado del proceso de abstracciòn, la observaciòn de las diferentes relaciones que hay entre los nùmeros, diò lugar a lo que suele llamar Aritmètica.

Podemos afirmar que el origen de la Geometrìa es esencialmente igual a la de los conceptos matemàticos. Se remontan hasta la prehistoria y estan fincados en la actividad cotidiana.

Existe pues, una interrelaciòn de la Aritmètica con la Geometrìa. Esta relaciòn es beneficiosa para ambas en cuanto que las enriqueciò a las dos. La influencia que una ejerciò en la otra se remontan hasta la prehistoria.

Por ello, tal vez, la matemàtica de la escuela elemental estuvo constituida durante mucho tiempo por la Aritmètica y la Geometrìa. Solo hasta hace pocos años se fueron incluyendo otras ramas en los planes y programas de la escuela primaria.

d) Aritmètica Primitiva

Cuando el niño ingresa a la escuela primaria, lo primero que aprende son los nombres de los nùmeros, luego a contar y mas tarde las operaciones aritmèticas.

El nacimiento y desarrollo de la Aritmètica pudo haber sido no necesariamente en esa forma, como lo demuestran las tribus poco evolucionadas de la època actual.

Existen individuos que cuentan sin tener nombres para los nùmeros y que realizan operaciones sin tener un sistema de numeraciòn.

Parece ser que al principio no debiò haber nombres para nùmeros mayores que dos o tres, luego se aumentaron algunos y mas allà se designaban como incontables o como muchos las cantidades mayores.

Es claro que no se desarrollò el concepto de nùmero, sino hasta despuès de mucho tiempo. La percepciòn del nùmero se hace sin lograrla separar de las demàs propiedades que tiene una colecciòn observada.

Pero un paso adelante se da cuando se logra distinguir tal propiedad de las demàs que tiene una colecciòn, aunque no se le reconozca como algo independiente.

Se avanza mas todavìa cuando todas las colecciones se comparan con un conjunto determinado, como el de los dedos de la mano. Asi, tres es la propiedad que tienen todos los conjuntos con tres elementos.

Tres es la propiedad quen tienen todas las colecciones que pueden relacionarse mediante la relaciòn tantos como, con un determinado conjunto que tenga esos elementos. Cabe mencionar que la idea de nùmero que tienen los niños y que ellos manejan con soltura, no ha sido considerada en la diccionarios.

Fue necesario comparar una infinidad de colecciones y hacer repetidamente las mismas operaciones hasta que se descubrieron los nùmeros y las relaciones que existen entre ellos.

B.- C O N T E N I D O S   A R I T M E T I C O S

a) L o s   n ù m e r o s

Al principio, una persona podía contar el nùmero de animales de un rebaño colocando una piedrecilla en el suelo o haciendo un nudo en un cordel por cada animal.

Cada piedrecilla en el creciente montòn o cada nudo en el cordel, representaría un ùnico animal. Luego un hombre quizà usò los diez dedos de la mano para sus càlculos.

Podemos presumir que cuando habían ya utilizado los diez dedos de las manos, pudo alguien utilizar una piedrita o una varita para no olvidar el numero de veces que había utilizado las manos..

Como las piedras y palitos, e incluso los dedos de la mano, son incòmodos de manejar, en cuanto el hombre aprendiò a escribir creò símbolos que representaban las contabilidades hechas. Así fue probablemente como surgieron los nùmeros.

b) S i s t e m a s   N u m è r i c o s

Pero el hombre pudo realizar sus contabilidades no necesariamente de diez en diez, sino de otras formas: tal vez de cinco en cinco, de dos en dos, etc. Por ello surgieron a travès de la historia los distintos sistemas de numeraciòn.

Con el desarrollo de la sociedad y por tanto del comercio, surge la necesidad de manejar nùmeros cada vez mas grandes. Para poder percibir mejor el nùmero y manejarlo de una manera intuitiva, surge el proceso de agrupamiento.

En la actualidad manejamos el llamdo sistema aràbigo o indoaràbigo, pero han existido otros muchos. He aquì un ligero panorama de los mismos.

Sistemas rudimentarios. Las primeras representaciones de nùmeros de las que se tienen datos fidedignos son colecciones de "muescas", o marcas en madera o piedra. Ejemplo:

```
l     ----->  1        lllll lllll ll  ----->  12
ll    ----->  2        llll  llll  ll  ----->  12
lll   ----->  3
```

En este sistema, para representar un nùmero, se usa una colecciòn de marcas cuya cardinalidad coincide con el nùmero que queremos representar. La ventaja de este sistema es su gran simplicidad.

Sistemas aditivos. Aqui se usan paquetes de paquetes, como cìrculos con cuatro paquetes de cinco "muescas" cada uno;

además, símbolos para la representacion de tales paquetes, como el egipcio que empleaba distintos símbolos para representar 1, 10, 1000... Con esos símbolos se representan cantidades, las que se escribían de derecha a izquierda. Ejemplo:

Sistemas multiplicativos. Este fue el sistema utilizado en Babilonia hace unos 5000 anos. En este sistema los principales agrupacmioentos son de 60 en 60.

Se trata de un sistema multiplicativo en donde también se emplea la sustracción. Los números menores que 60 son expresados por colecciones. Ejemplos:

Sistema Maya. Es similar al anterior, pero por contar con un símbolo para el cero,no tiene las ambiguedades de otros sistemas. Aquí los agrupamientos son de 20 en 20, con excepción del segundo grupo que es de 18. Para representar números menores que 18, se usan agrupamientos de 5 en 5. Ejemplos:

c) El Sistema Decimal.

Del sistema indoarábigo, con la inclusión del cero, sabemos que era usado en la India antes de nuestra era. De aquí pasó a Europa a través de los árabes, que en aquel tiempo dominaban a España.

El sistema indoarábidgo se basa en las mismas ideas que el babilonio o el maya, pero además nos ofrece las siguientes ventajas:

La base diez es suficientemente grande como para que la escritura de números grandes sea razonablemente breve. Por otra parte, es suficientemente pequeña para que sea posible realizar las operaciones menores que diez mentalmente.

En este sistema , como en el babilonio y el maya, se usa tanto la multiplicación como la suma al expresar los números. Ejemplo:

$$3835 = 3 \times (10 \times 10 \times 10) + 8 \times (10 \times 10) + 3 \times 10 + 5$$

d) O p e r a c i o n e s.

Los cálculos llevados a cabo con los números del sistema decimal constituyen la rama de las matemáticas denominada aritmética.
La aritmética es la ciencia que trata del sistema numérico y de la forma en que este se utiliza en nuestra vida diaria. Constituye la base del comercio, la industria, la ciencia y las comunicaciones.

Con los números se realizan seis operaciones fundamentales: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

A d i c i ó n

Representa el agrupamiento o reunión de números. Cuando un hombre primitivo quería resolver cuantas pieles tendría si agregaba tres a otras dos, quizá tendería tres pieles en el suelo, luego colocaría dos mas, y entonces contaría el número total.

Si este problema particular lo resolvía una y otra vez, tal vez ya no tendría que tender pieles, pues recordaría el resultado obtenido en las veces anteriores. Tal vez así llegó a entender que 3 + 2 = 5.

S u s t r a c c i ó n

Aquí se toman uno o mas objetos de otro grupo de objetos. Pensemos en el ejemplo mencionado: el matemático primitivo quería saber cuantas pieles le quedarían si quitaba cinco de las nueve que tenía. Tendería las nueve pieles en el suelo, quitaría cinco y luego contaria las que le quedaban.

Al repetir constantemente la misma operacion, llegaría a redsolverla mentalmente y llegaría a entender que 9 - 5 = 4.

M u l t i p l i c a c i ó n

Es realmente una forma de suma. Si no supièrameos cómo multiplicar podríamos encontrar la respuesta al problema 5 x 3 sumando el 3 cinco veces o el 5 tres veces.

La necesidad de no hacer trabajos innútiles nos llevaría a comprender que una suma se puede abreviar y descubriríamos así la multiplicación.

División

Es un tipo de resta. Si dividimos 12 entre 4, lo que se quiere saber es cuantas veces 4 esta contenido en 12. Para ello tendríamos que restar el 4 de 12 en forma sucesiva hasta que ya no se pueda. El número de restas nos daría la respuesta de la división.

Potenciación

En este proceso elevamos un número a cualquier potencia deseada. La potenciación es una multiplicación abreviada. 5 al cubo es lo mismo que 5 por 5, donde la potencia indica el número de veces que se multiplica la base por si misma.

Radicación

Aquí, dado determinado número, tratamos de encontrar otro que multiplicado por si mismo el número de veces deseado nos de la primera cantidad que teníamos.

Estas son las operaciones aritméticas, aún cuando se considera que solo las cuatro primeras son fundamentales. Dichas operaciones constituyén la base de la artimética que se enseña en la escuela primaria.

C A P I T U L O   I I I

L A   D I V I S I O N

A.- P R O C E D I M I E N T O S

a) A n t e c e d e n t e s

Al igual que el concepto de número, las operaciones aritméticas aparecen poco a poco y como resultado de observar un sinnúmero de situaciones concretas que las sugieren e ilustran.

Desde épocas muy remotas, el hombre tuvo necesidad de repartirse, a partes iguales, distintas cosas: la caza, el producto de la siembra, etc. Situaciones de este estilo condujeron a la noción de división.

Así mismo, procesos semejantes dieron lugar a las otras operaciones aritméticas. Históricamente, el hombre tuvo claro estos conceptos, inclusive antes de contar con sistemas para la escritura de los números.

Las necesidades prácticas, el comercio sobre todo, hacen necesaario perfeccionar la escritura de los números, depurar los nombres y crear símbolos y maneras mas adecuadas de expresarlos.

Asímismo, también plantearon la necesidad de encontrar formas o procedimientos (algoritmos) mas eficaces para expresar los resultados de tales operaciones.

b) Sistemas y Algoritmos

Una vez que el hombre ha desarrollado un sistema de numeración, uno de los problemas con los que se encuentra es el de buscar procedimientos que le permitan obtener la expresión correspondiente (en tal sistema), por ejemplo, del producto de dos números también expresados en ese sistema.

A tales procedimientos los llamamos algoritmos: "proceso sistemático para efectuar alguna operación".

Con frecuencia confundimos los algoritmos con las operaciones mismas. Por ejemplo, en el segundo grado suele decirse que los niños no saben dividir, cuando lo que quiere expresarse es el hecho de que los niños desconocen aún cómo se efectúa la división.

La diferencia entre operaciones y algoritmos es clara, pues el concepto de división no depende del sistema de numeración que usemos, mientras que el algirtmo de división si depende del sistema de numeración que esté empleando.

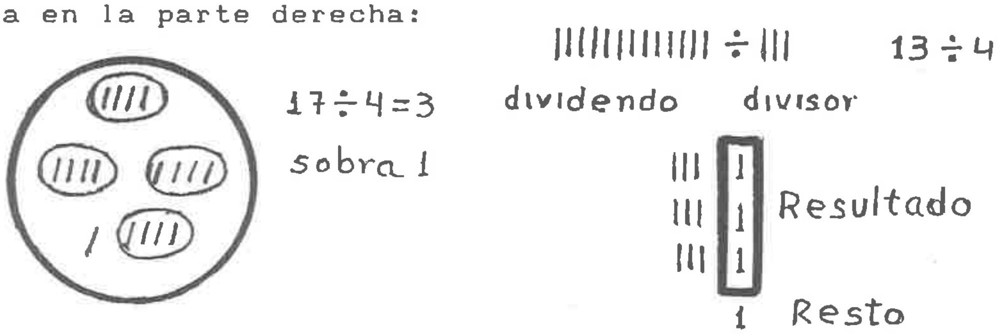
Tuvo que transcurrir bastante tiempo para que el hombre desarrollase los algoritmos que actualmente usamos, y para que estos pasasen a ser del dominio público.

Todavía hace dos o tres siglos, a toda persona versada en efectuar operaciones de división, se le consideraba como un hombre de grandes conocimientos.

c) Algoritmo Primitivo

En un sistema como el de las muescas, antes mencionado, no existían muchas posibilidades para desarrollar algoritmos. En todo caso, mas que algoritmos, se trata aquí de representaciones gráficas de las operacioens mismas.

El procedimiento para efectuarla pudo haber sido, primeramente como se expresa en la parte izquierda, tal vez luego como se expresa en la parte derecha:



d) Algoritmo mecanicista

Los dos ejemplos dados dan una idea de cómo fue estableciéndose una determinada forma de proceder para efectuar una división. Desde entonces hasta nuestros días, se han presentado diversos intentos o caminos, unos mejores otros no tanto.

Sin embargo, la matemática se fue conviertiendo lentamente en una serie de actividades mecánicas, mediante las que se pretendía aplicar la ley del menor esfuerzo.

Así fue como en las distintas operaciones se fue estableciendo un procedimiento mecánico, ajeno a todo razonamiento. Y en el caso de la división, esto fue perjudicial, porque la operación de dividir se convirtió en el terror del alumno de Primaria.

En las últimas décadas, los alumnos de segundo o tercer grado difícilmente entendían el procedimiento para dividir que enseñaban los profesores. Estos, a su vez, se encontraban con la gran dificultad de hacerse entender.

La razón de esto fue que el algoritmo se convirtio en un proceso mecánico en el cual se dividía, pero para esto había que efectuar mentalemnte algunas multiplicaciones acompañadas de una necesaria operación de resta. Ejemplo:

$$12 \overline{)\,68}^{\;5} \qquad 8$$

multiplicacion mental
5 x 12 = 60

sustraccion mental
60 para 68 = 8

Así fue como aprendimos todos los que acudimos a las aulas entre los años cuarenta y setenta. Aunque, aún hoy en día, existen todavía maestros que emplean dicho procedimiento o algoritmo.

B.- COMO PUEDE EXPLICARSE LA DIVISION ?

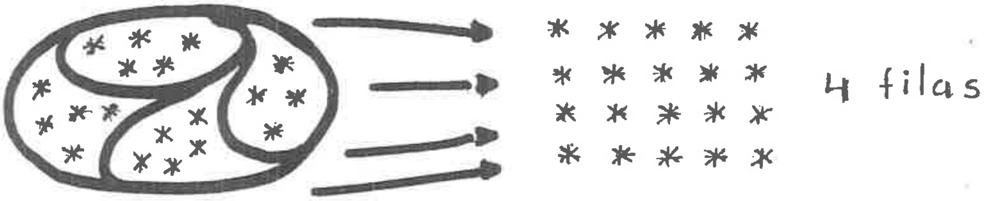
a) M e d i a n t e   c o n j u n t o s

Generalmente los niños tienen pocas dificultades con problemas como el siguiente:

Si 20 niños van a jugar basquet bol, cuántos equipos se pueden formar, teniendo en cuenta que todos los niños saben que un equipo se conforma de cinco jugadores?

Niños de primero o segundo grado lo pueden resolver de manera objetiva parandose en el centro del salon 20 de ellos y distribuyèndose en equipos.

Pero tambièn puede cada uno en su lugar hacer un dibujo que contenga 20 estrellas, donde cada estrella representa a un niño. Puede allí mismo, en el diagrama ,hacer separaciones de cinco las que configuran los equipos; finalmente puede representar los equipos fuera del diagrama, mediante filas precisas. Ejemplo:



Si la escuela trabaja con conjuntos, se emplearía lenguaje como el siguiente:

Si se hace una particiòn sobre un conjunto de 20 elementos, cuantos subconjuntos disjuntos de 5 elementos se obtienen? Puede tambièn emplearse el lenguaje de matrices: si una matriz tiene 20 elementos y cinco columnas, cuàntas filas tiene?

Los dos anteriores planteamientos del problema son equivalentes, pues el resultado numèrico es siempre 4. Así, cualquiera puede ser la forma por medio de la cual se obtiene el número 4, a partir de 20 y 5.

A la pareja de números 20 y 5 la división le asigna el número 4. Se dice que 20 dividido entre 5 es 4. Simbólicamente se escribe:

$$20 : 5 = 4$$

b) Mediante la multiplicacio'n

Muchas veces el profesor propone al alumno problemas de división y le pide que compruebe la respuesta mediante la multiplicación. Existe, pues, relación entre ambas operaciones.

Pues bien, el niño debe tener en claro que la división es la operación inversa de la multiplciación. En la división se dan como datos el producto y uno de los factores, lo que hace falta es el otro factor.

Por lo tanto, en el caso de los 20 niños y 5 equipos de basquet, en lugar de preguntar cuántos subconjuntos de 5 elementos se obtienen en una partición de 20 elementos, o en lugar de preguntar por el número de filas de una matriz con 5 columnas y 20 elementos, se puede plantear así la pregunta: Qué número hay que multiplicado por 5 de 20?

En otras palabras, para dividir 20 entre 5 tenemos que completar la expresión $5 \times \boxed{} = 20$, o bien, $\boxed{} \times 5 = 20$.

Los números que se multiplican para formar un producto se llaman factores (de ese producto). Por tanto, el problema de completar la expresion 5 x $\boxed{}$ = 20 puede considerarse como el càlculo de un factor desconocido.

De ahì que la divisiòn estè relacionada con el càlculo del factor desconocido. Mientras que en la multiplicaciòn calculamos el producto de dos factores dados, en la divisiòn calculamos uno de los factores de un producto dado. Esta es la razòn por la cual a la divisiòn se le llama con frecuencia la operaciòn inversa de la multiplicaciòn.

Explicar la divisiòn por medio de la multiplicaciòn llega a ser muy importante en niveles superiores cuando los alumnos tienen que trabajar con nùmeros fraccionarios o con nùmeros negativos.

c) Mediante la sustracciòn

Cuando los estudiantes alcanzan un nivel en el que pueden desarrollar un algoritmo para la divisiòn, pueden recurrir a sus conocimientos de la sustracciòn, o de subconjuntos equivalentes como le llaman en la matemàtica moderna. Ejemplos:

12 : 3 = 3

$$\left.\begin{array}{rl} 12 & \\ -3 & 1 \\ \hline 9 & \\ -3 & 1 \\ \hline 6 & \\ -3 & 1 \\ \hline 3 & \\ -3 & 1 \\ \hline 0 & \end{array}\right\}$$

Cuantas veces se puede restar 3 de 12?

CUATRO

30: 6 = 5

$$\underbrace{30-6=24-6=18-6=12-6=6-6=0}_{\begin{array}{ccccc}1 & 1 & 1 & 1 & 1\end{array}\;\to\;5}$$

Por que somos capaces de obtener la respuesta de un problema de division a travès de sustracciones repetidas? A nivel fìsico, la divisiòn consiste en hallar cuantos subconjuntos equivalentes de un determinado número de elementos se pueden formar a partir de un conjunto dado.

El procedimiento de las sustracciones repetidas resulta adecuado como introducción al algoritmo, pero en realidad es un método relativamente rudimentario, en opinión de algunos.

d) Mediante sistema decimal

Este procedimiento o algoritmo está basado en el sistema decimal que se emplea para escribir las cantidades y realizar las distintas operaciones.

Primeramente. la cantidad que se va a dividir se descompone en unidades, decenas, centenas, unidades de millar, etc. y se expresa mediante cantidades multiplicadas por 1. 10, 100, 1000, respectivamente.

A continuación se efectúa la división de cada una de las partes. La respuesta la componen los distintos resultados parciales colocados en el orden adecuado.

Si la división no es exacta, los residuos se van agregando, una vez convertidos, a la columna o parte siguiente. Ejemplos:

$$4353 = 4000 + 300 + 50 + 3$$

$$4 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 3$$

$$4 \div 8 = \underline{0} + 4 \quad 43 \div 8 = \underline{5} + 3 \quad 35 \div 8 = \underline{4} + 3 \quad 33 \div 8 = \underline{4} + 1$$

$$\text{Resp. } 0 + 500 + 40 + 4 = \boxed{544} \quad \text{Residuo } 1$$

C O N C L U S I O N E S

Còmo concluir el presente trabajo? No ha sido mi intenciòn presentar un algoritmo determinado para efectuar la divisiòn, ya que el presente trabajo no es una "propuesta.

Tampoco pretendo establecer que un procedimiento sea mas fàcil o mas dificil que otro, sobre todo al reconocer que pueden existir otros muchos caminos para realizar la operaciòn de dividir.

La conclusiòn puede ser esta:

El maestro debe conocer distintos procedimientos para realizar la divisiòn y debe conocer y tener clara la relaciòn que existe entre unas operaciones y otras.

Todo esto lo ayudarà para poder percibir cuando y como iniciar el proceso enseñanza aprendizaje en torno a la divisiòn. Como base teòrica debe tener conciencia matemàtica de los extremos que se dan: el algoritmo primitivo o supuesto de còmo aparece la divisiòn en la historia de la humanidad y el algoritmo mecanicista con el que finalmente aprende el niño a dividir, por màs que no entienda la razòn del mismo.

Si yo como maestra tengo claridad en los dos extremos, algoritmo primitivo y algoritmo mecanicista o actual, podrè entender mejor los distintos procedimientos para la enseñanza de la divisiòn.

Es posible que el procedimiento de "conjuntos sea el adecuado para iniciar al niño de primer año en la operaci`n de dividir.

Tal vez el procedimiento que parte de la multiplicaciòn sea el adecuado para que el niño comience a dividir en segundo año, por ser la multiplicaciòn la operaciòn anterior.

El procedimiento de dividir mediante restas o sustracciones sucesivas puede dar claridad en las dos operaciones consideradas mas difìciles por ser una la opuesta a la adiciòn y la otra la opuesta a la multiplicaciòn.

El procedimiento que parece ser el ideal es el que se basa en el sistema decimal, pero Cuàl es el momento adecuado para explicarlo? En segundo año, tercero o cuarto ?

Finalmente debo aclarar qye los algoritmos que se presentan (y otros mas) no seràn los de uso comùn para que el niño realice de esa manera cualquier divisiòn. Mas bien, se trata de algoritmos o procedimientos para explicar la divisiòn o para reforzar lo ya conocido. Si el niño entiende uno o diversos procedimientos, podrà en cierto momento emplear el algoritmo mecanicista, mismo que dejarà de ser tal en el momento que entienda como se llegò a èl.

B I B L I O G R A F I A

Matemàticas Tercer Grado
Libro del maestro, Tercer Curso
S.E.P. Mexico, 1972

Aula XXI Educaciòn Abierta / Santillana
Matemàtica Moderna para Profesores de Enseñanza Elemental
Ed. Santillana, Madrid, 1976

Enciclopedia de las Ciencia. Vol. I.
Astronomìa, Ciencia Espacial, Computadores, Matemàticas
Editorial Cumbre, Mèxico ,1981

El Mundo de la Matemàtica
Curso Teòrico Pràctico
Ed. Oceano, Barcelona 1982

Guevera M. y Figueroa Silvia
La Matemàtica en la Enseñanza Primaria
Publicaciones Cultural, Mèxico, 1978

Enciclopedia Barsa
Volumenes II y X.
Enciclopedia Britànica, Mèxico, 1976

Santalo Luis.
La Educaciòn Matemàtica Hoy
Ed. Teide, Barcelona, 1975

Zubieta Rossi Francisco
La Moderna Enseñanza de la Matemàticas
Ed. Trillas, Mèxico, 1972

Kline Morris
El Fracaso de la Matemàtica Moderna
Siglo XXI Editores, Mèxico, 1980