UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIDAD 241

# ESTADISTICA



ROBERTO CASTAÑON MUÑOZ

TESINA PRESENTADA PARA OPTAR POR EL TITULO DE LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., 1985

# D E D I C A T O R I A .

Dedico el presente, con infinita devoción a mis padres por el sacrificio y ayuda de toda una vida.

Gracias, papá y mamá.

A mi esposa, compañera inseparable de afanes y trabajos, quien merece el mayor mérito de lograr mi proposito.

A mis hijas, con todo el amor que les profeso.

A mis compañeros maestros, con la esperanza de que el presente trabajo llegue a aportar algo positivo en el quehacer diario de su labor.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DT-82

# DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., a 8 de DICIEMBRE de 19 84

C. Profr. (a) ROBERTO CASTAÑON MUÑOZ
Presente
(nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -- Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa T E S I N A titulado E S T A D I S T I C A presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a - que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.

PROFR. CARLOS ENRIQUE MERINO RAMOS

Pag.

## 3.- REFLEXIONES MATEMATICAS.

# PROLOGO.

El presente trabajo es la culminación a una meta particular de mi vida: no es un estudio profundo, sino mas bien un trabajo sencillo que pongo a su amable consideración.

Muchos de nosotros hemos crecido dentro de una tradición que supone que las matemáticas son un reto insípido y poco interesante, que sirve fundamentalmente para probar la tenacidad, la capacidad de resistencia y la tolerancia.

En la realidad, es todo lo contrario, ya que debemos de adoptar el punto de vista de que las matemáticas pueden ser, y de hecho lo son, un campo interesante y estimulante que toca muchisimos aspectos de gran importancia en nuestra vida.

Es mi esperanza que el lector, y en especial el compañero maestro, obtenga una comprensión de los supuestos básicos, necesarios para comprender que las matemáticas nuevas son en sí las mismas de antaño, solo que con nuevas adquisiciones y que se mueven en unas estructuras abstractas con un lenguaje y un -

método propio.

De tres capítulos y conclusiones finales, así como la bibliografía correspondiente, es de lo que consta este sencillo trabajo. En el primero se toca un aspecto general de la matemática moderna, haciendo enfasis en su significado actual, características, historia, personajes que han contribuido, etc.

En el segundo capítulo se aborda un tema reciente; la estadística, ciencia comprendida entre la matemática moderna, con sencillos ejemplos, ya que no se trata de un estudio profundo sino elemental.

En el tercer capítulo se hacen unas pequeñas reflexiones matemáticas, mencionando entre ellas aspectos fundamentales, así como el proceso enseñanza-aprendizaje en la escuela primaria, respecto a las matemáticas.

Por último se dan unas cortas conclusiones finales, las cuales considero son importantes, intentando resumir el ayer y el hoy de las matemáticas.

# 1.- MARCO TEORICO.

## 1.1 LA MATEMATICA MODERNA.

### 1.1.1 El problema.

En la actualidad existe una marcada dificultad para entender la matemática moderna, entre los padres de familia, los alumnos y los maestros.

Respecto a los padres de familia, se escuchan diariamente expresiones como las siguientes: "no entiendo la tarea de matemáticas de mis hijos" , "antes no había eso" , etc. Sienten la sensación de que sus hijos aprenden una matemática que no es entendida por ellos y se sienten ridículos ante esta situación.

En éstos tiempos , ya no es posible entender este problema; de éste se hecha la culpa a la matemática moderna, dos palabras de pánico y reverencia.

Para los alumnos, les resulta difícil entender la matemática moderna, ya que ello implica aprenderse un sinnúmero de signos y formulas; se tiene el temor de que el maestro de matemáticas del año escolar iniciará con temas que para él no quedaron lo suficientemente claros o que no se vieron y terminan por no saber nada.

En los maestros, practicamente se da el caso en la mayoría de ellos, han aprendido la matemática moderna muy poco antes que los niños a quienes la enseñan y se encuentran con una multiplicidad de palabras inútiles; al documentarse se encuentran con que varios autores dicen lo mismo, pero con diferentes palabras. En suma no saben con precisión que enseñar.

En resumen. Cuántas matemáticas existen ? Que son exáctamente y que tienen de particular las recientes matemáticas modernas?

1.1.2 Cuántas matemáticas ?

En realidad, la polémica está mal enfocada, tal parece como si existiesen dos matemáticas : la de nuestros padres y abuelos y la matemática moderna.

La matemática nueva, con algunas modificaciones e importantes adquisiciones, es la misma matemática de siempre.

Practicamente, a todos los niveles se producen quejas, algunas justificadas, acerca de los resultados alcanzados por la nueva matemática: esto se debe en la mayoría de los casos a las limitaciones que tenía la matemática clásica o tradicional, ya que se reducía su estudio a lo que siempre existía, de pocas áreas: Aritmética, Geometría, Algebra y análisis, estática; estudiaba los objetos por si mismo, por su forma y relaciones: era teorica, idealista, mecánica, rígida, árida, exácta.

En cambio, la matemática moderna es amplia, de muchas áreas, dinámica, práctica, realista, razonable, flexible, llamativa, probable; se ocupa de conjuntos, de hechos, busca llegar a afirmaciones probables y lineamientos generales.

La matemática moderna, atendiendo a lineamientos genereales,no debe confundirse con: la teoría de conjuntos ( unión, intersección, elemento, etc.), la simbología empleada, la lógica matemática ( proposición, conjunción, disyunción, etc.), la nueva terminología, ni la falta de mecanizacion.

A ello han contribuido personajes importantes como : Cantor en la teoría de conjuntos, Boole con la lógica matemática, Galois con la teoría de grupos, Gilbert con la teoría del formalismo, Peano con la terminología simbólica.

Por lo tanto, el maestro, el padre de familia y el alumno pueden entender perfectamente la matemática moderna, lo único que se necesita es entender el lenguaje en el que está escrita, el método con el que trabaja y las estructuras abstráctas en las que se mueve; si se recibiera esta preparación, el padre de familia podría ayudar a su hijo en las tareas de matemáticas, el maestro tendría la metodología a emplear y el alumno aprendería lo suficiente para el grado en que se encuentra.

Concretando: la matemática nueva es, en principio, la misma matemática clási ca, solo que con nuevas adquisiciones:

* El lenguaje en el que está escrita.

* El método con que se trabaja.

* Las estructuras en que se mueve.

1.1.3 Matemática moderna ?

En los últimos años, se ha hablado en diferentes periódos de "matemática moderna", e inmediatamente a la par han aparecido los criticos denominandola - como mera fantasía.

Sin embargo, se ha constatado que las aportaciones por las cuales en los diferentes periódos se le llamaba moderna a ésta ciencia de las matemáticas, - surgían ampliadas y robustecidas para cimiento y avance de la matemática nueva. Lo podemos encontrar a traves de la historia desde tiempos muy remotos,- cada vez que surgía una nueva aportacion se le denominaba en su tiempo matemática moderna.

Posteriormente, la "primera matemática moderna" fué la de Euclides ( 300 años a.c. ) enumerando y sistematizando su aportación en "los cinco postulados de- Euclides", afirmandose en ese tiempo que ésta era la matemática moderna.

"La segunda matemática moderna" aparece con las aportaciones de Newtón (1642 1727 ) y Leibniz ( 1646-1716 ) sobre cálculo infinitesimal, discutida y atacada, sin embargo considerada como matemática moderna en esa época.

En la época contemporanea, Cantor ( 1845-1918 ) inicia con su teoría de conjuntos la actual matemática moderna: la complementa con el algebra Emmy Noether ( 1882-1935 ) E. Artin ( 1898-1966 ) y Van der Waerden ( 1903 ); al -- principio tambien atacada y criticada.

Por lo hasta aquí expuesto, se puede concretar que la matemática moderna -- realmente no lo es, ya que desde tiempos muy antiguos se le llamaba así en- los diferentes periódos en que aparecían grandes personajes con sus aportaciones a esta ciencia.

1.1.4 El nombre.

En tiempos de Euclides ( 300 años a.c ), de Newtén ( 1642-1727 ), Leibniz - ( 1646-1727 ) , de Cantor ( 1845-1918 ) se le ha dado en nombrar "matemática moderna" a la que en su tiempo surgió.

Clásicamente, el contenido de la matemática consistía en enseñar aritmética geometría y algebra. La metodología se dejaba siempre en manos de los maestros, se reducía a la práctica del cálculo y el aprendizaje memorístico de- definiciones. Lo importante era saber multiplicar y dividir.

Actualmente se ha progresado mucho en la matemática, veamos porque: el hombre, las plantas y los animales quedaban fuera del campo de las matemáticas, ahora no; la Psicología, la Economía,la Sociología y la Biología requieren- mucho a las matemáticas.

Se predicen ahora fenómenos con exáctitud de tiempo y dimensión. Concluyendo podemos afirmar que el nombre con que debe mencionarse a la matemática es: - matemática actual o contemporanea.

1.2 CARACTERISTICAS.

1.2.1 Amplia, no limitada.

El antiguo campo de acción de la matemática, lo presenta Emma Castelnueve como: "una inmensa construcción encerrada dentro de laberintos. Formada de tantos palacios mas o menos altos, algunos terminados, la mayor parte todavía - en construcción; ligeros y armoniosos los unos, pesados los otros. Estos palacios no estaban aislados unos de los otros, no solo se podía entrar en --- ellos por la puerta de entrada, sino algo mas interesante era que un sistema de puentes, de pasadizos, de galerías, comunicaban los planos altos con los bajos, cruzandose, entrelazandose, como vías aéreas."

Los palacios representaban los diversos capítulos de las matemáticas: el algebra, el análisis, la geometría, etc., y los puentes indicaban que los capítulos, varios no estaban aislados, sino que tantas relaciones permitían pa-- sar de una teoría a otra.

Hoy en día, la imágen de la matemática permanece solo como representante de- otra época que comprende mas de dos mil años. Sin embargo gracias a las ---- aportaciones de los grandes personajes y los resultados de una vida práctica tenemos en la actualidad una matemática nueva.

Esta matemática abarca en su estudio nuevas áreas de singular importancia como: la Estadística, la Probabilidad, la Topología y muchas mas, avocandose también al estudio de lo que nace y muere, es decir, es amplia y no limitada

Gustavo Choquet expresa en pocas frases la diferencia entre la matemática clásica y la matemática de hoy. "el matemático tradicional,dice, estudiaba argumentos particulares que agrupaba según su grado de dificultad -aritmética, algebra, trigonometría, etc; el descubrimiento de las grandes estructuras ha cambiado el plano y la trama de la construcción de nuestro mundo."

1.2.2 Práctica y realista.

A la matematica nueva o contemporanea le preocupa que el alumno sepa qué es lo que tiene que hacer, que le agrade, siendo para esto recreativa, interesante, llamativa, amena, etc.

Ahora se estudia el movimiento y la transmisión; se predicen fenómenos con exáctitud de tiempo y dimensión, se práctica, en su compendio toma muy en cuenta problemas de la vida real, entre otros: áreas de figuras irregulares-terrenos, etc.

Pierde en exáctitud, pero gana en número de situaciones que es aplicable y es que, pasando un límite, la exáctitud muchas veces no sirve.

1.2.3 Razonable, no mecánica.

La mecanización en la matemática nueva es secundaria, le preocupa el razonamiento. En vez de referirse a un hecho concreto, se refiere a un conjunto de hechos y llega a concluciones sobre lo que ocurriría a la mayoría de ellos.- Por ejemplo, le interesa mas X>5 que X=5.

Con los progresos de la estadística y la teoría de la probabilidad, la matemática entra en el terreno del dominio del hombre, atendiendo mediante muestras de poblaciones a un razonamiento correcto y el lenguaje preciso para -- llegar a concluciones exáctas.

1.2.4 Flexible y probable.

La matemática nueva aspira aser útil en mucho mas ramas que la matemática -- clásica, aún llegando a resultados poco precisos, limita en cambio con gran- precisión los margenes de error: es decir, la precisión escapa en el resultado.

Al dar el área de un círculo, no importa tanto su valor como el observar la- manera como varía con el radio.

Le interesa saber la vida media o el consumo de alcohol o la alimentación de los habitantes de una región, mas que los datos particulares de cada habitante al respecto; en síntesis, la matemática nueva no busca exáctitud y precisión, si no que gana en situaciones.

1.2.5 Atractiva, no árida.

Tiene vida, recrea e interesa, es amena, la matemática nueva. Los textos en la actualidad vienen ilustrados y llamativos para el lector: haciéndola con esto mas aceptable, ya que se utilizan figuras, simbolos, formulas, etc. de diferente color, subrayando inclusive o encerrando en circulos lo mas importante.

El hecho de que varias ciencias como: la psicología, la economía, la sociología, la biología, requieren de las matematicas, hacen de ésta ciencia --- atractiva para muchos, ya sea por gusto o porque en su necesidad tengan que emplearla.

En la actualidad, existen institutos en donde se publican revistas o artículos sobre matemática, cuidando siempre de ser lo mas atractivo posible, para que al público, al tomarla, le resulte agradable e interesante.

Emisiones de imágenes para proyectores, ya sea de imágenes fijas o movibles, programas de televisión sobre matemática y su didáctica, hacen de ella y -- sus temas proyectados, interesantes materiales de consulta para los docentes y el público que lo desee.

Concretando, la matemática nueva recrea, no es fría, ni engorrosa.

## 1.3 CONCLUSIONES.

### 1.3.1 Evitar confusiones.

La matemática actual no debe confundirse con la teoría de conjuntos que de--

sempeña un papel muy importante, su lenguaje es útil y en algunas ocasiones abrevia o clarifica algunos conceptos. Gordon Fuller nos dice:" la idea de conjunto es un concepto fundamental en matemáticas. Aunque un conjunto se clasifique como un término indefinido, se alcanza cierto entendimiento intuitivo describiendo a un conjunto como una colección especifica de objetos.

La unión, la intersección, subconjunto, elemento, diagramas, etc. tales conceptos siguen vigentes en nuestros días: siendo base fundamental de las matemáticas y material necesario para el nacimiento de otras ramas de la matemática.

No debe confundirse la matemática actual con la símbologia empleada: elemento de ( $\in$ ), conjunto vacío ( $\phi$ ), si, entonces ($\Rightarrow$), para toda X ($\forall x$),-- etc. Simbologia que aunque es parte de un lenguaje matemático universal,llegó a confundir o a fastidiar por su exageración.

La lógica matemática ( proposición, conjunción, disyunción, tablas de verdad, etc. ), la falta de mecanización, deben considerarse como partida de la nueva matemática, pero no precisamente como la matemática nueva en si.

La matemática nueva en esencia es la misma,solo que con nuevas adquisiciones como son: un nuevo lenguaje, las estructuras en que se mueve y el método con que se trabaja.

1.3.2 División, clasificación.

Las matemáticas clásicas se estudiaban hace cincuenta años· su base eran los elementos de la teoría misma, es decir los números, sobre el punto, sobre la recta, etc. llevando su atención hacia cada uno de los capítulos de la matemática.

La enseñanza consistía en aritmética y geometría, algebra y análisis; lo importante era saber multiplicar y dividir: tomando como elemento base a los -objetos matemáticos: los números, el tamaño y la forma y el analizarlos; y --tratar de atribuirles propiedades no se podía, porque se consideraban separados de sus estructuras propias.

Al pasar los siglos se introdujeron otros objetos y otras teorías alejandose poco a poco del valor tangible de los objetos primitivos, mostrandose así, -más esenciales, dandose un periódo de transformación reciente. Los acontecimientos son tan recientes que al exponerlos dificulta la claridad al esbozar una breve historia.

Las disciplinas mencionadas se han desarrollado muy diferente a través de --los siglos, la aritmética y el algebra han rebasado su punto de madurez y --desde hace mucho tiempo no hay abundancia de resultados nuevos.

Por el contrario,el análisis ha cobrado gran desarrollo con los fundadores-del cálculo, Newtón por ejemplo; abrieron dos caminos: el de los incrementos pequeños, pero finitos, que conduce a los métodos discretos del análisis numérico y el de los infinitamente pequeños que nos conduce a las formulas -del análisis clásico.

Hoy día, muchos problemas que anteriormente no podían ser analizados en términos matemáticos, porque intervenía la incertidumbre o el azar, estan siendo -- planteados en términos de la teoría de la probabilidad; economistas, psicologos y sociologos estan usando cada día mas los métodos de probabilidad en el - estudio y análisis de las situaciones humanas. Algunas prediccionës del tiempo atmósferico estan dadas en términos de probabilidad a favor, en contra de que- haya lluvia.

Uno de los campos que se han desarrollado ampliamente y ha atraído a muchos matemáticos es la estadística. Los estadísticos trabajan en una variedad de á--- reas que incluyen investigación de mercados, pruebas psicológicas, control de- calidad industrial, ciencias de la administración, análisis de encuestas, estudios y en todas las ciencias físicas y biológicas.

Las sucesiones son importantes en áreas de matemáticas tales como: cálculo y - topología y aplicaciones como teoría de colas y trabajos actuariales.

La teoría de matrices introducida en 1858, tiene hoy aplicación en campos tan- diversos como el control de inventarios, en las fábricas, teoría cuántica, en- física, análisis de costos en transportes y de otras industrias: problemas de- estrategia en operaciones militares y análisis de datos, en sociología y psicología.

En síntesis : antiguamente, todo giraba en derredor de cuatro áreas fundamentamentales aritmética, geometría, algebra y análisis, hoy en día se le han agregado nuevas adquisiciones como: topología, la teoría de las probabilidades,etc.

1.3.3 Personajes.

Son muchos los personajes que han contribuido al engrandecimiento de las matemáticas,entre ellos, existen algunos que resaltan por su singular importancia:

Georg Cantor: Pocos matemáticos han originado una idea de tanto alcance como él, vivió de 1845 a 1918. Cuando tenía 30 años, anunció una nueva teoría matemática, la teoría de conjuntos, como es costumbre, sus colegas se mofaron de él, quienes encontraron las ideas como revolucionarias e inaceptables.Una de las criticas mas fuertes a su teoría, se refirio al proceso matemático -- que él seguía para el concepto de infinito. Vivió lo suficiente para ver que todo el mundo reconociera su trabajo.

Evariste Galois: Nació cerca de Paris en 1811, fue de continuas frustaciones a la edad de dicisiete años, él había hecho un número de notables descubri-- mientos matemáticos. En todas partes del mundo conocen su nombre y su trabajo con grupos y las condiciones para la resolución de ecuaciones algebraicas; el estudio de los grupos abstractos ha aclarado la estructura del sistema de números, descubriendo analogías entre la estructura fundamental del algebra y la geometría.

Pierre Simon Laplace: ( 1749-1827 ) Matemático astrónomo frances, desarrolló la teoría de la probabilidad, para sus investigaciones en astronomía matemática, sentó las bases para la teoría de los errores.

Gottfried Wilhelm Leibniz: Nació en Leipzin ( Alemania ) en 1646. Sus primeros estudios le condujeron al estudio de la lógica. Intentó reformarla y su trabajo opacó al de George Boole, inventor de la lógica simbólica. Inventor del cálculo infinitesimal.

George Boole: ( 1815-1864 ) Lógico y matemático britanico. Creador del algebra de la lógica. Se interesó por el análisis matemático y la teoría de las probabilidades. No se está muy seguro sobre la paternidad de la lógica por- los descubrimientos que ya se habían hecho en la lógica antigua.

Arthur Cayley: Inglés, vivió durante el reinado de la reina Victoria. Desarrolló la teoría de los invariantes algebraicos junto con su amigo James -- Sylvester. Una invariante es una propiedad que no se altera por una trans-- formación particular. Por ejemplo, la naturaleza de las raices ( reales o - complejas ) de una ecuación cuadrática en X, no se altera sistematicamente, si se sustituye por una expresión real lineal gx + r. Su apertación ha sido de gran importancia en física, geometría proyectiva y topología, donde ciertas propiedades no se alteran aunque estas se deformen o distorsionen. Otro campo que desarrolló fué el algebra de matrices. Descubrió las leyes de la- suma o multiplicación de matrices, que ha sido de incalculable valor en el- campo de la mecánica cuántica.

1.3.4 Peligros.

El doble aspecto de la matemática, ciencia y arte, herramienta y filosofía- rutina y fantasía, tiene sus ventajas y sus peligros, siendo una de sus ven tajas su permanencia temporal.

Los peligros de la matemática son dos: La polarización en un solo aspecto y- la extrapolarización mas allá de sus limites.

La polarización es peligrosa, principalmente en la enseñanza: ya que toda enseñanza polarizada en una de las dos facetas de la matemática será incompleta y dará una formación defectuosa.

La extrapolarización es peligrosa por su falta de verificación experimental; hay quienes esperan de la matemática algo imposible, para esto debemos prevenir sobre este optimismo expresivo, ya que ni la matemática pura ni la práctica, con todas sus computadoras y sus grandes posibilidades de cálculo, podran resolver los grandes problemas -ni mucho menos las locuras- de la humanidad, si no van acompañadas de una buena voluntad o de un buen sentido, como lo expresa Santaló en su libro "la matemática, hoy".

1.3.5 En concreto.

Las matemáticas son completamente libres en su desarrollo, de los conceptos- de Cantor, y sus conceptos no estan ligados mas que por la necesidad de no - ser contradictorios y de estar coordinados por medio de definiciones precisas a los conceptos anteriormente introducidos.

Sería un error "tachar" definitivamente la matemática clásica, las nuevas adquisiciones, su metodología, son sus hijas espirituales.

La matemática nueva, es la misma, en principio, solo que con nuevas adquisiciones como el lenguaje en que esta escrita, el método con que trabaja y las estructuras en que se mueve.

# 2.- ESTADISTICA.

## 2.1 CONCEPTOS GENERALES.

### 2.1.1 Qué es la estadística ?

La estadística es una ciencia jóven en su aplicación, aunque lleva cerca de 200 años de estudiarse teoricamente. En nuestros días constituye una base - sólida para efectuar investigaciones de todo género.

Al definir la estadística cada autor denota su punto de vista e inclusive - cada persona puede tener su propia definición: pero todo recae en que la estadística recopila, organiza e interpreta los datos obtenidos para tener conocimiento de los hechos pasados, para preever situaciones futuras y tomar- decisiones en base a la experiencia.

### 2.1.2 Cuadros estadísticos.

En diferentes institutos, planteles educativos, fábricas, etc. es muy fre-- cuente ver informaciones en tablas o cuadros muy útiles, por lo cual se deben elaborar adecuadamente teniendo en cuenta los encabezados: el principal- debe contener la información mas importante y el secundario la información - menos importante; las columnas y los renglones se hacen notar mas para su -- atención. Ejemplo.

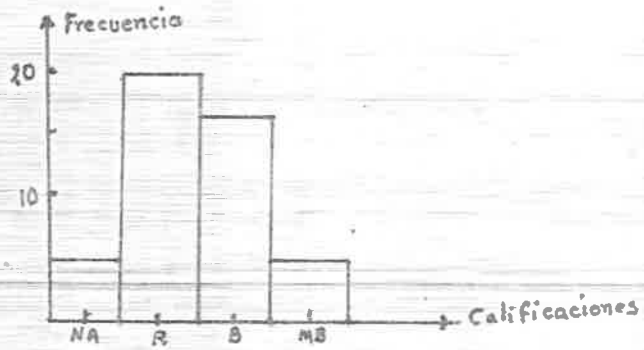
TITULO — CALIFICACIONES DEL EXAMEN FINAL DEL GRUPO DE SEXTO "A"

|  | CALIFICACION | NUMERO DE ALUMNOS |
|---|---|---|
| ENCABEZADOS | CALIFICACION | NUMERO DE ALUMNOS |
| CONTENIDO | Muy bien | 5 |
|  | Bien | 19 |
|  | Regular | 16 |
|  | No Acreditado | 5 |

2.1.3 Histogramas.

Es conveniente para facilitar el análisis de los problemas, representar gra- ficamente los datos en un cuadro estadístico.

El histograma es uno de los mas usados para fines estadísticos, consiste en- un diagrama de barras verticales donde la altura de cada barra indica el nú- mero de observaciones de cada valor de la variable, representado por el pun- to medio de la base de la barra. Ejemplo; el histograma correspondiente al - primer cuadro citado es el siguiente:



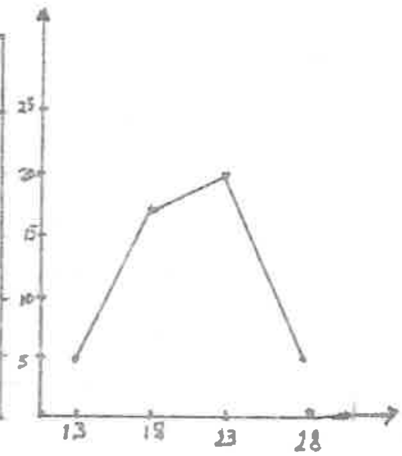
### 2.1.4 Polígono de frecuencia.

El polígono de frecuencia es otra de las formas de representación de datos, - consiste en unir los puntos medios de un histograma formando una figura geomé trica por una poligonal cerrada.

De acuerdo a la forma como se toman las frecuencias, recibe determinado nom-- bre; entre otros: polígono de frecuencias absolutas, polígono de frecuencias- relativas, de frecuencias acumuladas, etc.

Refiriendome al problema anterior, tendremos la siguiente tabla y su corres-- pondiente gráfica de polígono de frecuencia.

| INTERVALO DE CLASE | | f | FRECUENCIA | PUNTOS MEDIOS |
|---|---|---|---|---|
| 26 | 30 | 卌 | 5 | 28 |
| 21 | 25 | 卌 卌 卌 \|\|\|\| | 19 | 23 |
| 16 | 20 | 卌 卌 卌 \| | 16 | 18 |
| 11 | 15 | 卌 | 5 | 13 |




## 2.2 MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL O DE POSICION.

### 2.2.1 Media.

William J. Stevenson en su libro "Estadística para administración y economía" nos dice: "La media aritmética es lo que viene a la mente de la mayoría de - las personas cuando se menciona la palabra "promedio", que se calcula al sumar los valores de un conjunto y al dividir el producto de la suma entre el- número de valores del mismo".

La mayoría de los autores coinciden en señalar que la media se representa -- por medio del símbolo ( $\bar{X}$ ); es la medida central mas usada siempre se puede calcular para un conjunto de datos, existe una media única para un conjunto- dado de números.

El cálculo de la media puede hacerse cuando tenemos pocas observaciones y -- con datos agrupados donde cada observación tiene frecuencia distinta. Ejem-- plo, número de hijos promedio del cuarto grado de la escuela rural "Plan de- Ayutla" de Moctezuma, S.L.P., es: 7, 8, 2, 4, 6, 7, 5, 4, 7, 5, 4, 1, 6, 5, 4.

$$\bar{X} = \frac{7+8+2+4+6+7+5+4+7+5+4+1+6+5+4}{15} = \frac{75}{15} = 5$$

2.2.2 Moda.

La moda es el valor que con mas frecuencia se presenta en un conjunto de datos, es la menos útil para la mayoría de los problemas estadísticos, ya que- no se presta para el análisis matemático; por ejemplo, en un conjunto de datos 9,9,7,6 y 9, el 9 se presenta tres veces, por lo tanto la moda será el - 9.

2.2.3 Mediana.

Ignacio M. Lizárraga G. en su libro "Estadística" nos señala "La mediana es - el valor de la variable que divide en dos el número de observaciones. Su va-- lor se obtiene a partir de la curva de frecuencias acumuladas relativas y se- denota (Med.), ejemplo: en el conjunto 7,7,6,5,5,4,3 el número 5 se encuentra- a la mitad por lo tanto será la mediana.

2.2.4 Relación de las medidas de posición.

Ejemplo de aplicación de las tres medidas de posición: supongase que el -- gerente de una compañía está interesado en comparar las calificaciones de- 25 de sus empleados en una prueba de matemáticas. Asignando una letra a ca da empleado, obtiene los siguientes resultados:

A-55 F-40 K-50 P-40 U-40
B-50 G-60 L-45 Q-35 V-30
C-35 H-45 M-25 R-25 W-45
D-45 I-50 N-35 S-20 X-35
E-40 J-30 O-55 T-30 Y-40

| INT. CLAS | f | P.M. | $\bar{X}$ | $\hat{X}$ | fa | Med. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 60-64 | 1 | 62 | $\bar{X}=\frac{55+40+50+40+40+50+60+45+35+30+35+45+25+25+45+45+50+35+20+35+40+30+55+30+40}{25}$ | | 25 | |
| 55-59 | 2 | 57 | | $\hat{X}$= P.M. de mas frecuencia | 24 | $fa=\frac{50x25}{100}$ |
| 50-54 | 3 | 52 | | | 22 | |
| 45-49 | 4 | 47 | | | 19 | $=12.5$ |
| 40-44 | 5 | 42 | | $\therefore$ | 15 | en el int. |
| 35-39 | 4 | 37 | $\bar{X}=\frac{1000}{25}$ | | 10 | (39.5-44.5) |
| 30-34 | 3 | 32 | | $\hat{X}=42$ | 6 | 12.5-10=2.5 |
| 25-29 | 2 | 27 | | | 3 | $\frac{7}{5}=\frac{2.5}{5}$ ?=2.5 |
| 20-24 | 1 | 22 | $\bar{X}=40$ | | 1 | med = 42.0 |

2.3 MEDIDAS DE DISPERSION.

2.3.1 Rango o recorrido.

Es una medida que no se utiliza mucho, es muy sencilla pero significativa, se define como la diferencia entre el valor mayor y el valor menor de un conjun- to de datos, o sea: Rango R=Xmax-Xmin.

Es considerada como una medida de dispersión, Audrey Habler y Richard P. Run- yon en su libro "Estadística general" nos dice: "si existiera en la distribución alguna calificación extrema, la dispersión de la calificación parecerá-mas grande cuando, en realidad, si hicieramos caso omiso de esa calificación extrema, podriamos encontrar que dicha distribución era, por el contrario -- una distribución compacta.

En un conjunto de calificaciones de las mencionadas al principio de este capítulo; 29 fué la puntuación mas alta y 13 fué la menor, por lo tanto: el -- Rango será 29-13=16.

Cuando los datos se encuentran muy dispersos se utiliza el rango intercuartil que se calcula restando la calificación correspondiente al percentil --- 25avo. ( designando primer cuartil Q1 ) de la calificación correspondiente - al 75avo. percentil ( el tercer cuartil ). Ejemplo: Del anterior ejercicio.

$$R.I. = Q_3 - Q_1$$

$Q_3$

$$fa = \frac{75 \times 25}{100} = 18.75$$

$$18.75 - 15 = 3.75$$

$$44.5 + 3.75 = 48.25$$

$Q_1$

$$fa = \frac{25 \times 25}{100} = 6.25$$

$$6.25 - 3 = 3.25$$

$$29.5 + 3.25 = 32.75$$

$$R.I = 48.25 - 32.75 = 15.5$$

2.3.2 Desviación media.

La desviación media está definida como la sumatoria ( $\sum$ ) del valor absoluto de las calificaciones ( $x$ ) menos la media ( $\bar{X}$ ) entre el número total de -- casos: $dm = \frac{\sum |x-\bar{X}|}{N}$ sin tomar en cuenta el signo de la diferencia; por ejem--- plo: la desviación media del conjunto de valores 1,2,3,4,5.

$$\bar{X} = \frac{1+2+3+4+5}{5}$$

$$\bar{X} = \frac{15}{5} = 3$$

PROMEDIO

$$\frac{6}{5} = 1.2$$

| x | $\bar{X}$ | $x - \bar{X}$ | $\lvert x - \bar{X} \rvert$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | -2 | 2 |
| 2 | 3 | -1 | 1 |
| 3 | 3 | 0 | 0 |
| 4 | 3 | 1 | 1 |
| 5 | 3 | 2 | 2 |
| SUMAS | | 0 | 6 |

2.3.3 Varianza y desviación estandar.

La varianza nos dice: William J. Stevenson, en su libro "Estadística para administración y economía" "es la desviación promedio de valores obtenidos a partir de la media, elevando al cuadrado", su denotación:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x - \bar{X})^2}{N} \qquad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i (x - \bar{X})^2}{N} \quad \begin{pmatrix} \text{PARA DATOS} \\ \text{AGRUPADOS} \end{pmatrix}$$

Por ejemplo, en el conjunto de datos: 1,3,5,7,9

$$\bar{X} = \frac{1+3+5+7+9}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

| X | $\bar{X}$ | $x - \bar{X}$ | $(x - \bar{X})^2$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | -4 | 16 |
| 3 | 5 | -2 | 4 |
| 5 | 5 | 0 | 0 |
| 7 | 5 | 2 | 4 |
| 9 | 5 | 4 | 16 |
| 25 | | 0 | 40 |

$$S^2 = \frac{40}{25} = 1.6$$

La desviación estandar es la raiz cuadrada de la varianza, así:

$$S = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (x - \bar{X})^2}}{N}$$

## 2.4 MEDIDAS DE FORMA.

En la práctica estadística se presentan valores de dispersión, muy parecidos sin embargo; se requiere encontrar diferencias, y estas se pueden observar - si se calculan las medidas de forma que veremos. Las anteriores de las existentes las mas importantes.

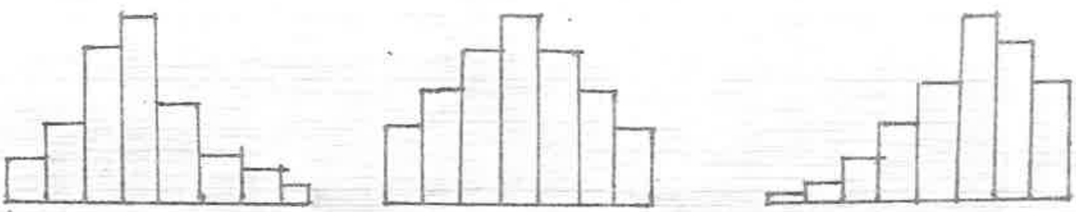
### 2.4.1 Sesgo.

El sesgo es"el grado de simetría que presenta un histograma o un polígono de frecuencia. Si esta cargado hacia la izquierda tiene valor positivo, si esta cargado hacia la derecha es negativo y valor nulo significa que el histograma es simétrico", según Ignacio M. Lizárraga G. en su libro "estadística",-- su denotación algebraica es:

$$\text{Sesgo} = \frac{\bar{X} - \hat{X}}{S}$$

donde $\bar{X}$ es la media, $\hat{X}$ la moda y $S$ la varianza.

Ejemplo (1)



histograma cargado hacia el límite inferior del rango. | histograma centrado con respecto a los límites del rango. | histograma cargado hacia el límite superior del rango.

Ejemplo (2)

$$\bar{X} = \frac{84}{19} = 4.42$$

| $x$ | $f$ | $fx$ | $x-\bar{x}$ | $(x-\bar{x})^2$ | $f(x-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | -3.42 | 11.69 | 11.69 |
| 2 | 2 | 4 | -2.42 | 5.85 | 11.70 |
| 3 | 2 | 6 | -1.42 | 2.01 | 4.02 |
| 4 | 3 | 12 | -0.42 | 0.17 | 0.51 |
| 5 | 5 | 25 | 0.58 | 0.33 | 1.65 |
| 6 | 6 | 36 | 1.58 | 2.49 | 14.94 |
| | 19 | 84 | | | 44.51 |

$$\hat{X} = 6$$

$$S = \frac{44.51}{19} = 2.34$$

$$\therefore \text{Sesgo} = \frac{\bar{X} - \hat{X}}{S}$$

$$= \frac{4.42 - 6}{2.34}$$

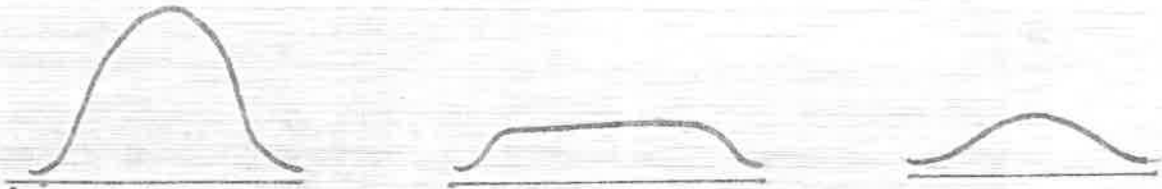
$$= -0.67$$

2.4.2 Apuntamiento o curtosis.

Se le llama apuntamiento al grado de pronunciamiento de un histograma, se calcula y se simboliza así:

$$K = \frac{Q_3 - Q_1}{2\,(C_{90} - C_{10})}$$

Ignacio M. Lizárraga G. nos señala que "cuando un histograma es muy apuntado-se le denomina; liptocúrtico, y si no está apuntado se le llama; platicúrtico los que guardan una forma normal mesocúrticos." ejemplos:



Leptocúrtico. Platicúrtico. Mesocúrtico

### 2.4.3 Momentos.

Los momentos nos sirven para medir el sesgo y el apuntamiento de un histograma y se conoce con el nombre de momento "r" respecto a la media.

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i \, (x_i - \bar{X})^r}{N} \qquad Sesgo = \frac{m_3}{\sqrt{(m_2)^3}} \qquad K = \frac{m_4}{(m_2)^3} - 3$$

$$Sesgo \begin{cases} = 0 & \text{el histograma es simétrico.} \\ > 0 & \text{el histograma es asimétrico positivo.} \\ < 0 & \text{el histograma es negativo.} \end{cases} \qquad K \begin{cases} = 0 & \text{el histograma es mesocúrtico.} \\ > 0 & \text{el histograma es leptocúrtico} \\ < 0 & \text{el histograma es platicúrtico.} \end{cases}$$

Los cuatro primeros momento son:

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i \, (x_i - \bar{x})}{N} \qquad m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i \, (x_i - \bar{X})^2}{N}$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i \, (x_i - \bar{x})^3}{N} \qquad m_4 = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i \, (x_i - \bar{x})^4}{N}$$

Ejemplo:

$$\bar{X} = \frac{69}{23} = 3.0 \qquad Sesgo = \frac{m_3}{\sqrt{(m_2)^3}} = \frac{0}{\sqrt{1.13}} = 0$$

| X | fi | fx | $X_i-\bar{X}$ | $(x-\bar{x})^2$ | $(x-\bar{x})^3$ | $(x-\bar{x})^4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 | -2 | 8 | -16 | 32 |
| 2 | 5 | 10 | -1 | 5 | -5 | 5 |
| 3 | 9 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 5 | 20 | 1 | 5 | 5 | 5 |
| 5 | 2 | 10 | 2 | 8 | 16 | 32 |
| | 23 | 69 | | 26 | 0 | 74 |

$$m_2 = \frac{26}{23} = 1.13 \qquad m_4 = \frac{74}{23} = 3.21$$

$$K = \frac{m_4}{(m_2)^3} - 3$$

$$= \frac{3.21}{(1.13)^3} = \frac{3.21}{1.44} - 3$$

$$= 2.23 - 3 = -0.77$$

2.5 MEDIDAS DE CORRELACION.

Estas medidas es común encontrarlas en la vida diaria, ya que por lo general entre dos variables existe una dependencia entre sí, es decir el valor de una de ellas esta sujeto al valor de la otra o viceversa; a esto es lo que se conoce con el nombre de correlación lineal y su gráfica es una recta, expresada algebraicamente por: $y = ax + b$, aclarando que puede haber correlación no lineal y por lo tanto funciones no lineales.

2.5.1 Coeficiente de correlación.

Es un número o indice que nos informa si la correlación es positiva o negativa a través del signo, y si la correlación es buena cuando $|r| \geq 0.7$, "r" tiene como máximo valor absoluto a la unidad y su relación es perfecta, cuando $r=0$

la correlación es nula, es decir, no hay ninguna dependencia entre las dos variables: existen varias denotaciones para encontrar la correlación r, unas dependen de las anteriores, por lo cual la mas sencilla es:

$$r = \frac{\sum \mathcal{X}\mathcal{Y}}{\sqrt{\sum \mathcal{X}^2 . \sum \mathcal{Y}^2}}$$

donde $\mathcal{X} = (x-\bar{x})$, $\mathcal{Y} = (y-\bar{y})$

$\mathcal{X}^2 = (x-\bar{x})^2$, $\mathcal{Y}^2 = (y-\bar{y})^2$

Ejemplo: en el conjunto de datos de la variable X ( 10,9,8,7,6,5,5,4 ), la variable Y ( 15,13,14,12,12,10,8,6 ) tendríamos:

| | $\mathcal{X}$ | $\mathcal{X}^2$ | | $\mathcal{Y}$ | $\mathcal{Y}^2$ | $\mathcal{X}\mathcal{Y}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| X | $(x-\bar{x})$ | $(x-\bar{x})^2$ | Y | $(y-\bar{y})$ | $(y-\bar{y})^2$ | $(x-\bar{x})(y-\bar{y})$ |
| 10 | 3.25 | 10.56 | 15 | 3.75 | 14.06 | 12.18 |
| 9 | 2.25 | 5.06 | 13 | 1.75 | 3.06 | 3.93 |
| 8 | 1.25 | 1.56 | 14 | 2.75 | 7.56 | 3.43 |
| 7 | 0.25 | 0.06 | 12 | 0.25 | 0.06 | 0.06 |
| 6 | -0.75 | 0.56 | 12 | 0.25 | 0.06 | -0.18 |
| 5 | -1.75 | 3.06 | 10 | -1.25 | 1.56 | 2.18 |
| 5 | -1.75 | 3.06 | 8 | -3.25 | 10.56 | 5.68 |
| 4 | -2.75 | 7.56 | 6 | -5.25 | 27.56 | 14.43 |
| 54 | | 31.48 | 90 | | 64.48 | 41.71 |

$$\bar{X} = \frac{54}{8} = 6.75$$

$$\bar{Y} = \frac{90}{8} = 11.25$$

$$r = \frac{\sum \mathcal{X}\mathcal{Y}}{\sqrt{\sum \mathcal{X}^2 . \sum \mathcal{Y}^2}} = \frac{41.71}{\sqrt{31.48 \times 64.48}} = \frac{41.71}{45.05} = 0.92$$

Se observa que $|r| \geq 0.7$ por lo tanto la correlación es buena en este caso.

2.5.2 Recta de regresión o recta de ajuste.

La recta de regresión es la recta que se ajusta mas a las observaciones apareadas y se representa algebraicamente por la expresión $y = mx + b$, usando el criterio de mínimos cuadrados, que mediante un proceso de minimizar se llega a la formula general para los dos parámetros m y b; que son:

$$m = \frac{N \sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right)}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{N} x_i y_i\right)}{N \sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x_i\right)}$$

Ejemplo: utilizando los datos anteriores del ejercicio tenemos:

| $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $x_i y_i$ |
|---|---|---|---|
| 10 | 15 | 100 | 150 |
| 9 | 13 | 81 | 117 |
| 8 | 14 | 64 | 112 |
| 7 | 12 | 49 | 84 |
| 6 | 12 | 36 | 72 |
| 5 | 10 | 25 | 50 |
| 5 | 8 | 25 | 40 |
| 4 | 6 | 16 | 24 |
| 54 | 90 | 396 | 649 |

$$m = \frac{8(649) - (54)(90)}{8(396) - (54)^2} = \frac{5192 - 4860}{3168 - 2916} = \frac{332}{252} = 1.31$$

$$b = \frac{(90)(396) - (54)(649)}{8(396) - (54)^2} = \frac{35640 - 35046}{3168 - 2916} = \frac{594}{252} = 2.35$$

Por lo tanto, la recta de regresión se representa por la función lineal:

$$y = 1.31x + 2.35$$

### 2.5.3 Aplicaciones.

Promedio de calificaciones en el exámen aplicado a los alumnos en el primero y segundo semestre de 1983 del 5o. grado, de la escuela primaria rural "Plan de Ayutla" de Moctezuma, S.L.P.

| A | P. S. | S. S. | $x$ | $x^2$ | $y$ | $y^2$ | $xy$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | X | Y | $(X-\bar{X})$ | $(X-\bar{X})^2$ | $(Y-\bar{Y})$ | $(Y-\bar{Y})^2$ | $(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})$ |
| 1 | 34 | 21 | - 4.81 | 23.13 | - 1.27 | 1.61 | 6.10 |
| 2 | 30 | 22 | - 8.81 | 77.61 | - 0.27 | 0.07 | 2.37 |
| 3 | 40 | 25 | 1.19 | 1.41 | 2.73 | 7.45 | 3.24 |
| 4 | 34 | 28 | -4.81 | 23.13 | 5.73 | 32.83 | - 27.56 |
| 5 | 39 | 15 | 0.91 | 0.82 | -7.27 | 52.85 | - 6.61 |
| 6 | 35 | 24 | - 3.81 | 14.51 | 1.73 | 2.99 | -6.59 |
| 7 | 42 | 24 | 3.19 | 10.17 | 1.73 | 2.99 | 5.51 |
| 8 | 45 | 22 | 6.19 | 38.31 | -0.27 | 0.07 | -1.67 |
| 9 | 43 | 17 | 4.19 | 17.55 | - 5.27 | 27.77 | -22.08 |
| 10 | 45 | 22 | 6.19 | 38.31 | - 0.27 | 0.07 | - 1.67 |
| 11 | 40 | 25 | 1.19 | 1.41 | 2.73 | 7.45 | 3.24 |
| | $\bar{X}=38.81$ | $\bar{Y}=22.27$ | | 246.36 | | 136.15 | -45.72 |

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \cdot \sum y^2}} \qquad r = \frac{-45.72}{\sqrt{33541.91}}$$

$$r = \frac{-45.72}{\sqrt{246.36 \times 136.15}} \qquad r = \frac{-45.72}{183.14}$$

$$r = -0.24$$

En otro ejemplo anterior la relación fué buena; en este final se observa -- que la relación es negativa, lo que significa que los alumnos que obtienen- una calificación baja en una variable, tienden a obtener calificaciones al- tas en la otra. Por el contrario, los alumnos que tienen una calificación-- alta en una variable, tienden a obtener una calificación baja en la segunda variable.

# 3.- REFLEXIONES MATEMATICAS.

## 3.1 PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE.

### 3.1.1 Dos situaciones diferentes.

Generalmente, existen dos situaciones en el proceso enseñanza aprendizaje dentro de las matemáticas, en la primera situación el alumno es un organo receptor que aprende y repite los procedimientos seculares matemáticos. Su actividad se limita a tratar de captar lo que los grandes matemáticos han descubierto y llegar a poder utilizarlo.

En la segunda situación el alumno participa en el planteo de posibles soluciones, partiendo de una situación concreta, encuentra mayor significado en lo que realiza. Esta forma se ajusta mas a la manera de proceder del pensamiento, como lo expresa la Didáctica de las Matemáticas de la ANUIES.

La diferencia entre estas dos situaciones estriba en la forma como cada profesor concibe el proceso enseñanza-aprendizaje, ya que en la primera situa--

ción el profesor da definiciones y principios, escribe formulas y las deduce explicando la forma de manejarlas, resuelve ejercicios, pone ejercicios-como ejemplos, deja otros ejercicios para ser resueltos por los alumnos, --menciona algunas aplicaciones, mientras que el alumno copia en su cuaderno-pregunta dudas e indaga, cuándo es el exámen final?

En la segunda situación el profesor y alumno: inician una reflexión sobre - un fenómeno o situación propuesta, utilizan algunos símbolos que les permita formar un modelo matemático de éste fenómeno, obtienen resultados y re--tornan al fenómeno ya mejor comprendido.

3.1.2 Aprendizaje auténtico

El maestro debe tener amplia concepción del proceso enseñanza-aprendizaje - de las matemáticas, ya que de ello dependerá del éxito de la participación-de los alumnos en todo el proceso, de acuerdo con su nivel de madurez, experiencias, etc.; con ésto organiza, de acuerdo al curso, la planeación, métodos y procedimientos, técnicas, dinámicas de grupo, recursos didácticos y - la evaluación a seguir.

3.1.3 Aprender matemática.

Aprender matemática es comprender, no solamente conocer o recibir pasiva---mente conocimientos; valorar, aceptar como algo importante, útil y de tra--cendencia para su vida personal, asimilar internamente; hacer suyos la comprensión y los valores adquiridos, de tal manera que pasen a formar parte -

activa de su personalidad.

Tener un método, no un conjunto de sistemas y principios doctrinales, "recetas", de interpretación humana de la naturaleza, creatividad humano-teorica-de transformación indirecta de la naturaleza.

## 3.2 EL IDEAL EDUCATIVO.

### 3.2.1 Lo mas importante.

Zubieta, en su libro "La moderna Enseñanza Dinámica de las Matemáticas", señala que lo mas importante en matemáticas es la invención, cuyas fuentes --- principales son:

a) El espíritu de observación.

b) La intuición ( Arte de presentir o adivinar lo que se busca, cuyo mecanismo desconocemos; "arte de ver con los ojos de la mente" como diría platón.)

c) El raciocinio ( habitos mentales confirmados por la experiencia,- especie de empirismo secundario cuya justificación puede hacerse- por medio de la lógica.)

En síntesis, el estudiante de matemáticas bajo la vigilancia de un maestro - hábil y competente debe poner en juego lo mejor de sus recursos mentales, su espíritu de observación, su imaginación, su inventiva, todo lo cual funciona mejor.

### 3.2.2 El rigor lógico.

En matemáticas hay diferentes grados de abstracción en ideas y principios, como hay diferentes grados de rigor en definiciones y abstracciones.

Así como la generalización de un concepto requiere pérdida de algunas propiedades que lo definen, la generalización de un principio se hace con algún sacrificio de rigor empleado en demostrarlo.

Casi todas las definiciones, demostraciones y demás procesos de la matemática elemental, son efectivos, no hay por tanto ninguna razón pedagogica, ni de -- otra índole que nos induzca a reemplazar en la enseñanza de la matemática elemental los métodos efectivos tradicionales que son los mas rigurosos, por los métodos formales de la matemática moderna mas general y abstracta que la tradicional. Según Zubieta en su libro de "La Moderna Enseñanza Dinámica de las-Matemáticas".

3.2.3 Decálogo del buen maestro.

El buen maestro de matemáticas debe tener en cuenta en su enseñanza lo si---- guiente, basado en diez principios fundamentales, que son:

a) Impartir clases con el solo proposito de enseñar.

b) Saber despertar en sus alumnos interes por lo que enseña.

c) Medir continuamente la eficacia de su enseñanza.

d) Enseñar con libertad, sin imposición ni dogmatismo.

e) Motivar la enseñanza al abordar cada tema nuevo.

f) Impartir la enseñanza al nivel adecuado.

g) Anteponer los conceptos a las definiciones.

h) Preferir los métodos efectivos a los puramente formales.

i) Poseer información histórica sobre la materia que enseña.

j) Mantenerse al corriente de los procesos de la ciencia.

## 3.3 LA MATEMATICA EN LA ESCUELA PRIMARIA.

### 3.3.1 Alfabetización matemática.

Se está trabajando mucho en este sentido en todo el mundo, mediante la obligatoriedad de la escuela primaria, ya que es la única enseñanza obligatoria para todo ciudadano. El estudio de sus programas y su metodología es de importancia fundamental, en ella hay que considerar lo que se considere que debe saber todo habitante del país, respecto a la matemática, y al que desconozca todo lo relativo a ella es considerado como analfabeta matemático.

Clásicamente el contenido en la escuela primaria respecto a la matemática consistía en las operaciones elementales con números naturales y racionales positivos; con algunas definiciones geométricas y las áreas y volumenes de las figuras y cuerpos mas simples y regulares, hasta hace unos veinte años que se extendió por el mundo la ola de la matemática moderna.

Primero en la universidad, donde costó menos dificultades; luego en la escuela media donde ya costó mas y finalmente en la escuela primaria, donde sus dificultades son tales que puede causar mas daño que beneficio.

### 3.3.2 Matemática formativa.

Es la enseñanza de la matemática en la que se pone en juego la razón, va de la mano con la enseñanza activa; el alumno debe sentirse motivado para que resuelva por si mismo los problemas, apelando a todos los recursos a su alcance, sin pensar en recordar tal o cual fórmula o regla aprendida o que figura del texto o del manual.

En la actualidad el aprendizaje matemático en la escuela primaria es deficiente, pues muchas veces se pretende que los alumnos cumplan determinado programa en corto tiempo, se fomenta el método memorístico como el mejor, los alumnos aprenden a mecanizar operaciones, pero esto no es aprender matemática.

3.3 Actualización de aplicaciones.

El progreso de la matemática moderna no consiste en aprender a aumentar el número de decimales de una operación, ni en entender un cálculo rutinario, sino en dominar nuevas operaciones y entender el porqué de su necesidad o utilidad.

La matemática no es un conjunto de elementos que haya que describir, es motor de una acción para descifrar enigmas que hay que aprender a utilizar y si se puede, contribuir a su mejoramiento y perfección; y así mismo no desatender los problemas que se presentan en la vida diaria, aunque no pueda darseles solución exácta.

La matemática moderna no tiene miedo de salirse de la exactitud de la matemática tradicional. para utilizar métodos mas amplios y diversos si resulta necesario.

3.3.4 El fin y los medios.

El fin de la matemática moderna en la escuela elemental consiste en que el-niño aprenda a resolver problemas y adquiera agilidad mental para idear y -usar los mejores métodos para ello, con los medios para lograrlo.

En la primera enseñanza tiene mucha importancia los materiales didácticos,-hay que aprender a aprovechar los sentidos como los canales mas adecuados -para llegar al razonamiento; hay que aprender a través de la vista, del oído y del tacto, el niño necesita usar las manos y aprender jugando, como lo indica Santaló en su hobra "La Matemática, hoy".

Hay maestros dedicados e ingeniosos que pueden idear sus propios medios, --para ello hace falta que la profesión de maestro sea cuidada y valorada como es debido, teniendo en cuenta su misión, de la cual depende en gran parte, el futuro de la sociedad.

CONCLUSIONES.

La nueva matemática es, en principio, la misma matemática de siempre con algunas importantes aquisiciones nuevas: el lenguaje en el que está escrita,- el método con el que trabaja y las estructuras abstractas entre las cuales-se mueve.

Un buen matemático tradicional seguirá siendolo hoy, lo único que necesitaría es una buena preparación previa para entender el lenguaje, practicar el método y comprender las estructuras abstractas, con esto nada le impidiría-trabajar con la nueva matemática como trabajó con la suya propia.

La nueva matemática tiene ahora una fama dudosa y se le critica desde muy - variadas fuentes, acusandola de exceso de abstracción, de falta de utilidad de capricho pedagógico, de error filosófico, de insania psicológica y de muchas otras cosas mas.

El principal problema de la nueva matemática es el inadecuado funcionamiento de los canales de transmisión que van del profesor al alumno, la solu---

ción será solo mejorarlos.

La matemática moderna y la tradicional poseen el mismo contenido, solo que- explicado en otro lenguaje, vertebrado lógicamente con el uso de otros métodos y reordenado de un modo distinto, es decir una nueva actitud ante el -- aprendizaje.

Es necesario que todo maestro de enseñanza primaria se concientice y se ponga al día en los cambios de la matemática actual, para que pueda dar al niño la preparación en este campo que exige el progreso moderno.

BIBLIOGRAFIA.

CASTELNUOVO, EMMA.
Didáctica de las matemáticas mod. Edit. Trillas.

DIDACTICA DE LAS MATEMATICAS.
Edit. ANUIES.

DOLCIANI, MARY P., BERMAN SIMON L., WOOTON WILLIAM.
Algebra moderna y trigonometría, Décima segunda edición, Edit. Pub. Cult.1978.

ENCICLOPEDIA SALVAT DICCIONARIO.
Salvat editores, S.A. Barcelona, 1976.

ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA EDUCACION.
Vol. III, Edit. Santillana, 1975.

HABER AUDREY Y RUNYON RICHARD P.
Estadística general, Edit. Fondo Educativo Interamericano, S.A. 1973.

KLINE, MORRIS.
El fracaso de la matemática moderna, Siglo veintiuno editores, S.A.

KUNTZMAN.
A dónde va la matemática? Siglo veintiuno editores, S.A.

LA NUEVA MATEMATICA.
Biblioteca salvat de grandes temas, Vol. 70, Barcelona 1978.

SANTALO, LUIS A.
La educación matemática, hoy, Colección "Hay que saber", Edit. Teide.

STEVENSON, WILLIAM J.
Estadística para administración y economía, Harla.

ZUBIETA, RUSSI FRANCISCO.
La moderna enseñanza dinámica de las matemáticas, Edit. Trillas, Mex.

LIZARRAGA, G. IGNACIO M.
Estadística,Colección Educación Media Superior, Vol. VIII, Mc. Graw Hill.

## ANEXO 1

A continuación se transcribe completo el ejemplo de la página 21 sobre medidas de tendencia central, para su mejor comprensión.

Ejemplo: supongase que el gerente de una compañía está interesado en comparar las calificaciones de 25 de sus empleados en una prueba de matemáticas. Asignando una letra a cada empleado, obtiene los siguientes resultados: A-55,B-50,C-35,D-45,E-40,F-40,G-60,H-45,I-50,J-30,K-50,L-45,M-25, N-35,O-55,P-40,Q-35,R-25,S-20,T-30,U-40,V-30,W-45,X-35,Y-40.

| INTERVALO DE CLASE | f | PUNTO MEDIO | $\bar{X}$ (media) | $\hat{X}$ (moda) | f.a. | Mediana (Med.) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 60-64 | 1 | 62 | 55+40+50+40+40 | $\hat{X}$ = P.M. | 25 | f. acum. = $\frac{50 \times 25}{100}$ |
| 55-59 | 2 | 57 | 50+60+45+35+30 | de mas frecuencia | 24 | = 12.5 |
| 50-54 | 3 | 52 | 35+45+25+25+45 | ∴ | 22 | en el int.(32.5-44.5) |
| 45-49 | 4 | 47 | 45+50+35+20+35 | $\hat{X}$ = 42 | 19 | es igual a 12.5 - 10 = 2.5 |
| 40-44 | 5 | 42 | $\bar{X}$ = 40 + 30 + 55 + 30 + 40 | | 15 | |
| 35-39 | 4 | 37 | 25 | | 10 | $\frac{?}{5} = \frac{2.5}{5}$ |
| 30-34 | 3 | 32 | $\bar{X} = \frac{1000}{25}$ | | 6 | ? = 2.5 |
| 25-29 | 2 | 27 | $\bar{X}$ = 40 | | 3 | Med = 39.5 + 2.5 |
| 20-24 | 1 | 22 | | | 1 | = $\boxed{42.0}$ |

ANEXO 2

Pongo aquí un ejemplo de medidas de variación con datos agrupados, para complementar lo expuesto en las páginas 21 a 23.

Ejemplo tomado del anexo 1

| INT. CLAS | f | P. M. | f. a | Lim. VERD. | f x | $fx^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 - 64 | 1 | 62 | 25 | 59.5 - 64.5 | 62 | 3844 |
| 55 - 59 | 2 | 57 | 24 | 54.5 - 59.5 | 114 | 6498 |
| 50 - 54 | 3 | 52 | 22 | 49.5 - 54.5 | 156 | 8112 |
| 45 - 49 | 4 | 47 | 19 | 44.5 - 49.5 | 188 | 8836 |
| 40 - 44 | 5 | 42 | 15 | 39.5 - 44.5 | 210 | 8820 |
| 35 - 39 | 4 | 37 | 10 | 34.5 - 39.5 | 148 | 5476 |
| 30 - 34 | 3 | 32 | 6 | 29.5 - 34.5 | 96 | 3072 |
| 25 - 29 | 2 | 27 | 3 | 24.5 - 29.5 | 54 | 1458 |
| 20 - 24 | 1 | 22 | 1 | 19.5 - 24.5 | 22 | 484 |

$\Sigma$ 46 600

Rango = 60 - 20
= 40

$R.I. = Q_3 - Q_1$

$Q_3$

$fa = \dfrac{75 \times 25}{100} = 18.75$

$18.75 - 15 = 3.75$

$44.5 + 3.75 = 48.25$

$Q_1$

$fa = \dfrac{25 \times 25}{100} = 6.25$

$6.25 - 3 = 3.25$

$29.5 + 3.25 = 32.75$

$R.I = 48.25 - 32.75$
$= 15.5$

El rango nos muestra que la calificación entre la máxima y la mínima esta - muy dispersa, se puede afirmar que la amplitud de valores es del 20 al 40 - lo cual no presenta una mayor información, cuando esto sucede se utiliza el rango intercuartil ( R.I. ).

El resultado del rango intercuartil ( 15.5 ) significa que la variabilidad-de las calificaciones es de 15.5, sin embargo no permite hacer interpretación precisa de una calificación dentro de la distribución.

La desviación media.

$$dm = \frac{\Sigma |x-\bar{x}|}{N} = \frac{102}{25}$$

$$= 4.08$$

El resultado de 4.08, nos indica la desviación absoluta de las calificaciones con respecto a la media.

La varianza y la desviación estandar.

$$S^2 = \frac{\Sigma (x-\bar{x})^2}{N}$$

$$= 64$$

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma f x^2}{N} - \bar{X}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{46600}{25} - 40^2}$$

$$= \sqrt{1864 - 1600}$$

$$= \sqrt{64}$$

$$= 8$$

La varianza y la desviación estandar son las medidas mas útiles, ya que S=8 representa dispersión de calificaciones por lo que la variabilidad de diferentes distribuciones puede compararse en términos de la desviación estan-dar, además permite la interpretación precisa de las calificaciones dentro de una distribución.