UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIDAD 241

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
BIBLIOTECA
SEP

SISTEMAS Y ESTRUCTURAS

GUILLERMINA RICO CERDA

TESINA PRESENTADA PARA OPTAR POR EL TITULO DE
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., 1985

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DT-81

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., a 8 de DICIEMBRE de 19 84

C. Profr. (a) GUILLERMINA RICO CERDA
Presente
(nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -- Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa TESINA titulado SISTEMAS Y ESTRUCTURAS presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a - que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 31-A D
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.

PROFR. CARLOS ENRIQUE MERINO RAMOS

Dedico este trabajo que
he realizado al recuer-
do de mi madre.

INDICE.

PROLOGO.

CAPITULO I.

GENERALIDADES.

A.- MATEMATICA MODERNA.

a).- La importancia de la matemática. 1
b).- El problema. 2
c).- ¿Cuántas matemáticas? 5
d).- Matemática moderna. 6
e).- El nombre. 8

B.- CARACTERISTICAS.

a).- Amplia, no limitada. 8
b).- Práctica y realista. 9
c).- Razonable, no mecánica. 10
d).- Flexible y probable. 10

C.- CONCLUSIONES.

a).- Evitar confusiones. 11
b).- División. 11
c).- Personajes. 12

CAPITULO II

SISTEMAS Y ESTRUCTURAS.

A.- SISTEMAS AXIOMATICOS.

a).- Conceptos y características. 14
b).- Sistema abstracto. 15
c).- Propiedades. 17

B.- ESTRUCTURAS DIVERSAS.

a).- Concepto y clasificación. 20
b).- Sistemas matemáticos. 23
c).- Conceptos. 24
d).- Diagramas. 25

C.- ESTRUCTURAS DE LOS SISTEMAS MATEMATICOS.

a).- Operación unaria y binaria. 27
b).- Números naturales. 28
c).- Números enteros. 29
d).- Números racionales. 31
e).- Números reales. 32

CAPITULO III

REFLEXIONES MATEMATICAS.

A.- LA MATEMATICA MODERNA.

a).- Alfabetización matemática. 34
b).- Matemática formativa. 35
c).- Actualización de aplicaciones. 36
d).- El fin y los medios. 37

B.- BASES FUNDAMENTALES DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA.

a).- Nuevas orientaciones didácticas. 38
b).- Objetivos de la matemática. 39
c).- Experimentación y matemática. 40
d).- Evolución y aprendizaje. 42

C.- EL IDEAL EDUCATIVO.

a).- Lo mas importante. 44
b).- El rigor lógico de las matemáticas. 45
c).- Decálogo del buen maestro. 46

CONCLUSIONES. 48

BIBLIOGRAFIA. 51

PROLOGO

Con este sencillo trabajo pretendo culminar los tres años de estudio en la Actual Universidad Pedagogica Nacional los cuales fueron iniciados con el entusiasmo de quien inicia algo nuevo.

Al iniciar el curso, la meta fijada era para mi actualizar los conocimientos que se me habían entregado durante los años de estudio en la Escuela Normal y que a través de los años de trabajo había tenido que aumentar. A la vez lograba adquirir nuevas experiencias con el contacto directo con los educandos.

Sin embargo, era necesario actualizarse, sacudirse la rutina que sin pretenderlo se había formado, aceptar los cambios que nos ofrecen los nuevos libros, los nuevos conceptos de la ciencia moderna.

A veces hacemos de los alumnos unos excelentes memoris - tas sin preocuparnos por proporcionarles las armas que les -- ayuden a enfrentarse a la vida diaria.

La matemática que nació por las mismas necesidades del - hombre y que fue la primera ciencia axiomatizada y formalizada y que en este ciclo ha sido llamada matemática moderna, -- tiene un nuevo concepto.

La matemática actual está basada en la noción de estructura, a la que se llega de lo singular a lo general pretende- unificar a las distintas normas que la conforma, presentando- temas nuevos y variados que preparan para la vida actual.

Consta mi trabajo de tres partes: la primera contiene -- generalidades y aspectos diversos de la"matemática moderna",- haciendo resaltar los cambios habidos, todo ello a manera de- marco teórico.

En la segunda abordo uno de los nuevos temas de la matemática actual, el de Sistemas y Estructuras. Es un tema nuevo para mí y ha sido un reto, el cual me he propuesto vencer, superando, todos los obstáculos que encuentre al realizarlo.

Finalmente, en la tercera y última, expongo algunas sencillas y cortas reflexiones sobre la matemática, por considerarlas importantes y necesarias para nuestra labor como maes-

tros.

Espero tambien no cometer errores en el mismo y superar-en lo sucesivo las deficiencias que presenta.

CAPITULO I

GENERALIDADES

A.- LA MATEMATICA MODERNA.

a).- Importancia de las matemáticas.

La importancia de las matemáticas ha nacido en el hombre mismo, como consecuencia de una larga evolución que arranca - de la respuesta a sus primeras necesidades utilitarias:pesar contar, medir, operar, observar las formas, etc.

Las matemáticas en un principio tenían una finalidad -- práctica y adquirió su conocimiento o cuerpo conceptual en -- forma empírica por medio de la observación, sin aplicar un -- aparato deductivo.

Las matemáticas han tenido siempre dos valores: valor -- específicamente matemático y el valor social y personal.

Galileo destacaba ya el valor instrumental de esta ciencia al señalar que la naturaleza es un libro abierto escrito en el lenguaje de las matemáticas.

El valor práctico queda de manifiesto por la práctica diaria de las actividades humanas, industriales, técnicas, socio-económicas, etc. Voss destacó este aspecto al afirmar que la civilización actual depende de la comprensión de la naturaleza y esta comprensión se basa en las matemáticas.

En el aspecto estrictamente matemático los objetivos son: la comprensión de los principios básicos, el uso de un vocabulario matemático y en general los procedimientos de la matemática moderna.

En los objetivos sociales, el uso de los números en sectores vitales, ayuda para la resolución de problemas, ideas de importancia de las matemáticas para el progreso humano.

b).- El problema.

En el siglo XX se exige un índice muy elevado de especialización, nuestro mundo necesita personas con una preparación específicamente matemática, puesto que una máquina compleja automatizada, requiere para su elaboración de personas con formación matemática; el Ingeniero que la proyectaba, el obrero especializado que realiza el trabajo siguiendo un esquema.

La preparación matemática no es en general lo suficiente mente amplia y aumenta la necesidad de matemáticos, puesto -- que los trabajos de contenido matemático (ingeniero, perito,- etc.) se han sumado las nuevas profesiones como las de economistas, programador de cerebros electrónicos, etc.

Se han señalado incluso que el retraso tecnológico de -- un País, pudiera estar relacionado con la escaséz de personas bien preparadas matemáticamente a cualquier nivel.

En otro aspecto, si la escuela ha de preparar para la vida, la misma está exigiendo cada vez mas claro dominio de las matemáticas, por lo que ha sido necesario reformar métodos y- contenidos tradicionales en los planes de enseñanza de las - matemáticas.

La relación que se ha producido, ha dado origen a situaciones conflictivas para el niño, el maestro y los padres de- familia.

Los primeros en reaccionar en forma negativa han sido - de los círculos familiares, ajenos al mundo escolar y han mostrado perplejidad ante estos cambios.

Los padres consideran que las matemáticas que se les enseña a sus hijos es una nueva matemática, en la cual al niño- no se le prepara adecuadamente, puesto que no se le exige mecanizar con grandes cantidades.

Los padres actualmente desconocen el lenguaje matemático de sus hijos (conjunto, grupo, etc.) puesto que no coincide - con el que ellos practicaron (línea, ángulo, quebrado, etc.)- y por lo tanto los padres no pueden compartir. ni tienen un - motivo más de comunicación, en sí, ya no pueden compartir -- con ellos las tareas escolares.

Para el maestro el problema ha surgido porque no sabe en concreto que es lo que va a enseñar. No se ha acostumbrado,ni lo ha aceptado, se ha concretado a seguir a la ligera los objetivos marcados en el programa.

Muchos profesores de cualquier nivel siguen convirtiendo a sus alumnos en unos expertos en la técnica del cálculo (operaciones y ecuaciones con resultados exactos) utilizando para ello material pasado de moda.

La matemática moderna ha provocado animadversión en los- maestros que no la dominan y se ven obligados a enseñarla, teniendo que abandonar sus habituales métodos de trabajo y cambiarlo por otro totalmente nuevo e incómodo.

Por otro lado se agrava el problema,pues al desconocer - totalmente el tema, la enseñanza que se imparte es defectuosa.

El alumno en sí es el que ha aceptado el cambio sin mostrar ningún rechazo, él está siempre dispuesto a aceptar los-

nuevos lineamentos, se adapta, incluso acepta, los cambios - bruscos que el maestro pueda dar en su clase.

c).-¿ Cuántas Matemáticas ?

La vida del siglo XX ha exigido al hombre una educación- estrictamente matemática, por lo que la matemática ha tenido- que ampliarse.

Las matemáticas tradicionales se estudiaban como mate -- rias aisladas. Cada parte tenía un asunto o contenido que ge- neralmente se estudiaba de manera intuitiva y descriptiva y - por supuesto aislada.

La matemática moderna no se ocupa de estos mismos objeti vos, sino indirectamente, es decir, que los estudia como ca - sos particulares, como ejemplo. Su interés se centra en el -- estudio de las relaciones entre conjuntos de objetos que pue- den ser puntos, números, figuras, etc.

La matemática tradicional disponía de " teorías univalen tes" mientras que la matemática moderna tiene teorías multiva lentes, como ocurre con la teoría de las estructuras.

La matemática moderna es mas amplia en contenido que la- tradicional. Es en principio la misma matemática de siempre - con importantes adquisisiones, como el lenguaje utilizando, -

el método con el que trabaja y las estructuras abstractas -- entre las cuales trabaja.

Sería equivocado pensar que todo es nuevo en la nueva matemática, sólo cambia la forma y la aplicación. La matemática moderna comprende una nueva actitud ante el aprendizaje.

Se llega a la matemática moderna por medio de un proceso que va de lo singular (las viejas asignaturas) a lo general - (las estructuras).

Boubarki ha dicho que la matemática moderna crece como - una gran Ciudad, destruyendo suburbios (antiguas teorías)trazando avenidas, construyendo barrios nuevos de acuerdo a un-- plan urbanístico.

La matemática moderna es la misma que ha conocido el --- hombre desde los primeros tiempos, se ha ido ampliando,creando nuevos conceptos de acuerdo a las necesidades actuales.

d).- Matemática Moderna.

A través de la Historia ha habido períodos en los que la matemática ha predominado como una filosofía y otros en los - cuales se le dió una función práctica.

Estos períodos se han complementado mutuamente. El desarrollo de la matemática se ha debido a estas dos tendencias.

Se ha hablado siempre de matemáticas modernas en cada -- uno de los períodos en los cuales las matemáticas han ev lu-- cionado.

La primera matemática moderna fué la de Euclides. En sus elementos intentó reorganizar los conocimientos dispersos - - existentes, su aportación más excepcional fué la metodología- que señaló el camino axiomático de esta Ciencia. Después de - Euclides aparecen Arquímides y Apolonio.

Euclides podría figurar, dentro de la matemática como -- axiomático y formulista, mientras que Arquímides y Apolonio,- sacaron teorías nuevas, ellos formaron parte de los instruc-- cionistas.

La matemática moderna nace en el siglo XVII con Newton y Leibniz creadores del cálculo infinitesimal, el cual produce- un gran estusiasmo por los métodos analíticos que emplea, y - con él la segunda matemática moderna; fué discutida y combati da, sin embargo sus bases filosóficas sirvieron de fundamento en la realización de los siglos XVIII y XIX.

En la época actual, Cantor inicia con su teoría de con-- juntos de la actual matemática moderna. Hoy, la matemática -- moderna se basa en la teoría de conjuntos y ha sido sistemati zada por las modernas estructuras algebraicas. La teoría de - los conjuntos, son esquemas y sus símbolos constituyen un - -

modelo o ejemplo muy claro de objetos matemáticos, ya que las operaciones entre conjuntos son semejantes a las operaciones del pensamiento y proporcionan a las matemáticas un pensamiento unitario.

e).- El nombre.

No puede dársele a la matemática el nombre de matemática moderna, puesto que la matemática en sí sigue siendo la misma Se le llama matemática clásica a la matemática según se concebía a fines del siglo XIX. Esta matemática clásica comprendía los siguientes aspectos: aritmética y álgebra, geometría y -- análisis.

Estas tres disciplinas han sufrido desarrollos diferentes en el transcurso del tiempo; la aritmética y el álgebra - son muy antiguas. La geometría siendo muy antigua se ha desarrollado, rebazando su punto de maduración.

Por lo tanto, la matemática moderna no nueva, seguirá modificandose y la mejor manera de llamarla sería matemática -- contemporánea.

B).- CARACTERISTICAS.

a).- Amplia no limitada.

La matemática moderna ha evolucionado en un doble senti-

do, en el estudio cada vez mas profundo de estructuras abs -- tractas muy generales y por ello multivalentes y en el estu - dio de aplicación a las distintas ciencias especiales: Psicología, Biología, Medicina, Economía.

En la materia tradicional se estudian argumentos particulares agrupándose según su grado de dificultad (aritmética, - álgebra, trigonometría, etc.). El descubrimiento de las nue - vas estructuras ha cambiado el plano.

La matemática moderna se basa en la teoría de los conjuntos y sus ramas más aplicadas son la teoría de los juegos, la- teoría de la información, en general todas las ciencias de la comunicación.

b).- Práctica y realista.

En la matemática tradicional se le inculcaba al niño el- hábito del ahorro, a calcular los intereses que produciría -- cierta cantidad depositada en un banco a un plazo determinado. En estos momentos de crisis económica hay que educarlos, enseñándoles el valor del saber y la habilidad personal.

Al estudio experimental de un problema, desde un punto - de vista práctico, la matemática añade la posibilidad de una- nueva intuición desde un punto de vista mas amplio.

c).- Razonable, no mecánico.

El niño debe tener una idea clara de las matemáticas, - hay que educarlo para que vea el conjunto por encima del individuo.

Al alumno hay que evitarle cálculos engorrosos con los - cuales en lugar de apreciar a la matemática, se le está pre - sentando como una área donde únicamente tiene que mecanizar.

Así el alumno no educará su pensamiento matemático ni lo aplicará a la resolución de problemas, ni utilizará el razonamiento lógico, será un receptáculo de fórmulas y definiciones.

d).- Flexible y probable.

La matemática moderna utiliza en lenguaje moderno y el - razonamiento correcto, más no pretende llegar a soluciones -- exactas, se limita a encontrar soluciones con cierta probabilidad y a dar lineamientos sobre comportamiento global, predice si ciertas cantidades son mayores o menores con cierto límite.

En vez de buscar la solución a un hecho concreto, lo busca para un conjunto de hechos, llegando a conclusiones sobre- lo que ocurriría a la mayoría de ellos.

L'Féliz ha señalado que la matemática permite manipula -

ciones abstractas para reemplazar y superar en visión mas general las manipulaciones experimentales con las manos.

La matemática moderna, conduce a lograr apreciaciones aproximadas, previas al cálculo númerico y a observar errores que condicionan la exactitud del resultado.

En cuanto a la medida y sus resultados, habrá que liberar la creencia de lo infalible de los cálculos, que puedan conducir a una preocupación por los resultados exactos, olvidándose de la situación real, de la aproximación que tiene toda medida y todo cálculo.

C).- CONCLUSIONES.

a),- Evitar confusiones.

La matemática moderna no es sólo simbología, los conjuntos, la lógica y la terminología. Su principal objetivo se centra en el estudio de las relaciones entre conjuntos de objetos que puedan ser puntos, figuras, números.

Utiliza un lenguaje de signos (formalizado) y expresa sus teorías o teoremas o axiomática.

b).- División.

La matemática moderna se funda en la idea o noción de

estructuras a la que se llega en un proceso que va de lo singular (las viejas asignaturas), pero este concepto se dá entre ideas y no entre cosas, intuición abstracta y no sensible.

Para el grupo Bourbaki, las estructuras que estudia la matemática moderna son de tres tipos: algebraica, de orden y topológicas.

En la actualidad se pretende unificar las distintas ramas de la matemática, esta puede definirse como un conjunto de disciplinas que se relacionan profundamente y entre las que se pueden considerar: lógica, teoría de los conjuntos que permite simplificar muchas demostraciones y mostrar más la matemática como una ciencia de estructuras; aritmética o teoría de los números, está relacionada con la teoría de conjuntos y con la lógica a través de la axiomatización de Peano; álgebra que estudia las leyes de la composición, las operaciones y las relaciones en uno o varios conjuntos; análisis, está dedicado al estudio de estructuras, mediante las nociones de límite y continuidad; mecánica, es una parte de la Matemática que tiene una gran aplicación.

c).- Personajes.

El siglo XIX es la época en que se somete a revisión toda la ciencia matemática con sus nuevas teorías sobre "Geometría", "Análisis", grupos de transformaciones, etc.

En el siglo XX el esfuerzo iniciado en el siglo pasado - recibe un decisivo impulso con la fundación de la teoría de - conjuntos de George Cantor, teoría que sirve de base a la matemática moderna. El algebra amplía el campo de acción al tratar con ayuda de la teoría de los conjuntos y la teoría de -- grupos.

Contribuye también George Boole creador del Algebra de - la lógica (primer sistema de la lógica matemática,) se interesó también por el análisis matemático y la teoría de probabilidades.

Galois contribuye al desarrollo de las matemáticas con - su teoría de grupos, que se presentó al principio como método para discutir la resolubilidad de las ecuaciones algebraicas.

Katel Friederich Gauss junto con Lobachesly y Bolyai elaboran la llamada " geometría hiperbólica", que sustituye al - axioma euclidiano por la hipótesis de la existencia de una -- infinidad de paralelas a una recta por un punto.

En 1909 Fréchet introduce la noción del espacio abstracto, conjunto cualquiera de elementos asimilables al espacio- ordinario.

CAPITULO II

SISTEMAS Y ESTRUCTURAS.

A.- SISTEMAS AXIOMATICOS.

a).- Concepto y características.

En el capítulo anterior hemos hablado sobre la matemáti-- ca moderna que se basa en las nociones de conjunto y relación. Se considera a Cantor como el fundador de esta teoría, sus - - ideas dieron lugar a una revisión de los fundamentos de la matemática de la que surgió la actual organización de la matemática moderna en la que uno de sus rasgos principales es la - - noción de estructura.

Un sistema axiomático es un conjunto ordenado de cono - - cimientos basado en determinados principios.

Un sistema axiomático tiene basicamente:

1.- Términos primitivos: conjunto de elementos que forman la base del sistema y por lo tanto no pueden definirse y explicarse.

2.- Axiomas: relaciones que existen entre ellos y que cumplen determinadas condiciones fijadas de manera explícita.

3.- Definiciones: relaciones, operaciones o conceptos no primitivos que requieren explicación.

4.- Teoremas: verdades no evidentes, que deben demostrarse o comprobarse, verdades que se deducen de los axiomas mediante reglas lógicas.

Los sistemas axiomáticos más conocidos son: 1) la Geometría euclidiana cuyos términos primitivos (indefinibles) son el punto y la recta. 2) La teoría de conjuntos cuyos términos primitivos son las nociones de conjunto y elemento.

Una característica de éste método es que en él no se hace uso de la naturaleza de los objetos de estudio; lo que interesa son las relaciones que existen entre ellos.

b).- Sistema abstracto.

Para poder comprender mejor los sistemas axiomáticos,

matemáticos o númericcs es preciso conocer los sistemas abs-- tractos que ayudan a realizar raciocinios puros.

"Un sistema abstracto consta de un conjunto de elementos una operación irreal y una tabla que define esa operación".

Ejemplo: el conjunto formado por los elementos:

$$A=\{ *, \#, \Sigma, [\,] \}$$

y una a la que se le puede llamar "multición", la que se re-- presentará con el símbolo. $\sim$

La operación se define por medio de la siguiente tabla:

$\sim$	$*$	$\#$	Σ	$[\,]$
$*$	$*$	$\#$	Σ	$[\,]$
$\#$	$\#$	Σ	$[\,]$	$*$
Σ	Σ	$[\,]$	$*$	$\#$
$[\,]$	$[\,]$	$*$	$\#$	Σ

La operación $\sim$ es binaria, puesto que relaciona a un- solo elemento cada dos elementos cualquiera del conjunto - -- dado.

Para realizar la operación se procede del mismo modo que una tabla de multiplicar común y corriente.

Se determina el primero de los elementos en el encabezado de las columnas y el segundo en el de los renglones, leyéndose el resultado en la intersección de la columna y el renglón de la tabla.

Ejemplo:

$$\boxed{\begin{array}{l} \# \sim \Sigma = [\,] \\ \Sigma \sim \Sigma = * \end{array}}$$

c).- Propiedades.

En un sistema abstracto y con cualquier sistema matemático, al realizar operaciones se definen algunas propiedades.

Las siguientes son las más importantes:

<u>Cerradura</u>.- Cuando se realiza una operación con dos elementos de un conjunto, el resultado es un único elemento del mismo conjunto. Es decir, existe uno y solo un resultado cuando se realiza una operación entre dos elementos de un conjunto y dicho resulta-

do es siempre uno de los elementos del mismo.

El conjunto entonces es cerrado.

$$\boxed{(x \in A, y \in A) \rightarrow x * y) \in A}$$

Asociativo.- Al realizar una operación con tres o más elementos, se puede efectuar por partes combinando sus elementos de diferentes maneras. Se puede combinar los dos primeros elementos y después agregando el resultado el tercer elemento; o bien combinar el segundo con el tercero y después agregar el primero. En ambos casos se obtiene el mismo resultado y ello independientemente de los tres o más elementos que se elijan del conjunto.
Esta propiedad se llama: asociativa.

$$\boxed{\forall x, y, z \in A : x * (y * z) = (x * y) * z}$$

Identidad.- En cada conjunto existe un elemento el cual al efectuar una operación con cualquier cantidad no altera dicha cantidad.
El elemento con ésta propiedad recibe el nombre-

de "elemento idéntico".

$$\boxed{(x \in A \wedge e \in A) \Rightarrow x * e = x}$$

Elemento Inverso.- Existe un elemento que al combinarlo con una cantidad dá como resultado el elemento neutro.

$$\boxed{(x, e, x' \in A) \Rightarrow x * x' = e}$$

Conmutativa.- En una operación los elementos satisfacen la propiedad conmutativa si el resultado que se obtiene al combinar dos elementos cualesquiera de dicha operación no depende alrededor del orden en que se combinaron dichos elementos.
Se puede cambiar el orden de las cantidades al efectuar la operación y no se altera el resultado.

$$\boxed{\forall x, y \in A : x * y = y * x}$$

Distributiva.- Al efectuar la operación de una cantidad por un binomio que tiene otra operación, puede efectuarse primero la operación del binomio o primero la que no pertenece al mismo.

$$\boxed{x * (y \sim z) = (x * y) \sim (x * z}$$

B.- ESTRUCTURAS DIVERSAS.

a).- Conceptos y clasificación.

La matemática moderna tiene entre sus rasgos fundamentales la idea de estructura. En realidad no se puede dar una definición precisa de estructura matemática.

Existen tres tipos de estructuras: las algebráicas, que surgen al considerar leyes de composición (operaciones), ejemplo: Sistemas numéricos; topológicas, basadas en las nociones intuitivas de proximidad y entorno, ejemplo: simetría, rotación y las de estructuras de orden, que aparecen al definir relaciones de orden en un conjunto. Se forman estructuras mixtas al combinar dos o más de tipo diferente.

Una estructura algebraica es una reunión de varios obje-

tos dotados de leyes de composición.

Estas leyes pueden ser internas o externas. El conjunto, donde se define si hay una o varias leyes, se dice que es el soporte de la estructura.

El soporte está formado por una o varias leyes internas, si interviene alguna ley externa además del soporte tiene que hacerse referencia al dominio de operaciones para definirla.

Las estructuras pueden tener una o dos leyes internas. A las estructuras con una sola ley se les llama: grupo, semigrupo y monoide.

Hay estructuras en las cuales el soporte está dotado de dos leyes internas relacionadas entre sí por la propiedad distribuitiva. Los anillos y los cuerpos son los más importantes.

Estructuras	con una sola ley	grupo semigrupo monoide
	con dos leyes internas relacionadas por la propiedad distributiva.	anillos cuerpos

Para designar a las diferentes estructuras se empleará un par en el cual se señalará el soporte de la estructura y la ley que la define.

Grupo.- Grupo es una estructura, donde la ley que la define la asociativa, tiene elemento neutro e inverso y es cerrada.

El conjunto de los números enteros (Z), con respecto a la adición (+) es una estructura de grupo.

(Z,+)

Grupo Abeliano.- A un grupo cuya ley sea conmutativa se le llama grupo abeliano.

El conjunto de los enteros respecto a la adición son abelianos.

Semigrupo y monoide.- En el semigrupo la única condición que se impone a la ley de composición es la asociativa, además de cerradura.

Cuando la estructura tiene además de la ley asociativa, elemento neutro y cerradura se le llama monoide (N, +, 0) y (N, X, 1). En cada uno de los cuales se ha indicado su elemento neutro.

Anillo.- Anillo es una estructura en la que están definidas dos leyes internas, la segunda ley es distribuitiva respecto a las operaciones de adición y multiplica--

ción.

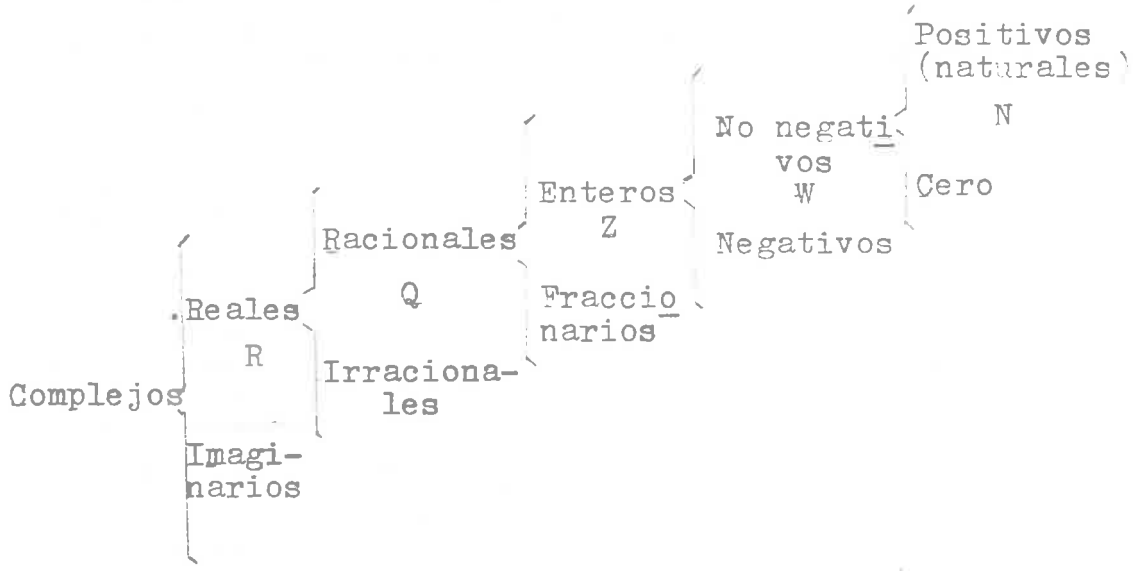
El conjunto de los números enteros es un ejemplo:

(Z, +, X).

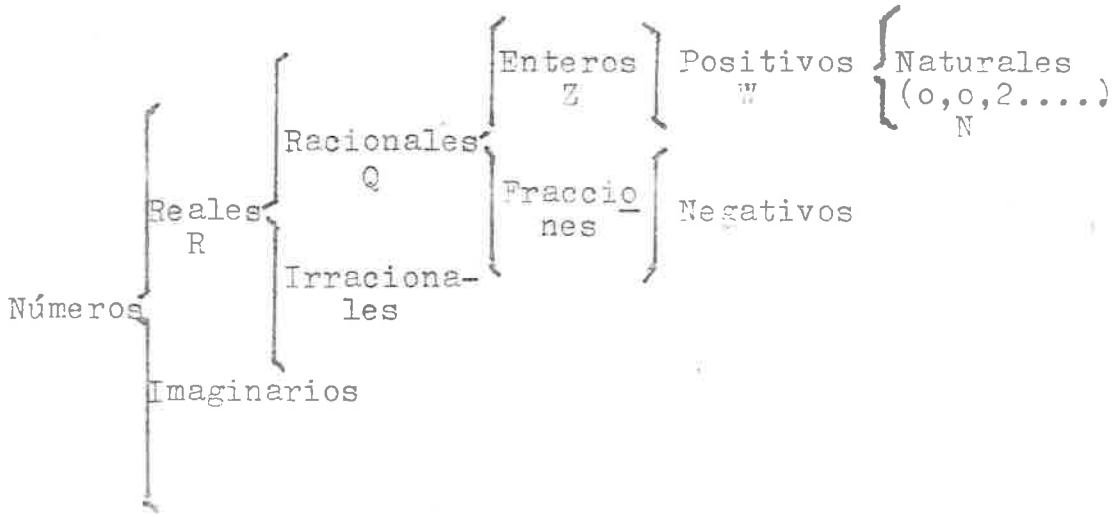
b).- Sistemas matemáticos.

Clasificación.- Los sistemas matemáticos o las diversas clases de números no pueden agruparse en un esquema que pueda ser ideal para todos, puesto que cada uno de ellos tiene diferente estructura.

Los más usuales y que pueden tomarse como más completos son los siguientes:



114282



c).- Conceptos.

Para realizar el presente trabajo, nos basaremos en la - segunda clasificación y para poder comprender es necesario -- dar una definición de cada uno de ellos.

Números naturales.- Es el conjunto de los enteros positivos o los números usados para contar en la escuela:

0, 1, 2, 3 . . . . .

Este es un conjunto infinito.

Números enteros negativos.- Son los números simétricos - al conjunto de los enteros positivos y al igual que ellos es- infinito.

Números enteros.- Es el conjunto de los números positi-- vos, negativos y el cero:

.... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 .....

Números fraccionarios es el conjunto de los números que-se representan mediante el cociente indicado por dos enteros, tal que el resultado de la operación no es otro entero.

Números racionales.- Es el conjunto formado por los enteros y los fraccionarios. Es también todo número que puede representarse como el cociente indicado de dos enteros, siempre y cuando el segundo no sea igual a cero.

$$Q = a/b \quad , \quad b \neq 0$$

Números irracionales.- Equivale a las decimales no periódicas, esto es, que no se repite: 3,141592....., π, $\sqrt{2}$

etc.

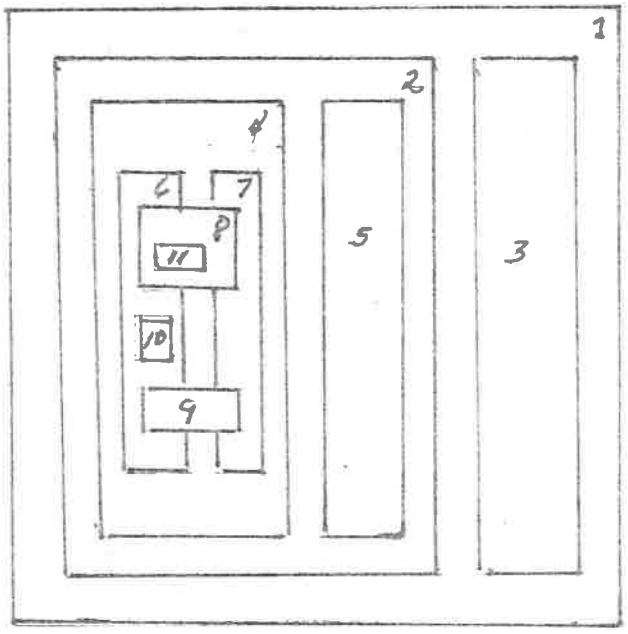
Números imaginarios.- Es el conjunto de números que no - pueden representarse en la recta númérica.

Números complejos.- Son los que están formados por un -- número real y uno imaginario: $2+\sqrt{4}$, $3, i$ etc.

d).- Diagramas.

Los sistemas numéricos se pueden representar mediante -- diagramas pues cada uno de ellos es un conjunto.

El primer esquema queda de la siguiente forma:



1.- Complejos

2.- Reales

3.- Imaginários

4.- Racionales

5.- Irracionales

6.- Enteros

7.- Fraccionarios

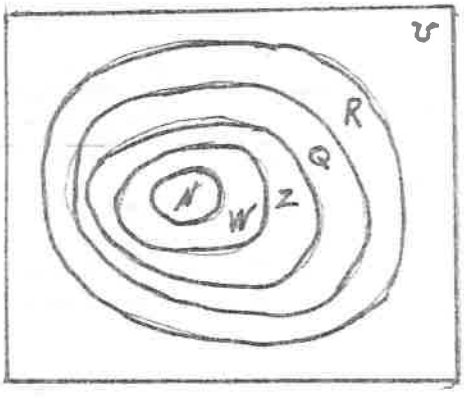
8.- Positivos

9.- Negativos

10.- Cero

11.- Naturales

La segunda clasificación:



V = Universal

R = Reales

Q = Racionales

Z = Enteros

W = Enteros no negativos

N = Naturales

C.- ESTRUCTURAS DE LOS SISTEMAS MATEMATICOS.

a).- Operación unaria y binaria.

Todo elemento de algún conjunto asociado mediante alguna relación con otro elemento único, recibe el nombre de operación unaria. Si se asocia mediante determinada relación dos elementos con un elemento único, se tiene una operación binaria.

Para poder definir las estructuras de cada uno de los sistemas numéricos (números naturales, reales, racionales, enteros, no negativos) es fundamental conocer las propiedades que presentan cada uno mediante las operaciones binarias.

Las operaciones binarias más importantes son la suma y la multiplicación.

Para representar los diversos sistemas numéricos se emplean los símbolos siguientes:

N = Números naturales

Z = Números enteros

R = Números reales

Q = Números racionales

W = Números enteros no negativos

Analizando los sistemas numéricos se deduce:

b).- Números naturales.

El sistema de números naturales de acuerdo a las propiedades que establecen las leyes de composición interna es:

1.- Un semigrupo respecto a la suma.

2.- Un monoide respecto a la multiplicación.

Los números naturales tienen las siguientes propiedades:

Cerradura.- La suma de los naturales dá otro natural.

$$N + N = N$$
$$4 + 6 = 10$$

El producto de dos naturales es otro natural.

$$(N) (N) = N$$
$$4 . 5 = 20$$

Asociativa.- Una adición o una multiplicación pueden efectuarse por partes.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Identidad.- (neutro). Al sumar cualquier natural con el-0 la respuesta será la misma cantidad.

$a \times 0 = a \qquad 0 \in N$

Al multiplicar cualquier cantidad por la unidad, la respuesta es la misma cantidad.

$$a \times 1 = a$$

Concretando:

$$N \left\{ \begin{array}{l} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Cerradura} \\ \text{Asociativa} \end{array} \right\} \text{Semigrupo} \\ \\ \times \left\{ \begin{array}{l} \text{Cerradura} \\ \text{Asociativa} \\ \text{Identidad} \end{array} \right\} \text{Monoide} \end{array} \right.$$

Nota: Para encontrar la estructura de un sistema numérico, las propiedades se analizan en el orden establecido, en el momento en que una de ellas no existe, las restantes no se consideran más.

c).- Números enteros.

El sistema de los números enteros por las propiedades que establecen las leyes de composición interna es:

1.- Grupo abeliano con respecto a la suma.

2.- Monoide respecto a la multiplicación.

Tienen los números enteros las siguientes propiedades:

Cerradura: entero + entero = entero

entero x entero = entero

Asociativa: $4+[(-2)+5]=[4+(-2)]+5$

$5[(-3)\times 6]=[5\times(-3)]6$

Identidad: $4+0=4$ $\quad 6\times 1=6$

Inverso: $5+(-5)=0$

Para la multiplicación no existe el inverso

$5\left(\frac{1}{2}\right)=1$ pero $\frac{1}{5}\in Z$

Conmutativa:

Concretizando:

Z
- + { Cerradura, Asociativa, Identidad, Inverso } grupo; Conmutativa } Grupo Abeliano
- x { Cerradura, Asociativa, Inverso } Monoide

d) .- Números racionales.

El sistema de los números racionales es:

campo con respecto a la suma.

campo con respecto a la multiplicación,

Sus propiedades son:

<u>Cerradura</u>: racional + racional = racional

racional x racional = racional

<u>Asociativa</u>: $4+[(-1/2)+3]=[4+(-1/2)]+3$

$5\times[(-1/3)\,4]=[5(-1/3)]\times 4$

<u>Inverso</u>: $1/2+(-1/2)=0$

$(4)\,(1/4)=1$

<u>Identidad</u>: $4/8+0=4/8$

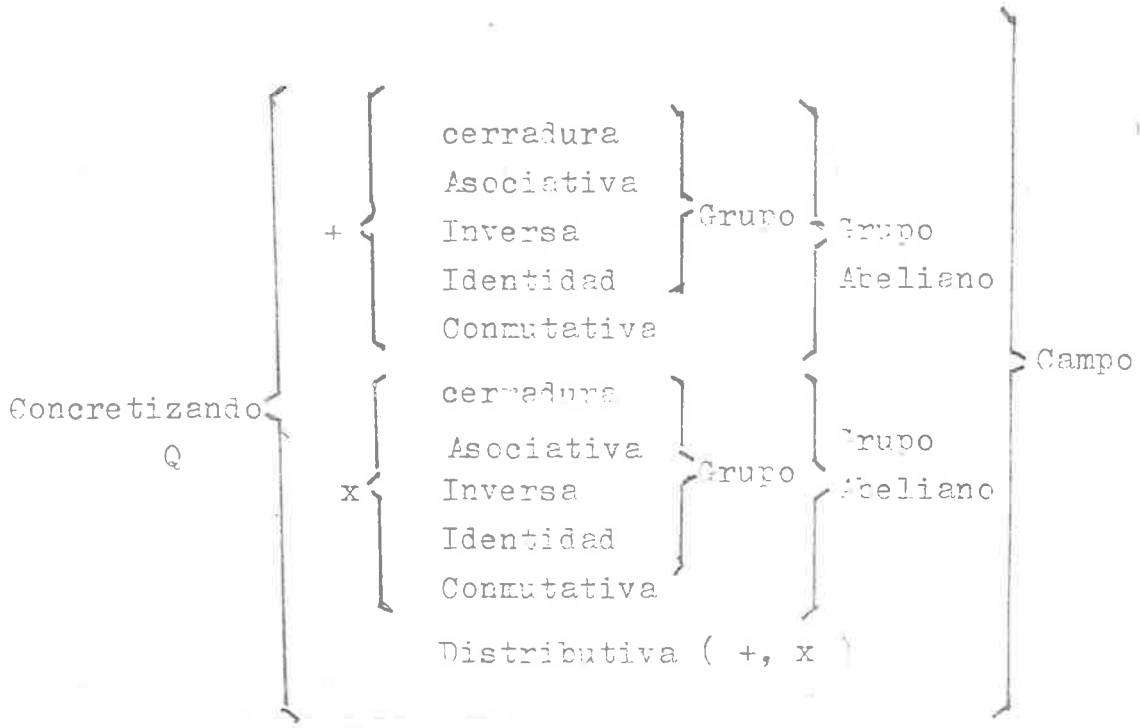
$(3/5)(1)=3/5$

<u>Conmutativa</u>: $1/2+5=5+1/2$

$(6)(2/3)=(2/3)(6)$

<u>Distributiva</u>: $1/2\,(4+3)=(1/2\times 4)+(1/2\times 3)$

Números Racionales



e).- Números reales.

El sistema de los números reales es:

1) campo respecto a la suma

2) campo respecto a la multiplicación.

Tiene éste sistema las siguientes propiedades:

<u>Cerradura</u>: número real + número real = número real

número real x número real = número real

<u>Asociativa</u>: $(3+\pi)+4 = 3+(\pi+4)$

$(3\cdot\pi)\,4 = 3(\pi\cdot 4)$

Inverso: $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

$\pi \times 1/\pi = 1$

Identidad: $\sqrt{2} + 0 = \sqrt{2}$

$\pi \times 1 = \pi$

Conmutativa: $\sqrt{2} + 4 = 4 + \sqrt{2}$

$(\pi)(2) = (2)(\pi)$

Distributiva: $\sqrt{2}(4 + 1/3) = (\sqrt{2} \times 4) + (\sqrt{2} \times 1/3)$

Números reales

Concretizando R

- Campo
  - \+
    - Grupo
      - Cerradura
      - Asociativa
      - Inversa
    - Abeliano
      - Identidad
      - Conmutativa
  - x
    - Grupo
      - Cerradura
      - Asociativa
      - Inversa
    - Abeliano
      - Identidad
      - Conmutativa
  - Distributiva (+, x)

CAPITULO III

REFLEXIONES MATEMATICAS.

A.- MATEMATICA MODERNA.

a).- Alfabetización matemática.

El estudio de los programas y la metodología de la escuela primaria es de importancia, puesto que es la única enseñanza obligatoria en todos los paises. En ella se enseña lo que se considera que debe saber todo habitante de un determinado país.

A las campañas contra el analfabetismo, debe agregarse la lucha contra el analfabetismo matemático, si se quiere una población más de acuerdo con la tecnología actual.

Anteriormente el contenido de la matemática en la escuela primaria consistía en las cuatro operaciones fundamenta -

les, algunas definiciones geométricas, las áreas y volúmenes de figuras y cuerpos simples y regulares.

El método se dejaba en manos del maestro y la evaluación se realizaba mediante la práctica del cálculo y la memorización de definiciones; lo importante era saber multiplicar y dividir. Pero desde hace veinte años, se extendió la idea de la matemática moderna en las Universidades, en seguida en la escuela media y finalmente en la escuela primaria.

b).- Matemática formativa.

La matemática moderna, busca que los alumnos piensen y empiecen a razonar, Ello es posible puesto que los alumnos conocen juegos que requieren razonamiento a los que después deberá dársele forma matemática.

Hay que saber las reglas y las operaciones del juego, pero primordialmente hay que saber elegir cada una de ellas.

La enseñanza formativa va de la mano con la enseñanza activa, el alumno debe participar del aprendizaje, debe intentar resolverlo solo, apelar a los recursos que se tienen, sin pensar en determinada fórmula o regla.

Los conocimientos deben ser adquiridos a través de la curiosidad del niño. Esta enseñanza, en la que se pone en jue

go la razón y los sentidos, tiene sus deficultades.

Es más fácil para el maestro que el alumno memorice y -- después repita mecanicamente, que inculcar en ellos el razonamiento lógico, puesto que requiere mayor esfuerzo.

c).- Actualización de aplicaciones.

La matemática moderna no pretende descuidar el cálculo - rutinario, sino que el alumno comprenda lo que está haciendo- y que resuelva problemas prácticos, que le sirvan en la vida- diaria.

Se ha dicho que en la matemática moderna, el alumno no - aprende a calcular, habrá algunos casos por la ineficiencia - o mala interpretación del maestro.

En la matemática moderna se trata de resolver los problemas que se presentan en la vida diaria, aunque no pueda dar - les una respuesta exacta.

Entiende que debe perder la rigidez que podía hacer creer que solo es posible calcular areas de pocas figuras planas (paralelogramo, trapecio y triángulo).

Los problemas sobre unidades de peso deben plantearse -- con objetos de uso corriente para el alumno (monedas,dulces,-

prendas personales) y luego comparar con la balanza.

Deben medirse objetos reales que esten al alcance de los alumnos y que puedan servir para crear nuevos problemas.

El papel cuadriculado puede servir para representar áreas irregulares, como el área de la mano.

La teoría de conjuntos sirve para que el alumno comprenda mejor los problemas reales y no solo para que aprenda las operaciones de intersección y unión.

d).- El fin y los medios.

Para terminar debemos insistir en que no debe haber confusión entre el fin que se pretende alcanzar con los medios para alcanzarlo.

Hay un acuerdo universal en que el alumno debe familiarizarse con la nomenclatura y los simbolismos, que lo lleven a entender mejor los conceptos y métodos matemáticos.

No hay que insistir en cuestiones triviales. Se debe mencionar el conjunto vacio, como concepto para unificar enunciados.

En la enseñanza tienen mucha importancia los materiales-

didácticos. Hay que saber aprovechar los sentidos como los canales más adecuados para llegar al razonamiento, hay que aprender a través de la vista y el tacto.

Un maestro curioso y dedicado debe ingeniárselas para construir sus propios medios, adecuados a las necesidades del grupo.

Uno de los problemas actuales es la falta de medios audio-visuales, pues son demasiado caros y para la escuela es difícil adquirirlos.

El maestro debe valorar la importancia de su misión, pues en ello depende el futuro de la sociedad.

B.- BASES FUNDAMENTALES DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA.

a).- Nuevas orientaciones didácticas.

Cada día se hace mas necesario el estudio de la matemática, pues vivimos en un mundo donde la automatización requiere de su aplicación.

Actualmente aparte del conocimiento, es necesario conocer ciertos esquemas también matemáticos, saber interpretar el resultado de observaciones sobre hechos o fenómenos en términos matemáticos.

Anteriormente la enzeñanza matemática en nivel elemental se basaba únicamente en conocimientos muy precisos (operaciones, regla de tres, areas y volúmenos).

Nada de ello serviría actualmente porque los cambios habidos relegan el cálculo mecánico de papel y lápiz. Importa más ahora familiarizarse con la construcción de esquemas mentales suceptibles de aplicarse a situaciones cambiantes.

Todo ello ha exigido un cambio en los contenidos, programas y procedimientos de la enseñanza de la matemática: para proporcionar otros esquemas mentales a mayor número de alumnos y prepararlos para otro tipo de vida.

b).- Objetivos de la matemática.

Uno de los objetivos de la matemática moderna, así denominada en oposición de la tradicional, que ahora toma el nombre de matemática clásica, es la de proporcionar a los alumnos una capacidad de razonamiento, no limitar su enseñanza a fórmulas, frases, definiciones, etc.

Otro de los objetivos, será conseguir que el alumno sepa pensar en términos de estructura matemática, que distinga lo esencial y lo trivial, que aprenda a reconocer aspectos comunes en situaciones distintas.

Un objetivo de importancia es la elaboración de proce -- sos que se descubran y que posteriormente se van depurando -- para utilizarlos mecánicamente sin necesidad de justificar a- cada paso detalles.

Es importante conseguir el hábito de la matematización,- cuyo significado más preciso es el de alcanzar la contempla - ción de situaciones con referencia a los ya conocidos.

c).- Experimentación y matemática.

A Piaget se deben los estudios más extensos sobre la evo lución de las estructuras mentales del niño y la relación que existe entre ellas y algunas estructuras matemáticas.

Piaget sostiene que en el niño existen tres géneros de - estructuras elementales, las que corresponderían respectiva - mente a las estructuras matemáticas algebraicas, de orden y - topológicas.

De esta relación Piaget llega a la conclusión de que el- paso de una estructura a un concepto matemático, no puede rea lizarse por introspección y ésto ha repercutido en los méto - dos de enseñanza actual.

Para Piaget y su escuela, la experiencia no se realiza- sobre los objetos materiales, sino sobre acciones que el --

alumno no realiza con tales objetos.

Para aclararlo Piaget pone el ejemplo de un niño que descubre que una piedra grande pesa mas que otra pequeña, ese descubrimiento es físico y la acción se realiza sobre los objetos y la observación a partir de los objetos.

Pero cuando ordena en fila seis piedras cualquiera que sea el orden, descubre que siempre llega al número seis, ésta experiencia es de tipo matemático, porque se realiza sobre la relación existente en la acción de ordenar y contar.

En cuanto al mecanismo por el que el niño adquiere un nuevo conocimiento, Piaget piensa que la abstracción por la que se llega a un nuevo conocimiento obliga a realizar una construcción mental.

Si ello es así, hay que concluir que no es posible reducir la construcción matemática del niño a una interpretación empirista, puesto que el niño puede prescindir de los objetos.

La tesis de Piaget ha constituido el fundamento de los métodos de enseñanza de la matemática, puesto que atiende al conocimiento del proceso de aprendizaje y principalmente al conocimiento de la evolución intelectual del niño.

d).- Evolución y aprendizaje.

De acuerdo a Piaget la evolución intelectual del niño -- se realiza a partir de los cuatro años en las etapas siguientes.

De 4 a 7 años los niños tienen un pensamiento intuitivo- y se vislumbran comienzos de la lógica para relacionar la información recibida.

De 7 a 12 años, es la etapa de las operaciones concretas. Es la etapa en que aparecen espontáneamente el concepto de medida y en que es posible formar el concepto de número natural.

De 12 a 15 años el niño es capaz de razonar deductivamente a partir de hipótesis.

De acuerdo a éstas ú otras etapas del desarrollo intelectual hay una interdependencia entre él y el aprendizaje. Los- efectos del aprendizaje dependen del nivel de desarrollo intelectual alcanzado.

La escuela de Piaget sostiene que las estructuras mentales no pueden adquirirse mediante el aprendizaje, es decir, - que la eficacia del aprendizaje depende del nivel de desarrollo, consecuentemente las estructuras de tipo lógico no se -- pueden enseñar.

Bruner afirma la supremacía del aprendizaje. Asegura -- que un aprendizaje realizado adecuadamente puede provocar la- aparición de estructuras mentales.

El proceso de aprendizaje permitirá que las estructuras- vayan formándose en la mente infantil. De ésto resulta que -- cada conocimiento debe ser manejado por el niño antes de ser- enseñado en profundidad.

La exposición de Bruner se puede sintetizar de la manera siguiente: Existen tres modalidades distintas para represen - tar el mundo; representación mediante acciones, representa -- ción mediante imágines y mediante símbolos escritos y orales.

Y el desarrollo intelectual no es sino un proceso de --- interiorización de esas modalidades, las que coexisten siem - pre, pero rebelándose en su mayor dominio.

En la tesis de Bruner hay que distinguir entre lo que es reconocerlo, lo que es representarlo y lo que es analizarlo.- La experiencia ha probado que éste análisis y la subsecuente- formalización del concepto se alcanza más fácil si se ha pasa do por las etapas anteriores.

Para el proceso aprendizaje en particular de los conceptos matemáticos hay que basarse en la tesis de Bartlet que -- sostiene que cada individuo tiene un modo particular de atar-

las situaciones, lo que se llama una estrategia mental. Por lo tando el método de enseñanza no puede prescindir de buscar una individualización.

C.- EL IDEAL EDUCATIVO.

a).- Lo mas importante.

Para que la enseñanza de las matemáticas sea eficáz es necesario el trato directo del maestro y el alumno. Por eso es importante la formación de maestros competentes, que tengan una visión clara de los conceptos y principios de la matemática.

Para el maestro que impone a sus alumnos técnicas y conceptos de memoria, la enseñanza programada es un buen recurso.

Lo más importante en la matemática es la invención en donde participan la observación, la intuición y el raciocinio, todo lo cual funciona mejor bajo la vigilancia de un maestro competente.

A través del estudio de los grandes clásicos se comprende el origen de muchos descubrimientos. Ellos nos han enseñado como han nacido y evolucionado las ideas de la matemática actual. Lo más importante de la matemática pertenece a los clásicos.

b).- El rigor lógico de las matemáticas.

Frecuentemente el rigor lógico de la matemática ha sido mal entendido, algunos creen que un razonamiento es más riguroso cuando está cargado de símbolos, otros creen que hay - - mas rigor cuando se memorizan y recitan principios.

Hay quienes piensan que rigor es sinónimo de abstracción. En matemática debe haber diferentes grados de abstracción y - diferentes grados de rigor. La generalización de un concepto pierde algunas de sus propiedades que lo definen, la generalización de un principio sacrifica el rigor empleado en demostrarlo.

Son mas rigurosos los métodos efectivos de la mátematica elemental que los métodos formales de la matemática superior.

Las definiciones, demostraciones y demás procesos de la matemática elemental son efectivos, pero la tendencia a generalizar lleva inevitablemente a las definiciones y demostra - ciones formales de la matemática superior.

No hay razón pedagógica para que en la enseñanza matemática elemental se reemplacen los métodos efectivos tradicio - nales.

c).- Decálogo del buen maestro de matemáticas.

1.- IMPARTIR LA CLASE CON EL SOLO PROPOSITO DE ENSEÑAR.

Proceder con modestia y sinceridad, con verdadero espíritu de servicio, dejando a un lado vanidad y pedantería para poder ser eficiente. No tratar de "apantallar" a los alumnos haciéndose pasar por sabio.

2.- SABER DESPERTAR EN SUS ALUMNOS INTERES POR LO QUE SE ENSEÑA.

La verdadera enseñanza es indagación dialogada, dirigida por el maestro y realizada por el discípulo, quien debe aprender a usar su propia iniciativa ante cada cuestión propuesta.

3.- MEDIR CONTINUAMENTE LA EFICACIA DE SU ENSEÑANZA.

Garantizar el aprendizaje mediante interrogatorio adecuado, pruebas, estudio dirigido. Comprobar que lo que aprenden los alumnos corresponde, efectivamente, a lo que enseña el maestro.

4.- ENSEÑAR CON LIBERTAD, SIN IMPOSICION NI DOGMATISMO.

Respetar la personalidad del estudiante, No tratar de "moldearle" la mente ni de imponerle la personalidad del maestro, porque esto constituye un atentado contra la libertad personal.

5.- MOTIVAR LA ENSEÑANZA AL ABORDAR CADA TEMA NUEVO.

Esta motivación es tanto más necesaria cuanto más abstracto sea o parezca ser el tema de que se trate; recomendación muy valiosa en todos los grados de la enseñanza.

6.- IMPARTIR LA ENSEÑANZA AL NIVEL ADECUADO.

En un curso elemental, reducir a un mínimo la exposición teórica de la materia; no perderse en disquisiciones filosóficas; preferir los ejercicios y las aplicaciones que ilustren métodos y teorías.

7.- ANTEPONER LOS CONCEPTOS A LAS DEFINICIONES.

Se adquiere el concepto de consideraciones intuitivas y ejemplos ilustrativos convenientemente elegidos. Sin el concepto previamente adquirido, la definicion suele ser frase vana que nada dice.

8.- PREFERIR LOS METODOS EFECTIVOS A LOS PURAMENTE FORMALES.

Dar preferencia a las definiciones y demostraciones efectivas; no utilizar el rigor formal cuando no sea estrictamente necesario. Recomendación especialmente válida -- en la enseñanza elemental.

9.- POSEER INFORMACION HISTORICA SOBRE LA MATERIA QUE ENSEÑA.

Esta información es muy valiosa para motivar la enseñanza; ella indicará al maestro el mejor camino a seguir -- para impartir el curso.

10.- MANTENERSE AL CORRIENTE DE LOS PROGRESOS DE SU CIENCIA.

Recomendación especialmente válida en la enseñanza superior, donde la información debe estar siempre al día y - enfocada hacia la investigación.

Con el Decálogo del buen maestro de la matemática tomado de La moderna ens eñanza dinámica de la matemática de Zubieta que es un mensaje para todos los maestros, doy por terminado- este trabajo.

CONCLUSIONES.

La matemática moderna es, en principio la misma matemática solo que con nuevas adquisiciones, las que han sido aportadas por Cantor, Boole, Galois, Gilbert, Peano,

La matemática moderna ha evolucionado en un doble sentido: En el estudio cada vez mas profundo de estructuras abstractas generales y multivalentes y en el estudio de su aplicación en las distintas ciencias.

La matemática moderna no es un conjunto de elementos a los cuales haya que describir. La matemática moderna es el motor que sirve para descifrar enigmas que se tienen que aprender a usar, es la base de la tecnología actual.

La matemática moderna ayuda a resolver problemas de la vida diaria, aunque no pueda darles una solución exacta.

La matemática moderna deberá formar parte de la cultura media de una persona; deberá dársele al niño desde el jardin de niños, facilitándole así de manera progresiva el pase a niveles superiores de aprendizaje.

La actual matemática desarrolla la capacidad de pensa -- miento matemático. Es importante la asimilación que tenga el niño progresivamente de las estructuras, de los símbolos y de la axiomatización y formalización de los métodos.

Todo esto le proporciona una apertura y le enseña a pensar. Con ello se acerca a la realidad y la analiza, llegando a comprobar a lo largo del proceso que las estructuras matemáticas y reales coinciden.

Es imprescindible la reorganización de los conocimientos por parte del maestro. Lo que él sabe es de inmenso valor y le sirve de base para las nuevas estructuras de la matemática.

El maestro experimentado deberá armonizar los aspectos mas tradicionales y tranquilizadores con los modernos, evitando de esta manera las confusiones que pueden surgir.

Según Piaget, psicológicamente es necesario porque las-- formas humanas de pensamiento coinciden con las estructuras-- de la matemática moderna.

Es de primordial importancia que el maestro adquiera --- una educación clara de la matemática, solo así facilitará al alumno experiencias reales, no puramente verbales.

Cuando no sea así, tendrá que aceptar, que lo realizado-

no funciona bien y que está haciendo un trabajo memorista, mecánico, poco vitalizado y que no preparará al alumno, no le dará la capacidad suficiente para resolver problemas.

BIBLIOGRAFIA.

ANUIES. DIDACTICA DE LA MATEMATICA.

BIBLIOTECA SALVAT DE LOS GRANDES TEMAS.
Volumen 70. Editorial Salvat.

CASTELNUOVO, EMMA. DIDACTICA DE LA MATEMATICA MODERNA.
Editorial Trillas.

ENCICLOPEDIA SALVAT.
Salvat Editores. Barcelona, España.

ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA EDUCACION.
Volumen III. Editorial Santillana.

KLINE, MORRIS. EL FRACASO DE LAS MATEMATICAS MODERNAS.
Siglo XX Editores, S.A.

KUNTZMAN, A DONDE VA LA MATEMATICA.
Editorial Siglo XX.

MAYA, JUAN JOSE. MATEMATICAS I BACHILLERATO.
Edición Privada.

MESERVE, BRUCE. INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS.
Editorial Reverte Mexicana. Mexico,D.F.

LARROYO, FRANCISCO. CIENCIA DE LA EDUCACION.
Editorial Porrúa. Mexico,D.F.

SANTALO, LUIS. LA EDUCACION MATEMATICA.
Colección Hay que saber. Editorial Teide.

ZUBIETA, RUSSI. LA MODERNA ENSEÑANZA DINAMICA.
DE LA MATEMATICA.
Editorial Trillas, Mexico, D.F.

114282