UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIDAD 241

LOGICA DE PROPOSICIONES

JUVENTINO GONZALEZ BERUMEN

TESINA PRESENTADA PARA OPTAR POR EL TITULO DE LICENCIADO EN EDÚCACION PRIMARIA

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., 1985

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

SAN LUIS POTOSI , S.L.P. , a 8 de DICIEMBRE de 19 84

C. Profr. (a) JUVENTINO GONZALEZ BERUMEN
Presente
(nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -- Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa TESINA titulado LOGICA DE PROPOSICIONES presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a - que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD S AD
SAN LUIS POTOSI, S.L.P.

PROFR. CARLOS ENRIQUE MERINO RAMOS

INDICE

Página

CAPITULO - I -
GENERALIDADES.

CAPITULO -II-
LOGICA DE PROPOSICIONES

Página

CAPITULO -III-
REFLEXIONES MATEMATICAS.

A MI MADRE, Y AL BENDITO RECUERDO DE MI PADRE; CON CARIÑO, ADMIRA-- CIÓN Y RESPETO, QUIENES CON SU -- EJEMPLO ME SEÑALARON SIEMPRE EL - RECTO CAMINO DE LA VIDA.

A MI ESPOSA, QUE ME HA AYUDADO Y ESTIMULADO CON ABNEGACIÓN A- SUPERAR CON PERSEVERANCIA LOS- MOMENTOS DIFICILES.

A MIS HIJOS, MOTIVO DE MI ES- FUERZO PARA TRATAR DE LOGRAR- UNA PEQUEÑA SUPERACIÓN EN MI- VIDA PROFESIONAL.

P R O L O G O :

Más que un Prólogo, las líneas que con gusto accedo a trazar, son la expresión del vivo entusiasmo que en mí ha despertado la-satisfacción de iniciar este modesto trabajo.

Investigar el camino y los medios útiles para que el hombre -se eleve hasta la meta suprema, es tema de interés eterno.

He seleccionado esta área porque considero que definitivamente es un instrumento valioso y de indudable utilidad en la vida-diaria el conocimiento de la matemática; capacitar al alumno para definir las nociones cuantitativas y que quede convenientemente preparado para transferir, a su tiempo, los conocimientos que haya adquirido.

Se por propia experiencia, que el estudio y aplicación de las matemáticas presenta muchas dificultades, tanto de enseñanza ---cuanto de aprendizaje; y es la pretensión con el presente trabajo, señalar las condiciones que merecen analizarse para obtener-soluciones.

Mi escasa experiencia no va más allá del trabajo docente; sin que por ello se pueda considerar que las conclusiones que aquí -se obtengan puedan carecer de validez, pues tendrán apoyo en la-solvencia de las fuentes consultadas.

Es mi deseo al abordar el tema del presente trabajo, que se -libere a la matemática de su secular tinte de aridez y de alejamiento de la realidad, para convertirla en actividad creadora --hasta donde ello sea posible, y sobre todo, darle su carácter de instrumento al servicio de la vida.

Con apoyo en investigaciones científicas y en una época como - la nuestra, se hace indispensable una enseñanza sólida de todos - los aspectos que conforman la Matemática Moderna.

Que el educando, el maestro y el padre de familia, aprendamos- los instrumentos básicos y enriquezcamos nuestros conocimientos - para ampliar el horizonte de nuestros pensamientos; que entenda-- mos que la matemática es la base en la cual descansa el futuro de la humanidad, para conseguir una vía clara y cierta hacia las --- grandes realizaciones de la ciencia, la cultura y la educación.

CAPITULO -I-

G E N E R A L I D A D E S

A.- LA MATEMATICA MODERNA.

Las ciencias matemáticas han experimentado en los últimos cien años una renovación que ha acentuado su carácter unitario y dado-orígen a expresiones como "Nueva Matemática" o "Matemática Moderna".

La historia de las matemáticas comienza en Oriente, donde ha--cia el año 2000 a.de C., los babilonios poseían ya una gran cantidad de material que podría ser clasificado hoy como perteneciente al álgebra elemental.

Pero como ciencia, en el sentido moderno, la matemática aparece mas tarde en Grecia, entre los siglos V y IV a.de C. El contacto creciente entre el Oriente y los griegos, que comienza en los-tiempos del imperio persa y culmina en el periodo que sigue a las expediciones de Alejandro, puso a los griegos al corriente de los conocimientos de los babilonios en matemáticas y astronomía. La - matemática fue sometida entonces a las discusiones filosóficas -- que florecieron en las ciudades griegas. Los pensadores griegos - se dieron pronto cuenta de las grandes dificultades inherentes a- los conceptos matemáticos de continuidad, movimiento e infinitud, así como al problema de medir magnitudes arbitrarias con unidades prefijadas. Entonces fue llevado a cabo un admirable esfuerzo para vencerlas y el resultado, la Teoría de Eudoxio del contínuo --

geométrico, fue de tal perfección, que para encontrar algo que -- pueda comparársele, es necesario que, dos milenios más tarde, --- aparezca la teoría moderna de los números irracionales.

Por otra parte, a las matemáticas no se les puede aplicar un - modelo totalmente lineal. Estas se han convertido poco a poco en- una especie de universo. Tal vez, el último hombre del que pode-- mos decir que conoció todas las matemáticas de su tiempo fue Hen- ri Poincaré; murió en 1912. En la actualidad, la constitución de- un lenguaje y unas estructuras comunes permiten que nos oriente-- mos rápidamente en terrenos muy variados. Si yo, personalmente me veo obligado a iniciarme en una rama de las matemáticas que igno- ro, puedo conseguirlo en tres meses, porque tengo unas claves co- munes. Si no fuera así, necesitaría un tiempo mucho mayor.

Las matemáticas contemporáneas no solo son un nuevo lenguaje:- son un lenguaje distinto, porque es portador de pensamientos y mé todos nuevos. Son algo mucho más profundo que un simple lenguaje.

a) El Problema:

En la actualidad las matemáticas representan un problema pa ra:

+ Los padres de familia: Ya no pueden ayudar a sus hijos.
+ Los Maestros: No saben con precisión qué enseñar.
+ Los alumnos: Terminan por no saber nada.

...Y la causa es que...Hay una nueva matemática.

Los padres tienen la sensación de que se enseña a sus hijos -- una nueva matemática que ellos no comprenden...

Desde hace algún tiempo, cuando un padre toma al azar uno de - los libros de su hijo, se siente vejado: no entiende absolutamen- te nada. A partir de ahora, ni siquiera es posible ayudar a los - hijos a realizar los odiosos deberes; se expone uno a caer en el- ridículo. De este reproche tiene toda la culpa la "matemática mo- derna", dos palabras que acostumbran a pronunciarse con parecido- temor y reverencia, entreveradas de odio. Pero intentemos concre- tar: ¿Qué son exactamente y qué tienen de particular las recien-- tes matemáticas modernas?

En primer lugar, adolecen de un nombre singularmente desafortu nado; las matemáticas modernas datan, en el mejor de los casos,de la introducción de la terminología simbólica por Giuseppe Peano -

(1858-1932) o de la sistemática introducción de los conjuntos, -- obra de Georg F. Cantor (1845-1918); tales novedades se remontan- a los albores de 1900, o dicho de otro modo más directo, la matemática moderna lo es tanto como los dirigibles del Conde Von Ze-- ppelin, y eso sin remontar el curso de la historia; la parte más- importante del álgebra moderna tiene sus fundamentos arraigados - en los escritos de Evariste Galois (1811-1832), un joven matemático que pereció en un trágico duelo a los veintiún años.

Así pues, no se trata de una matemática excesivamente moderna. Lo que sí es actual, es su introducción en la enseñanza elemental.

Durante muchos años se ha enseñado en las escuelas una matemática contemporánea de Newton y aún de Euclides; mientras que en - los programas de la biología, de la física o de la química, se -- iban introduciendo los grandes descubrimientos del siglo, en tanto que en la teoría de la evolución y la estructura del átomo se- introducían en el bagaje de conocimientos del hombre medio, los - profesores de matemáticas, anclados en el pasado y utilizando un- lenguaje científico inapropiado, seguían enseñando exactamente lo mismo y de la manera misma que lo que Euclides enseñaba a sus --- discípulos. Y eso no sería tan grave si, por lo menos, la enseñanza impartida fuera correcta; pero es que, además, incurría con -- bastante frecuencia en errores e imprecisiones.

La revolución social que se efectúa actualmente en este mundo- de crisis, a través de todas las convulsiones trágicas del mundo- contemporáneo, corre paralela con una revolución mental que co--- rresponde a una verdadera toma de conciencia por el hombre, del - proceso de su pensamiento. Ambas revoluciones están ligadas como- dos aspectos de un mismo fenómeno. Actualmente es la primera la - que más nos impresiona, pero el porvenir demostrará pronto, estamos seguros, de que la segunda es igualmente profunda e igualmente rica en consecuencias fecundas.

b) ¿Cuántas Matemáticas?

¿Se trata de dos matemáticas?
¿Es una sola con dos nombres?
¿Es la misma matemática solo que más revuelta?
...Eso de "Moderna" o "Nueva" como que no funciona, porque:
Cada dos por tres hay una limpieza casera en las matemáticas.-

Se descartan algunos nombres viejos, otros se desempolvan y se vuelven a pulir; se asigna a nuevas teorías y a nuevas adiciones- en la familia un lugar y un nombre. Por lo tanto, nuestro título- quiere decir realmente "nuevas palabras" en matemáticas; no nue-- vos nombres, sino nuevas palabras, nuevos términos que han venido en parte, a representar nuevos conceptos y una revalorización de- otros antiguos en las matemáticas más o menos recientes.

Las matemáticas, como otras materias, están ya llenas, por su-puesto, de palabras. Hay tantas palabras, que aún es más fácil de lo que solía ser, hablar mucho y no decir nada.

En matemáticas hay muchas palabras fáciles, como "grupo", "fa-milia", "anillo", "curva simple", "límite", etc., pero a estas pa labras normales se da, a veces, un significado muy peculiar y téc nico. He aquí una definición de las matemáticas, aspirante al pre mio de la zoquetería: "MATEMATICA ES LA CIENCIA QUE USA PALABRAS- FACILES PARA IDEAS DIFICILES". En esto difiere de cualquier otra- ciencia. (Sigma.-El Mundo de las Matemáticas.-Volúmen 5/o.)

La nueva matemática es, en principio, la misma matemática de - siempre con algunas importantes adquisiciones: el lenguaje en el- que está escrita, el método con el que trabaja y las estructuras- abstractas entre las cuales se mueve. Por lo demás, un buen mate-mático de hace cien años seguiría siéndolo hoy; lo único que nece sitaría es una buena preparación previa para entender el lenguaje practicar el método y comprender las estructuras abstractas. Si - recibiera esta preparación, nada le impediría trabajar con la nue va matemática como trabajó con la suya propia.

c) ¿Matemática Moderna?

Lo anotado es poco más o menos la situación actual de la ense-ñanza de las matemáticas. Veamos someramente un antecedente de la matemática moderna:

+ La matemática de Euclides (300 a.de C.) fue la primera matemáti ca moderna. (Geometría)

Euclides fue un geómetra griego que floreció hacia el año 300 - a.de C., sus "Elementos", base de la geometría plana actual, -- fueron conservados por los árabes y más tarde, traducidos a todos los idiomas.

+ La matemática de Newton y Leibnitz (Siglo XVII-XVIII) segunda - matemática moderna. (Cálculo)
Isaac Newton, (1642-1727) matemático, físico y astrónomo inglés personalidad multifacética y genio de primer orden; formuló el- llamado binomio de Newton, el método de tangentes y el cálculo- de las fluxiones. (Que Leibnitz descubrió por su parte once --- años después, dándole el nombre de cálculo diferencial).
Gottfried Wilhelm von Leibnitz, (1646-1716) filósofo, teólogo,- físico y matemático alemán, descubrió el cálculo diferencial -- (1684) independientemente de Newton; cultivó la física, la ju-- risprudencia y otras disciplinas; frente a la concepción mecáni ca de Descartes, afirmó el dinamismo espiritualista.

+ La matemática de Cantor (Siglo XIX) fue la tercera matemática - moderna. (Conjuntos)
Georg Cantor, (1845-1918) filósofo y matemático ruso. Estudió - sucesivamente en Wiesbaden, Zurich y Berlín. Desde 1867 fue pro fesor de matemáticas en la Universidad de Halle, que en 1879 le confirió oficialmente la cátedra. Sus estudios sobre las funcio nes de variable real y las series de Fourier le condujeron a la construcción de una teoría que influyó enormemente en toda la - matemática posterior: "La Teoría de los Conjuntos". Introdujo - los conceptos de potencia de un conjunto, conjuntos simplemente ordenados y tipo ordinal, que aportaron una luz nueva a los pro blemas del infinito y del conjunto. La teoría de los conjuntos, tiene importancia fundamental en la construcción axiomática de- las matemáticas.

Así pues, se trata de la matemática actual.

d) El Nombre:

A las matemáticas que se estudiaban hasta hace unos cincuenta- años, se les daba el nombre de matemáticas clásicas; en ellas, lo repetimos, la atención era llevada hacia los palacios, esto es, - sobre cada uno de los capítulos de las matemáticas, y sobre las - bases de los palacios, que constituían los elementos base de la - teoría misma, es decir, sobre los números, sobre el punto, sobre- la recta, etc.

Se da en cambio el nombre de matemáticas modernas a aquellas - cuya esencia no se debe a la calidad del material utilizado para- las bases, sino a las leyes operatorias que han permitido su --- construcción; esto es, que en vez de razonarlas sobre entes deter minados, se consideran ahora como diversos sistemas de reglas -la axiomatización-, algunas de las cuales se aplican, por tanto, a - cada uno de los modelos distintos; es esta axiomatización la que- constituye precisamente la base de las matemáticas modernas.

Hemos dado una imagen de las matemáticas de hoy contraponiéndo la a una imagen de las matemáticas de ayer, pero estas dos repre- sentaciones conquistarán un significado sólo cuando se haga notar por qué de la una se ha pasado a la otra, pues, en suma, los mate máticos se han visto obligados a sustituír la primera por la se-- gunda. Es evidente que este ajetreo de ideas, esta crisis de las- matemáticas, no podría ni siquiera ser comprendida en la escuela- media, pero es esencial que nosotros los profesores debamos acla- rar las ideas sobre los problemas de fundamentación para poder -- dar una cierta dirección a nuestra enseñanza y una cierta inter-- pretación a los programas mismos.

B.- CARACTERISTICAS:

Gustavo Choquet expresa en pocas frases la diferencia entre -- las matemáticas clásicas y la matemática de hoy. "El matemático - tradicional, dice, estudiaba argumentos particulares que agrupaba según su grado de dificultad -aritmética, álgebra, trigonometría, etc.- El descubrimiento de las grandes estructuras ha cambiado el plano y la trama de la construcción de nuestro mundo".

En lugar de las figuras horizontales, nosotros veíamos sólo -- las verticales. Nos valemos ahora de instrumentos diferentes de - aquellos que se utilizaban hasta hace unos cincuenta años, los -- permiten descubrir la igualdad de muchos capítulos que antes eran presentados como palacios distintos.

Queriendo recoger, bajo una teoría única, conceptos de nombres diferentes, se está obligando a construir un lenguaje convencio-- nal donde, con un solo símbolo, se representen entes de aparien-- cias diversas o frases que pongan en relación fenómenos diferen-- tes.

a) Amplia, no limitada:

Hemos de establecer comparaciones precisas entre "ambas matemáticas", concluyendo por la siguiente observación, que la matemática moderna, como una expresión de la mente humana, refleja la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética. Sus elementos básicos son: lógica e intuición, análisis y construcción, generalidad y particularidad.

Aunque diversas tradiciones han destacado aspectos diferentes, es únicamente el juego de estas fuerzas opuestas y la lucha por su síntesis lo que constituye la vida, la utilidad y el supremo valor de la ciencia matemática.

Haremos un cuadro comparativo entre la matemática clásica o tradicional y la matemática moderna o nueva:

+ La clásica o tradicional, es limitada; se reduce al estudio de lo que siempre existe. La moderna o nueva, es amplia; se avoca también al estudio de lo que nace y muere.
+ La clásica o tradicional tiene pocas áreas; se reduce solo a la aritmética, geometría y álgebra. La moderna o nueva tiene muchas áreas; sus conocimientos se aplican a ciencias que parecen nada tienen que ver con ella.
+ La clásica o tradicional era estática; estudiaba los objetos por sí mismos, por su forma y sus relaciones. La moderna o nueva es dinámica; ahora se estudia el movimiento y la transmisión.
+ La clásica o tradicional es teórica; se ocupa de cosas que no se llevan a la práctica generalmente. La moderna o nueva es práctica; se ocupa de cosas ante todo, eso, prácticas.
+ La clásica o tradicional es idealista; resuelve problemas que nada tienen que ver con la realidad. La moderna o nueva es realista; resuelve problemas de actualidad.
+ La clásica o tradicional es mecánica; le preocupa la mecanización que considera lo más importante. La moderna o nueva es razonable; le preocupa el razonamiento, la mecanización es secundaria.
+ La clásica o tradicional es rígida; busca precisión y exactitud antes que nada, afirmaciones correctas. La moderna o nueva es flexible; pierde en exactitud, pero gana en número de situaciones en que es aplicable.

+ La clásica o tradicional es árida; es fría, aburrida, llena de- cuentas engorrosas. La moderna o nueva es llamativa; tiene vida, recrea e interesa, es amena.
+ La clásica o tradicional es exacta; se ocupa de hechos concre-- tos como 3 + 2 = 5, pretende llegar a respuestas precisas. La - moderna o nueva es probable; se ocupa de conjuntos, de hechos,- busca llegar a afirmaciones probables y lineamientos generales.

Concretando:

La matemática nueva es, en principio, la misma matemática clásica, solo que con nuevas adquisiciones:

El lenguaje en que está escrita, el método con que se trabaja- y las estructuras en que se mueve. A ello han contribuído personajes en los últimos cien años como:

CANTOR con la Teoría de Conjuntos.
BOOLE con la Lógica Matemática.
GALOIS con la Teoría de Grupos.
GILBERT con El Formalismo.
PEANO con la Terminología Simbólica.
Y otros muchos...

b) Práctica y Realista:

Al decir matemática informativa o matemática práctica, debe entenderse que la información valga la pena y que la práctica enseñada sea, efectivamente, la que ha de necesitar el alumno en la - vida corriente y en sus estudios. Lo mismo al referirse a la matemática formativa, hay que ver si realmente la matemática enseñada forma el aspecto deseado. En otras palabras, la matemática pura - que hay que enseñar en todos los niveles debe seleccionarse muy - bien, para evitar confundirla con juegos de palabras o definiciones vacías para el alumno.

c) Razonable, no Mecánica:

Debe buscarse que los alumnos no solo operen, sino que piensen y empiecen a razonar. No hay duda de que ello es posible: a la -- edad de la escuela primaria los alumnos conocen juegos que implican razonamiento, y se trata tan solo de moldear estos razonamien tos dándoles forma matemática. Después de todo, los problemas matemáticos no son mas que juegos en los cuales hay que adivinar resultados a partir de ciertos datos. Hay que saber las reglas y la operatoria del juego, pero luego hay que saber elegir, en cada caso, las reglas apropiadas. La enseñanza clásica pone más énfasis en las operaciones mismas que en su planteo y organización previa.

d) Flexible y Probable:

A principios de este siglo, con los progresos de la estadística y la teoría de las probabilidades, la matemática empezó a salir de sus cauces tradicionales y se iniciaron sus aplicaciones a las ciencias del hombre: economía, sociología, psicología. También la biología, sobre todo en la genética, necesitó y usó con provecho la matemática.

Es importante señalar, sin embargo, que la matemática útil para esas disciplinas no es la matemática exacta de la física. Utiliza el razonamiento correcto y el lenguaje preciso, pero no pretende llegar a conclusiones exactas. Se limita, en general, a llegar a afirmaciones correctas "con cierta probabilidad" y a dar lineamientos generales sobre el "comportamiento global" de ciertos datos, o a predecir si ciertas cantidades serán mayores o menores que ciertos límites. La matemática ha entrado en el dominio de las ciencias del hombre. Pierde en exactitud pero gana en número de situaciones en que es aplicable. Pasado un cierto límite, la exactitud no sirve para nada. Puede ser interesante saber la hora de llegada de un avión en horas y minutos exactos, pero no serviría de nada, aunque se pudiera calcular, saber el momento de la llegada con precisión de un décimo de segundo.

e) Atractiva, no árida:

En la enseñanza, la matemática debe, primordialmente, interesar al alumno, el cálculo excesivo hay que dejarlo a las máquinas, y la verbosidad redundante, suprimirla de raíz. Hay que insistir en que la matemática no es pesada calculadora, ni bambolla de definiciones y teoremas de enunciado complicado y contenido vacío o trivial.

C.- CONCLUSIONES:

a) Evitar Confusiones:

Al decir matemática informativa o matemática práctica, debe entenderse que la información valga la pena y que la práctica enseñada sea, efectivamente, la que ha de necesitar el alumno en la vida corriente y en sus estudios. Lo mismo, al referirse a la matemática formativa, hay que ver si realmente la matemática enseñada forma en el aspecto deseado. En otras palabras, la matemática pura, que hay que enseñar en todos los niveles, debe seleccionarse muy bien, para evitar confundirla con juegos de palabras o definiciones vacías para el alumno.

b) División, Clasificación:

En la matemática moderna se encuentran también temas nuevos de gran interés y aplicación práctica; mencionaremos como mera referencia a:

TOPOLOGIA, que estudia la disposición de agrupaciones de elementos; es de gran interés para la geometría y puede definirse como el análisis de los invariantes en correspondencias puntuales biunívocas y contínuas en un espacio de "X" dimensiones, la estadística, que es una ciencia matemática que se basa en la recopilación sistemática de datos numéricos relativos a fenómenos económicos, científicos, culturales, demográficos, etc., para analizarlos y llegar a conclusiones que permitan tomar decisiones, y mencionaremos por último a

MATRICES, o sea, un conjunto de números o símbolos algebraicos colocados en líneas horizontales y verticales y dispuestos en forma de rectángulo.

c) Personajes:

Al predominar las especulaciones conceptuales y filosóficas se ha hablado, en cada periodo, de "matemática moderna" y han aparecido los críticos implacables, denunciándola como mera fantasía.- A continuación, sin embargo, se ha visto que las aplicaciones surgían ampliadas y robustecidas por la influencia de la nueva matemática.

Algunos de los importantes personajes matemáticos que citaremos además de los anteriormente mencionados, son; Euclides, a quien ya dedicamos unas líneas en este mismo Capítulo.

ARQUIMEDES, (287-212 a.de C.), el primer gran ingeniero matemático, cuyas obras difícilmente hubieran podido surgir sin la influencia Euclidiana.

APOLONIO DE PERGA, (del Siglo III a.de C.) gran matemático griego conocido especialmente por su tratado de las secciones cónicas.

CLAUDIO TOLOMEO, (siglo II), matemático y astrónomo de Alejandría, elaboró unas tablas para medir el movimiento de los astros, construyó el astrolabio de su nombre, su geografía, ofrece un cálculo del tamaño de la Tierra, describe su superficie y señala los lugares por su longitud y latitud.

NEWTON Y LEIBNITZ, también fueron mencionados en este Capítulo; así como Cantor. Nos referiremos en seguida, a:

EMMY NOETHER (1882-1935), tuvo gran influencia en la topología y el el álgebra moderna; su padre, MAX NOETHER, matemático alemán realizó importantes trabajos sobre la teoría de las funciones y de las curvas algebraicas.

E. ARTIN (1898-1966) y VAN DER WAERDEN (1903). Desde el principio surgieron ataques, incluso de grandes matemáticos como KRONECKER (1823-1891), pero las tan reclamadas aplicaciones no tardaron en aparecer. Hoy, toda la matemática, pura y aplicada, se basa en los conjuntos y ha sido sistematizada por las modernas estructuras algebraicas. La teoría de los juegos, la de la información, y, en general toda la ciencia de la computación (informática), que son las ramas más aplicadas de la matemática actual, usan las creaciones abstractas matemáticas de las últimas décadas.

EVARISTO GALOIS, (1811-1832) matemático francés, apasionado por las matemáticas, intentó, sin conseguirlo, entrar en la Escuela Politécnica, e ingresó en la Escuela Normal. De ideas republicanas, escribió en la "Gazette des Ecolés" un artículo denunciando el espíritu reaccionario del director de la escuela, y un mes después era expulsado de ésta. Presentó en la Academia de Ciencias un trabajo, pero Cauchy, a quien fue confiado, lo perdió; el segundo manuscrito debía leerlo Fourier, pero éste murió; el tercero, un brillante trabajo sobre la "resolución general de ecuaciones", se lo devolvió Poissín como incomprensible. Por cuestiones políticas fue juzgado y condenado a seis meses de arresto; enfermo, fue trasladado al hospital, en donde por una mujer se batió en duelo y murió, a los veintiún años de edad. La noche anterior, encerrado en su habitación, escribió sobre los dos temas que durante toda su vida le apasionaron: un manifiesto a todos los republicanos y una importante memoria sobre matemáticas. La idea central de Galois es la noción de grupo, que aplicó al estudio de las ecuaciones algebraicas.

GEORG BOOLE, (1815-1864), lógico y matemático británico. Fue profesor de matemáticas en el Queen's College de Cork desde 1849. Creador del "álgebra de la lógica", (primer sistema de lógica matemática) o "lógica simbólica", aunque modernamente se le discute dicha paternidad, a raíz de las aportaciones sobre el tema descubierto en la lógica antigua. A la vista de las analogías existentes entre la lógica y el álgebra, desarrolló toda una serie de investigaciones lógicas; se interesó por el análisis matemático y la teoría de las probabilidades, y también por Aristóteles y Spinoza. Sus obras fundamentales son: "The mathematical analysis of Logic" (1847) y "An Investigation of the laws of Throught"(1854).

GIUSSEPE PEANO, (1858-1932), matemático y lógico italiano. Enseñó en Turín. Inventó un lenguaje matemático universal destinado a facilitar la circulación de los trabajos matemáticos entre los científicos de distintas comunidades lingüísticas. A él se deben exposiciones axiomáticas de la aritmética, la geometría proyectiva, la teoría de conjuntos, el cálculo vectorial y el cálculo infinitesimal. En 1890 descubrió la curva que lleva su nombre: curva definida con ayuda de un parámetro que pasa por los puntos interiores de un cuadrado.

AXIOMAS DE PEANO: "0 es un número natural. Todo número natural tiene un siguiente. Dos números naturales con igual siguiente son a la vez iguales. 0 no es siguiente de ningún número natural. Un conjunto X que contenga a 0 y que si contiene a N, contiene a su siguiente, contiene a todos los números naturales."

DAVID HILBERT (1862-1943), matemático alemán. Sus trabajos --- abarcan desde el álgebra hasta los problemas de la axiomatización de la geometría. Contribuyó a la teoría de cuerpos de números algebraicos, introduciendo la noción de norma de un cuerpo y de clases de ideales. De la clasificación de las ecuaciones integrales, trabajó en análisis funcional y su tratado de álgebra (1897) in-- fluyó enormemente en el posterior desarrollo del álgebra moderna. Sus estudios más profundos están dedicados a la geometría. En sus Grudlagen der Geometrie (1899) dio una axiomática a la geometría- euclídea que abrió el camino a numerosos y fecundos trabajos orientados hacia la axiomatización de distintos sectores de la matemática.

d) Peligros:

Los peligros de la doble fase de la matemática son dos: la polarización en un solo aspecto y la extrapolarización más allá de- sus límites. La polarización es peligrosa, principalmente en la - enseñanza: toda enseñanza polarizada en una de las dos facetas de la matemática será incompleta y dará una formación defectuosa. En cuanto a la extrapolarización, que es un peligro inherente a toda ciencia y a toda filosofía, en la matemática es especialmente peligrosa por su falta de verificación experimental. En el sentido- práctico, hay quien pide a la matemática mucho más de lo que puede dar. Especialmente hoy, cuando la ciencia ha dado al hombre -- tantos nuevos elementos como para hacer la vida más duradera, intensa y cómoda, y habiendo, sin duda, contribuído la matemática a este progreso, hay quien espera de ella cosas imposibles. Hay que prevenir acerca de este optimismo excesivo: ni la matemática pura ni la práctica, con todas sus computadoras y sus grandes posibilidades de cálculo, podrán resolver los grandes problemas -ni mucho menos las locuras- de la humanidad, si no van acompañadas de una- buena voluntad o de un buen sentido que incluya y ordene las condiciones del entorno.

e) En Concreto:

+ La matemática constituye un tema vivo en contínuo y rápido - desarrollo. En los últimos cien años la ciencia matemática - ha avanzado lo que nunca había avanzado en toda su historia.

La matemática está invadiendo también el desarrollo científico de nuestro tiempo, siendo necesario comprender los conceptos matemáticos básicos, si queremostener acceso a este avance científico.

+ Necesitamos observar cómo de una u otra manera se insiste en la identificación "matemática-realidad", tomando como modelo algunas disciplinas de las ciencias naturales, enriqueciéndose éstas y la matemática, debido a dicha interacción. Sin -- embargo, el problema de la enseñanza de la matemática se va- complicando, pues se actualiza el qué enseñar y cómo enseñarlo, para lo cual se requiere estar conscientes de que una de nuestras responsabilidades como maestros, es que tenemos qué mostrar a nuestros alumnos la más amplia gama de posibilidades de la disciplina que estudian con nosotros.
+ Uno de los aspectos fundamentales que no se debe perder de - vista en el campo educativo, es la continuidad del proceso - enseñanza-aprendizaje en un mismo nivel educativo y en el paso de un nivel a otro.

La enseñanza-aprendizaje de la matemática moderna, además de - su concepción intuitiva nos ofrece la práctica del razonamiento - del educando que se inicia en la materia, conteniendo entre otras ventajas, la utilización de uno de los métodos más importantes de la matemática: el Demostrativo; y se desarrolla a través de los - caminos más generales del conocimiento humano: el Inductivo y el- Deductivo; estimulando así la reflexión contemplativa y depurando el sentido estético del alumno.

CAPITULO -II-

LOGICA DE PROPOSICIONES

La lógica en general, y la lógica simbólica en particular, es el estudio sistemático del proceso de razonamiento preciso. No es, sin embargo, un sustituto del razonamiento preciso; manipular símbolos, que es uno de los procedimientos de la lógica, no es la misma cosa que pensar. Lo que los métodos de la lógica pueden hacer por nosotros es clarificar nuestros tipos de pensamiento, guiarnos en una corrección de nuestros procesos de razonamiento y ayudarnos a evitar errores.

La finalidad de la lógica simbólica es la de reducir procedimientos verbales complicados en simples dispositivos de letras y símbolos. A groso modo, podemos comparar esto al uso de los numerales y los signos de la aritmética para ayudarnos a simplificar lo que de otro modo sería muy largo e incluiría enunciados verbales acerca de los números. Para probar las ventajas de los símbolos en matemáticas, bastará que intentemos poner los conceptos numéricos expresados por $(3 + 4) + 5 = 12$, en palabras.

Las afirmaciones matemáticas son constrictivas, pero su fuerza es de una naturaleza especial; son verdaderas, pero su verdad está definida de un modo particular.

El razonamiento matemático es riguroso y deductivo, y las pro posiciones matemáticas son, simplemente, la consecuencia de aplicar ese razonamiento.

Ni la aritmética, el álgebra y el análisis, por un lado, ni la geometría por otro, son ciencias empíricas. La matemática no puede tomar su validez de hechos físicos, ni tampoco impugnan o subvierten éstos su autoridad. Pero, a pesar de esto, existe una conexión vital entre las proposiciones matemáticas y los hechos del mundo físico. Incluso los símbolos de la matemática pura corres-ponden a algún aspecto de la realidad.

James R. Newman en su libro "El mundo de las matemáticas" di-ce:

"El desarrollo de la matemática facilitó sugerencias de valor incalculable para el desarrollo de la lógica, y al final resultó que no hay laguna ninguna entre la ciencia del número y la ciencia de las relaciones más generales de los objetos del pensamiento. Hemos visto que la matemática ha hecho frecuentemente grandes progresos por el procedimiento de sacrificar la exactitud a la analogía. Recordemos que, aunque la matemática y la lógica dan las formas más altas de certeza a nuestro alcance, el proceso de descubrimiento matemático, tan a menudo confundido con lo descubierto mismo, ha procedido a través de muchas analogías dudosas y de muchos errores, gracias a la gran ayuda del simbolismo que hace fácil lo difícil".

A.- PROPOSICIONES:

a) Generalidades.

El hombre elabora una serie de pensamientos que expresa en diferentes formas y, al comunicarlos a sus semejantes, da la oportunidad de analizarlos ampliamente. Emplea diferente tipo de lenguaje para expresar dichos pensamientos y en ocasiones, dentro de este lenguaje, llega a emplear formas simbólicas, signos, lenguaje técnico.

Frecuentemente usamos argumentos que unas veces son verdaderos y otras son falsos. A veces un argumento falso es válido desde el punto de vista lógico, y es que aunque la lógica se ocupa de la verdad y la falsedad y falsedad de los razonamientos, su objeto principal es el estudio de la forma y de la validez de los argumentos por su forma.

b) Conceptos:

Proposición gramaticalmente equivale a una oración enunciativa o declarativa. La frase y las oraciones interrogativas, imperativas o exclamativas, no se consideran proposiciones:

ENUNCIADO
- Frase. (no es proposición)
- Oración.
  - Simple
    - -interrogativa. (no es prop.)
    - -imperativa. (no es prop.)
    - -exclamativa. (no es prop.)
    - -enunciativa. (sí es prop.)
  - Compuesta (es proposición cuando está formada por enunciativas)

Sabemos que los seres humanos, en todo momento, expresamos nuestras ideas, sentimientos o deseos por medio de estructuras lingüísticas, que como cumplen una función comunicativa, éstas se consideran Enunciados.

Consideremos las siguientes expresiones:

Feliz navidad y próspero año nuevo.	(frase, no es proposición)
¿Quién teme al lobo feroz?	(interr.,no es proposición)
Sal pronto de la casa.	(imperativa, no es proposición)
¡Maldita sea mi suerte!	(exclamativa, no es prop.)
Atila conquistó a Roma.	(enunciativa,sí es prop.)
El niño vino y se fué pronto.	(compuesta, sí es prop.)
El Sol es la principal fuente de energía.	(enunc.,sí es prop.)

Proposicion filosóficamente viene a ser el equivalente del juicio. Juicio es el acto de la mente por el cual afirmamos o negamos algo.

ACTOS DE LA MENTE	simple aprehensión. (no es proposición) juicio. (sí es proposición) raciocinio. (sí es proposición)

Ejemplos:
- árbol. (simple aprehensión, no es proposición)
- el árbol es frondoso.(juicio, sí es proposición)
- este árbol es más frondoso que el otro. (raciocinio,- sí es proposición)

Proposición matemáticamente es una sentencia que en su significado puede ser verdadera o falsa.

"Los días de la semana son siete" (proposición verdadera)

"Hay una fórmula matemática para ganar la lotería" (prop.falsa)

Al decir que una proposición lógica es verdadera, o al decir - que es falsa, la estamos calificando con el valor de verdad que - tiene. VERDADERO o FALSO son los VALORES DE VERDAD que puede tener una proposición. Ejemplos:

2 es número par.	(afirmativa)
2 no es número par.	(negativa)
El maestro es puntual.	(afirmativa)
El maestro no es puntual.	(negativa)

Características de las proposiciones:

Toda proposición debe reunir las siguientes características:

+ Tener sujeto y predicado.
+ Afirmar o negar algo.
+ Ser verdadera o falsa.

Ejemplo:	El astro rey, el Sol, sujeto	ilumina la Tierra. predicado
	se está afirmando algo	es algo verdadero

Nota: El verbo de toda proposición debe estar en indicativo. - En el ejemplo anotado, "ilumina" es presente de indicativo.

c) Clasificación de las proposiciones:

Una proposición puede ser:

ATOMICA si es simple o elemental, es decir, no contiene otras proposiciones, como por ejemplo: "La capital es grande", "La calle está iluminada", "La matemática es difícil".

MOLECULAR si es compuesta, esto es, contiene a su vez otras proposiciones, como por ejemplo: "Luis tiene un auto y una bicicleta", "Mercurio es un planeta y la Luna es un satélite".

Ejemplos:

El niño corre.	Atómica,porque es enunciativa simple
¿Alguien viene?	No es proposición.
Camino o corro.	Molecular,porque es orac.compuesta.

Es importante tomar en cuenta las siguientes observaciones:

+ Toda proposición que esté acompañada por el adverbio "NO", es considerada matemáticamente como MOLECULAR, aún cuando sea una oración simple, por ejemplo: "No tengo frío".
+ Para que exista una proposición molecular, las distintas proposiciones que la componen deben estar unidas mediante una partícula gramatical llamada CONJUNCION, con excepción de la partícula "NO" que es un adverbio, como se mencionó antes.
+ Algunos autores sostienen que, estrictamente hablando, una proposición atómica debe tener como sujeto un término singular; -- (los números primos son impares, no sería proposición atómica). Sostienen también que el sujeto de una proposición atómica debe ser definido: "Algo es evidente", sería una proposición molecular.

Conectivos Matemáticos:

Se da el nombre de Conectivos Matemáticos o Términos de Enlace a toda partícula que sirve para unir dos o más proposiciones atómicas dentro de una proposición molecular.

Aunque cualquier conjunción puede emplearse como conectivo, -- sin embargo, en Matemáticas los conectivos o términos de enlace - se reducen solamente a cinco, incluyendo entre ellos el adverbio- "NO".

Los conectivos son: "Y", "O", "SI...ENTONCES", "SI Y SOLO SI", "NO".

Ejemplos:

"y" Las plantas crecen y los animales también.
"o" Sabes bien, o te haces tonto.
"si...entonces" Si respira entonces tiene vida.
"si y solo si" Cosecharé si y solo si llueve.

Cuando se emplea otro conectivo diferente de los mencionados, se considera como un equivalente del conectivo "y". Pueden men-- cionarse principalmente: "pero", "porque", "aunque", "sino".

Ejemplos:

"Hace calor aunque es invierno"; equivale a:
"Hace calor y es invierno".
"El águila es un ave, porque vuela"; equivale a:
"El águila es un ave y vuela".

<u>Proposiciones Moleculares</u>:

Las proposiciones moleculares se clasifican, de acuerdo al co- nectivo que emplean, de la siguiente manera:

+ CONJUNTIVAS, si el término de enlace es la partícula "y".
+ DISYUNTIVAS, si el término de enlace es la partícula "o".
+ CONDICIONALES, si se emplea el conectivo "si...entonces".
+ BICONDICIONALES, si se emplea el conectivo "si y solo si".
+ NEGATIVAS, si precede o está intermedia la partícula "no".

Ejemplos:

Escucharé bien si y solo si me callo.	BICONDICIONAL.
Luis no llegó tarde.	NEGATIVA.
Compraré coche o usaré bicicleta.	DISYUNTIVA.
Hace frío porque es invierno.	CONJUNTIVA.
Si tiene cuatro lados, entonces es cuadrilátero.	CONDICIONAL.

Empleo de paréntesis en las Proposiciones:

En la lógica matemática, es muy importante el empleo de paréntesis con el fin de separar las proposiciones atómicas que existen en una proposición molecular, teniendo especial cuidado de dejar fuera los conectivos o términos de enlace.

Ejemplos:

(tengo frio) y (usaré abrigo)	CONJUNTIVA.
(compraré coche) o (usaré bicicleta)	DISYUNTIVA.
si (sale el Sol), entonces (hará calor)	CONDICIONAL.
(escucharé bien) si y solo si (me callo)	BICONDICIONAL.
no (llegó tarde Luis)	NEGATIVA.

Algunas veces, es preciso cambiar la redacción del ejemplo, sucede esto cuando la partícula "no" va dentro de la proposición.-- Ejemplo: "Juan no vino ayer"; se cambia por: "No vino ayer Juan".

Todo esto, para poder emplear el paréntesis de una manera correcta.

d) Símbolos Generales:

Las proposiciones matemáticas se presentan simbólicamente mediante el empleo de letras mayúsculas: P, Q, R, S, según se trate de una, dos, tres o cuatro proposiciones atómicas.

Los conectivos también se representan mediante los símbolos -- siguientes:

"Y"	$\wedge$
"O"	$\vee$
"NO"	$\neg$, $\sim$
"SI...ENTONCES"	$\Longrightarrow$
"SI Y SOLO SI"	$\Longleftrightarrow$

Proposiciones.

Para simbolizar proposiciones matemáticas de una manera correcta, se requiere precisión, por lo que deben seguirse los pasos siguientes:

+ Investigar si el ejemplo es o no proposición.
+ Saber si es atómica o molecular.

+ Conocer a qué clase de molecular pertenece.
+ Encerrar en paréntesis las proposiciones atómicas.
+ Simbolizar el ejemplo.

Ejemplos:

"Pedro lee y Juan escucha"

a) Proposición.
b) Molecular.
c) Conjuntiva
d) (Pedro lee) y (Juan escucha)
e) $P \wedge Q$

"Madrid es capital de España o de Francia"

a) Proposición.
b) Molecular.
c) Disyuntiva.
d) (Madrid es capital de España) o (de Francia)
e) $P \vee Q$

"El niño no quiere comer"

a) Proposición.
b) Molecular.
c) Negativa.
d) No (quiere comer el niño)
e) $\sim P$ ó $\neg P$

"Si no vienes pronto, entonces me iré y no saldremos juntos"

a) Proposición.
b) Molecular.
c) Condicional, Negativa y Conjuntiva.
d) Si no (vienes pronto), entonces (me iré) y no -- (saldremos juntos)
e) $\neg P \Longrightarrow (Q \wedge \neg R)$

<u>Traducción</u>.

Así como un ejemplo que sea proposición puede simbolizarse para facilitar su empleo, también un ejemplo expresado por medio de símbolos puede traducirse a lenguaje ordinario.

Para lo anterior debe tenerse en cuenta el significado de cada símbolo y el que las letras P, Q, R, S, están representando a determinadas proposiciones.

Ejemplos:

$P \wedge Q$: P y Q $\qquad$ $P \Rightarrow Q$: si P, entonces Q

Si P= Me gusta la casa, Q= Yo compro la casa, R= Gastaré dinero. Véase cómo se traducen los ejemplos siguientes:

$(P \wedge Q) \Rightarrow R$ Si me gusta la casa y la compro, entonces gastaré dinero.

$Q \Leftrightarrow$ Compro la casa si y solo si me gusta.

$\neg P \Rightarrow \neg Q$ Si no me gusta la casa, no la compro.

B.- ELABORACION DE TABLAS DE VERDAD.

a) Generalidades.

Proposiciones abiertas y cerradas:

Generalmente toda proposición tiene el sujeto claro, preciso, y determinado; entonces recibe el nombre de proposición cerrada. Sin embargo, algunas veces el sujeto es vago o indefinido, y en estas circunstancias se llama proposición abierta.

En el primer caso, es fácil determinar casi siempre, si la proposición es verdadera o falsa. En cambio, en el segundo caso no es posible determinar inmediatamente si la proposición es verdadera o falsa, hasta que la variable, o sea el sujeto indefinido se substituya; y de este modo la proposición se convierta de abierta en cerrada.

Ejemplos:

p.cerradas: El niño compró un dulce. (Sujeto preciso)
Siete es mayor que cinco. (Sujeto preciso)

p.abiertas: Alguien llegó tarde. (Sujeto indefinido)
X es mayor que cinco. (Sujeto indefinido)

En el último ejemplo, al substituír X por determinado número - por ejemplo 3, se convierte en proposición cerrada, porque su sujeto ya es determinado y puede juzgarse si es verdadera o falsa - la proposición.

Operaciones lógicas:

Así como en aritmética existe una serie de operaciones, también en Lógica Matemática se consideran varias operaciones o combinaciones de proposiciones simples, las que se conocen con el -- nombre de operaciones lógicas. Estas son:

UNARIAS: Se forman con una proposición atómica y la partícula- "no"; obteniéndose así una negación.

BINARIAS: Se forman al combinar dos proposiciones atómicas mediante algún conectivo, originando de este modo una CONJUNCION, - DISYUNCION, CONDICIONAL o BICONDICIONAL.

Es muy importante dejar entendido que una proposición atómica- no constituye operación lógica.

Ejemplos:

No jugó mi equipo ayer.	OPERACION UNARIA.
Es mi casa y la cuido bastante.	OPERACION BINARIA.
Caminé sin tropezarme ayer.	NO ES OP. LOGICA.
Si me esfuerzo, me cansaré.	OPERACION BINARIA.
¿La cajetilla tiene cigarros?	NO ES OP. LOGICA.

b) Los Conectivos:

CONJUNCION da la idea de simultaneidad. "Como y bebo", significa que hago las dos cosas; por lo tanto, una proposición molecular conjuntiva será verdadera sólo si las dos proposiciones que - la componen son verdaderas, y la conjunción será falsa, cuando -- UNO de los componentes es falso.

P: Cuba es una isla.(V)	Q: México está en Europa. (F)
$P \wedge Q$: Cuba es una isla y México está en Europa. (FALSO)	

DISYUNCION. Dos proposiciones unidas por el conectivo "o" pueden originar una Disyunción Inclusiva o Exclusiva.

Inclusiva: Indica que al menos una de las dos proposiciones se está realizando. "Como o bebo", significa que hago una de las dos cosas sin descartar la posibilidad de que haga las dos. Por tal - motivo, la Disyunción Inclusiva siempre es verdadera, a no ser -- que sus dos componentes sean falsas.

Podríamos concluír diciendo que la Disyunción es verdadera --- cuando por lo menos un componente es verdadero, y es falsa cuando sus dos componentes son falsos.

Ejemplos:

P: Este es el salón de Pepe. (V)
Q: Este es el salón de Pedro. (F)
P $\vee$ Q: Este es el salón de Pepe o de Pedro.
(Inclusiva Verdadera)

P: El Nilo está en Egipto. (V)
Q: El Nilo está en Francia. (F)
P $\vee$ Q: El Nilo está en Egipto o está en Francia.
(Inclusiva Verdadera)

CONDICIONAL. En esta proposición molecular se está señalando - que si se lleva a cabo lo indicado en la primera proposición, se- realiza también lo expresado en la segunda: "Si hoy es domingo, - entonces mañana es lunes".

Una condicional consta de dos partes: a) el antecedente, que - va después de la partícula "si"; b) el consecuente, que va des--- pués de la partícula "entonces":

SI $\underbrace{\text{JUAN VIVE EN MEXICO}}_{\text{antecedente}}$, ENTONCES $\underbrace{\text{VIVE EN AMERICA}}_{\text{consecuente}}$.

Una proposición condicional será siempre verdadera, excepto cuan- do el antecedente sea verdadero y el consecuente sea falso.

Cuando entre antecedente y consecuente existe una verdadera re lación, la proposición molecular condicional recibe el nombre de- Implicación.

P: París está en España. (F) Q: Roma está en Suiza. (F)

P $\Rightarrow$ Q: Si París está en España, entonces Roma está en Suiza
(PROPOSICION VERDADERA)

BICONDICIONAL. Recibe este nombre toda proposición en la que -cualquiera de sus componentes puede ser antecedente o consecuente por lo que se le llama también Doble Implicación.

Una proposición molecular Bicondicional es verdadera sólo cuando sus componentes son verdaderas las dos o falsas las dos:

P: Hoy es lunes.	Q: Mañana es martes.
P Q: Si hoy es lunes, entonces mañana es martes.	
Q P: Si mañana es martes, entonces hoy es lunes.	
P $\Longleftrightarrow$ Q: Hoy es lunes si y solo si mañana es martes.	

NEGACION. Negar una proposición,es cambiar su valor de verdad.

Si P: Hoy es lunes, entonces P: Hoy no es lunes.

Si P es verdadera, entonces P es falsa.

c) Concepto de Tabla de Verdad:

Posibilidades.

Cuando un ejemplo consta de una sola proposición, sólo existen dos posibilidades de verdad: O es verdadera o es falsa. Si el --- ejemplo consta de dos proposiciones, las posibilidades de verdad-son cuatro; pero si consta de tres, las posibilidades son ocho y-si consta de cuatro, resultan dieciseis posibilidades:

UNA PROPOS.

V
F

DOS PROPOS.

V	V
F	F
V	F
F	V

TRES PROPOS.

V	V	V
F	F	F
V	F	F
F	V	F

etc.

CUATRO PROPOS.

V	V	V	V
F	F	F	F
V	F	F	F
V	F	V	F

etc.

En general, una tabla de verdad es un procedimiento gráfico -- que permite determinar los posibles valores de verdad de una proposición molecular, a partir de los valores de verdad de una proposición atómica o de varias.

Podemos decir también que una tabla de verdad es un esquema -- que proveé las relaciones entre dos o más proposiciones atómicas, con los valores de verdad correspondientes de cada una.

Tablas de Conectivos:

Para juzgar si un ejemplo es verdadero o falso, se debe tomar en cuenta, no solo las proposiciones que lo forman, sino también los conectivos que las unen.

Por tal razón, se han establecido las tablas de verdad básicas o fundamentales que corresponden a la CONJUNCION, DISYUNCION, CONDICIONAL, BICONDICIONAL y NEGACION. En otras palabras, la tabla de verdad para un ejemplo de cuatro posibilidades con cualquiera de los conectivos constituye el punto de partida para buscar el valor de verdad de cualquier ejemplo.

CONJUNCION

P	Q	$P \wedge Q$
v	v	v
f	v	f
v	f	f
f	f	f

DISY. INCL.

P	Q	$P \vee Q$
v	v	v
f	v	v
v	f	v
f	f	f

DISY. EXCL.

P	Q	$P \veebar Q$
v	v	f
f	v	v
v	f	v
f	f	f

CONDICIONAL

P	Q	$P \Rightarrow Q$
v	v	v
f	v	v
v	f	f
f	f	v

BICONDICIONAL

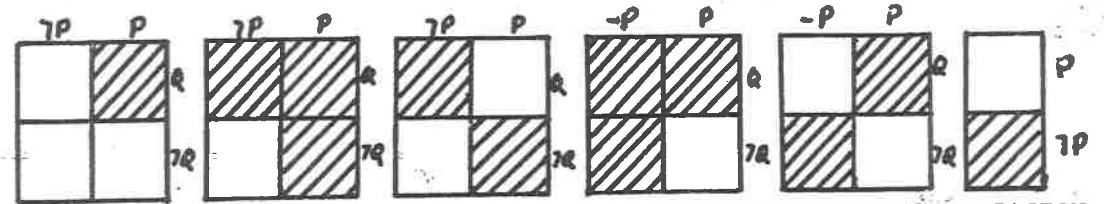
P	Q	$P \Leftrightarrow Q$
v	v	v
f	v	f
v	f	f
f	f	v

NEGACION

P	$\neg P$
v	f
f	v

Diagrama de las Tablas de Verdad:

Aunque las tablas de verdad antes especificadas son procedimientos gráficos, pueden representarse también de otra manera, la que se conoce con el nombre de DIAGRAMA.



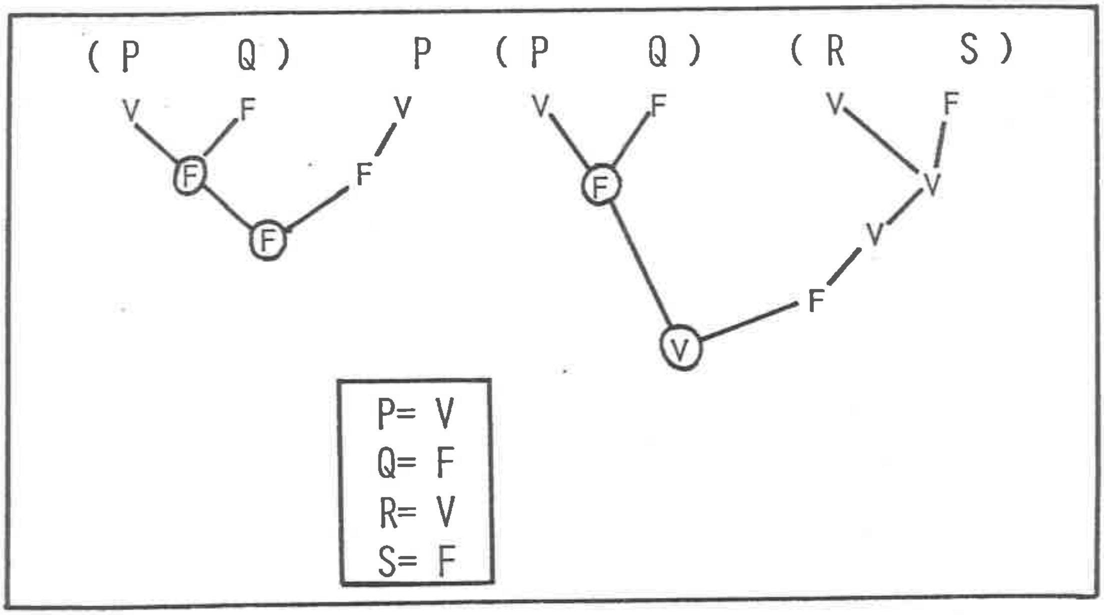
CONJUNCION DISY.INCL. DISY.EXCL. CONDICIONAL. BICONDICIONAL. NEGACION.

En los esquemas de la hoja anterior, la parte sombreada significa verdadero, y la parte blanca significa falso. En las proposiciones P, Q, el signo negativo significa proposición falsa; el -- signo positivo (sobreentendido) significa proposición verdadera.

d) Construcción de una Tabla de Verdad.

Enlaces lógicos:

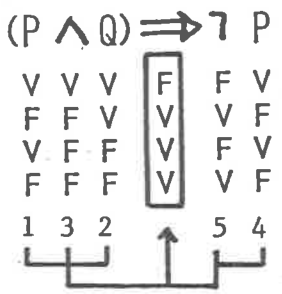
Cuando se conocen los valores de verdad de cada una de las proposiciones que componen un ejemplo, se emplea el método de "enlaces lógicos", aplicando las tablas de cada conectivo en forma parecida a los enlaces de la química orgánica.



Tablas para todas las posibilidades:

Cuando no se conocen los valores de verdad de las proposiciones que componen un ejemplo, no queda otro camino que investigar todas las posibilidades que tenga, de acuerdo a la regla mencionada: dos, cuatro, ocho, dieciseis posibilidades.

Se usan dos maneras diferentes de construír una tabla:



$(P \wedge Q) \Rightarrow \neg P$

P	Q	P ∧ Q	¬P	(P ∧ Q ⇒ ¬P
1	1	1	0	0
1	0	0	0	1
0	1	0	1	1
0	0	0	1	1

NOTA: 1 = V 0 = F

$(P \wedge \neg Q) \Rightarrow \neg R$

P	∧	¬	Q	⇒	¬	R
V	F	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	F	V
V	V	V	F	F	F	V
F	F	V	F	V	F	V
V	F	F	V	V	V	F
F	F	F	V	V	V	F
V	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	V	V	F
1	4	3	2		6	5

$(P \wedge \neg Q) \Rightarrow \neg R$

P	Q	R	¬Q	¬R	(P∧¬Q)	(P∧¬Q ⇒ ¬R
1	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	1	0	1

<u>Clasificación de acuerdo al valor de verdad</u>:

Cuando una proposición es verdadera en todas sus posibilidades cualquiera que sea el valor de verdad de las proposiciones atómicas que la componen, recibe el nombre de <u>TAUTOLOGIA.</u>

Cuando es falsa en todas sus posibilidades, recibe el nombre de <u>CONTRADICCION</u>.

Si es verdadera en unos casos y falsa en otros, entonces se le denomina <u>CONTINGENCIA.</u>

E j e m p l o s:

$(P \vee Q) \Rightarrow (Q \vee P)$

P	∨	Q	⇒	Q	∨	P
V	V	V	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	F

Tautología

$\neg\{(P \wedge Q) \Rightarrow P\}$

¬	P	∧	Q	⇒	P
F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F
F	V	F	F	V	V
F	F	F	F	V	F

Contradicción

CAPITULO -III-

REFLEXIONES MATEMATICAS

A.- LA MATEMATICA EN LA ESCUELA PRIMARIA.

"Entendemos por Escuela Primaria la de los alumnos de 5 a 12 --años de edad. El estudio de sus Programas y su metodología es de-importancia fundamental por ser, prácticamente en todos los paí--ses, la única enseñanza obligatoria para todo ciudadano."

a) Alfabetización Matemática.

Se denomina alfabetización matemática, a lo que se considera-debe saber todo habitante de un país; y todo ciudadano que desconozca lo que en la Escuela Primaria se enseña, debe ser considerado como analfabeto matemático.

"A las campañas universales contra el analfabetismo, que desde luego deben tener primacía, debe agregarse la lucha contra el --analfabetismo matemático, si se quiere una población acorde con-la tecnología del mundo moderno y sus consecuencias."

b) Matemática Formativa:

Para esquematizar las tendencias clásica y moderna en la matemática de la escuela primaria, se puede poner el siguiente ejemplo: Planteado un problema en el cual de dos números (datos) hay que hallar un tercero (solución), el alumno clásico duda y pregunta si el problema es de multiplicar o de dividir, conocido lo cual, operará de manera impecable. El alumno moderno en cambio, no dudará un momento acerca de la operación que debe hacer, aunque tal vez se equivoque al realizarla. "Las dos cosas son esenciales: hay que saber calcular y hay que saber por qué se calcula, pero el alumno que sólo se equivoca en el cálculo, está más preparado para seguir adelante y tratar nuevos problemas que el alumno que opera mecánicamente; porque éste navegará siempre sin rumbo en el mar de los conocimientos."

La enseñanza formativa va de la mano con la enseñanza activa. El alumno debe participar del aprendizaje, debe sentirse motivado por los problemas y debe intentar resolverlos por sí mismo, apelando a todos los recursos a su alcance y sin pensar en recordar tal o cual fórmula o regla aprendida o que figura en el texto.

"Los conocimientos no deben ser embuchados a presión, sino adquiridos a través de la curiosidad del niño, el cual, afortunadamente, tiene siempre curiosidad por cualquier cosa que le sea presentada adecuadamente."

"Desde luego, esta enseñanza en la que se ponen en juego la razón y los sentidos tiene sus dificultades. Para el maestro es mucho más fácil señalar unas líneas del manual o dictar una receta operatoria para que el alumno las repita o realice después mecánicamente, que conseguir iluminar sus ojos para que vea claro una cuestión antes borrosa." El alumno, por otra parte, se acostumbra más fácilmente a recordar que a razonar. La memoria es pasiva, el razonamiento es acción, y supone mayor esfuerzo. No se duda que si la misión del maestro es que los alumnos aprendan determinado programa en cierto tiempo, el método memorístico es el mejor. Los alumnos aprenden a recitar programas, quedan contentos los Inspectores, pero no se ha aprendido matemática.

c) Actualizar las aplicaciones de las matemáticas.

De ninguna manera se pensará que la matemática moderna descuida el cálculo. Todo lo contrario. Lo que pretende es, por un lado, huir del cálculo rutinario, sin comprender lo que se está haciendo, y, por otro, tratar problemas realmente prácticos y menos idealizados. El progreso en matemáticas no consiste en aumentar el número de decimales en una operación, ni la rapidez en la misma, sino en dominar nuevas operaciones y entender el por qué de su necesidad o utilidad.

"Muchas veces se ha dicho que con la matemática moderna el alumno no aprende a calcular. Puede ser que ello haya sido cierto alguna vez por ineficacia del maestro o por mala interpretación, peró en ningún caso los apóstoles de la matemática moderna han pretendido dejar el cálculo de lado." Saben muy bien que "hacer" matemática es resolver problemas y que nunca será matemática, ni moderna ni clásica, un conjunto de definiciones y axiomas aprendidos en forma descriptiva, como se aprenden los accidentes geográficos de una región o la anatomía de un insecto." La matemática no es un conjunto de elementos que haya que describir; es el motor de una acción para descifrar enigmas que hay que aprender a utilizar, y si se puede, contribuir a su mejoramiento y perfección."

d) El fín y los Medios.

"Para terminar con la matemática moderna en la escuela elemental, debemos insistir en algunos puntos. No hay que confundir nunca el fin, que consiste en que el niño aprenda a resolver problemas y adquiera agilidad mental para idear y usar los mejores métodos para ello, con los medios para lograrlo."

Hay acuerdo universal en que el alumno debe familiarizarse con la nomenclatura y simbolismo de la teoría de conjuntos. Pero quede bien entendido que esto no es ningún fin, sino un medio para que llegue a entender mejor los conceptos y métodos matemáticos.

No hay que insistir sobre cuestiones triviales si el alumno ya las conoce o comprende por otros medios.

Se debe mencionar el "conjunto vacío", como concepto cómodo para unificar enunciados, pero no insistir en ello como si se tratara de algo trascendente, pues en realidad se trata de una idea --

que el niño ya tiene adquirida desde mucho antes de ir a la escue la. Conviene hacer gráficos y ejercitar en el uso de flechas en-- tre elementos de dos conjuntos, para dar la idea de relación y -- función, pero no caer en la "flechamanía" de insistir con exceso- en dibujos de monos y plátanos, peces y anzuelos, o juguetes y -- niños, para dar la idea de igualdad o de mayor y menor, conceptos triviales que el alumno tiene ya de su vida de relación.

No conviene insistir demasiado sobre lo que el alumno ya sabe, tanto para ahorrar tiempo como para no dar la impresión de que -- las cosas no son más difíciles de lo que realmente son.

En la primera enseñanza tiene mucha importancia los materiales didácticos. Hay que aprovechar los sentidos como los canales más- adecuados para llegar al razonamiento; hay que aprender a través- de la vista, el oído y el tacto.

"El niño necesita usar las manos y aprender jugando. De aquí -- las ventajas de las regletas, bloques multibases, mini computado- res, geoplanos, tarjetas, cajas con elementos especiales para ca- da tema o grupos de temas."

Estos elementos y otros medios audiovisuales todavía más caros (películas, diapositivas, televisión) son a veces difíciles de -- conseguir en todas las escuelas, pero un maestro dedicado e inge- nioso puede idear sus propios medios."Para ello, por supuesto, -- hace falta, y este es uno de los problemas actuales al que hay -- que prestar máxima atención, que la profesión del maestro sea cui dada y valorizada como es debido, teniendo en cuenta la importan- cia de su misión, de la cual depende, en gran parte, el futuro de la sociedad."

B.- PROGRAMAS Y LIBROS DE TEXTO.

a) Generalidades:

El diccionario de pedagogía de Agustín Antonio Albarrán, de Si glo Nuevo Editores, S.A., nos proporciona las definiciones que co rresponden a Programas y Libros de Texto de la siguiente forma:

PROGRAMA: "Sistematización previa del trabajo escolar. Ordenación de la labor escolar. Es el conjunto organizado de objetivos, actividades y sugerencias didácticas que, al aplicarse, provocan- cambios en la conducta de los educandos."

LIBRO DE TEXTO: "Es todo libro escolar que sirve para orientar a los alumnos en aprendizaje sistemático de las distintas mate--- rias del programa."

La educación es abierta y dinámica, influye en los procesos sociales y es influída por ellos; trasmite los conocimientos, capacidades y valores del país, como son la conciencia nacional y la- autodeterminación. Si la educación cumple con este fin, respondiendo a los intereses actuales y futuros de la sociedad y también -- del individuo, se constituye en un verdadero factor de cambio.

Al señalar objetivos en los programas, se trata de estimular - y lograr en el alumno comportamientos profundos, que rebasen los- límites de una simple retención de información y promuevan su pensamiento crítico y creador; su afectividad, normada por un sistema de valores; su sociabilidad; su capacidad de utilizar, adecuadamente, todas sus posibilidades y suplir sus deficiencias, a través de las áreas de formación, que pretenden conseguir el desarrollo integral de la personalidad del educando, a medida que alcance en forma progresiva, los objetivos propuestos en los campos -- cognoscitivo, afectivo y psicomotor.

El programa nos sugiere actividades que pueden realizarse con- la ayuda de los Libros de Texto; pero la iniciativa y experiencia del maestro, serán decisivas para seleccionar actividades más adecuadas o para realizar otras semejantes que lleven más directa y- seguramente al logro del objetivo.

b) Lógica Matemática:

Los contenidos de Lógica en la Escuela Primaria de acuerdo a - los Programas y a los Auxiliares Didácticos, tienen como objetivo enseñar al niño a pensar de una manera más "eficiente", es decir, a pensar lógicamente. Se razona lógicamente cuando de cierto cúmulo de información, aplicando ciertas reglas lógicas se obtienen - otras informaciones.

Esto implica dos etapas en este tipo de razonamiento: una, de- captación de la información (observación, experimentación y otros) y otra, de deducción por medio de un razonamiento lógico correcta mente aplicado.

El propósito básico de los contenidos de Quinto Grado (por concretizarme a uno solamente), es ejercitar de manera intuitiva, el uso de las reglas lógicas (afirmar-afirmando, negar-negando y afirmar-negando) y de algunos elementos auxiliares como los conectivos "y" y "o", y los cuantificadores "todos", "algunos" y "ninguno".

Los contenidos de lógica se utilizan a lo largo de todo el programa, cuando al niño se le formulan preguntas o se le pide que obtenga conclusiones. El que estos temas se traten aparte en algunas ocasiones, es sólo por presentar situaciones más simples que muestren claramente el proceso de razonamiento que se está llevando a cabo.

ANALISIS DE CONTENIDOS MATEMATICOS EN LOS PROGRAMAS DE QUINTO AÑO.

ASPECTOS:	T E M A S;	Páginas,Libro de Texto
LOGICA:	Cuantificadores.	59, 102.
	Conectivos "y","o".	120, 192, 196.
	Semejanzas y Diferencias.	37, 38, 49, 59, 68, 247, 248 y 249.
	Proposiciones Negativas.	136, 137.
	Conjuntos y Subconjuntos.	151 y 226.

c) Probabilidad y Estadística:

La probabilidad puede considerarse como el estudio general de los fenómenos de azar. Se intenta afirmar las nociones de: más, menos e igualmente probable; mediante el cálculo intuitivo de probabilidades o la realización de series de experimentos aleatorios. A través de ejercicios, el niño irá precisando sus ideas al respecto, hasta poder expresar cuantitativamente (por medio de fracciones) la probabilidad de un evento o series de eventos, definida ésta como el número de posibilidades del evento (número de elementos del evento o subconjunto) dividido entre el número total - de posibilidades (total de elementos del conjunto), apoyándose para ello en la observación de algunos conjuntos y subconjuntos.

La estadística es una ciencia experimental, cuyos principales- objetivos son el análisis de datos y la inferencia de las características de una población, a partir del conocimiento de una parte de ella llamada muestra.

En la educación primaria sólo se trabaja el análisis de datos- que consiste en presentar éstos en forma organizada para obtener- así, información sobre ellos. Se propone en el Quinto Grado, que- los alumnos recolecten datos sobre situaciones que sean de interés para ellos, los registren, organicen, representen gráficamente y, a partir de las gráficas, obtengan conclusiones sobre la situa--- ción correspondiente.

Para esto último, deberán formularse preguntas como cuáles son el dato máximo y el mínimo, el que aparece más veces, el que aparece menos veces, etc.

ANALISIS DE CONTENIDOS MATEMATICOS EN LOS PROGRAMAS DE QUINTO AÑO.

ASPECTOS:	T E M A S :	Páginas,Libro de Texto
PROBABILIDAD Y ESTADISTICA.	Elaboración de Registros	129, 156, 157, 158, 159, 224.
	Elaboración de Gráficas.	87, 89, 90, 91, 245,246.
	Interpretación de Gráficas	. 110, 111, 260, 262, - 263 y 264.
	Experimentos Azarosos.	22, 23, 24, 50, 51, 127 128, 129, 192, 193, 194 195, 196, 197, 198, 199 200, 204, 205, 206, 207, 261.

C.- EL IDEAL EDUCATIVO DE LAS MATEMATICAS.

"En los últimos años se ha venido hablando de nuevos métodos de enseñanza, cuya importancia a veces se exagera. Se habla, por --- ejemplo de "máquinas de enseñar", de nuevas técnicas audiovisua-- les, etc. Pero en la enseñanza de las matemáticas, si ha de ser -- eficaz, nada puede sustituir el trato directo del estudiante con- el maestro competente."

Por eso es importante la formación de buenos maestros, compe-- tentes de verdad, con ideas claras sobre los conceptos y princi-- pios de la matemática tradicional, que es en definitiva la fuente de donde nace la llamada "matemática abstracta" de nuestro tiempo.

El maestro dogmático, que trata de imponer a sus alumnos técnicas y conceptos aprendidos de memoria, puede encontrar en la enseñanza programada un buen camino para suavizar su dogmatismo; pero eso es solo un comienzo, porque el ideal educativo de una buena - enseñanza es aún más profundo.

a) Lo más importante:

En matemáticas, como en cualquier otra actividad, lo más importante es la invención, cuyas fuentes principales son:

+ El espíritu de observación.
+ La intuición. (arte de presentir o adivinar lo que se busca, cuyo mecanismo desconocemos; arte de "ver con los ojos de la mente", como diría Platón).
+ El raciocinio. (hábitos mentales confirmados por la experiencia especie de empirismo secundario cuya justificación puede hacerse por medio de la Lógica).

El estudiante de matemáticas debe poner en juego lo mejor de - sus recursos naturales, su espíritu de observación, su imagina--- ción, su inventiva; todo lo cual funciona mejor bajo la vigilan-- cia de un maestro hábil y competente.

El espíritu de observación es indispensable en toda actividad- científica; también la experimentación, que consiste en ensayar - de uno u otro modo hasta dar con la solución del problema.

b) El rigor lógico:

Es necesario hacer algunas reflexiones acerca del rigor lógico de las matemáticas, frecuentemente mal entendido.

"Creen algunos que el rigor consiste en recitar "verdades" en tono grandilocuente." Suponen otros que un razonamiento es tanto más riguroso cuanto más cargado de símbolos se presenta; desdeñan la sencillez de las ideas y principios realmente importantes, por no convenir a su vana sabiduría. Finalmente, hay quienes piensan que "rigor" es sinónimo de "abstracción y generalidad".

"Así como la generalización de un concepto requiere pérdida de alguna de las propiedades que lo definen, la generalización de un principio se hace con algún sacrificio del rigor empleado en demostrarlo. Esto significa que la matemática más general y abstracta es menos rigurosa que la matemática elemental, donde el grado de rigor es más alto. Dicho de otro modo: los métodos efectivos de la matemática elemental son más rigurosos que los métodos formales de la matemática superior."

"Conviene distinguir, en matemáticas, los procedimientos efectivos de los puramente formales. Es efectivo el método que nos lleva en un número finito de pasos a la solución del problema propuesto; también es efectiva la definición que contiene un criterio que nos permite decidir, en un número finito de pasos, si un objeto dado cumple o no con esa definición."

Las reflexiones anteriores, sin ser precisas ni exhaustivas, ponen de manifiesto la incertidumbre del rigor matemático cuando se trata de abstracciones y generalizaciones.

c) Decálogo del buen Maestro de Matemáticas:

Concluyo este Capítulo, con la transcripción del Decálogo del buen Maestro de Matemáticas, tomado de la Obra "La Moderna Enseñanza Dinámica de las Matemáticas", de Francisco Zubieta Russi.

1. IMPARTIR LA CLASE CON EL SOLO PROPOSITO DE ENSEÑAR.

   Proceder con modestia y sinceridad, con verdadero espíritu de servicio, dejando a un lado vanidad y pedantería para poder ser eficiente. No tratar de "apantallar" a los alumnos haciéndose pasar por un sabio.

2. SABER DESPERTAR EN LOS ALUMNOS INTERES POR LO QUE SE ENSEÑA.
La verdadera enseñanza es indagación dialogada, dirigida por el maestro y realizada por el discípulo, quien debe aprender a usar su propia iniciativa ante cada cuestión propuesta.

3. MEDIR CONTINUAMENTE LA EFICACIA DE SU ENSEÑANZA.
Garantizar el aprendizaje mediante interrogatorio adecuado, pruebas, estudio dirigido. Comprobar que lo que aprenden los alumnos corresponde, efectivamente, a lo que enseña.

4. ENSEÑAR CON LIBERTAD, SIN IMPOSICION NI DOGMATISMO.
Respetar la personalidad del estudiante. no tratar de "moldearle" la mente ni de imponerle la personalidad del maestro, porque esto constituye un atentado contra la libertad personal.

5. MOTIVAR LA ENSEÑANZA AL ABORDAR CADA TEMA NUEVO.
Esta motivación es tanto más necesaria, cuanto más abstracto sea o parezca ser el tema de que se trate; recomendación muy valiosa en todos los grados de la enseñanza.

6. IMPARTIR LA ENSEÑANZA AL NIVEL ADECUADO.
En un curso elemental, reducir a un mínimo la exposición teórica de la materia; no perderse en disquisiciones filosóficas; preferir los ejercicios y las aplicaciones que ilustren métodos y teorías.

7. ANTEPONER LOS CONCEPTOS A LAS DEFINICIONES.
Se adquiere el concepto de consideraciones intuitivas y ejemplos ilustrativos convenientemente elegidos. Sin el concepto previamente adquirido, la definición suele ser frase vana que nada dice.

8. PREFERIR LOS METODOS EFECTIVOS A LOS PURAMENTE FORMALES.
Dar preferencia a las definiciones y demostraciones efectivas; no utilizar el rigor formal cuando no sea estrictamente necesario. Recomendación especialmente válida en la enseñanza elemental.

9. POSEER INFORMACION HISTORICA SOBRE LA MATERIA QUE ENSEÑA.
Esta información es muy valiosa para motivar la enseñanza; ella indicará al maestro el mejor camino a seguir para impartir el curso.

10. MANTENERSE AL CORRIENTE DE LOS PROGRESOS DE SU CIENCIA.

Recomendación especialmente válida en la enseñanza superior,- donde la información debe estar siempre al día y enfocada hacia- la investigación.

CONCLUSIONES:

Esta es poco más o menos la situación actual de la enseñanza- de las matemáticas. A todos los niveles se producen quejas, a menudo justificadas, acerca de los discutibles resultados que está alcanzando la nueva matemática con los alumnos a los que se les- enseña; objetivamente, puede decirse que en gran parte de los casos los muchachos calculan mucho peor y más lentamente que hace- tiempo, asimilan un contenido menor de conocimientos y se retrasan en los programas.

Se ha escrito mucho denunciando estos hechos, pero raramente- proponiendo soluciones. La nueva matemática tiene ahora una fama dudosa y se le critica desde muy variados frentes, acusándola de abstracción, de falta de utilidad, de capricho pedagógico, de -- error filosófico, de insania psicológica, y de muchas cosas que- sería prolijo enumerar.

Además, plantea problemas sociológicos nada despreciables, como el derivado de la animadversión casi unánime de aquellos que- no la dominan, pero se ven obligados a enseñarla.

Los viejos profesores de matemáticas hicieron frente a la recien llegada como una imposición desagradable y molesta que les-obliga a abandonar su habitual método de trabajo y cambiarlo por otro totalmente nuevo o incómodo y que apenas conocían.

Por otra parte, numerosos profesores obligados a enseñar una-nueva matemática en cuyos métodos no han sido educados, agravan-el problema, pues al no conocer su oficio con la suficiente pro-fundidad, la enseñanza que imparten es defectuosa... y los alum-nos sufren las consecuencias.

A todo esto, a quienes laboramos en la Escuela Primaria, no -nos queda otra alterantiva: tratar de conocer y dominar cada vez la matemática clásica. Pues no debe olvidarse, que en el fondo,-se trata de una sóla; que evoluciona al ritmo del Progreso.

BIBLIOGRAFIA.

Albarrán, Agustín Antonio
Diccionario de Pedagogía
Siglo Nuevo Editores,S.A.México.

Barone, Luis Roberto
"El Mundo de la Matemática Moderna"
Editorial Las Américas,Buenos Aires,Argentina.

Biblioteca Salvat de Grandes Temas
La Nueva Matemática.

Castelnuevo, Emma.
"Didáctica de la Matemática Moderna"
Editorial Trillas, México.

Consejo Nacional Técnico de la Educación
Programas de Educación Primaria.
Secretaría de Educación Pública, México, 1972.

Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
Libro del Alumno. Matemáticas Quinto Grado.
Secretaría de Educación Pública, México.

Diccionario Enciclopédico.
Selecciones.

Didáctica de la Matemática.
ANUIES.

Enciclopedia
Editorial Salvat.

Enciclopedia Técnica de la Educación
Editorial Santillana Volúmen III.

Enciclopedia Técnica de la Investigación
Volúmen III.

Kontzman,
¿A dónde va la Matemática?
Editorial Siglo XXI.

Matemáticas I, Bachillerato
Juan José Maya Rocha,
Ed. Privada, San Luis Potosí.

Morris Kline
"El Fracaso de la Matemática Moderna"
Editorial Siglo XXI, México.

R. Newman,James.
Sigma. El Mundo de las Matemáticas.
Editorial Grijalbo,S.A.,México, 1980.

Santaló, Luis A.
"La Educación Matemática de Hoy"
Colección Hay que Saber,Edit. Teide.

Texto de Licenciatura en Educación Preescolar y Primaria
Antología de Matemáticas,
Secretaría de Educación Pública, México, 1976.

Zubieta Russi, Francisco,
"La Moderna Enseñanza Dinámica de las Matemáticas"
Editorial Trillas, México, 1972.