SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 099, D. F., PONIENTE

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

ESTRATEGIA CONSTRUCTIVA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS QUE IMPLIQUEN DIVISION EN SEXTO GRADO DE EDUCACION PRIMARIA

MARIA CECILIA PROCOPIO MARTINEZ

MEXICO, D. F. FEBRERO DE 1999.

SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 099, D.F., PONIENTE

ESTRATEGIA CONSTRUCTIVA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLIQUEN DIVISIÓN EN SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN

P R E S E N T A

MARÍA CECILIA PROCOPIO MARTÍNEZ

MEXICO, D.F. FEBRERO DE 1999

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

MCM 19/III/03

DICTAMEN DE TRABAJO PARA TITULACION

Mèxico, D.F., 28 de Enero de 1999

C. MARIA CECILIA PROCOPIO MARTINEZ .

En mi calidad de Presidente de la Comisiòn de Titulaciòn y como resultado del anàlisis realizado a su trabajo, titulado: "ESTRATEGIA CONSTRUCTIVA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS QUE IMPLIQUEN DIVISION EN SEXTO GRADO DE EDUCACION PRIMARIA"

opciòn Tesina a propuesta de la Profra. Rosa Elena Safont Magnani

manifiesto a usted que reùne los requisitos acadèmicos establecidos al respecto por la Instituciòn.

Por lo anterior se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su Examen Profesional.

ATENTAMENTE
EDUCAR PARA TRANSFORMAR

Quintanilla

MTRA. GUADALUPE G. QUINTANILLA CALDERON.
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN 099 D.F. PONIENTE.

ÍNDICE

Página

En esta investigación se detectó un problema en la enseñanza de las matemáticas, las dificultades que presentan los alumnos de sexto grado de primaria en la resolución de problemas en donde se aplica la división.

Es a través del desarrollo de una alternativa de intervención pedagógica cono se resuelve la problemática planteada, por medio de una secuencia didáctica para la resolución de problemas fundamentada en la didáctica constructivista.

La propuesta surgió del proceso de comprender e innovar mi práctica docente a través de la elaboración de un proyecto de intervención pedagógica referido a los contenidos escolares.

"El proyecto de innovación es una herramienta teórico-práctica para explicar y valorar un problema significativo en la práctica docente, proponiendo mejoras en el quehacer docente profesional en relación al problema, en las condiciones concretas para su aplicación, además, constatar mediante el seguimiento, reflexión y evaluación de los aspectos propositivos aplicados".[2]

Por lo que se inició una serie de cambios, en la forma de enseñanza que fueron transcendentales en el mejoramiento del rendimiento de los alumnos.

Además la presentación de esta propuesta de intervención pedagógica como documento recepcional para obtener el título profesional, una vez concluido el plan de estudios de la Licenciatura en Educación.

Espero que la presentación de este trabajo permita al lector interesado conocer una manera en cómo se puede desarrollar la enseñanza de un contenido matemático a través de la resolución de problemas.

---

[2] UPN, "Proyectos de innovación", Guía del estudiante, LE '94, México, 1997, p.5.

CAPÍTULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1 Antecedentes.

La enseñanza de las matemáticas es un problema que ha preocupado desde que la enseñanza escolarizada existe. Como resultado de tal problemática se han producido diversas aportaciones teóricas para resolver en la práctica sus dificultades.

Actualmente, la educación se encuentra en crisis en todos los niveles y la educación matemática participa relevantemente en ella. Algunos síntomas son: "elevados índices de reprobación, que los jóvenes eludan carreras profesionales por el hecho de incluir matemáticas en su plan de estudios, la manifestación de que la matemática es una ciencia para unos cuantos, incapacidad de los estudiantes para resolver problemas matemáticos elementales de la vida diaria".[3]

Esta crisis tiene diversas causas: "La enseñanza de las matemáticas se ha centrado principalmente una didáctica desde una perspectiva conductista y reduccionista. Las matemáticas en el aula tienen la misma organización (aritmética, geometría, álgebra, etc.) y prácticamente los mismos contenidos que en el siglo XIX; incorporando solamente algunas técnicas de enseñanza y algunos recursos didácticos del siglo XX".[4]

Con estos elementos estamos preparando a las generaciones del siglo XXI, los cuáles tendrán necesidad de una formación que les permita hacer frente a los complejos problemas que seguramente encontrarán.

Es necesario, entonces, cuestionar nuestra práctica docente y el contexto en que se da para buscar alternativas que nos permita salir de esta crisis educativa.

---

[3] Rodolfo Méndez Balderas, "La enseñanza de las matemáticas, ¿un problema didáctico?,"en : La enseñanza de las matemáticas, cero en conducta, Año 1, Número 4, marzo-abril, México, 1986, p. 6.

[4] Ibídem, p. 7.

Durante el transcurso de mi práctica docente en los diferentes grados escolares de primaria, he encontrado dificultades en la resolución de problemas matemáticos por parte de los alumnos, como son: falta de interés, uso de operaciones inadecuadas, datos mal aplicados, falta de comprensión del problema, etc., que se ve reflejado en el aprovechamiento en la respectiva asignatura.

Los alumnos son pocos creativos en el uso de herramientas matemáticas, porque en clase de matemáticas, aún en las clases de problemas, las cosas se hacen de un modo único, de la manera que se convino es la "matemática", que incluye la aplicación de operaciones y fórmulas. No se da cabida a otros recursos matemáticos principalmente conocimientos y estrategias que se han desarrollado total o parcialmente fuera de la escuela.

Los problemas escogidos para plantearse en clase suelen estar estandarizados para que siempre se aplique una operación específica, frecuentemente, la pregunta del alumno frente al problema es: ¿con qué operación o fórmula se resolverá este problema? La búsqueda de una solución deja de ser creativa al no saber aplicar los elementos con los que se cuenta.

Algunas veces, los alumnos resuelven los problemas de matemáticas recurriendo a estos recursos, pero pronto aprenden que esto es incorrecto que debieron haber puesto "la operación". En el mejor de los casos los alumnos siguen utilizando estos recursos a escondidas o al contrario, dejan de hacerlos, y si aún no dominan otro recurso, se quedan bloqueados o eligen una operación al azar.

"El sentido de un algoritmo está dado por los problemas que permite resolver, como por los procedimientos largos y no sistemáticos que el algoritmo sustituye".[5] Sin embargo, en la enseñanza escolar ambas fuentes del sentido de los algoritmos tienden a estar ausentes.

Los algoritmos se suelen enseñar separadamente de los problemas, e incluso antes que los problemas, esas largas y numerosas horas dedican a dominar la técnica de un algoritmo fuera del contexto producen, en el mejor de los casos, destreza en una técnica algorítmica vacía de significado: aprender a

---

[5] David Block y Martha Dávila, "La matemática expulsada de la escuela", en: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, Lecturas, SEP, México, 1995, p. 13.

dividir, con un sofisticado procedimiento, pero no saben cuándo dividir. Por otro lado, nunca se da un espacio en el que los alumnos desarrolla en por si mismos procedimientos de resolución informales, previamente a la enseñanza del algoritmo, de tal forma que el algoritmo no es para ellos una herramienta que evita esfuerzos, ahorra tiempo, etc.

"Un algoritmo es una forma de resolver una operación, pero la variedad de problemas que se resuelven con una operación puede ser muy grande. Reconocerlos implica un proceso en el que, durante un tiempo, se ponen en juego nuevamente procesos informales hasta que más adelante se descubre que aquella operación los resuelve, cuando esto sucede, se ha enriquecido el significado de tal operación tiene para el alumno."[6]

Por el contrario, los alumnos han aprendido que los procedimientos informales no son válidos, consecuentemente ya no los usan y por lo tanto, cuando se enfrentan a los numerosos problemas en los que todavía no logran identificar "la operación" con la que "se deben" resolver, recurren al descifrado de pistas dadas por el maestro o por el texto mismo, o bien, a la selección al azar.

Una de las causas que originan este complejo problema es la concepción misma de lo que son las matemáticas y de cómo se aprenden que hemos heredado y compartido socialmente.

Los estudios epistemológicos, psicológicos y didácticos nos permiten, cuestionar la concepción de las matemáticas en la escuela primaria, que es una construcción colectiva que como toda concepción social, ha ido cambiando paulatinamente.

"Si la matemática es una colección de relaciones formales y establecidas, no hay lugar a discutir; cuando mucho, sólo a preguntar o a equivocarse. Pero si matemáticas son también ideas y producciones de los alumnos, generadas a raíz de un problema, entonces puede haber lugar al debate y a la demostración."[7]

---

[6] Ibídem, p.14.
[7] Ibídem, p.24.

Entraría aquí, entonces nuestra concepción de que son las matemáticas: un conjunto de contenidos definidos formalmente o una capacidad, una manera de actuar, de proceder frente a diversos problemas.

"Atendiendo a los objetivos señalados como prioritarios en la enseñanza escolar, se define "saber matemáticas" como tener la capacidad de usar flexiblemente herramientas matemáticas para resolver los problemas que se nos presentan en nuestra vida diaria."[8]

Se concluye que saber matemáticas ya no son sólo los contenidos formales, sino también la capacidad de pensar matemáticamente, de generar y crear procesos no formales para resolver problemas.

Por lo expuesto anteriormente, no se ha logrado que cumpla satisfactoriamente la práctica escolar una de sus funciones: desarrollar la capacidad de los alumnos para resolver problemas utilizando los conocimientos matemáticos con los que se cuentan.

El mejoramiento de la enseñanza no depende de un solo factor, además de las concepciones sobre el contenido, acerca del aprendizaje y la enseñanza, hay numerosos factores que influyen, presionan o posibilitan el trabajo docente: tiempo disponible de clase, programa escolar, exámenes externos, expectativas de los padres, condiciones laborales, etc.

Para lo cual fue necesario investigar sus posibles causas en el grupo escolar actual, a través de la investigación educativa y dar una alternativa de solución a la problemática significativa mejorando el aprendizaje de los alumnos.

[8] Ibidem, p. 10.

1.2 Contexto social.

La escuela primaria donde se llevó la investigación se llama "Fernando Montes de Oca", en el turno matutino.

El personal con el que cuenta el plantel es: directora, secretaria, veinte maestros con grupo, dos maestros de educación física, personal de Educación Especial, conserje y tres trabajadores manuales.

El edificio escolar cuenta con cuatro niveles, en cada uno hay cinco aulas, separado de este edificio está la sala de vídeo, bodegas, biblioteca, cooperativa, dirección, salón de Educación Especial, áreas verdes y un patio con canchas de basquetbol y voleibol.

Se encuentra ubica en la zona urbana de la delegación Cuajimalpa de Morelos,D.F.

"Cuajimalpa proviene del náhualt que significa "sobre las astillas de madera" o "lugar dónde se labra o talla madera".

Colindancias.

La delegación Cuajimalpa de Morelos se localiza al suroeste del D.F., limita al norte con la Delegación Miguel Hidalgo y el municipio de Huixquilucan en el Estado de México; al sur con los municipios de Jalatlaco y Ocoyoacac, al oriente con la Delegación Alvaro Obregón y al poniente con los municipios de Ocoyoacac y Huixquilucan, perteneciente al estado de México.

Las coordenadas extremas son: norte 19°24'07", al sur 19°13'10", al este 99°14'46", al oeste 99°22'04".

Superficie.

Ocupa una superficie de 76.88 km2 de los cuales el 23.2% corresponden a la zona urbana y el 76.8% a la zona de conservación ecológica.

Orografía.

La Delegación cuenta con dos elevaciones importantes:

- Volcán La Palma 3,800 metros sobre el nivel del mar.
- Cerro El Ángel 3,330 metros sobre el nivel del mar.

La sede delegacional se encuentra a 2760 metros sobre el nivel del mar.

Hidrografía.

La Delegación pertenece a la cuenca del río Moctezuma de la subcuenca Lago Texcoco-Zumpango.

Las principales corrientes son:

- Río Santo desierto.
- Arroyo Agua de Leones.
- Arroyo El Borracho.
- Arroyo Hondo.

Clima.

El clima predominante es semi frío con alto grado de humedad. La temperatura media anual es de 10°C a 12°C. La precipitación pluvial anual es de 1,200 a 1,500 mm.

Principales vías de comunicación.

La estructura vial de la Delegación comprende carreteras de integración regional: Paseo Reforma Cuajimalpa (antes Carretera Federal México-Toluca) Autopista Chamapa- La venta y la Autopista México-Toluca.

También cuenta con vialidades primarias tales como: Av. José María Castorena, Av. Pastores, Av. Juárez, Av. Veracruz, Av. Arteaga y Salazar, Av. Carlos Echánove, Vialidad La Palma, Tlapexco, Paseo de Los Laureles.

Las que forman la estructura inerdelegacional de conexión con el estado de México son: Camino al Olivo, San José de los Cedros, Jesús del Monte y Av. México. Las de conexión con otras delegaciones: Camino al Desierto d los Leones, Carretera San Mateo- Santa Lucía, Bosques de Reforma."[9]

Esta situación le confiere una función estratégica a la Delegación:

- Representa un significativo papel en la generación de oxígeno y en la filtración de contaminantes atmosféricos, dada la extensa zona boscosa.
- Recibe las precipitaciones más altas del D.F., al contar con un sistema de barrancas, cañadas y corrientes superficiales de agua que en su conjunto, juegan un papel muy importante en la recarga de acuíferos y en la regulación del clima.
- Cuenta con características topográficas favorables para la conservación de la flora y fauna nativa del Valle de México.
- Constituye una zona con amplias posibilidades para la recreación, la cultura, el deporte y el contacto con la naturaleza para todos los sectores de la población.

[9] Secretaría de Desarrollo Urbano y Vivienda, "Datos Generales", en: Cuajimalpa de Morelos, Monografía, D.D.F., México, 1997, p.15.

1.2.1 Características del grupo escolar.

Mi labor docente es con un grupo de sexto año de primaria compuesto de 29 alumnos, con edades que fluctúan entre los 11 a 12 años.

Cuyos rasgos fundamentales son: la capacidad de abstracción, gran despliegue de actividad, la extroversión, la autonomía afectiva en relación con los padres, el equilibrio; al mismo tiempo aparece la crisis de la pubertad, de la preadolescencia, manifestándose por: ensimismamiento, ampliación del mundo subjetivo, pérdida de serenidad interior, espontaneidad y estabilidad emocional, búsqueda del sentido de la vida e inicio consciente de afirmación de su propia identidad.

Al inicio de todo aprendizaje se debe tomar en cuenta las experiencias personales del alumno: sus antecedentes en cuanto a hábitos, habilidades, destrezas, capacidades y conocimientos previos; así como el grado de desarrollo individual para detectar las características psicológicas, condiciones físicas y socieconómicas del niño que son necesarias para el óptimo desarrollo en el proceso enseñanza-aprendizaje.

El desenvolvimiento de las capacidades biológicas, psicológicas y sociales, se realizan durante el desarrollo infantil en forma unitaria, fundidas en una sola pieza. Sólo para fines de estudio se trata el proceso dividiéndolo en tres aspectos fundamentales:

1. El desarrollo cognoscitivo.

"Es el producto de la organización, asimilación y modificación de las experiencias que el niño tiene frente al mundo que lo rodea".[10]

Respecto al escolar del sexto grado, su desarrollo cognoscitivo se presenta en la forma siguiente:

- Maneja y reconoce las transposiciones, contrastes, ejes de referencia, lateridad y la simetría.
- Emplea patrones de medida.
- Aplica variadas operaciones matemáticas.
- Cuantifica objetos.
- Precisa el tiempo y espacio.

---

[10] SEP, "Curso Básico para Profesores de Educación Primaria", México, 1985, p.2.

- Su pensamiento es organizado y sistemático.
- Anticipa resultados y prevé consecuencias.
- Aprecia las deformaciones de figuras proyectadas.
- Refleja capacidad para producir modelos a escala, tridimensionales y cuantifica figuras volumétricas.

2. Desarrollo socioafectivo.

"Se refiere a las expresiones emocionales de alegría y de felicidad, tristeza y desconsuelo, ira y enojo, que son experiencias o vivencias afectivas relacionadas con la satisfacción de las necesidades humanas"[11].

Algunos rasgos socioafectivos que presentan los alumnos son:

- Oscilar entre la supervaloración y el desprecio.
- El de alternar intencionalmente el aislamiento con la convivencia.
- Desbordar su emoción ante hechos que le satisfacen.
- Se esfuerza por hacer reconocer su individualidad y autonomía.
- Ocasionalmente se torna flexible para asumir mayores responsabilidades.
- Por conveniencia propia asume roles aparentando ser conformista o seguidor de ellos.
- Asume diversas formas de conducta adaptativa.
- Le afligen su crecimiento, desarrollo y madurez del cuerpo.
- Es inseguro de sí mismo.
- Suele recurrir a solicitar orientación con algún adulto fuera del círculo escolar y familiar.
- Su desconfianza hacia los padres le generan ansiedad.
- Se torna brusco en el hablar.
- Rehusa comportarse como se le indica.
- Desea ser diferente a sus progenitores.
- Reconoce el valor de la justicia.

3. El desarrollo psicomotriz.

"Es la serie de movimientos corporales que el niño realiza a través de la estimulación de su sistema nervioso, facilitando el equilibrio que se requiere para ejecutar las distintas posiciones del organismo"[12].

---

[11] Ibídem, p.3.
[12] Ibídem, p. 2.

La psicomotricidad ayuda a que el niño a través del movimiento, perciba la realidad de su entorno social por medio de sensaciones y percepciones.

- Organiza y controla mejor las relaciones espacio-temporales.
- Es capaz de combinar destrezas para realizar movimientos complejos.
- Reafirma el concepto de lateridad de sí mismo y los objetos.
- Adquiere conciencia y control de sus posibilidades motrices.
- Gusta de la competencia para equilibrar su afán de comprobar sus posibilidades motrices y participación como un miembro de un grupo.

1.2.2 Características socieconómicas del grupo.

Las familias de los alumnos viven en la Delegación de Cuajimalpa cuyos aspectos socieconómicos son:

"Principales indicadores socieconómicos.

Indicador	Cantidad
Población (1995)	136,643
Hombres	66,153
Mujeres	70,490
Población de 5 años o más	
De lengua indígena (1990)	1,045
Densidad de población (hab/ha)	56

El índice de crecimiento promedio anual en los últimos veinte años ha sido de 6.1%; es decir por encima del nivel nacional (2.6%), del área Metropolitana (2.65), constituyéndose en una de las tasas de crecimiento poblacional más elevadas, no obstante que el promedio de hijos vivos por mujer se redujo de 3.4 a 2.2 en el mismo periodo.

El alto grado de crecimiento esta vinculado en gran medida a los movimientos migratorios de población tanto del propio D.F. como de otras entidades federativas de la República Mexicana particularmente procedentes del estado de México, Michoacán, Puebla y Guanajuato, lo cual a su vez esta vinculado con el crecimiento de las inversiones en servicios de alto nivel y en infraestructura vial de tipo regional.

Indicadores de marginalidad (1990)	
7.9 %	Analfabetismo (15 o más).
11.4 %	Viviendas particulares sin drenaje ni excusados.
1.5 %	Viviendas particulares sin energía eléctrica.
5.9 %	Viviendas sin agua entubada.
5.4 %	Viviendas particulares con piso de tierra.
66.4 %	PEA con 2 salarios mínimos o menos.

La caracterización de la vivienda en la zona es de nivel bajo y medio, mezclado con comercios y servicios, donde habitan un promedio de 5.1 miembros.

PEA (mayor de 12 años) 1990	30,792
Ocupados	30,622
Desocupados	170
Población económicamente inactiva	28, 185".[13]

En 1990, de la población mayor a 12 años, el 24.1% no cursó ningún grado escolar o tiene primaria incompleta; las personas que concluyeron sus estudios primarios sumaron el 32.5%. Un 24.7% cursaron secundaria o estudios comerciales completos; un 11.7% terminaron sus estudios de bachillerato, técnicos o comerciales y únicamente el 5.5% tienen un grado profesional.

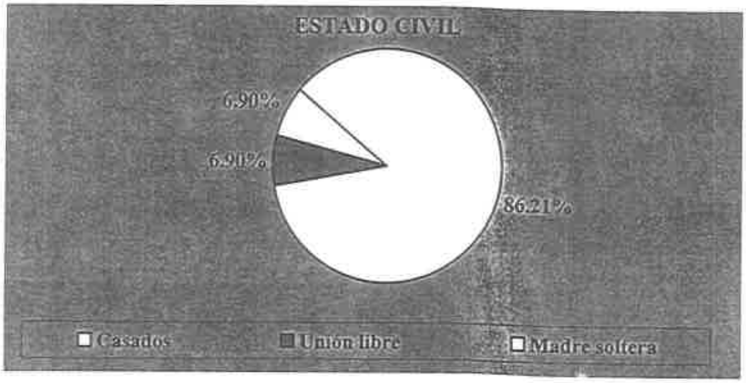
De acuerdo con el Censo General de Población y Vivienda de 1990, el 31.7% de la PEA se dedicaba entonces a actividades industriales, el 14.1% trabajaba en el comercio y el 52.9% en el sector de los servicios, incluyendo comunicaciones y transporte. En el sector primario únicamente se desempeñaba el 1.3% del personal ocupado.

Para conocer más detalladamente la situación familiar de los educandos se realizó un estudio socieconómico (Anexo 1) a los 29 padres de familia del grupo de 6º."C" de la escuela "Fernando Montes de Oca", que se presenta a continuación:

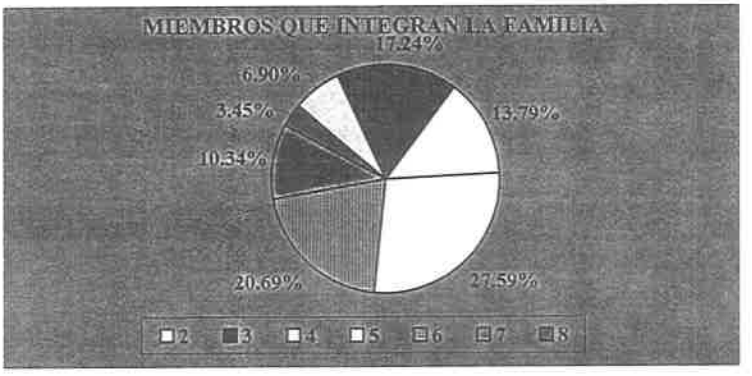
---

[13] INEGI. Censo General de Población y Vivienda 1990 y Conteo de Población y Vivienda 1995, "Principales Indicadores Socioeconómicos" en: Cuajimalpa de Morelos, Monografía, D.D.F., México, 1997, p.55-56.

Estado civil	Casos	Porcentaje
Casados	25	86.20%
Unión libre	2	6.90%
Madre soltera	2	6.90%
Total	29	100.00%



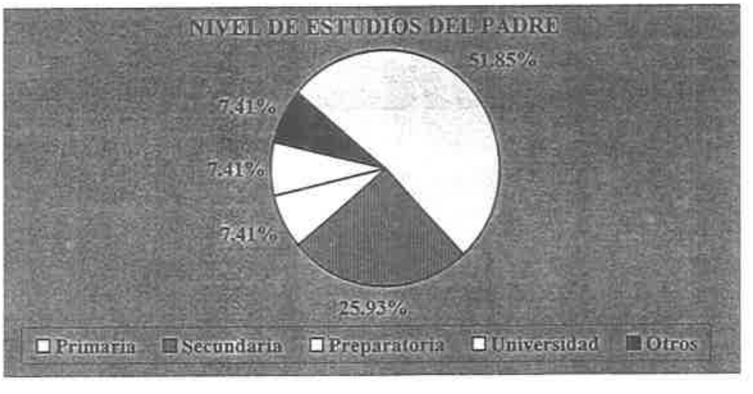
Miembros	Casos	Porcentaje
2	2	6.90%
3	5	17.24%
4	4	13.79%
5	8	27.59%
6	6	20.69%
7	3	10.34%
8	1	3.45%
Total	29	100.00%



El promedio es de 3 a 4 hijos por familia.

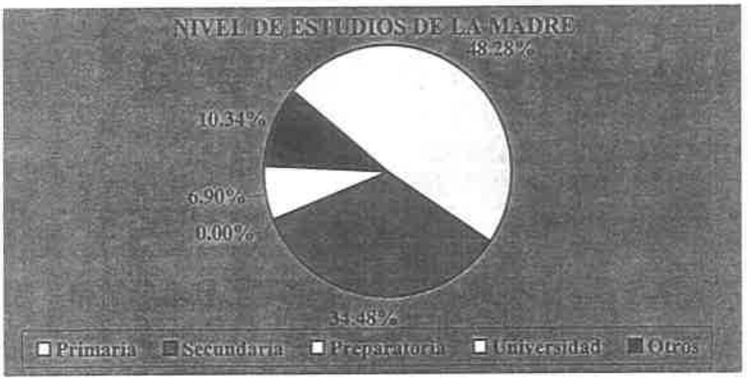
Nivel máximo de estudios

PADRE	Casos	Porcentaje
Primaria	14	51.85%
Secundaria	7	25.93%
Preparatoria	2	7.41%
Universidad	2	7.41%
Otros	2	7.41%
Total	27	100.00%



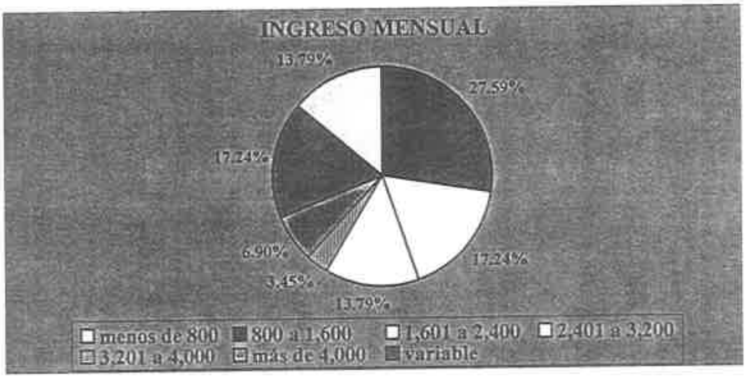
Nivel máximo de estudios

MADRE	Casos	Porcentaje
Primaria	14	48.28%
Secundaria	10	34.48%
Preparatoria	0	0.00%
Universidad	2	6.90%
Otros	3	10.34%
Total	29	100.00%



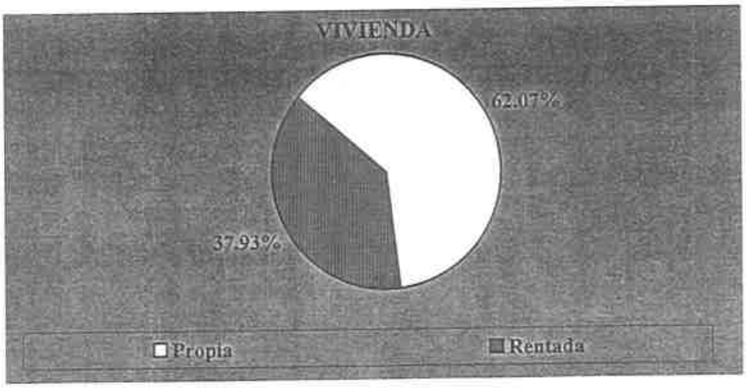
El nivel de estudios de los padres influye en la educación de sus hijos.

Ingreso mensual $	Casos	Porcentaje
menos de 800	4	13.79%
800 a 1,600	8	27.59%
1,601 a 2,400	5	17.24%
2,401 a 3,200	4	13.79%
3,201 a 4,000	1	3.45%
más de 4,000	2	6.90%
variable	5	17.24%
Total	29	100.00%



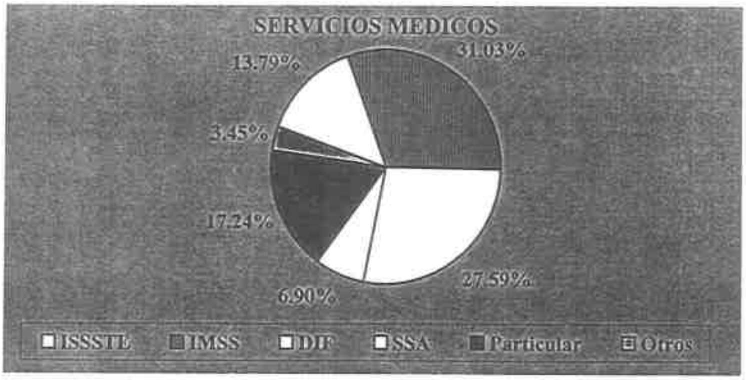
En los datos se observa que el 58.6% de los casos ganan menos de tres salarios mínimos por lo que se considera un nivel de vida bajo y que sólo pueden cubrir sus necesidades básicas.

Vivienda	Casos	Porcentaje
Propia	18	62.07%
Rentada	11	37.93%
Total	29	100.00%

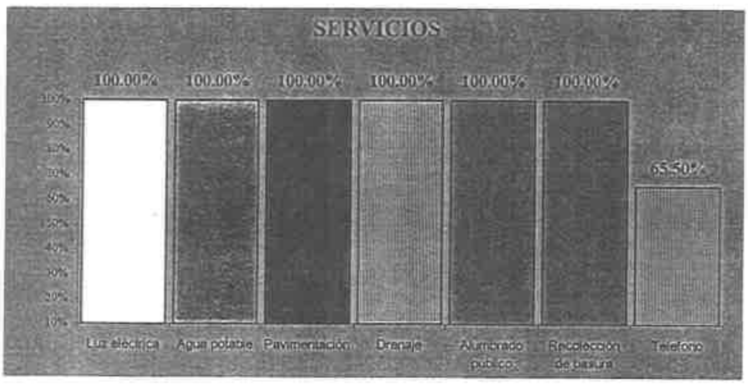


Un poco más de la mitad no tiene que preocuparse por pagar renta.

Servicios médicos	Casos	Porcentaje
ISSSTE	4	13.79%
IMSS	9	31.03%
DIF	8	27.59%
SSA	2	6.90%
Particular	5	17.24%
Otros	1	3.45%
Total	29	100.00%

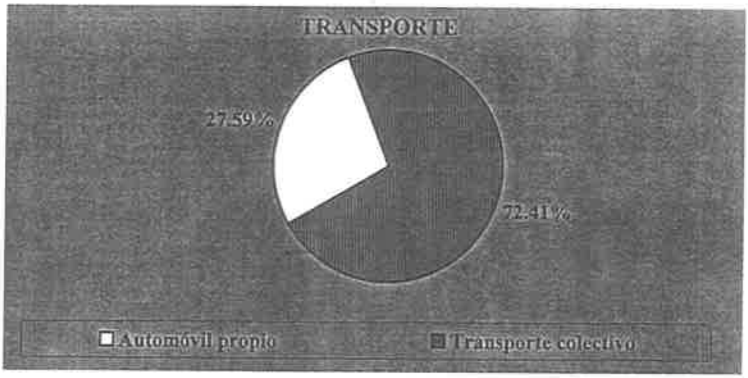


La mayoría de las familias utilizan los servicios públicos de salud.

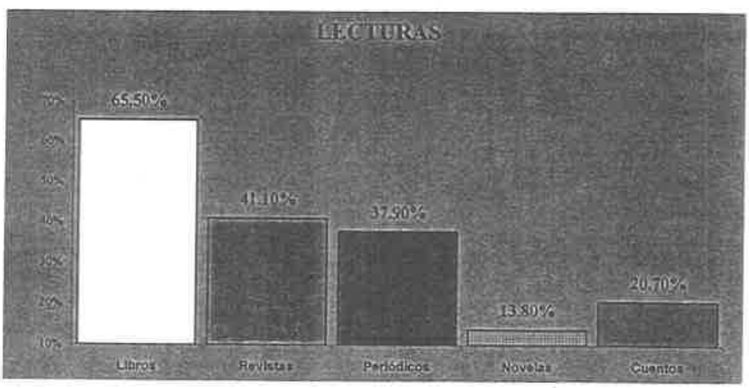


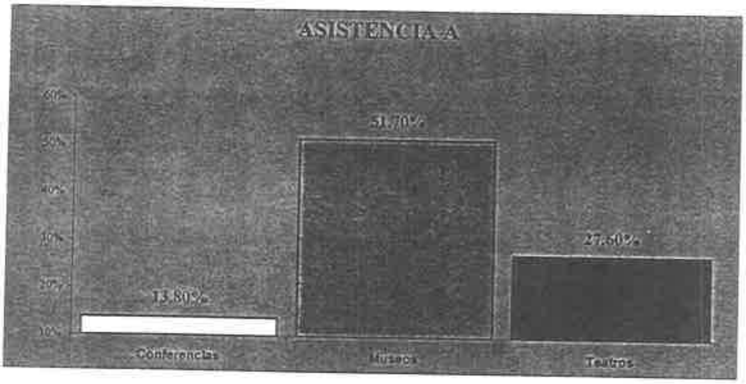
La zona donde habitan tiene todos los servicios públicos.

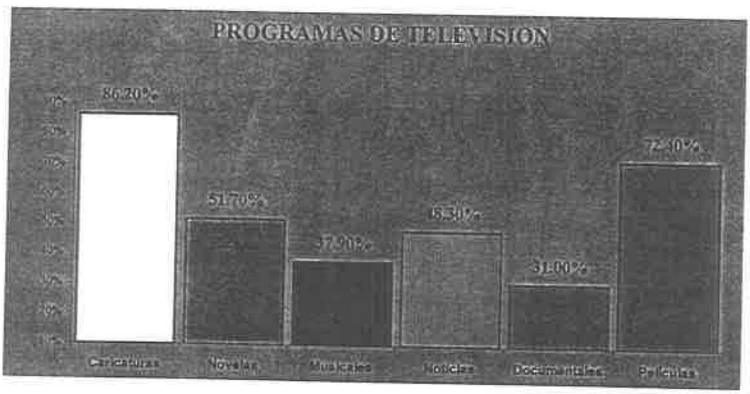
Transporte que usan	Casos	Porcentaje
Automóvil propio	8	27.59%
Transporte colectivo	21	72.41%
Total	29	100.00%



Actividades culturales







La información nos da un panorama del entorno cultural en que esta inmerso el educando.

El nivel sociocultural de la familia es determinante en la adaptación del niño a la escuela, por ejemplo el amplio o reducido vocabulario, propicia o retarda los procesos de socialización y de adquisición de conocimientos.

1.3 Diagnóstico pedagógico.

"Es el análisis de la problemática significativa que se está dando en la práctica docente en el grupo escolar".[14]

La investigación se llevó a cabo en el grupo de sexto grado, integrado por 29 alumnos de la escuela primaria "Fernando Montes de Oca", turno matutino, en el ciclo escolar 1997-1998.

Primeramente se realizó el diagnóstico en el mes de septiembre, aplicando un cuestionario a los alumnos sobre la asignatura de matemáticas, obteniendo las respuestas en general del alumnado, que determinaron que la resolución de problemas es la problemática del grupo.

1. ¿Qué son las matemáticas para ti?

Materia en la que tienes que pensar muy bien, antes de contestar un problema o resolver una operación.

2. ¿Para qué te sirve saber matemáticas?

Para hacer operaciones básicas y poder resolver problemas de casa, de compras, de la escuela, etc.

Las matemáticas son para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas.

Para aprender, los alumnos necesitan "hacer matemáticas", es decir precisan enfrentar numerosas situaciones que les presente un problema, un reto y generar sus propios recursos para resolverlas, utilizando los recursos que ya poseen.

3. ¿Qué te agrada y desagrada de la materia? ¿Por qué?

Agrada hacer operaciones sencillas, desagrada las operaciones de suma y resta de fracciones, resolver problemas, porque son difíciles, no se entienden, no dicen que operación hay que aplicar.

---

[14] UPN, "Contexto y valoración de la práctica docente", Antología Básica, LEP'94, SEP, México, 1995, p. 40.

Las operaciones son concebidas como instrumentos que permiten resolver problemas; el significado y sentido deriva de las situaciones que se resuelvan con ellas.

Los conocimientos matemáticos y los problemas no pueden separarse. No se trata de "aprender" matemáticas para después "aplicarlas" a la resolución de problemas, sino de aprender matemáticas al resolver problemas.

4. ¿Que son los problemas?

Enunciado que trae números o cantidades y que se puede resolver con operaciones para sacar el resultado.

Modo de resolver operaciones y pensar cual se va a usar.

Son ejercicios que se ponen para poder ejercitar más la mente, para poder saber hacer las cosas como se indican.

Es una dificultad en saber cual es la respuesta de una operación.

Problema: es una cuestión práctica en la que hay que determinar cantidades desconocidas llamadas incógnitas, por medio de sus relaciones con cantidades conocidas, llamadas datos del problema.

"Un problema es una tarea o situación en la cual aparecen los siguientes componentes:

a) La existencia de un interés: una persona o un grupo de individuos quiere o necesita una solución.
b) La no existencia de una solución inmediata: no hay procedimiento o regla que garantice la solución de la tarea.
c) La presencia de diversos caminos o métodos de solución (algebraico, geométrico, numérico). Aquí, también se considera la posibilidad de que el problema pueda tener más de una solución."[15]

La atención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esta tarea. Es decir, un problema es tal hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

---

[15] Luz Manuel Santos Trigo, "Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas", Didáctica, Lecturas, Iberoamericana, México,1996. P. 36.

5. ¿Cómo los resuelves?
Leyendo para comprender el problema, captar en la pregunta que operación lo resuelve para obtener el resultado.

"La resolución de problemas es una forma de pensar en la que el estudiante muestra una diversidad de estrategias en los diferentes momentos del proceso de resolver algún problema".[16]

El uso de estas estrategias se relaciona directamente con las ideas o concepciones que el individuo tenga acerca de las matemáticas.

6. ¿Los problemas los realizas individualmente o por equipo?
Individualmente.

Trabajando en parejas o en pequeños grupos, los estudiantes tienen la oportunidad de validar sus razonamientos y sus conjeturas. Pueden discutir sus puntos de desacuerdo y argumentar el sentido de sus soluciones.

"Cuando los estudiantes encuentran un ambiente en el salón de clases que les permita pensar y razonar acerca de las matemáticas y comunicar sus resultados a otros basándose en un argumento, se enfrentan a la necesidad de organizar y presentar sus ideas en forma convincente."[17]

Los estudiantes aprenden matemáticas sólo cuando ellos mismos construyen sus propias ideas matemáticas.

7. ¿Los problemas son fáciles o difíciles? ¿Por qué?
Son fáciles cuando se obtiene rápidamente la operación que se debe hacer y tiene que realizar sólo una operación.

Son difíciles cuando es largo por tener que realizar muchas operaciones, no se entiende, es complicado encontrar la operación.

Cuando el aprendizaje es visto como una construcción y reorganización de conocimientos, entonces se puede identificar las diferentes formas en que cada estudiante aprende.

---

[16] Ibídem, p. 127.
[17] Ibídem, p. 91

Es importante reconocer los diversos estilos de aprender entre los estudiantes y así promover actividades de aprendizaje compatibles con tales formas de aprender o interactuar con el contenido matemático.

8. ¿Qué operación se te dificultad para resolver un problema?
   No saber cuando se va a aplicar la división para resolver un problema.

Por lo que fue necesario conocer las concepciones de los niños sobre la división, las dificultades de los problemas, los obstáculos que encuentran en la construcción del concepto, la gama de estrategias con que cuentan y las representaciones que hacen de los problemas que se plantean.

Para lo cual se aplicó un segundo cuestionario para conocer los referentes que tienen los alumnos sobre la conceptualización de la división.

1. ¿Qué es una división?
   Es una operación que sirve para repartir cantidades en partes iguales.

2. Haz una división.

$$
\begin{array}{r|r}
 & 15 \\ \cline{2-2}
85 & 1275 \\
 & 425 \\
 & 0
\end{array}
$$

El procedimiento del algoritmo de la división es correcto en los alumnos.

3. ¿Para que sirve dividir?
   Para repartir algo en partes iguales a cada uno de los participantes.

4. ¿Cuándo haces división?
   Cuando hay necesidad de repartir objetos, en la escuela, casa y jugando; cuando se quiere partir en partes iguales en problemas, tareas y en los libros de matemáticas; cuando no se puede sumar, restar y multiplicar.

5. ¿Al repartir dinero o partir un pastel es una división?
   Todos lo consideran como división.

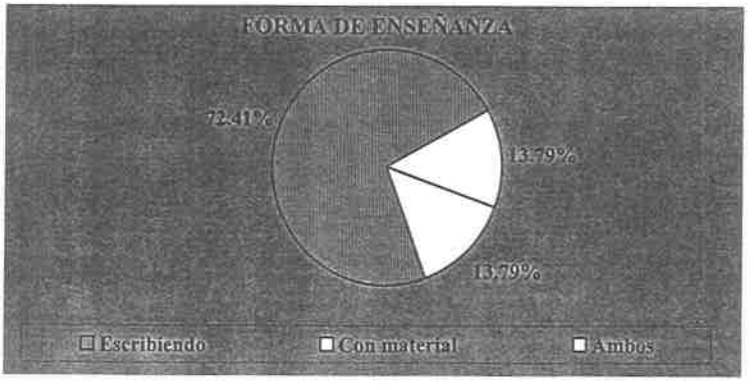
División: "Es la operación aritmética, por medio de la cual podemos conocer el número de veces que una cantidad contiene a otra."[18]

La división consiste en dividir una cantidad en un número determinado de partes, su finalidad es conocer cómo se integra o de cuántas unidades se forma cada una de esas partes.

La cantidad que se desea fraccionar o dividir se llama dividendo, el número de partes o veces en las que se quiere fraccionar el dividendo se denomina divisor, al número de unidades que integrarán cada una de las partes que indica el divisor se nombra cociente, al remanente que no forma una parte entera se denomina residuo.

1. ¿Cómo enseñarías a dividir con material o escribiendo?

Forma de Enseñanza	Casos	Porcentaje
Escribiendo	21	72.41%
Con material	4	13.79%
Ambos	4	13.79%
Total	29	100.00%

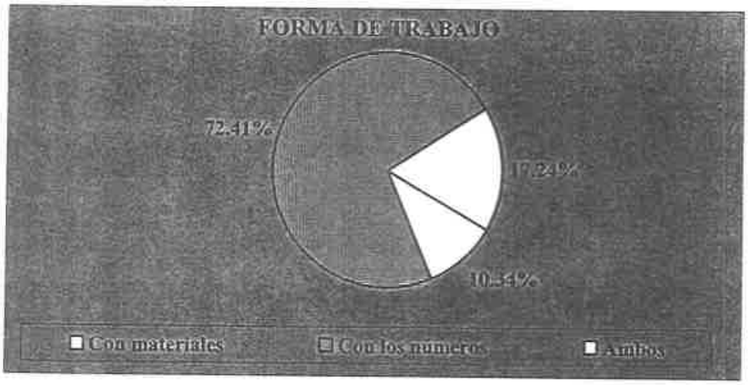


Se observa la forma en que la mayoría de los alumnos han aprendido la operación, por medio del algoritmo.

[18] Oscar Pruneda Portilla, "Matemáticas Básicas", Nova Grupo, México, 1993, p. 43.

2. ¿Qué es más importante saber lo que haces con los materiales o saber lo que haces con los números?

Forma de Trabajo	Casos	Porcentaje
Con los materiales	3	10.34%
Con los números	21	72.41%
Ambos	5	17.24%
Total	29	100.00%



La mayoría da importancia al uso de números utilizando cuaderno y lápiz solamente, demostrando que así han aprendido el manejo de la operación.

Las preguntas infieren actividades que el alumno realiza cotidianamente.

Es evidente que el actual sistema educativo exige que el niño sacrifique su capacidad de razonar y de actuar de acuerdo a sus intereses propios, concretos y claramente definidos, en pro de los intereses del adulto formulados a un nivel demasiado abstracto e inteligible para el niño, quien no sólo se habitúa a actuar porque se lo mandan y sin comprender lo que hace sino que, aceptando como modelo de conducta las normas que rigen en la escuela, aprender a utilizar el papel y el lápiz que aprender a utilizar las cosas.

Problemas de diagnóstico.

Para detectar las dificultades y las estrategias que utilizan los alumnos cuando tienen que aplicar división en la resolución de problemas, se llevó a cabo la aplicación de cuatro problemas de diagnóstico, en el mes de octubre de 1997.

En los días de aplicación se dieron las mismas indicaciones específicas para la resolución de cada uno de los problemas.

a) Se les indicó a los alumnos se colocarán en parejas, con quien quisieran trabajar para resolver un problema.

b) Se les repartió hojas a cada equipo, escribieron la fecha y el nombre de los integrantes.

c) Después el problema que estaba escrito en el pizarrón.

d) Se les indicó que lo podían resolver como quisieran, con dibujos, operaciones o lo que ellos consideraban necesario, lo que se trataba es en hallar la solución.

e) Que anotaran o describieran el procedimiento empleado para resolverlo.

f) Al terminar el trabajo lo entregaran.

Análisis de resultados.

Primer problema: De reparto.
En la secundaria hay 360 alumnos, repartidos en partes iguales en 15 salones.
¿Cuántos alumnos hay en cada salón?

1. Comprensión del problema.
Se comprendió que debía repartir los alumnos en los salones.
Datos: 360 alumnos y 15 salones.
Condición: repartir la misma cantidad de alumnos en los salones de la secundaria.
Incógnita: encontrar el número de alumnos en cada salón.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Todos los alumnos utilizaron la división como estrategia para resolver el problema.

Dividieron el número de alumnos entre la cantidad de salones.

$$360 : 15 = 24$$

3. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.

Obtuvieron como resultado 24 alumnos por salón, que fue correcto en todos los alumnos.

Segundo problema: De agrupamiento o tasativo:

Tengo 15 manzanas, me comí ayer 1/3 parte del total.

¿Cuántas manzanas me comí?

1. Comprensión del problema.

Los alumnos comprendieron que se debía agrupar las manzanas en tres partes iguales para encontrar la respuesta.

Datos: 15 manzanas y se comió 1/3 parte del total.

Condición: La tercera parte de un conjunto de manzanas.

Incógnita: Saber el número de manzanas que se comió.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Nueve equipos lo resolvieron gráficamente:

- ocho equipos dibujaron las manzanas, colocándolas en filas de 5 elementos, para tener 3 subgrupos, marcando o agrupando una sola fila que representa la tercera parte del total.
- Otro equipo, dibujando también las manzanas, las repartieron en tres partes, quitando las que me comí, contaron cuántas sobraban y las restaron al total de las manzanas.

Cinco equipos utilizaron la operación de la división:

Para repartir en tres partes las manzanas, porque ellos ya saben que la tercera parte de un conjunto de elementos, significa dividir entre 3.

$$15 : 3 = 5$$

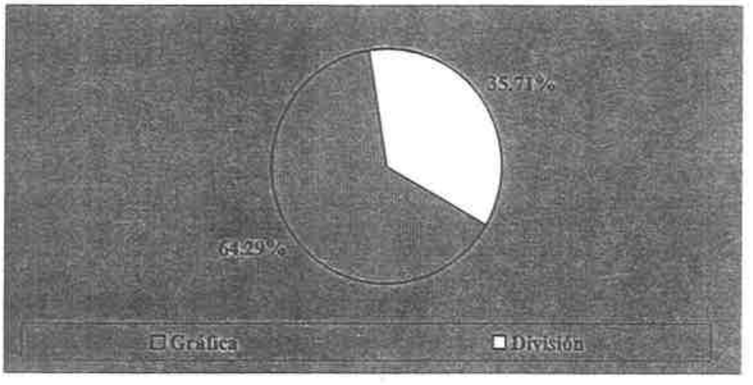
3. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.

En la forma gráfica se observa que la repartición la realizaron a través del conteo de elementos en grupos más pequeños.

La aplicación de la división es la forma usual de repartir en partes iguales un conjunto de elementos.

Las respuestas fueron exactas en ambas estrategias, es decir 5 manzanas se comió.

Estrategia	Casos	Porcentaje
Gráfica	9	64.29%
División	5	35.71%
Total	14	100.00%



Tercer problema: De reparto.

Se quiere repartir en partes iguales 6 chocolates entre 4 niños.
¿Cuántos chocolates le tocan a cada uno?

1. Comprensión de problema.

Se entendió que hay que repartir los chocolates a los niños.

Datos: 6 chocolates y 4 niños.

Condición: Cada niño le debe tocar la misma cantidad de chocolates.

Incógnita: que cantidad de chocolate el toca a cada niño.

2. Selección y uso de estrategias de solución.
Ocho equipos lo resolvieron gráficamente:
- seis equipos repartieron un chocolate a cada niño y los que sobraron que eran dos lo dividieron en medios, para distribuirlos dando como resultado 1 1/2.
- dos equipos los dividió en cuartos y dieron ¼ de cada chocolate a cada niño, en total 4/6 a cada uno le tocó.

Tres equipos lo resolvieron con la división y representaron con dibujos, para saber cuántos chocolates le tocan a cada niño y comparar que 1.5 de la división es equivalente a 1 ½ del dibujo,

Tres equipos utilizaron la división:

$$6 : 4 = 1.5$$

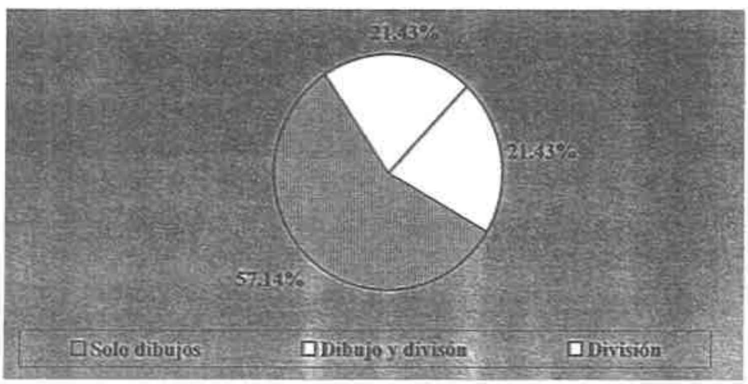
3. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.

Los alumnos utilizaron dibujos y la división como medio para repartir objetos, obteniendo como resultados 1½, 4/6, 1.5 que es la misma cantidad de chocolate.

Un equipo se equivocó al realizar la división con punto decimal.

Otro equipo se equivocó al convertir el resultado de la división 1.5 a fracción 1 1/5.

Estrategia utilizada	Casos	Porcentaje
Solo dibujos	8	57.14%
Dibujo y división	3	21.43%
División	3	21.43%
Total	14	100.00%



Cuarto problema: De agrupamiento o tasativo:

Algunos niños están encargados de preparar bolsas de dulces para la fiesta. Martha trae 153 dulces, Inés 196 y Lupita 215. Juan y Luis están encargados de hacer las bolsas, con 10 dulces en cada bolsa.

¿Cuántas bolsas necesitan los niños?

1. Comprensión del problema.

Todos los alumnos entendieron que debían repartir los dulces en bolsas.

Datos: 153, 196 y 215 dulces y bolsas.

Condición: A cada bolsa le cabe 10 dulces.

Incógnita: encontrar cuántas bolsas se necesitan para repartir los dulces.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Primeramente sumaron la cantidad de dulces:

$$153 + 196 + 125 = 474$$

Posteriormente un equipo, lo realizó haciendo una tabla de proporción directa:

10 dulces una bolsa

20 dulces dos bolsas

30 dulces tres bolsas, etc.

Los demás equipos lo resolvieron con división.

$$474 : 10 = 47$$

3. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.

Se dio como resultado en la mayoría de los equipos 47 bolsas y sobraron 4 dulces.

Sólo 3 equipos se equivocaron al resolver el algoritmo.

Interpretación de resultados.

Se observa que la mayoría de los alumnos sabe que debe aplicar la operación de división cuando se menciona la acción de repartir algo, pero tienen dificultades cuando se distribuyen en partes iguales un conjunto de elementos o la interpretación de la división en fracción.

También se notó que algunos problemas fueron de fácil resolución, por lo que en la aplicación de actividades se ajustó el nivel de dificultad del problema de acuerdo al avance de los alumnos.

1.3.1 Factores de influencia en la problemática.

"Cuando se identifica la presencia de un problema, hay que conseguir información sobre el mismo para cuantificarlo y dimensionarlo. Pero también hay que obtener elementos de sus causas para conocer el nivel de importancia de cada una de ellas.

Logrando definir que algunas de estas causas pueden ser atacadas de raíz, se decide emprender una acción en ese sentido, requiriendo información para ver en efecto lo está logrando."[19]

El problema que se determinó finalmente fue "dificultades en la resolución de problemas que implican división"

Es un problema de aprendizaje porque es una dificultad para ajustarse a los requerimientos escolares, básicamente en el dominio de estrategias de resolución, el aprovechamiento es bajo porque el alumno no ha aprendido a la altura de su potencial intelectual.

"Los niños desaprovechados no usan sus capacidades de aprendizaje en toda su extensión, esto se debe a que les falta motivación, están preocupados, se les enseña en forma inadecuada o son incapaces de comunicarse en el salón de clases."[20]

Hay que obtener elementos de la realidad para comprender el problema, es decir conocer sus causas y el nivel de importancia de cada una de ellas, para después definir que alguna puede ser solucionada adecuadamente.

Factores.

Económicos: La educación de los hijos es, uno de los logros más valiosos para los padres de familia. El tiempo de las familias que tienen a sus hijos en la escuela giran en gran parte en torno a ella.

---

[19] Sylvia Schemelkes, "Hacia una mejor calidad de nuestras escuelas", SEP, México, 1995, p. 35.

[20] Paula J. Kaplan y Kinsbourne Marcel, "Diagnósticos diferenciales y descripciones", en: Problemas de aprendizaje, Antología Básica, LE '94, UPN, México, 1997, p.68

En muchos casos, los padres de familia tienen que invertir una parte importante de sus ingreso para asegurar que sus hijos tengan los uniformes y los útiles para seguir exitosamente su proceso escolar. Prescindiendo a veces del ingreso o del apoyo del trabajo de los hijos.

En situaciones de pobreza, con nutrición y salud precarias a veces es difícil mantener un esfuerzo consistente por el logro de los objetivos de aprendizaje, pero esto no sucede en el grupo por los datos obtenidos del estudio socioecómico de sus familias.

Políticos: "La política educativa del estado, se encuentra explícita en las leyes correspondientes que norman el aparato educativo del país, mediante el cual, a través de la práctica escolar, se inculca el discurso ideológico de la clase dominante, implícito en el currículo y la práctica escolar".[21]

"El fin de la educación desde el enfoque funcionalista que adopta el Sistema Educativo Mexicano, es adaptar al niño a la sociedad"[22]

La socialización como mera adaptación social, es una aportación de la escuela en el proceso general del condicionamiento del individuo en este sistema de producción. Es una reducción de la tarea de desarrollo integral que debiera ejercer la escuela.

Aunado a lo anterior, existe el aparato productivo en el cual se insertarán los jóvenes, mismo que exige un determinado nivel de conocimientos que se espera les haya aportado la escuela afectando al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por lo que la matemática en sus contenidos y la metodología de enseñanza utilizados llevan en sí misma carga e intencionalidad ideológica.

---

[21] Rodolfo Méndez Balderas, "La enseñanza de las matemáticas, ¿un problema didáctico?", en: La enseñanza en las matemáticas, cero en conducta, Año 1, Número 4, Marzo-abril, México, 1986, p.5.

[22] SEP, "El quinto y sexto Grados de Educación Primaria", III Simposio, México, 1986, p. 36.

Tomando como punto de reflexión estos cuestionamientos, es importante revisar nuestra práctica docente para analizar el tipo de alumno que estamos formando.

Si las relaciones interpersonales que se establecen entre educando y educador favorecen una interacción de tipo bidireccional que propicie un proceso de comunicación eficaz, no coercitiva, que permita la crítica y la reflexión de parte de nuestros alumnos y de esa forma transformar al sujeto como efecto de la acción educativa, para que sea capaz de tener conciencia intensionada del mundo y así estar en condiciones de transformarlo.

Curricular: La inclusión de los problemas en programas y manuales obedece a distintas concepciones y ha cumplido diferentes funciones:

"Se enseña un algoritmo y una vez conocido y dominado se procede a aplicarlo para resolver problemas."[23]

Esta postura esta en los programas de los años cuarenta. Ahí sugería al profesor anotar: el tema y los puntos esenciales en que pudiera dividirse; los ejemplos necesarios para la explicación del tema; y los ejercicios prácticos como aplicación de lo expuesto.

Entendiendo a los ejercicios prácticos como problemas, la idea que sostiene las recomendaciones es la pedagogía del aprendo, luego aplico.

"En un enfoque más moderno, se enseña un contenido a partir de un problema cuya solución es explicada por el manual y el profesor y, una vez resuelto tal problema, se procede a resolver otros similares con el procedimiento explicado."[24]

La idea que fundamenta este último enfoque implica un importante avance en relación con el anterior: al enseñar una operación en el contexto de un problema, se le da significado desde el momento en que el niño tiene contacto con ella. Esta idea aparecería en los programas utilizados durante los años sesenta y se ha conservado hasta en los vigentes.

---

[23] Alicia Avila, "Los niños también cuentan", SEP, México, 1994, p.82.

[24] Op. Cit.

Pero ninguno considera que los saberes iniciales de los niños constituye un elemento que hay que considerar en la clase.

Actualmente, en aritmética y en matemáticas, no se trata ya de enseñar un concepto, un algoritmo o una estrategia de resolución como primer paso del aprendizaje. Se trata de utilizar como instrumentos de resolución los saberes con que cuentan los alumnos y a partir de su utilización como instrumento, proceder a su ampliación, enriquecimiento y formalización como conocimiento matemático.

La resolución de problemas es el sustento de los nuevos programas de primaria. A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir, etc.) el niño construye los significados de las operaciones.

El aumento de la dificultad de los problemas, no radica solamente en el uso de números de mayor valor, sino en la variedad de problemas que se resuelven en cada una de las operaciones y en las relaciones que se establecen entre los datos.

Enfoque didáctico de las matemáticas.

El planteamiento y resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos.

Programa de Sexto Grado.

Eje: Los números, sus relaciones y sus operaciones.

Planteamiento y resolución de problemas diversos cuya solución implique dos o más operaciones.

- La operatoria de los números naturales, sugiere plantear problemas con diversos significados de una operación, y propiciar la reflexión del niño al comparar los procedimientos que utiliza: no convencionales y convencionales. Así el mismo podrá valorar la eficacia de estos últimos para resolver problemas.

- El objetivo de plantear problemas de reparto y de agrupamiento es que los alumnos puedan diferenciar cada una de las acciones e identificar la división como la operación que permite resolverlos, promoviendo así, el uso del algoritmo convencional.

Pedagógicos: "Una de las causas del problema de no aprendizaje se encuentran en los procesos de enseñanza que tienen lugar en el interior del aula. Así, el problema del no aprendizaje se convierte en un problema de enseñanza deficiente o inadecuada."[25]

Al resolver un problema de matemáticas los alumnos, sistemáticamente aparecen los procedimientos mecánicos que fácilmente pierden su eficacia al confundirse con otros. No hay producción espontánea. Sólo se reproduce lo que la memoria ha logrado retener. Se exige al alumno que reflexione ante un problema cuando en el proceso de aprendizaje no se le ha dado esa posibilidad.

Repetir la explicación se consideró que era un buen recurso o hacer muchos ejercicios del mismo tipo para que el alumno aprendiera a resolver problemas.

En los alumnos se manifiesta claramente su rechazo hacia los problemas, por la forma en que se enseñan.

No es fácil modificar el esquema con el que me he formado desde el inicio hasta el término de la escolaridad, el papel que se le asigna al maestro y al alumno estableciendo, que el primero es el poseedor de los conocimientos y el segundo ésta para recibirlos, es una relación ampliamente aceptada, porque al maestro le da autoridad y los alumnos no necesitan hacer algún esfuerzo mental, todo se les da ya terminado. No se puede concebir que el alumno enfrente un problema cuando no se le ha enseñado cómo resolverlo.

Actualmente la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, privilegia la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.

"Para elevar la calidad del aprendizaje es indispensable que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a

---

[25] Sylvia Schemelkes, "Hacia una mejor calidad de nuestras escuelas". SEP. México, 1995, p.35.

reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés".[26]

La construcción de conocimientos matemáticos de los niños parte de experiencias concretas, que posteriormente van abstrayendo, prescindiendo de los objetos. A través del diálogo, la interacción y la confrontación con sus compañeros y maestro ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos.

El logro del aprendizaje de esta disciplina depende del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con otros. En estas actividades las matemáticas son herramientas funcionales y flexibles que les permiten resolver situaciones problemáticas que se les planteen.

Los procedimientos generados en la vida cotidiana para resolver situaciones problemáticas muchas veces son largos, complicados y poco eficientes, si se les compara con los procedimientos convencionales que permiten resolver las mismas situaciones con más facilidad y rapidez.

Por lo que una función de la escuela es brindar situaciones problemáticas en que los alumnos utilicen los conocimientos que ya tienen para resolverlas y que a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia procedimientos y conceptualizaciones propias de las matemáticas.

En el grupo no se ha cumplido esta función, al ir reduciendo la iniciativa del alumno, contraviniendo incluso lo que realizan de forma natural fuera de la escuela, los niños resuelven problemas poniendo en juego sus propios recursos, no necesitan que alguien les diga cómo, pero en la vida escolar hay problemas específicos y formas predeterminadas de resolverlos, aquí es donde como maestro se desarrolla un papel importante, al cambiar la forma de enseñanza de la resolución de problemas.

---

[26] SEP, Plan y Programas de estudio, Educación Básica: Primaria, México, 1993, p.50.

1.3.2 Delimitación del problema.

¿ Qué hace falta para lograr que ante un problema de división los alumnos pongan en juego sus distintos procedimientos y lleguen a aplicarla adecuadamente?

"El problema no es encontrar una técnica adecuada para que la enseñanza resulte más eficaz, buscando la manera más fácil de dar la explicación para que los alumnos la entiendan. Sino diseñar situaciones didácticas (problemas) previos a la actividad del aula, que movilicen los recursos de los alumnos en relación con la aplicación del concepto."[27]

Me interesa abordar la aplicación de la división, a través de una situación didáctica o en un problema en primer término que haga necesario ese conocimiento. A partir de esa necesidad los niños van a movilizar los recursos que posean en ese momento, es decir, van a resolver el problema apoyándose en lo que saben. Normalmente surgen varias maneras de resolver el mismo problema, y el hecho de confrontarlas provoca discusiones que enriquecen el trabajo de toda la clase. Pero no se trata de quedarse con lo que los niños saben en ese momento. Es necesario ir modificando situaciones con el propósito de que los recursos que resultaron útiles para resolver un problema sean insuficientes ante la nueva situación, de esta manera se busca que los recursos intelectuales puedan evolucionar.

Tal vez la idea final sea que los alumnos conceptualicen la división. Los propios niños la construirán después de hacer recorrido un largo proceso en el que se fueron desechando otros recursos, por resultar laboriosos o insuficientes para resolver el problema. Es la resolución de problemas lo que dará origen a un lenguaje que refleje el pensamiento de los propios alumnos y que se irá refinando hasta llegar a las escrituras convencionales.

Como puede verse trabajar la conceptualización de la división implica todo un proceso en el cual los alumnos van desechando ideas o procedimientos que para ciertos problemas son válidos, pero al ir avanzando en el proceso son insuficientes o poco eficaces.

---

[27] Hugo Balbuena, "Un maestro ante la didáctica constructiva", en: cero en conducta, Año 1, Número 4, marzo-abril, México 1986, p.11.

1.3.3 Justificación.

Esta concepción de aprendizaje difiere radicalmente de la concepción tradicional y de los resultados obtenidos cuando los alumnos reciben el saber ya digerido y únicamente lo memorizan: la aversión hacia las matemáticas es una consecuencia segura, las deficiencias conceptuales que se van arrastrando hasta el nivel superior tienen como única razón para explicarlas que nunca fueron realmente asimiladas por el sujeto.

Consciente de este problema que existe, es conveniente cambiar la concepción de aprendizaje y realizar un trabajo docente que con toda claridad denote el desarrollo intelectual de los alumnos.

Ser creativo en el sentido de que ya no se trata de usar un recetario de actividades para llevar de la mano a los niños hacia la resolución del problema. De lo que se trata es de imaginar qué tipo de situaciones favorecerán la reflexión de los alumnos en relación con el tema que queremos abordar. Esa creatividad se hará extensiva a los alumnos porque cada día encontrarán un nuevo desafío a su capacidad de pensar la solución del problema, en vez de una explicación que para ellos no tiene sentido.

El trabajo puede resultar muy interesante desde el momento en que se rompa el esquema al que me he referido anteriormente. en lugar de haber en el aula una persona que posee los conocimientos (el maestro) y un grupo de alumnos que los recibe de aquél, la clase se convierte en un juego donde hay alguien que organiza, dice en qué consiste, cuáles son las reglas, pero una vez que eso quedó claro son los niños quienes entran en acción, y hay que ver la cantidad de cosas que son capaces de hacer y de que manera defienden lo que hacen.

Al romper el esquema tradicional, desde el momento que pensamos en una situación-problema y adelantamos algunos juicios sobre lo que pueden hacer los niños, surge la curiosidad por saber realmente hacen lo que pensábamos. Pero no sólo eso; muchas veces el razonamiento de los niños es complejo, y queremos entender lo que hicieron, no importa que el resultado haya sido correcto o incorrecto. Esta interacción nos permite conocer a los niños, nos da elementos para saber cómo piensan, qué tipo de argumentos dan, cómo van evolucionando, etc.

Todo esto se traduce, para el maestro, en un trabajo de búsqueda constante. No hay situaciones didácticas establecidas, se trata de ir aprendiendo a diseñarlas de la misma manera como los alumnos las afrontan: poniendo en juego los recursos que tenemos en el momento.

1.4 Objetivos.

- Analizar los procedimientos de resolución de los alumnos en problemas que conceptualicen división.
- Propiciar la estrategia constructivista de la división por medio de la resolución de problemas en los alumnos de sexto año grupo "C" de la escuela primaria "Fernando Montes de Oca".

1.5 Metodología.

"La metodología se estructura en torno a un objetivo central, o una orientación general, la que expresa un proceso de aproximación del campo problemático a las proposiciones explicativas, permite una actividad crítica de la teoría a la experiencia y viceversa, para esto, el investigador se debe apropiar de referentes teóricos, del estudio de campo para recuperar la experiencia y lo epistemológico."[28]

Los elementos metodológicos (procedimientos, técnicas e instrumentos) deben ser pertinentes al tipo de trabajo y al momento de la investigación.

Fundamentada en el paradigma de investigación crítico dialéctico.

La teoría crítica surge de los problemas de la vida cotidiana y se construye con la mira siempre puesta en cómo solucionarlos.

---

[28] Juan Luis Hidalgo Guzmán, "Investigación educativa: una estrategia constructivista", Castellanos Editores, México, 1994, p. 118.

Marx dice" el materialismo histórico ve la práctica o actividad humana consciente como mediación entre la mente y la materia, como algo que por efecto de su mediación altera tanto la sociedad como la naturaleza. La conciencia surge de la práctica y está conformada por ella, y es juzgada, a su vez, en y por la práctica".

Por lo que la investigación educativa juzga a la educación no sólo por cómo ella transforma la mentalidad de los practicantes sino también, y simultáneamente, por su aportación a la transformación de la educación misma.

La ciencia educativa crítica exige que los docentes se conviertan en investigadores dentro de sus propias prácticas, sus conocimientos y sus situaciones.

En consecuencia la tarea primordial de la investigación educativa es la investigación participativa realizada por aquellos cuyas prácticas constituyen, precisamente la educación, los cuáles sientan la necesidad de iniciar cambios, de innovar.

La investigación acción suministra un método para poner a prueba las prácticas educativas y mejorarlas, por medio de teorizar la práctica actual y transformarla a la luz de la reflexión crítica.

"Cuando se pretende mejorar la práctica hay que considerar conjuntamente los procesos y los productos. Los procesos deben tenerse en cuenta a la luz de la calidad de los resultados de aprendizaje y viceversa". [29]

1. La enseñanza se concibe como una forma de investigación encaminada a comprender como traducir los valores educativos a formas concretas de práctica. Los juicios diagnósticos sobre los problemas prácticos y las hipótesis de acción respecto a las estrategias para resolverlos se comprueban y evalúan de forma reflexiva.

2. La comprobación de hipótesis de acción sobre la forma de traducir a la práctica los valores es a través de la evaluación de la enseñanza.

[29] Jhon Elliott, "El cambio educativo desde la investigación acción", en: Investigación de la Práctica Docente Propia, LEP'94, UPN, México, 1994, p. 36.

3. El desarrollo del programa cocurricular se produce a través de la práctica reflexiva de la enseñanza, propiciado por la profesionalización del profesor es decir: la actualización.

La investigación acción tiene como propósito buscar y evaluar la efectividad de estrategias de acción para responder a una situación problemática particular en un grupo o institución, involucrando en la búsqueda y en la evaluación a las personas implicadas en ella.

Por lo cual la investigación de la problemática se desarrollo a través de:

I. Investigación bibliográfica: para la apropiación de referentes teóricos.

1. Fuentes de información: libros, folletos, documentos, libro para el maestro de matemáticas, libro de texto del alumno de 6o. grado.

2. Procedimiento para recolectar información: selección, lectura, fichero y organización de la misma.

II. Investigación de campo: la documentación de los acontecimientos reales, es decir la manera como son expresadas las prácticas concretas de los protagonistas.

1. Universo de estudio: grupo de 29 alumnos de sexto grado de la escuela primaria "Fernando Montes de Oca", ubicada en la Delegación de Cuajimalpa, México, D.F., en el ciclo escolar 1997-1998.

2. Variables: desarrollo cognoscitivo del alumno en la resolución de problemas matemáticos, las estrategias que utilizan los alumnos para resolver problemas de división, edad, nivel socieconómico.

3. Instrumento y técnica: La observación que se llevará a cabo para documentar la objetivación de propósitos, intenciones, expectativas, carencias y en general estrategias de los alumnos en actividades de resolución de problemas donde se aplique la división y los datos recabados se anotarán en un registro anecdótico por parte del maestro.

III. Proyecto de intervención pedagógica.

Este proyecto innovador es la herramienta teórico – práctica para explicar y valorar un problema significativo de la práctica docente. Aborda los contenidos escolares para la construcción de metodologías didácticas que propicien el mejoramiento de la enseñanza – aprendizaje en el salón de clases. Para su elaboración se consideró cinco momentos:

a) El diagnóstico pedagógico para la elección y delimitación del problema.

b) La estructuración de la alternativa para superar el problema significativo, a través de un plan de trabajo, donde se señaló dónde, cuándo, con quién y quienes son los implicados en la aplicación de ésta, como también la descripción de la estrategia didáctica y los medios que se utilizaron.

c) Aplicación y evaluación de la alternativa, se reconoció su pertinencia, factibilidad y la incorporación de las modificaciones por medio del análisis y la reflexión de un proceso crítico de la evaluación.

d) Formulación de la propuesta de intervención pedagógica, basándose en los resultados obtenidos de la aplicación, enfatizando los elementos novedosos y sistematizarlos a través de un proceso de conclusión.

e) La formalización de la propuesta en un documento recepcional.[30]

IV. Evaluación del proyecto.

V. Reformulación de la propuesta.

VI. Conclusiones y sugerencias.

---

[30] Adalberto Rangel Ruiz de la Peña, "Características del proyecto de intervención pedagógica", Notas del autor, México, 1995, p.2

1.6 Marco teórico.

Desarrollo infantil y aprendizaje.

Es necesario "dar un mayor énfasis al estudio de los factores psicobiológicos de los educandos, ya que la relación: contenidos curriculares-caracteres psicológicos del alumno permite el estudio de formas que deben adaptarse para las distintas situaciones del proceso enseñanza-aprendizaje en la práctica educativa cotidiana.

Desde el punto de vista de la corriente psicogenética, desarrollo y aprendizaje son procesos sustanciales en el sujeto.

El desarrollo psíquico del niño es un proceso continuo de construcción de las estructuras cognoscitivas, las cuales no se encuentran preformadas en el sujeto sino que deben ser desarrolladas y reconstruídas en diferentes planos en períodos subsecuentes.

Dicho desarrollo depende, tanto de la maduración física, es decir del sustrato biológico adquirido por la especie humana en su evolución filogenética, como de la interacción con el medio ambiente que rodea al sujeto."[31]

Así, el hombre es, a la vez, un ser biológico, psicológico y social y se desarrolla tanto física, como intelectual y socialmente.

El desarrollo físico-psicológico parte de las características de la herencia, sólo implica crecimiento, maduración de la estructura y de la función, sea a nivel físico o neurológico.

Pero esta maduración también depende de la interacción con el medio ambiente: alimentación, ejercicio, etc., que ayuda o entorpece el desenvolvimiento de los seres humanos.

Asimismo el lenguaje, la afectividad y la socialización no son innatos; su desarrollo depende de la riqueza que brinden el medio social y los individuos. En este sentido la sociedad cuenta con un medio fundamental para formar integralmente al individuo en todos y cada uno de sus aspectos: la educación.

---

[31] SEP, "El quinto y sextos grados de educación prmaria", Simposio, México, 1986, p.14.

El desarrollo psicológico, puede explicarse por cuatro factores:

3. La maduración.
4. La experiencia física.
5. La transmisión social.

"...es necesario que se equilibren entre ellos; pero además, en el desarrollo intelectual interviene un factor fundamental. Es que un descubrimiento, una noción nueva, una afirmación, etc. debe equilibrarse con otras. Es necesario todo un juego de regulaciones y de compensaciones para conducir a la coherencia. Tomo la palabra 'equilibrio' no en un sentido estático, sino en el sentido de una equilibración progresiva, la equilibración que es la compensación por reacción del sujeto a las perturbaciones exteriores (Piaget 1975)"[32].

6. La equilibración, elemento fundamental para entender en toda su extensión los componentes básicos del desarrollo psicológico.

Al considerar que la inteligencia es una interacción constante del individuo con su medio ambiente, Piaget propone para explicarla, dos funciones invariantes: la adaptación y la organización.

"La organización representa la tendencia que tienen todos los organismos de coordinar sus procesos en sistemas coherentes. La adaptación se considera en función de dos procesos complementarios: la asimilación y la acomodación (Ginsburg y Opper, 1977).

La asimilación es la integración de elementos nuevos a las estructuras del sujeto y la acomodación, es la modificación de los esquemas o estructuras del sujeto bajo el efecto de los objetos que son asimilados, la asimilación es indispensable, porque asegura la continuidad de las estructuras, mientras la acomodación asegura el desarrollo de las estructuras al adaptarse de manera constante al medio.

Por lo tanto, la adaptación no es otra cosa que la equilibración entre la asimilación y la acomodación."[33]

---

[32] Ibídem, p. 15.
[33] Ibídem, p. 15

De esta manera, el sujeto tiende a construir estructuras más complejas y mejor organizadas a lo largo del tiempo, lo cual le lleva a una menor adaptación. Y estas estructuras representan la variabilidad del organismo.

El desarrollo psíquico del niño atraviesa por una serie de períodos: sensorio-motor (de 0 a 2 años); una etapa de preparación para las operaciones concretas llamada período preoperacional (de 2 a 7 años); el período de las operaciones concretas (de 7 a 11 años) y el período de las operaciones lógico-formales (de 11 a 15 años).

Dichos periodos marcan características funcionales y estructurales de la conducta y del pensamiento del niño.

Esta división del desarrollo en períodos posee tres características fundamentales:

1) orden de la secuencia, que es el mismo para todos los sujetos;

2) carácter integrativo, el cual significa que las conquistas de un período anterior no se pierden, sino se integran al siguiente pero de manera cualitativamente diferente, y

3) estructura total, la cual determina el período.

Una estructura es "un sistema que representa leyes o propiedades de totalidad"(Piaget, 1983). La estructura del período senso-motor es el grupo práctico de desplazamientos; de período de las operaciones concretas es el agrupamiento matemático y la del período lógico-formal, el grupo matemático o retículo.

Las edades consideradas en los períodos no son absolutas sino relativas. Lo importante son los ritmos de desarrollo y las estructuras, no la cronología.

El desarrollo es, ante todo, un asunto de equilibrio, una tendencia a organizaciones más coherentes y adaptaciones más estables, representadas éstas, por la vida adulta.

La psicología genética, concibe al sujeto como un sujeto cognoscente, el cual "para conocer los objetos debe actuar sobre ellos y, en consecuencia, transformarlos. Desde las acciones sensoriomotrices más elementales hasta las operaciones intelectuales mas refinadas que son aún acciones (reunir, poner en correspondencia, etc.), pero interiorizadas y ejecutadas en pensamientos, el conocimiento está constantemente ligado a acciones o a operaciones, es decir, a transformaciones". (Piaget, 1978)"[34]

El conocimiento no se extrae del objeto directamente, ni tampoco es producido por el sujeto divorciado del objeto. El conocimiento es producto de una interacción constante entre el sujeto y el objeto. De este modo, la categoría de acción cobra al interior de la teoría piagetana, una gran importancia: el conocimiento deviene de la acción y versa sobre las transformaciones.

"Así lo esencial del sujeto no es contemplar, sino transformar , su mecanismo es netamente operatorio. Dicho mecanismo (la operación), es una acción interiorizada, ejecutada interior y simbólicamente en el pensamiento y cuya particularidad es que son acciones que pueden ser invertidas, es decir reversibles (la suma, operación directa y la resta, operación inversa) De esta manera, siempre que el sujeto opera sobre un objeto, lo transforma."[35]

Se deduce que la concepción del sujeto dentro de la postura psicogenética, es la de un sujeto activo; que organiza y reorganiza sus propias actitudes según sus capacidades intelectuales se lo permitan. De ahí que un objeto de conocimiento, es siempre algo a ser conocido por un sujeto activo y transformado a partir de la complejidad de las estructuras o esquemas del sujeto.

La psicología genética concibe el aprendizaje como algo más que un simple cambio de conducta, y lo explica, solamente, con base en el desarrollo psicológico.

"En realidad el desarrollo es un proceso esencial, en el que cada elemento del proceso de aprendizaje se da como una función del desarrollo total, más que como un elemento que explica el desarrollo"(Piaget 1964)"[36]

[34] Ibídem, p. 16.
[35] Ibídem, p.17.
[36] Ibídem, p.18.

El aprendizaje por tanto, está supeditado al desarrollo; en cada etapa el sujeto tiende a actuar con las limitaciones propias del nivel en que se encuentra, y el aprendizaje sólo es posible bajo ciertas condiciones.

"El aprendizaje no equivale a desarrollo; no obstante el aprendizaje organizado se convierte en desarrollo mental y pone en marcha una serie de procesos evolutivos que no podrían darse nunca al margen del aprendizaje. Así pues, el aprendizaje es un aspecto universal y necesario del proceso de desarrollo culturalmente organizado y específicamente de las funciones psicológicas" (Vigotsky, 1979)"[37]

La interacción entre el aprendizaje y el desarrollo es constante, en la cual el niño y su actividad con los objetos y personas que le rodean son el material de análisis de dicha interacción.

"La evidencia de las limitaciones en el proceso de aprendizaje y las incongruencias manifestadas en la actividad de los niños, ha sido señalada por Decroly, Piaget (1972) y Wallon (1976), como una relación de las insuficiencias en el desarrollo y madurez, tanto intelectual como biológica del niño."[38]

De acuerdo a esto, tanto la forma en la cual se maneja una determinada información, como la manera en la cual le es presentada al niño, es de capital importancia; pero aún es más importante conocer cómo el niño la percibe, reorganiza y finalmente la comprende y aprende.

Para Piaget la inteligencia es la estructura biológica organizada y funcional que el niño trae al nacer y que al entrar en contacto con el medio, le permite reaccionar ante los estímulos, pare que forma progresiva, construya el conocimiento del mundo que le rodea.

El desarrollo surge como un proceso continuo de cambios secuenciales, acumulativos e integrados hasta llegar a la etapa de las operaciones formales, correspondiendo ésta más o menos a la adolescencia.

---

[37] Ibídem, p.19
[38] Ibídem, p.20.

Considera que el joven de este período reflexiona ya no únicamente sobre aspectos concretos y reales del presente inmediato, sino que lo hace sobre hechos y acontecimientos no actuales, formulando hipótesis verificables, dentro de un marco teórico teniendo capacidad de razonar sobre sus propios razonamientos, ya que se desprende de lo concreto y subordina lo real a lo probable y a lo posible, su pensamiento es por tanto hipotético deductivo en donde el lenguaje juega un papel decisivo paraformular y manejar proposiciones e hipótesis.

La didáctica constructiva de las matemáticas.

La sociedad de hoy requiere un manejo funcional de las matemáticas y esto es lo que la escuela tradicional no puede aportar. "La epistemología genética, la cual ha puesto en evidencia que las nociones que el niño adquiere pasan por un complejo proceso de construcción"[39], y por lo tanto, no pueden ser transmitidas.

A partir de lo anterior se ha generalizado la idea de la necesidad de construcción del conocimiento matemático como la forma adecuada para la enseñanza.

Diseñar situaciones de construcción del conocimiento no es una tarea fácil y menos lo es llevarla a cabo. Una construcción implica un sujeto activo en su relación con el objeto de conocimiento.

Por lo que se requiere el conocimiento de la didáctica constructivista de las matemáticas como medio para mejorar significativamente su enseñanza.

Fundamentos de la didáctica constructivista.

Los hallazgos de la epistemología genética han puesto en evidencia que las nociones que el niño adquiere pasan por un complejo proceso de construcción: "desde la primera vez que el niño se acerca a algún objeto, lo mira a partir de determinados conocimientos.

[39] David Block y Alcibiades Papacosta, "Didáctica constructiva y matemáticas: una introducción", en: cero en conducta, Año 1, Número 4, marzo-abril, México, 1986, p.13

Podemos decir que el niño tiene sus hipótesis acerca de cómo es, cómo funciona o para qué sirve ese objeto, su acción sobre el objeto se verá orientada por estas hipótesis, las cuáles pueden ser confirmadas o contradichas; la aparición de estas contradicciones entre lo que el niño supone y lo que observa al actuar dará lugar a un replanteamiento de las hipótesis originales."[40] En este proceso se basa la evolución del conocimiento del niño.

Así aparece el propósito de que el niño construya su conocimiento matemático a partir de su experiencia propia, la reflexión sobre la organización de su misma actividad.

El paso siguiente consiste en la creación de los medios didácticos concretos que permitirán alcanzar ese objetivo.

Didáctica constructivista.

Entre los representantes más importantes de la didáctica constructivista de las matemáticas están Guy Brousseau y sus colaboradores.

"El objetivo de estudio, en general, serían las situaciones didácticas que permitan la construcción del conocimiento matemático."[41]

Proporciona al maestro un conocimiento sobre el funcionamiento del salón de clase y de las situaciones didácticas que le permitan tener un mayor control sobre algunas de las múltiples variables que interviene en el proceso.

El conocimiento de esta didáctica permite iniciar una transformación de la práctica docente cotidiana llevando al diseño y prueba de situaciones de construcción del conocimiento.

---

[40] Ibídem, p. 14.
[41] Ibídem, p. 15.

La situación didáctica.

Cuando queremos que el alumno adquiera un conocimiento matemático determinado lo que solemos hacer es preguntarnos cuál es la manera más clara y sencilla de presentarle este conocimiento. Para ello, lo descomponemos en conocimientos parciales, presentamos luego los más elementales, siguiendo la clásica secuencia: de lo sencillo a lo complejo y de lo general a lo particular.

La intención de que el niño participe en la construcción de su conocimiento exige una transformación de raíz de esta metodología en virtud de que se trata ahora de no proporcionar el conocimiento, sino producir las condiciones para que él lo construya, es decir, situaciones que lleven a una génesis escolar del conocimiento.

En esta perspectiva, para un contenido específico, la primera pregunta que nos hacemos es: ¿para qué puede servir este conocimiento?, ¿qué preguntas le dan sentido?, o ¿qué problemas permite resolver?

Muchas veces nos encontraremos con la necesidad de conocer más profundamente su estatuto matemático: su o sus posibles definiciones, su relación con otros contenidos, sus propiedades, etc. También sería útil conocer por un lado, su origen, historia, las condiciones que lo hicieron evolucionar y por otro, el tipo de hipótesis, de razonamientos y de estrategias que los niños a quienes nos dirigimos están en condiciones de realizar. Tener toda esta información sobre nuestro concepto nos permitirá tener más posibilidades en el diseño de situaciones didácticas. En particular nos interesará conocer tanto los obstáculos que se presentaron en la evolución histórica de un conocimiento como los que se presentan en el niño.

Esto nos da una idea de la compleja tarea que se nos presenta: se trata de producir una génesis escolar de conocimientos que generalmente son el resultado de una lenta evolución que data desde los tiempos antiguos que podemos conocer y que poco sabemos de las condiciones que los hicieron evolucionar, o al contrario, que los mantuvieron estancados por siglos.

Estar conscientes de ésta y otras dificultades no harán a veces, ser más prudentes. Tal vez no siempre lograremos crear las condiciones para que los niños realicen una absoluta reconstrucción de un conocimiento.

Muchas veces lograremos solamente, y eso sería un paso importante, que se aproximen a él, que se enfrenten a los problemas que justifican su existencia y que le dan sentido.

Así, ante un contenido específico, necesitamos diseñar problemas accesibles a los niños del grupo de edad de que se trate, que puedan ser resueltos en un primer momento movilizando algún recurso con que ya cuenten, pero que posteriormente ese recurso resultará insuficiente para resolver el problema y será necesario construir otro, precisamente el que se desea.

Otra característica de estos problemas es la de posibilitar un verdadero diálogo entre los niños y la situación. Es decir, el problema debe generar los mecanismos de retroalimentación necesarios para que el niño pueda saber, en un momento dado, si va bien o se regresa. En efecto, desde el punto de vista funcional del conocimiento, la generación de un instrumento inadecuado no podrá producir el efecto que se desea, y su modificación o abandono será visto como parte de un proceso natural de construcción. En consecuencia, no será el profesor el que dictamine lo acertado o no de una estrategia movilizada por el niño.

"En esta perspectiva, el conocimiento aparece como un instrumento que le permitió al niño resolver un problema en el cual sus recursos anteriores resultaron insuficientes: El sentido de este conocimiento está dado por el o los problemas que le permitieron resolver. Decimos que el conocimiento aparece en su carácter funcional (esto es, lo hacemos funcionar como medio de resolución de problemas específicos). Sólo posteriormente el niño toma conciencia de que está en posesión de un nuevo conocimiento. Éste recibe su nombre, adopta la presentación convencional, deviene en un conocimiento cultural."[42]

Podemos decir entonces que, a lo largo del proceso, el conocimiento nace en su forma funcional (como herramienta) y después cobra su forma cultural. Exactamente al revés de como suele suceder en la enseñanza tradicional, en la que primero se presenta el conocimiento acabado, desvinculado de todo contexto, y después lo funcionalizamos en los ejercicios, el niño no sabe para qué le sirve lo que le enseñan hasta que lo aplica en los ejercicios al final de la lección.

---

[42] Ibídem, p.18.

El sentido que para él tenga determinado conocimiento vendrá, por lo tanto, después de adquirirlo. Aquí surge la denuncia ante la presentación tradicional del conocimiento como algo totalmente fuera de contexto, con sentido por sí mismo.

Otra característica fundamental que se desprende de la concepción constructivista es el valor de los conocimientos intermedios o provisionales que se construyen en clase. Es evidente que si para el aprendizaje de un cierto contenido iniciamos de un planteamiento de un problema, los niños no generarán en el primer momento el instrumento en su forma más perfeccionada; crearán instrumentos precarios, alejados de los convencionales. Necesitamos aprender a valorar estas producciones intermedias, a concebir inclusive sus errores como uno de los motores didácticos más eficaces para generar la evolución de sus concepciones.

Para resumir, las características de las secuencias de problemas que se diseñan en la perspectiva constructivista son:

1) El problema inicial es significativo para los alumnos, pueden abordarlo movilizando sus conocimientos previos (modelo de base).

2) Una vez que los alumnos han entendido lo que se plantea en el problema inicial (y posiblemente lo han resuelto) éste se hace más complejo, haciendo aparecer el obstáculo que desfavorece o impide que el alumno practique con éxito su estrategia inicial y propiciando la búsqueda y práctica de una nueva estrategia (que puede ser una modificación de la anterior o una completamente distinta).

3) Las estrategias sucesivas que se construyen, si las situaciones diseñadas son adecuadas, deben aproximarse progresivamente al conocimiento que se pretende que los niños construyan.

4) En todo momento la situación por si misma debe proveer la retroalimentación necesaria para que el sujeto estime por si solo sí sus acciones lo aproximan o no al resultado buscado, si está equivocado ó progresa.

Análisis de una situación didáctica.

Una vez que tenemos cierta familiaridad con el tipo de problemas que se plantea para favorecer la construcción del conocimiento matemático, se procede a hacer un análisis de las situaciones didácticas en las que se realiza este proceso, con el objeto de conocerlas más a fondo y así facilitar un poco su diseño, su puesta en práctica y su análisis.

En general, en toda situación didáctica, en un salón de clase, interviene cuatro sujetos protagonistas: el maestro, los alumnos, el conocimiento que se va a enseñar y el medio. El maestro interviene con la voluntad de enseñar y como representante del sistema educativo introduce en el aula, sin necesariamente negarse como sujeto particular con voluntad propia, todo lo instituido: las normas escolares, los programas, etc.

Los alumnos participan con voluntad de aprender como grupo de edad con intereses y saberes previos comunes, cada alumno participa como sujeto particular, único.

El conocimiento que se va a enseñar interviene al reconocerlos como una habilidad, un dato, un instrumento o un concepto, etc. La forma más adecuada de enseñarlo será en función de su tipo.

El medio ambiente tiene dos componentes: El medio exterior da contexto a la escuela y al aula, según sea su situación geográfica, histórica, social y cultural, definitivamente cada contexto dará una significación particular al saber enseñado y a la misma escuela; El medio interior está constituido por todo lo que hay en el salón de clase: las sillas, las mesas, los escritorios, el pizarrón, los materiales didácticos, retroproyectores.

El hecho de que el profesor pueda estar consciente de todas estas particularidades del contexto en que se encuentra le permite diseñar situaciones con mayores probabilidades de éxito. En efecto, considerar estas particularidades permite insertase en la realidad de los educandos, compartir significados, etc. y al mismo tiempo enseñar.

Una vez que se ha considerado el contexto donde se enseña, sin dejarlo de lado, pasamos a analizar el proceso en el sistema didáctico restringido, es decir, aquel que incluye las relaciones entre los alumnos, el maestro, el saber enseñado y el medio interior. Para el profesor, aquí se encuentran muchos de sus problemas cotidianos: en el aula.

Brousseau distingue cuatro fases fundamentales en las relaciones que se establecen en las situaciones didácticas a lo largo de la adquisición de un conocimiento.

La primera fase se denomina de acción. Corresponde al momento en el cual una vez comprendida la consigna o problema, el alumno actúa en busca de un resultado (solo o en colaboración con otros alumnos). Si el alumno no cuenta ya con una estrategia inicial segura, puede verse inmerso en una dialéctica de ensayo y error que le ofrece mucha información. Puede partir de cierto momento, construir una nueva estrategia. En esta estrategia subyacen nociones, relaciones y propiedades que son utilizadas y de las que el alumno no está necesariamente consciente, aún cuando su acción sea exitosa. El alumno habrá construido por lo tanto un instrumento en el que subyace un modelo implícito. la explicitación de este modelo constituye otro tipo de trabajo, al que se le hace corresponder la siguiente fase.

En general, esta primera fase se organiza de forma tal que se pueda generar una comunicación intensa entre los niños: una partición del grupo en 6 u 8 equipos es idea.

En la fase de formulación se diseñan situaciones en las que los modelos implícitos tengan que ser explicitados. Se intenta que este trabajo de explicitación tenga un sentido para el alumno, y que en las situaciones diseñadas para ello el alumno reciba una retroalimentación a sus explicitaciones. Por ello se considera absolutamente insuficiente que sea el profesor quien interrogue al alumno acerca de lo que está pensando. Esto coloca al alumno en la situación de adivinar qué es lo que su profesor espera, desvirtuándose así el verdadero trabajo de explicitación.

Uno de los recursos que se utilizan es la organización de confrontaciones entre los niños en las que ellos tengan, por alguna razón, interés en comunicar algo a sus compañeros, por ejemplo, la estrategia que han descubierto y que permitiría resolver el problema, o simplemente que les permita intercambiar información y experiencias.

Las situaciones de comunicación a través de mensajes escritos constituyen otro recurso en muchos casos idóneo para generar formulaciones, e incluso para la creación de un lenguaje. En esta situaciones, un alumno o grupo de alumnos debe enviar un mensaje a otro para que realicen cierta tarea.

Notemos que la formulación tiene un sentido para el alumno (forma parte del problema) y proporciona la retroalimentación que ha de permitir el avance de la formulación. es, por lo tanto, la dialéctica que se da entre emisores y receptores lo que lleva progresivamente, como una condición natural de la comunicación misma, a la formulación buscada, a la explicitación de sus modelos.

En efecto, para que exista una comunicación exitosa, el mensaje transmitido debe ser bien interpretado y observar una sintaxis y una semántica reglamentadas por los protagonistas mismos.

En el caso particular de la matemáticas, en donde quisiéramos que los mensajes producidos adopten una notación matemática, se puede exigir, en determinados momentos, ciertas condiciones al mensaje (las mismas que hacen que se institucionalice una cierta notación y no otra) como son: que sea escrito y no contenga dibujos ni colores, que no sea ambiguo ni contenga redundancia y que sea breve, lo más pequeño posible. Los mensajes adoptarán bajo un proceso de este tipo calidad casi matemática.

En la siguiente fase, de validación, se trata de recuperar desde una actitud crítica y reflexiva el proceso de formulación: en esta etapa se demuestra que el modelo explicitado es correcto, se explicitan y se prueban propiedades y generalidades que posiblemente fueron movilizadas en las fases anteriores. Evidentemente, es fundamental que quienes exijan estas pruebas y quienes las hagan sean los mismos alumnos, el nivel en que se den estas pruebas dependerá de las situaciones, del camino que se haya recorrido y de la edad de los niños.

En la organización de esta fase cabe movilizar el deseo de los niños o equipo de trabajo por demostrar que sus instrumentos construidos funcionan, o encontrar la falla en otros distintos al suyo, ha de sorprender al maestro cómo los niños defienden sus ideas.

La última fase es la de institucionalización. en esta fase, el maestro juega un papel protagonista. De lo que se trata, entre otras cosas, es de hacer que los niños identifiquen el instrumento construido como un conocimiento con cierto nombre y nomenclatura convencionales. La institucionalización cierra un ciclo en el proceso de construcción que consiste en una traducción a lo convencional. Otra vez se trata no de una imposición, sino de una traducción con sentido: el de la comunicación.

En resumen, las situaciones didácticas en las que se realiza el proceso de construcción de un conocimiento han sido diferencias en cuatro tipos que corresponden a momentos cualitativamente distintos del proceso. Cabe señalar que la sucesión de estas cuatro fases no es de ninguna manera rigurosa, ni es siempre posible distinguir con toda nitidez unas de otras.

La división.[43]

El propósito de la enseñanza de la división, no es únicamente que los alumnos sepan la técnica de la operación, sino que comprendan su amplio sentido y que logren su comprensión para aplicarla como una herramienta adecuada para resolver problemas.

Se recomienda que los niños puedan resolver problemas que impliquen división de diferentes maneras: repartiendo, contando, sumando, restando o multiplicando para llegar al resultado.

Los problemas de agrupamiento o tasativos: es cuando se relacionan dos magnitudes del mismo tipo y se trata de ver cuántas veces cabe una en la otra. Ejemplo: Ana tiene 25 dulces y quiere dar 5 a cada uno de sus amigos. ¿A cuántos amigos les pueden dar dulces? -¿Cuántas veces 5 dulces "caben" en 25 dulces?

Los problemas de reparto: es cuando se relacionan magnitudes de distintos tipo y puede decirse que se trata de repartir una en la otra. Ejemplo:

---

[43] SEP, "La multiplicacón y la división", en: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, Primera parte, México, 1995, pp. 122-136.

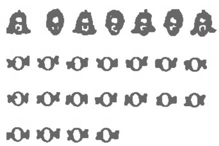
Se tienen 720 melones y se quieren distribuir en 12 costales, de tal manera que cada costal haya la misma cantidad. ¿Cuántas melones se deben poner en cada costal? - 720 melones se reparten en 12 costales.

"El objetivo de plantear problemas de reparto y agrupamiento, es que los alumnos puedan diferenciar cada una de las acciones e identificar la división como una herramienta que permite resolverlos, promoviendo así, el uso del algoritmo convencional."[44]

El significado que tiene el residuo, como una magnitud y no como un número aislado, se basa en el contexto del problema. Ejemplo: Se necesita transportar 17 postes. En cada viaje sólo se pueden llevar 4 postes. ¿Cuántos viajes se deben hacer? -podría decirse que sobra un poste, pero, como se necesitan transportar todos los poste, ese poste sobrante debe ser transportado en otro viaje. Por lo tanto, la respuesta es: " 4 viajes con 4 postes, y uno con un poste".

Evolución de los procedimientos de los alumnos.

En las primeras resoluciones de problemas de reparto, se utiliza el procedimiento de reparto cíclico, uno a uno. Si no se cuenta con material concreto, se apoya en la representación gráfica (arreglo rectangular). ejemplo: Es el cumpleaños de Ana. Su mamá tenía 18 dulces para repartirlos entre 7 niños, cuidando que a todos les toque lo mismo. ¿Cuántos dulces le tocan a cada uno?



dibuja caras

usa objetos

Los problemas tasativos o de agrupamiento, los procedimientos de interacción del divisor, consisten en repartir el divisor tantas veces necesarias, para acercarse o llegar al dividendo, se puede utilizar la adición. Ejemplos: El general ordena a 15 soldados que se formen en filas de 5, ¿Cuántas filas de soldados se hacen?.

44 SEP, "libro del maestro, matemáticas, Sexto grado", México, 1994, p.26.

1	1	1	1	1	
1	1	1	1	1	$5 + 5 + 5 = 15$
1	1	1	1	1	

Al resolver problemas que implican una división con un residuo "grande" (casi igual que el divisor), y según el contexto, los niños se resisten a dar ese residuo, ejemplo: Tenemos 31 revistas para repartirlas en 8 puestos. Cada puesto debe quedar igual número de revistas. ¿Cuántas revistas dejamos en cada puesto?

P	P	P	P	P	P	P	P
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	

Los niños se resisten a dejar tantas revista sin repartir (7), sólo porque falta una revista más para que queden igual todos los puestos.

Escuchar las opiniones de los niños ayuda a conocer los razonamientos, los elementos que consideran en sus reflexiones matemáticos o contextuales.

Al resolver problemas de división con apoyo gráfico o de adición, se debe propiciar el uso de la multiplicación, la estimación de un resultado y su verificación. El uso de la multiplicación presenta un paso fundamental en el proceso de aprender.

Cuando los alumnos llegan resolver operaciones como 63:9 =__ buscando el número que multiplicado por 9 da 63, es porque ha empezado a concebir de manera implícita, a la división como multiplicación inversa. Esta concepción debe construirse al resolver numerosas situaciones.

El proceso usual para dividir.

En el procedimiento usual para dividir no se considera el dividendo completo; por ejemplo, de un dividendo de cuatro cifras se divide primero sus millares. después centenas, etc., haciendo a la vez conversiones de los millares sobrantes a centenas, de las centenas sobrantes a decenas, etc.

Las distintos pasos se abrevian, perdiendo las cantidades involucradas, dificultando su comprensión.

El procedimiento es rápido cuando se domina, es difícil de comprender y aplicar sin errores.

Las situaciones siguientes pueden ayudar a comprender el procedimiento.
Los problemas de reparto en el contexto de dinero, resultan útiles, para introducir a los alumnos en el conocimiento y ejecución del algoritmo usual de dividir.

Este tipo de problemas ayuda a comprender el significado de las cantidades que se van obteniendo cada vez que se realiza un paso de la técnica.
Se reparte 1638 pesos entre 15 personas.

Se escribe a la derecha a qué acciones con el dinero corresponde cada paso:

a) M C D U
```
      0
15 | 1  6 3  8
```
Se dan cero billetes de mil a cada persona.

b)
```
   0
15 | 1  6 3  8
```
Se repartirán 16 billetes de cien

c)
```
   0  1
15 | 1  6 3  8
   - 1  5
        1
```
El billete de cien que sobró se convierte en 10 billetes de diez, más 3 billetes de de diez que había son 13 billetes de diez.

d)
```
   0  1
15 | 1  6 3 8
   - 1 5
       1 3
```

e)
```
   0  1  0
15 | 1  6  3 8
   - 1  5
        1  3
```

f)
```
   0  1  0
15 | 1  6  3  8
   - 1  5
        1  3  8
```

g)
```
   0  1  0  9
15 | 1  6  3  8
   - 1  5
        1  3  8
      - 1  3  5
               3
```

Estrategias utilizadas en la resolución de problemas donde se aplica la división.

Los alumnos pueden resolver problemas, porque han construido, en su experiencia cotidiana, estrategias y conocimientos matemáticos que les permiten resolver muchas de las situaciones que enfrentan.

Construcción de estrategias para dividir.

Estrategias descriptivas, en ellas los niños utilizan representaciones gráficas o repartos objetivos y mediante cálculos escritos, para resolver los problemas.

Estrategias constructivas, los niños ya no hacen dibujos donde simulan el acto de repartir uno a uno los objetos que indica el problema, ni efectúan sumas donde cada uno de los sumandos es el divisor. La longitud de los cálculos motiva a los niños a buscar forma de facilitarlos. Y algunos logran hacerlo, por ejemplo utilizando múltiplos o duplicando.

Y es precisamente de la necesidad de facilitar los cálculos, de donde surge la construcción de estrategias que orientan a los niños hacia la multiplicación y luego, hacia la división.

Prueba del cociente hipotético, los niños hipotetizan un cociente y lo ponen a prueba utilizando la multiplicación. En el caso de la división exacta, el cociente hipotético válido será en que, haciendo el papel de factor, los lleve a obtener como resultado de la multiplicación un número igual al dividendo.

El uso de esta estrategia muestra un amplio conocimiento de las relaciones entre la división y la multiplicación. Los niños que la utilizan han convertido la división en una "multiplicación con hueco" para resolver problemas.

Los alumnos utilizan diversas estrategias para resolver problemas de división. Tales estrategias muestran un avance progresivo que se puede ordenar así:

- simulación de la acción de repartir o de iterar, que incluye la suma repetida del divisor;

- búsqueda de estrategias que se orientan a la multiplicación, por ejemplo el uso de múltiplos del divisor o duplicaciones.

- prueba del cociente hipotético, mediante el establecimiento de la relación inversa con la multiplicación, y

- manejo del algoritmo convencional."[45]

Estas estrategias evidencian que el significado de la división, así como las habilidades con que los niños se acercan a los problemas que la implican, se construyen y se desarrollan poco a poco.

Esta construcción se realiza en relación con otros conceptos y habilidades, como por ejemplo la multiplicación y la estimación.

[45] Alicia, Ávila, "los niños construyen estrategias para dividir", en: Los niños también cuentan, SEP, Col. Libros del Rincón, México, 1993, p. 38.

CAPITULO II
ALTERNATIVA DE INNOVACIÓN.

Numerosos estudios sobre el aprendizaje y la enseñanza de la división han demostrado que los niños no son simplemente receptores que acumulan la información que como maestra les doy, sino que aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones problemáticas.

Desde esta perspectiva, la división debe ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas.

Para aprender, los alumnos necesitan aplicar la división, es decir, precisan enfrentar numerosas situaciones que les presente un problema, un reto y generar sus propios recursos para resolverlo, utilizando los conocimientos que ya poseen.

Sus recursos serán casuales al principio, pero poco a poco, con la experiencia, la interacción con sus compañeros y la ayuda del maestro, evolucionarán hacia la conceptualización de la división.

En consecuencia la división y los problemas no pueden separarse. No se trata de "aprender" división para después "aplicarla" a la resolución de problemas, sino aprender división resolviendo problemas.

Esta concepción didáctica implica recuperar el significado de la división, contextualizarla nuevamente, es decir, ponerla en situaciones en que cobre sentido para el alumno, al permitirle resolver los problemas que se les planteen.

La alternativa propone una secuencia didáctica que propicie la estrategia constructiva de la división por medio de la resolución de problemas, la exploración de los problemas que dan sentido y muestran la utilidad de la división, analizando las condiciones didácticas que pueden favorecer esta adquisición y experimentar de una manera distinta, más grata, creativa e interesante de hacer y aprender matemáticas.

2.1 Plan de trabajo.

Consiste en planear todas las actividades a realizar para el logro del objetivo propuesto.

2.1.1 Propósitos.

* Planear una secuencia didáctica por medio de la cual los alumnos construyan progresivamente la estrategia de la división para la resolución de problemas.

* Propiciar la participación de los alumnos, interactuando con sus compañeros, explicando sus procedimientos, validando sus estrategias desarrolladas.

* Analizar los avances de las estrategias de resolución de los alumnos.

* Lograr que a través de la resolución de problemas conceptualicen la división los alumnos.

2.1.2 Contenido.

* La conceptualización de la división.

2.1.3 Recursos.

* Material concreto: periódicos, revistas, anuncios publicitarios, calificaciones, material de rehuso, salón de clases, patio, canchas, escuela, tiendas comerciales, banco, etc.
* Problemas elaborados del libro de texto, fichero de actividades y libros del "Rincón de la Lectura" referentes al tema y los diseñados por el maestro.
* Registro anecdótico del maestro.

2.1.4 Actividades.

Para la selección de problemas relacionados con la división se revisaron el libro de texto de matemáticas, fichero de actividades, libros del Rincón de la Lectura, etc.

Basándome en las características siguientes:

* Ser interesantes, de la vida cotidiana.
* Siempre el problema deberá presentar una dificultad o desafío.
* En la planeación de la secuencia didáctica se partió de los resultados de la aplicación de los problemas de diagnóstico sobre las estrategias utilizadas de los alumnos. En su proceso se trató el contenido de la división a partir de situaciones problemáticas, permitiéndole al alumno enlazar nociones y nuevos conocimientos en el contexto.

Se analizaron los problemas resolviéndolos utilizando diferentes estrategias, antes de la aplicación con los alumnos.

La aplicación de los problemas a los alumnos.

Se trabajó cuatro problemas o situaciones problemáticas mensualmente, resolviéndolos por parejas o en equipo, propició la reflexión a partir de sus experiencias y conocimientos previos.

Con los propósitos de:

- Conocer como los alumnos resuelven el problema, para la evaluación adecuada de las soluciones de mismos.
- Mostrar que también en los procedimientos no convencionales, hay razonamientos correctos.
- Reconocer el avance de estrategias de resolución que va construyendo para aplicar finalmente la división.

Resolución de problemas por los alumnos.

Para resolver un problema no le fue necesario recibir previamente información acerca de cómo se resuelve.

El proceso de resolver un problema incluyó ensayar un procedimiento, rectificar errores y adaptar creativamente recursos conocidos, no se indicó previamente cómo se resuelve el problema, por lo que no se impidió la realización de este proceso.

El problema fue resuelto con distintos procedimientos y no con uno solo.

El problema implicó la puesta en juego de varios conocimientos matemáticos.

Procedimiento de resolución de los problemas.

a) Presentación de los problemas.

Se planteó una diversidad de problemas, variando las características más visibles, como el contexto (de la vida cotidiana, ficticio, como juego, matemático) o la forma de presentación (a través de un texto, oralmente, con material gráfico, concreto) con las preguntas (sin preguntas en que la tarea consiste en reformularlas), los datos (exceso de datos, falta de datos), la respuesta (admite una o varias respuestas, son numéricas o no).

b) No se dió indicaciones previas y se planteó problemas con frecuencia.

El no dar indicaciones previas a los alumnos acerca de cómo se resuelve el problema incluye el no enseñar previamente a resolverlo (problema modelo), no guiar la resolución , no dar orientaciones sobre la operación que se puede utilizar y procurar no usar siempre palabras o expresiones "clave" en la redacción de los problemas (Bogolyubov, A.N., 1972).

Con frecuencia porque es como se aprende a resolverlos, en particular, en la evolución de los procedimientos de los alumnos, la búsqueda sistemática juega un papel importante.

c) Se comentó el enunciado del problema antes de la solución de éste.

La finalidad del comentario previo es asegurar que los alumnos comprendan lo que plantea el problema, los términos utilizados, las relaciones entre los datos, lo que se busca.

d) Se pidió a los alumnos un resultado aproximado (estimación) antes de que inicien la búsqueda del resultado exacto.

Este recurso consiste en propiciar una reflexión sobre la relación de datos, antes de centrar la atención en los cálculos que permitieron obtener el resultado exacto.

La estimación favorece la ejercitación de un tipo especial de cálculo mental, con frecuencia, requerido en la vida cotidiana y permite evaluar la factibilidad del resultado obtenido por medio de un algoritmo.

e) Se organizó una confrontación colectiva.

La organización de confrontaciones colectivas o puestas en común para corregir un problema cuando la mayoría de los alumnos han terminado tuvo como finalidades:

- El conocimiento de las distintas formas en las que sus compañeros resolvieron el problema, algunas tuvieron ventajas sobre otras por ser más sencillas, breves, (contienen la división). Contribuyendo a socializar los conocimientos que los alumnos van adquiriendo.
- Participaron en la decisión de qué procedimientos son correctos y cuáles no, a través de la búsqueda de errores y sus demostración.
- Se favorecieron debates que llevaron a los alumnos a aclarar sus ideas y a realizar demostraciones para apoyar sus puntos de vista.

Permitiendo conocer y valorar los distintos procedimientos de cómo resolvieron los problemas los alumnos.

Aplicación de la secuencia didáctica.

Para el desarrollo de cada una de las sesiones de resolución de problemas se realizó la secuencia didáctica siguiente:

* Introducción :

Se promovió una plática con el grupo de un tema predeterminado, con el fin de llegar a una situación problemática.

La presentación del problema tuvo las siguientes variables:

El contexto: Vida cotidiana, juegos, fantasía, matemático.

Formas de presentación: Oral, con material concreto, dibujos, material impreso (tablas y propaganda), a partir de un texto, combinando los recursos.

Preguntas, datos, respuestas: Con una pregunta o instrucción. sin pregunta es necesario plantearla, la respuesta es única, la respuesta no es numérica, sobran datos debiendo seleccionar los necesarios.

* Se dió el tiempo suficiente para comprensión del problema, a través de preguntas se aclararon las posibles dudas, pero sin conducirlo a lo que debe hacer.

* Se preguntó cual será el posible resultado (estimación).

* Realización: individual o por equipo.

Se indicó que lo resuelvan como ellos crean conveniente: con dibujos, operaciones; solicitando que anoten todo lo que hagan (procedimiento) para llegar a la solución, en caso de que detectaron procedimientos equivocados, anotaron el por qué los desecharon, sin borrarlo.

* Evaluación grupal de cada problema o actividad:

Los equipos mostraron y explicaron a sus compañeros el procedimiento que siguieron para llegar al resultado; para que los alumnos expliquen la lógica de sus estrategias, identifiquen sus errores y los corrijan.

Comparación del resultado final del problema para ver qué tan exacta fue la estimación.

Si no se obtiene el resultado esperado, se buscaron otras alternativas en las actividades en donde se presentaron dificultades para el avance correcto en su resolución.

La evaluación de los problemas aplicados se basaron en los apartados siguientes:

1. Comprensión del problema por el alumno.

a) El niño mostró que entendió el problema, al enunciarlo con sus propias palabras, o representando el problema usando diversos caminos, ante sus compañeros y maestro.
b) El alumno determinó si el problema es razonable y si es posible estimar una solución.

2. La habilidad del alumno o del equipo para selección y uso de estrategias de solución y la forma de presentar el plan para llevarlo a cabo.
3. Revisión de los aspectos relacionados con lo razonable de la solución y la exactitud de su resultado.

En el aspecto cuantitativo se manejó una escala estimativa:

PUNTOS	TRABAJO MOSTRADO POR LOS ALUMNOS
4	Nada de trabajo o ideas sin relación.
5	Identificación de datos, sin procedimiento alguno.
6	Usa los datos pero la estrategia no es clara.
7	Introduce un plan apropiado, pero no muy completo y mal aplicado.
8-9	Utiliza un procedimiento claro y apropiado, pero hay un error los cálculos.
10	Solución completa y correcta.

La utilización de estos instrumentos de evaluación validaron los procedimientos que fueron aplicando los alumnos en la resolución de problemas de división. Mostrando también la secuencia que fueron desarrollando en la aplicación de diversos procedimientos realizados.

La evaluación final.

Para conocer el avance y el cambio de la concepción de la división en la resolución de problemas por parte de los alumnos de sexto año de la escuela primaria "Fernando Montes de Oca", se aplicaron en el mes de junio de 1998, problemas parecidos a los utilizados en el diagnóstico que se llevó a cabo en septiembre de 1997 en el mismo grupo.

Cronograma de actividades.

1997 1998

ASPECTOS	ENE-AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	ABR	MAY	JUN	JUL	AG. SEP
Marco teórico	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
Marco contextual	X											
Elaboración de instrumentos			X	X	X	X						
Piloteo y validación	X											
Aplicación de instrumentos	X					X	X	X	X	X		
Inicio de la aplicación alternativa						X						
Aplicación de problemas de diagnóstico			X									
Análisis de resultados									X	X	X	X
Evaluación de la alternativa										X	X	X
Reformulación de la propuesta											X	X
Conclusiones											X	X

CAPITULO III
ANALISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS

Se interpreta las actividades realizadas a partir de determinadas categorías de análisis generadas por los criterios específicos de la metodología seleccionada para la evaluación de los problemas resueltos por los alumnos.

El análisis de cómo los alumnos resuelve problemas matemáticos genera información valiosa, como entender el proceso de las diversas fases de la solución.

Para llevar a cabo el análisis es necesario recurrir a diversos métodos de recolección de información y basarse en modelos, los cuales permiten identificar categorías o dimensiones que expliquen el comportamiento de los individuos al resolver problemas. Estas categorías caracterizan los elementos que influyen en la resolución de un problema y constituyen un intento de explicar algunas dificultades que el alumno puede mostrar al resolver un problema.

Polya (1945)"identifica varias etapas o categorías en el proceso de resolver problemas.

Fase del entendimiento del problema: es importante entender la información del enunciado del problema y las posibles relaciones.

Etapa de la concepción de un plan y el proceso de llevarlo a cabo: después de haber entendido el problema el siguiente paso es presentar un plan e implantarlo para resolver el problema.

Finalmente la fase de evaluación de la solución o las soluciones es llevar a cabo una visión retrospectiva del potencial del problema, que incluye la actividad de revisar los cálculos y operaciones, también evalúa el sentido de la solución y el análisis de las posibles extensiones o conexiones del problema."[46]

Por lo que definió las categorías de análisis siguientes:

1. Comprensión del problema.
   El alumno debe comprender el problema.

---

[46] Luz Manuel Santos Trigo, "Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas", didáctica, lecturas, Iberoamérica, México, 1996, p. 37.

Ante todo, el enunciado del problema debe ser comprendido.

Puede ser comprobado hasta cierto punto, pidiéndole al alumno que repita el enunciado con otras palabras, deberá poder separar los principales partes del problema, la incógnita, los datos y la condición.

Es necesario dar nombres a dichos elementos y por consiguiente introducir una notación adecuada; poniendo cuidado en la apropiada elección de la simbología matemática.

La estimación consiste en proporcionar una reflexión sobre la relación de datos antes de centrar la atención en los cálculos que permiten obtener el resultado.

"La posible estimación de la solución de un problema le da la posibilidad de poder determinar un procedimiento con los pasos para encontrar una solución."[47]

2. Selección y ejecución del plan.
Un plan cuando sabemos, al menos que cálculos, que razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita.

Lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan.

Esta idea puede tomar forma poco a poco o bien, después de ensayos infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto una "idea brillante".

Las buenas ideas se basan en la experiencia pasada y en los conocimientos adquiridos previamente.

Los materiales necesarios para la solución de un problema de matemáticas son ciertos detalles particulares de conocimientos previamente adquiridos, tales como problemas resueltos.

---

[47] Cecilia Parra. "Cálculo mental en la escuela primaria", en: Los problemas matemáticos en la escuela, Antología Básica, LE '94, UPN, México, 1997, p. 120.

Diseñar un plan, concebir la idea de la solución, no tiene nada de fácil. Hace falta para lograrlo, una serie de circunstancias: conocimientos ya adquiridos, buenos hábitos de pensamiento, concentración. Es más fácil llevar a cabo el plan.

El plan proporciona una línea general. Nos debemos asegurar que los detalles encajan bien en esa línea.

Si el alumno ha concebido realmente un plan, aunque un tanto ayudado, y si ha concebido la idea final con satisfacción, entonces no la perderá tan fácilmente. No obstante, se le debe insistir al alumno que verifique cada paso.

Lo esencial es que el alumno este completamente seguro de la exactitud de cada paso.

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

Reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas. Se debe hacer comprender a los alumnos que ningún problema puede considerarse completamente terminado. Siempre queda algo por hacer, mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede mejorar cualquier solución, y en todo caso, siempre podremos mejorar n uestra comprensión de la solución.

El alumno ha llevado a cabo su plan. Ha redactado la solución, verificado cada paso del razonamiento. Tiene pues, breves motivos para creer que su solución es incorrecta. No obstante, puede haber errores, sobre todo si el razonamiento es largo y enredado. Por lo tanto, es recomendable verificar.

3.1 Descripción y análisis de actividades.

Actividad 1. Revisión de tarea.

Se llevó a cabo el 2 de febrero de 1998 a las 8:30 hrs.

Situación problemática:

Se planteó calificar la tarea de José Luis, se les entregó a cada alumno una hoja con las operaciones resueltas, se les indicó que cada operación bien hecha vale dos puntos y si alguna esta mal hecha deben marcar error y anotar porque esta incorrecta. Describiendo la manera cómo realizaron la revisión.

Karina, Verónica y Marisela revisaban conjuntamente las divisiones en voz baja, por medio de la comprobación de la división y comparaban sus resultados.

En Jonathan, David y Aldo se observaba que revisaban las operaciones siguiendo los pasos del algoritmo resuelto, paso por paso.

En cambio Rolando, Sac Nicte, Sarahí y Jazmín realizaban las divisiones nuevamente para comparar el procedimiento que utilizan para resolver la división.

9:15 hrs entregaron los trabajos evaluados con 2 y 4 de calificación.

```
      350         25        105        23        1.32
 25|8650    14|352    46|3860    43|975    62|82.36
    115        072       0260       145        1 76
     000        02         30        16          52
```

Análisis de I a actividad.

1. Comprensión del problema.
   Los alumnos determinaron que debían revisar las operaciones indicadas.

Datos: Las cinco operaciones de división realizadas.

Condición: Cada operación correcta vale dos puntos e incorrecta marcar error.

Incógnita: Evaluar la calificación de la tarea.

2. Selección y uso de estrategias de solución.
   Para revisar las operaciones los alumnos realizaron diferentes maneras de comprobar las respuestas anotadas.

- Nueve alumnos para encontrar los errores volvieron a realizar las divisiones y compararon estas con las de la tarea para así poderlas calificar.

346	25	83	22	1.32
25⟌8650	14⟌352	46⟌3860	43⟌975	62⟌82.36
115	072	0180	115	20 3
150	2	42	29	1 76
0				52
error	correcta	error	error	error

- Dieciséis alumnos revisaron paso a paso las cantidades anotadas en las divisiones y anotaron que error encontraban.

En la primera división multiplico mal por 5 se pasa, en su lugar debe ser 4.
La segunda división esta correcta.
La tercera división no cabe 38 entre 46, se debe tomar la siguiente cifra para que se pueda dividir correctamente 386 entre 46.
La cuarta división al multiplicar 43X2 es 86 quitándoselo a 97 sobran 11 no 14.
La quinta división al multiplicar 62X1 es 62 al restarlo a 82 sobran 20 no 1.

- Tres alumnos la verificaron haciendo la comprobación de la división a través de multiplicar el cociente con el divisor y sumar el residuo de ésta para obtener el dividendo.

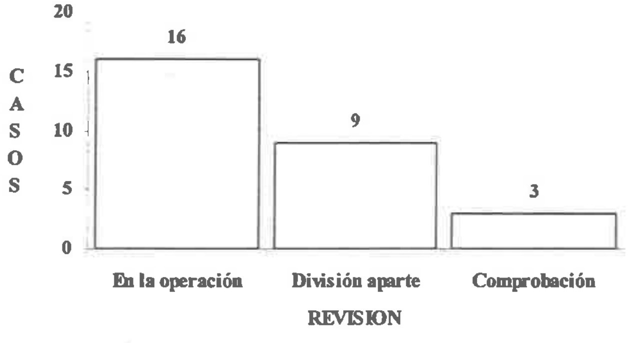
350 X 25 = 8750	Esta incorrecto porque la cantidad es 8650.
25 X 14 = 350+2 = 352	Esta correcta.
105 X 46 = 4830 + 30 = 4830	Esta incorrecta se pasa de 3860.
23 X 43 = 989 + 16 = 1005	Incorrecta debe ser 975.
1.32 X 62 =82.36 + .52 = 82.36	Esta correcta porque el resultado es el mismo que el dividendo, pero se considera incorrecta porque en el algoritmo de la división falto anotar el residuo parcial 203.

3. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.

La actividad demostró que la realización del algoritmo de la división en los alumnos es correcta. Sólo en el caso de los que realizaron la comprobación mediante la multiplicación se observó el error mencionado anteriormente.
La evaluación de la tarea fue acertada con dos puntos de calificación.

Estrategias utilizadas en la revisión.

Revisión	Casos	Porcentaje
En la operación	16	57.14%
División aparte	9	32.14%
Comprobación	3	10.71%
Total	28	100.00%



Los alumnos ejercitan el manejo de la operación al tratar de descubrir errores en su aplicación.

Actividad 2. Collares de cuentas.
Fecha de realización: 9 de febrero de 1998.

Situación problemática:

Brenda tiene 36 cuentitas y va a hacer con ellas unos collares. Quiere que cada collar tenga el mismo número de cuentitas y también quiere usar todas las cuentitas que se pueda.

a) si hace 12 collares, ¿cuántas cuentitas debe poner en cada uno?

b) si hace 6 collares, ¿cuántas cuentitas tendrá cada uno?

c) ¿y si hace 5 collares?

d) si pone 4 cuentitas en cada collar, ¿cuántos collares puede hacer?

e) Si pone 5 cuentitas en cada collar, ¿cuántos collares puede hacer?

8:30 hrs Su resolución fue en parejas, se les entregó impreso para que ahí anotaran sus estrategias y resultados obtenidos.

Julio y Rolando realizan multiplicaciones para encontrar el número de collares que se pueden hacer.

Ever y Uriel mencionan que se debe dividir el numero de collares que se quiere hacer entre las cuentitas se tienen.

Marisol contesta también con multiplicaciones se puede resolver.

9:00 hrs. La mayoría de los equipos ya terminaron y entregaron sus trabajos, posteriormente exponen sus estrategias.

Un equipo el de Sarahí y Sac Nicte mencionan en su trabajo, después de sacar los resultados de todas las pregunas, escogieron la que contesta mejor el problema. La opción B porque no sobra ninguna y son 6 cuentitas en cada collar.

Análisis de la actividad.

1.Comprensión del problema.

Se entendió que Brenda va a hacer collares con cuentas, las cuales se deben agrupar en una determinada cantidad.

Datos: 36 cuentitas para los collares.

Condición: cada collar debe tener el mismo número de cuentitas y todas las que se puedan utilizar.

Incógnitas: cuántas cuentas se deben poner en 12, 6 y 5 collares y cuántos collares se pueden hacer con 4 y 5 cuentitas en cada collar.

Estimación: realizaron la estimación rápidamente por los datos mencionados, la cual fue exactamente el resultado obtenido.

3. Selección y uso de estrategias de solución.
- Ocho equipos lo solucionaron a través del uso de la división en cada uno de los casos fue correcto.

a) $\begin{array}{r} 3 \\ 12\overline{)36} \\ 0 \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 6 \\ 6\overline{)36} \\ 0 \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 7 \\ 5\overline{)36} \\ 1 \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 9 \\ 4\overline{)36} \\ 0 \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 7 \\ 5\overline{)36} \\ 1 \end{array}$

- Seis equipos lo solucionaron utilizando la multiplicación como cociente hipotético alternativamente con la división.

a) $3 \times 12 = 36$ b) $6 \times 6 = 36$ c) $\begin{array}{r} 7 \\ 5\overline{)36} \\ 1 \end{array}$ d) $9 \times 4 = 36$ e) $7 \times 5 = 35$

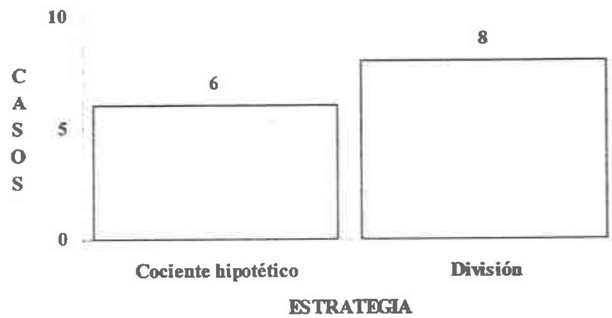
y sobra 1

4. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.

Se obtuvo los resultados correctamente en cualquiera de los casos mencionados.

a) 3 cuentitas.
b) 6 cuentitas.
c) 7 cuentitas y sobra una cuentita.
d) 9 collares.
e) 7 y sobra una cuentita.

Estrategia	Casos	Porcentaje
Cociente hipotético	6	42.86%
División	8	57.14%
Total	14	100.00%



Se observa que un poco más de la mitad de los equipos utilizó la división como una estrategia que facilita la resolución del problema de agrupamiento.

Actividad 3. El banco.
Fecha de realización: 16 de febrero de 1998.
Situación problemática:

En un banco se va a cambiar un cheque por la cantidad de $1738.00.
¿Cuántos billetes y monedas me darán?

8:30 hrs. Se organiza al grupo en equipos de cuatro integrantes, cada equipo elabora su cheque del banco, anotando la cantidad de billetes y monedas que se darán por la cantidad.

Un equipo se encargo de ser el banco: Julio, Rolando Oscar y Daniel, se les hizo entrega de billetes y monedas.

Su función era revisar el cheque si estaba bien elaborado, con la cantidad de billetes y monedas correctamente anotado, pagaban al equipo lo que habían solicitado.

Si el total de billetes y monedas que se pedía no correspondía a la cantidad anotada arriba, lo regresaban al equipo para su corrección.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

A través de preguntas se verificó la comprensión del problema: ¿Qué información nos dan? ¿Qué debemos obtener?

Datos: Un cheque de $1738.00 para cambiarlo en el banco.

Condición: tomando en cuenta el valor de los billetes y monedas que tiene el banco.

Incógnita: cuántos billetes y monedas recibiré.

Estimación: los alumnos estimaron el resultado mentalmente.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Al término de la actividad, cuatro alumnos de diferentes equipos, pasaron a demostrar su estrategia aplicada al pizarrón de esta manera:

Valor de billetes	Cantidad	Uriel : Suma	Sarahí : Resta
$ 500.00	3	500+500=1 000	1 738
$ 200.00	1	500+200= 700	- 500
$ 100.00	0		1 238
$ 50.00	0		- 500
$ 20.00	1	20+5+5=30	738
Monedas			- 500
$ 5.00	3	5+3=8	238
$ 1.00	3		- 200
			38
			- 20
			18
		1 700+30+8=1 738	- 5
			13
			- 5
			8
			- 5
			3
			- 3
			0

Uriel mencionó que primero calculó para cuantos billetes de $500 alcazaba y después para $200, $100, $50, $20 y monedas de $5 y $1, y después sumarlos para comprobar si era la cantidad exacta.

Sarahí dijo ir viendo cuando cabía y use todos para tener cambio, hice una resta, le fui quitando al valor de cheque.

Tania :	Multiplicación
500X3= 1 500	1 500
200X1= 200	200
20X1= 20	+ 20
5X3= 15	15
3X1=3	3
Total	1 738

Tania mencionó que multiplicó el valor del billete por la cantidad de ellos, después sumó los resultados y salió la cantidad del cheque.

Marisol :	División

$$\begin{array}{r} 3 \\ 500\overline{)1738} \\ 238 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 200\overline{)238} \\ 38 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 20\overline{)38} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5\overline{)18} \\ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 3\overline{)3} \\ 0 \end{array}$$

Marisol dijo que dividiendo la cantidad entre el valor del billete mayor se obtiene el número de billetes y lo que sobra se divide ahora por el billete que sigue se sabe cuando billetes son y así se continúa hasta que nos sobre cero.

4. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.
   La mayoría de los alumnos utilizaron estrategias descriptivas (suma y resta).
   Todas las estrategias obtuvieron el mismo resultado.

Estrategia	Casos
Suma	9
Resta	1
Multiplicación	2
División	2

Actividad 4. La fiesta de fin de año.
Fecha de realización: 23 de febrero de 1998.

Problema:

Los alumnos lograron reunir $62 879.00 en el banco para la fiesta de fin de año.

¿Cuántos billetes y monedas les dará el banco?

8:30 hrs Los alumnos lo copian y lo resuelven individualmente.

Yadira divide $62,879 entre 500 lo que sobra lo divide entre 200, lo sobrante entre 100 y así con 50, 10, 5 y 1, luego suma todos los billetes y monedas obtenidos para comprobar.

En cambio Ma. Elena calcula el número de billetes de cada valor, realza multiplicaciones para obtener las cantidades y suma pasa saber si esta bien.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema

Los alumnos mencionaron que este problema se parecía al anterior, por lo que dijeron que se tenía que obtener el número de billetes y monedas daría el banco al cambiar el cheque.

Datos: $ 62 879.00 en el banco.

Condición: el cambio en billetes y monedas que tiene el banco.

Incógnita: encontrar la cantidad de billetes y monedas que dará el banco por el cheque.

Estimación: Aquí la estimación fue un poco lenta por la cantidad indicada, pero también fue exacta al resultado.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

- Utilizaron 18 alumnos la división para encontrar las cantidades.

Billetes $	Cantidad
500	125
200	1
100	1
50	1
10	2
5	1
1	4

$$
\begin{array}{r}
125 \\
500\overline{)62879} \\
1287 \\
2879 \\
379
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1 \\
200\overline{)379} \\
179
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
1 \\
100\overline{)179} \\
79
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1 \\
50\overline{)79} \\
29
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
2 \\
10\overline{)29} \\
9
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1 \\
5\overline{)9} \\
4
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
4 \\
1\overline{)4} \\
0
\end{array}
$$

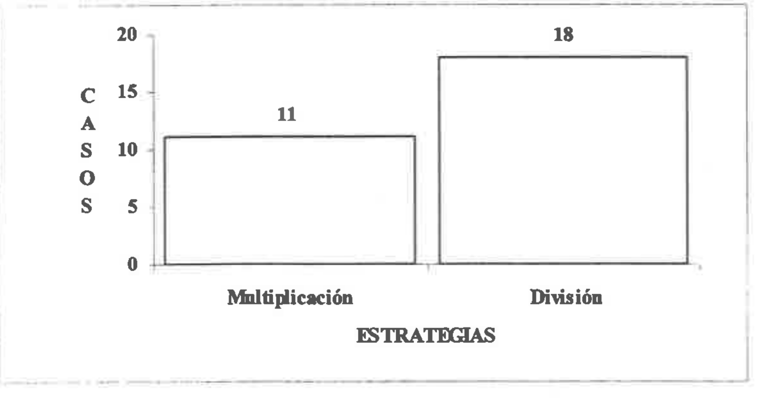
- Emplearon 11 alumnos la multiplicación al calcular primero que 2 billetes de $500 son $1000 por lo tanto para $62000 se necesitan 124 billetes y luego fueron multiplicando los billetes faltantes para completar la cantidad de dinero.

500 X 124 = 62 000	62 000
200 X 4 = 800	800
100 X 0 = 0	0
50 X 1 = 50	+ 50
10 X 2 = 20	20
5 X 1 = 5	5
1 X 4 = 4	4
Total	62 879

3. **Razonable de la solución y exactitud del resultado.**
   En cualquiera de las estrategias los resultados fueron correctos.

Se observa el avance de sus estrategias constructivistas ya que ahora decidieron utilizar la multiplicación y la división como las operaciones que facilitaron la resolución del problema de reparto.

Estrategia	**Casos**
Multiplicación	11
División	18



Los procedimientos de los alumnos mejoran poco a poco con la práctica, al resolver problemas más complicados, al ver lo que hacen sus compañeros y con la ayuda del maestro.

Actividad 5. Venta de plumas.

Realizada el 2 de marzo de 1998.

Problema:

Aldo vende en la escuela juegos de plumas a un costo de $13 cada juego.
El lunes reunió $260, ¿cuántos juegos de plumas vendió?
El martes reunió $195, ¿cuántos juegos de plumas vendió?
El miércoles reunió $234, ¿cuántos juegos de plumas vendió?

8:30 hrs. Se resolvió por equipos de tres integrantes.

Primeramente se les pidió una estimación de los posibles resultados.

Después discutieron en el equipo el procedimiento a seguir para resolverlos.

Un integrante era el encargado de anotar en una hoja el problema, lo planeado y lo realizado para solucionarlo.

Rosa Isela anota que su equipo divide las ganancias entre lo que cuesta cada juego.

Oscar menciona que ellos calculan el número de juegos vendidos y lo multiplican por $13 que cuesta, hasta que se obtiene el diero que había ganado el lunes, martes y miércoles respectivamente.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.
   Se comprendió que se vendieron juegos de plumas a $13.
   Datos: reunió el lunes $260, el martes $195 y el miércoles $234.
   Condición: cada juego de plumas cuesta $13.
   Incógnitas: encontrar el número de juegos de plumas vendidos al saber el dinero obtenido.
   Estimación: La realizaron aproximándose al resultado correcto.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

- Tres equipos lo resolvieron utilizando el cociente hipotético a través de la multiplicación.

$20 \times 13 = 260$ $\quad$ $15 \times 13 = 195$ $\quad$ $18 \times 13 = 234$

- Seis equipos los resolvieron con la división.

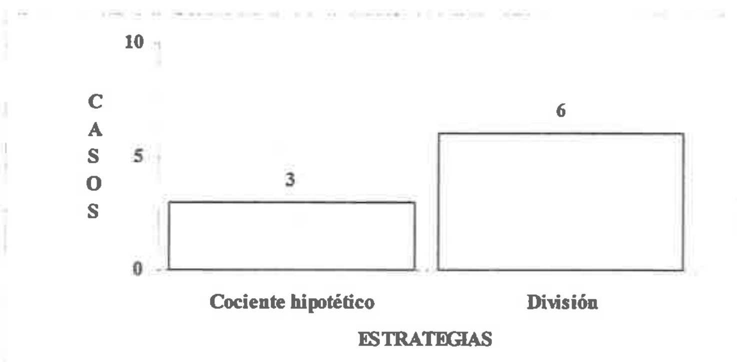
$$\begin{array}{r} 20 \\ 13\overline{)260} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ 13\overline{)195} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ 13\overline{)234} \\ 0 \end{array}$$

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

Los alumnos están utilizando cada vez más la división en problemas de reparto como un procedimiento más rápido y exacto.

Los resultados de ambas estrategias son correctos.

Estrategia	**Casos**
Cociente hipotético	3
División	6



Actividad 6. Pago de rentas.

Efectuada el día 9 de marzo de 1998.

Problema:

La familia de David paga de renta en la casa donde vive $350. En el mes de febrero le pagó al dueño $4 200 de rentas atrasadas.

¿Cuántos meses debían de renta?

8:30 hrs. Se realizó individualmente, se les dictó para que lo anotaran en una hoja.

Oscar mencionó que eran como 12 meses lo que se debía de renta.

Ever y Uriel afirmaron que ese era el resultado del problema.

Por lo que se les indicó a los alumnos, que para demostrarlo se tenía que anotar en su trabajo que procedimiento aplicaron y resolverlo para así saber si es el correcto.

Análisis de actividades.

1. Comprensión del problema.

Los alumnos mencionaron que la familia de David paga mensualmente \$350 de renta.

Datos: \$350 de renta, \$4 200 de rentas atrasadas.

Condición: Cada renta es de \$350.

Incógnita: cuántas rentas debían al pagar \$4 200.

Estimación: Dieron como estimación 10 rentas aproximadamente.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

- Utilizaron 4 alumnos el cociente hipotético a través de la multiplicación para encontrar los meses que debía.

12 X 350 = 4200

- Aplicaron 24 alumnos la división.

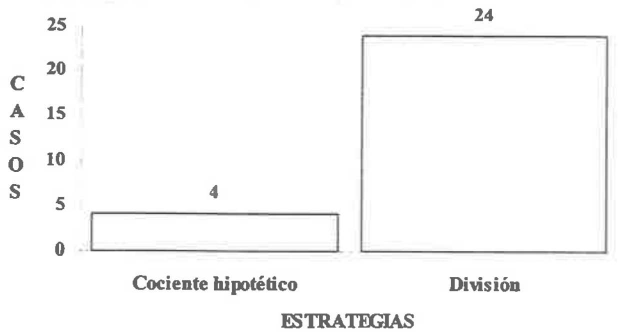
$$\begin{array}{r|l} & 12 \\ \hline 350 & 4200 \\ & 700 \\ & 0 \end{array}$$

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

Se continúa reafirmando la estrategia constructiva de la división.

Los resultados son correctos. Solamente una alumna se equivocó al realizar el algoritmo de la división y obtener un resultado equivocado.

Estrategia	Casos
Cociente hipotético	4
División	24
Equipos	28



Actividad 7. Compra de playeras.

Realizada el 16 de marzo de 1998.

Problema:

Al comprar 34 playeras pagué $1 530.

¿Cuánto deberé pagar más si quiero comprar otras 5 playeras?

¿Cuál es el valor de una playera?

8:30 hrs. Se acomodaron por parejas, copiaron el problema del pizarrón en una hoja.

Jonathan y Victor dijeron que tenían que dividir el dinero entre el número de playeras y daría el precio de una playera.

Diana y Jazmín lo resolvían utilizado la calculadora y posteriormente preguntaron si era necesario escribir las operaciones, lo cual respondí que si para saber que habían realizado para solucionarlo.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.
   Se entendió que por 34 playeras se pagó $1 530.

Datos: 34 playeras costaron $1530.
Condición: El costo por playera.
Incógnita: cómo encontrar cuánto cuesta una playera y cinco playeras más.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Los equipos pasan al pizarrón para demostrar el procedimiento que emplearon.

Pasa primero el equipo de Rosa y Verónica, dibujan las 34 playeras con una etiqueta del precio total, encierran una playera y notan su valor, encierran 5 playeras y señalan su precio, al final anotan la división 34 : 1530 y explican que así sacaron el valor de una playera.

El segundo equipo es el de Sarahí y Sac-Nite, realizan la división de dinero entre playeras, y la multiplicación de 5 por el precio de una playera.

$$1530 : 34 = 45 \qquad\qquad 5 \text{ X } 45 = 225$$

El último equipo es el de Aldo, Daniel y José Luis, va a escribir Aldo el procedimiento, pero no recuerda los datos y José Luis me pide su trabajo, para que lo copie su compañero en el pizarrón , anota la tabla:

Playeras	**Precio**
1	45
2	90
3	140
4	185
5	230

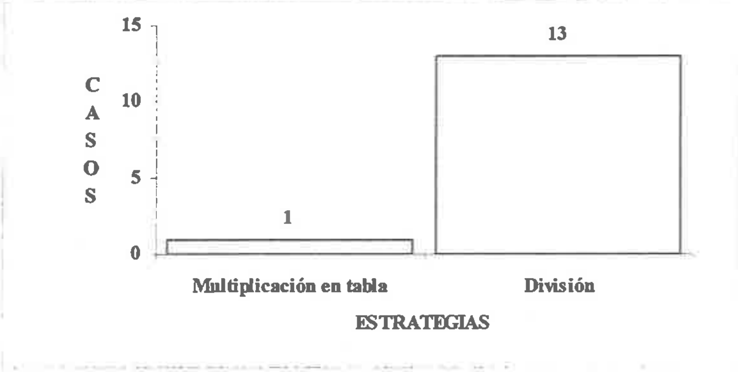
Al terminar, no tienen el mismo resultado y el grupo en general exclama, que tienen un error. Entonces preguntó al grupo, que quien nos podría explicar porque se equivocaron sus compañeros, levanta la mano Uriel y contesta: que al dar el precio de las playeras contaron mal, que debería ser de 3 playeras $135, de 4 $180 y de 5 playeras $225.

3. Razonable de la solución y la exactitud del resultado.

Se comenta a los alumnos que pueden haber varias maneras de resolver problemas, que puedan ser fáciles o complicadas, pero que el resultado siempre es el mismo.

Se observó que el trabajo en equipo permitió compartir ideas, discutirlas y ampliarlas, favoreciendo el compañerismo y la cooperación en el trabajo, propiciando la expresión libre de sus ideas, la defensa o rechazo con argumentos, lo que estimuló el desarrollo de su capacidad de razonamiento.

Estrategia	Casos
Multiplicación en tabla	1
División	13
Total	14



Actividad 8. Patio de la escuela.

Se efectuó el 23 de marzo de 1998.

Problema:

Oscar al dar una vuelta al patio de la escuela recorriendo 85 metros, ayer Oscar recorrió 1275 metros.

¿Cuantas vueltas completas dió al patio?

8:30 hrs. Lo resolvieron en equipos con tres integrantes.

La mayoría de los equipos mencionan que se resuelve con una división.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

La vuelta que da al patio de la escuela Oscar es de 85 metros y recorrió 1 275 metros.

Datos: la vuelta al patio es de 85 metros y 1 275 metros recorridos.

Condición: una vuelta es de 85 metros.

Incógnita: encontrar cuántas vueltas dio completas al patio.

2. Selección y uso de estrategias de resolución.

- Doce equipos utilizaron la división para encontrar las vueltas que se dieron.

$$
\begin{array}{r}
15\\
85\overline{)1275}\\
425\\
0
\end{array}
$$

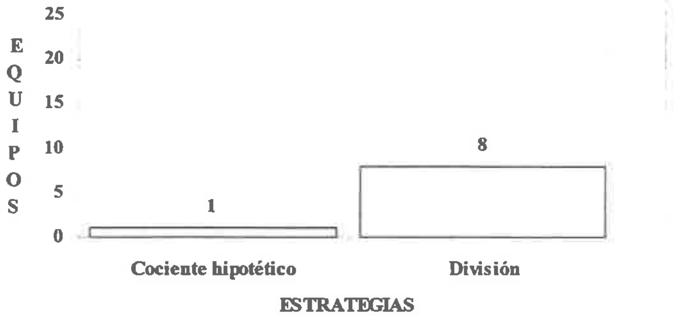
- Un equipo utilizó el cociente hipotético de la multiplicación para encontrar la respuesta.

85 X 15 = 1 275

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

El problema es de fácil resolución, privilegiando la utilización de la división para resolver el problema de agrupamiento.

Estrategias	Casos
Cociente hipotético	1
División	8
Total	9



Actividad 9. Gelatinas.

Se realizó el 30 de marzo de 1998.

Problema:

Para la fiesta de cumpleaños de Julio se elaboraron 186 gelatinas, su mamá utilizó 31 cajas de grenetina, pero resulta que a la hora de hacer la cuenta de los invitados más sus compañeros de 6o."C", se dió cuenta que le faltaban 48 gelatinas.

¿Cuántas cajas de grenetina tendrá que comprar?

8:30 hrs. Se agruparon por parejas.

Daniel y Oscar dijeron que primero se tenía que saber cuántas gelatinas se obtenían de cada caja.

El equipo de Marisol mencionó que se calculaba 6 gelatinas por caja aproximadamente.

En el equipo de Sarahí, comenzaron por anotar el procedimiento y posteriormente a realizar la estrategia de solución.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

Los alumnos dicen que se elaboraron 186 gelatinas con 31 cajá de grenetina, pero en al contar los invitados faltaron 8 gelatinas.

Datos: 186 gelatinas con 31 cajas de grenetina.

Condición: Se obtiene al conocer una de las incógnitas: el número de gelatinas por caja.
Incógnitas: cuántas gelatinas se obtienen por caja y cuántas cajas se utilizan para 48 gelatinas.
Estimación: La realizaron mentalmente aproximadamente 6 gelatinas por caja y 8 cajas se necesitan para completar.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Se elaboraron dos soluciones:

1. Saber cuántas gelatinas se hacen por cada caja.
2. Cuántas cajas se necesitan para elaborar 48 gelatinas.

- Nueve equipos lo resolvieron utilizando división en ambos casos.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 31\overline{)186} \\ 0 \end{array}$$ 6 gelatinas por caja $$\begin{array}{r} 8 \\ 6\overline{)48} \\ 0 \end{array}$$ 8 cajas de gelatina

- Cuatro equipos utilizaron división para el primer caso y cociente hipotético en el segundo.

$$\begin{array}{r} 6 \\ 31\overline{)186} \\ 0 \end{array}$$ 6 gelatinas por caja $8 \times 6 = 48$ 8 cajas de gelatina

- Un equipo usó el cociente hipotético de la multiplicación para resolver ambos casos.

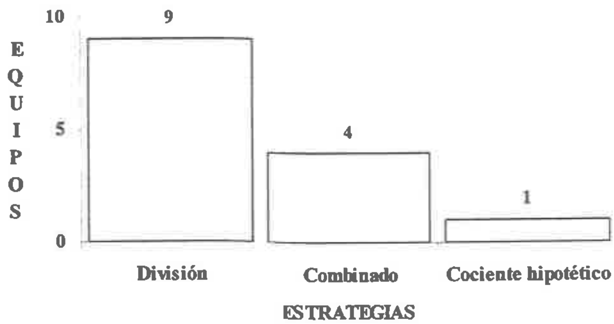
$1 \times 6 = 186$ 6 gelatinas por caja $6 \times 8 = 48$ 8 cajas de gelatina

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

Se utilizan ambos procedimientos constructivos para resolver el problema de reparto.

Obteniendo los resultados de ambos correctos.

Estrategias	Casos
División	9
Combinado	4
Cociente hipotético	1
Equipos	14



Actividad 10. Los viajes.

Se realizó el 20 de abril de 1998.

Situación problemática:

En un microbús que va para Tacubaya viajan 45 pasajeros cada uno pagó \$2.50. ¿Cuánto dinero pagaron en total?

En un microbús que va para Tacubaya, viajan 45 pasajeros, el chofer reunió \$112.50 por todos los pasajes. ¿Cuánto pagó cada pasajero si todos pagaron lo mismo?

El chofer del microbús reunió \$112.50 por todos los pasajes durante un viaje a Tacubaya, cada pasajero pagó \$2.50., ¿Cuántos pasajeros viajan en el microbús?

8:30 hrs. Se hicieron equipos de tres personas.

Marisol al leerlos, dice que tienen datos similares los tres problemas, el número de los pasajeros, el dinero reunido y el costo por pasaje.

Al exponer los alumnos la manera de resolverlos y conocer los resultados que se obtuvieron, Daniel comenta que el resultado del primer problema se encuentra mencionado en el segundo y el resultado de éste en el tercer problema y la respuesta de este último en el primero.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

Trata de los viajes de un microbús con 45 pasajeros cada uno pagó $2.50 y van a Tacubaya.

Datos: 45 pasajeros y $2.50 por pasaje.

Condición: Cada pasajero pagó $2.50 por viaje a Tacubaya.

Tres incógnitas: encontrar el total de dinero pagado, cuánto pagó cada pasajero, cuántos pasajeros viajan en el microbús.

Estimación: Las estimaciones fueron cercanas a los resultados obtenidos.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

- Ocho equipos lo realizaron:

Primer problema multiplicación de pasajeros por pasaje da el dinero recabado.

2.50 X 45 = 112.50

Segundo problema la división de la cantidad de dinero entre el número de pasajeros dio el pasaje.

```
      2.50
45 ⟌ 112.50
      22 5
         00
          0
```

Tercer problema la división de la cantidad de dinero entre el costo de pasaje resultó los pasajeros.

```
           45
2.50 ⟌ 112.50
          125
            0
```

- Un equipo realizó los mismo en el problema primero y segundo, pero en el tercero utilizó el cociente hipotético de la multiplicación.

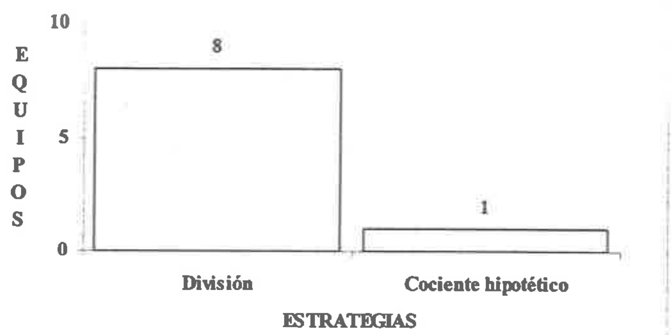
2.50 X 4 = 112.50

3. Razonable de la solución y exactitud de los resultados.

Los resultados obtenidos: $112.50 en total, $2.50 el pasaje y 45 pasajeros son correctos en los trabajos realizados.

Se esta utilizando el cociente hipótetico en la multiplicación y la división como herramienta que facilita la resolución de problemas de reparto.

Estrategias	**Casos**
División	8
Cociente hipotético	1
Equipos	9



Actividad 11. La venta.
Fecha de realización: 27 de abril de 1998.

Problema:

Se compraron 60 cajas de boing, en una semana se vendieron 3/5 partes del total.

¿Cuántas cajas se vendieron?

¿Cuántas cajas sobraron?

8: 30 hrs. Se agruparon en equipos de tres integrantes.

Ever menciona que primero ya que saber cual es la quinta parte del total de boings.

Continua Marisol al decir que se tiene que conocer cuantos boings se vendieron.

Y Rolando, tenemos que restarlos de los que teníamos para encontrar cuantos sobran.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

Los alumnos dijeron que las 60 cajas de boing se reparten en cinco grupos para saber la quinta parte y después obtener las 3/5 partes.

Datos: 60 cajas de boing, venta de las 3/5 partes del total.

Condición: el reparto en cinco partes del total de las cajas.

Incógnitas: El número de cajas vendidas y la cantidad de cajas que sobran.

Estimación: la realización estimativa fue en la mayoría de los casos exacta.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Todos los equipos utilizaron el procedimiento siguiente:

$$\begin{array}{r|l} & 12 \\ \hline 5 & 60 \\ & 10 \\ & 0 \end{array}$$

Primero se dividieron 60 : 5 y dió 12 que son la quinta parte de 60.

12 X 3 = 36 Luego multiplicaron por 3 y dió 36 cajas vendidas.

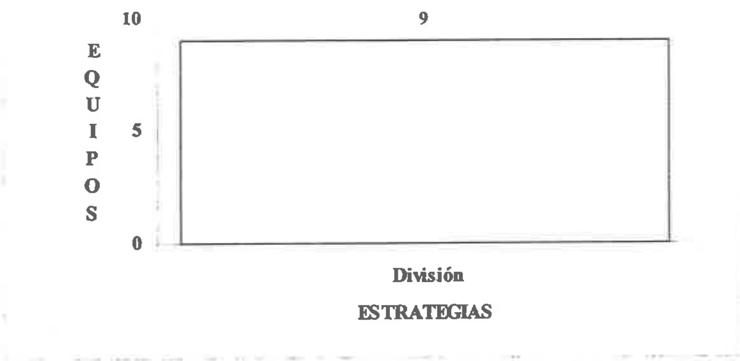
60 - 36 = 24 Posteriormente restan del total lo vendido para dar el resultado de las cajas que sobraron.

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

Todos los alumnos lo resolvieron aplicando la división como herramienta para fraccionar la cantidad en partes iguales.

Y los resultados fueron correctos en los trabajos: 36 cajas se vendieron y 24 cajas sobraron.

Estrategias	Casos
División	9



Actividad 12. El bazar.
Fecha de aplicación: 11 de mayo de 1998.

Problema:

En un bazar se juntaron ropa, juguetes, zapatos y varias cosas, con el fin de reunir dinero para pagar la fiesta de fin de año, logrando obtener $10 416, lo van a repartir de la siguiente forma 2/7 partes para Verónica, 2/8 partes para Amparo, 1/3 parte para Julio y el resto a Oscar.

1. ¿Cuánto le toca a cada uno?
2. ¿A quién le tocó más?
3. ¿ A quién le tocó menos?
4. ¿ Por qué consideras que a algunos les tocó más y a otros menos?

8:30 hrs. Se resolvió por equipos de tres personas.

Verónica comenta que este problema se parece al anterior por dividir la cantidad en partes, según indique la fracción.

Marisol menciona que la cantidad de dinero que le tocó a Julio es mayor porque es más grande la fracción que le corresponde y en caso de ser menor la fracción es menos la cantidad de dinero.

Jonathan dice que las fracciones 1/3, 2/7 y 2/8 no representan la misma cantidad.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

Se entendió que se va a repartir dinero en 2/7, 2/8 y 1/3 partes para los alumnos mencionados.
Datos: $10 416 reunieron, se reparte en 2/7, 2/8 y 1/3 partes del total del dinero.
Condición: repartir en partes iguales la cantidad del dinero obtenido.
Incógnitas: cuánto le toca a cada quién, quién el toco más y menos y por qué.
Estimación: se realizaron aproximaciones a los resultados correctos.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Todos los equipos utilizaron la división al contestar la pregunta 1:

10,416 : 7 = 1 488	1 488 X 2 = 2 976	Verónica $ 2 976
10,416 : 8 = 1 302	1 302 X 2 = 2 604	Amparo$2 604
10,416 : 3 = 3 472		Julio $3 472
1 488+1 302+3 472=6 262		Oscar $4 154
10 416 – 6 262 = 4 154		

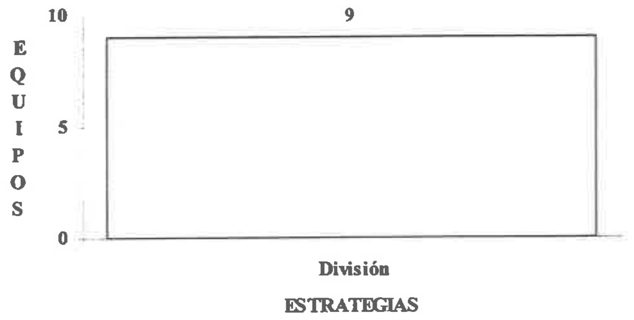
La respuesta 2 y 3 se basan en los resultados obtenidos:
Le toca menos a Amparo y le toca más a Oscar.

La contestación la mayoría de los equipos en la pregunta 4 fue que las fracciones representan diferentes cantidades, la mayor es 1/3 y la menor 2/8.

3. Razonable de la solución y exactitud el resultado.

Todos los equipos lo resolvieron por medio de la división como la manera de fraccionar una cantidad en partes iguales y los resultados fueron correctos.

Estrategias	**Casos**
División	9



Actividad 13. El terreno.
Fecha de aplicación: 18 de mayo de 1998.

Problema:

Sarahí y su mamá van a comprar un terreno rectangular que mide por un lado 25 m y el señor que les vende dijo que el total de metros son 1125 m cuadrados, Sarahí quiere comprobar si la cantidad de metros es la que se dice.

¿Qué deberá hacer? ¿Cuánto mide la otra parte del terreno?

8:30 hrs. Se realizó por parejas, se les entregó el problema impreso.

Al leerlo algunos alumnos comentaron:

Rolando: el terreno es un rectángulo, se sabe el área total, necesitamos conocer la medida que se desconoce.

Ever: Con una división podemos resolver este problema.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

Se entendió que se va a comprar un terreno rectangular de 1125 metros cuadrados, un lado mide 25 metros.

Datos: terreno rectangular de 1125 metros cuadrados con un lado de 25 metros.
Condición: el área de un rectángulo es base por altura de la figura.
Incógnita: conocer la medida del lado no conocido.
Estimación: Aproximadamente dieron como resultado 40 metros mide el lado.

2. Selección y uso de estrategias de solución.
- Trece equipos utilizaron la división para encontrar cuánto mide el otro lado del terreno.

$$\begin{array}{r|l} & 4\;5 \\ \cline{2-2} 25 & 1\;1\;2\;5 \\ & \;1\;2\;5 \\ & \;0 \end{array}$$

Resultando 45 metros.

- Un equipo utilizó el cociente hipotético para encontrar la medida del lado no conocido, al ir aproximando poco a poco que número multiplicado por 25 daba 1 125.

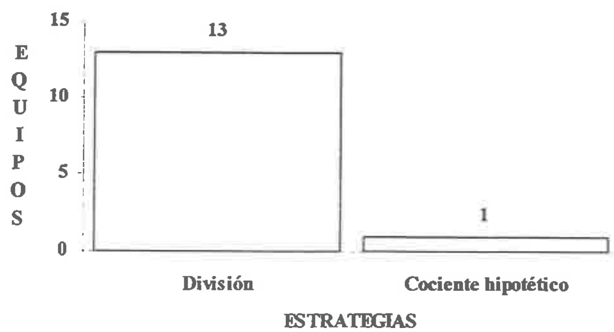
25 X 45 = 1 125

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

Se observó que también la división la ocupan para saber la medida de un lado desconocido si se conoce el área de la figura.

En ambas estrategias se obtiene el mismo resultado.

Estrategias	Casos
División	13
Cociente hipotético	1
Equipos	14



Actividad 14. La excursión.
Fecha de realización: 25 de mayo de 1998.

Situación problemática:

En una excursión a Michoacán se compraron servilletas y playeras de recuerdo del lugar visitado.

Servilletas chicas	Playeras	Servilletas grandes
3 X $ 75	5 X $ 370	4 X $ 105

De acuerdo con estos precios:

1. ¿Cuánto costaron 5 servilletas chicas?
2. ¿Cuánto costaron 3 servilletas grandes?
3. ¿Cuánto costaron 3 playeras?

8:30 hrs. Se resolvió individualmente.

Marisela y Verónica comentaban la manera de resolver las preguntas y comparaban sus respuestas.

David sacó primero los precios de una servilleta chica, grande y una playera y posteriormente el de varias piezas.

Julio menciona que este tipo de problema ya resolvieron uno similar anteriormente y que era también de playeras.

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

La compra de servilletas y playeras de recuerdo en Michoacán enunciaron los alumnos.

Datos: 3 servilletas chicas por $75, 5 playeras por $370 y 4 servilletas grandes por $105.

Condición: el valor unitario por pieza.

Incógnitas: saber el costo de 5 servilletas chicas, 3 servilletas grandes y 3 playeras.

Estimación: se dio las estimaciones cercanas a los resultados: $140 para las servilletas chicas, $210 para las playeras y $75 para las servilletas grandes.

2. Selección y uso de estrategias de solución.
   Se utilizó la división y la multiplicación para la solución de las preguntas.

En la primera pregunta: $125 costaron 5 servilletas chicas.

75 : 3 = 25	25 X 5 = 125

En la segunda pregunta: $78.75 costaron 3 servilletas grandes.

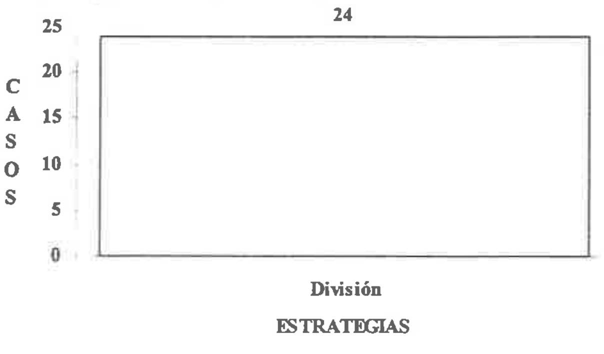
105 : 4 = 26.25	26.50 X 3 = 78.75

En la tercera pregunta: $222 costaron 3 playeras.

370 : 5 = 74	74 X 3 = 222

3. Razonable de la solución y exactitud de los resultados.
   Para el valor unitario los alumnos ocupan la división para saber el precio de un artículo, para posteriormente obtener el precio de varias piezas iguales.

Estrategias	**Casos**
División	24



3.2 Problemas de evaluación.

Primer problema de evaluación.
(De reparto: alumnos - salones)

Fecha de realización: 1o. de junio de 1998.

Problema:

En la primaria “Fernando Montes de Oca” existen 720 alumnos, se encuentran repartidos en 20 salones con la misma cantidad de alumnos en cada uno.

¿Cuántos alumnos hay en cada salón?

Análisis de actividad.

1. Comprensión del problema.
   Hay 270 alumnos repartidos en 20 salones de la escuela.

Datos: 270 alumnos y 20 salones.
Condición: la misma cantidad de alumnos en cada salón.
Incógnita: el número de alumnos en cada salón.
Estimación: Aproximadamente 35 alumnos.

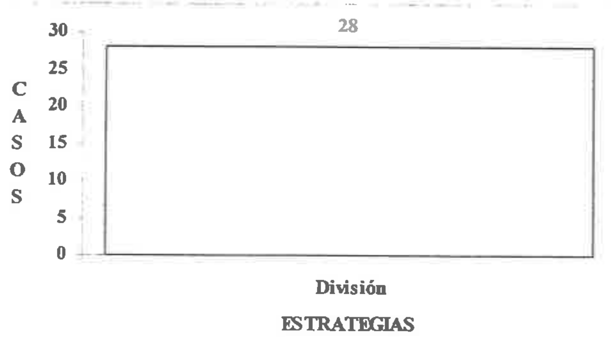
2. Selección y uso de estrategias de solución.

Todos los alumnos utilizaron la división, dividiendo la cantidad de alumnos entre el número de salones, el resultado es la cantidad de alumnos por salón.

$$\begin{array}{r|l} & \;\;\;36 \\ \hline 20 & 720 \\ & 120 \\ & \;\;\;\;\;0 \end{array}$$

3 Razonable de la solución y exactitud del resultado.
A través de la utilización de la división se obtuvo: 36 alumnos por salón.

Estrategias	Casos
División	28



Segundo problema de evaluación.
(Tasativo o de agrupamiento: paletas - paletas)

Fecha de realización: 2 de junio de 1998.

Problema:

Algunos niños están encargados de preparar cajas con paletas para los diferentes grupos, en total deben repartir 1 350, si en cada caja se deben poner 36 piezas.

¿Cuántas cajas necesitan?

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.
   Repartir 1 350 paletas en cajas de 36 piezas mencionan los alumnos.

Datos:	1 350 paletas, cajas para las paletas.
Condición:	a cada caja debe tener 36 piezas.
Incógnita:	cuántas cajas se utilzarán.
Estimación:	de 30 a 40 cajas aproximadamente.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

Los 29 alumnos utilizaron la división para resolverlo.

Dividieron el número de paletas entre el número de piezas por caja y el resultado es el número de cajas que se necesitan.

$$\begin{array}{r|l} & \;\;\;37 \\ \hline 36 & 1350 \\ & \;\;270 \\ & \;\;\;\;18 \end{array}$$

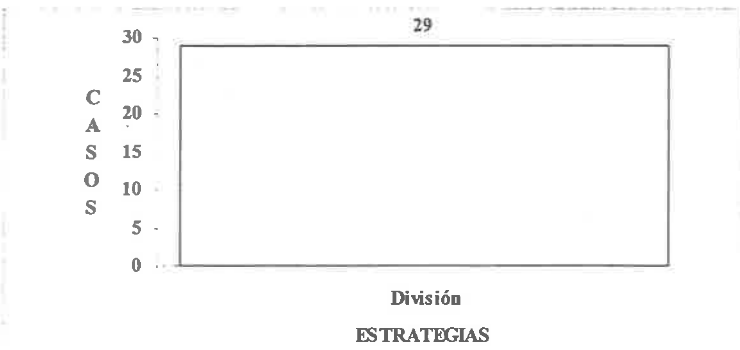
Solución 37 cajas y sobran 18 paletas.

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.

26 alumnos dieron la solución correcta.

3 alumnos resolvieron equivocadamente el algoritmo y dieron una respuesta incorrecta.

Estrategias	**Casos**
División	29



Tercer problema de evaluación.
(Reparto: dinero - alumnos)

Fecha de aplicación: 3 de mayo de 1988.

Problema:

Se reparte $464 de cooperativa, entre los 29 alumnos de grupo 6o."C" ¿Cuánto le toca a cada uno?

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.
   El reparto de $464 entre los 29 alumnos del grupo.

Datos: $464 y los 29 alumnos.
Condición: la misma cantidad de dinero para cada uno.
Incógnita: cuánto dinero el toca a cada quién.
Estimación: Estimaron aproximadamente $15.

2. Selección y uso de estrategias de solución.

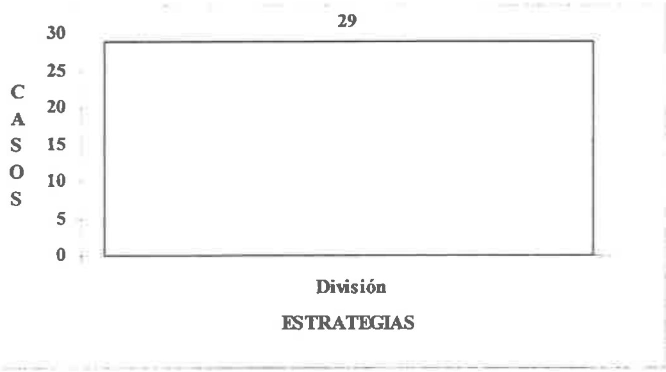
Todos los alumnos realizaron una división para resolverlo, dividiendo el total de cooperativa entre la cantidad de alumnos y el resultado es la cantidad que le toca a cada uno.

$$\begin{array}{r|l} & 16 \\ \hline 29 & 464 \\ & 174 \\ & 00 \end{array}$$

Solución $16 a cada uno.

2. Razonable de la solución y exactitud del resultado.
   Los alumnos saben aplicar en situaciones de reparto la división como herramienta de solución y las respuestas son correctas.

Estrategias	Casos
División	29



Cuarto problema de evaluación.
(Tasativo o agrupamiento: tortas - tortas)

Fecha de realización: 4 de junio de 1998.

Problema:

De 72 tortas se vendieron en el recreo 5/6 partes del total ¿Cuántas tortas se vendieron?

Análisis de la actividad.

1. Comprensión del problema.

Vendiéndose 5/6 partes de 72 tortas.

Datos:	72 tortas y 5/6 partes de ellas.
Condición:	repartir en seis partes las 72 tortas.
Incógnita:	Encontrar cuántas tortas se vendieron.
Estimación:	50 tortas aproximadamente.

2. Selección y uso de la estrategia de solución.

Los 29 alumnos resolvieron a través de la división.

Para obtener la sexta parte de 72 tortas dividieron entre 6:

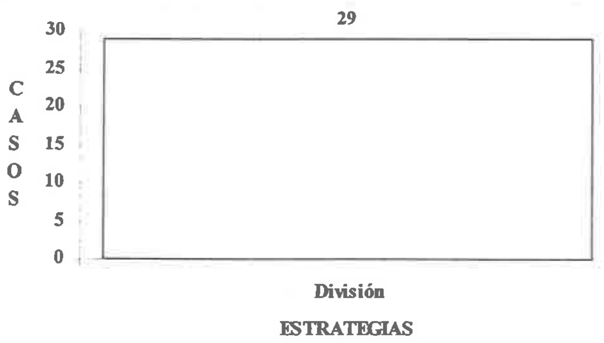
$$\begin{array}{r|l} & 1\ 2 \\ \cline{2-2} 6 & 7\ 2 \\ & 1\ 2 \\ & \ \ \ 0 \end{array}$$

Después multiplicaron por 5 partes que son las que se vendieron:

5 X 12 = 60	Solución: 60 tortas.

3. Razonable de la solución y exactitud del resultado.
   Los alumnos aplicaron la división como medio para agrupar los elementos en partes iguales y así obtener la cantidad de tortas que corresponden a la fracción.

Estrategias	Casos
División	29



3.3 Interpretación de resultados.

En la aplicación de las actividades se utilizaron primero problemas fáciles para los alumnos, dándoles así la seguridad en la resolución de problemas a través de una nueva forma de enseñanza al aplicar la secuencia didáctica que facilitó este proceso, e ir graduando el nivel de dificultad de los siguientes.

La secuencia didáctica que se aplicó en todos los problemas fue el siguiente:

- Se contextualizó a través de un problema o situación didáctica.
- Se permitió el trabajo individualmente o por equipo.
- Se propició una posible estimación cuando fue posible.
- Propuso el mismo alumno el procedimiento de cómo resolver el problema.
- Se dió el tiempo suficiente para la entrega del trabajo.
- El alumno explicó ante sus compañeros sus procedimientos, para valorar su funcionalidad.

La función de coordinación de estas actividades permitió saber que si los alumnos demostraban dificultad en comprender los problemas, era necesario plantearlos con más frecuencia, aunque al principio con cantidades de menor valor. Comentar con los educados la información del texto del problema antes de que lo comiencen a resolver. Una forma de ayudarlos a explorar caminos de resolución es hacerlos anticipar resultados aproximados.

"La posible estimación de la solución de un problema, le da la posibilidad de poder determinar un procedimiento o los pasos para encontrar una solución".[48]

Los alumnos al comprender bien los problemas, pero que aún no dominan los procedimientos usuales de dividir, necesitan seguir practicando esos procedimientos durante el tiempo que sea necesario.

Cuando resuelven problemas pueden ser de gran ayuda para ellos conocer al final cómo los resolvieron sus compañeros.

[48] Has Aebli, "La construcción de las operaciones mediante la investigación por el alumno" en: Los problemas matemáticos en la escuela, Antología Básica, LEP'94, UPN, México, 1995, p.53.

En la primera actividad se observó como los alumnos han aprendido correctamente el algoritmo de la división y su comprobación.

Los siguientes los problemas fueron sencillos para que reconocer cuando los alumnos aplicaban la división como la manera más fácil de resolverlos.

Posteriormente al resolver problemas que impliquen hacer división en un contexto nuevo para ellos o bien con relaciones entre los datos distintos a los que han trabajado, no aplican la división desde el principio.

Necesitan centrar su atención en comprender lo que dice el problema y desarrollar procedimientos propios, muchas veces largos y no sistemáticos. Poco a poco, al resolver más problemas similares, encuentran procedimientos más cortos y sistemáticos. Entonces se dan cuenta de que la división es útil para resolver estos problemas.

Como en el reparto de dinero se observó que al demostrar los alumnos sus estrategias de solución aplicaron suma, resta, multiplicación y división, deduciendo posteriormente que el camino más corto y exacto es la división; en la segunda actividad de este tipo la operación que predominó fue la división, por lo que se demuestra que los mismos alumnos pueden seleccionar la estrategia que facilita la resolución.

A través de la resolución de problemas de división de tipo tasativo o de reparto y los aplicados en la evaluación predominó esta operación para resolverlos, mostrando que los alumnos habían construido que la división era la estrategia que facilitaba su resolución.

CAPITULO IV
EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DEL PROYECTO.

La función que se da a los métodos, técnicas e instrumentos de evaluación esta de acuerdo al enfoque teórico y la metodología cuantitativa y cualitativa determinada.

Se basa en el paradigma de evaluación naturalista, el cual asume que el mundo se encuentra como realidad objetiva y que cada individuo lo construye socialmente.

Sugiere que el comportamiento humano sea estudiado tal como ocurre dentro de su contexto total, es decir es de naturaleza holista por su orientación y busca estudiar la realidad como un todo.

Es cualitativo y fenomenológico, busca primero descubrir los fenómenos y luego ir en busca de métodos y modelos, no pretende obtener leyes generalizadas, sino ideas perspicaces que puedan transferirse de un contexto a otro.

El profesor constituye parte del fenómeno que estudia, las muestras son propositivas. Los instrumentos son inestructurados y generan datos cualitativos. Se busca la aplicabilidad y adecuación de los resultados más que su generalización.

Por lo que indagación se caracterizó en el enfoque holístico o integral "analiza la totalidad del fenómeno y su relación con el contexto"[49], consistiendo en complementar y profundizar el conocimiento sobre el objeto de estudio, es decir conocer el desarrollo de los procedimientos de los alumnos del grupo de sexto año sobre la resolución de problemas de división, a través de métodos derivados del análisis cualitativo y cuantitativo de la información significativa, para conjuntar una descripción lo más completa de la dinámica presente.

---

[49] CONAEVA, "Consideraciones en torno a la evaluación", en: "Evaluación y seguimiento en la escuela", Antología Básica, LE '94, UPN, México, México, 1997, p. 135.

En el momento de obtener información, cada caso, evento o situación se trató como una identidad única, con su significado y sus relaciones contextuales propias.

En el diseño de la metodología como evaluador se transitó entre estrategias generales y preguntas específicas de evaluación, con la finalidad de establecer la relevancia y el significado de los procedimientos de los alumnos.

El propósito de la evaluación del proyecto de intervención pedagógica, considera:

El papel que como maestro se tiene de coordinar las actividades de los alumnos en la construcción de sus conocimientos en el proceso enseñanza-aprendizaje.

La habilidad de identificar y desarrollar explicaciones al problema significativo de la práctica docente y fundamentar el análisis sustentado con referencias teóricas y experienciales sobre la realidad educativa en su proceso de cambio y transformación.

La aplicación de un método y un procedimiento aplicado a la práctica docente, en base de los contenidos escolares.

"Por lo que el objetivo de la intervención pedagógica es el conocimiento del problema delimitado y conceptualizado, pero lo es también, el proceso de su evolución y del cambio que pueda derivarse de ella."[50]

A través del análisis del presente proyecto se definieron las etapas que se cubrieron en su realización.

Capítulo I. Planteamiento del problema.

Se reformuló la presentación de la información, posteriormente de la consulta de bibliografía especializada en la investigación social y llegando a estructurarla con las partes esenciales que contiene.

[50] Adalberto Rangel Ruiz de la Peña, "Características del proyecto de intervención pedagógica", apuntes, México, 1995, p. 9.

Capítulo II. Alternativa de innovación.

Fundamentada en el marco teórico se desarrollo en el grupo de práctica, utilizando los recursos que se tenían al alcance.

Por medio del plan de trabajo se definieron los propósitos, contenido, actividades y evaluación de la alternativa propuesta.

La resolución de problemas por medio de la secuencia didáctica comenzó a partir del mes de febrero hasta finales de mayo y la evaluación del proyecto en el mes de junio, de acuerdo a lo programado en el cronograma.

Capítulo III. Análisis e interpretación de resultados.

A través de la descripción de los resultados cualitativos principalmente y su análisis se ha ido demostrando el avance de sus estrategias de resolución de problemas de división, de una manera clara y objetiva, sin olvidar también tomar en cuenta los resultados cuantitativos de las respuestas de los problemas.

CAPITULO V
REFORMULACIÓN DE LA PROPUESTA DE INNOVACIÓN.

"La propuesta es una estrategia de trabajo propositiva que recupera la valoración de los resultados de la aplicación de la alternativa, resaltando aspectos teóricos, metodológicos e instrumentales que permitieron la explicación y el reconocimiento de superación del problema docente planteado."[51]

La alternativa propuesta es la resolución de problemas como estrategia constructiva para la enseñanza de contenidos matemáticos.

Se basa en la teoría constructivista, el conocimiento debe ir siempre de acuerdo al contexto y nunca separado del alumno, él va conociendo al objeto para determinar una conceptualización del mismo, para la construcción del conocimiento se debe tomar en cuenta los aprendizajes previos, dándose esto progresivamente, por lo que la tarea es diseñar y presentar situaciones problemáticas, basadas en conocimientos anteriores con los que el alumno cuenta le permitan asimilar y acomodar nuevos significados al aprendizaje de las operaciones asociadas a éstas, a través de sociabilizar estas concepciones con otros alumnos.

Para lo cual es necesario considerar en la resolución de problemas, lo siguiente:

- No es necesario dar información al alumno acerca de cómo se resuelve el problema.

- En el proceso de resolverlo se ensaya un procedimiento, se rectifican errores y se adaptan creativamente recursos conocidos.

- Un problema puede ser resuelto con distintos procedimientos aplicando varios conocimientos matemáticos.

---

[51] UPN, "Hacia la innovación", Antología Básica, LE '94, México, 1997, p.94.

La secuencia didáctica que se aplicada en la resolución de problemas consiste:

- Introducción: Presentación del problema variando el contexto, la presentación, las preguntas, datos y respuestas.

Dar tiempo suficiente para la comprensión del problema a través de preguntas se aclaran dudas, pero sin conducirlo a lo que debe hacer.

Se pregunta cuál será el posible resultado (estimación).

- Realización: Individual o por equipo.

Indicando que lo resuelvan como ellos crean conveniente: con dibujos u operaciones, solicitando que anoten todo lo que hagan (procedimiento) para llegar a la solución.

- Evaluación grupal: Los equipos muestran y explican a sus compañeros el procedimiento que siguieron para llegar al resultado, al explicar el razonamiento de sus estrategias pueden identificar errores y corregirlos por ellos mismos.
-

Se compara el resultado final del problema para ver que tan exacta fue la estimación.

Al analizar los distintos procedimientos con los que llegaron a la solución, determinando sus diferencias, así como sus ventajas y desventajas en función de la sencillez, claridad y creatividad.

Esta secuencia didáctica demuestra la manera de iniciar la búsqueda mediante diversos procedimientos hasta llegar a la aplicación de la división como herramienta matemática que soluciona el problema y se presenta en la hoja de trabajo.

Los alumnos ya no hacen dibujos donde simulan el acto de repartir uno a uno los objetos que indica el problema, ni efectúan sumas donde cada uno de los sumandos es el divisor. La longitud de los cálculos motiva al educando a buscar formas de facilitarlos y es precisamente esta necesidad lo que propicia la construcción de estrategias que orientan a los alumnos hacia la multiplicación y finalmente a la división.

La ventaja de esta forma de trabajo es la dinámica que imprime a los alumnos. Al no darles información previa para la resolución, ni los pasos para resolverlo, ni guiarlos en la resolución del mismo, sólo solicitando que aclaren los distintos procedimientos, ellos desarrollan por si mismos sus estrategias constructivas creativamente.

La resolución de problemas es una forma de pensar en la que el alumno muestra una diversidad de estrategias en los diferentes momentos del proceso de resolver algún problema.

El alumno usa diagramas, tablas o gráficas para representar la información para entender el problema.

El diseño de un plan y su ejecución incluye el uso de diversas estrategias como: gráficas y operaciones aritméticas.

En la fase de revisión, es importante analizar el significado de la solución, verificando las operaciones y pensar en conexiones o extensiones del problema.

La utilización de diversas estrategias ayuda al alumno a explorar diferentes procedimientos de resolución y aplicar el más eficiente.

La evaluación de este proceso proporciona importante información relacionada con las diversas actividades que el alumno desarrolla al resolver problemas mejorando su aprendizaje.

Las situaciones y vivencias reales de los alumnos tiene un efecto motivante, y que prefieren resolver problemas en equipo por la oportunidad de confrontar opiniones, discutir resultados y plantear diferentes opciones para su desarrollo.

El planteamiento de problemas frecuentemente, no sólo en evaluaciones o ejercicios para calificar sino como medio de construcción de los conocimientos.

La forma de plantear problemas evitando incluir en el texto palabras clave, es utilizando diferentes medios: consignas orales, dibujos, propaganda o listas de información o juegos.

Antes de resolver problemas el alumno debe tener claro de que se trata, pero sin conducirlo a lo que debe hacer, permitir que los alumnos interactuen, para que entre todos decidan el camino más práctico para llegar al resultado.

El trabajo en equipo permite compartir ideas, discutirlas y ampliarlas, ala vez que favorece el compañerismo y la cooperación en el trabajo, propiciando un clima en que los alumnos expresan libremente sus ideas y las defienden o rechazan con argumentos, favoreciendo su capacidad de razonamiento.

La resolución por parte de los alumnos es libremente, como ellos consideran necesario con dibujos u operaciones, pues de lo que se trata es que hallen la solución.

La confrontación grupal consiste en que los equipos muestren y expliquen a sus compañeros el procedimiento que siguieron para llegar al resultado. El objetivo es que los alumnos reconozcan su capacidad para resolver un problema, que sus procedimientos son válidos en la medida que os llevan ala solución, que hay otras maneras de encontrar el resultado, que hay unos procedimientos más complicados que otros, que aprendan a defender sus métodos y a buscar errores en los de sus compañeros, así como de justificar los propios.

Algunos alumnos no logran llegar al resultado del problema, sin embargo, con la confrontación tanto los alumnos que sí obtienen soluciones correctas como aquellos que no lo logran, pueden ver claramente en dónde y por qué se equivocaron, aprendiendo de esta manera de sus propios errores al no comprender correctamente el problema, en la aplicación de la estrategia adecuada o en la resolución del algoritmo de la operación correspondiente.

Incorporar estos cambios en nuestra práctica docente no ha sido fácil, sin embargo, el efecto que ha tenido en los alumnos es notable, además de que les gusta resolver problemas, ahora discuten y defienden sus ideas hasta demostrar que están en lo cierto o hasta convencerse de su error. Buscan y encuentran procedimientos de solución a los problemas que les planteamos, los cuales a veces sorprenden porque en ellos se manifiesta un gran capacidad de razonamiento.

CONCLUSIONES

El trabajo desarrollado aborda la conceptualización de la división a través de la resolución de problemas con la finalidad de que el alumno sepa reconocer, plantear y formular problemas donde se utilice esta operación como herramienta de resolución.

Plantear la temática a través de problemas es un mecanismo eficaz para interesar al alumno en la explicitación y el cuestionamiento de sus concepciones y lograr con ello la construcción de la estrategia de resolución: la división.

Esta alternativa de aprendizaje se basa en la teoría de la construcción del conocimiento matemático y establece una secuencia didáctica para la resolución de problemas por los alumnos al utilizar sus conocimientos como herramientas útiles para resolverlos adecuadamente.

El propósito de la enseñanza de la división, no es únicamente que los alumnos sepan la técnica de la operación, sino que comprendan su amplio sentido y que logren su comprensión para aplicarla como una herramienta adecuada para resolver problemas.

El objetivo de plantear problemas de reparto y agrupamiento, es que los alumnos puedan diferenciar cada una de las acciones e identificar la división como la operación que permite resolverlos, promoviendo así el uso del algoritmo convencional.

El uso de una didáctica constructivista contribuye de manera significativa al mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas. Al pasar por experiencias de construcción descritas se logra una enseñanza cualitativamente diferente: los conceptos realmente se aprenden, no se memorizan y esto permite funcionalizarlos, es decir, utilizarlos en nuestra vida cotidiana.

Además este tipo de didáctica puede ser generalizable a otras áreas del conocimiento.

Por último, esta didáctica tiene implícita una carga del curriculum oculto benéfico para los alumnos. El hecho de que el aula viva un cambio en el sentido de las relaciones maestro-alumno, alumno-alumno, alumno-conocimiento, tal como se propone, ayuda a exaltar ciertas manifestaciones de creatividad, iniciativa, seguridad, confianza y autovaloración que anteriormente eran reprimidos en el salón de clases.

BIBLIOGRAFÍA

ACUÑA, Escobar Carlos Enrique. Aprendizaje en resolución de problemas en Estrategias cognoscitivas. México: CISE, UNAM, 1991.

AEBLI, Hans. La construcción de las operaciones mediante la investigación por el alumno, en: Los problemas matemáticos en la escuela. Antología Básica. LE '94. México: UPN, 1995.

ÁVILA, Alicia. Los niños también cuentan. México: SEP, 1994.

AVILA, Alicia. Los niños construyen estrategias para dividir, en: Construcción del conocimiento matemático en la escuela. Antología Básica. LE '94. México: UPN, 1995.

BALBUENA, Hugo. Un maestro ante la didactica constrctivista, en: cero en conducta. Año 1. Número 4. marzo-abril. México, 1986.

BHOLA, H. S. Paradigmas y modelos de evaluación, en: Evaluación y seguimiento en la escuela. Antología Básica., LE '94. México: UPN, 1997.

BLOCK, David y Alcibiades Papacosta. Didáctica constructiva y matemáticas: una introducción, en: cero en conducta. Año 1. Número 4. Marzo-abril. México, 1986.

BLOCK, David y Martha Dávila. La matemática expulsada de la escuela, en La enseñanza de las matemáticas en la educación primaria. México: SEP, 1995.

BOLAÑOS, Martínez Victor Hugo. Doctrina, Metodología y Evaluación Pedagógicas. México: Colnamaep, 1981.

CARR, Wilfred y Stephen Kemnis. Los paradigmas de la investigación educativa, en: El maestro y la práctica docente, Antología básica, LE ´94, México: UPN, 1994.

CARR, Wilfred y Stephen Kemmis. Teoría crítica de la enseñanza. en: Investigación de la Práctica Docente Propia, Antología Básica, LE '94, México: UPN, 1994.

ELLIOTT, John. El cambio educativo desde la investigación-acción, en: Investigación de la Práctica Docente Propia. Antología Básica. LE '94. México: UPN, 1994.

FUENLABRADA, Irma, et al. Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir. México: SEP, 1994.

FUENLABRADA, Irma, et al. Lo que cuentan las cuentas de sumar y de restar. México: SEP, 1994.

HIDALGO, Guzmán Juan Luis. Investigación Educativa, Una estrategia constructivista. México: Castellanos editores, 1994.

INEGI. Censo General de Población y Vivienda 1990 y Conteo de Población y Vivienda 1995, Principales Indicadores Socieconómicos, en Cuajimalpa de Morelos, Monografía. D.D.F., México, 1997.

KAPLAN, Paula J. y Kinsbourne Marcel. Diagnósticos diferenciales y descripciones en: Problemas de aprendizaje. Antología Básica. LE '94. México: UPN, 1997.

LABINOWICZ, Ed. Introducción a Piaget, Pensamiento-Aprendizaje, Enseñanza. USA: Addison-Wesley Iberoamericana, 1987.

MENDEZ, Balderas Rodolfo. La enseñanza de las matemáticas, ¿un problema didáctico?, en: La enseñanza de las matemáticas, cero en conducta. Año 1, Número 4, marzo-abril, México, 1986.

MONEDERO, Carmelo. Consideraciones etiológicas, en: Problemas de Aprendizaje. Antología Básica. LE '94. México: UPN, 1997.

MORENO, Armella Luis. constructivismo y educación matemática, en la enseñanza de las matemáticas en la educación Primaria. México: SEP, 1995.

PARRA Cecilia. Cálculo mental en la escuela primaria, en: Los problemas matemáticos en la escuela, Antología Básica. LE '94. México: UPN, 1997.

PIAGET, Jean. Seis estudios de psicología. México: Editorial Seix Barral, 1975.

POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. México, Trillas, 1974.

PRUNEDA, Portilla Oscar. Matemáticas básicas. México: Nova Grupo editorial, 1997.

RANGEL, Ruiz de la Peña Adalberto. Características del proyecto de intervención pedagógica. Notas del autor. México, 1995.

REYS, Robert E. Estimación, en: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: SEP, 1995.

SAN MARTIN, Oscar. Los propósitos generales de la educación matemática básica en la escuela primaria y el método de la inducción matemática, en: Los problemas matemáticos en la escuela. Antología Básica. LE '94. México: UPN, 1997.

SANTOS, Trigo, Luz Manuel. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México: Iberoamericana, 1996.

SCHEMELKES, Sylvia. Hacia una mejor calidad de nuestras escuelas. México: SEP, 1995.

SECRETARIA DE DESARROLLO URBANO Y VIVIENDA. Datos generales, en: Cuajimalpa de Morelos, Monografía, D.D.F., México, 1997.

SEP, Capacitación y desarrollo del magisterio en servicio, curso básico para profesores de educación primaria. México, 1985.

SEP, El quinto y sexto grados de educación primaria, simposio. México, 1986.

SEP, Guía para el maestro, sexto grado, educación primaria. México, 1992.

SEP, Guía técnico pedagógica, el maestro y el desarrollo del niño, primero y segundos grados. México, 1993.

SEP, Plan y programas de estudio. Educación básica primaria. México, 1993.

SEP, La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, lecturas, Programa Nacional de Actualización Permanente. México, 1995.

SEP, La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria, lecturas, Primer nivel, Programa Nacional de Actualización Permanente. México, 1995.

SEP, Fichero de Actividades didácticas, Matemáticas, sexto grado. México, 1996.

SHIEFELBEIN, E. et. al. Factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria, Informe, en: Plan de Trabajo. Folleto. México: SEP, 1997.

VINIEGRA, Velázquez Leonardo. El camino de la crítica y la educación, en Artículo Especial: Revista de Investigación Clínica, Vol.48, No.2, México, 1996.

UPN. Contexto y Valoración de la práctica docente. Antología Básica. LE '94. México, 1995.

UPN. Proyectos de innovación. Guía del estudiante. LE '94. México, 1997.

ANEXOS

Anexo 1

Cuestionario socieconómico aplicados a las familias de los alumnos del grupo 6o."C" de la escuela "Fernando Montes de Oca".

El siguiente cuestionario tiene la finalidad de conocer el estado socioeconómico de la familia. Los datos recabados serán confidenciales, solo se utilizarán con fines de estudio.

Escuela ______________________________ Grado _________
Alumno ______________________________ Edad _________

Conteste brevemente:

Estado civil de los padres ____________
Miembros que integran la familia incluyendo al alumno _____________
Nivel máximo de estudios: del padre_________ madre _____________
Trabajo del padre____________________ sueldo mensual __________
Trabajo de la madre __________________ sueldo mensual __________
Otros ingresos _______________ Total de ingresos ________________

Vivienda: Propia ___Rentada ___Habitaciones ___Personas que la habitan___

Servicios: Luz eléctrica ___ Agua potable __ Pavimentación ___ Drenaje___
Teléfono___ Alumbrado público ___ Recolección de basura___

Transporte que usa: Automóvil propio ___ Transporte colectivo ____

Actividades culturales: Tipo de lecturas: Libros ___Revistas ___ Periódicos___
Novelas __ Cuentos ___ Otros ________________________

Asiste con su hijo (a) a: Conferencias ___ Museos ___ Teatros ____
Programas de televisión que ve el alumno: Caricaturas ___ Novelas ___
Musicales ___ Noticias ____ Documentales ___ Películas ___ Otros ________

Servicios médicos con los que cuenta: ISSSTE ___ IMSS ___ DIF ___
Otros _____________

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.

Esc. Prim. "Fernando Montes de Oca"
31-1321-202-27-x-015
CCT 09DPR3105C
Hermandad 313. Col. Navidad
Cuajimalpa de Morelos. D.F.

Asunto: Constancia

A quien corresponda:

La que suscribe C. Directora del plantel mencionado, informa que la Profra. Ma. Cecilia Procopio Martínez, filiación POMC661115 87A, clave 8090188, abscrita a esta escuela, llevó a cabo el proyecto de intervención pedagógica "Resolución de problemas matemáticos a través de la construcción de la estrategia de división" en su grupo a cargo de 6o."C", durante el ciclo escolar 1997-1998, con el fin de tener el sustento práctico para la elaboración de sus informe recepcional de titulación en la Licenciatura de Educación de la Universidad Pedagógica Nacional.

Para los fines que el interesado le convenga se extiende la presente a los diez días de mes de julio de 1998.

ATENTAMENTE

La directora del plantel

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Profra. Ana María Gallegos Saucedo.

PRIMARIA
FERNANDO MONTES DE OCA
31-1321-202-27-X-015
09 DPR 3105C