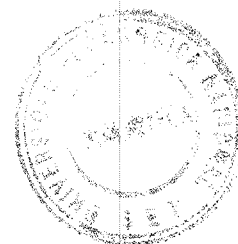




SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD AZCAPOTZALCO SEAD 095



LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS EN  
LA ESCUELA PRIMARIA EN LOS NIVELES  
BASICOS DE 1º. A 3er. GRADO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
LICENCIADO EN EDUCACION BASICA

P R E S E N T A:

AMPARO ALCANTARA VILLANUEVA

MEXICO, D. F.

1992

P  
U N  
UNIVERSIDAD  
PEDAGOGICA  
NACIONAL

UNIDAD  
095

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

La enseñanza de las matemáticas  
en la escuela primaria en los  
niveles básicos de 1° a 3er grado.

Amparo Alcántara Villanueva.

México.D.F. 1992

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

La enseñanza de las matemáticas  
en la escuela primaria en los  
niveles de 1° a 3er grado.

AMPARO ALCANTARA VILLANUEVA

Investigación documental presentada para obtener  
el título de Licenciado en Educación Básica.

México.D.F. 1992



DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

México, D.F., a 3 de julio de 1992 .

C. PROFRA. AMPARO ALCANTARA VILLANUEVA  
P R E S E N T E.

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado: "La enseñanza de las matemáticas en la escuela Primaria en los niveles de lo. a 3er. grado!"

Opción Investigación Documental a propuesta del asesor C. Tonatiuh Ramírez Beltrán manifiesto a usted (es) que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le (s) autoriza a presentar su examen profesional.



S. E. P.  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
UNIDAD 8548  
P. AZCAPOTZALCO

Atentamente  
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

*J. Guadalupe Rincon A.*  
PROFR. Y LIC. J. GUADALUPE RINCON A.  
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION  
DE LA UNIDAD UPN 095.

JGRA/mvcl.\*

A mis padres Amparo y Tomás

A quienes jamás podré agradecer su cariño,  
apoyo incondicional y desinteresado,  
que me ha permitido llegar hasta la meta  
que me he trazado.

A mi esposo Arturo

De quién he tenido desde el inicio  
de la carrera, ayuda y comprensión  
en los momentos más difíciles,  
lo que me ha permitido seguir  
adelante.

A mis hijas Karla e Itzel

Por la inmensa felicidad que dan  
a mi vida, para lograr mis objetivos  
y haberme permitido sacrificar parte  
de su tiempo para realizar este trabajo  
y continuar con mis estudios.

A mis hermanos con cariño  
y en especial a Rocio, por las  
palabras de aliento que me  
brindó, cuando más lo necesitaba.

Introducción.....	7
CAPITULO I	
Problemas que presentan los profesores para la enseñanza de las matemáticas.....	8
1.1. Elementos de análisis del fracaso escolar en matemáticas.....	10
1.2. Dimensiones Formativas.....	12
1.3. La Inteligencia.....	14
1.3.1. Binet.....	14
1.3.2. Piaget.....	15
1.3.3. Como ocurren los cambios inherentes al desarrollo de la inteligencia.....	22
1.4. Medio Educativo.....	23
1.4.1. El contenido formativo de la experiencia escolar.....	25
1.5. El Conocimiento Matemático.....	28
1.6. La Pedagogía Operatoria.....	30
1.7. La Motivación.....	33

## CAPITULO II

Diferentes métodos que encontramos para aprender matemáticas...	40
2.1. Las matemáticas en edad preescolar.....	40
2.2. El material Montessori.....	40
2.3. El material Audemars y Lafendel.....	43
2.4. El material Dienes.....	45
2.5. Las matemáticas modernas en edad preescolar.....	46
2.6. Las matemáticas en edad escolar.....	47
2.7. El método Decroly.....	47
2.8. ¿Qué es lo permanente en la pedagogía de las matemáticas de Decroly?.....	49
2.9. El método Cuisenaire.....	49
2.10. El método Freinet.....	50

### CAPITULO III

Teorías del aprendizaje relacionadas con el campo de las matemáticas.....	52
3.1. La reversibilidad de las operaciones matemáticas.....	52

### CAPITULO IV

Didáctica de las Matemáticas.....	54
4.1. Numeración.....	54
4.1.1. Adición (Suma).....	56
4.1.2. Adición de números dígitos.....	56
4.1.3. Adición de números dígitos formando la decena.....	57
4.1.4. Adición de decenas.....	57
4.1.5. Adición con resultados comprendidos entre 11 y 19.....	58
4.1.6. Adición de las decenas siguientes.....	59
4.1.7. Adición de centenas.....	60
4.1.8. Adición con ordenes superiores al millar.....	61



4.2. Sustracción (Resta).....	59
4.2.1.Sustracción de números dígitos.....	63
4.2.2.Restar a una decena un número dígito.....	63
4.2.3.Sustracción de los números comprendidos entre 11 y 19....	64
4.2.4.Sustracción de las decenas siguientes.....	65
4.3. Multiplicación.....	68
4.4. División.....	71
4.4.1.El divisor y el cociente son números dígitos.....	72
4.4.2.El divisor es un número dígito.....	73
4.4.3.División entre decenas.....	76
CAPITULO V	
Efectos de las expectativas del maestro.....	78
Conclusiones.....	83
Bibliografía.....	85

## I N T R O D U C C I O N

El siguiente trabajo muestra algunos problemas a los que nos enfrentamos los docentes en el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Tiene como finalidad conocer algunas teorías de psicólogos como: Freinet, Piaget, etc., teorías que nos permitan ubicar y entender en qué forma se va presentando la adquisición de conocimientos en el niño para poder guiarlo de acuerdo a su edad, sus necesidades y capacidad de comprensión ante los objetivos que deseamos que aprenda.

Se sugieren también algunas formas de enseñar las cuatro operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) que comprenden los contenidos de 1°. 2° y 3er. grado de Educación Primaria. Esperando lograr con esto facilitar la enseñanza de las operaciones, además de reducir la dificultad que generalmente por falta de conocimiento e interés llega a ser tediosa y considerando que pueda servir como un auxiliar para motivar futuras investigaciones.

# C A P I T U L O I

## PROBLEMAS QUE PRESENTAN LOS PROFESORES DE LA ZONA

### ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Es muy importante tomar en cuenta que el niño no debe <<recibir una enseñanza>>, sino <<aprender>> a "adquirir por su propio medio el conocimiento", como lo hace un aprendiz en su futuro oficio; por lo que debemos hablar siempre de aprendizaje o adquisición y no de enseñar.

Tomando en cuenta lo anterior podemos entender el porque la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria resulta tan difícil, pues al realizar una encuesta en las escuelas primarias que forman la zona 58 del sector I-x de la Dirección General de Educación Primaria No.1 en el Distrito Federal., se encontraron los siguientes problemas:

1. Carecer de estímulos ante un trabajo realizado. (Las mismas garantías y derechos tiene el que se esfuerza por realizar un buen trabajo, que el que lo realiza en forma mecánica y nada más por cumplir).

2.El no contar con un tiempo específico dentro de su horario de trabajo para la elaboración de materiales e instrumentos de evaluación necesarios para el desarrollo de sus clases.

3.La falta de preparación de la mayoría de los maestros para dirigir el aprendizaje de las matemáticas.

4.Apatía por la materia.(Originado por el punto anterior).

5.La carencia de asesoría adecuada y permanente, con personal especializado que no se limite a ser teórico.

6.Ofrecer asesorías de matemáticas que sean de carácter práctico, en las cuales se sugieran materiales y se den muestras de como dar algunos temas, para que éstas sean de carácter objetivo.

7.La falta de material con que cuentan las escuelas y por lo tanto los maestros para preparar los materiales requeridos para sus clases.

8.La falta de los libros de texto gratuitos.

## ELEMENTOS PARA EL ANALISIS DEL FRACASO ESCOLAR EN MATEMATICAS.

En México de cada 100 alumnos que empiezan su educación primaria solo 5 terminan una licenciatura. (\*) Esto supone la existencia de algunos mecanismos de selectividad y que nos debería interesar como operan. Y sin duda uno de estos mecanismos de selectividad del sistema educativo es, el fracaso escolar que posteriormente llevará seguramente a la deserción, principalmente en las familias de escasos recursos económicos.

El término escolar por lo general, sólo alude al lugar donde se fracasa, la escuela, sin considerar que el sujeto que fracasa es el alumno, que no logra aprender, o la institución que no consigue enseñanza. Sin embargo ya por tradición se atribuye siempre al alumno la responsabilidad de fracasar, deslindando de toda responsabilidad a la escuela y principalmente al profesor.

Otro elemento que sin duda el profesor atribuye la mayoría de las veces como causante del fracaso escolar, es la situación económica, desde que alumno se presenta con los zapatos rotos, el suéter maltratado y viejo y el forro o presentación de los útiles escolares, que nada tienen que ver con la capacidad de aprendizaje en el alumno, y que por tanto propician desde ese momento el etiquetado de niños y que es aquí en realidad donde puede presentarse el futuro fracaso; otro caso el del niño bonito, limpio que siempre tienen sus materiales en orden, bonitos y además el que siempre está tratando de ganarse al profesor, y es entonces

(\*) Memorias 1976. S.E.P. México, 1982

cuando se dejan ver (aunque siempre niega) las preferencias por tal o cuál alumno, es decir, ese latoso se castiga, se regaña se le hace pública su mala conducta, etc. Y por otro lado este niño siempre viene muy limpiecito, trae sus útiles preciosos y vieras como me quiere. ¿Pero hemos considerado que en el primer caso probablemente al niño por diversas cuestiones no se le brinde en su casa el mismo tiempo, afecto y otros materiales que al segundo niño?

El hecho de que la atención y el medio cambie completamente en estos niños, no quiere decir en lo absoluto que el de mejores características tenga mayor capacidad de aprendizaje que el que carece de ellos, pues puede un niño con carencias demostrar mayor capacidad de aprendizaje e inteligencia que uno que tiene todas las características necesarias para sobresalir y sin embargo por alguna razón que habría que analizar no aprende.

Atribuir las causas del fracaso escolar sólo a las características de los alumnos o a las de su medio de origen es tan ambiguo como afirmar que un cuchillo no corta porque el pan está duro, sin detenerse a examinar el filo del instrumento.

## DIMENSIONES FORMATIVAS

Es posible entender el contenido formativo, analíticamente como una serie de dimensiones que atraviesan toda la organización y las prácticas institucionales de la escuela. El contenido específico que se transmite en cada dimensión se encuentra en diferentes acciones, situaciones u objetos de la experiencia escolar; cada elemento puede ser portador a la vez de varios contenidos. El conjunto de prácticas y de experiencias que se dan en la escuela involucra una gran variedad y riqueza de contenidos que sería imposible sistematizarlos todos con base en los análisis y herramientas conceptuales existentes.

La presentación del conocimiento escolar. La definición de los conocimientos que se transmiten en la escuela han variado históricamente y sin embargo, quedan muchas características de épocas anteriores en la variada experiencia escolar actual. Permanecen constantes ciertas tendencias de selección y formalización del conocimiento y se definen los límites y relaciones entre el conocimiento cotidiano y aquél que se transmite en la escuela.

La definición escolar del aprendizaje. La escuela conforma por medio de sus rituales y usos un "proceso de aprendizaje" que no siempre corresponde al que desarrollan los mismos alumnos, pero que si lo afecta. La definición escolar involucra ciertas formas de razonar por parte de los alumnos.

La transmisión de concepciones del mundo. Los valores y las reglas del juego que imperan en diferentes situaciones escolares, son parte importante del contenido formativo escolar. Las concepciones del mundo transmitidas son diferentes, pues incluyen tanto elementos propios del pasado como otros que se enlazan a los proyectos modernizadores en la sociedad actual.

La definición escolar del aprendizaje. Mediante la interacción entre maestros y alumnos se organiza no sólo el conocimiento sino también el proceso social de aprender; o sea, se le indica al niño cómo debe hacer para "aprender".

El razonamiento implícito. Es difícil estudiar, a partir del verbalismo, los procesos de razonamiento que se favorecen en la escuela, pues este tipo de interacción verbal no determina las formas de razonar o pensar. Sin embargo, algunas características de las situaciones observadas en su mayoría indican la existencia de estos procesos.

El papel del maestro y los materiales del programa tienen por objeto orientar, ocasionalmente, a los alumnos en la búsqueda de soluciones, a fin de estimularlos a formular preguntas.

Teóricamente, los niños aprovechan sus propios descubrimientos, desarrollando una apreciación del análisis sistemático y del razonamiento.



## LA INTELIGENCIA.

Un concepto de inteligencia que usamos con más frecuencia, es el que señala el nivel de desarrollo, de autonomía y de dominio que va alcanzando el ser vivo a lo largo de la evolución. En el hombre, del nacimiento a la muerte y a través de la historia, permite su apertura a la realidad, el conocimiento y apropiación del mundo y de sí mismo, la personalización de su conducta y la invención de la cultura.

### *BINET*

Binet en sus primeros trabajos de diseño de pruebas, usaba principalmente a la habilidad para hacer juicios como la mejor descripción de la inteligencia. Para este propósito construyó pruebas proyectadas para medir la habilidad para hacer juicios o elecciones. Esto ha culminado en la construcción de muchas pruebas mentales, así podríamos describir la inteligencia como aquella facultad, cualidad o característica, que es medida por las pruebas de inteligencia. Por lo que la inteligencia sería la habilidad para ejecutar trabajos intelectuales, recordar, hacer generalizaciones; para establecer relaciones entre concepto y manipular ideas abstractas. La cantidad de inteligencia se mediría de acuerdo al grado de dificultad de las tareas a realizar, de su complejidad, de su grado de abstracción y de la velocidad y habilidad con que las tareas se ejecutan.

La inteligencia se manifiesta según la psicología cognitiva actual, como una jerarquía de procesos - captación perceptiva, codificación y recuperación, estrategias constructivas de planeamiento, comprensión y solución de problemas y de evaluación de resultados, procesos de estructuración e invención, en la que cada componente es, a la vez, parte de una estructura superior y total formada por subpartes interdependientes.

### **PIAGET**

Según la teoría de PIAGET, la inteligencia, se elabora a través de etapas en riguroso orden sucesivo. El proceso fundamental es la equilibración progresiva entre la *asimilación del medio* y la *asimilación del mismo*. En este proceso en el que la abstracción empírica suministra la información objetiva y la abstracción reflexiva interioriza, coordina e integra la actividad del sujeto la inteligencia pasa por cuatro estadios principales:

1) El *sensomotor*, hasta los dos años, en el que el sujeto se diferencia de los objetos, éstos adquieren estabilidad y las acciones se coordinan en esquemas de casualidad y de medios y fines.

2) El *simbólico objetivo*, de dos a seis años, en que las acciones se interiorizan, alcanzan valor simbólico y permiten el uso del lenguaje y del pensamiento prelógico.

3) El periodo de las *operaciones concretas*, entre los siete y los doce años, en el que el pensamiento se ordena en forma de agrupamiento lógico-matemático por composición, reversibilidad asociatividad, identidad y compensación de acciones interiorizadas, aparecen las nociones de conservación de la cantidad y el número y la comprensión intelectual de problemas, limitada a las situaciones de hecho.

4) Finalmente, se desarrollan las *operaciones formales*; las operaciones se aplican a otras operaciones según una estructura lógico-matemática de grupo caracterizada por la máxima abstracción, las nociones de posibilidad, necesidad lógica y validez universal y el razonamiento hipotético-deductivo. El desarrollo de estas estructuras cada una de las cuales procede de la anterior (a la que transforma comprende e implica), representa la unidad de la inteligencia humana. La investigación ha comprobado que este desarrollo operativo no es, sin embargo, toda la inteligencia.

Así van apareciendo también, la *inteligencia operatoria*, verbal y espacial, debidas a las distintas condiciones hereditarias y ambientales de los sujetos, a la participación de otras funciones cognitivas, como la *percepción* y la *memoria*, y a la diferente resistencia que ofrecen los objetos a la aplicación de las *operaciones lógicas*. El estudio riguroso de estos nuevos aspectos requiere el uso del método diferencial, y los resultados obtenidos convergen hacia los hallazgos del análisis factorial de la inteligencia.

Digamos, finalmente, que la inteligencia no es fija. En casi su mitad depende de las circunstancias ambientales, físicas, sanitarias, alimenticias, de estimulación precoz adecuada y de una protección afectiva que promueva la seguridad y la autonomía del hombre. La inteligencia no es tampoco autónoma *funciona integrada en la personalidad*. Sus grados y matices lógicos artísticos, sociales, creadores, dependen del equilibrio estilo y riqueza de la personalidad en el mundo físico familiar, social y cultural en que el hombre se desarrolla.

Es sorprendente que el procedimiento de investigación de Piaget, al que él mismo llamó método clínico, se derive de sus trabajos con Binet.

En su juventud, Piaget trabajó en el laboratorio de este investigador y a pesar de que no compartía sus interés en la psicometría, estuvo muy impresionado por la manera en que los niños llegaban a las respuestas de la prueba de Binet. Con el fin de investigar el razonamiento implícito en las respuestas de los niños, Piaget adaptó los procedimientos de entrevista utilizados en las clínicas psiquiátricas; es por eso que su procedimiento recibió el nombre de método clínico.

El método de estudio de Piaget fue elegido para justificar un concepto de la conducta inteligente, que se opone en forma radical al revelado a través de la tecnología correlativa. Cuando se habla de la inteligencia medida a través de pruebas elaboradas con técnicas correlativas, se piensa invariablemente en diferencias individuales de la capacidad intelectual.

El interés en estas diferencias individuales, en cierta forma está en función de la metodología utilizada. La tecnología correlativa no puede aplicarse con éxito a pruebas que no producen diferencias individuales. Uno de los criterios para seleccionar reactivos que vayan a incluirse en pruebas de capacidad, es el de la posibilidad de que produzcan una variabilidad máxima en sus puntuaciones.

La teoría de Piaget no toma en cuenta las diferencias individuales de capacidad. Se interesa en determinar los orígenes psicológicos del saber humano. Piaget trata de identificar la cambiante naturaleza de los patrones de pensamiento que determinan la manera en que el hombre llega a entender el universo en que vive. Su teoría es en realidad un nuevo concepto, según el cual, la determinación de los orígenes del saber no es un problema filosófico, sino psicológico. El saber no es independiente de la naturaleza humana, sino que forma parte de ella. El problema del saber humano es esencialmente, el de determinar la manera de pensar del hombre.

Según Piaget, la mejor manera de describir la inteligencia es sobre la base de tres factores, estos son: *su contenido, estructura y función.*

**CONTENIDO:** Es la conducta de un individuo al manifestar su inteligencia, como se puede observar en el caso de actividad intelectual. El contenido depende de las condiciones ambientales con que se enfrenta el individuo, por lo que es altamente variable.

Por ejemplo, la conducta que una persona manifiesta al resolver un difícil problema de aritmética, será por lo general muy diferente a la conducta que tendrá en la resolución de un problema de tipo mecánico.

**ESTRUCTURA:** Se refiere a las propiedades de organización de la inteligencia. En los niveles superiores de desarrollo, las estructuras son complejos patrones de operaciones intelectuales que describen la manera en que un individuo clasifica sus propias experiencias. Los primeros antecedentes de estas complejas estructuras son simples secuencias conductuales. Por ejemplo, si un niño advierte que se cae un juguete que estaba encima de un mueble, puede dejar caer los brazos en un esfuerzo para representar lo que acaba de ver. En una etapa un poco más avanzada de su desarrollo, el niño se representa la realidad con las imágenes mentales de sus propias experiencias. Estas imágenes mentales según Piaget, están basadas invariablemente en secuencias conductuales anteriores. Después del inicio del lenguaje, las representaciones del niño son principalmente verbales y la complejidad de su organización aumenta rápidamente.

Piaget define las sucesivas estructuras del intelecto como una serie de niveles de desarrollo. Estos niveles están determinados por la interdependencia de series de estructuras intelectuales que describen tipos estables de reacciones ante el medio ambiente. Cada etapa del desarrollo implica la adquisición de nuevas estructuras, que son esenciales para el progreso hacia la siguiente etapa.

Piaget describe el desarrollo de la inteligencia como una serie de estructuras definibles, cada una de ellas diferente de las otras, estable dentro de un periodo dado, e influida por las estructuras anteriores. Es importante notar que estas estructuras no están ligadas en forma concluyente a niveles determinados de edad. La adquisición de una estructura dada, en relación con un tipo de problema, tampoco garantiza necesariamente su disponibilidad para otros tipos de problemas.

**FUNCIÓN:** Si bien los contenidos y las estructuras de la inteligencia son variables, sus funciones en cambio no varían. El concepto de función describe la manera en que un individuo progresa desde el punto de vista cognoscitivo. La inteligencia tiene dos características funcionales. La primera es la de *organización*. Piaget considera al hombre como un ser autodirigido y activo por naturaleza, que intenta organizar las experiencias con las que se enfrenta. La segunda variante funcional es la *adaptación*. Se dice que tiene lugar una adaptación, cada vez que un determinado intercambio entre organismo y medio ambiente modifica al organismo en una forma tal, que se aumenta el número de intercambios posteriores favorables a su conservación.

En la tabla siguiente presentamos los principales estadios de la elaboración del pensamiento descritos por Jean Piaget.

EDAD	ETAPAS DE LA CONSTRUCCION DE LAS OPERACIONES INTELLECTUALES
0 A 2 años pensamiento sensorio - motor	Formación de los hábitos.El pensamiento sensorio - motor está fundamentalmente dirigido al éxito de la acción aquí y ahora.
2 a 4 años pensamiento simbólico y preconceptual	<<Desde la aparición del lenguaje o,más exactamente,de la función simbólica que hace posible su adquisición (del año y medio a los dos años),comienza un período que se extiende hasta cerca de los 4 años y asiste al desarrollo de un pensamiento>>.
4 a 8 años pensamiento intuitivo	<<Desde los 4 a los 7 u 8 años aproximadamente se constituye,en íntima continuidad con el precedente,un pensamiento intuitivo,cuyas progresivas articulaciones conducen al umbral de la operación>>.
8 a 12 años pensamiento concreto	<<Desde los 7 - 8 a los 11 -12 años se organizan las operaciones concretas, es decir,los agrupamientos operatorios del pensamiento que recaen sobre objetos manipulables o susceptibles de ser aceptados intuitivamente>>.
A partir de los 12 años pensamiento formal	<<Desde los 11 - 12 años y durante la adolescencia se elabora finalmente el pensamiento formal,cuyos agrupamientos caracterizan a la inteligencia reflexiva terminada>>.

Los pasajes entre << >> son citas de Jean.Piaget.  
Psicología de la inteligencia (Buenos Aires,Psique,1970).



*Como ocurren los cambios inherentes al desarrollo de la inteligencia.*

La adaptación es el medio que permite los cambios inherentes al desarrollo; en ella se reconocen dos partes constitutivas: *la acomodación y la asimilación.*

*Acomodación;* está formada por los cambios de estructura que realiza un individuo al interactuar con el medio ambiente.

*Asimilación;* Es la categorización de objetos de acuerdo con las estructuras existentes. La asimilación se realiza con frecuencia por placer. Piaget opina que en esencia del juego ésta es una forma de asimilación. Los educadores que basan su práctica en la teoría de Piaget, consideran que las actividades desempeñadas en el juego son un importante instrumento de aprendizaje para los niños pequeños.

El aprendizaje, la memoria y la transferencia son procesos íntimamente ligados. Cuando un individuo juega, aprende y además desarrolla una habilidad, una estrategia, una actitud, una información dada o aprendida y lo almacena en su memoria.

En un tiempo posterior, cuando el individuo lo requiera puede recuperar del almacenamiento de su memoria lo que ha aprendido.

Por lo que podemos observar que entre la conducta de un niño, sus juegos y sus razonamientos, va construyendo sus propios conocimientos y experiencias.

## MEDIO EDUCATIVO

Un medio educativo puede ser definido como cualquier dispositivo o equipo que se utiliza normalmente para transmitir información entre las personas. Así que de acuerdo con esta definición, la radio, la televisión, los diarios, los carteles, las revistas, folletos, etc., son algunos de los diversos medios educativos con que cuenta el profesor. Los medios son dispositivos y la aparición de uno nuevo constituye siempre una innovación tecnológica, cambiando las formas de vida social, comunitaria y organizada de conductas representadas por las instituciones.

Así, la consecuencia de la mayoría de las revoluciones tecnológicas sobre el educando consiste en reducir las tareas penosas de su vida, aumentar sus horas libres para permitirle dedicarse a otras actividades.

Si sabemos que contamos con diversos medios y dispositivos para guiar el aprendizaje y conocimiento de un objetivo ¿Porqué las matemáticas presentan dificultades, tanto de enseñanza como de aprendizaje?. El planteamiento de esta pregunta nos lleva a concluir sobre la necesidad de perfeccionar técnicas y métodos para enseñar las matemáticas y reducir cada vez más las dificultades antes mencionadas.

Para poder obtener un resultado óptimo es necesario que el profesor tenga la paciencia necesaria, disposición adecuada para la realización de su trabajo y material elaborado de acuerdo al tema.

Todo esto que se plantea es muy bonito, pero en realidad ¿Qué didáctica matemática aplico?, ¿Es la correcta?, ¿Tengo alguna sugerencia?, etc.

Tomemos en cuenta que los alumnos reciben la influencia del grupo al que pertenecen, tanto dentro como fuera de clase.

Si bien hay muchos aspectos de la psicología de grupos que no pueden estar bajo control del maestro, siguen siendo los factores claves dentro de la estructura social de la clase.

Un factor potencialmente importante en la relación social entre maestro y alumno está formado por las expectativas del maestro respecto al desempeño del niño.

Para esta situación y tomando en cuenta que ningún método, cátedra, institución, libro, etc, queda exento de errores se sugieren las siguientes actividades como ejemplo, y para dar margen a otras actividades todavía mejores que el profesor con su característica creatividad podrá crear y utilizar con sus alumnos.

## EL CONTENIDO FORMATIVO DE LA EXPERIENCIA ESCOLAR

Permanecer en la escuela, durante cinco horas al día, 180 días al año, seis o más años de vida infantil, constituye siempre una experiencia formativa: El contenido de esta experiencia varía de sociedad a sociedad, de escuela a escuela. Se transmite a través de un proceso real complejo, que sólo de manera fragmentaria refleja los objetivos contenidos y métodos que se exponen en el currículum oficial. El contenido formativo de la experiencia escolar deriva de las formas de transmitir el conocimiento, en la organización misma de las actividades de enseñanza y en las relaciones institucionales que sustentan el proceso escolar.

Conocer el contenido formativo de esta experiencia implica abordar el proceso escolar como un conjunto de relaciones y prácticas institucionalizadas históricamente, dentro del cuál el currículum oficial constituye sólo un nivel normativo. Lo que conforma finalmente a dicho proceso es una trama bastante compleja en la que interactúan tradiciones históricas, variaciones regionales, numerosas decisiones políticas, administrativas y burocráticas, consecuencias imprevistas de la planeación técnica e interpretaciones particulares que hacen maestros y alumnos de los elementos en torno a los cuales se organiza la enseñanza. Las políticas gubernamentales y las normas educativas inciden en el proceso, pero no lo determinan en su conjunto.

La realidad escolar no es incambiable o resistente al cambio; existen cambios reales, en direcciones diferentes, que son imprevisibles a partir de los que formalmente se modifica en los programas escolares y en los planes sexenales.

**RESERVA**

La norma educativa oficial no se incorpora a la escuela de acuerdo con su formulación explícita original. Es recibida y reinterpretada por un orden institucional existente y por diversas tradiciones pedagógicas en juego dentro de la escuela. No se trata simplemente de que existan algunas prácticas que corresponden a las normas y las otras que "se desvían" de ellas. La totalidad de la experiencia escolar está involucrada en esta dinámica entre las normas oficiales y la realidad escolar. El conjunto de las prácticas cotidianas resultantes de este proceso es lo que constituye el proceso formativo real tanto para maestros como para alumnos.

Frente a la tendencia de buscar correspondencia entre la actuación de los docentes y el "perfil" que norma su trabajo, sin tomar en cuenta el contexto social e institucional en el cual laboran, es importante resaltar que la experiencia escolar es formativa también para los maestros. Los contenidos que la práctica cotidiana comunica a los maestros complementan, contradicen, o hacen efectivas las enseñanzas recibidas en la Normal, y a la larga adquieren mayor peso que éstas.

El contacto que los educandos tienen con el conocimiento incluido en el programa oficial es necesariamente mediado por la institución. El currículum académico oficial no tiene otra manera de existir, de materializarse, que como parte integral de la compleja realidad cotidiana de la escuela; se entrega a otro "currículum" a otro contenido formativo, que si bien es "oculto" desde cierta posición, es el más real desde la perspectiva de quienes participan en el proceso educativo.

Es imposible deducir estos niveles de la realidad a partir de la documentación oficial. La reconstrucción de esa lógica requiere de un análisis cuidadoso de registros descriptivos de lo que sucede cotidianamente en las escuelas pues su contenido no es evidente.

Al recordar la distancia entre la transmisión y la apropiación, advertimos que el análisis de los contenidos de la experiencia escolar no permite llegar a conclusiones sobre las características de los sujetos que egresan de la escuela. Si se miden en tiempo, la experiencia escolar tiene un peso importante en el contexto formativo del niño; le presenta prácticas o elementos poco usuales en otros ámbitos o aún desconocidos; pero también le cierra alternativas, es decir, por asistir a la escuela los niños pierden otras experiencias formativas. Como contexto de trabajo, la escuela también define la mayoría de los usos y conocimientos a los cuales tienen acceso los maestros.

La experiencia escolar es selectiva y significativa; aún, así, no es necesariamente determinante en la formación de quienes pasan por ella. Aún queda por analizar la otra parte, la elaboración propia y selectiva que los sujetos del proceso educativo hacen de los elementos presentes en la escuela.

La estructura de la experiencia escolar. La experiencia escolar implica determinados usos del tiempo y del espacio, que pautan las relaciones sociales. Se agrupan a los docentes y a los alumnos según determinados criterios; se establecen formas de participar y de comunicarse que regulan la interacción entre unos y otros.

Las pautas, relaciones y costumbres características de las escuelas se proyectan hacia el entorno social inmediato.

#### EL CONOCIMIENTO MATEMATICO

La necesidad de guiar a la mayoría de los alumnos a un nivel de conocimientos matemáticos que sobrepase la aplicación de las cuatro operaciones fundamentales, hacia las actividades de cómputo o de medición, a partir de la segunda mitad del siglo XX, a originado al mismo tiempo que los contenidos de los programas de la educación elemental y secundaria se transformen, con una orientación centrada en la adquisición de los puntos de vista globalizadores en lugar de los anteriores contenidos que eran netamente más formales. Esta doble transformación surgió inmediatamente de los problemas que antes se planteaban referentes a la posibilidad de los sujetos de memorizar o mecanizar en lugar de razonar o entender (dos cosas muy diferentes).

La enseñanza de las matemáticas debe concebirse pensando en la mayoría de los educandos y sin embargo podemos observar como muchos individuos de inteligencia normal en todos los actos de la vida y que tienen éxito en otras disciplinas, fracasan en matemáticas, esto se debe en la mayoría de los casos a un desinterés afectivo, social o pedagógico. Pero hay otros que se interesan por ellas, trabajan bien les entienden y después de un periodo más o menos largo de éxito, fracasan en matemáticas aún cuando siguen teniendo éxito en todo lo demás que estudian.

Las matemáticas se convierten así en:

1) Un instrumento de selección. Por el fracaso que corre el riesgo de volver inoperante la manifestación de otras aptitudes no menos importantes para las actividades del sujeto y sobre todo para el ejercicio de las profesiones correspondientes.

2) Qué por el miedo al fracaso en matemáticas muchos alumnos se alejan de las actividades científicas, donde los efectivos son insuficientes, para inclinarse hacia estudios literarios o jurídicos (carreras que ya están saturadas).

No obstante la culpa o el remedio de estos males parece estar en gran parte ligada al orden pedagógico, con todos los recursos que implica.

Piaget señala que las matemáticas constituyen una prolongación directa de la lógica que preside las actividades de la inteligencia puestas en práctica en la vida diaria. "Y por tanto es difícil concebir que algunos sujetos bien dotados en la elaboración y utilización de las estructuras lógico - matemáticas espontáneas de la inteligencia se vean impedidos por la comprensión de una enseñanza que se refiera exclusivamente a lo que pueda obtenerse de tales estructuras."<sup>(1)</sup>

(1) Psychologie et pédagogie, p.68



## LA PEDAGOGIA OPERATORIA

Se basa en la idea del individuo como autor de sus propios aprendizajes, a través de la actividad, el ensayo y el descubrimiento. Considera la inteligencia como el resultado de un proceso de construcción, que tiene lugar a lo largo de toda la historia personal, y que en esta construcción intervienen como elementos determinantes, factores inherentes al medio en el que vive. Es esta forma en que se desarrolla la inteligencia, analizada y descrita por la *psicología genética* (H. WALLON, J. PIAGET), la que impone sus leyes a la enseñanza y obliga a cambiar los enfoques tradicionales utilizados en la escuela con relación al aprendizaje.

La pedagogía operatoria trata de desarrollar en el alumno la capacidad de establecer relaciones significativas entre los datos y los hechos que suceden a su alrededor y de actuar sistemáticamente sobre la realidad que le rodea.

Para la pedagogía operatoria, el pensamiento surge de la acción. Tan importante como la adquisición de un nuevo dato o contenido, es el camino descubierto hasta llegar a él. Comprender es, un proceso constructivo, no exento de errores, que son necesarios si no se requiere fomentar la pasividad y dependencia del alumno.

Conocer, comprender, no es un hecho aislado ni súbito, sino el final de un recorrido más o menos largo, en el cual se confrontan los distintos aspectos de una realidad, se establecen unas hipótesis, hasta que surge la explicación que satisface todas las exigencias que previamente aparecían como contradictorias.

La pedagogía operatoria pretende seguir en el aula, un camino similar al que ha seguido el pensamiento científico en su evolución: *el alumno debe formular sus propias hipótesis* (aunque sean erróneas), establecer una metodología para su comprobación y verificar su confirmación o no. *El papel del profesor será cooperar con el alumno en esta tarea, facilitarle instrumentos de trabajo, sugerirle situaciones y formas de verificar las hipótesis pero nunca sustituir la actividad del escolar por la suya.*

La programación operatoria de un aprendizaje o de una adquisición ha de tener en cuenta, que la formación de un concepto o la consecución de una destreza pasa necesariamente por estadios intermedios, y que antes de empezar es necesario determinar el nivel del alumno respecto del conocimiento o concepto que se desea construir.

La actividad constante y la curiosidad son características especiales del niño. Basta dejar que se manifiesten libremente para lograr la motivación del alumno frente a la tarea de resolver un problema. Son los intereses de los niños (de acuerdo con su edad y medio social) los que definen los temas que han de ser objetos de trabajo en el aula.

Para ello es necesario que los intereses de cada uno se armonicen con los de los demás. La elección del tema concreto a trabajar por todo el grupo será objeto de una decisión colectiva, que no se toma al azar, sino después de aportar y analizar toda una serie de argumentos. Las mismas normas que rigen la actividad de la clase se analizan y se tratan entre todos constituyendo así un aprendizaje de la convivencia democrática.

Ponerse de acuerdo, defender razonadamente los propios puntos de vista, respetar las decisiones colectivas son hábitos que aprende también el alumno en el aula. La pedagogía operatoria no se circunscribe, a lo intelectual, sino que se extiende al campo de lo afectivo y de lo social. La clase se convierte así en un colectivo abierto a la realidad exterior, y que trabaja conjuntamente para resolver los problemas.

La creación intelectual, la cooperación social y el desarrollo afectivo armónico son los tres objetivos considerados prioritarios por la pedagogía operatoria como una alternativa frente a una escuela tradicional cuya actividad estaba guiada por la pasividad, la dependencia del adulto y el aislamiento.

## MOTIVACION

A veces nos preguntamos por qué los alumnos no se comportan como nosotros quisiéramos. Y en ocasiones nos encontramos que la única respuesta es que los niños no pueden comportarse en forma adecuada. Por ejemplo, podemos decidir que los niños que funcionan intelectualmente a un nivel muy bajo no pueden aprender a manejar ciertas operaciones matemáticas porque están más allá de los límites de sus repertorios conductuales.

Otra conclusión que frecuentemente deducimos es que el niño no sabe cómo comportarse en forma adecuada. Por ejemplo, podemos decidir que un niño indisciplinado nunca ha aprendido a trabajar en silencio o a seguir instrucciones, o que un niño aislado no ha tenido oportunidades suficientes para que alguien le enseñe a interactuar con los otros niños.

Una tercera explicación que por lo general aceptamos es que si bien el niño puede comportarse adecuadamente y ha aprendido a hacerlo, simplemente no está motivado para ello. Como ejemplo podemos deducir que un grupo de niños que no acaban con su tarea de matemáticas, no sienten ninguna inclinación hacia las matemáticas, no les importa obtener una buena calificación, no se sienten a gusto con el maestro o se preocupan más por atraer la atención de los demás niños que por ganarse la aprobación del maestro. Las motivaciones de los niños son difíciles de comprender y de manejar correctamente. En gran medida no puede hablarse de un aprendizaje efectivo a menos que los estudiantes estén "motivados" a aprender.

## TIPOS DE MOTIVACION

### *Motivación Intrínseca.*

Muchos educadores desde Platón hasta Piaget han asumido que los niños tienen una motivación natural para aprender y que hay algo *intrínseco* o *incluido* en el acto de aprender que automáticamente recompensa a los niños.

Además se puede concluir que cualquiera que observe un grupo de niños jugando sabe que pasan gran cantidad de tiempo explorando y aprendiendo actividades para las que no hay recompensas aparentes. Gran parte del temprano aprendizaje en el niño pequeño parece derivarse de la tendencia natural que este tiene para empujar, jalar y husmear todo lo que hay en el medio ambiente. ¿Por qué entonces, tenemos problemas para que los niños aprendan?. Los educadores que recalcan la importancia de la *motivación intrínseca* sugieren que se debe a que los adultos *inhiben* la tendencia natural de los niños para que aprendan por medio del énfasis que le adjudican al aprendizaje regimentado formal. Ahora bien, los educadores que sostienen esta posición consideran que las escuelas con planes de estudio estructurados son especialmente nocivas (considerando que la mayoría de los profesores no respetamos la individualidad del niño, y en lugar de guiar y entender en forma natural el motivo de su conducta, estamos acostumbrados a imponer y castigar cuando el niño no se comporta como se le indica).

Esta posición sugiere que cuando al niño se le coloca en un ambiente educativo menos estructurado, y que respete su tendencia natural para aprender, el aprendizaje se llevará a cabo con la mayor eficiencia

En su forma menos extrema, este enfoque tiene mucho que ofrecer a los profesores. Las recompensas intrínsecas en el aprendizaje espontáneo pueden ser acrecentadas generando circunstancias de aprendizaje interesantes y excitantes, pero también hay limitaciones en el aprendizaje autodirigido y auto motivado. El estudio de los teoremas de la geometría puede ser una forma maravillosa de pasar la tarde para algunos niños, mientras que otros necesitan ayuda y recompensas externas para aprenderlos; por otra parte, prácticamente todos los niños necesitan algún estímulo para estudiar aritmética.

#### ***Motivación extrínseca.***

En contraste con la motivación intrínseca, es bastante obvio que las recompensas externas o *extrínsecas* pueden emplearse para la motivación de los niños. Las felicitaciones, los dulces y el tiempo libre son algunos ejemplos. Los maestros que tienen éxito en motivar a sus alumnos no sólo tienen la capacidad de hacer que la experiencia de aprendizaje sea excitante, sino que también cuentan con una amplia gama de recompensas externas su disposición. Sin embargo es particularmente importante recordar que *los niños no siempre responden a la misma manera.*

Si intentamos que nuestra enseñanza tome la forma de un proceso agradable y eficiente, debemos recordar personalizar tanto las recompensas como la instrucción.

### **Niños diferentes requieren diferentes recompensas.**

Una de las principales tareas del maestro es determinar qué cosas son gratificantes para cada uno de sus alumnos. Esto por lo general no es mayor problema, si consideramos que hay cosas que son recompensantes para todos los niños, como el tiempo libre. Pero también debemos recordar que hay niños que necesitan otro tipo de recompensa; una estrella dorada o una buena calificación puede resultar completamente indiferente para muchos niños.

Nosotros mismos encontramos que hay niños que detestan los dulces, y que darían cualquier cosa por apuntar a sus compañeros que hablan, o ayudar al maestro a entregar los cuadernos.

Debemos tomar en cuenta también los siete principios del aprendizaje que son:

**1) Reforzamiento positivo:** Si una conducta es consistentemente seguida por un reforzador, dicha conducta tenderá a reforzarse.

**2) Pérdida de reforzamiento:** Si un comportamiento dado consistentemente tiene como resultado la eliminación de un reforzador, o bien evita que éste se manifieste, un reforzador, el comportamiento tiende a debilitarse.

3) **Castigo:** si un comportamiento dado consistentemente está seguido de un estímulo aversivo, dicho comportamiento se debilitará.

4) **Reforzamiento negativo:** Si una conducta consistentemente resulta en la eliminación de un estimulación aversivo o lo evita, dicha conducta tiende a reforzarse.

5) **Modelado:** Cuando un individuo presenta consistentemente un comportamiento para que otro lo observe con el objeto de que llegue a imitarlo (aumento de la frecuencia de ese mismo comportamiento en el individuo que observa) hablamos de modelado.

6) **Asociación de estímulos:** La función de estímulo puede ser adquirida por un estímulo neutro si, en forma consistente se le asocia con otro estímulo.

7) **Repetición de estímulos:** Si un estímulo se presenta repetidas veces durante un período prolongado, tenderá a perder parte o toda su función como tal.

Si hablamos ahora del castigo, debemos entender también que éste puede hacer que el niño se torne agresivo, que desarrolle cierto repudio por la persona que lo administra, que se vuelva inflexible, y que deje de participar en las actividades que generaron el castigo. La persona que hace uso del castigo también puede sentirse reforzada por sus efectos inmediatos sobre el niño, por lo que tenderá a aplicar el castigo con más frecuencia.



A menudo el maestro tiende a enseñar la actitud "haz lo que yo digo, más no lo que yo hago". Por ejemplo, si el maestro les indica a gritos a sus alumnos que no se debe gritar en clase, encontrará que los niños imitarán su comportamiento, en lugar de prestar atención al contenido de las indicaciones.

Observemos también que la extinción en el aprendizaje de un niño, se debe al regreso de un comportamiento modificado a su estado original, por haberse eliminado la fuente del aprendizaje (la recompensa contingente, la asociación de estímulos, etc.). Por ejemplo, si los maestros enseñaron a sus niños a hablar en voz muy alta porque ellos mismos les hablaban en voz muy alta, pueden extinguir esa conducta bajando la voz. Si habían propiciado que los alumnos se arrojaran trozos de gis entre ellos estallando de cólera cada vez que lo hacían, pueden extinguir dicho comportamiento dejando de prestarles atención.

Al intentar reducir la frecuencia de un comportamiento no deseable a través de cualquier medio dado (extinción, castigo o pérdida de reforzamiento), se puede hacer que otra conducta reforzada tome el lugar de aquella no deseable. De esta manera se aumenta la eficiencia del procedimiento y se reduce la posibilidad de que se produzcan efectos colaterales no deseables.

Se dice que un estímulo "controla" una conducta que si la probabilidad de que esa conducta se manifieste en presencia de ese estímulo es más alta que en su ausencia.

La forma más sencilla de determinar las motivaciones de un niño es descubrir qué es lo que opera como recompensa. A veces puede ser una felicitación o tiempo libre; a veces gritos y regaños del director. Tratar de indagar más acerca de las motivaciones internas de un niño por lo general es innecesario y a menudo engañoso.

Si la maestra deduce problemas de relación de un alumno (que tiene pocos progresos en la escuela) con el sexo femenino para justificar la inutilidad de enseñarle, está especulando con las motivaciones encubiertas del niño como excusa por su fracaso para lograr resultados positivos.

Un maestro sólo debe satisfacer las motivaciones del niño cuando se comporta adecuadamente. La satisfacción de una motivación es como entregar una recompensa, por lo que el maestro debe tener mucho cuidado en otorgar el premio sólo cuando se quiera reforzar un comportamiento adecuado.

Tanto los padres como los maestros pueden estimular un buen aprovechamiento en el niño, recompensando los éxitos y demostrándole que tienen altas expectativas y una excelente opinión de él.

## DIFERENTES METODOS QUE ENCONTRAMOS PARA APRENDER MATEMATICAS

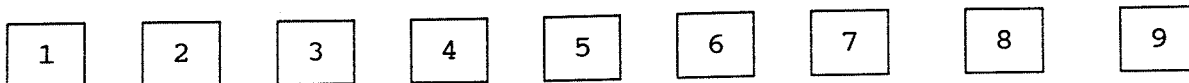
Hoy las matemáticas no son ya consideradas como nociones fijas que se han de memorizar pura y simplemente. Ante un problema numérico, el niño tiende a explorar activamente los desarrollos que las propiedades del punto de partida han hecho posibles. Y eso es lo que le comunica el sentido matemático. Aprende a pensar en los términos de relación. El espíritu de la pedagogía se ha modificado en esto profundamente, puesto que el recurso a las manipulaciones es indispensable para que el niño entienda esas relaciones, y eso desde la más temprana edad. Por eso, los padres pueden facilitar el aprendizaje de las relaciones, en sus hijos, favoreciendo en ellos la manipulación de objetos. Son muchos los pedagogos que han demostrado que: *La esquematización de las relaciones matemáticas mantiene así una relación con lo concreto, que mejora su comprensión.*

### LAS MATEMATICAS EN LA EDAD PREESCOLAR

#### *El material MONTESSORI.*

La iniciación a la geometría se realiza con la ayuda del reconocimiento de volúmenes geométricos diversos, como el triángulo, el cuadrado, el rectángulo, el círculo, los polígonos. Los niños aprenden en una primera etapa a encajar las figuras geométricas, bien sea en su totalidad, mediante un contorno de un centímetro de ancho, o mediante un simple trazo; los niños aprenden a superponer, con ayuda de las figuras geométricas, los cartones en cuestión.

Estos volúmenes pueden <<combinarse de modos diversos y multiplicar las agrupaciones>>.El niño aprende a jugar con la variabilidad de las dimensiones.



M.Montessori.

Método de la pedagogía científica aplicado a la educación de la infancia.

María Montessori pone en guardia contra la enseñanza prematura de la numeración.El niño tiene tendencia a decir <<uno,uno,uno,uno>> para decir cuatro.El número es en primer lugar para él una sucesión de unidades,cuya agrupación bajo una sola denominación no comprende.La progresión de las cifras es una idea mediata que debe formarse en el transcurso de las manipulaciones de series de objetos.

El primer soporte que María Montessori creó para conseguir que el niño entienda la numeración,contiene diez barras cada barra está pintada de colores azul o rojo que se van alternando:el <<uno>>es una barra roja de diez centímetros,el <<dos>>es una barra de veinte centímetros,separada de dos segmentos,uno azul,el otro rojo,etc.<<La ventaja de este material es que presenta reunidas,aunque diversificadas,las unidades que componen cada uno de los números que representan>>.

Estas barras dan idea del número absoluto y permiten las primeras operaciones aritméticas. Los niños aprenden en primer lugar a formar la serie de los números, colocando las barras unas debajo de las otras. Después tomando la barra más alejada del <<diez>>:  $1 + 9$  ;  $2 + 8$ , etc. La maestra facilita los ejercicios de reconocimiento de las diferentes longitudes de las barras haciendo contar los segmentos. Los niños, después, aprenden a escribir las cifras. Cifras en tela de lija se pegan a unos cartones. El niño sigue con el dedo el trazo de estas cifras pronunciando su nombre; después las asocia a la barra correspondiente. Un segundo tipo de material lleva al niño a contar en unidades separadas. El niño debe poner en una casilla un número de palitos en forma de husos, equivalentes a la cifra inscrita en la casilla. Para aprender las operaciones aritméticas, puede volverse a las barras graduadas en su sentido longitudinal.

Siendo las barras de un uso limitado en razón de su volumen, la numeración por encima de diez se hace mediante un sistema de ensarte de perlas: el niño ensarta diez más una perla, después diez más dos, etc.

Un juego de diez cartones, sobre los que están impresas las cifras cero, uno, dos, tres... viene a cubrir la parte derecha de un segundo juego de cartones que llevan la cifra diez. El niño cubre el cero del diez con el cartón impreso de las unidades, de uno a nueve, lo que da como resultado once, doce, trece, etc.

Finalmente María Montessori inventó unos soportes visuales de diez (diez perlas), de cien (diez barritas de diez perlas reunidas en un cuadrado), de mil (un cubo de diez cuadrados).

Las nociones de cuadrado y de potencia pueden adquirirse con ayuda del soporte visual de cien o de mil perlas. María Montessori advierte que a los cinco años los niños son capaces de hacer operaciones de varias cifras.

El material Montessori puede adaptarse a la enseñanza de la teoría de los conjuntos, porque permite agrupamientos en función de los colores y del número de perlas.

#### ***El material AUDEMARS Y LAFENDEL.***

Audemars y Lafendel, directoras de la Casa de los peques, fundada por Claparede(\*), publicaron una colección de juegos educativos, la colección *Discat*, de los que una parte importante debe suscitar un trabajo de razonamiento y de juicio que favorece un aprendizaje de las matemáticas.

El primero de estos juegos fue construido tras observar a una niña que apasionada por las bolas de colores, había pasado de un collar decorativo a un conjunto de bolas en número creciente. Este fue el origen de una especie de ábaco triangular, tablero con varillas de alturas diferentes, portadoras de bolas de diez collares distintos.

(\*) Este instituto fundado en 1913, fue una cantera de investigaciones experimentales. Piaget fue co-director y la Casa de los peques el marco de sus estudios.

<<No damos ninguna indicación al niño que halla las bolas mezcladas en una bandeja. Este multiplica sus ensayos...y guiado por el color, llega a asociar el número de las bolas a la altura de las varillas>>. (\*\*)

A los niños de seis años les gusta coger su <<máquina de contar>>, nos dicen Audemars y Lafendel, para encontrar la bola de números triangulares (1 + 2 + 3 ...).

Los niños aprenden también a ensartar discos sobre varillas de madera de longitudes iguales. Los niños calculan el número de discos por pilas y distinguen, tras un entrenamiento, las pilas de la izquierda, que simbolizan a las decenas, de las de la derecha, que representan las unidades.

■ El juego de las combinaciones de números está constituido por una regletas de cartón sobre las que están pegados discos de color. Unos cartones impresos con una cifra pueden fijarse mediante soportes elásticos sobre las regletas, permitiendo al niño múltiples combinaciones, sumas y restas.

Las lecciones de geometría, preparatorias de los volúmenes y las relaciones espaciales se imparten en la sala de construcción de la Casa de los peques. Cubos de volumen decreciente pueden ensamblarse mediante listones, para representar las <<fracciones>> de un volumen global. Los niños analizan las proporciones de los bloques. Andrés de siete años dice: <<Mi locomotora tiene tres cubos, la mitad de un cubo, un paralelepípedo y nueve pequeños...>>

(\*)(Neuchâtel, Delachaux y Niestlé, 1928).

■ M. Audemars y L. Lafaendel: La maison des petits de l'institut Jean - Jacques Rousseau (Neuchâtel, Delachaux y Niestlé, 1928).

■ El niño adquiere las nociones de superficie, forma, color y dimensión, gracias a un rico muestrario de cartones de color de un decímetro cuadrado que guardan una estrecha relación con los volúmenes de la caja de construcción. <<El Niño se sirve de ello para medir, contar, trazar contornos precisos, dibujar, recortar. El niño, al comienzo constructor de barcos, casas, máquinas... se vuelve constructor de su ciencia.>>

### *El material DIENES.*

Z.P. Dienes, investigador australiano residente en Canadá, creó varios tipos de material para la edad preescolar. Cuarenta y ocho bloques llamados <<lógicos>>, de madera o plástico, poseen cuatro formas geométricas distintas. Para cada una de las formas hay cuatro atributos: grande o pequeño, gordo o delgado. Además, los volúmenes difieren también en el color (azul, rojo, amarillo). Estos bloques permiten la adquisición, mediante manipulación, de nociones fundamentales sobre los conjuntos.

Creados en 1964, han sido imitados con frecuencia. Múltiples juegos sobre los conjuntos permiten al niño utilizar la noción de intersección.

■ M. Audemars y L. Lafaendel: La maison des petits de l'institut Jean - Jacques Rousseau (Neuchâtel, Delachaux y Niestlé, 1928).



## *Las matemáticas modernas en la edad preescolar.*

Uno de los grandes progresos de la teoría de los conjuntos es haber transformado el tiempo dedicado a las matemáticas en horas dedicadas a <<fabricar>> relaciones. Es fácil explotar situaciones de la vida corriente para despertar este sentido de las relaciones. El niño de tres a cuatro años aprende a distinguir colores y formas; es preciso estar seguro igualmente de lo que significan para él términos como delante, detrás, junto, parecido diferente. ■

Las matemáticas están fuertemente ligadas a la orientación en el espacio, que se adquiere normalmente en la edad preescolar. Nunca insistiremos demasiado en estos ejercicios que en su forma elemental recuerdan las matrices más complejas. ■ ■

Aunque la adquisición de un material específico es útil para estimular la actividad del niño, no hay que perder de vista que éste aprende las relaciones lógicas entre las formas, los colores y las cifras gracias a las manipulaciones personales. Estas pruebas pueden hacerse con los juegos más diversos. La adquisición del número tiene su base en la posibilidad de comparación y de agrupamientos, con ayuda de materiales como la pasta de modelar, el agua, la arena, los cubos decrecientes y los conjuntos de objetos concretos. La adquisición del espíritu matemático no se adquiere solamente con la ayuda de un material estructurado, sino gracias a unos juegos que echan mano de la creatividad del niño.

■ El librito de S. Bray y M. Clausard *Les jeux de Nathalie et de Frédéric*, es instructivo a éste respecto (París, O.C.D.L., 1970).

■ ■ Las matrices son juegos que apelan a la lógica, donde se trata de hallar una relación en un conjunto de datos no aleatorios, simbolizándola en un esquema.

Los primeros años son primordiales para la formación de un espíritu lógico, y la necesidad de manipulación debe siempre ser respetada. La actitud de los padres debe ser estimulante, pero lo suficientemente flexible para permitir al niño sus comparaciones, sus ensayos, sus errores que le liberarán progresivamente del espíritu sincrético preconceptual.

## LAS MATEMATICAS EN LA EDAD ESCOLAR.

### *El método DECROLY.*

Ovide Decroly trata de integrar el cálculo al medio natural del niño y a sus intereses. Toda discusión sobre un centro de interés puede llevar a los niños colectiva o individualmente, a transcribir el dato en medidas.

Si por ejemplo, el centro de interés es el cordero, se les invita a los niños a plantear preguntas numéricas como: <<¿Cuántas patas, orejas, ojos... tiene el cordero? ¿Cuánto tiempo hace falta para cortar su lana?...>> Las ocupaciones de la vida cotidiana dan lugar a problemas y operaciones más complejos. Los niños se plantean preguntas numéricas y económicas, cuando se ocupan de la compra de la comida para los animales que cuidan o cuando preparan una fiesta. Los paseos suscitan numerosos pequeños problemas sacados de la realidad.

Decroly explica los fundamentos de la medida utilizando en primer lugar estos patrones naturales. Los niños de dos a siete años miden una mesa con su mano. Los niños pasan a las unidades convencionales, como el litro y el kilogramo, entre siete y ocho años, cuando se dan cuenta de que las medidas que efectúan no son equivalentes puesto que su patrón difiere: no hay dos manos semejantes, mientras que las unidades convencionales son idénticas.

Para hacer que comprendan las pequeñas divisiones de tiempo, la confección de una especie de calendario - diario, donde el niño dibuja día a día los acontecimientos, le permite contar los días y los meses. A fin de establecer la noción de las duraciones cortas, Decroly hace construir un péndulo formado por un hilo de acero fino y un peso representado por un objeto atractivo. Este péndulo permite a los niños apreciar la duración de ciertos actos o de ciertos fenómenos. Pueden, por ejemplo comparar su velocidad de escritura escribiendo todos la misma frase. Aprenden a clasificarse según su velocidad, del más rápido al más lento y entienden así la división del tiempo en minutos y segundos.

Objetos susceptibles de ser desmontados y nuevamente montados, así como juegos de loterías permiten al niño adquirir la noción de cantidad; debe reconocer el número de objetos representados y decir ese número.

Decroly intenta también integrar las matemáticas en la vida cotidiana del niño y hacer que se despierte en él la comprensión de la medida y del valor de la moneda en condiciones que reproducen la actitud de lo conocido frente a la medida y el intercambio, suscitando ante todo sencillas operaciones que surgen de entre los niños.

*¿Qué es lo permanente en la pedagogía de las matemáticas de Decroly?*

Vincular las matemáticas a la vida, a lo concreto, nos parece uno de sus mejores principios. Por ejemplo, es fácil hacer jugar a un niño a la tienda. Se divierte haciendo recetas de cocina, pesando los alimentos, aprendiendo a medir el tiempo. Una vez despertado su interés, puede asociar esos temas. Las matemáticas se insertan así en un contexto económico concreto.

*El método CUISENAIRE.*

Las lecciones están compuestas en primer lugar por grupos de objetos, de dibujos finalmente de regletas de madera de diez colores de dimensiones reducidas, para que puedan ser manipuladas en el pupitre de la escuela. Cada regleta tiene una longitud y un color que simbolizan un número. Haciendo deslizar las regletas, los niños entienden las relaciones de la suma o de la resta, y la reversibilidad de las relaciones. El método sirve como soporte para la adquisición de la noción de conjunto. Otros elementos, barras, cuadrados, cubos, permiten contar según diferentes bases.

La enseñanza de la geometría se hace mediante el reconocimiento y la clasificación de formas dibujadas por el niño. Toda una educación psicomotriz, dibujar, recortar, plegar, prepara este aprendizaje.

La iniciación al sistema métrico se efectúa con la ayuda de pasta para modelar, de recipientes llenos de líquido, etc.

Manipulaciones inspiradas en los trabajos de Piaget sobre el principio de conservación de la cantidad de las sustancias.

El interés del método Cuisenaire está en haber integrado las nociones sobre los conjuntos.

### *El método FREINET.*

Para Célestin Freinet, como para Decroly, lo que importa <<es el sentido de las matemáticas, resultante de un largo aprendizaje a base de tanteos experimentales y de la vida>>■.

Quiere evitar la acción de contar y restablecer los procesos normales de aprendizaje. Por eso ataca al método Cuisenaire, y aplica <<el número y las mecánicas... y las cosas de la vida>>■.

■ C. Freinet: L'enseignement du calcul (Edit. de l'école moderne, 1952) p. 17.

También se pretende que los niños se interesen por los problemas que les plantea su medio y el mundo.

Para Freinet las matemáticas pertenecen a la esfera de la imaginación y el ensueño, secreto de una pedagogía de las matemáticas bien entendida.

El niño redacta sus observaciones, formula sus preguntas y construye problemas en unos textos que Freinet llama <<historias cifradas>>; son el contrapunto de los textos libres que hace componer. Las historias cifradas se intercambian en cartas que se escriben con escolares de otras regiones. El maestro llama la atención de los niños sobre ciertas observaciones y les adiestra en operaciones asociativas sobre los objetos que ya conocen, explotando así las ocasiones cotidianas como el alojamiento, el trabajo, sin material especialmente creado para esta enseñanza.

Es un método que puede interesar vivamente al niño no muy pequeño a quien no gustan las manipulaciones.

### CAPITULO III

#### TEORIAS DEL APRENDIZAJE RELACIONADAS CON EL CAMPO DE LAS MATEMATICAS

Hay diversas formas de estudiar el proceso de aprendizaje del organismo humano. Una de estas formas es la fisiológica, esto es, estudiar el aprendizaje como reacciones físicas del cerebro, del sistema nervioso, de las glándulas y de los músculos, tal y como los estímulos físicos los influyen. Otro método en parte fisiológico y en parte observacional, es estudiar la manera en que el organismo reacciona en diversas circunstancias y a partir de ahí, abstraer los elementos comunes que se denominan leyes del aprendizaje.

La forma en que aprendemos se describe en parte por los procedimientos físicos, por los aspectos fisiológicos de la conducta y por las consideraciones fisiológicas.

#### *La reversibilidad de las operaciones lógicas.*

No es un azar el hecho de que en todos los países la edad de ingreso en la escuela primaria se haya fijado al rededor de los seis años.

Es la edad en que los niños están por lo general a punto de alcanzar el estadio de las operaciones lógico concretas. Han adquirido la noción de conservación de las cualidades abstractas de los objetos como son el número, la cantidad, el volumen, la distancia. Comprenden la relación entre un conjunto y sus partes. Según Piaget, estos conceptos dependen de una acrecentada movilidad de los pensamientos que él llama la <<reversibilidad>> toda acción posee un contrario que puede destruir su resultado; en el terreno del pensamiento, la reversibilidad permite imaginar alternativamente la acción que realiza y la acción que destruye un determinado resultado.



## CAPITULO IV

# D I D A C T I C A   D E   L A S   M A T E M A T I C A S

## N U M E R A C I O N

El proceso por el cuál el alumno llega a expresar la realidad por medio del cálculo, es bastante complicado y requiere del maestro extremado cuidado y orden lógico. En la iniciación del cálculo es necesario que el niño observe y ejecute movimientos de elementos, que integren y desintegren conjuntos, partiendo de grupos de objetos a los que agregue o quite elementos, el niño observara de esta manera los cambios que experimenta esta situación de "quitar" o "agregar". Y así, por vía de juego, haciendo estos ejercicios con multitud de objetos, el niño adquiere las ideas de aumentar y disminuir de qué es más y qué es menos.

Después de estas observaciones de mayor y menor se pasa al concepto de igualdad. Primero se adquiere el concepto de igualdad cualitativa igual color, igual forma. Luego se harán ejercicios de copia de formas, modelos, recortes de figuras, etc., ejercicios que conducen al igual cuantitativo; el niño no sabe contar, pero percibe la igualdad de elementos que contienen dos conjuntos, siempre que el número de elementos no sea mayor que cuatro.

Estos ejercicios conducen al concepto de cantidad como un conjunto formado por elementos iguales y susceptibles de aumentar o disminuir.

Utilizando los mismos ejercicios de manejo de grupos de elementos iguales, se conduce al niño al concepto de unidad, se hará que forme un grupo de elementos iguales, que lo haga mayor o menor a su libre gusto, después se hará el aumento o disminución cada vez menor, hasta llegar a quitar todo, menos un elemento. Así llega al concepto de unidad, como elemento integrador de los conjuntos, la cantidad, como la cosa que agregada a otras iguales, puede formar un conjunto.

Como uso e iniciación de la pedagogía operatoria, se pueden hacer numerosos ejercicios de agrupación y discriminación para que el niño utilice cada vez más y sin mayor esfuerzo la lógica que lo llevará a conocer los primeros números más importantes (1,2,3,4,5,6,7,8,9,0) que darán origen a descubrir las cantidades que de ellos se derivan como las decenas, centenas, etc., y que además nos van a servir para manejar las cuatro operaciones fundamentales: Adición, Sustracción, Multiplicación y División.

107454

# A D I C I O N

## (S U M A)

Vamos a considerar a la adición como una operación que se capta fácilmente por intuición, pues las situaciones reales se resuelven por medio de esta operación, son muy numerosas y siempre se plantean con verbos que revelan la idea de reunión de elementos, para llegar a un total; como agregar elementos a un conjunto, hallar el total de gastos, llenar un recipiente cuanto voy a comprar con lo que tengo, la cantidad de fruta que se comió mi hermanito, hallar el perímetro de una figura, etc.

Podemos clasificar las dificultades de la adición, en las siguientes:

### *1a. Adición de números dígitos.*

Planteada la situación problemática, se resuelve en forma objetiva.

Por ejemplo:

Tengo 5 caramelos y compro otros 2. ¿Cuántos tendré?

Se hace la operación con caramelos, representándolo gráficamente:

Se representa simbólicamente:

$$5 + 2 = 7 .$$

Comprendido el sentido de la operación y su mecanismo, por medio de numerosos ejemplos, procede la formación de las habilidades de la adición para evitar la costumbre de contar con los dedos cuando no se tienen los objetos concretos para hacerlo. El maestro se puede auxiliar con tarjetas de juego para el niño como el dominó, la lotería, encontrar el número escondido, etc.

### **2a. Adición de números dígitos formando la decena.**

Es un caso de la asociación de números dígitos en el que se debe insistir con numerosos ejercicios; formando con los números todas las combinaciones posibles que igualen a la decena.

Por ejemplo:

$$9+1=10$$

$$8+2=10$$

$$7+3=10$$

$$6+4=10$$

$$1+9=10$$

$$2+8=10$$

$$3+7=10$$

$$4+6=10$$

$$5+5=10$$

$$10+0=10$$

$$0+10=10$$

### **3a. Adición de decenas.**

Se sugiere que se hagan por comparación con los números dígitos.

Por ejemplo:

$3+4=7$       tres unidades más cuatro unidades, igual a 7 unidades.

$30+40=70$  = tres decenas mas cuatro decenas , igual a 7 decenas.

#### 4a. Adición con resultados comprendidos entre 11 y 19.

Además de ofrecer la oportunidad de repasar detenidamente las adiciones de números dígitos, puede considerarse como la verdadera iniciación en el cálculo, pues es aquí cuando realmente comienza a trabajarse con números demasiado grandes para permitir la correspondencia con relaciones de objetos, es por esto que la enseñanza de la adición tiene que ser gradual, pues de nada sirve querer abarcar demasiado si el niño no tiene aún bien definidos los tres puntos anteriores. Aquí una vez que el alumno a comprendido muy bien el concepto de decena se sugiere se establezca por medio de juegos como fichas, lotería, y de encontrar los números escondidos, que el niño llegue a dominar perfectamente las siguientes adiciones:

Por ejemplo:

11	12	13	14	15	16	17	18	19
10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9
	11+1	11+2	11+3	11+4	11+5	11+6	11+7	11+8
		12+1	12+2	12+3	12+4	12+5	12+6	12+7
			13+1	13+2	13+3	13+4	13+5	13+6
				14+1	14+2	14+3	14+4	14+5
					15+1	15+2	15+3	15+4
						16+1	16+2	16+3
							17+1	17+2
								18+1

cuadro(1)

11	12	13	14	15	16	17	18
9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9
8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	
7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9		
6+5	6+6	6+7	6+8	6+9			

? cuadro(2)

**5a. Las decenas siguientes.**

Por analogía con las combinaciones de los números menores que 20, se procede a la adición de los números comprendidos entre 20 y 100.

a) Que la suma de las unidades de primer orden no rebase la decena:

2+5	12+5	22+5
+ 2	+ 12	+ 22
+ 5	+ 5	+ 5
-----	-----	-----
7	17	27

b) Qué la suma de las unidades de primer orden rebase la decena.

$$\begin{aligned}
 8+6 &= 10+4 = 14 \\
 18 &= 10+8 \\
 16 &= 10+6 \\
 10 + 10 + 10 + 4 &= 34
 \end{aligned}$$

Por lo tanto, en la operación numérica diremos que 6 unidades más 8 unidades forman 14, que es igual a una decena y cuatro unidades. Por lo que se escriben las unidades en la columna de las unidades y la decena, como en la forma gráfica (b), se suma con las decenas, escribiendo el resultado en la columna de las decenas.

Cuando el mecanismo de estas operaciones se ha comprendido,de deben realizar ejercicios de contar en series ascendentes y descendentes ,de dos en dos,tres en tres,etc,comenzando con distintos números.

Por ejemplo:

2,4,6,8,10.....

5,10,15,20,25.....

1,3,5,7,9 .....

4,9,14,19,24.....

3,8,13,18,23.....

2,7,12,17,22.....

3,6,9,12,15....

1,6,11,16,21.....

2,5,8,11,14....

1,4,7,10,13....

4,8,12,16,20...

3,7,11,15,19...

2,6,10,14,18...

1,5,9,13,17....

#### **6a. Adición de centenas**

El conocimiento y manejo de tres o mas ordenes proporcionan al alumno la clave definitiva para realizar las sumas de orden siguiente y las que de ella se deriven:(sumas sencillas, sumas con punto decimal,etc).

Como en la dificultad anterior,se graduará esta enseñanza,efectuando primero adiciones de cantidades cuyos ordenes de unidades,al sumarse,no igualen o excedan a una unidad del orden inmediato superior.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 235 + 352 \\ 235 = 200 + 30 + 5 \\ + 352 = 300 + 50 + 2 \\ \hline 500 + 80 + 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 235 \\ + 352 \\ \hline 587 \end{array}$$

**7a. Adición con ordenes superiores al millar.**

Los ejercicios realizados hasta aquí, han hecho posible comprender el mecanismo de la adición, por lo que se pueden efectuar adiciones con cualquier orden de unidades, volviendo a hacer los análisis y síntesis siempre que se consideren necesarios.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 10457 + 3264 + 9012 \\ 10457 = 10\ 000 + 400 + 50 + 7 \\ 3264 = 3\ 000 + 200 + 60 + 4 \\ 9012 = 9\ 000 + 0 + 10 + 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10\ 457 \\ + 3\ 264 \\ 9\ 012 \end{array}$$

---

$$10\ 000 + 12\ 000 + 600 + 120 + 13 =$$

$$10\ 000 + 10\ 000 + 2\ 000 + 600 + 100 + 20 + 10 + 3 =$$

$$20\ 000 + 2\ 000 + 700 + 30 + 3 = 22\ 733$$



# S U S T R A C C I O N

## ( R E S T A )

Los problemas concretos que se resuelven por medio de una sustracción, son muy diferentes y tienen mayor grado de dificultad que la suma, por esta razón vamos a considerar tres tipos de cuestiones que se resuelven con una sustracción:

a) La búsqueda de un resultado que queda cuando una cantidad se le quita otra.

b) La búsqueda de un número, es decir, lo que se debe agregar a una cantidad para obtener otra.

c) La comparación de dos cantidades para hallar cuantitativamente su diferencia.

2) Esto a dado origen a que existan diferentes tipos de razonamientos para emplear la sustracción en la resolución de problemas.

Por ejemplo:

Planteamos el problema que dice: A cinco manzanas les quitamos dos ¿cuántas nos quedan?

Siguiendo los pasos recomendados para la adición;

Se representa la operación gráficamente:

$$\begin{array}{c} \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet - \bullet \bullet = \bullet \bullet \bullet \end{array}$$

Diciendo: a cinco le quitamos dos y nos quedan tres.

Se representa la operación simbólicamente:

$$5 - 2 = 3$$

La enseñanza de esta operación, también debe graduarse según la dificultad, para la:

*Sustracción de números dígitos.*

$$6 - 2 = 4$$

$$5 - 3 = 2$$

$$\bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet - \bullet \bullet = \bullet \bullet \bullet \bullet$$

$$\square \square \square \square \square - \square \square \square =$$

$$\square \square$$

*Restar a una decena un número dígito*

$$10 - 3 = 7$$

$$\heartsuit \heartsuit \heartsuit \heartsuit \heartsuit$$

$$\heartsuit \heartsuit \heartsuit \heartsuit$$

$$- \heartsuit \heartsuit \heartsuit =$$

$$\heartsuit \heartsuit \heartsuit \heartsuit \heartsuit$$

$$\heartsuit \heartsuit \heartsuit$$

Después de ese ejercicio, se deberán realizar los siguientes para reafirmación:

10-1	10-3	10-5	10-7	10-9
10-2	10-4	10-6	10-8	10-10

*Por comparación con la sustracción de unidades, se llega a la de decenas.*

$$5 - 3 = 2$$

$$5 \text{ decenas} - 3 \text{ decenas} = 2 \text{ decenas}$$

$$50 - 30 = 20$$

*Sustracción de los números comprendidos entre 11 y 19.*

Aquí ya podemos presentar al alumno una situación problemática en la cuál deba hallar lo que debe agregarse a una cantidad dada, para obtener otra.

Por ejemplo:Tengo 4 cuadernos pero necesito tener

9.¿Cuántos cuadernos me faltan?

Por lógica tenemos que hallar el número que sumado con 4, da 9. Al principio será difícil que el niño piense que esta situación se resuelva por medio de una sustracción, que sólo ha asociado a la idea de quitar, por lo que será necesario mostrarle objetivamente que conoce un total de (9) y uno de los sumandos (4), y que el otro sumando es el número que agregado a 4, da 9.

$$4 + \quad = 9$$

La resta o diferencia, es la cantidad que sumada a 4 da 9, por lo tanto diremos:

$$4 + 5 = 9. \text{ La resta es } 5$$

Deberán resolver más ejercicios para su reafirmación.

### *Sustracciones de las decenas siguientes.*

La resta o diferencia no se altera si se agrega al minuendo y al sustraendo la misma cantidad.

Por ejemplo: Si tenemos 5 figuras y quitamos 2 nos quedan 3.

Y si agregamos (2) figuras más a 5 y (2) a 2 también nos quedan 3.

$$5 \quad - \quad 3 \quad = \quad 2$$

$$\text{O O O O O} - \text{O O O} = \text{O O}$$

$$7 - 5 = 2$$

$$\text{O O O O O} - \text{O O O} = \text{O O}$$

$$\text{O O} \quad \text{O O}$$

Ahora, aplicando esta propiedad de la sustracción, podemos resolver la siguiente cuestión:

$$42 - 23$$

Efectuamos el análisis de cada término:  $42 = 40 + 2$

$$23 = 20 + 3$$

Como las unidades del sustraendo son más que las del minuendo, agregamos a los dos términos una decena:

$$42 + 10 = 40 + 10 + 2$$

$$23 + 10 = 20 + 10 + 3$$

Teniendo en cuenta que la preparación del alumno es suficiente, se tratarán los ejercicios con esta operación desde un nivel más elevado, se afirmarán conceptos básicos de la sustracción, por lo que los ejercicios de análisis y síntesis recomendados para adición y sustracción servirán para entender el mecanismo de estas operaciones, y en cada dificultad se abandonarán tan pronto como el alumno sea capaz de ejecutar la operación, sin recitar una regla, es decir, la comprensión de porque se ejecuta en esa forma.

# M U L T I P L I C A C I O N .

Por lo general, se presenta a la multiplicación como una suma abreviada, de sumandos iguales:

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

Esta repetición del mismo número cuatro veces como sumando puede representarse así:

$$2 \times 4 = 8$$

El signo  $\times$  se lee: **veces**

La repetición de un número como sumando, se puede expresar con una multiplicación.

Como se hizo anteriormente con la adición y la sustracción, procederemos por medio de problemas sencillos para dar el sentido de esta operación. El niño resolverá los problemas, primero por una adición, luego recordará que puede simplificar por medio de una multiplicación y aprenderá a distinguir cuando puede hacer una multiplicación en vez de una adición.

Una vez comprendido lo que es la multiplicación y cuando se emplea, procede conducir a los niños a la formación y memorización por medio de juegos, de las habilidades de la multiplicación. Es determinante la necesidad de memorizar estas tablas para la práctica futura, pero lo indispensable es que el automatismo requerido no sea puramente mecánico desde el principio, sino que en su inicio debe ser primordialmente consciente, pasando a ser automático por hábito del uso.

Además si hacemos uso de la propiedad conmutativa de la multiplicación, tampoco es necesario hacer memorizar dos veces cada producto, ya que en una tabla memoriza, por ejemplo:  $3 \times 4$  y en otra  $4 \times 3$ .

El niño deberá llegar a formar conociendo su origen racional, la siguiente tabla, que podrá consultar hasta que, por el uso continuo llegue a la fijación de los resultados:

$$1 \times 1 = 1$$

$$1 \times 2 = 2 \quad 2 \times 2 = 4$$

$$1 \times 3 = 3 \quad 2 \times 3 = 6 \quad 3 \times 3 = 9$$

$$1 \times 4 = 4 \quad 2 \times 4 = 8 \quad 3 \times 4 = 12 \quad 4 \times 4 = 16$$

$$1 \times 5 = 5 \quad 2 \times 5 = 10 \quad 3 \times 5 = 15 \quad 4 \times 5 = 20 \quad 5 \times 5 = 25$$

$$1 \times 6 = 6 \quad 2 \times 6 = 12 \quad 3 \times 6 = 18 \quad 4 \times 6 = 24 \quad 5 \times 6 = 30$$

$$1 \times 7 = 7 \quad 2 \times 7 = 14 \quad 3 \times 7 = 21 \quad 4 \times 7 = 28 \quad 5 \times 7 = 35$$

$$1 \times 8 = 8 \quad 2 \times 8 = 16 \quad 3 \times 8 = 24 \quad 4 \times 8 = 32 \quad 5 \times 8 = 40$$

$$1 \times 9 = 9 \quad 2 \times 9 = 18 \quad 3 \times 9 = 27 \quad 4 \times 9 = 36 \quad 5 \times 9 = 45$$

$$1 \times 10 = 10 \quad 2 \times 10 = 20 \quad 3 \times 10 = 30 \quad 4 \times 10 = 40 \quad 5 \times 10 = 50$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 7 = 42 \quad 7 \times 7 = 49$$

$$6 \times 8 = 48 \quad 7 \times 8 = 56 \quad 8 \times 8 = 64$$

$$6 \times 9 = 54 \quad 7 \times 9 = 63 \quad 8 \times 9 = 72 \quad 9 \times 9 = 81$$

$$6 \times 10 = 60 \quad 7 \times 10 = 70 \quad 8 \times 10 = 80 \quad 9 \times 10 = 90 \quad 10 \times 10 = 100$$



Una vez que se ha entendido el uso y manejo de la multiplicación podemos encontrar según los problemas que se vayan presentando algunas de las reglas más importantes de la multiplicación como las siguientes:

1) Para multiplicar por 20, 30, 40, etc., se multiplica por la cifra de las decenas y el producto se multiplica por 10.

$$\begin{array}{l} 4 \times 2 \times 10 = 8 \times 10 = 80 \qquad 7 \times 3 \times 10 = 7 \times 30 = 210 \\ 15 \times 2 \times 10 = 30 \times 10 = 300 \qquad 64 \times 3 \times 10 = 64 \times 30 = 1920 \end{array}$$

2) Todo número multiplicado por 0 da **cero**.

$$10 \times 0 = 0 \qquad 19867 \times 0 = 0 \qquad 3456 \times 0 = 0 \qquad 3 \times 5 = 0$$

3) El orden de los factores no altera el producto.

$$3 \times 5 \times 4 = 60 \qquad 4 \times 5 \times 3 = 60 \qquad 4 \times 3 \times 5 = 60$$

Podemos hallar también productos de varios factores como:

$$2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$2 \times 12 = 24$$

$$6 \times 4 = 24$$

$$2 \times 3 \times 2 = 12$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$5 \times 2 \times 3 = 30$$

$$10 \times 3 = 30$$

$$15 \times 2 = 30$$

## D I V I S I O N

Toda cantidad puede ser descompuesta en otras, puede ser que la descomposición se ajuste a determinadas exigencias, por ejemplo, que sean iguales las partes, o que guarden cierta relación entre si, la operación de descomponer una cantidad en otras partes iguales se llama división.

Pero el problema de descomponer una cantidad en partes iguales puede presentarse bajo dos aspectos: Se puede determinar previamente la cantidad de cada parte y entonces el problema consiste en hallar el número de partes consistiendo el problema en hallar la cantidad de cada una de ellas.

Por ejemplo:

Tengo 20 lápices que quiero distribuir a razón de 4 lápices por alumno. La operación manual consistirá en dar 4 lápices a cada alumno, 4 a otro y así sucesivamente hasta agotar los 20 lápices. En este caso se ha presentado la división como una serie de restas sucesivas del mismo número:

$$20 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4$$

Di lápices a 5 niños. Si deseo volver a reunir los lápices, pediré a los 5 niños que me devuelvan los 4 lápices que les dí. Esta operación se puede indicar con 5 veces 4 y se representa así:  $5 \times 4 = 20$  y por lo tanto queda demostrado que la multiplicación es una operación contraria a la división.

El problema también puede plantearse así:

Tengo 20 lápices que quiero distribuir entre 5 niños, de tal manera que a cada niño le corresponda el mismo número de lápices. La operación manual consistirá en dar primero un lápiz a cada uno de los 5 niños, luego otro y así sucesivamente hasta agotar los 20 lápices y se representa así:  $20 - 5 - 5 - 5 - 5$  y se vuelve a formar el 20 así:  $4 \text{ veces } 5 = 4 \times 5 = 20$ .

En ambos casos se ha demostrado que la división es la operación que consiste en hallar uno de dos factores cuando se conoce el producto y el otro factor.

La pedagogía operatoria sugiere como en las operaciones anteriores, presentar gradualmente las dificultades que vayan surgiendo al alumno durante el desarrollo de sus ejercicios, y explicarlas las veces que sea necesario, mediante la manipulación y el razonamiento.

Las dificultades pueden presentarse en el siguiente orden:

1) El *divisor* y el *cociente* son *números dígitos*.

Se presenta la situación problemática. En esta caja hay seis pelotas, se las voy a dar a estos dos niños de manera que les corresponda el mismo número de pelotas a cada uno. Se ejecuta la operación manual dando primero una pelota a cada niño, luego otra y así sucesivamente.

Se representa gráficamente  $\infty$   
la operación:  $0000 \div 00 = 000$

Se representa simbólicamente:  $6 \div 2 = 3$

Se procede a reconstruir el dividendo:  $2 \times 3 = 6$

Y por este mecanismo se llega a la conclusión de que basta hallar el número que multiplicado por el dividendo reproduce el divisor. Y que esto es sólo una aplicación de las tablas de multiplicar.

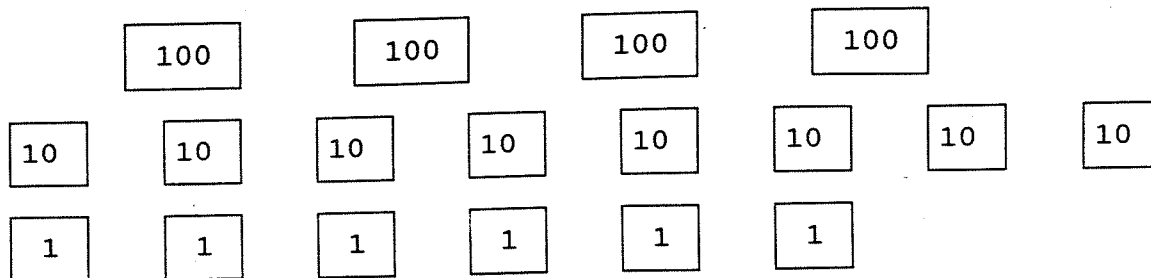
## 2) El divisor es un número dígito

Se deben presentar primero divisiones en las que cada cifra del dividendo sea múltiplo del divisor; y se presenta la situación problemática de tal manera que sea fácilmente representable.

Por ejemplo:

Dos obreros recibieron por un trabajo que realizaron juntos 486 pesos. Si los dos trabajaron igual, ¿cuánto le corresponde a cada uno? Para facilitar el cálculo, se puede decir que el dinero estaba en 4 billetes de cien pesos, 8 de diez y 6 de un peso. ¿Cuántos billetes de cada clase recibió cada obrero? ¿Cuál fue la cantidad que correspondió a cada obrero?

Se representa la operación gráficamente



Se representa simbólicamente:

$$486 \div 2 = 400 + 80 + 6 \div 2 = 200 + 40 + 3 = 243$$

Se plantea la operación de la forma acostumbrada:

$$\begin{array}{r}
 243 \\
 2 \overline{) 486} \\
 \underline{4} \phantom{0} \\
 08 \\
 \underline{06} \\
 0
 \end{array}$$

Razonando en la siguiente forma:

Primero distribuimos los billetes mayores. Por tanto dividimos las centenas, para hallar la cifra de centenas que pondremos en el cociente, diciendo:

¿Cuántas centenas multiplico por 2 para obtener 4 centenas?

Se escribe el cociente en la columna de la centena del dividendo.

Ahora dividimos las decenas. ¿Cuántas decenas multiplico por 2 para obtener las 8 decenas del dividendo? Y así sucesivamente.

Se pueden presentar ahora, divisiones en las que no todas las cifras del dividendo sean múltiplos del divisor.

Se presenta la situación problemática que consiste, por ejemplo, en dividir:

$$374 \div 2$$

Se representa gráficamente:

$$\boxed{100} \quad \boxed{100} \quad \boxed{100} \div 2 = \text{les toca a } \boxed{100} \text{ y sobra uno } \boxed{100}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} \\ \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} \end{array} \quad \boxed{10} \div 2 = \text{Les toca a}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} & \boxed{10} \end{array} \text{ y sobra un billete de } \boxed{10} \text{ diez pesos}$$

Para poderlo dividir, lo cambiamos por 10 billetes de un peso y tendremos 14 billetes de un peso.

$$\begin{array}{cccccccc} \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} \\ \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} & \boxed{1} \end{array} \div 2 = 7$$

### 3) División entre decenas.

Por comparación con el caso correspondiente de la multiplicación, se deduce la regla: Si multiplicar por 20 por ejemplo, equivale a multiplicar por 2 y por diez, para dividir entre 20, bastará dividir entre 2 y luego entre 10.

Como se recomendó en la multiplicación, es necesario hacer ejercicios previos para demostrar que el cociente no se altera si se dividen el dividendo y el divisor entre un mismo número. Por lo que se recomienda hacer ejercicios como los siguientes:

$$80 \div 4 = 20$$

$$(80 \div 2) \div (4 \div 2) = 20$$

$$40 \div 2 = 20$$

$$(40 \div 2) \div (2 \div 2) = 20$$

$$20 \div 1 = 20$$

Que el cociente no se altera, si se divide el dividendo sucesivamente entre los factores del divisor.

$$60 \div 15 = 4$$

$$60 \div (3 \times 5) = 60 \div 3 \div 5 = 4$$

$$81 \div 27 = 81 \div (3 \times 3 \times 3) = 81 \div 3 \div 3 \div 3 = 3$$

Por tanto:

$$480 \div 20 = 480 \div (10 \times 2) = 480 \div 10 \div 2 = 24$$

$$365 \div 30 = 365 \div (10 \times 3) = 365 \div 10 \div 3 = 18.25$$

En cada una de las dificultades que se han presentado en la enseñanza de la división, es necesario después de hacer la operación, comprobarla multiplicando el cociente por el divisor y agregando el residuo si lo hay para reproducir el dividendo.

Y de acuerdo al número de cifras se llegará al momento en que se tenga que suprimir la objetivación para llegar al razonamiento que hemos venido desarrollando desde que empezamos a enseñar los números, y nos seguimos con la suma, resta, multiplicación y división cuyo proceso debió ser gradual para el alumno. Y el cual nos servirá para resolver problemas posteriores de aritmética y geometría.



## CAPITULO V

### EFFECTOS DE LAS EXPECTATIVAS DEL MAESTRO

A toda edad, los grupos de compañeros ejercen una poderosa influencia sobre la conducta del alumno.

Los patrones de amistad son los factores más importantes sobre la aceptación, estimación o rechazo de una persona.

La relación del grupo está íntimamente relacionada con la unión de sus miembros, pero también se ve influida por las demandas justas y razonables de la clase.

Durante largo tiempo las escuelas trataron de elevar la naturaleza de los grupos de acuerdo a su supuesta capacidad. Esta práctica parece ser conveniente en teoría, pero no ha probado ser fructífera en clase.

Hay muchos aspectos de la psicología de grupos que no puede estar bajo completo control del maestro, siguen siendo los factores internos y externos dentro de la estructura social de la clase.

Un factor potencialmente importante en la relación social entre maestro y alumno está constituido por las expectativas del maestro respecto al desempeño del niño. Si no contamos con la información completa por el momento, es posible que los maestros orienten a los niños en forma contraria a la que esperaban para que los niños desempeñen sus actividades, encontrando miles de razones para justificar que el grupo no se presta o que los niños no entienden, cuando en realidad el propio maestro es el que no ha podido guiarlos adecuadamente por falta de tacto, preparación o información.

La interacción social de los alumnos es mayor cuando las tareas están estructuradas, en lugar de dejarlas completamente a criterio de los alumnos; pues hay que recordar que con la estructuración también mejora el aprendizaje.

Los estilos de liderazgo democrático tienden a producir aproximadamente la misma cantidad de aprendizaje que los autoritarios, pero la moral del grupo es generalmente más alta.

Un estilo efectivo de liderazgo para maestros incluye estas características:

(a) establecer claramente los objetivos de instrucción

(b) conocer el tema y explicarlo en forma clara y sencilla.

(c) proporcionar retroalimentación personal, respetuosa y correctiva cuando los alumnos tienen un desempeño deficiente, y felicitarlos cuando hacen las cosas bien.

(d) ser firme y constante en apegarse a las reglas y normas, proporcionando a los educandos la posibilidad de tener voz y voto en la adopción de las mismas.

(e) ser positivos en sus actitudes hacia los alumnos y sus expectativas.

Pedir una opinión de esta manera: "¡Si tienes alguna queja, manifiéstalo ahora mismo!".

Es mucho más conveniente decir: "Vamos a discutir entre todos el sistema de calificaciones y por lo tanto, todos tendremos que respetarlo".

Aunque inconscientemente, los grupos de amigos y compañeros influyen nuestro comportamiento a través de nuestra tendencia a imitar a otros miembros del grupo, y por medio de sus reacciones, positivas o negativas controlan nuestras acciones.

Los grupos muy unidos y bien estructurados ejercen una influencia más fuerte sobre la conducta de sus miembros.

Los grupos altamente estructurados:

- (a) tienen miembros que se simpatizan mutuamente
- (b) tienen patrones amplios de amistad
- (c) satisfacen las necesidades de sus miembros
- (d) permiten intercambios frecuentes.

Los factores que determinan la aceptación o estima hacia un miembro de su grupo son:

- (a) conducta agradable
- (b) conducta recíproca
- (c) similitud de intereses y de formación

El maestro contribuye a obtener una alta estructuración y por lo tanto, calidad de aprovechamiento del grupo siendo un buen maestro, es decir, haciendo que el aprendizaje sea significativo y eficiente y que el salón de clase sea un lugar agradable.

Un maestro inteligente realizaría un sociograma, que es una gráfica que describe los patrones de amistad en un grupo. Se construye preguntando a cada alumno "¿Cuáles son tus mejores amigos dentro de la clase?", etc. Se colocan en círculos los nombres de todos los alumnos y se dibujan flechas dirigidas hacia sus amigos, formando una imagen de los patrones de amistad. Una vez que conoce quienes son los líderes dentro de su grupo se organizará con ellos y tendrá un mejor control y conocimiento de su grupo.

Los efectos de las expectativas de los maestros pueden afectar al desempeño real de sus alumnos debido a la predisposición que implican. Se ha demostrado que podemos hacer que un alumno tenga un bajo aprovechamiento sólo porque nosotros pensamos que es un alumno poco capaz o simplemente no lo estimulamos.

## C O N C L U S I O N E S

Es muy importante conocer antes que nada, algunos puntos de vista de pedagogos, psicólogos y escritores que hayan hecho estudios en campos de la educación y desarrollo del niño a nivel intelectual, de desarrollo, etc. Desde tiempos remotos hasta los últimos investigadores, para poder crearse un panorama general sobre la conducta, y el desarrollo del niño.

Una vez logrado el objetivo anterior partimos de estas experiencias para tratar de adecuar los conocimientos que deseamos transmitir al alumno, en este caso de primero a tercero de primaria, que es donde se da de manera oficial el conocimiento de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) pues aunque el niño maneja la noción de número y cantidad a su manera es aquí en la escuela primaria donde aprende a representarlo en forma gráfica y además razona para entender el porque de esa cantidad o resultado.

Se sugieren algunos métodos y materiales que puedan servirnos de base para crear algunos juegos y actividades que logren conducirnos al aprendizaje de las matemáticas sin que el niño sepa que está trabajando con un área determinada y muestre apatía o temor, como sucede en la gran mayoría de los educandos.

Aplicar según las características, lugar y condiciones donde se encuentran los educandos, los métodos y materiales adecuados, pues debemos tomar en cuenta que cada alumno, zona y escuela son diferentes.

Prepararnos y actualizarnos mejor como docentes para poder enfrentarnos a los cambios que se susciten en el contexto social, pues en la actualidad el alumno tiene contacto con recursos y materiales de tecnología avanzada que no están acordes al medio escolar y a nosotros como docentes.

Recordar cuando estemos dando una clase de matemáticas que debemos concientizar a los alumnos para que razonen y las apliquen en la vida cotidiana, los educandos pueden ser capaces de hacer maravillas y sorprendernos con los resultados que van obteniendo.

Olvidarnos de actitudes negativas, para pensar que la sociedad que tengamos en un futuro (ya sea positiva o negativa) será la que nosotros formemos.

Tener siempre presente que la palabra "educar" tiene un significado muy amplio, como se muestra en el lema de: *"educar al niño de hoy para no castigar al hombre del mañana"*.

Baroody J.Arthur  
El pensamiento matemático de los niños  
Editorial:Diana  
Madrid 1988  
No.Pag. 250

Bergan R.John  
Dunn A.James  
Psicología Educativa  
Editorial:Limusa  
México 1980  
No.Pag. 670

Castañeda Emma  
Didáctica de la matemática moderna  
Editorial:Trillas  
México 1970  
No.Pag. 210

Cuevas Aguilar Silvia  
Didáctica de la aritmética y la geometría  
Ediciones:Oasis  
México 1969  
No.Pag. 187

Dottrens.  
Como mejorar los programas escolares  
Editorial:Kapeluz  
Buenos Aires 1961  
No.Pag. 301

Gauquelin Françoise  
Aprender a aprender  
Ediciones:Mensajero  
Bilbao 1976  
No.Pag. 251

Lahey Benjamín B  
Johnson Martha S  
Psicología educativa en el aula  
Editorial:Concepto  
México 1983  
No.Pag. 388



Piaget Jean  
Matemáticas estudio y enseñanza  
Editorial:Aguilar  
Madrid 1978  
No.Pag. 181

Salomón Cynthia  
Temas de educación matemática  
Editorial:Paidós  
Madrid 1987  
No.Pag. 205

Diccionario de las ciencias de la educación  
Volumen I y II  
Editorial:Santillana  
México 1990  
No.Pag. 1528 cada uno

La modernización educativa  
Hacia un nuevo modelo educativo  
Consejo Nacional Técnico de la Educación  
Julio 31 de 1991

La matemática en la escuela II  
Antología y Anexo  
7° Semestre  
Universidad Pedagógica Nacional