

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

---

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD UPN 28B



*COMPRESION DE LA DIVISION,  
SU USO Y APLICACION CORRECTA  
PARA LA RESOLUCION DE  
PROBLEMAS REALES*

**PROPUESTA PEDAGOGICA**  
*QUE PARA OBTENER EL TITULO DE*  
**LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA**  
*PRESENTA*  
**JUANITA A. DE JESUS DEL RAZO SOLORIO**

*CD. MADERO, TAM., DICIEMBRE DE 1992.*

**" EL ARTE DE LA DOCENCIA**

**ES CREAR EN LOS NIÑOS**

**EL DESEO DE APRENDER "**

## I N D I C E

	Página
INTRODUCCION.....	1
1.- EL OBJETO DE ESTUDIO.....	3
1.1 Definición del objeto de estudio.....	4
1.2 Justificación del objeto de estudio.....	7
1.3 Objetivos.....	12
2.- REFERENCIAS TEORICAS Y CONTEXTUALES.....	14
2.1 Origen de la matemática.....	15
2.2 La aritmética.....	19
2.3 La división.....	21
2.4 Teoría Psicogenética de Jéan Piaget.....	25
2.5 Referencias contextuales.....	32
3.- ESTRATEGIA METODOLOGICA.....	38
3.1 Características de la estrategia.....	39
3.2 Estrategia didáctica de la división.....	47
3.3 Aplicación y evaluación de la propuesta.....	69
RELACION DE LA PROPUESTA CON OTRAS MATERIAS DE ENSEÑANZA.....	70
CONCLUSIONES.....	74
BIBLIOGRAFIA.....	79
GLOSARIO.....	83

ASUNTO: Dictamen del Trabajo de Titulación.

Cd. Madero, Tam., 12 de Diciembre de 1992 .

PROFR. (A). **JUANITA ASUNCION DE JESUS DEL RAZO SOLORIO**

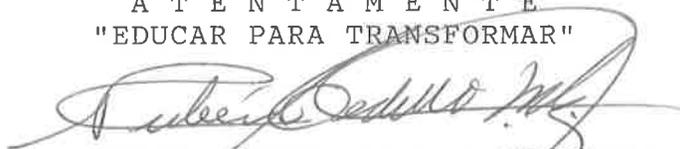
P R E S E N T E.

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación - de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo intitulado: **"Comprensión de la División, Su Uso y Aplicación Correcta para la Resolución de Problemas Reales"**.

Opción Propuesta Pedagógica y a petición del C. Asesor Salvador D. Barrera Tabitas, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior se dictamina favorablemente su trabajo y - se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E  
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"



PROFR. RUBEN CEDILLO MARTINEZ  
PRESIDENTE DE LA COMISION DE  
TITULACION DE LA UNIDAD UPN 28B.

**I N T R O D U C C I O N**

## INTRODUCCION

Tomando como fundamento los elementos teóricos y prácticos que inciden en la labor docente se decidió construir una propuesta pedagógica que se enfocara en una de las cuatro operaciones básicas.

La comprensión de la división, su uso y aplicación correcta para la solución de problemas reales, es el tema de dicho trabajo. Todas las operaciones básicas son importantes, pero se -- considera que la división es la que merece más atención, ya -- que en su algoritmo se engloban los procesos para la resolu--- ción de la suma, resta y multiplicación; además sirve para que el docente verifique si el alumno aplica correctamente la metodología de cada una de las operaciones.

Para la estructuración de esta propuesta el marco teórico que se toma en cuenta comprende todos aquellos conceptos de los elementos que intervienen en el problema que es objeto de estudio como son el contenido curricular, la teoría en que se apoya la propuesta, las relaciones socioafectivas del alumno, del docente, de los padres de familia y las que se dan entre ellos, así como la institución escolar y el medio socioeconómico en que se encuentra la escuela.

También se consideran los aspectos metodológicos, los objeti-- vos, los métodos a usar, la planeación, organización y desarrollo de las actividades, los recursos didácticos y la forma de evaluación.

El presente trabajo propone un procedimiento para lograr en -- los alumnos de cuarto grado la comprensión de la división, su-

uso y aplicación correcta para la solución de problemas reales, el cual comprende siete fases, pudiendo el docente ajustarlo a las necesidades reales que se le presenten, siempre y cuando se respete la estructura y el orden lógico de los apartados.

Todos estos elementos son atendidos para desarrollar este trabajo de titulación, con el único fin de encontrar la respuesta -- planteada a un determinado problema.

## **CAPITULO 1. EL OBJETO DE ESTUDIO**

## 1. EL OBJETO DE ESTUDIO

### 1.1 Definición del objeto de estudio

Tradicionalmente se ha considerado el aprendizaje de la matemática como algo difícil y aburrido, que parece no encontrársele una relación directa con la realidad. La matemática aparece como algo muerto, surgido de la nada, como hecho por "algún genio con inspiración divina".

Parece olvidarse que el origen de la matemática surgió ante la necesidad que tuvo el hombre de enfrentarse a problemas prácticos - reales, en su lucha con la naturaleza para transformar el mundo - que le rodea y adecuarlo a su modo de vida.

Por ejemplo, el hombre en un momento determinado necesitaba asegurarse de que no se le extraviaran algunas pertenencias, en caso - particular el ganado de la tribu, primeramente empleaba el método directo, es decir, los conocía uno por uno, pero conforme fue aumentando el número de animales se vió en la necesidad de cons----truir modelos; éstos podrían ser guijarros, dedos, varas, marcas en un árbol. Al hacer esto se había realizado un proceso de abs--tracción olvidándose de muchas de las características individua--les de sus animales para quedarse con lo que era esencial para su propósito.

Lo anterior indica la relación directa que se da entre la matemática y la realidad, pero también se encuentra una relación en la agricultura, astronomía, ciencias sociales y en todo lo que en---frente al hombre a transformar su medio para satisfacer una necesidad, lo cual demuestra que igual que ayer, hoy la matemática si-

que siendo un instrumento necesario para el hombre.

Los métodos de enseñanza de la matemática propuestos en los programas y libros de texto del nivel primaria, han transcurrido -- desde una posición que privilegia la mecanización de procedimientos y el dominio de algoritmos, forzando la memorización de conceptos dado por dictado (la enseñanza de la matemática hasta --- 1960); otra posición opuesta que destaca el aspecto estructural de las matemáticas y exige de el educando una comprensión de tales estructuras dejando de lado la ejercitación (las matemáticas de 1972); y una postura que evidencia la utilidad cotidiana de las matemáticas, presentando al alumno problemas y situaciones de su entorno (las matemáticas de 1980) sin embargo esta propuesta programática sólo comprende los tres primeros grados.

Actualmente la Secretaría de Educación Pública, en su política -- para la Modernización Educativa, establece como propósito primordial revisar contenidos, renovar métodos, articular niveles y -- vincular procesos pedagógicos con los avances de la ciencia y la tecnología para lograr una educación de calidad.

La estrategia de la Modernización Educativa (1989-1994), con el firme objetivo de elevar la calidad de la educación, presenta -- ajustes al programa vigente de la educación primaria, pero qué -- es lo que sucede, los pocos estudios realizados para evaluar la enseñanza de la matemática en México, revelan que se está muy lejos de darle a dicha disciplina el enfoque formativo que se -- pretende y el aprendizaje sigue siendo meramente mecanicista, sólo se han aplicado los programas de 1960, ya que, en su mayoría, el niño no reflexiona, ni comprende los conceptos matemáticos y-

mucho menos aplica las operaciones para resolver problemas que se le presentan.

La difícil situación por la que atraviesa el país se traduce en una crisis económica y también se corre el riesgo de una crisis de valores y principios nacionales. La educación no es ajena a la crisis y es por esto que se necesita redoblar esfuerzos a fin de que la labor formativa en el educando contribuya a desarrollar su capacidad mental y de esta manera transformar el medio social del que forma parte.

Innovar en el campo de la enseñanza de la matemática significa un reto, que debe afrontarse con medidas eficaces, mediante el diseño de modelos de enseñanza que permitan aprender más y mejor sin que se aparten de la realidad social.

Durante el ejercicio de la práctica docente se manifiestan fallas y deficiencias en los niños, jóvenes y adultos mexicanos, por lo que en cuanto a la calidad de la educación todavía falta lograr óptimos resultados en la formación integral de los educandos.

Una preocupación central en la enseñanza de la matemática es que en los alumnos se logre la comprensión de la división, su uso y aplicación correcta para la solución de problemas reales.

Este contenido matemático se encuentra en el programa oficial a partir de el tercer grado, de la quinta a la octava unidad; en cuarto grado, de la cuarta a la octava unidad; abarcando también los grados de quinto y sexto del nivel primaria.

Tomando en cuenta el análisis de la currícula oficial y la realidad de la práctica docente surge la siguiente interrogante --

¿Cuál será la estrategia metodológica más adecuada para lograr la comprensión de la división, su uso y aplicación correcta para la solución de problemas reales en los alumnos de cuarto grado?

Responder a esta interrogante es una necesidad que tenemos todos y cada uno de los docentes, pero para algunos es de más prioridad darle respuesta y lograr dar cumplimiento a un factor fundamental dentro de la enseñanza de la matemática en el nivel elemental que es aplicabilidad de esta ciencia exacta.

lograr que el alumno aplique los conocimientos matemáticos implica la presentación de problemas artificiales en los textos, pero implica también la interacción real de la matemática con diferentes campos de la actividad humana, y que dichos campos han de definirse con precisión y han de irse graduando de acuerdo con la madurez de el niño y con los conocimientos matemáticos que posea.

## 1.2. Justificación.

El programa ajustado de cuarto grado marca como propósito de el área que el alumno desarrolle su capacidad lógica para efectuar las operaciones básicas apoyándose en la manipulación y observación de objetos de su entorno, que parta de la realidad del niño para que en función de sus intereses, necesidades y características resulte más atractiva y accesible para él.

Pero qué es lo que sucede en la realidad, el propósito se cumple a medias, ya que se resume a expresiones sin vida; porque aunque dentro del curriculum de matemáticas la división ocupa -

un amplio espacio desde el tercero hasta el sexto grado, la esca sa aplicación señala que los alumnos saben ejecutar divisiones, pero el nivel de comprensión que tienen sobre dicha operación - es reducido y no logran aplicarla en su medio ambiente para dar le solución a problemas reales.

Los alumnos, dentro de las operaciones aritméticas se enfocan - más a los problemas de estructura aditiva (tanto de suma como - de resta) y no a las operaciones de multiplicar y mucho menos a las de dividir, quedando muy remotamente la metodología adecua da para la resolución correcta, así como la aplicación de di--- chos problemas a situaciones personales.

Los errores más comunes cuando llegan a cuarto grado, es en el proceso de la división, a pesar de haberlo visto en tercer gra do, precisamente cuando se toman dos cifras para encontrar el - primer número de el cociente, ya que la primer cifra del divi-- dendo es menor que la del divisor y hay necesidad de tomar las dos cifras, dicho número lo colocan encima de las unidades y no de las decenas como debería ser y con esto se provoca una cade na de errores que dan un cociente equivocado. Ejemplo:

Como lo hacen

$$\begin{array}{r} 9560 \\ 8 \overline{) 7649} \\ \underline{-72} \phantom{0} \\ 44 \phantom{0} \\ \underline{-40} \phantom{0} \\ 49 \phantom{0} \\ \underline{-48} \phantom{0} \\ 1 \end{array}$$

Como debe hacerse

$$\begin{array}{r} 956 \\ 8 \overline{) 7649} \\ \underline{-72} \phantom{0} \\ 44 \phantom{0} \\ \underline{-40} \phantom{0} \\ 49 \phantom{0} \\ \underline{-48} \phantom{0} \\ 1 \end{array}$$

También cuando multiplican una cifra del cociente por el divi-- sor que dará un producto, el cual vendrá a ser el sustraendo -

del dividendo, y el dividendo se convierte en minuendo, se equivoca al encontrar la diferencia de dicha operación, olvidándose de las reglas básicas para la solución de la división. Ejemplo:

Como lo hacen

$$\begin{array}{r}
 13723 \\
 7 \overline{) 9653} \\
 \underline{-7} \phantom{000} \\
 26 \phantom{00} \\
 \underline{-21} \phantom{00} \\
 55 \phantom{00} \\
 \underline{-49} \phantom{00} \\
 16 \phantom{00} \leftarrow \text{error} \\
 \underline{-14} \phantom{00} \\
 23 \phantom{00} \\
 \underline{-21} \phantom{00} \\
 2
 \end{array}$$

Como debe hacerse

$$\begin{array}{r}
 1379 \\
 7 \overline{) 9653} \\
 \underline{-7} \phantom{000} \\
 26 \phantom{00} \\
 \underline{-21} \phantom{00} \\
 55 \phantom{00} \\
 \underline{-49} \phantom{00} \\
 63 \phantom{00} \\
 \underline{-63} \phantom{00} \\
 00
 \end{array}$$

Existen otros que no saben que cálculo hacer para encontrar la primera cifra del dividendo; y uno que otro que inventa números que formen un cociente y un residuo aunque estos estén alejados completamente de la realidad.

Además, es necesario considerar la idea muy generalizada que -- una de las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas, es que no comprenden lo que leen, pero también existe -- la dificultad que presenta el desarrollo del problema, entonces la dificultad de la lectura y el desarrollo del problema son -- dos procesos indisolubles, por lo que la lectura del texto no -- sería una fase independiente de la resolución de problemas, sino parte integrante.

Aunado a esto, está el superar las dificultades que se le pre-- sentan al hacer el trabajo mental, que puede perturbar sus posibilidades de memorización; y con esto se manifiesta que correlativamente el aprendizaje de la resolución de problemas se educa la utilización de la memoria.

También la resolución de problemas implica el efecto de los determinantes afectivos y socioculturales en el alumno. El hablar de determinantes afectivos implica que el docente debe saber -- que el alumno es un ser humano que tiene emociones y sentimientos por lo que es indispensable estimularlo y motivarlo en su proceso de aprendizaje.

Referente a los determinantes socioculturales es porque el niño al entrar a la escuela, no es como una hoja en blanco, sino que él ya trae el conocimiento que le dieron personas, hechos y cosas materiales, los cuales le servirán para reestructurar su conocimiento en la etapa escolar. Las personas pueden ser padres, parientes, amigos, conocidos; los hechos son aquellas experiencias en las que él participa y quedan almacenadas en su memoria; y las cosas materiales pueden ser juguetes, árboles, animales, etc., que en un determinado momento forman parte de su mundo interno y con ellos construye el conocimiento.

Por eso es importante que el docente tenga conocimiento de los distintos tipos de disciplina que imparte, sobre todo cuando se va a colaborar en el desarrollo intelectual de otras personas, en este caso, los alumnos.

*Actualmente se sabe que*

No basta con una explicación en el pizarrón, una conceptualización a la ligera de los elementos integrantes del tema a desarrollar, la memorización de un ejemplo dado; se debe de motivar al alumno para que use su realidad inmediata, que eche mano de lo que tiene en su primer instancia; guiarlo correctamente y para eso se necesita un panorama del funcionamiento de la ciencia

matemática: en dónde se van a aplicar, para qué sirve y qué beneficios se logran con el uso correcto de ella. Es lo que se debe de hacer comprender al niño.

Esto se logrará al apoyarse el docente en su experiencia magisterial, en los conocimientos que posee, pero sobre todo en esa ansia por enseñar, esto es la vocación profesional.

La Pedagogía Moderna señala que la enseñanza debe ser activa. - Tratar de solucionar problemas prácticos, reales no ideales. El progreso de la matemática en la escuela primaria consiste en dominar las operaciones y entender el por qué de su necesidad o utilidad.

Es por eso el interés central en los problemas que implica la división, ya que es una operación que aplica en su algoritmo a todas las demás (multiplicación, resta y suma) y está siendo relegada. Además, si la división engloba a todas las operaciones básicas, se demuestra con la resolución y aplicación de ella, - si el niño ya **captó** de manera correcta la estrategia metodológica que está empleando el maestro, y esa será la realidad a la que el docente se va a enfrentar corroborar si su metodología es la adecuada.

La matemática es un buen ejemplo de una ciencia inductiva deductiva y es por eso que en los maestros debe de haber una idea -- clara de su funcionamiento, para que esta claridad permita formar alumnos con un pensamiento científico, que comprenda las -- diferencias y similitudes con otras disciplinas, además la utilidad que la matemática puede reportarle en su vida cotidiana, --

que entienda que no es sólo para hacer cuentas, sino para ayudarle a ordenar un poco más su pensamiento y estar en armonía con el mundo que le toca vivir.

### 1.3 Objetivos

El objetivo supremo de la Pedagogía Moderna es el desarrollo de la personalidad de los educandos y uno de los aspectos fundamentales del desarrollo de la personalidad es la capacidad para la actuación original del ser como persona individual.

La educación primaria debe poseer un carácter formativo más que informativo; el niño en esta etapa debe aprender a aprender, de modo que durante su vida en la escuela, y fuera de ella, busque y utilice para sí mismo el conocimiento, organice sus observaciones a través de la reflexión y participe responsable y críticamente en la vida social.

La educación es un proceso histórico, abierto y dinámico, que influye en los cambios sociales y a su vez es influenciada por ellos. A través de la enseñanza de la matemática debe buscarse que los alumnos no sólo operen, sino que piensen y razonen, para que comprendan el mundo en que habitan.

El propósito de este trabajo es lograr que el alumno comprenda que el uso correcto de las operaciones básicas se engloban en una sola de ellas: La división, la cual mediante su solución y aplicación en problemas reales, se convertirá en una buena herramienta para entender mejor y transformar su mundo, en beneficio de él mismo y de los demás.

Este propósito se cumplirá al lograr los siguientes objetivos:

- 1.- Tener noción de la operación división en problemas de reparto.
- 2.- Resolver divisiones, empleando la recta numérica.
- 3.- Resolver problemas que impliquen división.
- 4.- Manejar el algoritmo de la división con 2 dígitos en el divisor y 4 en el dividendo.
- 5.- Identificar, a través de la comprensión, el uso de la división en la solución de problemas.
- 6.- Aplicar adecuadamente la operación división en la resolución de problemas en su libro de texto.
- 7.- Aplicar adecuadamente la operación división para la resolución de problemas reales.

Objetivos

## **CAPITULO 2. REFERENCIAS TEORICAS Y CONTEXTUALES**

## 2. REFERENCIAS TEORICAS Y CONTEXTUALES

### 2.1. Origen de la matemática

La necesidad de encontrar un medio de expresar ideas y sentimientos en una forma no limitada por el tiempo o el espacio llevó a desarrollar medios de comunicación a través de objetos y señales en cualquier material sólido.

La escritura comenzó al aprender el hombre a comunicar sus pensamientos y sentimientos mediante signos visibles, comprensibles para las demás personas con cierta idea de determinado sistema.

A partir de una serie de necesidades esenciales : establecimiento de formas de comunicación, registro de acontecimientos importantes, restitución mental del objeto para su identificación, el hombre ha ido construyendo una serie de mecanismos que le permiten un acercamiento al mundo de los objetos por medio de los símbolos.

El desarrollo de los sistemas de escritura se pierde en los orígenes de la humanidad, el nacimiento y desarrollo de los mismos van acompañados de importantes sucesos que van desde la necesidad de ponerse de acuerdo para la cacería de un gran animal hasta el poder de comunicación entre los pueblos de distintas lenguas, ya sea por fines comerciales, ya bien a efectos de dominación.

Este sistema tiene un carácter lógico-simbólico social porque en el transcurso del desarrollo cognitivo el sujeto ha ido construyendo una serie de nociones evolutivas, que al usarla dan --

resolución a un código personal, en la que él es el productor y reproductor de sus propias producciones, las cuales le permiten elaborar su propia historia y mantener relaciones con los seres que le rodean, así como con el uso de los objetos de su medio ambiente.

Este sistema, ya dentro del ámbito de la matemática, es el sistema de numeración, cuyo origen se remota a la prehistoria. Empezó cuando el hombre se dió cuenta de las relaciones cuantitativas que se daban entre los objetos que lo rodeaban.

Posteriormente descubrió la forma de dominar y registrar las cantidades por medio del principio de correspondencia, traducido tan solo a una enumeración, sin tener la noción de número, como indicador de cierta categoría de colecciones e incluido en un sistema de unidades numéricas jerarquizadas, enlazadas sucesivamente unas en las otras.

El concepto de número no apareció con el primer hombre; pero el estudio de pueblos primitivos muestran que tenían un concepto restringido del número: 1, 2, 3, 4, muchos.

La noción del número abstracto fue desarrollándose lentamente; una vez construida la serie numérica, el hombre pudo contar y recurrir al principio de la base, que evita el esfuerzo de la memoria o de representación que supondría enunciar cada número con un nombre que no tuviera relación con los demás.

La forma más elemental del cálculo, tanto en los niños como en los pueblos primitivos, consiste en poner en correspondencia los elementos de un conjunto con los de otro tomado como patrón. Este patrón puede ser el de los dedos de sus manos; otros como-

piedras, muescas en la madera o nudos en una cuerda, y posteriormente palabras y/o símbolos.

El recurso a la correspondencia término a término lo encontramos en los inicios de todo pensamiento matemático. La misma palabra "cálculo" (de *calculus*, piedra) indica la estrategia de poner en correspondencia los elementos de conjuntos muy diversos con --- otros a los que simbolizaba.

El primer intento de establecer una base teórica que explicara - el comportamiento de todos los entes físicos es debido a los filósofos griegos.

Una de las principales características del milagro griego fue el impulso que tomó el pensamiento matemático, impulso que orientó a la ciencia de occidente en el sentido de explicar la realidad por medio de número y la forma.

Los babilonios destacan en matemática, y luego los egipcios; pero como toda la ciencia pregregia, estas matemáticas son más empíricas que puramente deductivas. Sin embargo el arte de la demostración deductiva matemática fué de origen enteramente griego porque aunque los griegos derivaron algo de Egipto y menos de Babilonia lo que obtuvieron de estas fuentes fueron recetas, o --- bien datos empíricos de difícil obtención, como observaciones -- astronómicas extendidas sobre largos períodos de tiempo.

Durante la época medieval los matemáticos hindúes, árabes y de - Asia Central absorben la matemática griega y logran grandes adelantos en el campo de la aritmética y del álgebra, que influye - en forma decisiva para el resurgimiento del siglo XVII, iniciando el movimiento científico no interrumpido hasta nuestros días,--

destacando Descartes, Copérnico, Kepler, Galileo Galilei, Newton, entre otros.

La matemática es el lenguaje de la ciencia de la naturaleza, ya que sirve para racionalizar y entender los fenómenos que revelan las capas de lo infinitamente pequeño tanto como de lo infinitamente grande y de los fenómenos causales y no causales.

La línea del desarrollo del conocimiento de los fenómenos que afectan al hombre y a los cuales llama realidad, tienen en común su lenguaje matemático y arranca con la matemática altamente desarrollada de la civilización griega, para seguir con la revolución científica del renacimiento y desembocar en nuestros días con la teoría relativista.

## 2.2 La aritmética

Los textos más antiguos, sobre esta rama matemática, que se conservan de los tiempos de Babilonia y Egipto datan del segundo milenio A.C.

El origen de la Aritmética, la primera de la ciencia matemática fue la operación de contar, base del rudimentario comercio del hombre primitivo: el trueque.

El desarrollo de la civilización humana, propició que sus problemas se hicieran cada vez más complejos. No sólo fue necesario anotar el número de objetos de un conjunto y comunicárselo a otro -necesidad que ya había conducido a la formulación del concepto del número y su denominación- sino que en un momento fue esencial el aprender a contar colecciones cada vez mayores de animales en un rebaño, de objetos para trueque, de comunicar el resultado de la operación a otras personas, además con la aparición del estado surgió la necesidad de recoger impuestos, reclutar y equipar ejércitos, originando el manejo de cantidades mayores.

La solución a esta situación introdujo los símbolos numéricos, que aparentemente se produjo al mismo tiempo que la escritura, que marcó la primera etapa hacia los signos matemáticos y las fórmulas en general; la segunda etapa, consistió en la introducción de signos para las operaciones aritméticas y de una designación literal para la incógnita (X), tuvo lugar mucho más tarde.

La aparición de los símbolos permitió la operalización de números tan grandes que sería imposible visualizarlos como coleccio

nes de objetos.

La transición a la aritmética tuvo lugar gradualmente, primero los pueblos aprendieron a contar y llegar al concepto de número, y más tarde las necesidades de la vida, planteando problemas más difíciles, requirieron la introducción de los símbolos matemáticos. El desarrollo de la civilización humana propició que sus problemas se hicieran cada vez más complejos; su solución hizo necesaria la combinación de números mediante las operaciones aritméticas.

Todo esto fué elaborado y fijado en nuestro conocimiento tras tres mil años de experiencia práctica, sobre la base de regularidades objetivas del mundo que nos rodea.

### 2.3 La división

La división objeto de estudio de esta propuesta, es conocida como división euclidiana, ya que a Euclides se le atribuye el algoritmo de dicha operación, que se encuentra en los libros 7, 8 y 9 que trata de la aritmética, de su colección de trece tomos "Los elementos", en los cuales él recopila todos los conocimientos matemáticos hasta el siglo III A.C.

También fue manejada por babilonios e hindúes en épocas imprecisas A.C.

Los métodos actuales para resolver la división se derivan de los hindúes, que manejaban la idea de "partición" y la veían -- como restas sucesivas. Estos conocimientos fueron transmitidos a Europa por los árabes, predominando el algoritmo de Euclides -- que dice "En toda división se cumple lo siguiente:  $\text{dividendo} = \text{cociente} \times \text{divisor} + \text{residuo}$  ( $D = c \times d + r$ )".

La obra "los elementos" de Euclides fue traducida por primera vez al idioma inglés en 1570 por Sir Henry Billingsley, y posteriormente a todos los idiomas.

Leonardo de Pisa expuso los métodos para la resolución de la división en 1202, a él se le debe el empleo de la raya horizontal entre los números para indicar la división, que tomó de los textos árabes. W. Oughtred, en 1647, propuso el signo ( $:$ ) para indicar también la división.

Siendo la división la más compleja de las operaciones elementales de la aritmética, es lógico que la matemática tuviera que pasar muchas vicisitudes desde el uso del rudimentario ábaco, hasta las más modernas de las representaciones de las operacio-

nes indicadas.

La división era utilizada sólo por la mente privilegiada de algunos babilonios, hindúes, egipcios, griegos, romanos, árabes, - ya que el conocimiento de la división no se dió en forma universal, sino que se presentó en forma atomizada como satisfactor - de algunas necesidades del hombre en los problemas de reparti-- ción.

La división se utilizaba raras veces en las épocas antiguas -- por ser una operación compleja; en el siglo XVI muchas personas no sabían realizar la multiplicación, por lo que la división se encontraba muy lejos de poder hacerla.

Actualmente dicha operación, no se usa con tanta frecuencia en - comparación con la multiplicación y se emplea mucho menos que - la resta y la suma; lo cual ya fué expuesto en el apartado de -- justificación, en el capítulo 1.

En el ábaco a menudo se realizaba por sustracción, la idea pre- dominante de los hindúes de restas sucesivas; esto es, para sa- ber cuántas veces está contenido 37 en 74, se hace  $74 - 37 = 37$  y  $37 - 37 = 0$ , de manera que 37 está contenido dos veces en 74. Por lo tanto la división puede considerarse como la sustracción reiterada de un número.

El método actual, denominado a menudo división larga, comenzó a utilizarse en el siglo XV. Apareció impreso por primera vez en la aritmética de calandris, publicada en Florencia (Italia) en- 1491, un año antes de que Colón descubriera América.

En la división se manifiesta la idea de "repetición, partición o repartición", es decir el desmenuzamiento de una cantidad en-

cierto número de partes iguales.

Hablar de la división es implicar a todas las operaciones básicas ya que ésta hacen que se relacionen entre sí; se usa la multiplicación, la resta y se sabe que para poder restar hay que -saber sumar, entonces también se usa la suma, por lo que se considera a esta operación la más importante ya que reúne a todas en una.

La suma o adición es la operación que permite encontrar el valor conjunto de dos o más números, llamados sumandos. La resta o sustracción permite encontrar la diferencia entre dos números minuendo y sustraendo, es la operación inversa de la suma. ---

Ejemplo:

$$12 - 5 = 7 \quad \text{ya que } 7 + 5 = 12$$

La multiplicación es la operación que permite hayar el producto de dos números, que reciben el nombre de factores. Se puede -- considerar como una suma abreviada, es la síntesis de la adi--- ción. La división permite encontrar el cociente entre dos números. Es la operación inversa de la multiplicación, es decir, - si a un número cualquiera lo dividimos y luego lo multiplicamos por un mismo número diferente de cero, la solución será siempre el primer número. Ejemplo:

$$12 : 3 = 4 \quad \text{ya que } 4 \times 3 = 12$$

Los elementos de la división se llaman dividendo (el número por dividir o repartir), divisor (el número entre el cual se divide) y lo que se obtiene se llama cociente; al sobrante se le llama

residuo.

$\frac{c}{d/ D}$	$\frac{\text{cociente}}{\text{divisor/dividendo}}$	$\frac{2}{4/ 8}$
$r$	$\text{residuo}$	$\frac{-8}{0}$

Se utilizan varios signos para indicar la división:

Una línea horizontal (—)

Una línea diagonal (/)

Una línea horizontal entre dos puntos (÷)

Dos puntos (:)

El signo llamado galera ( $\overline{\quad}$ )

Estos signos se leen entre. Ejemplos:

$$\frac{24}{12}$$

$$15/3$$

$$12 \div 4$$

$$18 : 6$$

$$8/\overline{104}$$

Una manera de dividir números enteros es realizar sustracciones sucesivas, el dividendo como primer minuendo y el divisor como sustraendo constante, el cociente es el número de restas efectuadas; la última diferencia menor al divisor es el residuo.

Ejemplo:

		Número de restas: 2	
Dividendo	----->	74	
divisor	---{	-37	37/74
		37	-74
		-37	0
residuo	----->	00	2

La división es exacta si el residuo es cero; si es distinto de cero se llama división inexacta o división Euclidiana.

División exacta

$$8 \overline{) 48} \\ \underline{-48} \\ 0$$

División inexacta

$$4 \overline{) 50} \\ \underline{-4} \\ 10 \\ \underline{-8} \\ 2$$

## 2.4 Teoría Psicogénética de Jean Piaget

La currícula oficial indica que el alumno resuelva problemas -- que impliquen repartos, divisiones, empleando múltiplos del divisor, que en el divisor se encuentren dos dígitos; que se maneje su algoritmo, así como su comprobación mediante la situación inversa para tener noción de la división euclidiana.

El niño utiliza la división cuando:

- Reparte entre él y su hermano el dinero que le dan para gastar
- Separa las hojas de su cuaderno para anotar el nombre de las materias que va a llevar
- Distribuye entre sus amigos las golosinas que consumirán en la hora del recreo
- Reparte los minutos destinados para el tiempo de descanso
- Reparte el tiempo y el espacio con los demás al ayudar en las labores del hogar o al cargar el mandado de la tienda a la casa cuando son cargas pesadas.

La división como objeto de enseñanza aprendizaje se usa en todo el entorno del niño y es la base para la resolución de problemas en grados superiores de la misma escuela primaria, así como en los siguientes niveles educativos.

En el aprendizaje de la matemática, el poder con el que un individuo puede hacer generalizaciones, abstracciones y organizaciones lógicas y coordinarlas para una acción volitiva, determina su habilidad para progresar.

Para que el niño aprenda es importante que él tenga un conoci--

miento, esto es un proceso infinito en el cual está implícito - la naturaleza de la inteligencia humana.

Para que se realice el conocimiento en el alumno es necesario - que se le presenten situaciones favorables en la que el estu--- diante sienta una necesidad, osea la sensación que tiene el organismo por algo que está ausente, cuyo logro le proporcionará - una satisfacción. Puede que la primera respuesta no conduzca al objetivo, también puede ser que una tras otra de estas respues- tas fallen en conducirlo hacia la solución, pero al final selec cionará la ruta de acción que alcance dicho objetivo; y con es- to el resuelva el problema y reacomode su comportamiento total- en esta situación.

Aquí se manifiesta la Pedagogía Operatoria, que ayuda al niño - para que éste construya sus propios sistemas del pensamiento. - Los errores que el niño cometa en su apreciación de la realidad y que se manifiestan en sus trabajos escolares, no son conside- rados como faltas sino como pasos necesarios en su proceso cons<sup>tr</sup>uctivo.

La Pedagogía Operatoria es la aplicación de la Teoría Psicogéne<sup>t</sup>ica de Piaget a la escuela, Teoría que fundamenta esta propues<sup>t</sup>a, pretende que el niño sea creador, inventor, que ejercite su invención; dejar que formule sus propias hipótesis y aunque --- sean erróneas, que él mismo lo compruebe, porque de lo contra-- rio se le somete a criterios de autoridad y no se le permite -- pensar; nunca se debe sustituir su verdad por la del docente.

La Teoría de Jean Piaget, comprendida dentro del enfoque estruc<sup>t</sup>

turalista, típica por sus funciones de nociones invariantes y estructuras, brinda requisitos para comprender la explicación del aprendizaje, ya que los seres humanos llegan a conseguir una percepción de su mundo reuniendo y estructurando la información procedente del entorno en que viven.

El desarrollo del niño, según Piaget, puede explicarse por diferentes factores:

Primer Factor.- La herencia, maduración interna. Es la predisposición especial para el aprendizaje en una área particular del conocimiento y el arte. Pero es insuficiente pues no actúan por sí misma.

Segundo factor.- La experiencia física, la acción de los objetos. Este factor es insuficiente también, ya que la lógica del niño no se extrae de la experiencia de los objetos, provienen de las acciones que se ejercen sobre los objetos, lo que no es lo mismo.

Tercer factor.- La transmisión social. (Factor educativo en el sentido más amplio) Es un factor determinante en el desarrollo pero por sí mismo es insuficiente, ya que para que se establezca alguna transmisión entre el adulto y el niño, o entre el medio social y el niño educado, es preciso que exista una asimilación por parte del niño de lo que se intenta inculcarle desde afuera.

Cuarto factor.- Equilibración. Es el factor fundamental, si ya existen tres factores es necesario que se equilibren entre sí -

para lograr un desarrollo intelectual. Marca un equilibrio de regularización, más o menos, según la actividad del sujeto; -- toma su tiempo y este tiempo cada uno lo dosifica a su manera.-- Trata de aprender a desarrollarse y aprender a continuar desarrollándose después de la escuela.

Piaget establece tres tipos de conocimientos: físico, lógico - matemático y social.

El conocimiento físico es el conocimiento de los objetos de la realidad externa: color, peso, forma, tamaño, osea que se observan.

El conocimiento lógico matemático consiste en la coordinación de las relaciones que se dan entre los objetos, es creada por la mente. El origen de este conocimiento es el propio niño.

El conocimiento social se caracteriza principalmente por ser arbitrario dado que proviene del consenso socio-cultural establecido. Es un conocimiento que tiene que aprenderse de la -- gente, del marco social que rodea al niño. Dentro de este tipo de conocimiento se encuentra el lenguaje oral, la lecto-escritura, los valores y normas sociales, que difieren de una -- cultura a la otra.

La teoría Psicogenética de Piaget indica que las funciones permanecen invariables a lo largo del desarrollo infantil, entendiéndose como función las características amplias de la actividad inteligente que se aplican a todas las edades y que virtualmente definen la misma esencia de la conducta inteligente,

mientras que las estructuras cambian, sistemáticamente, esta --  
modificación de las estructuras es el desarrollo.

La función del acto del niño en los procesos de cambio son: ---  
adaptación y organización; esto es, que a medida que el niño se  
desarrolla en su potencial genético, cambia su comportamiento -  
para adaptarse a su entorno. Estos cambios de adaptación condu-  
cen a una serie previsible y estable de cambios en la organiza-  
ción y en la estructura cognitiva.

En la adaptación, se hallan implicados dos procesos básicos: la  
asimilación y la acomodación, invariantes funcionales que son -  
las características de todos los sistemas biológicos para la ---  
apropiación del conocimiento.

La adaptación, a través de la asimilación y de la acomodación -  
conduce a unos cambios en la estructura cognitiva del individuo  
cambios en suma de organización. Existe una tendencia general-  
a coordinar e integrar estructuras sencillas en estructuras más  
complicadas y complejas. En su teoría, Piaget, a tales estruc-  
turas cambiantes, se les dá el nombre de esquemas. Los esquemas-  
son cimientos del pensamiento. Pueden ser muy pequeños y espe-  
cíficos o muy amplios y generales a medida que se organiza la -  
conducta para tornarse más compleja y más adecuada al entorno,  
los procesos mentales del niño se vuelven también más organiza-  
dos y se forman también nuevos esquemas.

Entre los procesos de asimilación y acomodación se debe estable-  
cer un equilibrio, para que se tenga más claridad de la estruc-

tura que se está conformando.

Jean Piaget distingue cuatro grandes periodos en el desarrollo de las estructuras cognitivas, íntimamente unidos al desarrollo de la afectividad y de la socialización del niño.

Estos estadios o periodos requieren que en primer instancia --- exista una orden de sucesión de las adquisiciones en forma constante, insisten en que no se trata de un orden cronológico si no de un orden sucesorio.

Todo estadio a de ser integrado, esto es, que las estructuras - elaboradas en una edad determinada se conviertan en parte integrante de los años siguientes.

Un estadio comprende al mismo tiempo un nivel de preparación y un nivel de terminación.

Los estadios del pensamiento por los que pasa el niño en el proceso del desarrollo de la inteligencia y de las estructuras lógico matemáticas son:

Periodo sensorio motriz (0 - 2 años )

El niño avanza del ejercicio no intencional de reflejos al ---- aprendizaje por ensayo y error.

Se da un esbozo de seriación y clasificación, ya que el niño va comprendiendo y separando todo lo que le rodea; y de ahí al comienzo del pensamiento simbólico y a la comprensión de la casualidad.

Periodo preoperacional (2 - 7 años )

El niño descentra las acciones y presenta una conducta perceptual primitiva. El pensamiento es todavía egocéntrico e irreversible. Manifiesta ausencia de nociones de conservación. Presenta habilidad de clasificación.

Periodo de operaciones concretas (7 - 11 años)

Durante este periodo el pensamiento del niño se descentra y se da la reversibilidad (operaciones y números inversos)

Se presentan los esquemas de conservación de materia, peso, volumen, longitud y distancia y se aprende por comprensión.

Se da la seriación y la clasificación, así como la construcción de números enteros.

En este periodo es necesario la experimentación directa en objetos concretos para la solución de problemas.

Aparecen conceptos de tiempo, número, espacio y velocidad.

Periodo de operaciones formales (11-15 años)

Aparecen nuevas estructuras lógicas.

Aparición de las operaciones con conceptos y relaciones entre conceptos.

Se manifiesta la capacidad para utilizar operaciones abstractas internalizadas, basadas en principios generales o ecuaciones para predecir los efectos de las operaciones que no conocen aún.

## 2.5. Referencias contextuales

Es importante conocer la estructura del contexto educativo en el que se desenvuelven los niños, ya que es una de las bases -- que sirve para poder conformar una idea de su desarrollo físico social y emocional y determinar la manera de impartir la ense-- ñanza y hacer el aprendizaje más fácil.

El ambiente escolar está compuesto por las instalaciones mate-- riales, el currículum o contenido de lo que se enseña y por las personas.

Las instalaciones materiales, es la institución en sí, la auto-- ra de esta propuesta desarrolla su servicio docente en la escue-- la primaria Lic. Blas E. Rodríguez en el cuarto grado del turno vespertino, es de organización completa, pertenece a la Zona Es-- colar 93 del Sector Centro de esta ciudad; se encuentra ubicada en la calle Mainero y S. J. I. de la Cruz de la colonia Prima-- vera, cercana a la Laguna del Carpintero y a la Central Camione-- ra, entre las avenidas Cuauhtémoc y Rosalio Bustamante del puer-- to de Tampico, Tam.

La escuela se encuentra en un medio en el que el nivel socioeco-- nómico se ubica dentro de la clase media y un mínimo de alumnos provienen de familias de precaria situación y cooperan en la -- economía de su hogar vendiendo periódico o alimentos.

Las instalaciones materiales como son el edificio, las aulas, -- los pupitres, los materiales didácticos, los servicios de agua, luz, drenaje y ventilación se encuentran en buenas condiciones;

además la escuela tiene espacios abiertos para el esparcimiento de los niños.

El programa para la Modernización Educativa referente al desarrollo del niño, de cuarto grado, en sus diferentes asignaturas marca lo siguiente:

#### AREA PSICOMOTRIZ

Comprende y maneja el espacio y el tiempo, organiza sus movimientos. Son mayores el dominio y la coordinación de la velocidad y la dirección de su cuerpo. Busca juegos que le exijan mayor grado de destreza. Adquiere mayor control sobre los objetos que maneja. Se manifiestan abiertamente las habilidades y talentos individuales.

#### AREA COGNOSCITIVA

Se interesa por el origen o de dar diver  
 sas soluciones al mismo pr ecto global  
 de las cosas cambia según e sus dife-  
 rentes cualidades. Concibe ativa. -  
 Desarrolla clasificaciones má l concep  
 to de conservación numérica y iones inversas.  
 Empieza a diferenciar lo que suc erior de lo que pasa  
 en su vida interior.

#### AREA SOCIOAFECTIVA

Siente interés por relacionarse con los demás. Los grupos que es  
 tablece van siendo más homogéneos y duraderos. Las relaciones --  
 con los adultos empiezan a tener otro matiz dejando de sentirse -  
 único. Establece sus propias normas y no acepta fácilmente las -  
 impuestas por los adultos. A partir de su propia experiencia se -

enfrenta a la vida real con problemas a los que no sabe dar solución.

Es precisamente por lo anterior que la intervención del docente es de gran valía, ya que va a preparar al alumno para la vida, no lo va a remitir a hechos teóricos sino a experiencias -- que dejan huella en él: Se apoyará en lo teórico pero la práctica vivida es indispensable para que se reafirme en el alumno el aprendizaje.

Por eso es que se deben de manejar los programas oficiales para darles un buen uso y lograr conocerlos, ya que nos remiten al libro de texto con actividades desfasadas e incluso en ocasiones no se encuentran en ellos.

Además aunque la currícula oficial es el material con el que -- todos cuentan, no se aplica correctamente, ya que algunos le -- dan su propio valor, dándoles más importancia a unos temas que a otros ; se introducen contenidos no marcados, incluso se eliminan temas, y lo más relevante que cada uno le dá su propia interpretación de acuerdo a la experiencia que posee.

Es necesario comprender que el proceso de enseñanza aprendizaje es una responsabilidad compartida entre alumnos, maestros, directivos, escolares y fuera de la escuela, los padres y otros -- ciudadanos; éstos vendrían a ser las personas componentes del sistema educativo que en uan determinada medida influyen sobre los alumnos que aprenden y sobre la eficiencia con que lo hacen.

hablar de los alumnos implica que se debe de crear en él el-

deseo de aprender, que tomen conciencia de la responsabilidad-- del papel que les corresponde y que se acepten como modelo pa-- ra los otros estudiantes de la escuela. El alumno es el obje-- to de estudio del maestro, es el producto de la gran sociedad-- fuera de la escuela y de la más pequeña dentro de ésta, es el-- forjador de su ambiente y el docente lo debe de considerar no-- como un objeto abstracto de laboratorio, sino como un ser huma-- no, igual que él, que necesita el mismo tiempo que lo compren-- dan y que lo enseñen.

Con respecto a los docentes es conveniente que investiguen téc-- nicas y se profundicen más en el conocimiento matemático para - hacer la enseñanza más accesible. Que se documente en pedagó-- gos en la didáctica de la matemática para que apoyado en sus -- teorías y actividades se dé solución a las dudas o problemas.

Al hacer mención de los padres de familia implica que se debe- de hacer que ellos estén conscientes de su participación dentro del proceso educativo de su hijo, que no se limiten únicamente- a la compra de materiales a usar, sino que se comprometa a ser colaborador fiel de todo aquello que implique aprendizaje en su hijo. Que se responsabilice para que se le tome como modelo y- estímulo de los logros, avances y tropiezos obtenidos durante - la vida escolar de los pequeños. Que se preste para que haya - un diálogo y un contacto directo con el docente.

La parte directiva marca el laborar con cooperativa escolar, re- coger el pago de la cuota semanal para el mantenimiento de la - escuela, que es de la cuenta de padres de familia, hacer' ventas

de artículos, alimentos o boletos para generar fondos para la cuenta de ahorros de los padres de familia; recoger el ahorro - semanal de los alumnos; participar en los concursos de rondas y juegos tradicionales, de lectura, de ortografía, de problemas - razonados, y hacer efectivo el Programa de Rincones de Lectura.

Por todo eso es importante conocer el trabajo docente, saber -- que es una actividad institucionalizada, que en su aspecto le-- gal se basa en el Art. 3o. de la Constitución, en la Ley Fede-- ral de Educación y por lo que respecta a la evaluación se toma en cuenta el documento titulado Acuerdo 165. Que la labor do-- cente tiene por objeto planificar la enseñanza, conducir, orien tar y evaluar el proceso de aprendizaje en los alumnos.

La enseñanza y el aprendizaje son dos actividades paralelas en-- caminadas a un mismo fin: El perfeccionamiento del alumno, lo-- grar que él se sienta un ser útil a la sociedad en que se desen-- vuelve, que se considere parte integrante y necesaria de su am-- biente.

La forma de participación del docente y de los alumnos en la es cuela define la relación escolar mediante la cual se negocia la transmisión de conocimientos.

La mayoría de los docentes presentan un estilo moldeado por la imagen magisterial formal y matizada por formas de contacto es-- pontáneo y afectuoso con los alumnos.

La enseñanza es todo un proceso basado en sistemas, métodos y - experiencias; es dar consejos, instruir, dirigir, en síntesis - educar. " Expresa la tarea del maestro, conciste en la guía, - dirección y enfoque del alumno, a fin de que gradual, pero metó- dicamente vaya asimilándose una porción de cultura. " (1)

La tarea del maestro, en su enseñanza, es evitar que el esfuer- zo sea infrutuoso, dándole el adecuado sentido de una supera--- ción de las dificultades con paso firme y seguro.

El aprendizaje activo reconoce una paridad de actividades; el - maestro actúa, sí, guiando al alumno; pero éste también actúa y de manera esforzada y continua, movido por un interés y cons--- ciente de su propósito, asume la actitud de investigador de la- ciencia; pero la experiencia previa, la visión del resultado y- la resistencia a la fatiga, hechos ausentes en la personalidad- del alumno, son suplidos por la acción férrea del maestro.

(1) José Manuel Villapando. Manual de psicotécnica pedagógica.

10a Ed. México, Porrúa. 1969 p. 256-258

### **CAPITULO 3. ESTRATEGIA METODOLOGICA**

### 3. ESTRATEGIA METODOLOGICA

#### 3.1 Características de la estrategia.

Tratando de responder a la problemática que se plantea y de lograr dar cumplimiento a los objetivos propuestos en el capítulo uno, es necesario mencionar los elementos que conforman la estructura de la estrategia metodológica en los cuales se apoya esta propuesta.

Los elementos son: los objetivos a lograr, el método a usar, la organización y desarrollo de las actividades, los recursos didácticos y la forma de evaluación.

Los objetivos a lograr en esta propuesta ya se mencionaron en el capítulo uno, "y cumplen con la función fundamental de los objetivos de aprendizaje que es determinar la intencionalidad y/o finalidad del acto educativo, además de explicitar en forma clara y fundamentada los aprendizajes que se pretenden." (2)

El docente debe considerar de manera primordial a la persona -- que va a dar cumplimiento a los objetivos propuestos, ya sean las experiencias previas que tengan, frustraciones y motivaciones; actitudes, la influencia que recibe y el grado de integración en el grupo.

(2) Porfirio Morán Oviedo. Reflexiones en torno a la instrumentación didáctica. México, UNAM, CISE (Programa de actualización didáctica. Introducción a la didáctica general) --- 1983. p. 10-47.

Tomando en cuenta la naturaleza de la materia que se enseña, -- las características psicológicas de los alumnos y la currícula del docente es que se podrá determinar la metodología adecuada para la enseñanza aprendizaje de la matemática. Todo esto indica que no se puede pensar en un solo método pero se considera -- que el más adecuado, en cuanto a la forma de inducir al razonamiento en los alumnos, es el método inductivo, que va de lo sencillo a lo difícil.

Así como también uno que define un método genético-estructural, genético en cuanto se esfuerza en seguir un orden de construcción de las nociones, pasando de un nivel de elaboración a otro, más organizado y más abstracto, en la medida que se concede menos lugar a las referencias concretas y más lugar al análisis -- formal. Es estructural, en el sentido de que, bajo las intui-- ciones globales, busca siempre las estructuras, incluso en los niveles más intuitivos: propone un objeto ya sea estructurado y en este sentido evita los tanteos infinitos de la experiencia -- concreta que habría que reanudar para cada noción. Ya que como dice Jean Piaget "Toda génesis parte de una estructura y llega a una estructura" además de que "Toda estructura tiene una génesis" y se sabe que ninguna es innata en el intelecto del niño.<sup>3</sup>

Entonces un método basado en la interestructuración del sujeto

(3) Jean Piaget.- "Genése et structure" en: Six etudes de psy-  
chologie, p. 168.- Antología la matemática en la escuela II  
U.P.N. México, 1990. p.49

y del objeto redundará más beneficios a la enseñanza de la matemática.

En cuanto a la organización y desarrollo de las actividades se manifiesta que el responsable principal es el docente, ya que a él le corresponde hacer la correcta planeación de lo que se va a enseñar, de manera que se haga interesante y amena. Por lo tanto se debe usar un método semirígido para que se permita al alumno participar activamente y se logre el objetivo planeado.

Se puede considerar el esquema que presente Hilda Taba para organizar una secuencia de aprendizaje, que consta de cuatro tipos de actividades que son: introducción, desarrollo, generalización y culminación.

Durante el desarrollo de las actividades es importante iniciar a partir de los propios intereses de los alumnos, que se tomen en cuenta su experiencia, para que participen física y mentalmente a través de la manipulación y visualización de objetos -- para que se dé el proceso de reconstrucción de los conocimientos matemáticos y se logre la aplicación de estos en diferentes ámbitos.

No se debe dejar pasar de largo las relaciones socioafectivas -- que se dan entre el maestro y el grupo, ya que el sentimiento -- que se maneja entre ellos hará más posible la motivación y el desarrollo del tema, y así el docente al conocer a sus alumnos sabrá cuales son los aspectos que más le interesan y se basará en estos para lograr mejor su clase.

Los recursos didácticos, bien utilizados, cumplen con las siguientes funciones en el proceso de enseñanza aprendizaje: "interesar al grupo, motivarlo, enfocar su atención, fijar y retener conocimientos, variar las estimulaciones, fomentar la participación; facilitar el esfuerzo del aprendizaje; concretizar la enseñanza evitando divagaciones y verbalismos; así como ampliar el marco de referencias". (4)

Se sabe que los medios son medios. El fin es el logro de los objetivos; por eso la importancia de la selección correcta de los recursos didácticos.

Para evaluar se toma como base el acuerdo número 165 expedido por la Secretaría de Educación Pública, firmado por el Lic. Ernesto Cedillo Ponce de León, que establece las normas de evaluación del aprendizaje en la educación primaria, secundaria y normal, definiendo la escala oficial de calificaciones que es numérica y abarca del 0.0 al 10.01; en donde las calificaciones se expresarán con números enteros, pudiendo utilizar una fracción decimal de la unidad y se interpretará como sigue:

El alumno aprobará cuando obtenga una calificación final no menor a 6.0; la calificación de 5.9 o menor a ésta no es aprobatoria. Se debe aplicar el proceso de evaluación en todos los aspectos que intervienen en el desarrollo de aprendizaje por parte del alumno, bien sean estos en un principio, pruebas de explo-

(4) Reynaldo Suárez Díaz. Selección de estrategias de enseñanza aprendizaje en la educación.- Antología medios para la enseñanza, U.P.N. México, 1982 p.3

ración, evaluación inicial, sumatoria o parcial y evaluación final; así como también sobre las condiciones que favorecieron el proceso grupal, las situaciones que se dieron en el abordaje de la tarea, las vicisitudes del grupo en términos de: racionalización, evaciones, rechazos a las tareas, interferencias, en fin todos los elementos que rompen con esquemas rígidos, para que se plantee una nueva concepción de aprendizaje y encauzar al -- grupo a nuevas elaboraciones de conocimiento.

Parte importante de la evaluación es aquella que se hace cuando el niño trata de echar mano de lo que sabe para aplicarlo a su entorno al tratar de solucionar problemas que se le presentan, esto es la autoevaluación que se haga el propio alumno.

En la apropiación y aplicación entre los problemas que implica la división es necesario que el niño primero manipule objetos, ya sean fichas, canicas, corcholatas, palitos, frijoles, maíz, sopa de pastas y si desea delimitar estos elementos puede usar botes, cuerdas o hilos, plastilina, colores, crayolas, lápiz, pluma; acto seguido los visualice y los agrupe formando conjuntos para que se tome en cuenta cuántos caben en cada uno y de esta manera llegar a la representación gráfica de los números y de la división en su proceso elemental, para que más tarde con base en la adición, sustracción y multiplicación el proceso de división se clarifique.

La familia es la primera institución social con la que el niño establece unos vínculos afectivos cognoscitivos muy íntimos; es tos conocimientos que el niño ha ido acumulando a través de la-

evolución personal se situán a nivel vital y permanecen implícitos.

El contacto directo característico de la vida familiar, ya sea el que se refiere a sus relaciones con los demás, o a las relaciones con los objetos de su mundo físico, le dan un conocimiento a el niño que logra a través de un diálogo continuo entre -- sus deseos, los medios o estrategias que utiliza para alcanzar sus objetivos y los resultados reales alcanzados.

El niño conoce la realidad a través de la acción y muchas de -- esas acciones comportan ya la matematización, a un cierto nivel de algunos aspectos de esa realidad a la que él se enfrenta. -- Primero estas acciones (reunir, separar, ordenar, repartir), -- son puramente manipulativas, concretas y posteriormente son interiorizadas, abstraídas, de manera que puedan ser imaginadas o anticipadas mentalmente; de esta forma se va coordinando y diferenciando progresivamente en función de los múltiples objetos -- y situaciones a los que se aplican hasta convertirse en operaciones, en las estructuras cognoscitivas y necesarias para la -- auténtica comprensión de la suma, resta, multiplicación del proceso de reversibilidad y llegar así a la división.

El proceso de construcción del conocimiento matemático se hará al ir redescubriendo los conceptos, las leyes, las propiedades mediante la acción sobre los objetos, la reflexión sobre esa -- acción y el diálogo permanente con los otros niños y con el --- maestro, para llegar a manejar el lenguaje simbólico matemático y poder obtener la resolución de problemas.

Es precisamente en las actividades en donde es más notorio el papel que juegan dentro del contrato didáctico el maestro y el alumno, y se deben de tomar en cuenta todas las relaciones que se den ya sea de maestro-alumno, alumno-maestro, alumno-alumno y alumno-alumnos.

Un objetivo fundamental de la escuela primaria es enseñar a los niños a resolver problemas. No es suficiente que logren efectuar la división, sino que sepan reconocer los problemas en los cuales esta operación es una herramienta eficaz.

Dentro de la resolución de problemas es importante, en un primer punto, que el enunciado del problema sea claro y preciso, para que los alumnos lo perciban, que los datos propuestos tengan relación, que sean compatibles con la pregunta que se requiera; ya que frente a un enunciado, el alumno se preocupa únicamente por la operación que hay que hacer y esto sólo perturba e incluso impide la búsqueda de una solución racional o el desarrollo de un razonamiento lógico.

Un segundo punto se refiere a la convicción que tiene el alumno de haber encontrado una buena solución y de sus posibilidades de justificarla, ya que ante la pregunta del docente ¿Estás seguro? el alumno a veces duda de lo que acaba de hacer o decir; y es precisamente dentro de la resolución de problemas matemáticos el lugar privilegiado para enseñar a los alumnos a justificar, a probar, lo que dicen, y eso en un lenguaje preciso, y por otro lado, el ciclo medio (4o. y 5o.) es el momento en la escuela primaria en el que se puede desarrollar fructuosamente la --

capacidad de argumentar en un lenguaje no ambiguo, dentro las -- actividades de comunicación y de intercambio.

Se deben de considerar, tomando en cuenta lo anterior, situaciones problema donde se deba:

- a) Cuestionar a propósito de los datos, formular hipótesis e inferir un resultado.
- b) Buscar informaciones pertinentes relativas a una pregunta.
- c) Aplicar un procedimiento de resolución.

Lo fundamental de esta estrategia pedagógica será entonces:

- 1.- Presentar al alumno situaciones de experimentación matemática cuidadosamente graduadas, ligadas a sus experiencias.
- 2.- Orientar al alumno con las preguntas pertinentes para que -- reflexione y elabore su conocimiento.
- 3.- Propiciar el intercambio de reflexiones con sus compañeros.
- 4.- Lograr que el alumno redescubra y aplique sus conocimientos - en la invención de sus propios problemas matemáticos.

### 3.2 Estrategia didáctica de la división.

Las actividades que se proponen para dar cumplimiento a los objetivos de esta propuesta son los siguientes:

Simbología a usar: M= maestro A= alumno As= alumnos

#### PRIMERA FASE

Tema : juguemos a repartir.

Objetivo: Tener noción de la división en problemas de reparto.

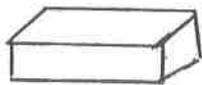
Recursos didácticos: corcholatas, maíz, sopa de pasta, frijol, - semillas de calabaza; plastilina, cordel, colores, cajas pequeñas de cartón, botes o recipientes pequeños.

Duración: Una sesión.

Procedimiento:

#### PASO UNO

A - Delimitará el espacio o superficie del conjunto. Podrá utilizar un recipiente, una caja, un cordel, la línea del color o la plastilina.



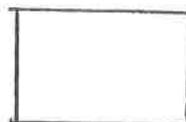
caja



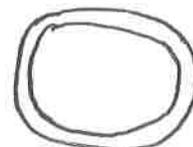
bote



cordel

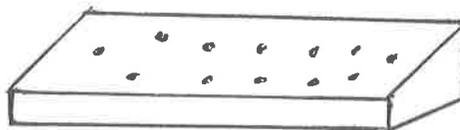


color



plastilina

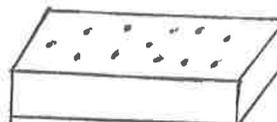
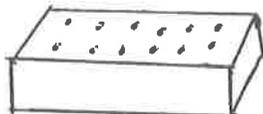
A - Introducirá o colocará 12 elementos en el conjunto.



M - Preguntará al alumno cuantos elementos tiene el conjunto.

A - Formará un segundo conjunto con igual cantidad de elementos

Ahora tendrá dos conjuntos con 12 elementos cada uno.



M - Hará las siguientes preguntas a los alumnos :

¿Cuántos conjuntos tienes?

¿Cuántos elementos tienes entre los dos conjuntos?

¿Cuántos elementos tiene cada conjunto?

¿Que operación hiciste para contestar?

¿Por qué?

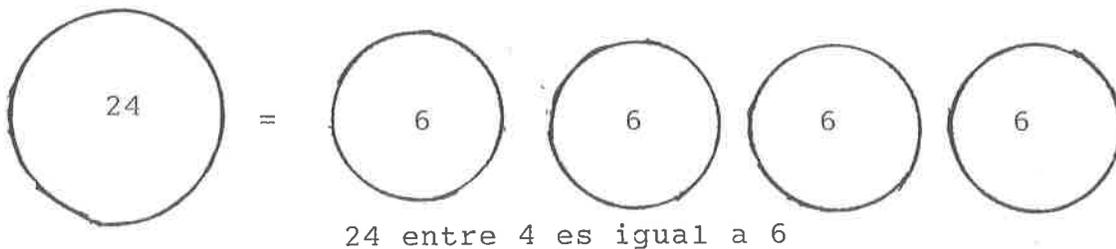
#### PASO DOS

M \_ Preguntará a los alumnos qué operación creen que deberán - realizar para repartir los 24 elementos entre cuatro con-- juntos conteniendo cada uno el mismo número.

M - Cuántos elementos tiene cada conjunto?

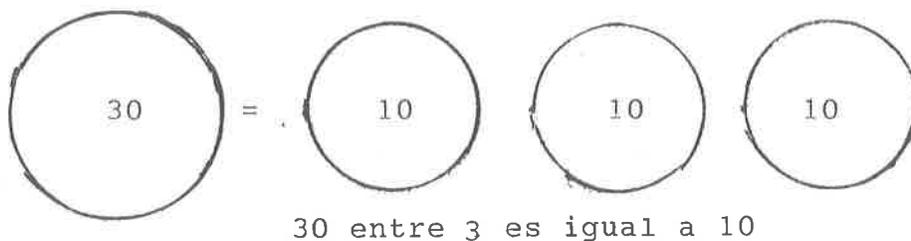
M - ¿Por qué?

M - Pedirá a los alumnos que repartan los 24 elementos entre 4 conjuntos.



#### PASO TRES

M - Indicará a los alumnos que repitan el paso dos, pero ahora con 30 elementos en total repartidos entre tres conjuntos



M - Comentaré a los alumnos que lo anterior es la representa-- ción gráfica de la operación división y ahora se verá su -

simbología.

M - Recordará a los alumnos que las palabras repartir, distribuir, están relacionadas con la operación división, e indicará la simbología de la división:

$\div$  / — : /galera todos se leen: entre

Ejemplo:  $30 \div 3$        $30/3$        $\frac{30}{3}$        $30 : 3$        $3 \overline{)30}$

M - Anotará los elementos de la división, haciendo mención a -- que se refiere cada uno de ellos.

$$\frac{\text{cociente}}{\text{divisor} / \text{Dividendo}}$$
 residuo

dividendo: número que se divide

divisor: número que nos da las partes iguales en que se va a dividir

cociente: número buscado o resultado

residuo: sobrante

A - Visualizará y nombrará los elementos de la división.

M - Dibujará en el pizarrón el símbolo galera varias veces.

A - Pasará al pizarrón a poner el nombre de uno de los elementos.

M - Mencionará que indica cada uno de los elementos que vaya escribiendo el alumno.

A - Visualizará y nombrará cada uno de los elementos de la división llegando a la comprensión de ellos.

Sugerencias: Tener el material didáctico y crear un ambiente armónico.

EVALUACION

I.- Realice lo que se pide.

1.- Reparte la siguiente cantidad entre los cinco conjuntos de manera que cada uno tenga el mismo número de elementos.

valor 1 punto

2.- Resuelve la siguiente división.

valor 1 punto

$$5 \overline{)25}$$

3.- Complete colocando sobre la línea la palabra correcta

En la división  $60 : 15 = 4$

En la división  $\frac{204}{6} = 34$

el cociente es \_\_\_\_\_

El divisor es \_\_\_\_\_

el dividendo es \_\_\_\_\_

En la división  $10 \overline{)30}$   
 $\quad \quad \quad \underline{3}$   
 $\quad \quad \quad 30$   
 $\quad \quad \quad \underline{-30}$   
 $\quad \quad \quad \quad 0$

el residuo es \_\_\_\_\_

valor 4 puntos

4.- Escribe los signos que se utilizan para representar la división.

\_\_\_\_\_

valor 4 puntos

Total 10 puntos

## SEGUNDA FASE

Tema: A usar la Recta numérica para la solución de divisiones.

Objetivo: Resolver divisiones empleando la recta numérica.

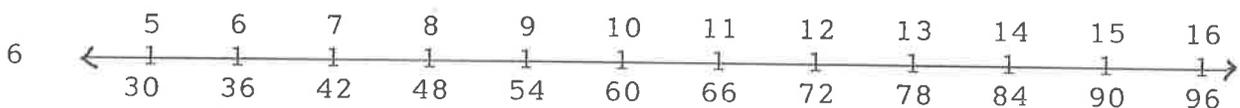
Recursos didácticos: Regla, colores, lápiz.

Duración: una sesión.

Procedimiento:

## PASO UNO

M - Construirá en el pizarrón la recta numérica con múltiplos - del 6, mencionará que múltiplo de un número es el número que contiene a éste un número exacto de veces.



M - Pedirá a los alumnos que lean en voz alta la recta, como - tabla de multiplicar.

$6 \times 5 = 30$  y así sucesivamente.

M - Ahora pedirá que la lean como tabla de dividir.

$30 : 5 = 6$  y así sucesivamente.

M - Preguntará a los alumnos cuál es la relación que se da entre la división y la multiplicación.

M - Hará énfasis en que la división es la operación inversa de la multiplicación.

A - Construirá la tabla numérica con múltiplos del 7 y copiará-la del pizarrón.

A - Apoyándose en las rectas numéricas resolverá las divisiones exactas siguientes, siguiendo el ejemplo:

$$90 : 15 = 6 \text{ porque } 6 \times 15 = 90 \quad 90 : 6 = 15 \text{ porque } 15 \times 6 = 90$$

$$72 : 12 = 6 \text{ porque } 6 \times \underline{\quad} = 72 \quad 72 : 6 = 12 \text{ porque } 12 \times 6 = \underline{\quad}$$

$98 : \underline{\quad} = 7$  porque  $\underline{\quad} \times 14 = 98$      $\underline{\quad} : 7 = 14$  porque  $14 \times \underline{\quad} = 98$

$\underline{\quad} : 11 = 7$  porque  $7 \times \underline{\quad} = 77$      $77 : \underline{\quad} = 7$  porque  $\underline{\quad} \times 11 = 77$

A - Deducirá que de una multiplicación se deducen al menos dos divisiones.

Sugerencias: Es necesario que el alumno maneje las tablas de multiplicar y no se sienta cohibido al pasar al pizarrón.

#### EVALUACION

I.- Realice lo que se le pida.

1.- ¿Cuál es la relación que se da entre la división y la multiplicación? valor 1 punto

R.-

2.- Construye la recta numérica con múltiplos del 8 a partir del 40 hasta el 120. valor 2 puntos

8 

3.- Complete lo siguiente.

$120 : \underline{\quad} = 8$  porque  $8 \underline{\quad} 15 = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} : 13 = \underline{\quad}$  porque  $8 \underline{\quad} 13 = \underline{\quad}$

Total 10 puntos.

## TERCERA FASE

Tema: Vamos a jugar a dividir.

Objetivo: Resolver problema que impliquen división.

Recursos didácticos: cuaderno y lápiz.

Duración: dos sesiones

Procedimiento:

## PASO UNO

M - Anotará en el pizarrón dos divisiones, una exacta y otra --  
inexacta. Las resolverá, haciendo el proceso en voz alta.

$$\begin{array}{r} 141 \\ 6 \overline{) 846} \\ \underline{6} \phantom{00} \\ 24 \phantom{0} \\ \underline{24} \phantom{0} \\ 06 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ 8 \overline{) 865} \\ \underline{8} \phantom{00} \\ 065 \\ \underline{64} \phantom{0} \\ 1 \end{array}$$

Comentará que la división exacta es la que termina en cero, y la inexacta la que no termina en cero.

A - Copiará en su cuaderno las dos divisiones.

As- Colaborarán con el maestro para la resolución de otras dos divisiones, en el pizarrón.

M - Guiará al alumno para que entre todos resuelvan las divisiones, en el pizarrón. Haciendo énfasis cual es lo correcto y cual no, de manera motivadora.

$$\begin{array}{r} 75 \\ 7 \overline{) 455} \\ \underline{42} \phantom{00} \\ 35 \phantom{0} \\ \underline{35} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ 9 \overline{) 895} \\ \underline{81} \phantom{00} \\ 85 \phantom{0} \\ \underline{81} \phantom{0} \\ 4 \end{array}$$

M - Hará las siguientes preguntas

¿Cuál es la división inexacta?

¿Cuál es la división exacta?

A - Pasará al pizarrón a indicar cada uno de los elementos de la división.

A - Copiará en su cuaderno lo anterior.

A - Resolverá los siguientes problemas, en el pizarrón, auxiliado por el maestro.

Roberto les llevó a sus 4 hijos 35 revistas. Si desea repartirlas por igual entre ellos, ¿Cuántas revistas le tocan a cada hijo?

$$4 \overline{) 35} \begin{array}{r} 8 \\ \underline{32} \\ 3 \end{array}$$

Le tocan 8 revistas a cada uno y sobran 3

La abuelita de Alicia compró 80 chocolates para repartirlos entre sus ocho nietos, ¿Cuántos chocolates le tocan a cada nieto?

$$8 \overline{) 80} \begin{array}{r} 10 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$$

Le tocan 10 chocolates a cada nieto.

Sugerencias: Es necesario lograr toda la atención del alumno -- para que su participación sea consciente. Se insistirá en la idea de que para hallar un cociente se debe pensar en el factor que falta. El pizarrón será dividido para tener dos espacios -- para trabajar.

#### EVALUACION

I.- Realice lo que se le pide.

1.- Dé la definición de división exacta.

R.-

valor 1 punto

2.- Coloca los nombres de los elementos de la división en donde corresponda.

\_\_\_\_\_

valor 1 punto

3.- Resuelve correctamente las siguientes divisiones.

valor 8 puntos

A - Lucy compró 18 madejas de estambre para tejerles un suéter - a cada uno de sus tres hijos. Si en cada suéter usa 5 madejas, ¿Cuántas madejas sobraron?

R. \_\_\_\_\_

$$5 \overline{)3647}$$

$$7 \overline{)9847}$$

$$9 \overline{)3474}$$

Total 10 puntos

## CUARTA FASE

Tema: Un camino para resolver divisiones.

Objetivo: Manejar el algoritmo de la división con 2 dígitos en el divisor y 4 en el dividendo.

Recursos didácticos: Cuaderno, lápiz.

Duración: Una sesión

Procedimiento:

## PASO UNO

M - Escribirá en el pizarrón 4 divisiones:

$$8\sqrt{32} \quad 9\sqrt{981} \quad 24\sqrt{5088} \quad 362\sqrt{7624}$$

M - Preguntará a los alumnos:

¿ Saben resolver la primera división?

¿ La segunda ?

Fíjense en la tercera y en la cuarta, tienen 2 y 3 dígitos en el divisor, ¿ Saben resolverlas ?

As - Resolverán en voz alta las divisiones 1 y 2 guiados por el maestro.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 8\overline{)32} \\ \underline{-32} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 109 \\ 9\overline{)981} \\ \underline{-9} \\ 081 \\ \underline{-81} \\ 0 \end{array}$$

M - Indicará que así como se resolvieron estas divisiones, así se resuelven las que tienen 2 o más cifras en el divisor, o sea que el procedimiento es el mismo.

Vamos a ver un camino o procedimiento sencillo para resolver la división. Así como las calles del camino a su casa tienen nombre también este procedimiento lo tiene, se llama Algoritmo de Euclides.

P r o c e d i m i e n t o

1.- Partiendo de la izquierda del dividendo, se toman hacia la derecha las cifras necesarias que contengan al divisor.

$$24 \overline{) 5088} \begin{array}{r} 2 \\ \hline \end{array}$$

Se realiza la división y este primer cociente se escribe sobre la primera cifra de la derecha del dividendo parcial.

2.- Se multiplica este primer cociente por el divisor y el producto se resta a las cifras -- consideradas del dividendo; la diferencia -- tendrá que ser menor al divisor y es el primer residuo.

$$24 \overline{) 5088} \begin{array}{r} 2 \\ \hline -48 \\ \hline 2 \end{array}$$

3.- Se le agrega al primer residuo la siguiente cifra del dividendo y se efectúa la división, repitiéndose el procedimiento. Si al agregar la cifra, el dividendo parcial no contiene al divisor, el cociente es cero y se agrega otra cifra más al residuo parcial.

$$24 \overline{) 5088} \begin{array}{r} 21 \\ \hline -48 \\ \hline 28 \\ -24 \\ \hline 4 \end{array}$$

4.- El procedimiento se repite, hasta bajar la última cifra, efectuar la división y encontrar el residuo final.

$$24 \overline{) 5088} \begin{array}{r} 212 \\ \hline -48 \\ \hline 28 \\ -24 \\ \hline 48 \\ -48 \\ \hline 0 \end{array}$$

5.-Comprobar la operación

La comprobación consiste en hallar el dividendo, multiplicando el cociente por el divisor y este producto se suma al residuo.

$$\begin{array}{r} 212 \\ \times 24 \\ \hline 848 \\ 424 \\ \hline 5088 \end{array}$$

$$D = c \times d + r$$

As - Aplicarán lo anterior al resolver la cuarta división, guiados por el maestro.

M - Realizará las siguientes preguntas :

¿ Qué se hace primero ?

¿ Por qué se toman las tres cifras ?

¿ Qué hacemos después ?

¿ En dónde se coloca el primer cociente parcial ?

¿ Por qué dicen que  $762 : 362 = 2$  ?

¿ Qué sigue después de multiplicar el primer cociente por el divisor ?

¿ Cómo debe ser la diferencia encontrada, o sea el residuo?

¿ Qué sigue ?

M - Hará notar que aquí el proceso se repite.

Deberá hacer sentir en el alumno la confianza de que el algoritmo de Euclides es algo que ellos ya manejan, por lo -- tanto al aplicarlo no habrá ninguna dificultad.

### PASO TRES

As - Practicarán la división, aplicando el algoritmo de Euclides en la resolución de las siguientes operaciones.

$$11 \overline{)33}$$

$$4 \overline{)651}$$

$$12 \overline{)8704}$$

$$27 \overline{)86704}$$

M - Revisará el trabajo anterior, sin tachar, únicamente señalará el error para que el alumno lo corrija.

M - Pedirá voluntarios para demostrar las soluciones al resto de la clase.

A - Resolverá en voz alta y explicará a los demás la solución del problema.

Sugerencias: Se puede manejar como opcional, el mencionar que otro camino para resolver problemas de división es a través de sustracciones sucesivas, encontrándose referencias de este proceso en el apartado 2.3 del capítulo 2.

### Evaluación

I.- Contesta lo que se pide.

1.- ¿Cómo se llama el procedimiento por medio del cual se resuelve la división ? valor 2 puntos

R.-

2.- ¿Cómo debe ser siempre el residuo en relación con el divisor? valor 2 puntos

3.- Escriba la fórmula para la comprobación de la división.

R.- valor 2 puntos

4.- Resuelva las divisiones siguientes.

$$26 \overline{)4654}$$

$$84 \overline{)8848}$$

valor 4 puntos

Total 10 puntos

## QUINTA FASE

Tema: A pensar correctamente.

Objetivo: Identificar, a través de la comprensión, el uso de la división para la solución de problemas.

Recursos didácticos: Cartulina, regla, colores, lápiz, cuaderno.

Duración: dos sesiones.

Procedimiento:

## PASO UNO

M - Organizará un corto período de cálculo mental, a través de un juego, para repasar la división. Las reglas serán:

- Resolver el ejercicio a través del cálculo mental.
- Sólo en caso necesario hará la operación escrita.
- Unos alumnos encontrarán la suma y otros el cociente.
- Los jefes de equipo completarán las tablas.
- El equipo que termine primero recibirá dos puntos y cada -- respuesta correcta valdrá dos puntos.

AS- Tendrán su lámina y la completarán según las indicaciones.

		Equipo__	
Suma	+	División	
	:		
48	+	8	
	:		
124	+	12	
	:		
35	+	77	
	:		
50	+	5	
	:		
84	+	14	
	:		
Puntos			

Equipo__	
Dividir	
48 : 8	
125 : 25	
72 : 9	
56 : 7	
42 : 6	
Puntos	

Equipo__	
Sumar y dividir entre 6	
52 + 14	
36 + 12	
44 + 10	
18 + 18	
42 + 36	
Puntos	

M - Conjuntamente con los alumnos revisarán las láminas, las --  
cuales estarán sobre el pizarrón.

#### PASO DOS

M - Comentaré que ahora verán problemas razonados y dará una pe  
queña definición de ellos.

- Colocará sobre el pizarrón el enunciado del problema y el -  
procedimiento a seguir.

Un cocodrilo mide 12 metros y un bote de remos la cuarta -- parte del cocodrilo, ¿cuánto mide el bote de remos?		
Datos	Operación	Resultado

M - Guiará a los alumnos para llegar al análisis y solución del  
problema a través de las siguientes preguntas:

¿Cuánto mide el cocodrilo?

¿Cuánto mide el bote de remos?

¿Quién mide más, el cocodrilo o el bote de remos?

¿Por qué?

¿Qué operación se tiene que hacer para saber cuánto es la -  
cuarta parte?

¿Seguros?

Se anotará en el pizarrón los datos, la operación, el proce  
dimiento y el resultado que indiquen los alumnos, hasta lle  
gar al resultado correcto.

As - Copiarán en su cuaderno el problema.

M - Pondrá en el pizarrón varios ejemplos más siguiendo el mis-  
mo proceso.

Un pulpo tiene 8 tentáculos, si se cuentan 56 tentáculos, ---  
¿Cuántos pulpos hay?

Datos	Operación	Resultado
-------	-----------	-----------

En la tierra las cosas pesan 6 veces más que en la Luna. Si Jo  
sé Luis pesa 30 kilos en la Tierra, y su perro pesa en la Luna  
2 kilos, ¿Cuál es el peso entre los dos en la Luna?

Datos	Operación	Resultado
-------	-----------	-----------

En el naranjal se han plantado 23 hileras con el mismo número -  
de árboles. Si en total hay 1243 naranjos, ¿Cuántos árboles -  
hay en cada una de las primeras 23 hileras?

Datos	Operación	Resultado
-------	-----------	-----------

Para llevar agua potable a la colonia Solidaridad y Trabajo se  
pagaron \$ 133,280. Si pagaron esa cantidad en partes iguales -  
las 136 familias que habitan el lugar, ¿Cuánto pagó cada fami-  
lia?

Datos	Operación	Resultado
-------	-----------	-----------

### PASO TRES

As - Resolverán los problemas razonados que el maestro anote -  
en el pizarrón.

M - Después de que los alumnos hayan resuelto los problemas, -  
se comentarán aquellos que presenten grado de dificultad y  
se invitará al alumno para que explique cómo lo resolvió

### PASO CUATRO

M - Motivará a los alumnos para que se animen a construir pro-  
blemas razonados en donde se use la operación división.

As- Construirán sus propios problemas razonados y los resolverán.

Sugerencias: Revisar las respuestas cuando el alumno haya terminado el ejercicio, no tachar, únicamente indicar el error y que el alumno lo corrija; pero a la tercera vez que acuda con el mismo problema indicarle que las operaciones las realice en otro lado. Manejar temas distintos a la aritmética, para estimular a los niños en el estudio de la matemática y que se dé cuenta de la aplicación y relación con las demás materias. Tomar en cuenta los pasos para la solución de problemas que se encuentran en el apartado 3.1 de este capítulo.

#### Evaluación

I.- Conteste lo que se indique.

A.- Coloca sobre la línea la letra que indica la operación que resuelve correctamente el problema. No ejecutes la operación. (Suma, Resta, Multiplicación, División)

1.- La mamá de Tania compró una máquina de coser en \$85,460.00 y va a pagar esa cantidad en 24 meses. ¿Cuánto debe pagar al mes?

R.- \_\_\_\_\_ valor 1 punto

2.- Don Emilio cosecha 240 sacos de maíz, vende la cuarta parte a \$45,975.00 y lo que le sobra a \$ 920.00 cada saco. ¿Cuánto recibe por todo?

R.- \_\_\_\_\_ valor 3 puntos

3.- ¿Cuánto sobra de una pieza de tela de 20 metros de longitud si con ella se hacen 5 vestidos, gastándose 3 metros en cada uno?

R.- \_\_\_\_\_ valor 2 puntos

B.- Resuelve correctamente los siguientes problemas.

- 1.- Organizaciones Ramírez, empresa cinematográfica, regaló a la escuela Lic. Blas E. Rodríguez 300 boletos para un matiné a los alumnos de 1o, 2o y 3o; que son en total 75. ---  
¿Cuántos boletos le tocan a cada uno? valor 2 puntos

Datos	Operación	Resultado
-------	-----------	-----------

- 2.- Un premio de \$ 125,200.00 se tiene que repartir entre 16 =  
personas. ¿Cuánto le toca a cada participante?

Datos	Operación	Resultado
-------	-----------	-----------

Total 10 puntos

## SEXTA FASE

Tema: La división en mi libro de matemáticas.

Objetivo: Aplicar adecuadamente la operación división en la re solución de problemas en su libro de texto.

Recursos didácticos: Libro de texto, cuaderno, lápiz.

Duración: Una sesión por lección.

Procedimiento:

## PASO UNO

M - Remitirá a los alumnos a las páginas 74 y 75, después de haber explicado y evaluado el tema, para que resuelvan problemas de división, apoyándose en la operación inversa.

As- Completarán correctamente lo que indica el libro.

M - Revisará el ejercicio.

As- Resolverán en el pizarrón el ejercicio, el cual ya fue anotado por el maestro.

M - Verificará conjuntamente con los alumnos, la respuesta que dé el que resuelva el problema.

## PASO DOS Y TRES

M - Remitirá a los alumnos a las páginas.....(Se aplicará el anterior procedimiento, anotándose únicamente el número de las páginas y el tema a tratar; será igual en los pasos sucesivos)

Páginas: 102 - 105, 114 - 115; 130, 137 - 139 y 155 - 157.

Temas: Encontrar múltiplos de determinados números con un límite para construir la recta numérica.

- Resolver divisiones tomando en cuenta la recta numérica y su operación inversa.

## PASO CUATRO Y CINCO

M - Remitirá a los alumnos a las páginas. ....

Páginas: 160 - 163 y 166 - 168

Tema : Algoritmo de la división

- Repasar el algoritmo de la división con 3 cifras en el divi dendo y 1 o 2 en el divisor.
- Resolver divisiones aplicando el algoritmo
- Resolver divisiones, apoyándose en la recta numérica.

## PASO SEIS

M - Remitirá a los alumnos a las páginas. ....

Página 131

Tema: Problemas razonados.

- Resolver problemas razonados que impliquen el uso de la divi sión apoyándose en la recta numérica y en la operación in- versa.

Sugerencias: Tomar las actividades que marca el libro como re- troalimentación del tema.

## SEPTIMA FASE

Tema: La división y yo.

Objetivo: Aplicar adecuadamente la operación división para la resolución de problemas reales.

Recursos didácticos: cuaderno, lápiz.

Duración: tres sesiones

Procedimiento:

## PASO UNO

- M - Irá conduciendo a los alumnos a través de una serie de preguntas, para que se den cuenta que en las actividades que realizan se encuentran la operación división.
- ¿Que vas a comprar con el dinero que te dieron para gastar?
  - ¿Entre cuántas cosas vas a repartir tu dinero?
  - ¿Cuánto dinero les dieron para gastar?
  - ¿Lo vas a repartir entre tú y tu hermano?
  - ¿Cuánto le toca a cada uno?
  - ¿Cuántas hojas tiene su cuaderno?
  - ¿En cuántas partes lo van a separar para anotar las matemáticas?
  - ¿Cuántas hojas le corresponden a cada parte?
  - ¿Cuántos taquitos compran con \$1,000 si cada uno cuesta \$300?
  - ¿Te sobra?
  - ¿Qué operaciones tienes que realizar para resolver las preguntas?
  - ¿Creen ustedes que, tomando en cuenta lo anterior, se podrán construir problemas razonados?

M - Redactará un problema razonado de la vida diaria, el cual - irá escribiendo en el pizarrón, para que los alumnos lo tomen en cuenta.

Para ir a trabajar Juanita tiene que pagar 4 pasajes a \$800 cada uno. Cuenta con \$20,000.

¿Cuántos pasajes podrá cubrir con dicha cantidad?

¿Cuántos días son los que puede pagar?

Datos	Operación	Resultado
1 pasaje =\$800	$20000:800 = 200:8 =25$	Puede pagar 25 pasajes.
tiene \$ 20,000	$25 : 4 = 6 \text{ y sobra } 1$	Paga 7 días y le sobra lo de un pasaje

As- Irán construyendo problemas razonados, a invitación del --- maestro el cual los guiará, y los resolverán una vez que su estructura sea la correcta.

M - Motivaré a sus alumnos y los animaré a que construyan y resuelvan problemas razonados.

As- Intercambiarán problemas razonados que cada uno vaya elaborando para que tomen en cuenta la aplicación de la división en su vida diaria.

Sugerencias: Durante la construcción, por parte del alumno, de los problemas razonados la educación deberá ser personalizada.

#### Evaluación

Se considera que sea la construcción de un solo problema razonado y su resolución.

### 3.3 Aplicación y evaluación de la propuesta

La aplicación y evaluación de esta propuesta se deberá de hacer respetando su estructura y el orden secuencial de la misma.

También es importante considerar al alumno desde el enfoque que se da, y, que el docente conozca al grupo y se propicie una interrelación de confianza y respeto entre alumno-alumnos, maestro-alumnos y alumno-maestro.

Las actividades a realizar, así como el material didáctico a usar; se deben de tomar en cuenta desde antes; el período de duración de cada tema se adaptará de acuerdo a la realidad escolar.

Se podrá hacer el registro de los pasos que se vayan logrando, así como las observaciones que se consideren pertinentes en el diario de actividades, para anotar el avance de los alumno.

El docente podrá ajustar de acuerdo a las necesidades reales que se le presenten, la aplicación y evaluación de la propuesta pero se deben de realizar los pasos como se sugieren, en cada fase.

**RELACION DE LA PROPUESTA CON OTRAS MATERIAS DE ENSEÑANZA**

Relaciones de la propuesta con otras materias de enseñanza.

La división ocupa una parte importante dentro de las matemáticas así como del ser humano, ya que éste desde siempre utiliza problemas de reparto; ya sea como diversión al repartir sus juguetes, como comprobación de un conocimiento teórico o como un sentido organizacional para sufragar los gastos de su hogar.

Dentro del ámbito educativo la división también se relaciona con otras materias como se verá en seguida:

La división se usa en español al:

- Redactar una narración de lo sucedido el día anterior y repartir las cosas hechas entre mañana, tarde y noche.
- Dividir las sílabas de las palabras para obtener la misma medida en los versos de una estrofa.
- Clasificar en igual número una lista de palabras en agudas, graves y esdrújulas.
- Establecer las nociones temporales en el número de estaciones los meses del año, esto es saber cuántos meses le tocan a cada estación.
- Dividir las hojas de un diario personal entre el número de meses que tiene un año.
- Marcar las medidas sobre una cartulina para sacar fichas bibliográficas.

La división se usa en matemáticas al:

- Resolver problemas de reparto.

- Resolver problemas de división empleando múltiplos del divi--sor.
- Manejar el algoritmo de la división.
- Resolver problemas que impliquen división con divisor de dos dígitos.
- Comprobar la división mediante su operación inversa
- Tener noción de la división Euclídiana  $d \times c + r = D$

La división se usa en ciencias naturales al:

- Aplicar el método científico para separar las plantas que se -colectaron para su clasificación y observación.
- Repartir las características de los animales en vertebrados e invertebrados.
- Comentar las técnicas de cultivo y tomar en cuenta la super--ficie del terreno y saber cuántos zarcos se van a hacer en --ella.

La división se usa en geografía al:

- Relacionar el peso, longitud y grosor de los integrantes del sistema solar.

La división se usa en historia al:

- Al dividir en siglos, décadas o lustros los años que han ----transcurrido desde un hecho sobresaliente en la historia a la fecha.

La división se usa en educación tecnológica al:

- Repartir entre todos el material para la elaboración de juguetes.

La división se usa en educación artística al:

- Dividir los tiempos de la música para un baile o tabla rítmica.
- Repartir la plastilina para hacer figuras.
- Repartir el número de voces entre el total de alumnos para -- poesía coral.

**C O N C L U S I O N E S**

## Conclusiones

Las matemáticas surgieron ante las necesidades que se le presentaron al hombre para lograr satisfacer sus problemas reales.

La transición a la aritmética fue gradual, primero reunir, separar, ordenar, repartir; después contar, llegar al concepto de número y más tarde al uso de los símbolos y la combinación de números mediante las operaciones.

A través del número el hombre ha ido elaborando su propia historia lo cual le permite relacionar y conocer las diferentes culturas de la humanidad.

El proceso de construcción de los problemas que implican la división, así como del conocimiento matemático, se hará al ir redescubriendo los conceptos, las leyes, las propiedades mediante la acción sobre los objetos, la reflexión sobre esa acción y el intercambio de las experiencias.

La división es también conocida como división Euclídiana, ya -- que se le atribuye su algoritmo al matemático griego Euclides.

La división es la más compleja de las operaciones elementales, aparte de ser la más importante, ya que las reúne a todas; y -- viene siendo la comprobación real a la que el docente se va a -- enfrentar al verificar la metodología que usa en las otras operaciones fundamentales.

La tarea del maestro es transformar la enseñanza mecanicista -

de la matemática por una enseñanza viva, reflexiva, en donde se formen pensadores independientes, con iniciativa y recursos para resolver cuestiones, cuyos ideales sean precisión de pensamiento, claridad, seguridad en la exposición y eficiencia en los hechos.

Las características que debe reunir el docente se distinguen por su vocación natural, por la educación y preparación especial que reciba en su formación, así como en su experiencia profesional.

La labor del maestro de matemáticas es lograr que el alumno se adentre lo suficiente a esta ciencia hasta que llegue a sentir y comprender que existe algo verdadero, algo de lo que él está seguro y que no se puede dudar, porque todo se demuestra.

El maestro deberá motivar al alumno para que use su realidad inmediata y tome conciencia de la aplicabilidad de la ciencia matemática en su vida.

El docente debe iniciar las actividades a partir de los propios intereses de los alumnos, tomando en cuenta su experiencia, para que el niño manipule, algo concreto, y después interiorice, algo abstracto, para llegar a la comprensión y aplicación del conocimiento.

El alumno al entrar a la escuela, no es como una hoja en blanco, sino que él ya trae todo el conocimiento que le dieron otras personas, hechos y cosas que le servirán para ir reestructurando su conocimiento.

Para que el alumno aprenda es necesario que se le presenten situaciones en las que el niño sienta una necesidad y al lograrla le brinde satisfacción.

El ciclo medio (4o. y 5o.) es el momento en la escuela primaria en que se puede desarrollar fructuosamente la capacidad de argumentar con bases sólidas los conocimientos matemáticos.

La dificultad de la lectura y el desarrollo del problema son -- dos procesos indisolubles para la resolución de problemas razonados.

Un buen profesor logra impartir una enseñanza eficaz aunque los planes de estudio, métodos de enseñanza no sean óptimos; y en -- caso contrario, contando con buenos planes de estudio y con modernos métodos poco puede lograrse si el docente no reúne las condiciones para obtener el resultado deseado.

Los elementos que conforman la estructura de la estrategia metodológica de esta propuesta son: objetivos, métodos, organiza--- ción y desarrollo de las actividades, los recursos didácticos y la forma de evaluación.

La Pedagogía Operatoria, que es la aplicación de la Teoría Psicogenética de Jean Piaget, teoría en que se fundamenta esta propuesta, pretende que el niño sea creador de sus propias hipótesis, que nunca se le sustituya su verdad por la del docente y -- que sus errores no se consideren faltas, sino pasos necesarios en su proceso constructivo de conocimiento.

Jean Piaget distingue cuatro períodos o estadios durante el desarrollo de las estructuras cognitivas que requieren un orden - de sucesión e integración de las adquisiciones en forma constante.

La Teoría Psicogenética de Jean Piaget indica que durante el proceso de cambio de las estructuras de desarrollo, juegan papel - importante la adaptación y la organización; que dentro de la -- adaptación se encuentran implicados dos procesos básicos que -- son la asimilación y la acomodación, invariantes funcionales y que dentro de estos procesos se debe de establecer un equilibrio para tener más claridad de la estructura que se está conformando.

**B I B L I O G R A F I A**

**BIBLIOGRAFIA**

- ALEKSANDROV, A. D., FOLMOGOROV, A. N. et. al. La matemática: Su contenido, métodos y significado, en Antología de la Matemática en la escuela I, U.P.N., Madrid, Alianza Universidad, - 1976. 371 p.
- AVILA S., Alicia. Reflexiones para la elaboración de un currículum de matemáticas en la educación básica, en: Revista informativa del profesor de matemáticas. Séptima época Vol. I, - No. 5 Nov. 1985. ANPM, en Antología de la matemática I, U.P.N. México, 372 p.
- BALDOR, Aurelio. Aritmética. Teórico Práctica. España, Ed. EDIME, Organización gráfica, 1979. 641 p.
- BREMEK, C. S. Ambiente y rendimiento escolar en Antología Pedagogía: La práctica docente, U.P.N. 10 ed. Buenos Aires, Ed. Paidós, 1975. 121 p.
- DIAZ BARRIGA, Angel. Didáctica y Curriculum en Antología Evaluación en la práctica docente, U.P.N. México, Ed. Nuevomar, -- 1984. 335 p.
- GELB, Ignace. Historia de la Escritura en Antología de la Matemática I, U.P.N. Madrid, Ed. Alianza Universal, 1976. 371 p.
- DE AJURIAGUERRA, J. Manual de Psiquiatría Infantil en Antología Desarrollo del niño y aprendizaje escolar, U.P.N. Barcelona-México, Ed. Masson, 1983. 376 p.
- GOMEZ, Carmen y LIBORI, Aurea. Inventar, descubrir...¿Es posible en matemáticas en la Pedagogía Operativa Moreno, Monse--rrat, en Antología La matemática en la escuela II, U.P.N. --

- Barcelona España, Ed. LAIA, 1983. 330 p.
- HOWARD, Fehr. Teorías del aprendizaje relacionadas con el campo de las matemáticas en Antología de las matemáticas en la escuela II, U.P.N. México, 1985. 330 p.
- KAMIL, Constance. Principios de enseñanza en Antología La matemática en la escuela II, U.P.N. Madrid, Ed. Visor, 1985. -- 330 p.
- MORAN OVIEDO, Porfirio. Propuesta de elaboración de programas de estudio en la didáctica tradicional, tecnología educativa y didáctica crítica en Antología Planificación de las actividades docentes, U.P.N. México, UNAM CISE, 1983. 290 p. 10-47
- NEWMAN, James R. SIGMA El mundo de las matemáticas. 4a. ed. -- Barcelona, Ed. Grijalbo. 1979. 430 p.
- PIAGET, Jean e Inheler Bárbel. Psicología del niño en Antología de la matemática en la escuela I, U.P.N. Madrid, Ed. Morata, 1984. 371 p.
- PARRA CABRERA, Luis y WELLS MEDINA, Jesús. Matemáticas Primer curso. 8a ed. México, Ed. Kapelusz Mexicana, S.A. de C.V. -- 1984. (c 1970) 447 p.
- PIAGET, Jean e Inheler Bárbel. Psicología del niño en Antología de la matemática en la escuela I, U.P.N. Madrid, Ed. -- Morata, 1984. 371 p.
- PIAGET, Jean. Seis estudios de la psicología en Antología La matemática en la escuela I, U.P.N. México, Ed. Ariel-Selxbarral, 1974. 371 p.
- REVUZ, Andre. Problemas que plantea la enseñanza de las matemáticas en Revistas informativa del profesor de matemáticas.

Séptima época, Vol. I No. 5, Nov. 1985 A.N.P.M. en Antología La matemática en la escuela I, U.P.N. México, 1985. -- 371 p.

ROCKWELL, Elsie y Ruth Mercado. La escuela, lugar de trabajo docente. Descripciones y debates, en Antología La matemática en la escuela II, U.P.N. México, DIE-CINVESTAT-IPN, 1986 330 p.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA. Libro para el maestro. Cuarto grado. México, 1992. 295 p.

SUAREZ DIAZ, Reynaldo. Selección de estrategias de enseñanza-- aprendizaje en la educación en Antología Medios para la enseñanza. U.P.N. México, Ed. Trillas, 1982. 320 p.

VELAZQUEZ et. al. Problemas y operaciones de suma y resta en Antología de la matemática en la escuela III, U.P.N. México DGESEP/OEA, 1988. 271 p.

VILLALPANDO, José Manuel. Manual de Psicotécnica pedagógica en Antología Pedagogía: La práctica docente U.P.N. 10a. ed. -- México, Ed. Porrúa, 1969. 121 p. 256-258

WOOLFOLK, Anita E. y Nicolich Lorraine, Mccune. Una teoría global sobre el pensamiento. La obra de Piaget. Psicología de la educación para profesores en Antología Teorías del aprendizaje, U.P.N. Madrid, Ed. Narcea, 1983. 451 p.

**G L O S A R I O**

## GLOSARIO

### Algoritmo:

Método de cálculo que implica una mecánica o una serie de pasos que deben seguirse para resolverlo.

### Alumno:

Persona educada por alguno, respecto de éste.

### Aritmética:

Significa arte de calcular, deriva del adjetivo griego "aritmética", formado a partir del sustantivo "arithmos" que significa número. El adjetivo modifica el nombre "techne" (arte, técnica), que aquí se sobreentiende.

### Bibliografía:

Relación sistemática de las fuentes que fundamentan la organización y contenido de un trabajo.

### Conocimiento:

Entendimiento, inteligencia, razón natural.

### Consciente:

Que siente, piensa, quiere y obra con cabal conocimiento y plena posesión de sí mismo.

### Cultura:

Desarrollo intelectual o artístico. Antr. Conjunto de -- elementos de índole material o espiritual, organizados -- lógicamente y coherentemente, que incluye los conocimientos, las creencias, el arte, la moral, el derecho, los usos -- y costumbres, y todos los hábitos y aptitudes adquiridos por los hombres en su condición de miembros de la sociedad.

### Deductiva:

Fil. Método por el cual se procede lógicamente de lo universal a lo particular.

### Educación:

Proceso por el cual una persona desarrolla sus capacidades, para integrarse positivamente a un medio social de terminado e integrarse a él.

### Educación:

Desarrollar la inteligencia y formar el carácter de los niños y jóvenes para la vida en sociedad.

### Hipótesis:

Es la explicación de un hecho para ser sometido a aprobación, que puede ser aprobada o disprobada.

Inductiva:

fil. Razonar, partiendo de los hechos para llegar a una conclusión general.

Matemáticas:

Ciencia que estudia las magnitudes numéricas y especiales y las relaciones que se establecen entre ellas.

\*Para los griegos antiguos, la m. representaba la ciencia dedicada al estudio de las propiedades generales de los números (aritmética) y las figuras (geometría)

Metodología:

Conjunto de métodos y técnicas y procedimientos a través del cual se busca el conocimiento y transformación de la realidad.

Número:

Es la propiedad de una colección de objetos.

Signo:

Señal que se usa en los cálculos para indicar, ya la naturaleza de las cantidades, ya las operaciones que se han de ejecutar con ellas.

Símbolo:

Figura con que se representa un concepto, por alguna semejanza que el entendimiento percibe entre ambos.

Teoría:

Conjunto de reglas y leyes organizadas sistemáticamente que sirven de base a la ciencia y explican cierto orden de los hechos.