

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 191

Propuesta didáctica para corregir
las fallas que presentan los
alumnos de sexto grado
al aparecer ceros
en la sustracción

JUAN JOSE ROBLES GUAJARDO

Monterrey, N.L., 1991.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 191

Propuesta didáctica para corregir
las fallas que presentan los
alumnos de sexto grado
al aparecer ceros
en la sustracción

JUAN JOSE ROBLES GUAJARDO

Propuesta pedagógica para obtener
el título de Licenciado en
Educación Primaria.

Monterrey, N.L., 1991.

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Monterrey, N.L., a 02 de ENERO 1992.

C. PROFR. (A)
JUAN JOSE ROBLES GUAJARDO
Presente.-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado:

"PROPUESTA DIDACTICA PARA CORREGIR LAS FALLAS QUE PRESENTAN LOS ALUMNOS DE SEXTO GRADO AL APARECER CEROS EN LA SUSTRACCION."

opción **PROPUESTA PEDAGOGICA**, según constancia del asesor C. Profr.(a)

CRUZ RAUL SENA CASTELLANO manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.



Atentamente,

PROFR. ISMAEL VIDALES DELGADO
Presidente de la Comisión de Titulación
de la Unidad 191 Monterrey
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA
UNIDAD 191 MONTERREY

A mis padres:

Que me brindaron todo su apoyo,
para llegar a feliz término en
mis estudios pedagógicos.

A mis maestros:

Agradezco en todo lo que vale
el haber sabido guiarme hasta
la culminación de mi carrera
de Licenciado en Educación
Primaria.

A mis tíos:

Con todo cariño.

INDICE

	Página
DICTAMEN	
DEDICATORIA	
I. INTRODUCCION	1
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
A. Antecedentes.	4
B. Justificación.	7
C. Contenidos programáticos.	9
D. Condiciones del medio.	11
E. Objetivos.	12
III. EL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACION	14
A. Historia de las matemáticas.	14
B. Historia del sistema decimal de numeración.	16
C. La importancia del sistema decimal en el aprendizaje de las matemáticas.	22
D. La sustracción.	24
IV. ASPECTOS PEDAGOGICOS	29
A. Conceptualización del conocimiento y relación que existe entre dicha concepción y la del proceso de enseñanza aprendizaje.	29
B. ¿Cómo se da el conocimiento matemático en el niño?	43
C. Aprendizaje y enseñanza.	50
D. Didáctica de las matemáticas.	57
V. ESTRATEGIAS DIDACTICAS	61
A. Forma de trabajo.	61
B. Las actividades.	64
C. Formación de los grupos de trabajo.	65

D. Organización de las actividades,	66
E. Materiales.	66
F. Desarrollo de las actividades,	67
VI. CONCLUSIONES	75
CITAS BIBLIOGRAFICAS	
BIBLIOGRAFIA	
ANEXOS	

I. INTRODUCCION

Este trabajo ha sido realizado con el afán de corregir las fallas que presentan los alumnos de sexto grado al realizar sus stracciones con cero en el minuendo como en el sustraendo.

Esto, considerando que el alumno desconoce el valor posicional de los ceros dentro de una resta.

Se pretende que el niño comprenda las características del sistema decimal de numeración como base previa al conocimiento de las operaciones de sustracción.

Nuestra propuesta ha surgido como resultado de una investigación realizada con alumnos de la Escuela Primaria "Profr. Mariano de la Garza" localizada en la Col. Argentina, quienes nos han hecho ver que el grado de conocimiento y dominio del sistema decimal de numeración es determinante en la posibilidad de que el alumno comprenda cabalmente los algoritmos de las operaciones principalmente la sustracción, ya que es de gran importancia en algunas situaciones de la vida cotidiana, para lo cual hemos dividido este trabajo en seis capítulos.

En el capítulo II se muestra un panorama general de lo que en sí es el problema tratado en esta propuesta, así como también porqué es considerado como tal, se da a conocer en forma breve los conocimientos que debe poseer el alumno al llegar a sexto --

año en base a un análisis de los contenidos programáticos de cada uno de los grados acerca del sistema decimal de numeración, conocemos en forma general las condiciones del medio en que se encuentra la institución educativa, como también los factores -- que influyen en el proceso enseñanza-aprendizaje en los alumnos de dicho plantel, conociendo que los alumnos manejan la sustracción desde los primeros años de su educación primaria, proponemos algunos objetivos a alcanzar, para corregir las fallas que presentan los alumnos al llegar a sexto grado al momento de resolver sustracciones con ceros.

El capítulo III pretende dar una breve semblanza de la historia de las matemáticas, para luego conocer la evolución que ha tenido el sistema decimal de numeración desde la época de la pre historia hasta nuestros días, así como la importancia que tiene éste, en el aprendizaje de las matemáticas principalmente en las operaciones de sustracción ya que es el tema del cual trata esta propuesta, maneja también, lo que es la operación de sustracción y muestra los modos de efectuarla así como los casos que se nos presentan a menudo en la vida diaria.

El capítulo IV se refiere, desde el punto de vista de Piaget, a los tipos de conocimientos que se dan ya que la construcción del conocimiento es un largo proceso a seguir, conocemos los períodos de desarrollo por los cuales pasan todos los niños con sus propias características, además, cómo se da el conocimiento matemático en el niño, así cómo se lleva a cabo el proceso ense-

ñanza aprendizaje y conociendo dichos procesos nos demuestra cómo se debe enseñar la matemática en la escuela primaria.

El capítulo V empieza mencionando la forma de trabajo, la organización de las actividades que se realizan, los materiales empleados para llevarnos al desarrollo de las actividades que -- han demostrado ser útiles para lograr los objetivos propuestos.

Finalmente en el capítulo VI enunciamos algunas conclusiones a las cuales hemos llegado al aplicar los lineamientos que se han seguido a lo largo del trabajo.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A. Antecedentes.

Uno de los problemas con que nos encontramos los maestros de sexto grado, año con año, es que el alumno presenta serias dificultades al resolver una operación de sustracción, principalmente cuando ésta implica el uso de ceros tanto en el minuendo como en el sustraendo.

En nuestra experiencia hemos constatado que los niños en general "pidiendo prestado", "devuelven", o no "devuelven" según les hayan enseñado, pero son raros los que comprenden y pueden justificar sus propios procedimientos. Esto trae como consecuencia que las operaciones, cuando mucho, se resuelvan mecánicamente y los niños tengan serios obstáculos cuando por ejemplo hay que pedir "prestado" a un cero.

Este ejemplo nos hace ver que para comprender lo de pedir "prestado" el niño necesita entender muy bien el sistema de numeración y saber que en casos como éste, todo "préstamo" significa hacer desagrupamientos de órdenes de unidades mayores en unidades de órdenes menores, ejemplo: que la decena puede desagruparse para formar 10 unidades y de allí sustraer las necesarias.

A veces la falta de comprensión de las explicaciones escolares, unida a su propia búsqueda de lógica, lleva a los niños a -

desarrollar hipótesis muy especiales mediante las que "resuelven" las operaciones. Por ejemplo, en las restas de "pedir" es muy frecuente encontrar respuestas como: $\begin{array}{r} 34 \\ -26 \end{array}$ "cuatro menos seis no se puede solución entonces, seis mehos cuatro, dos". $\begin{array}{r} 34 \\ -26 \\ \hline 2 \end{array}$ Para fines prácticos de estos niños decimos que restan lo restable.

2005
 $\begin{array}{r} -137 \end{array}$ "5 - 7 no se puede, le pedimos al cero, pero como no tiene, le pedimos a éste (siguiente cero y usualmente con sorpresa), como tampoco tiene, le pedimos al dos y son 15 menos 7. Cero menos tres no se puede... entonces tres menos cero, tres, etc., y la historia suele terminar (innumerables errores de por medio) en "... y el dos nada más se baja". El problema también puede ser resuelto tan simple como "cero menos tres no se puede, entonces se baja el tres", o por confusión con la multiplicación - - (3 x 0 = 0) "cero menos tres, cero".

Se ha constatado que este tipo de errores se presentan frecuentemente con alumnos de sexto grado de las escuelas primarias, ya que hemos observado cómo un maestro de sexto grado quiere demostrar a sus alumnos como a veces efectuamos acciones de manera mecánica sin una verdadera comprensión de lo que ellas implican, pidió a uno de sus alumnos que resolviera la operación $\begin{array}{r} 1000 \\ -999 \end{array}$ diciendo simultáneamente en voz alta su procedimiento para resolverla. Cuando el alumno, al comenzar, dijo: "nueve para diez"... el maestro le interrumpió, pidiendo que justificara lo que había dicho. El alumno respondió: "porque le pedí prestado al diez" - (refiriéndose al cero del 1000 en el lugar de las decenas). El

maestro entonces comenzó a plantearle situaciones de conflicto - como: ¿Cuál diez? yo veo un cero; ¿Por qué si pides uno, el cero se convierte en 10 y no en uno?, etc.

El alumno, al ver que el único uno (ó el único 10) del mil se encontraba muy distante del primer nueve que quería restar, - comenzó a dar varios argumentos confusos que mostraban su desconocimiento de las razones de lo que hacía y terminó por decir -- que pedía prestado al 9 correspondiente a las decenas de 999.

De esta manera, el grupo pudo comprobar, que si bien el alumno indudablemente sabía restar en tanto que conocía el algoritmo de la resta, lo hacía mecánicamente. No podía justificar su procedimiento; sus argumentos demostraron que no entendía cabalmente el funcionamiento del sistema decimal de numeración, ni comprendía en realidad la razón del procedimiento por el cual se llega a cierto resultado.

Un buen número de este tipo de errores tienen que ver con la escasa comprensión que suelen tener los niños acerca de las reglas que rigen el sistema decimal de numeración. Si a esto le agregamos la enseñanza del algoritmo previa e independiente de situaciones problemáticas que le den significado y justifiquen su uso como instrumento de resolución, podemos entender las desfasas que presentan los niños: pueden resolver problemas mediante sus propios recursos pero fallan en los algoritmos; resuelven "cuentas" pero no saben qué cuentas usar para solucionar un pro-

blema, etc.

De ahí la clásica pregunta de que si el problema es de "más o de menos" ya que no pueden resolverlo porque en su cabeza "se están peleando la suma, la resta, la multiplicación..."

B. Justificación.

Todos sabemos que las operaciones de suma, resta, multiplicación y división las usamos diariamente; la mayoría de las veces sin darnos cuenta de ello.

Algunas de estas operaciones representan por lo general mayor dificultad que las otras, dependiendo del grado de comprensión que se tenga.

Al salir de 6° grado el alumno debería manejar perfectamente las cuatro operaciones llamadas fundamentales, pero la experiencia nos dice que no es así, pues nos encontramos con serias dificultades en los alumnos en el manejo de las mismas.

Como no podemos abordarlas todas en este trabajo nos ubicaremos en aquella en la que hemos encontrado más fallas y que es objeto de esta investigación: La dificultad de los alumnos de sexto grado al manejar ceros en una sustracción,

Habitualmente no se tiene suficiente conciencia de que la

conceptualización del cero representa una seria dificultad para los niños, sobre todo, cuando éstos se han venido creando ideas contradictorias acerca de él, sin relacionarlo con el valor posicional y el agrupamiento. En algunos aspectos tal dificultad deriva de las características de la propia lógica infantil, pero en buena parte también se debe a la enseñanza que obliga a los niños a memorizar "productos terminados", sin darles suficientes oportunidades para descubrir y comprender el sistema de numeración, es decir, sin permitirles construir por sí mismos este conocimiento de manera semejante a como lo hicieron nuestros antepasados al inventarlo. Todo ello trae como consecuencia, que para los niños el cero puede "aparecer" y "desaparecer" mágicamente, se le puede convertir en diez o simplemente, cuando les causa algún conflicto lo eliminan, porque "el cero no vale".

La dificultad que representa para los niños el uso del cero se ve con mayor claridad cuando aparece en una operación.

En una resta de "pedir prestado" se le convierte en diez, agregándole un uno, que no sabe de dónde viene o, al igual que en la suma, se baja el número diferente de cero, sin quedar muy claro si ésto es cuando dicho número está en el minuendo o en el sustraendo.

C. Contenidos programáticos.

Como sabemos de antemano que la sustracción, es una de las cuatro operaciones fundamentales dentro de todos los planes de estudio y es el punto principal de esta investigación.

Hemos realizado un análisis curricular para conocer la secuencia que sigue esta operación en la educación primaria.

Esto lo hacemos con el fin conocer el "por qué" los alumnos al llegar al sexto grado, presentan una gran dificultad al manejar ceros tanto en el minuendo como en el sustraendo, en una sustracción.

Primer año:

Adquieren los alumnos la noción de los números del 1 al 100, el concepto de decena, mediante la manipulación de colecciones, de la adición y sustracción, resuelven problemas de estas dos operaciones con números hasta de dos cifras.

Segundo año:

Aquí emplean los números del 101 al 1000, resuelven problemas de adiciones hasta de 3 sumandos y de sustracción con números menores que 200 aplicando la idea de quitar, adquieren la noción de centena,

Tercer año:

Representan números del 1,000 al 10,000, resuelven problemas de adición y sustracción "sin llevar", "sin prestar", "llevando" y "prestando", con números de tres cifras y hasta el 10,000.

Cuarto año:

Resuelven problemas relacionados con su vida diaria, que impliquen adición, sustracción, multiplicación o división de números naturales menores que el 1;000,000, representan cantidades hasta centenas de millar,

Quinto año:

Aplican el principio posicional del sistema de numeración al representar números, resuelven problemas donde aparecen las cuatro operaciones fundamentales de las matemáticas.

Sexto año:

Resuelven problemas de las cuatro operaciones fundamentales.

Este análisis nos lleva a la conclusión de que el alumno va adquiriendo sus conocimientos sobre la sustracción a través de los grados por los que va pasando, de tal manera que al llegar al sexto grado, el dominio de esta operación debería ser completo, sin embargo, no es así, pues se le siguen presentando dificultades al presentarle una sustracción con ceros tanto en el minuendo como en el sustraendo.

D. Condiciones del medio.

Este trabajo se realizó al este del centro de la ciudad, en la Escuela Primaria "Mariano de la Garza" del sistema Estatal, ubicada en Fabriles y Vía Tampico, junto al Peny Riel, con un grupo de 20 alumnos de sexto grado.

El centro educativo se encuentra rodeado por un medio muy desfavorable, con bajos recursos tanto económicos como sociales y culturales, ya que proliferan en forma clandestina cantinas y prostíbulos, donde abunda la drogadicción y algunos padres y madres de familia las practican; al mismo tiempo carece la Institución Escolar de recursos económicos para la compra de materiales didácticos que facilitarían enormemente el aprovechamiento de los alumnos dentro del salón de clases. Otro punto importante que afecta gravemente a los alumnos, es el antes mencionado: "la drogadicción" por ese motivo, en ocasiones, a los maestros se les exagera el trabajo, ya que la Institución realiza una gran cantidad de actividades como concursos académicos, torneos deportivos, etc., todo esto se realiza con el fin de que los alumnos de esta escuela no caigan en tan grave problema.

La mayor parte de la población que asiste al plantel educativo, proviene de familias originarias de algunos municipios de Nuevo León y de otros estados, como San Luis Potosí, Zacatecas, Coahuila, etc. Las familias son numerosas, con un promedio de seis y siete hijos por familia. Los ingresos familiares provie

nen básicamente de trabajos temporales más que eventuales, del padre (albañiles, vendedores ambulantes).

En ocasiones la madre y los hijos mayores también consiguen trabajo y por tal motivo éstos últimos abandonan la escuela, en tanto que los niños se ausentan o acuden tardíamente porque tienen que cuidar a los hermanos menores.

Todo esto influye en la manera que se da el proceso de enseñanza aprendizaje y en el nivel de apropiación que pueden alcanzar los alumnos, por lo cual la elaboración de estrategias deberán hacerse tomando en cuenta cada una de las características mencionadas.

E. Objetivos.

Considerando, que el alumno maneja la resta desde los primeros años de su educación primaria, creemos que el problema no es la idea de restar sino que desconoce el valor posicional de los ceros dentro de los números.

Por lo cual se ha realizado una pequeña investigación con un grupo de sexto grado de la Escuela Primaria "Profr. Mariano de la Garza" localizada en Fabriles y Vía Tampico de la Colonia Argentina.

Lo que se intenta descubrir con esta investigación es: ¿Por

qué los alumnos de sexto grado presentan dificultad al manejar - los ceros en una resta?

Debido a la importancia que reviste el uso de la sustrac- - ción dentro de algunas situaciones de la vida cotidiana, conside- ramos que es necesario tener un conocimiento exacto de esta ope- ración a través del perfeccionamiento de la utilización del va- - lor relativo de los números, así como la comprensión adecuada de las bases del sistema decimal de numeración, como una alternati- va para darle solución a dicho problema.

III. EL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACION

A. Historia de las matemáticas.

No se puede dar una definición rígida y estática de las matemáticas, ya que es preciso considerar su evolución a lo largo de la historia. En los tiempos más antiguos, esta ciencia no -- era más que un conjunto de conocimientos empíricos y fragmentarios, con los griegos llegó a ser una disciplina racional, pero hasta la época moderna se le definió atendiendo a lo que era objeto de estudio, es decir: los números (aritmética).

Indudablemente que desde que el hombre dejó su condición de ser zoológico, dió principio a la formación de sus conocimientos matemáticos contando y midiendo todos los objetos que encontraba a su alrededor. En esa primera y remotísima época, el cálculo - respondió a una necesidad práctica: nuestros antepasados en su - lucha constante contra el inhospitalario medio físico, descubrieron a base de experimentación, los conceptos más sencillos y fundamentales acerca del número, la forma y el espacio. No cabe la menor duda que su primera máquina de contar fueron los dedos de las manos y a ésto debe atribuirse que con raras excepciones, los sistemas de numeración que inventaron los pueblos primitivos fue ron decimales o quinaros (éstos últimos compuestos de cinco elementos).

Cuando ya existieron los sistemas de numeración, los hombres

empezaron a relacionarse y experimentaron la imperiosa necesidad de inventar la escritura de los números. Así fue como los pueblos antiguos de mayor cultura, es decir, los griegos y los romanos, se sirvieron de las letras del alfabeto para la notación escrita de los números.

Se atribuye a los hindúes la invención de la numeración de uso actual, que por haber sido los árabes los que la dieron a conocer en todas partes, recibió el nombre de numeración arábiga. Esta numeración que había sido llevada a Europa durante los siglos XI y XII, gracias a la invención de la imprenta se hizo popular y se extendió por todos los pueblos.

El proceso que siguió la humanidad para la formación del concepto numérico fue el siguiente:

Primero experimental, después, de la observación, es decir intuitivo, y por último racional, cuando ya el hombre pudo pensar sin el apoyo del material concreto.

La matemática en su lejano origen enfatizó una urgente necesidad práctica, y el hombre la aprendía y la usaba sirviéndose de los dedos de las manos, piedras y otros objetos fácilmente contables.

B. Historia del sistema decimal de numeración.

Observaremos algunos datos acerca de la construcción del sistema decimal de numeración y nos daremos cuenta del tiempo y trabajo que costó a la humanidad inventar este valioso instrumento.

La naturalidad y familiaridad con que utilizamos las cifras hacen que tengamos la sensación de que éstas son como un patrimonio hereditario de la especie humana. Sin embargo, son una gran invención, como lo son la rueda o el arado. No han aparecido bruscamente ni han surgido del esfuerzo aislado de un genio inventor, sino que tienen un origen y una historia. Son fruto de un largo proceso en el que se dan numerosos ensayos, intuiciones brillantes y fracasos.

"Si rastreáramos el origen de los sistemas de numeración, tendríamos que remontarnos a la prehistoria" (1). Desde el momento en que el hombre empezó a pensar, debió ir dándose cuenta de las relaciones cuantitativas que se daban entre los objetos que le rodeaban. --

"La primera noción de número que tuvo el hombre debió parecerse a la que hoy encontramos en niños muy pequeños y en algunas tribus primitivas, consiste en cierta idea de numerosidad percibida de forma inmediata, como una cualidad más de los grupos de objetos". (2)

Esta percepción directa de la pluralidad material, indisoluble de la naturaleza de los objetos, no permitía evaluar cantidades superiores a tres o cuatro elementos, más allá de los --

cuales se extendía el inconmensurable "mucho".

En un momento posterior, "el hombre descubrió la forma de dominar y registrar las cantidades por medio del principio de correspondencia." (3)

Se ayudaban de soportes materiales de todo tipo (piedras, conchas, huesecitos, frutas secas, incisiones en huesos o en troncos de árboles), o del propio cuerpo (los dedos y las articulaciones) y apareaban cada uno de los objetos de la realidad con un elemento de los que utilizaba como soporte. Un interesante ejemplo de la utilización de este principio son las "bue^{ll}as" -- mesopotámicas (XV a.C.), que consistía en recipientes de arcilla con forma de bolsa, cuyo interior contenía tantas bolitas o fichas, también de arcilla, como elementos por ejemplo animales, que les interesaban mantenerlos registrados o que deseaban intercambiar en una transacción comercial.

La utilización de la correspondencia, que constituye la forma más primitiva de registro de cantidad, fue un recurso que durante muchos siglos bastó a las necesidades de la humanidad. Sin embargo, este principio traduce tan sólo una enumeración y permite enunciar un grupo de objetos sin tener la noción de número, como indicador de cierta categoría de colecciones e incluido en un sistema de unidades numéricas jerarquizadas, enlazadas sucesivamente una en las otras.

La noción de número abstracto fue desarrollándose lentamen-

te; una vez construida la serie numérica, el hombre pudo contar y recurrir al principio de la base, que evitaba el esfuerzo de memoria o de representación que supondría enunciar cada número - con un nombre que no tuviera relación con los demás,

"La base más utilizada en toda la historia de la numeración es la base 10," (4) Ello debido a la tendencia del hombre a utilizar las -- manos, que ofrecen a la vez el aspecto de una verdadera sucesión natural de colección de dedos y de totalidad, para el contaje.

La noción de base se aplicó primeramente a la numeración hablada.

También se aplicó al registro material de los números; en lugar de emplear tantas bolas de arcilla como elementos a representar se utilizaban varios tipos de fichas, cada una de las cuales correspondía a los valores numéricos distintos y bien determinados,

La aplicación de la noción de base a la numeración escrita ha adoptado diversas formas a lo largo de la historia. Los distintos sistemas de numeración se ajustaron siempre a la numeración verbal que los precedió y tomaron distintas formas según -- las posibilidades intelectuales y las circunstancias histórico-- sociales de los pueblos que las creaban. Si se agrupan teniendo en cuenta el papel que en ellos ha tenido el coeficiente de la - potencia de la base se pueden distinguir tres grupos; los siste--










mas aditivos, los híbridos y los posicionales.

Los sistemas aditivos, cuya concepción es la fiel traducción escrita de las formas de registro material de las cantidades contadas, incluye un número limitado de signos numéricos, in dependientes unos de otros. Su yuxtaposición implica la suma de los valores correspondientes.

El sistema jeroglífico egipcio, utilizado desde finales de IV milenio a.C., constituye un ejemplo de este tipo de sistemas.

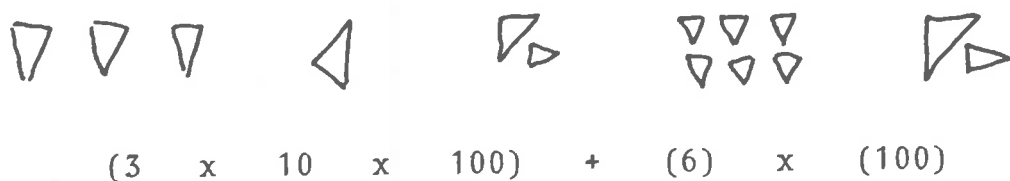
Disponía de siete signos originales que se repetían hasta alcanzar la cantidad deseada.

El número 2423, por ejemplo, se transcribía de esta forma:

								
(1000)	(1000)	(100)	(100)	(100)	(100)	(10)	(10)	(3)

Los sistemas híbridos nacieron de la necesidad de evitar la fastidiosa repetición de signos que exige el uso del sistema aditivo. Están influidos por la concepción de la numeración oral que traduce el contaje, y se caracterizan por hacer uso del prin cipio multiplicativo, que tímidamente aparecía ya en alguna nota ción de tipo aditivo. En ellos se representa tanto la potencia de la base como el coeficiente.

Un ejemplo de este tipo de numeración sería la de AKKad - - (IX a.C.), de origen sumario, en la que 3,600 se transcribía como sigue:



$$(3 \times 10 \times 100) + (6) \times (100)$$

Los sistemas posicionales se caracterizan por omitir la representación de las potencias de la base y por conceder un variable valor a las cifras, según el lugar que ocupan en la escritura.

Los sistemas posicionales (donde un mismo número tiene diferente valor según el lugar que ocupe en la representación de una cantidad) aparecieron por primera vez en Babilonia, aproximadamente a comienzos del segundo milenio a.C.; también los utilizaron los astrónomos mayas (siglos III a IX) y los sabios chinos - poco antes de iniciarse nuestra era. En la India, donde aparece con mayor ingeniosidad, y superioridad, su aplicación está atestada en el año 595 de nuestra era,

"Justamente con el descubrimiento del principio de posición, el del 0 - ha constituido, sin duda alguna, la etapa decisiva y de una evolución sin la que no se podría imaginar el progreso de las matemáticas, de la ciencia y de las técnicas modernas," (5)

La utilización del principio posicional no siempre se ha acompañado de la del 0,

Los chinos no lo utilizaron, Los sabios mesopotámicos lo ignoraron durante más de quince siglos. Para los mayas, debido a una irregularidad en la concepción de la numeración, el 0 situado al final de un número nunca llegó a tener la función de operador que multiplicara el valor del número al que sigue por el valor de la base. "El 0, tal como lo concebimos hoy, está atestado en el sistema indio desde el siglo VIII de nuestra era". (6) Como resultado de sus contactos con los pueblos de la India, los árabes adoptaron el valor posicional y el cero y lo transmitieron a Europa,-- donde aparece por primera vez a fines del siglo X, si bien su -- uso no estará totalmente generalizado hasta el siglo XVI.

"El uso del 0 establece el carácter posicional de nuestro sistema de -- numeración, y lo distingue de todos los sistemas antiguos." (7) Esto, combinando con la práctica del agrupamiento por decenas y centenas de nuestro sistema decimal posicionalmente valorado.

"La palabra "decimal" deriva de la palabra latina, decem que significa diez." (8) Se usa para indicar que el agrupamiento básico es por decenas.

Enseguida analizaremos nuestro sistema decimal e indicaremos el valor de posición de un dígito en una cantidad,

- a) La primera posición nos indica cuántas unidades hay en el número,

b) Luego para indicar el número de decenas, escribimos el dígito en la segunda posición a la izquierda, dejando la primera posición y escribir 0 si no se requiere otro dígito.

c) Del mismo modo, escribimos un dígito en la tercera posición para representar el número de las centenas y así sucesivamente en la cuarta y quinta posición para los millares y decenas de millar, etc.

En este sistema, un dígito situado en un lugar cualquiera en un numeral tiene diez veces el valor que tendría si se hubiera escrito en la posición inmediata a la derecha.

C. La importancia del sistema decimal en el aprendizaje de las matemáticas.

El propósito de este tema es proporcionar al maestro un panorama general acerca del largo y tortuoso camino que la humanidad ha atravesado hasta llegar a inventar el sistema decimal de numeración y la importancia que tiene éste en el aprendizaje de las matemáticas.

"El sistema de numeración posicional de base 10 es una creación intelectual de la humanidad, de máxima utilidad para conceptualizar las cantidades y operar con ellas," (9) Su importancia hace que la escuela lo transmita al mismo tiempo que se enseña el lenguaje escrito, ya que -

es fundamental para la adquisición de otros conocimientos.

"Sin embargo, aprender los números no es fácil. Si bien son capaces de aplicar de forma mecánica el sistema, la mayoría de los niños no llegan a entender por qué y cómo se cambian las distintas cifras que representan una cantidad." (10)

Ello es debido al grado de abstracción que representa el sistema decimal para el niño de 6 y 7 años quien no ha llegado a comprender por lo que experimenta dificultades al resolver las operaciones fundamentales (resta, división, etc.) y comprender nociones matemáticas básicas.

Por esa razón es importante que al sistema decimal de numeración no se le limite a una cierta forma de representar las cantidades; ya que él y las normas que lo rigen están presentes en la geometría, en los sistemas de peso y medidas que utilizamos, en los algoritmos de las operaciones, etc. Por lo tanto, su verdadera comprensión no puede limitarse tampoco a saber cómo se escriben los números y que éstos se agrupan en decenas, centenas, etc. Para poder operar con este sistema en todos los campos en que es pertinente se requiere comprender las leyes que lo rigen, su funcionamiento y las derivaciones que de ellas se desprenden dentro de los diferentes contextos en que es utilizado.

Ya hemos señalado, que la comprensión cabal del sistema decimal de numeración implica un proceso que, en el caso del niño, requiere no del curso de un año escolar sino de un recorrido de

años en los cuales paulatinamente, y de acuerdo con las posibilidades que el desarrollo cognoscitivo le va dando, va construyendo conocimientos a ese respecto y generalizándolos, también poco a poco, a otros contextos más complejos. Esto no es, por otra parte, un proceso sencillo, e incluso muchos adultos si se nos pusiera a prueba, nos sorprenderíamos al ver lo limitada que es nuestra comprensión del sistema decimal de numeración.

Los adultos, incluidos los maestros mismos, en general consideran que si un niño se equivoca al efectuar el algoritmo de la división, se olvida de llevar en la suma o de pedir o devolver en la resta, etc., es que no se ha entendido esas operaciones. Esto puede ser cierto, sin embargo rara vez (por no decir nunca) se ve la estrecha relación de estos olvidos o fallas en las operaciones con la no comprensión del sistema decimal de numeración por parte del niño.

D. La sustracción.

"La sustracción o resta es una operación que tiene por objeto hallar lo que falta a un número para igualar a otro mayor de la misma especie; o también, hallar uno de dos sumandos cuando se conoce la suma y el otros sumando," (11)

Las partes de un problema de sustracción son:

89	minuendo
- 48	sustraendo
41	resta o diferencia

La sustracción es también conocida como la operación inversa de la suma ya que consiste en hallar un conjunto que sumado con otro llamado sustraendo nos dé la suma de ellos, llamada minuendo. Ejemplo;

$$\begin{array}{r} 00000000 \\ 8 \end{array} + \begin{array}{r} 0000 \\ 4 \end{array} = \begin{array}{r} 000000000000 \\ 12 \end{array}$$

Si tomamos la suma 12 colocándola como minuendo y al sumando 4 lo colocamos como sustraendo, tenemos:

$$\begin{array}{r} 000000000000 \\ 12 \end{array} - \begin{array}{r} 0000 \\ 4 \end{array} = \begin{array}{r} 00000000 \\ 8 \end{array}$$

La resta es pues, a la inversa de la suma, porque conocido el sumando 4, hemos buscado en conjunto 8 que sumado con 4 nos dá la suma o minuendo 12.

La regla para restar números enteros es:

Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, cuidando que las unidades del mismo orden se correspondan en columna, y se traza una raya horizontal debajo del sustraendo. Luego empezando por la derecha, se resta sucesivamente cada cifra del sustraendo de su correspondiente minuendo. Ejemplo:

5	2	7	minuendo
3	8	6	sustraendo
1	4	1	resta

Si alguna cifra del sustraendo es mayor que su correspondiente del minuendo, se considera la cifra del minuendo aumentada en 10, y en compensación, se aumenta en 1 la cifra siguiente del sustraendo.

Para lograr esto es necesario que el niño halla comprendido correctamente el sistema decimal de numeración, es decir, saber muy bien lo que es unidad, decena, centena, etc.

Existen tres modos de efectuar la sustracción o resta por escrito y son: 1° el aditivo, 2° el de adición igual y 3° el de la suma del sustraendo con el residuo.

Por medio del siguiente ejemplo describiremos cada uno de los modos antes citados,

En una escuela hay matriculados 385 alumnos; hoy hizo un día muy frío, y sólo asistieron 258.

¿Cuántos alumnos faltaron?

C	D	U	
3	8	5	minuendo
-	2	5	8
	1	2	7
			resta

Sistema aditivo: De 5 unidades no se pueden quitar 8, pido una decena al 8 que vale 10 unidades; $10+5=15$, 15 unidades menos 8 es igual a 7; el 8 quedó en 7, $7-5=2$; $3-2=1$. Resultado = 127, faltaron 127 niños.

Por adición igual: 8 para 15=7 y va 1, 1+5=6, 6 para 8 = 2, 2 para 3 = 1, Resultado 127,

Procedimiento de la suma del sustraendo con el residuo: $8 + 7 = 15$ y va 1, $5 + 1 = 6$, $6 + 2 = 8$, $2 + 1 = 3$, Resultado 127.

En la sustracción se pueden presentar tres casos:

- 1º Restas en que todas las cifras del minuendo sean mayores que las del sustraendo. Ejemplo: $876 - 432$,
- 2º Restas en que alguna o algunas de las cifras del sustraendo sean mayores que las del minuendo, como: $572 - 348$.
- 3º Problemas de resta en que haya uno o varios ceros en el minuendo. Ejemplo: $840 - 326$; $900 - 274$,

La sustracción o la resta se emplea principalmente:

- a) Para saber cuánto queda de un número, cuando se le quita otro.
- b) Para hallar cuánto se debe quitar de un número para que sólo quede una cantidad determinada.
- c) Para conocer lo que falta a un número para ser igual a otro.

- d) Para saber la ganancia realizada sobre una mercancía, - conociendo el precio de compra y el de venta (si no hay gasto), o el precio de costo y el de venta,

- e) Para conocer el precio de costo, conociendo el precio de venta y la ganancia.

- f) Para calcular los gastos, conociendo el precio de compra y el precio de costo, etc.

IV. ASPECTOS PEDAGOGICOS

A. Conceptualización del conocimiento y relación que existe entre dicha concepción y la del proceso de enseñanza aprendizaje.

A partir de las aportaciones de la teoría psicogenética, en las primeras décadas de este siglo, el conocimiento de la psicología infantil se ha enriquecido con sorprendentes descubrimientos que han modificado profundamente las ideas acerca de qué es el niño y cómo aprende. Piaget nos ha demostrado de manera contundente que el niño, desde su más tierna edad, es un ser fundamentalmente activo en todos aspectos. Gracias a esa incesante actividad y en su contacto con el mundo exterior, llega muy pronto a ser un sujeto pensante, que constantemente se pregunta y -- formula hipótesis en su necesidad de conocerse a sí mismo y al mundo que lo rodea.

Así tenemos que el conocimiento y la inteligencia no son algo dado o que se genera espontáneamente en función de la madurez neurológica del niño, sino que ambos se van construyendo mediante las acciones que el sujeto realiza con los objetos (cosas, -- personas, etc,) las relaciones que establece entre los hechos -- que observa y su propia reflexión ante ello.

La idea de que el sujeto quiere, tiene o debe aprender algo, suele ligarse con la necesidad de contar con alguien que le enseñe aquello que ha de aprender. Es decir, alguien que ya lo se

pa o conozca para que le diga o le explique, En muchos casos -- una explicación o información puede ser útil para aprender algo, pero el aprendizaje de hecho no se realiza sino cuando el propio sujeto hace suyo, re-construye o re-inventa las leyes que rigen un determinado objeto de conocimiento, o el procedimiento por el que se llega a cierto resultado, etc. En otras palabras, es el sujeto mismo quien construye su propio conocimiento mediante el proceso de aprendizaje que le lleva a comprender ese objeto,

Ahora bien, este proceso es propio del sujeto y se desarrollará de acuerdo a sus características personales (nivel previo de conocimiento de objetos similares, posibilidad de establecer relaciones que favorezcan la adquisición del nuevo conocimiento). Las informaciones y explicaciones externas podrán muchas veces ser un instrumento, útil, pero nunca el único y suficiente.

Todos hemos estado alguna vez de uno u otro lado en una situación que pueda expresarse como:

"ya he tratado de enseñarle, ya le expliqué, pero todavía no aprende".

Ese "todavía" es sumamente importante en el concepto de aprendizaje que manejamos porque nos remite a un proceso y a un tiempo no específico, que no dependen exclusivamente de situaciones externas al sujeto, sino de las características de éste,

La teoría psicogenética nos ha demostrado que el desarrollo intelectual va evolucionando de modo que existen momentos o etapas, con límites no rígidos, que permiten al niño construir un cierto tipo y grado de conocimientos, pero no otros. Paralelamente, conforme aumenta el cúmulo de conocimientos, el sujeto establece cada vez mayores y más amplias relaciones y coordinaciones entre ellos, lo cual favorece la construcción de otros nuevos. Pero es siempre y ante todo el sujeto mismo quien los construye.

Nadie enseña al niño de escasos meses de vida a estirarse o sostenerse de un mueble para pararse de puntitas y así alcanzar algún objeto. Más tarde, nadie le enseña que debe acelerar su paso si quiere alcanzar a otro que corre adelante de él,

En estos ejemplos se demuestra que para alcanzar la meta señalada ha habido un proceso de aprendizaje, aún cuando éste no siempre nos resulte evidente.

Por otra parte, existen "aprendizajes" que ponemos entre comillas porque ellos están dados por acciones del sujeto sustentadas solamente por un cierto grado de atención, repetición y memoria. Estos sólo reportan al sujeto un beneficio limitado a la ejecución misma de esa acción, sin posibilidad de que ese conocimiento sea susceptible de generar otros a los que su acción podría y debería alcanzar. Es el caso de muchos "conocimientos" escolares, como el niño que ha aprendido mecánicamente el algo--

ritmo de la resta oralmente, pero que no es capaz de descubrirla en un problema gráfico que la implique, porque no ha comprendido el verdadero sentido de la operación. Por lo tanto, lo que el niño logra con este conocimiento es complacer a otros, obtener una calificación y la resta tal vez le sirva, como los niños lo dicen "para hacer la tarea" o "para pasar año",

Pero en casos como éste ¿podemos decir realmente que su intelecto y el niño mismo se han enriquecido con un nuevo conocimiento?

Así pues la construcción de conocimientos requiere en general de un proceso más o menos largo de aprendizaje, que será variable según el nivel de desarrollo cognitivo del sujeto y del tipo de objeto que involucre dicho conocimiento,

Podemos hablar de tres tipos de conocimientos: el del mundo físico, el conocimiento lógico-matemático y el conocimiento social.

Desde luego los tres están estrechamente interrelacionados, y cada nuevo avance en el campo de alguno de ellos habitualmente tiene mayor o menor repercusión en los demás, según sea el caso.

En el conocimiento del mundo físico, los objetos mismos son quienes nos proporcionan la información que nos permite llegar a conocerlos. Si impulsamos una pelota, vemos que ésta rueda, si

frotamos una liga veremos que raspa, etc. Así a partir de las acciones que el niño ejerce sobre los objetos físicos va poco a poco extrayendo conclusiones acerca de cómo son tales objetos, para qué sirven y cómo reaccionan ante esas diversas acciones que él les aplica.

En el plano intelectual existe una interacción sujeto-objeto ya que en cada nueva experiencia tiene lugar una acomodación a ella, que lleva a la modificación de las estructuras intelectuales y la ampliación del campo cognitivo. Podemos decir que el sujeto modifica al objeto pues, por ejemplo, si un niño pequeño explora con la boca un muñeco de peluche, se dará cuenta que no tiene sabor agradable, que no es comestible, etc. De esta manera, aunque el objeto en sí permanece inmutable, en cierto modo ya no es el mismo en tanto que el niño se ha dado cuenta de que no es agradable al contacto con la boca. Por otra parte, el objeto modifica al sujeto puesto que éste, mediante su acción sobre el primero, ha efectuado tal descubrimiento.

El conocimiento lógico-matemático, para su construcción, requiere también en parte de experiencias con la manipulación de objetos físicos pero surge ante todo, de la abstracción reflexiva que el sujeto efectúa al establecer relaciones entre los diversos hechos que observa, así como entre el comportamiento de los objetos y las acciones que sobre ellos realiza.

Cuando el niño por sí mismo, descubre que 8 u otra cantidad

de objetos no varían en el número, independientemente de que se los cuente colocados en línea o en cuadro, etc.; construye un conocimiento lógico derivado no de los objetos mismos, sino de su manipulación y de la estructuración interna de las acciones que ha realizado.

El conocimiento social es aquél que se adquiere por transmisión social.

Es decir, que sólo podemos obtenerlo por medios externos, por ejemplo, para saber qué día empieza la exposición de Cd. Guadalupe, necesitamos que alguien nos diga o leerlo en algún cartel de propaganda, etc. Sin embargo, aún en este tipo de conocimientos, muchas veces se requiere también de un proceso para llegar a comprender la razón de ese hecho. Es, por ejemplo, el caso de los signos matemáticos convencionales que se usan para representar las operaciones de suma (+), resta (-), etc. Se puede enseñar al niño dichos signos con sus respectivos nombres y para qué sirven; sin embargo, si permitimos que el niño intente por sí mismo representar gráficamente las acciones que implican tales operaciones, vemos que atraviesa por un largo proceso en el que va inventando formas cada vez más apropiadas, breves y rápidas, hasta estar en posibilidades de comprender realmente la razón y utilidad de los signos convencionales.

Piaget cree que desde el momento del nacimiento, una persona empieza a buscar medios adecuados de adaptarse más satisfactoria-

mente al entorno. Esta adaptación supone una constante búsqueda de nuevas formas de aceptar más eficazmente ese entorno. En la adaptación se hallan implicados dos procesos básicos: la asimilación y la acomodación,

La asimilación: Tiene lugar cuando la persona hace uso de ciertas conductas que, o bien son naturales, o ya han sido aprendidas. Un bebé al que se le dé un objeto y trate de chuparlo -- está ya haciendo uso de la asimilación. La asimilación es simplemente utilizar lo que ya sabe o se puede hacer cuando uno se encuentra ante una situación nueva.

La acomodación: Tiene lugar cuando la persona en cuestión - descubre que el resultado de actuar sobre un objeto utilizando - una conducta ya aprendida no es satisfactorio y así desarrolla - un nuevo comportamiento. El bebé que chupa el objeto pronto desarrollará nuevos comportamientos para actuar con él.

Las personas se adaptan a entornos cada vez más complejos mediante el empleo de conductas ya aprendidas siempre que sean eficaces (asimilación) o modificando las conductas siempre que se precise algo nuevo (acomodación).

Según Piaget, la adaptación a través de la asimilación y de la acomodación conduce a unos cambios en la estructura cognitiva del individuo, cambios en suma de organización en cuanto a coordinar e integrar estructuras sencillas en estructuras más complejas y complejas.

A medida que se organiza la conducta para tornarse más compleja y más adecuada al entorno, los procesos mentales de una persona se vuelven también más organizados y se desarrollan nuevos esquemas. En este desarrollo desempeñan un importante papel cuatro factores: La maduración, la actividad, la transmisión social y el equilibrio.

En la teoría del desarrollo de Piaget los cambios en los procesos mentales son determinados por la interacción de estos cuatro factores arriba mencionados. Quizás el más básico de éstos sea la maduración, la aparición de cambios biológicos que se hallan genéticamente programados en la concepción de cada ser humano. De todos estos factores éste, es el menos cambiante, pero proporciona una base biológica para que se produzcan los otros cambios.

El segundo factor que contribuye a los cambios en el proceso mental es la actividad. Una persona que esté actuando sobre su entorno, explorando, ensayando, observando o simplemente pensando activamente respecto de un problema, está realizando unas actividades que alterarán quizás sus procesos mentales. Con una creciente madurez física, aparece cada vez más capacidad para actuar sobre el entorno y aprender de éste.

El tercer factor que afecta el desarrollo del pensamiento es la transmisión social o aprendizaje de otras personas. Sin este factor los seres humanos tendrían que reinventar todo lo --

que les ofrece la cultura en cuyo seno han nacido. El volumen - de lo que las personas pueden aprender de la transmisión social variará según sea en cada momento su etapa de desarrollo cognitivo.

Estos tres factores: maduración, actividad y transmisión -- social son causas básicas de cambio, pero los verdaderos cambios según Piaget tienen lugar a través del cuarto factor, el proceso de equilibriamiento, ya que las ideas que las personas desarro-- llan se hallan influidas por su propia madurez física, por sus - propias acciones y por sus experiencias con otras personas. El instrumento básico empleado para dar un sentido a todas esas ex-- periencias es el proceso de adaptación (asimilación y acomoda-- ción).

El elemento esencial en este proceso es el equilibramiento, el acto de búsqueda de un equilibrio. En suma, el proceso se e-- fectúa de la siguiente manera: si se advierte que un hecho no en-- caja en ninguno de los esquemas de la persona en cuestión, el re-- sultado es un estado de desequilibrio, es decir, la ausencia de equilibrio. Piaget supone que toda persona prefiere un estado de equilibrio por lo que buscará la forma de adecuar sus procesos -- mentales de equilibrio si lo aplica sobre un hecho y funciona, en-- tonces existe equilibrio y si no funciona hay un desequilibrio en la persona, ésto es lo que contribuye al cambio de pensamiento y al progreso.

Ahora bien, estos factores no se dan en forma aislada sino que están presentes en lo que Piaget llamó períodos del desarrollo, que son:

Período sensoriomotor (0-2 años), Durante las primeras semanas que siguen al nacimiento, el infante responde sobre las bases de esquemas sensoriomotores innatos (reflejos).

En la segunda etapa de este período de 4 a 8 meses los actos se tornan intencionales.

Durante la tercera etapa de 8 a 12 meses, el niño es capaz de encontrar objetos escondidos detrás de barreras y de distinguir entre fines y medios. Cuando las conductas (medios) se presentan en ausencia de fines, Piaget denomina "juego" esa conducta, cuando tiene relación con fines, Piaget denomina "resolución de problemas",

En esta cuarta etapa aparece un significado simbólico (pensamiento o cogniciones). Es el momento en que el infante empieza a comprender la causalidad,

La quinta etapa de 12 a 18 meses, aparece la imitación (modelación) como mecanismo de aprendizaje para la acomodación, aunque el niño sigue dependiendo de la experiencia directa como base a la asimilación,

Período preoperacional (2-7 años), Se caracteriza por aparición de acciones internalizadas que son reversibles en el sentido de que el niño puede pensar en una acción, o verla, y a continuación en lo que ocurriría si esa acción fuese anulada, Durante este período el niño ejecuta experimentos mentales y empieza a presentar habilidades de clasificación (capacidad para agrupar hechos en conceptos, o esquemas).

Período de las operaciones concretas (7-11 años). Durante este período, el pensamiento del niño se decentra y se vuelve totalmente reversible. En el curso del período se desarrolla la base lógica matemática bajo forma de una serie de esquemas lógicos descritos, con esto sobreviene el aprendizaje con comprensión, en esta etapa es necesario que el niño experimente para que pueda resolver cualquier problema que se le presente,

Período de las operaciones formales (11-15 años), Es la etapa final del desarrollo, en este período el sujeto es capaz de formular hipótesis en torno de problemas con el fin de llenar los vacíos que hay en su entendimiento,

Cada uno de estos períodos, como se ve, no tienen una duración rígida,

Todos los niños pasan por estas fases con sus propias características individuales y culturales, pero todos ellos también, comparten formas de pensamiento y manifiestan ciertas conductas

comunes, dadas justamente por el nivel evolutivo en que se encuentran.

En cada período podemos observar una nueva capacidad de pensamiento lógico, diferente y característico de cada etapa, debido a la combinación de una maduración creciente y de experiencias con el mundo físico y social, las cuales ya hemos visto que proporcionan oportunidades para la equilibración. Cada período puede considerarse, como un nivel superior de equilibración con respecto al anterior.

Fundamentalmente es gracias a este proceso que el niño va aprendiendo, sin embargo en cada período evolutivo, y dependiendo del momento en que se encuentre dentro de él, podrá aprender una cosa y no otras. Los diversos objetos de conocimiento a los que se enfrenta serán explorados e interpretados de acuerdo con sus posibilidades no sólo físicas, sino también de acuerdo con la lógica propia del nivel correspondiente.

Por tal motivo es importante analizar más profundamente el período de las operaciones "concretas" ya que en esta etapa se encuentran los alumnos de sexto grado sujetos de nuestro trabajo y de los cuales nos interesa conocer el motivo por el cual presentan dificultad al manejar ceros en una sustracción.

Este período señala un gran avance en cuanto a socialización y objetivación del pensamiento,

Aún teniendo que recurrir a la intuición y a la propia acción, el niño ya sabe descentrar, lo que tiene sus efectos tanto en el plano cognitivo como en el afectivo o moral. Mediante un sistema de operaciones concretas, el niño puede liberarse de los sucesivos aspectos de lo percibido, para distinguir a través del cambio lo que permanece invariable.

No se queda limitado a su punto de vista, antes bien, es capaz de coordinar los diversos puntos de vista y de sacar las consecuencias,

En este período el niño todavía no puede razonar fundándose exclusivamente en enunciados puramente verbales y mucho menos sobre hipótesis, capacidad que adquirirá en el estadio inmediato, durante la adolescencia,

El niño concibe los sucesivos estados de un fenómeno, de una transformación, como "modificaciones", que implica la reversibilidad. El niño empleará la estructura de agrupamiento (operaciones) en problemas de seriación y clasificación,

Puede establecer equivalencias numéricas independientemente de la disposición especial de los elementos. Llega a relacionar la duración y el espacio recorridos y comprende de este modo la idea de velocidad. Las explicaciones de fenómenos físicos se hacen más objetivos. Ya no se refiere exclusivamente a su propia acción, sino que comienza a tomar en consideración los diferentes

factores que entran en juego y su relación. Es el inicio de una causalidad objetiva y especializada a un tiempo.

El niño no es capaz de distinguir aún de forma satisfactoria, lo probable de lo necesario. Razona únicamente sobre lo realmente dado, no sobre lo virtual. Por lo tanto en sus previsiones es limitado, y el equilibrio que puede alcanzar es aún relativamente poco estable.

La coordinación de acciones y percepciones, base del pensamiento operatorio individual, también afecta a las relaciones interindividuales. El niño no se limita al cúmulo de informaciones, sino que las relaciona entre sí, y mediante la confrontación de los enunciados verbales de las diferentes personas, adquiere conciencia de su propio pensamiento con respecto a los otros. Corrige el suyo (acomodación) y asimila el ajeno. El pensamiento del niño se objetiva en gran parte gracias al intercambio social.

La progresiva descentralización afecta tanto al campo del comportamiento social como al de la afectividad. En esta etapa, el niño no sólo es objeto receptivo de transmisión de la información lingüístico-cultural en sentido único, surgen nuevas relaciones entre niños y adultos, y especialmente entre los mismos niños. Piaget habla de una evolución de la conducta en el sentido de la cooperación. Analiza el cambio en el juego, en las actividades de grupo y en las relaciones verbales. Por la asimila

ción del mundo a sus esquemas cognitivos y apetencias, como en el juego simbólico, sustituirá la adaptación y el esfuerzo conformista de los juegos constructivos o sociales sobre la base de -- unas reglas. El símbolo, de carácter individual y subjetivo, es sustituido por una conducta que tiene en cuenta el aspecto objetivo de las cosas y las relaciones sociales interindividuales.

Los niños son capaces de una auténtica colaboración en grupo, pasando de la actividad individual aislada a ser una conducta de cooperación. También los intercambios de palabras señalan la capacidad de descentralización. El niño tiene en cuenta las reacciones de quienes lo rodean, el tipo de conversación "consigo mismo" que al estar en grupo (monólogo colectivo) se transforma en diálogo o en una auténtica discusión.

B. ¿Cómo se da el conocimiento matemático en el niño?

"La enseñanza de las matemáticas debe concebirse pensando en la mayoría de los educandos." (12) Ya que algunos individuos de inteligencia normal en todos los actos de la vida y que tienen buen éxito en las demás disciplinas, fracasan en matemáticas (desinterés por -- ciertos determinantes afectivos, sociales o psicológicos). Sin embargo, algunos que sí se interesan, que tienen éxito, por algún período más o menos largo, fracasan como si estuvieran ante un obstáculo más o menos infranqueable, teniendo buen éxito en -- todo lo demás que estudian.

En esta forma las matemáticas no podrían impartirse separadamente para ayudar a unos y a otros porque sería inoperante y -causaría grandes daños a la sociedad o sea no habría espíritu -- competitivo, y por miedo al fracaso se alejarían de otras profesiones importantes.

Existen algunos remedios posibles de orden pedagógico para adquirir el conocimiento matemático.

Según Piaget, señala que las estructuras operatorias de la inteligencia aunque son de naturaleza lógico-matemática no están conscientes en el intelecto de los niños, mientras le enseñanza de las matemáticas convida a los sujetos a reflexionar sobre las estructuras, por lo tanto el problema estriba en encontrar los - métodos más adecuados para pasar de las estructuras naturales -- que son materia de reflexión, a la reflexión en tales estructu-- ras y a su integración a la teoría, no haciéndolo de golpe sino gradualmente como se vaya presentando en la vida cotidiana para de allí dirigirse a los objetos matemáticos pues para pasar de - lo lógico a lo empírico, de las formas puras del pensamiento al objeto de la experiencia, se pasa por una serie de gradaciones - determinadas en la que figura la matemática como indispensable.

Los objetos que estudian las matemáticas se vuelven a encontrar en forma concreta en el universo empírico pero como seres - de razón cuya existencia no procede de una abstracción aplicada a los objetos empíricos sino de una definición deducida que los

convierte en un universo de ideas y signos y ésto es la intuición y el formalismo, sólo que la educación no asegura el conocimiento pues supone que los objetos matemáticos conocidos anteriormente - no pudieron obtenerse de ninguna otra pues son el origen de todas las demás.

En este punto la educación cede el paso a la intuición que lo remite a la experiencia concreta por lo tanto hay correspondencia entre los seres del universo racional y los del universo empírico,

A pesar de estos fundamentos "el formalismo es el instrumento que permite lograr la simultaneidad más allá de la sucesión," (13) pues en vez de operar con los contenidos mismos del pensamiento, en hacer corresponder a cada contenido con un signo determinado para lograr una condensación de todos los términos de una cadena demostrativa compleja en una fórmula única que permite abarcarlos en un sólo vistazo como una totalidad articulada, en donde los errores saltan a la vista.

El objeto matemático es el intermediario entre los objetos que estudian la lógica y los del universo empírico y participa a la vez de unos y de otros y las propiedades que lo emparentan con unos corrigen las que pertenecen a las demás.

El objeto lógico llega a ser idea pura pero encuentra en el objeto empírico concreto material que le da un apoyo intuitivo -

pues los juicios no se fundamentan ni en las propiedades percibidas en el objeto empírico ni en las que se han conservado en su imagen, sino en las únicas operaciones que la razón consciente da en tales circunstancias,

El formalismo en la matemática moderna es una intuición de orden completamente distinto que se aplica cuando se recurre al sentimiento de prueba o comprobación ligada a la experiencia concreta para establecer la verdad de los conocimientos que se han obtenido anteriormente y que la experiencia puede engañarnos.

A principio del siglo XX el método axiomático se extiende al álgebra organizándose como teoría de las operaciones en objetos abstractos, evacuando la intuición y volviéndose las matemáticas hipotético-deductivas pasando el interés del contenido a las estructuras, de la verdad de las proposiciones aisladas a la coherencia interna del sistema total, perdiendo el objeto matemático sus nexos con el objeto empírico, inclinándose hacia el objeto lógico.

"El formalismo por sí mismo no basta para fundamentar el conocimiento."

(14) Para que verdaderamente se comprenda, el conocimiento que el razonamiento fundamenta, es preciso que haya una intuición que le preceda y otra que le siga por lo que podemos ver que el formalismo y la intuición no se excluyen sino se complementan y que la pedagogía de las matemáticas se base en la intuición y en la didáctica que es el arte de razonar metódicamente y justamente.

Si se desea pasar de las estructuras naturales y no reflexio-
nadas o sea la armazón lógica de la experiencia ordinaria a la
reflexión sobre estas estructuras y su articulación en una teo-
ría hay que tomar en cuenta lo siguiente: "Hay empirismo cuando el
educador sustituye la demostración con una experiencia física," (15), con
la simple lectura de los resultados obtenidos. Pero cuando la
experiencia sirve de oportunidad para la coordinación de las ac-
ciones y cuando la abstracción se refiere a estas acciones y no
al sujeto, la experiencia prepara el espíritu deductivo en vez
de contrarrestarlo proporcionándole un apoyo al entendimiento --
que le permite captar, cada estructura y la formalización expli-
cará su organización y definirá su universalidad o generalidad.
Esta primera captación que es global por ser intuitiva se articula
en cadenas de determinantes y determinados en donde cada eslabón
intermediario es a la vez uno y otro es decir la cadena es cons-
tituida por el sujeto pero su construcción está determinada por
el objeto, el análisis formal de la estructura garantiza su cohe-
rencia ya que la explica aclarándola para su comprensión ha se-
parado y distribuido en el tiempo y que ahora puede captarse de
una sola vez y en conjunto.

En el plazo pedagógico el método es sencillo lograr hacer
pensar al alumno porque lo deja pensar a su manera, estructura y
transforma el dato con las representaciones de que él dispone en
la inteligencia de que los objetivos así captados corrigen las
representaciones del sujeto en el sentido de su adecuación a su
propia realidad objetiva (niños de 2 a 6 años),

En la escuela maternal el interés principal no reside en aprendizajes matemáticos, sino en el desarrollo de la psicomotricidad, del lenguaje, la imaginación, sociabilidad y madurez afectiva, bajo un programa de actividades lúdicas.

La intuición será tomar conciencia de ciertas estructuras matemáticas en la experiencia ordinaria y su formalización se limitará a expresarlas en términos apropiados, de igual manera la intuición de las relaciones topológicas, ésta es la ciencia que estudia los razonamientos matemáticos sin ningún resultado concreto.

"La formalización de las intuiciones en la escuela maternal es la simbolización con el paso progresivo de los objetos a los signos," (16), es -- también la utilización de un vocabulario apropiado; el recurso a la intuición consiste en sustituir una expresión poco significativa para el niño con una expresión más familiar que designa las formas empíricas del hecho matemático. Por ejemplo: al mencionar el conjunto de los círculos amarillos está dentro del conjunto de los círculos, en vez de incluido en...

Lo importante en la evolución de las intuiciones y la formalización de las nociones es favorecer la organización de esquemas que servirán de puntos de apoyo a otras intuiciones o formalizaciones.

En la escuela maternal el niño logra espontáneamente el co-

nocimiento de los 4 6 5 primeros números independientemente de toda sistematización y reconocidos a través de la captación perceptiva del conjunto a que se aplica como una característica de este conjunto.

Este conocimiento es el que va a servir de intuición fundamental para la construcción del número. En la construcción del número el sujeto efectúa una síntesis que consiste en combinar la inclusión, la seriación en el espacio y el tiempo. El número se constituye así en conexión con la inclusión y la seriación -- que son agrupamientos ya constituidos de ahí el interés de los ejercicios preparatorios en las escuelas maternas y en los que las propiedades objetivas de los conjuntos estructuran estos agrupamientos subjetivos y como procede, por su fusión nace de una síntesis original por lo que después vuelve a aparecer, sin embargo, ya se cuenta con la estructura de la serie natural de enteros y de la propiedad que la fundamenta: todo número es igual al precedente más uno, esta propiedad objetiva induce la acción subjetiva que es la repetición de la unidad. Partiendo de la intuición primera que da el número mayor conocido se tendrá cinco será, cuatro más uno; seis será, cinco más uno y así sucesivamente el sujeto construirá el objeto,

En la escuela primaria el niño descubre los números y buscan la manera de ordenar su descubrimiento y hacerlo operatorio, esto sería a través de la numeración decimal. El agrupamiento con diez unidades de un orden cualquiera permite construir una -

de orden inmediatamente superior.

La convención decimal es de origen social por lo que es mejor hacer que el niño lo adquiera dejando que el objeto estructure a quien lo adquiere pues la consigna objetiva y estable del agrupamiento por diez determina la construcción de los esquemas correspondientes.

En la adolescencia se le podría pedir que invente a partir de conjuntos de objetos, otros sistemas que permitan numerarlos con lo que el alumno descubrirá los problemas que plantean para nombrar, numerar, leer y escribir los números formados y las convenciones que hay que adoptar para resolverlos.

En resumen se puede decir que el conocimiento matemático se da en el niño por medio del método genético-estructural, en donde el problema principal estriba en el punto de partida y en los objetivos obtenidos al final. El método concilia así las exigencias de la intuición y las del formalismo colocándolas en una situación de control recíproco desechando de ellas las ambiguedades y las incertidumbres.

C. Aprendizaje y enseñanza,

La enseñanza es la actividad que dirige el aprendizaje. --
Para enseñar bien, necesitamos como profesores, tener primero --
una noción clara y exacta de lo que realmente es "aprender" y --

"enseñar" pues existe una relación directa y necesaria, no sólo teórica, sino práctica entre esos dos procesos básicos.

Aprendizaje:

En siglos pasados predominaba la noción errónea de que "aprender era memorizar", hasta que el alumno pudiera repetir las palabras del profesor. Sobre este falso supuesto, enseñar era sinónimo de indicar y tomar lecciones recitadas de memoria por los alumnos.

A partir del siglo XVII predominó la fórmula de Comenio que decía: Primero, la comprensión reflexiva; después, la memorización de lo comprendido, por fin la aplicación de lo que ya fue comprendido y memorizado.

Conforme a estas nuevas premisas, la enseñanza pasó a ser intensamente expositiva y explicativa.

En la época actual, la mera explicación verbal del profesor no es tan esencial e indispensable para que los alumnos aprendan; sirve sólo para iniciar el aprendizaje, pero no para integrarlo y llevarlo a buen término, ya que se obtiene mejor rendimiento por medio del estudio dirigido.

El proceso de aprendizaje de los alumnos es bastante complejo ya que el aprendizaje es un proceso de asimilación lento, gradual y complejo de interiorización y asimilación, en el cual la

actividad del alumno constituye un factor de importancia decisiva.

El aprendizaje es un proceso eminentemente operativo, en el cual cumplen un papel fundamental la atención, el empeño y el esfuerzo del alumno.

El proceso de aprendizaje se desarrolla en etapas bien definidas que enseguida sintetizaremos:

- a) Pasa de un estado de sincretismo inicial, en el que abundan vagas nociones confusas y erróneas, flotando sobre un fondo indiferenciado de cándida ignorancia, a...
- b) una fase de enfoque analítico, en que cada parte del todo es, a su vez, examinada e investigada en sus pormenores y particularidades. Algunos pedagogos llaman a esta fase "diferenciación", "discriminación" o simplemente "análisis", esta fase de la percepción analítica es esencial en el proceso de aprendizaje;
- c) sigue una fase de síntesis integradora; relgando los pormenores a segundo plano, se afirman las perspectivas de lo esencial, de las relaciones y de la importancia de los principios, datos y hechos ya analizados, integrándolos en un todo coherente y vitalmente significativo. Esta fase se designa como "integración" o como "síntesis".

d) Didácticamente concluye en una fase de consolidación o fijación; en ésta mediante ejercicios y repasos interactivos, se refuerza o fija lo que se ha aprendido analíticamente y sintéticamente, hasta convertirlo en una adquisición integrada en esquemas mentales del alumno, correctamente estructurados.

En estas etapas sobresale, como factor fundamental del proceso de aprendizaje, la actividad personal del alumno, mediante la cual interioriza y asimila los conocimientos o las aptitudes que debe adquirir o desarrollar. Todo el proceso consiste, en una interiorización de estructuras cognoscitivas sobre una base de energía que resulta de la dinámica afectiva del alumno.

Estas fases no son herméticas; no hay un momento preciso en que podamos decir que termina una fase y empieza otra, por esta razón nuestros alumnos no reaccionan todos de igual manera. Hay entre ellos rasgos y diferencias individuales con relación a su nivel de madurez, capacidad general, preparación escolar, aptitudes específicas, método y ritmo de trabajo.

Identificar estos rasgos y diferencias individuales, es explorar sus posibilidades, compensar sus deficiencias y, asimismo, encuadrar a todos los alumnos en un plano de aprendizaje y esto es "enseñar" en su sentido moderno más auténtico.

La esencia del "aprender" no consiste en repetir mecánica-

mente textos sino es la actividad mental intensiva que el alumno posee.

Todo aprendizaje es un proceso eminentemente activo y basado sobre experiencias, y sus componentes son la actividad, la reflexión y la tendencia hacia objetivos determinados; esta actividad el alumno la realiza de acuerdo con el nivel de madurez que posee, y parte de los esquemas mentales de que dispone para asimilar e incorporar los nuevos conocimientos que se le brindan.

En resumen el aprendizaje consiste esencialmente en modificar el comportamiento del alumno y en enriquecer su personalidad.

Toda auténtica experiencia reflexiva de aprendizaje debe proponerse concretamente estos resultados:

- a) modificar la actividad y la conducta anterior del alumno;
- b) promover la formación de nuevas actividades y nuevas conductas, más inteligentes, ajustadas y eficaces;
- c) enriquecer la personalidad del alumno con nuevos y mejores recursos de pensamiento, acción y convivencia social, que le abran nuevas perspectivas culturales y sociales.

En estos propósitos se apoya el verdadero valor educativo -

del aprendizaje escolar y su razón de ser.

Enseñanza:

Al ser el aprendizaje auténtico un conjunto de experiencias concretas de carácter reflexivo sobre los datos escolares, es evidente que la enseñanza auténtica consistirá en proyectar, orientar y controlar esas experiencias de trabajo reflexivo de los alumnos, sobre los datos escolares o la vida cultural de la humanidad.

Enseñar es dar a los alumnos la oportunidad para manejar inteligente y directamente los datos de la disciplina (materia), - organizando, dirigiendo y controlando experiencias fructíferas - de actividad reflexiva. En síntesis, enseñar es incentivar y orientar con técnicas apropiadas el proceso de aprendizaje de los alumnos, o sea es encaminarlos hacia los hábitos de aprendizaje, que los acompañarán a través de la vida y les permitirán comprender y enfrentar, con mayor eficiencia, las realidades y los problemas de la vida en sociedad.

Existen algunas actividades que los profesores deben de llevar a cabo para realizar una buena técnica de la enseñanza:

- a) prever y proyectar la marcha del proceso aprendizaje, imprimiendo una organización funcional al programa de trabajos y reuniendo el material bibliográfico y los medios auxiliares necesarios para estudiar la asignatura e ilustrarla.

- b) iniciar a los alumnos en el estudio de la asignatura, es timulándolos, proveyéndolos de los datos necesarios, orientando su razonamiento, aclarando sus dudas y fortaleciendo su progresiva comprensión y dominio de la materia;
- c) encaminar a los alumnos en actividades concretas, apropiadas y fecundas, que los conduzcan a adquirir experimentalmente un creciente dominio reflexivo sobre la materia, sus problemas y sus relaciones; diagnosticar las causas de dificultad, frustración y fracaso que los alumnos puedan encontrar en el aprendizaje de la materia, y ayudarlos a superarlas, rectificándolas oportunamente;
- d) ayudar a los alumnos a consolidar, integrar y fijar mejor lo que hayan aprendido, de forma que sean modificadas sus actitudes y su conducta en la vida;
- e) finalmente, comprobar y valorar objetivamente los resultados obtenidos por los alumnos en la experiencia del aprendizaje y las probabilidades de transferencia de esos resultados a la vida.

Estas actividades deben ser realizadas por los profesores con criterio y sentido de la realidad,

Lo que interesa, fundamentalmente, en la enseñanza es: incentivar y orientar la actividad reflexiva de los alumnos hacia

los reactivos culturales de la materia, de acuerdo con el nivel de capacidad y comprensión que posean,

D. Didáctica de las matemáticas,

"La didáctica de las matemáticas estudia los procesos de transmisión y adquisición de los conceptos matemáticos en el medio escolar y universitario." (17) por lo tanto se trata de un sistema: el sistema didáctico y su funcionamiento, que está formado por profesores, alumnos y saber enseñado, además de todo lo que la sociedad piensa sobre los contenidos de la enseñanza, en la época en que se vive, y que ayuda a resolver los conflictos y transacciones realizándose la articulación entre el sistema didáctico y su entorno.

Esto nos demuestra, que las matemáticas se encuentran en el centro de otras ciencias que tienen estrecha relación con ella y que no se deben subestimar como la Psicología en las facultades y manera de sentir y pensar del alumno y la Epistemología en los fundamentos adquiridos por la experiencia. Así mismo liga entre sí las didácticas de varias disciplinas así como lo que las separa; saberes diferentes cuya apropiación y transmisión plantea -- problemas específicos,

Siempre se ha buscado mejorar la enseñanza, arguyendo que la enseñanza tradicional era obsoleta y que existía demasiada complejidad en los mecanismos para transformar los saberes en objetos de enseñanza y que éstos pudieran sumarse al sistema didáctico.

Para conseguir el mejoramiento de la enseñanza es necesario usar la transportación didáctica que consiste en darles un concepto más general a los procesos empleados para que el objeto del saber se transforme en el conocimiento que se debe enseñar es decir, que se transforme en objeto de enseñanza, no debe tomar en cuenta problemas específicos de los objetos de enseñanza porque no se tomarían en cuenta las relaciones entre el objeto de enseñanza y otras disciplinas, por lo que no es conveniente estudiar por separado la multiplicación, la división, las fracciones, los números racionales, las proporciones, porque las relaciones que el alumno encontrará en los problemas de multiplicación y división participan de todos estos conceptos, por lo que hay que tener noción del campo conceptual que es el espacio o conjunto de problemas o de situaciones problema, cuyo tratamiento implica conceptos y procedimientos de diversos tipos en estrecha relación.

Para la adquisición de nuevos conocimientos con relación al alumno o sujeto que aprende, es muy importante tomar en cuenta la concepción del sujeto, es decir los conocimientos que ya posee para poder recibir el nuevo conocimiento y el material con el que cuenta para poder analizar e interactuar en relación al objeto de estudio. Los contenidos no se consideran aquí como un cierto grado de estructuras mentales generales sino que los conceptos modifican los contenidos del conocimiento.

En cambio, la didáctica imprime otro sentido al estudio de las relaciones entre el sujeto y el objeto de estudio.

Para la didáctica el mayor problema consiste en el estudio de las condiciones en que se conforma el saber pero con miras a su mejoramiento, a su control y reproducción, sobre todo en la escuela.

El concepto principal en este nivel de análisis es la enseñanza de la interacción entre el sujeto que puede ser un alumno o un grupo de alumnos, cierto medio que cuenta con el material necesario y un sistema educativo que es el profesor con el objeto de que los alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de formación.

Según G. Brousseau se excluye la presencia del maestro para así no interceptar las acciones exteriores que se relacionen con el objeto de enseñanza y contruir un proceso de aprendizaje en el que el conocimiento aparezca progresivamente en el niño por su actividad y esfuerzo contra los obstáculos encontrados en el curso de la actividad y que provoquen las modificaciones en el a lumno al aparecer los conceptos deseados.

Actualmente los didáctas siguen la teoría de las situaciones didácticas recopiladas por G. Brousseau en una génesis escolar que sin tomar en cuenta los contenidos clasifica en cuatro e tapas; situaciones de acción, de formulación, validación y las si tuaciones de institucionalización,

En las situaciones de acción se confronta el alumno con una

situación que le plantea problemas, en la búsqueda de soluciones produce acciones que pueden conducir a crear un saber práctico.

En las situaciones de formulación, cuando se hace necesario un intercambio de informaciones y la creación de un nuevo lenguaje que facilite el intercambio,

En las situaciones de validación, los intercambios no solamente se refieren a las informaciones sino también a las declaraciones. Debe probarse de otro modo, lo que se afirma con la acción.

En cuanto a las situaciones de institucionalización se establece convencional o explícitamente el estatus cognoscitivo de un conocimiento o de un saber.

En estos marcos teóricos se pone de manifiesto la actividad del alumno en los procesos de aprendizaje y le atribuyen la responsabilidad de la construcción de su saber.

Se han hecho una serie de investigaciones con la finalidad de mejorar la didáctica de las matemáticas en el proceso enseñanza aprendizaje, de modelos más compatibles con la ideología escolar,

V, ESTRATEGIAS DIDACTICAS

A. Forma de trabajo.

Ya hemos hablado de la importancia de que la actividad orientada al aprendizaje de las matemáticas parte de la necesidad de resolver situaciones interesantes para el niño, ya que para él los problemas que surgen tanto en sus juegos como en general en su vida diaria, le impulsan a buscar soluciones.

Puesto que sería un tanto difícil e ilusorio esperar que la realidad misma nos presentara todas las oportunidades necesarias para trabajar con los niños el Sistema Decimal de Numeración, -- con vistas a la comprensión del mismo, hemos recurrido principalmente a juegos como un instrumento para alcanzar nuestros objetivos.

Proponemos esta forma de trabajo porque consideramos que, -- por una parte la metodología que en general utiliza la escuela, -- lejos de ayudar al niño a avanzar, le hace perder totalmente el genuino interés por el aprendizaje,

Por otra parte, en la llamada reeducación suele propiciarse en el niño conocimientos que, si bien en parte pueden contribuir a la construcción de determinados conocimientos matemáticos, finalmente no van más allá de lo que la escuela misma suele producir: respuestas hechas y aprendizaje mecanicista sin la verda-

dera comprensión por parte del niño.

Para trabajar con el Sistema Decimal de Numeración proponemos que el maestro esté consciente de la necesidad de hacerlo de acuerdo con los principios generales que hemos venido mencionando a lo largo de esta propuesta, los cuales resumimos enseguida.

Es pues necesario que el maestro:

- Recuerde las características psicológicas del niño.
- Presente a los alumnos situaciones de trabajo próximas a su realidad.
- Propicie un clima de libertad que permita a los niños plantear situaciones que les interesan.
- Favorezca que los niños no sientan temor a equivocarse, sean capaces de opinar y plantear sus dudas o reflexiones.
- Recuerde que los errores que los alumnos cometen son instrumentos útiles para la construcción del conocimiento y, por lo tanto, deben aprovecharse para plantear situaciones de conflicto cognitivo, en lugar de sólo enseñarlos y dar al niño la respuesta correcta.
- Esté atento a los intereses de los niños y sea suficientemente

flexible para posponer una actividad que tenía perfectamente planificada cuando surge en el grupo un tema para tratar o un problema para resolver,

- Recuerde que en el juego está el interés primordial de los niños, y en consecuencia, proponga actividades que conduzcan a la reflexión lógico-matemática.
- Trate que los mismos niños inventen y propongan problemas.
- No privilegie las actividades con lápiz y papel porque sabe -- que en el proceso de aprendizaje es mucho más útil organizar juegos de equipo y trabajar con objetos concretos para lograr la comprensión, que a partir de lo convencional, para desembo--car en lo mecánico.
- Esté siempre consciente de que el niño no es "sólo intelecto" y dé, por lo tanto al aspecto afectivo la importancia que tiene en las posibilidades de aprendizaje, en la persona total -- del alumno y en el grupo de trabajo.

El seguimiento de los principios aquí señalados podrá propi--ciar que los niños modifiquen la idea que suelen tener respecto a qué son las matemáticas y cuál es su utilidad: no son producto de la magia, son autovaliables y por tanto pueden y deben verifi--carse,

B. Las actividades.

En términos generales, el objetivo de las actividades que presentamos en esta propuesta es, que los niños lleguen a comprender qué es el Sistema Decimal de Numeración, cómo funciona y cuál es su utilidad, con lo cual se propiciará que paulatinamente lleguen a adquirir el dominio necesario del mismo.

Intentamos pues favorecer que los alumnos construyan los conocimientos necesarios para la comprensión de que:

- El Sistema Decimal de Numeración nos permite representar las cantidades de manera sencilla y práctica y facilita el cálculo con las mismas.
- El Sistema Decimal de Numeración constituye una forma determinada de agrupación que pueden intercambiarse entre sí de una manera sistemática y de acuerdo con una regla específica (base 10),
- El Sistema Decimal de Numeración es un sistema posicional donde los números tienen un valor absoluto y un valor relativo, - éste último depende del lugar que una cifra ocupe en un número determinado,
- En la representación gráfica de las cantidades de acuerdo con el Sistema Decimal de Numeración, es decir, en los números es-

critos, es preciso respetar el valor posicional de cada dígito, pues su alteración da por resultado la escritura de otro número muy distinto.

- La regla básica de funcionamiento del Sistema Decimal de Numeración (base 10): agrupar 10 unidades para poder pasar a otra unidad de un orden superior,
- Los algoritmos de las operaciones (suma, resta, etc.) funcionan y se rigen por las características del Sistema Decimal de Numeración.

Estos conocimientos juntos con otros que están implícitos o se derivan de ellos son los que queremos favorecer en los alumnos por medio de las actividades que aquí proponemos.

C. Formación de los grupos de trabajo.

Con miras a lograr los objetivos mencionados en el punto anterior, es necesario que los alumnos trabajen en pequeños grupos de aproximadamente un mínimo de 2 y un máximo de 5. Esto con el fin de propiciar el intercambio de ideas y la necesaria confrontación entre ellos.

D. Organización de las actividades.

En cada una de las actividades se señala al principio los objetivos que se intentan conseguir en los niños por medio de estas actividades. Cabe aclarar, sin embargo, que no se pretende lograr el objetivo aplicando la actividad sólo una vez. En general, todas las actividades requieren de un trabajo que se llevará a cabo en un tiempo indeterminado, puesto que los alumnos requieren de un proceso en el que el aprendizaje se va dando paulatinamente.

Por lo tanto, es necesario que el maestro repita cada una de las actividades tantas veces como el proceso de los niños le indique. Es indispensable que el maestro comprenda el objetivo para utilizar su creatividad e imaginación, para idear otras situaciones con ese mismo objetivo, o introducir modalidades que le permitan realizar actividades y no caer en la monotonía.

E. Materiales.

En cada actividad se especifica el tipo y cantidad del material que se requiere, estos materiales son sumamente sencillos, pues se emplean materiales de desecho como fichas, botes, cajas de cartón y alguno que otro de fácil adquisición.

F. Desarrollo de las actividades.

Al principio de esta propuesta mencionamos que la resta es una operación, en la que algunos niños presentan serias dificultades, principalmente cuando ésta implica el uso de los ceros -- tanto en el minuendo como en el sustraendo y esto no implica que los alumnos no sepan restar sino que lo hacen mecánicamente, esto demuestra que los alumnos no entienden cabalmente el funcionamiento del Sistema Decimal de Numeración y no comprenden en realidad la razón del procedimiento por el cual se llega a cierto resultado, ésto nos demuestra que es necesario afianzar ese concepto para lo cual proponemos los siguientes juegos.

1. El Banquero. (Ver Anexo I).

Objetivo:

- Agrupar objetos con base a una regla específica.
- Comparar agrupamientos.
- Representar gráficamente los agrupamientos realizados.

Material para cada equipo:

1 dado

1 caja

60 fichas amarillas

40 fichas rojas

11 fichas azules

Organización:

Se divide al grupo en equipos de 4 niños como máximo, Tres de ellos son jugadores y el otro es el cajero.

El maestro explica que van a jugar al banco. Puede preguntar qué se hace en un banco, quiénes trabajan en él, qué es un cajero, qué hace, etc.

Los alumnos se ponen de acuerdo en que lo más importante -- que hace el cajero es pagar, cobrar y cambiar dinero.

El maestro entrega la caja y las fichas al cajero.

Explica que las fichas de colores van a ser el dinero y que no todas valen igual.

Luego se les explica que cuando junten 4 fichas amarillas -- las pueden cambiar por una ficha roja y 4 fichas rojas las cambian por una azul.

Después explica el juego; Cada quién, por turnos va a tirar el dado para que el cajero le dé la cantidad de fichas amarillas que el dado indique. Tan pronto como tenga 4 fichas amarilla, las cambiará por 1 roja,

El maestro advierte a los niños que deben de fijarse en que el cajero les dé el número de fichas que marce el dado, y -

cuando cambien éstas les dé las fichas del color correcto.

Cuando han pasado 4 vueltas los niños comparan sus fichas para saber quién tiene más dinero; éste último será el que gana el juego.

2. Cambiando diez por uno, (Ver Anexo II).

Objetivo:

- Iniciar al niño en la comprensión del sistema decimal de numeración.

Material:

Frijoles, canicas, dulces (éstos servirán como premios), -- dos dados.

Organización:

Se esparcen sobre el banco una cantidad de frijoles, luego cada niño tira los dos dados que posee y recoge una cantidad de frijoles igual a los puntos que sacó. Cada vez que tenga diez frijoles los puede cambiar por una canica. A su vez canicas se cambian por un premio, en este caso: dulces.

Comienzan a jugar por turnos; cuando un niño obtiene un -- dulce, se le considera ganador y abandona el juego. Este continúa hasta que todos los miembros del equipo hayan gnado un premio.

3. La Decena. (Ver Anexo III).

Objetivo:

- Comprender los conceptos de decena y unidad.

Material:

Palillos o popotes u otros objetos que permitan ser atados para formar paquetes, se les da una cantidad mayor que 20 y menor de 50 (diferente cantidad a cada niño).

Organización:

Suponiendo que son popotes, se les explica que cada popote es una unidad. Se le hace pensar por qué creen que se llamará unidad. (porque es uno).

Luego se les dice que van a hacer montoncitos de 10 unidades con los popotes que se les repartió y cada montoncito lo van a amarrar con una liga.

Ya que hayan amarrado los montoncitos, les pregunta cuántas unidades amarraron y cuántas les quedaron sueltas.

Luego les informa que un paquetito de 10 unidades se llama decena y se les hace pensar por qué se llamará así (dice la palabra "decena" enfatizamos al decir "dec..."). Les dice que se llama decena porque tiene 10 unidades, tiene 10 popotes.

Es indispensable que el maestro proponga en varias ocasiones el trabajo aquí descrito utilizando diferentes materiales en cada ocasión,

El trabajo con el sistema decimal de numeración es necesario que se lleve a cabo con continuidad, es decir que no se haga un día y luego se retome 15 días después, sino aproximadamente una o dos veces por semana hasta que se hayan entendido las bases del sistema decimal de numeración.

El trabajo que desarrollaremos a continuación está orientado a que el niño descubra la suma y la resta.

4. El Boliche. (Ver Anexo IV).

Objetivo:

- Realizar sumas a partir de una situación de juego.

Material:

Botes de diferentes tamaños con números pintados que indiquen sus valores respectivos, de acuerdo a las cantidades que los alumnos manejan, pelota chica,

Organización:

El maestro coloca los botes en el suelo y los niños, por turnos, realizan tres tiros con la pelota. Cada uno calcula cuántos envases derribó y cuántos puntos sacó, ya sea en forma oral o representando la suma por escrito.

Cuando todo el equipo ha jugado, compara los resultados y decide quién fue el niño ganador, quién el que obtuvo el segundo lugar, etc.

Una vez que el maestro ha trabajado la suma tanto en forma oral como su representación escrita, puede iniciar el trabajo de resta planteando a los alumnos problemas en forma oral, para luego motivarlos para que los elaboren gráficamente.

5. Llegando al cero. (Ver Anexo V).

Objetivo:

- Comprensión de la resta en base a manipulación de objetos.

Material:

30 fichas azules con valor de 1 cada una (unidad).

30 fichas amarillas con valor de 10 cada una (decena).

3 fichas rojas con valor de 100 cada una.

2 ruletas que tendrán los números del 0 al 9 una azul y una amarilla.

1 caja.

Organización:

Se formarán equipos de tres alumnos a los cuáles se les dará una ficha a cada uno de color roja que tendrá un valor de cien puntos,

La mecánica del juego consiste en que los niños partan de cien y lleguen hasta el cero.

Girarán las ruletas por turnos y formarán un número, por ejemplo, si la ruleta amarilla cae seis y la ruleta azul en uno el niño forma el número 61,

Estos puntos se le restarán a los cien puntos que ya tiene, para ésto canjeará su ficha por el equivalente de fichas azules y amarillas según las necesite, el niño colocará en la caja la cantidad de puntos que obtuvo en las ruletas y se quedará con el resto, así sucesivamente hasta llegar al cero, ganará el niño que primero se quede sin fichas.

Si el niño forma un número que sea mayor a la cantidad que tiene perderá su oportunidad y pasará el turno al siguiente compañero.

Cuando el niño tenga 20 o menos puntos girará solamente la ruleta de las unidades hasta que se quede sin fichas.

El método utilizado en la realización de este tipo de juegos es el método inductivo-deductivo, ya consideramos que el alumno maneja ciertas situaciones particulares para llegar a una generalidad que una vez comprendida puede ser aplicada en situaciones posteriores.

En cuanto a la evaluación, creemos que la mejor manera de - realizarla es con la observación interesada del maestro durante la práctica del juego.

Posteriormente se aplicó una ficha de trabajo en la que se revisó el contenido de los objetivos propuestos, obteniéndose resultados satisfactorios ya que se observó lo siguiente:

- Al dictarse una suma, acomoda correctamente las cifras y resuelve bien la operación.

- En el dictado de una resta acomoda y resuelve correctamente, haciendo las decodificaciones de decenas a unidades - para poder "prestar".

VI. CONCLUSIONES

Como punto final de este trabajo, diremos que las actividades aquí propuestas nos reafirman la opinión que el niño puede descubrir y crear en la escuela mientras se divierte y cumple -- los diferentes aspectos de los contenidos escolares; por eso nos permitimos elaborar las siguientes conclusiones:

1. Mediante lo tratado aquí conocemos que el niño de sexto grado es capaz de comprender cabalmente el sistema decimal de numeración.
2. Al alumno hay que darle libertad, para que construya su propio aprendizaje.
3. La enseñanza del sistema decimal de numeración es de suma importancia para que el niño realice las operaciones fundamentales.
4. Los conocimientos matemáticos son más accesibles al niño cuando son adaptados a su realidad,
5. El empleo de juegos en la enseñanza de las matemáticas, proporcionan al niño elementos para que construyan ellos mismos sus propios conocimientos de una manera gradual,
6. Mediante el trabajo en grupos fomenta la cooperación entre -- compañeros.

CITAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) U.P.N. La Matemática en la Escuela I. Antología. México, -
S.E.P., 1988, pág, 50.
- (2) Ibid. p. 50
- (3) Ibid. p. 50
- (4) Ibid. p. 51
- (5) Ibid. p. 53
- (6) Ibid. p. 53
- (7) U.P.N. La Matemática en la Escuela I. Apendice. México, - -
S.E.P., 1988, pág. 24
- (8) Ibid. p. 24
- (9) Ibid. p. 49
- (10) U.P.N. La Matemática en la Escuela I. Antología. México, - -
S.E.P., 1988, pág, 49
- (11) J.E. Rozan. Aritmética y Nociones de Geometría. México, Ed.
Progreso, 1971, pág. 66

(12) U.P.N. La Matemática en la Escuela II. Antología. México, -
S.E.P., 1985, pág. 19.

(13) Ibid. p. 22

(14) Ibid. p. 24

(15) Ibid. p. 25

(16) Ibid. p. 27

(17) Ibid. p. 148

BIBLIOGRAFIA

- A. DE MATTOS, Luiz. Compendio de la didáctica general. Buenos Aires, Argentina. Ed. Kapelusz, 1960.
- PIAGET, Jean. Seis estudios de psicología, Barcelona, Ed. Ariel Seix Barral, 1974.
- REYES P., Juvencio. Matemática explicada, México, D.F., 1977.
- ROZAN, J.E. Aritmética y nociones de geometría, México, D.F., 1977.
- TIJERINA, Buenaventura. Técnica para la orientación de la aritmética y de la geometría en las escuelas primarias, Monterrey, N.L., 1959.
- U.P.N. La Matemática en la Escuela I, Antología, México, S.E.P. 1988.
- U.P.N. La Matemática en la Escuela II, Apendice, México, S.E.P. 1988.
- U.P.N. La Matemática en la Escuela II, Antología, México, S.E.P. 1989.
- U.P.N. La Matemática en la Escuela III, Antología, México, S.E.P. 1988.

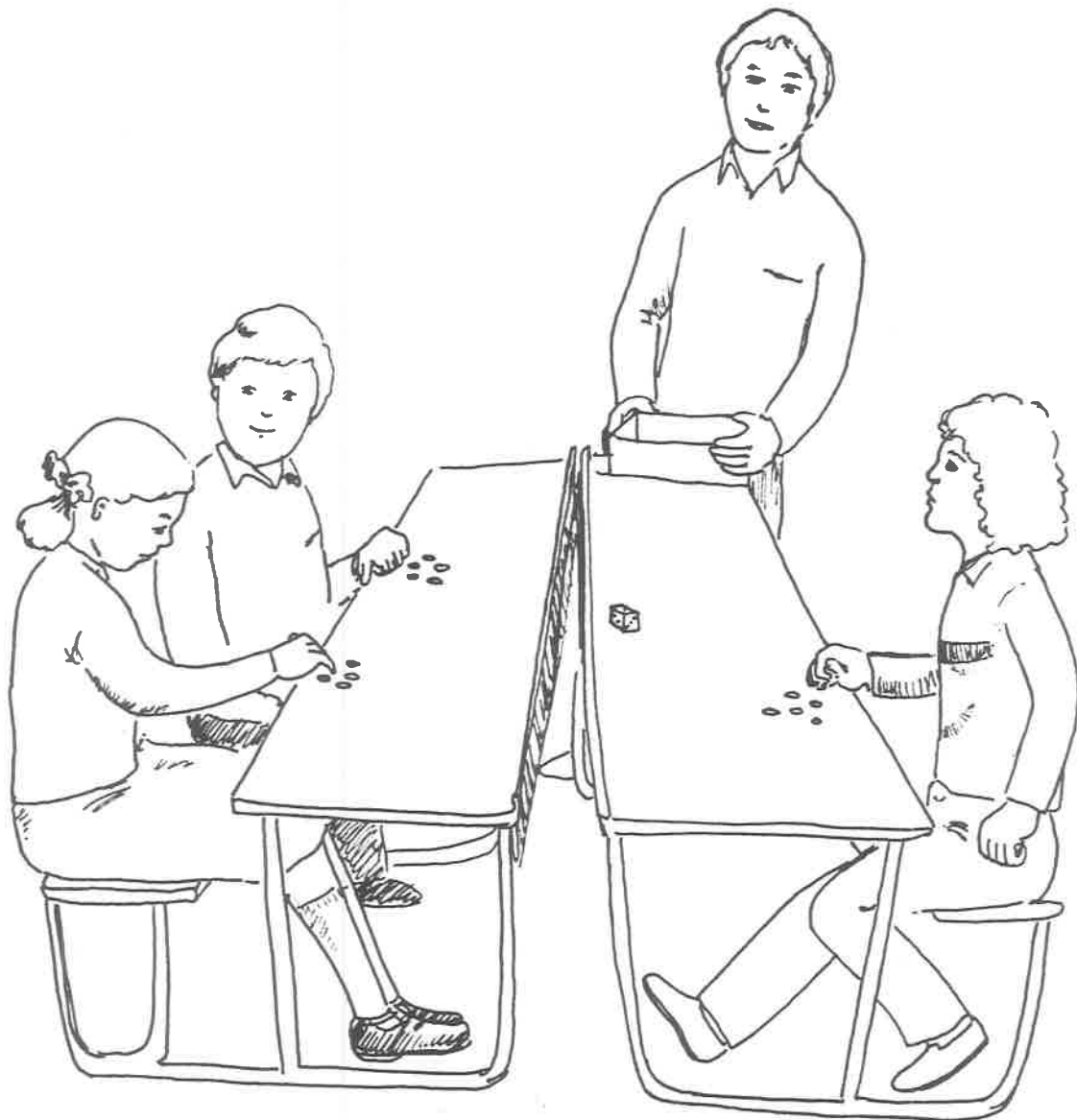
U.P.N. Desarrollo del niño y aprendizaje escolar, Antología, México, S.E.P., 1986.

U.P.N. Teorías del aprendizaje, Antología, México, S.E.P., 1986.

ANEXO I

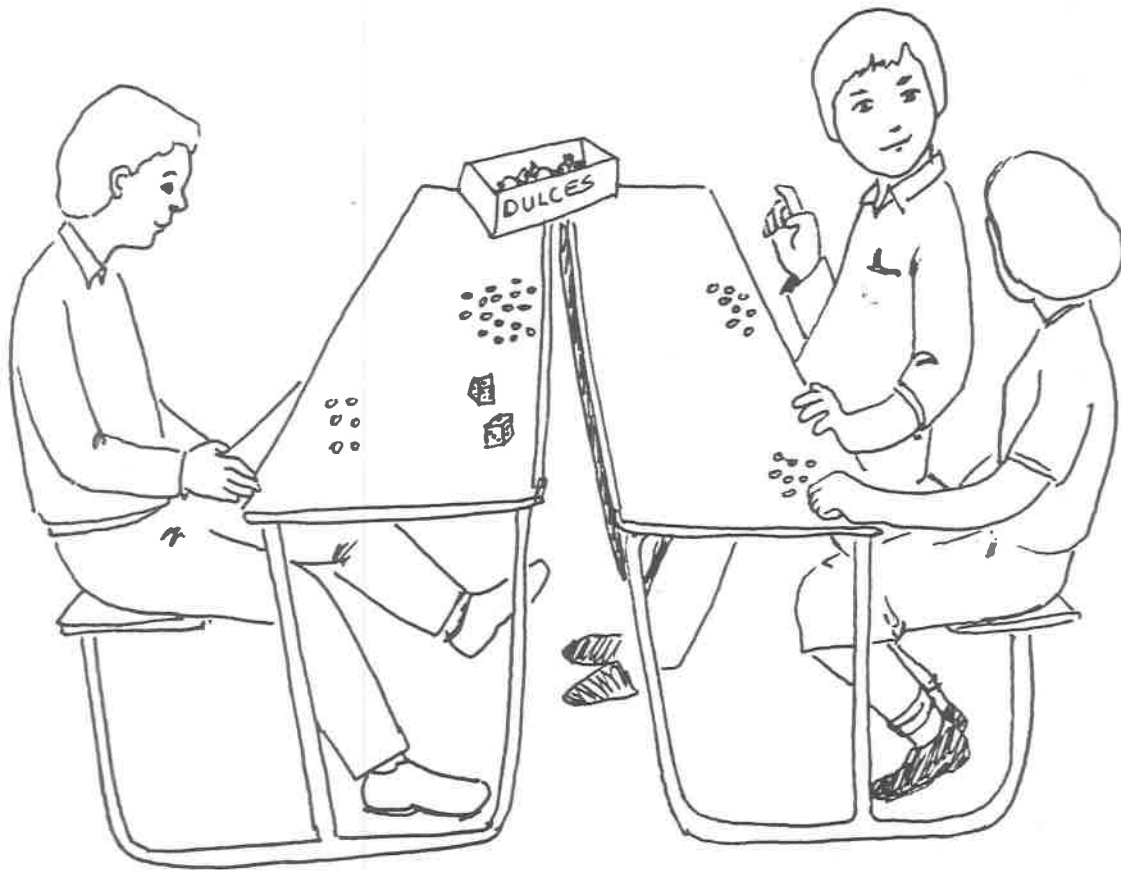
ILUSTRACION DEL JUEGO:

EL BANQUERO



ANEXO II

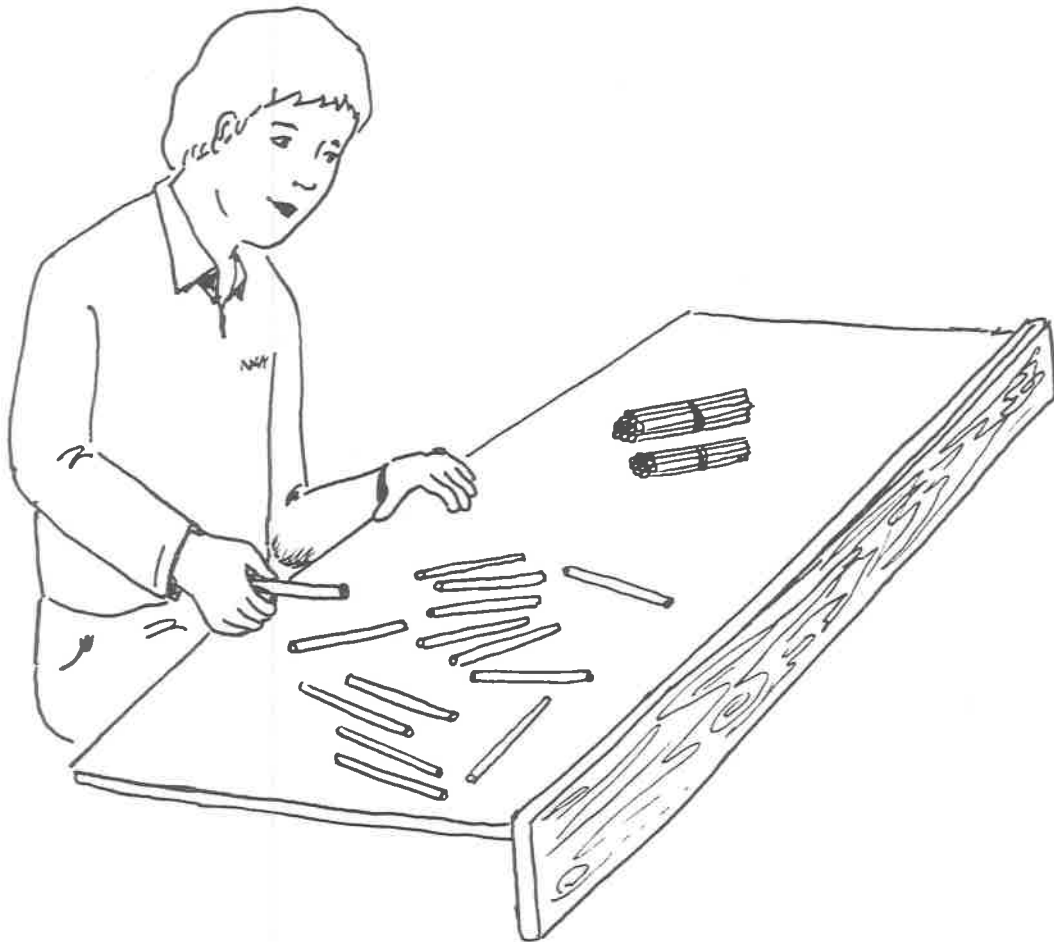
ILUSTRACION DEL JUEGO:
CAMBIANDO DIEZ POR UNO



ANEXO III

ILUSTRACION DEL JUEGO:

LA DECENA



ANEXO IV
ILUSTRACION DEL JUEGO:
EL BOLICHE



ANEXO V
ILUSTRACION DEL JUEGO:
LLEGANDO AL CERO

