



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Unidad Ajusco

Área Académica 3 Aprendizaje y Enseñanza en Ciencias, Humanidades y Artes

Licenciatura en Psicología Educativa

Detección del Talento Matemático en Educación Primaria

**T E S I S QUE PARA
OBTENER EL TITULO DE
Licenciado en Psicología Educativa**

**P R E S E N T A
Abraham de Jesús Andrade González**

**DIRECTORA DE TESIS
Dra. Cristianne Butto Zarzar**

Ciudad de México, Septiembre de 2018

Agradecimientos

En primer lugar quiero dedicar este trabajo a mi madre, y darte las gracias infinitas pues tú me apoyaste hasta el último momento que permaneciste a mi lado, gracias a ti es que alcance esta meta, la primera de muchas en mi vida, sin tu amor y apoyo incondicional no hubiera logrado esto, gracias a todas tus clases de psicología en casa, pero mil gracias más por tus lecciones y enseñanzas de vida, de ejemplos, gracias, gracias de corazón en verdad mamá, gracias por enseñarme que en esta vida solo la muerte nos impide hacer algo. Finalmente hoy puedo decirte, que al fin soy licenciado en psicología educativa.

A la Dra. Cristianne por todo su apoyo, su tiempo, enorme paciencia, esfuerzo y cariño dedicado a guiarme para la culminación de este trabajo, sin sus consejos, apoyo en los momentos difíciles que afronte y su guía no hubiera podido lograr esto. Gracias Doctora por abrirme las puertas de su casa y por darme lecciones tanto de la academia como de vida y por esos regaños que ahora entiendo, gracias por hacerme ver que si puedo.

A mi amigo, mi hermano, mi confidente y mi consejero, aquel que me acompañó en el transcurso de toda la carrera hasta este momento, aquel que estuvo presente en esos momentos en que quería darme por vencido y me animo a no hacerlo, a ti Aramis, muchísimas gracias por tu amistad, tu cariño, tu apoyo y por creer en mí.

A mi colega Mariana, amiga y quien se volvió confidente mía, gracias también a ti estoy hoy aquí, juntos lo hemos logrado, juntos hemos llegado a la meta, gracias por brindarme tu amistad y apoyo y por todo lo que hemos vivido y nos falta vivir.

Resumen

El talento matemático se puede definir como la habilidad matemática que posee un alumno y que se encuentra por encima de la media en comparación con los compañeros de su edad y cuya interpretación de las matemáticas es diferente y creativa, diversos autores señalan ciertas características de los niños con talento matemático como: inventar una gran cantidad de problemas, emplear números naturales y, en menor proporción, números racionales, emplear dos tipos de números distintos expresados en notación decimal y/o fraccionaria, y combinar la estructura aditiva con la multiplicativa para plantear problemas de estructura mixta. El marco teórico se fundamenta en el Modelo del talento matemático de Mora et al. Metodología: es de tipo mixto; se recurrió a un Diseño incrustado concurrente de modelo dominante. Los instrumentos utilizados para la detección fueron: Cuestionario de Problemas estructura multiplicativa (PEM), Cuestionario de Procesos de generalización, Escala de apoyo familiar, Escala de estilos de aprendizaje, Nominación de compañeros y profesores y Calificaciones en matemáticas. Muestra: 128 estudiantes de educación primaria de los grados 4°, 5° y 6° de escuelas públicas del Estado de Tabasco y la Ciudad de México. Los resultados del estudio revelan que los estudiantes con talento matemático proporcionan respuestas de tipo pre-algebraico, mientras quienes no poseen ese talento dan respuestas de tipo aditivo. Los factores externos -el apoyo familiar y los estilos de aprendizaje- son fundamentales para el desarrollo del talento matemático, forman parte del desarrollo integral; pues se obtuvo una alta correlación entre el talento y estos factores

ÍNDICE

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| CAPITULO I ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: SOBRE EL TALENTO Y LA SUPERDOTACIÓN | 6 |
| 1.1 Breve recorrido histórico sobre el estudio del talento y la superdotación | 6 |
| 1.2 Terminología usada | 8 |
| 1.2.1 <i>Altas capacidades</i> | 8 |
| 1.2.2 <i>Talento</i> | 8 |
| 1.2.3 <i>Superdotado</i> | 9 |
| 1.3 Diversos modelos teóricos | 9 |
| 1.3.1 <i>Modelo de los Tres Anillos de Renzulli</i> | 9 |
| 1.3.2 <i>Modelo Psicosocial de Tannenbaum o de Estrella</i> | 12 |
| 1.3.3 <i>Modelo de Sternberg</i> | 13 |
| 1.3.4 <i>Modelo de Taylor</i> | 15 |
| CAPITULO II ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: TALENTO MATEMÁTICO | 16 |
| 2.1 Las investigaciones sobre altas capacidades en matemáticas | 17 |
| 2.1.1 <i>Propuestas de identificación de alumnos con talento matemático</i> | 20 |
| 2.2 La atención a la Sobredotación y el Talento en México | 25 |
| CAPITULO III ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA | 29 |
| 3.1 Modelos Matemáticos y problemas de estructura multiplicativa: multiplicación y división | 31 |
| 3.2 Campo conceptual y problemas de estructura multiplicativa | 32 |
| 3.3 Errores asociados a los problemas de estructura multiplicativa | 36 |
| CAPITULO IV ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: PROCESOS DE GENERALIZACIÓN | 39 |
| CAPITULO V MARCO TEÓRICO | 45 |
| CAPITULO VI METODO | 49 |
| 6.1 Corte del estudio | 49 |
| 6.2 Diseño de estudio | 49 |
| 6.3 Escenario | 50 |
| 6.3.1 <i>Muestra</i> | 50 |
| 6.3.1 <i>Submuestra</i> | 51 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 6.4 Objetivo general del estudio..... | 51 |
| 6.4.1 Instrumentos utilizados para la Detección de estudiantes con talento matemático..... | 51 |
| CAPITULO VII RESULTADOS DEL ESTUDIO | 56 |
| 7.1 Descripción de los instrumentos utilizados para la detección de estudiantes con talento matemático | 56 |
| 7.2 Aplicación de los instrumentos | 57 |
| 7.3 Análisis de datos..... | 59 |
| 7.4 Resultados del estudio..... | 60 |
| 7.4.1 Resultados de la escala Percepción de apoyo familiar (PAF) y Estilos de aprendizaje (EA)..... | 60 |
| 7.4.2 Resultados de la Nominación y calificación en matemáticas..... | 64 |
| 7.4.3 Resultados del Cuestionario de problemas de estructura multiplicativa (PEM)..... | 64 |
| 7.4.4 Resultados del cuestionario de Procesos de generalización y de la entrevista clínica | 71 |
| CONCLUSIONES | 79 |
| Consideraciones para el quehacer del Psicólogo educativo..... | 81 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 82 |
| ANEXOS..... | 89 |

LISTA DE TABLAS Y GRÁFICAS

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1 Descripción de la muestra..... | 50 |
| Tabla 2 Descripción del cuestionario sobre procesos de generalización..... | 54 |
| Tabla 3 Correlaciones entre Estilos de Aprendizaje y Constructos del Instrumento Apoyo Familiar..... | 61 |
| Tabla 4 Análisis de varianza de los constructos de los instrumentos de PAF y EA por Estado..... | 62 |
| Tabla 5 Análisis de varianza de los constructos de los instrumentos de PAF y EA por edades..... | 62 |
| Tabla 6 Correlaciones de 4º grado entre PAF y EA..... | 63 |
| Tabla 7 Correlaciones 5º grado entre PAF y EA..... | 63 |
| Tabla 8 Cuestionario sobre procesos de generalización..... | 70 |
| Grafica 1 Estrategias de Resolución de problemas para el Cuestionario PEM..... | 68 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Gráfica 2 Estrategias de Resolución de problemas para el Cuestionario PEM..... | 68 |
| Gráfica 3 Estrategia de Resolución de problemas en el cuestionario PEM..... | 69 |
| Gráfica 4 Problemas por estrategia de resolución..... | 70 |
| Gráfica 5 Respuesta de los alumnos Cuestionario de procesos de generalización..... | 77 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 Modelo de los tres anillos de Renzulli..... | 10 |
| Figura 2 La estrella de la superdotación | 12 |
| Figura 3 Modelo del Talento Matemático de Mora et al | 46 |
| Figura 4 Respuesta del alumno al problema 1 del Cuestionario PEM..... | 65 |
| Figura 5 Respuesta del alumno al problema 3 del Cuestionario PEM..... | 66 |
| Figura 6 Respuesta del alumno al problema 5 del Cuestionario PEM..... | 66 |
| Figura 7 Respuesta del alumno al problema 3 del Cuestionario PEM..... | 67 |
| Figura 8 Respuesta del alumno al problema 1 del cuestionario de procesos de generalización..... | 71 |
| Figura 9 Respuesta del alumno al problema 2 del cuestionario de procesos de generalización..... | 74 |
| Figura 10 Respuesta del alumno al problema 3 del cuestionario de procesos de generalización..... | 76 |

ANEXOS

| | |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)..... | 90 |
| Anexo 2 Escala de Apoyo Familiar..... | 99 |
| Anexo 3 Escala de Estilo de aprendizaje Honey-Alonso..... | 106 |
| Anexo 4 Cuestionario de procesos de Generalización..... | 113 |
| Anexo 4 Figuras..... | 120 |

INTRODUCCIÓN

A partir de la Declaración de Salamanca (1994), y de la Conferencia Mundial de Educación para Todos (1990), se puso de manifiesto que muchos niños en el mundo estaban excluidos de la educación. En dichas conferencias se estableció que las escuelas deben atender a todos los estudiantes independientemente de sus capacidades físicas, sociales o cognitivas, reconociendo las diferentes necesidades de sus alumnos, estilos y ritmos de aprendizaje para garantizar una enseñanza de calidad; por ello, hoy se reconoce la pertinencia de considerar las diferencias en los procesos de enseñanza y aprendizaje; sin embargo, los esfuerzos por atender a la población con necesidades educativas especiales, no son suficientes, y así las escuelas se ven rebasadas por la enorme demanda de atención.

En el caso de México, en 1980 la Secretaría de Educación Pública (SEP) vio la necesidad de dar atención a los estudiantes que manifestaban capacidades por encima de la media o con una inteligencia mayor al promedio, pues anteriormente se había enfocado sólo a dar atención a los alumnos que presentaban alguna discapacidad, motriz o cognitiva por ejemplo, a partir de la Dirección General de Educación Especial (DGEE) se formularon diversas propuestas para su atención.

A estos alumnos con inteligencia o habilidades mayor al promedio se les denomina de diversas maneras: sobredotado, superdotado, altas capacidades, talento o talento específico. Diferentes autores definen estos conceptos, pero estas definiciones y otras que podemos encontrar en la literatura especializada coinciden en que son alumnos con capacidades y habilidades superiores al del promedio de la población. En este trabajo hemos escogido el término **talento** para nombrarlos. Autores como Prieto y Castejón (2000) y Betancourt y Valdez (2012), definen el talento como el conjunto de destrezas y habilidades sistemáticas desarrolladas, que permiten al niño o la niña un alto dominio o rendimiento dentro de un área específica, como la cognitiva, creativa, socioafectiva o sensoriomotriz. Dentro de esas características encontramos las siguientes:

- Muestran habilidades extraordinarias y especialización
- Curiosidad intelectual y motivación intrínseca
- Prefieren el trabajo individual
- Atención duradera en el área de su interés

- Capacidad para abstraer, sintetizar, analizar, deducir y comparar
- Presentan una combinación de elementos cognitivos que los hace especialmente aptos para un determinado saber o área temática
- Amplio vocabulario
- Especificidad por un tema o área

Las investigaciones sobre los alumnos con talento, revelan que son estudiantes con un dominio por encima del promedio en comparación con los de su edad en un área del conocimiento, como la matemática o el arte, entre otras. Freiman (2006) observa que los niños con talento matemático tienden a hacer preguntas referentes a temas que van más allá de su plan de estudios en matemáticas, pues poseen curiosidad por temas más complejos, localizan la clave de los problemas con facilidad, tienden a proporcionar ideas originales y extensas sobre la cuestión matemática que esté tratando, prestan atención a los detalles, tienen la facilidad de cambiar de estrategia cuando es necesario, y persisten en la consecución de los objetivos que se propone.

Pasarín *et al* (2004) señalan que los alumnos con talento matemático, representan un porcentaje relativamente pequeño de la población total de alumnos escolarizados. La mayoría de estos vienen de familias con recursos suficientes para cubrir sus necesidades –incluir en actividades extraescolares- o de padres con alto grado de escolaridad.

Wenderlin (1958 citado en Pasarín *et al* 2004) describe cuatro aspectos esenciales sobre la capacidad matemática: habilidad para comprender la naturaleza de los problemas, símbolos, métodos y reglas matemáticas; aptitud para aprenderlas, retenerlas en la memoria y reproducirlas; facilidad para combinarlas con otros problemas, y finalmente, competencia para emplearlas en la resolución de las tareas.

La detección de niños y niñas con talento matemático debe consistir en el empleo de métodos cualitativos –como la entrevista clínica- y cuantitativos –escalas o test- de manera combinada. El estudio realizado por Pasarín, Feijoo, Díaz y Rodríguez Cao en 2004, arrojó que hay una baja correlación entre los test utilizados para evaluar la aptitud matemática y las características que menciona Greenes que poseen los alumnos con talento matemático (Castro, Benavides y Segovia, 2006).

Castro, Maz, Benavides y Segovia (2006) concluyen que un indicador en el cual coinciden los investigadores en esta área, es que la detección de niños con talento matemático parta de analizar el tipo de solución que dan a problemas de matemáticas.

Con base a los estudios mencionados, las investigaciones en este campo, han dejado de trabajar con test de inteligencia para la detección de estos niños, y optado por usar cuestionarios de matemáticas. Bajo esta perspectiva, están las investigaciones de Ellerton (1986); Niederer & Irwin (2001); Niederer, Irwin, Irwin y Reilly (2003); Span y Overtoom-Corsmit (1986); Wilson y Briggs (2002); Niederer *et al.* (2003), coinciden en que la resolución de problemas es una forma más útil para identificar el talento matemático, pues los test de inteligencia sólo evalúan habilidades generales o no permiten ver los procedimientos a los que recurrió el niño para llegar a la respuesta.

Este trabajo se orienta a detectar estudiantes con talento matemático a partir del uso del Cuestionario de problemas de estructura multiplicativa (PEM), Cuestionario de Procesos de generalización y entrevista clínica piagetiana, combinado con una escala de Estilos de aprendizaje y una Escala de Apoyo Familiar, dado que los estudios ya mencionados, advierten que se deben evaluar habilidades matemáticas acorde a los planes y programas vigentes y el contexto de los estudiantes -social o familiar-.

Preguntas de investigación

- ¿Cómo se puede detectar al estudiante con talento matemático en 5° grado de educación primaria?

Objetivo general

- Detectar estudiantes con talento matemático en educación primaria, en lo que refiere a los procesos de generalización.

Objetivos específicos

- Evaluar las habilidades de los alumnos en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.
- Evaluar sus habilidades en lo referente a los procesos de generalización.
- Verificar si existe una relación entre: apoyo familiar, estilos de aprendizaje y talento matemático.

El marco teórico de esta tesis se fundamentó en la Propuesta de Mora *et al* (2009), realizado a partir de los trabajos de Stanley y el Modelo Sociocultural. Este modelo retoma las variables principales para la identificación y desarrollo del talento matemático.

Metodología

El tipo de estudio de esta investigación es mixto. Van y Cole (2004, citados en Hernández *et al.* 2010) señalan que los paradigmas cuantitativo y cualitativo son dos grandes métodos y que el tipo de estudio mixto es una forma de abordar el problema.

Se utilizó un “Diseño anidado o incrustado concurrente de modelo dominante” (DIAC) (Hernández *et al.* 2010). Este diseño consiste en que se recolectan simultáneamente datos cuantitativos y cualitativos, pues aquí uno de los métodos predomina y guía el proyecto (en esta investigación predomina el método cualitativo).

La muestra fue de 128 alumnos de 4°, 5° y 6° grado de primaria, entre 10 y 13 años de edad, que cursaban la educación primaria en escuelas en la Ciudad de México y el Estado de Tabasco, provenientes de un nivel socioeconómico medio a medio bajo.

El estudio consistió en Detectar alumnos con talento matemático en educación primaria a partir de: Cuestionario de Problemas estructura multiplicativa (PEM), Cuestionario de Procesos de generalización, Entrevista clínica piagetiana, Escala de apoyo familiar, Escala de estilos de aprendizaje, Nominación de compañeros y profesores y Calificaciones en matemáticas.

Capítulo

Esta tesis está organizada en siete capítulos.

Capítulo I. *Antecedentes del estudio: sobre el talento y la superdotación*: Este capítulo inicia con un breve recorrido histórico sobre el estudio del talento y la superdotación. Continúa con una breve revisión sobre los modelos: monolítico, Modelo de los Tres Anillos de Renzulli, Modelo Psicosocial de Tannenbaum, Modelo de Sternberg y el Modelo de Taylor

Capítulo II. *Antecedentes del estudio: Talento Matemático*. Tratará inicialmente sobre la atención a la diversidad, después sobre cómo nombrar a los alumnos con habilidades excepcionales, seguido por las investigaciones acerca del talento matemático. Posteriormente veremos la atención a los niños con sobredotación y talento en México por la Secretaria de Educación Pública (SEP) y se finalizará con la

descripción del Proyecto de Atención a niños con capacidades y aptitudes sobresalientes (Proyecto CAS).

Capítulo III: *Antecedentes del Estudio: Problemas de estructura multiplicativa.* Se describen los antecedentes del estudio, sobre los problemas de estructura multiplicativa, se inicia con la descripción de Modelos Matemáticos y problemas de estructura multiplicativa: multiplicación y división.

Capítulo IV *Antecedentes del estudio: Procesos de generalización:* En este capítulo se describe los antecedentes del estudio correspondientes a los procesos de generalización. Se inicia con una breve descripción de los estudios de Krutestkii. Después se presenta una breve descripción de los estudios que abordar las dificultades para el aprendizaje de los procesos de generalización, continua con algunos estudios sobre el trabajo con patrones y se finaliza comentando la pertinencia de este contenido en el presente estudio.

Capítulo V. *Marco teórico:* Se describe la mirada desde donde se fundamentó este trabajo: el modelo de Mora *et al* (2009), realizado a partir de los trabajos de Stanley y el Modelo Sociocultural. Este modelo retoma las variables principales para la identificación y desarrollo del talento matemático.

Capítulo VI. *Metodología:* Se describe la metodología utilizada en este estudio. Inicialmente se hace referencia al tipo y corte del estudio que se utilizó, la población que participó y el escenario; posteriormente se describen el objetivo estudio; se incluyen una descripción de los instrumentos, la aplicación y una propuesta de análisis de los datos.

Capítulo VII. *Resultados del estudio:* Se presentan los resultados correspondientes a la Detección de estudiantes con talento matemático en educación primaria. Se inicia con la descripción de los instrumentos, posteriormente la aplicación de estos, análisis y los resultados obtenidos en la presente investigación.

Se finaliza con las conclusiones del trabajo y las consideraciones para el quehacer del psicólogo educativo.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: SOBRE EL TALENTO Y LA SUPERDOTACIÓN

Este capítulo inicia con un breve recorrido histórico sobre el estudio del talento y la superdotación. Continúa con la terminología usada en los estudios. Finaliza con una breve revisión sobre los modelos: Monolítico, Modelo de Taylor, Modelo de los Tres Anillos de Renzulli, Modelo Psicosocial de Tannenbaum y Modelo de Sternberg.

1.1 Breve recorrido histórico sobre el estudio del talento y la superdotación

Desde la psicología, el surgimiento y desarrollo de los conceptos talento y superdotación, se encuentran relacionados al de inteligencia, pues los primeros estudios que se reportan sobre la superdotación, son realizados por Sir Francis Galton, quien en su “estudio sobre la genialidad” describe las habilidades extraordinarias de personas destacadas, y sus familiares (padres e hijos), encontró que todos los miembros de las familias que estudio tenían un alto rendimiento académico o eran personajes ilustres, con base a sus hallazgos Galton afirmó que la inteligencia es heredada; sobre esto Vialle (1994 citado en Jiménez 2011) comenta que Galton no utilizó métodos científicos, pues solo analizó familiar de un nivel socio-económico alto.

Posteriormente Binet y Simon (1905), a solicitud del ministerio de Educación de Francia, retomaron los trabajos de Galton y diseñaron una prueba de rendimiento –*Escala métrica*- (considerado el primer test de inteligencia), que recurría a tareas escolares para hacer la evaluación, el objetivo de esta prueba era clasificar a los alumnos en aptos y no aptos asistir a la escuela. Posteriormente con base en los resultados obtenidos en su prueba Binet y Simon desarrollaron el término edad mental, el cual se ligaron a la edad cronológica, a partir de esto su escala fue utilizada en toda Francia como método de selección de alumnos.

Más adelante Ster (1911 citado en Jiménez 2011) reelaboró el concepto de edad mental de Binet y Simon nombrándolo coeficiente intelectual (CI). Terman (1925) popularizó este término -CI- a partir de los trabajos de Binet y de la estandarización de la Escala métrica en Estados Unidos de Norte América; Terman realizó un estudio cuya finalidad fue describir las habilidades de alumnos –entre 12 y 14 años- identificados con sobredotación mediante el test de Binet, el estudio tuvo una duración de cincuenta años y describió los logros académicos y profesionales de los niños en ese período.

Dentro de las críticas que recibió el trabajo de Terman fue que no consideró factores como la creatividad, medio ambiente o nivel socioeconómico para realizar la selección de los alumnos, pues Vialle (1994 citado en Jiménez 2011) comenta que solo analizó a niños blancos de clase alta

Después Thurstone (1938 citado en Jiménez 2011) desarrolla y propone un concepto de inteligencia más amplio, él mencionó que la inteligencia era el resultado de factores como: comprensión verbal, fluidez verbal, cálculo, memoria, razonamiento deductivo e inductivo, rapidez perceptiva, relaciones espaciales y coordinación motriz, y que una prueba adecuada de CI tenía que considerar estos factores.

Todos estos trabajos y propuestas fueron criticados, pues el asociar la superdotación a la inteligencia –considerarla de forma monolítico no es sostenible- pues la mayoría de los alumnos poseen habilidades que no pueden ser evaluados mediante pruebas que no consideres otras habilidades pues algunos alumnos demuestran talento o aptitud para las matemáticas, otros para actividades de comunicación verbal o motrices. Ante esta situación en 1972 la Oficina de Educación de los Estados Unidos de Norteamérica solicitó a Marland (1972 citado en Jiménez 2011) que realizara un estudio con el objetivo de tener una definición de inteligencia y así mismo sirviera como herramienta para saber cómo identificar a los alumnos sobredotados, este estudio hoy en día se conoce como: Informe Marland. A partir de este estudio Marland definió a los alumnos sobredotados como:

“los niños dotados y talentosos son aquellos que en virtud de sus habilidades sobresalientes, son capaces de un alto rendimiento. Los niños capaces de un alto rendimiento incluyen aquellos que han demostrado sus logros y/o habilidades potenciales en cualquiera de las siguientes áreas, sea aisladamente o combinadas; 1) habilidad intelectual general 2) aptitudes académicas específicas 3) pensamiento creativo o productivo 4) habilidad de liderazgo, 5) artes visuales e interpretativas 6) habilidades psicomotoras. Se supone que la utilización de estos criterios de identificación de los niños dotados y talentosos abarcará a un mínimo entre 3 y 5% de la población escolar” (Marland 1972 citado en Jiménez 2011)

Finalmente esta es la definición que se optó en Estados Unidos de Norteamérica. Además del Informe Marland, ha habido muchos intentos de diferenciar rasgos distintos en los superdotados. Así, DeHaan y Kough (1956, citado Feldhusen, 1995) describen un sistema para identificar estudiantes superdotados y muy talentosos en el que distinguen: 1) habilidad intelectual, 2) habilidad científica, 3) habilidad de liderazgo, 4) habilidad creativa, 5) talento artístico, 6) talento para escribir, 7) talento para la interpretación, 8) talento musical, 9) destreza mecánica y 10) destrezas físicas. Como se puede

observar la terminología empleada: “habilidad”, “destrezas” y “talento” así como su referencia a superdotación refleja una incertidumbre considerable sobre el fenómeno de la habilidad humana.

Por ello la atención de los niños con talento incluye la interrogante ¿quiénes son estos niños?, debido a la existencia de gran cantidad de términos que suelen utilizar como sinónimos; lo cual dificulta su adecuada identificación y atención. El lenguaje utilizado en Iberoamérica, frecuentemente no distingue entre talento, superdotación, altas capacidades o habilidades y excepcional.

Autores como Mönks y Mason (2000) tratan los términos de: dotado, altamente capaz y talento como sinónimos; mientras que otros como Alonso y Benito (1996) consideran que se deben diferenciar los siguientes términos en su significado: talento, precocidad, prodigio y genio, como se verá más adelante.

1.2 Terminología usada

Dadas las numerosas definiciones para nombrar a los alumnos con capacidades y habilidades por encima de la media, es necesario aclarar la terminología, pues con frecuencia se usan de manera indiscriminada y como sinónimos términos específicos como superdotación, talento, precocidad, prodigio, genio, o bien dotado. Este apartado sólo tratará sobre los más utilizados: Altas capacidades, Talento y Superdotación, cabe aclarar que en esta investigación se ha optado por utilizar el término **Talento** para nombrar a los estudiantes que tienen un dominio conceptual y procedimental de la matemática por encima de la media de sus compañeros.

1.2.1 Altas capacidades

El término *altas capacidades* busca englobar a los de superdotación y talento, y que al referirse a este término – alumnos con altas capacidades- se entienda que nos referimos a un alumno cuyas habilidades y capacidades están por encima del promedio con respecto a sus compañeros de la misma edad. En el presente trabajo se optó por utilizar el término talento para nombrar a los alumnos, el cuál se explica en el siguiente apartado.

1.2.2 Talento

Se define como *talento* aquella condición que responde a los conceptos de especificidad y diferencias cuantitativas. Los talentos se caracterizan por altos rendimientos en alguna o algunas áreas específicas; pueden presentar una elevada capacidad en un ámbito, aspecto cognitivo o tipo de procesamiento, y sin embargo, mostrar un rendimiento medio, o incluso algo bajo, en otras áreas o dimensiones. Castello y

Battle (1998) proponen la siguiente clasificación de talentos, útil para la diferenciación y comprensión del alumnado con altas capacidades:

- Talentos simples, que engloba a los estudiantes que demuestran tener habilidades superiores al promedio en un área como la matemática, social, creativa o verbal
- Talentos complejos: son aquellos donde interactúan recursos de tipo verbal, lógico y de gestión de memoria; los docentes detectan los con más frecuencia porque son alumnos y alumnas que destacan por su capacidad de absorber gran cantidad de información y por su alto rendimiento escolar.

1.2.3 Superdotado

La configuración cognitiva de la superdotación se caracteriza por la combinación de todos los recursos intelectuales, que posibilita un elevado nivel de eficacia, en cualquier forma de procesamiento y gestión de la información.

Los superdotados suelen tener buena memoria, gran capacidad de atención y concentración, flexibilidad cognitiva, facilidad para afrontar situaciones novedosas y adaptarse a los cambios. Debido a su alta eficacia cognitiva, son capaces de establecer interconexiones entre informaciones y contextos diferentes, desarrollar nuevos conceptos y percepciones, y propuestas o soluciones innovadoras.

Los alumnos superdotados presentan una personalidad equilibrada, con niveles elevados de autoestima y confianza en sus propios recursos, si el entorno ha favorecido la satisfacción de sus necesidades.

1.3 Diversos modelos teóricos

A lo largo de la historia, se han propuesto diferentes modelos para entender y explicar las altas capacidades, en el siguiente apartado se presentan los diferentes modelos más tratados en esta área de estudio.

1.3.1 Modelo de los Tres Anillos de Renzulli

El modelo de Renzulli, para quien, la superdotación comprende tres características: 1. Habilidad muy por encima de la media, 2. Creatividad: aquí podemos observar un pensamiento original e innovador en la resolución de problemas, y 3. Compromiso con la tarea. Esta última característica es uno de los elementos clave para la realización de los estudiantes superdotados, porque aquí se ve la habilidad para implicarse en un problema de un área específica por un largo período de tiempo.

Según Renzulli (1986 citado en Blumen, 2008), todos estos rasgos pueden ser desarrollados en escolares desde la educación primaria, si se brindan oportunidades para el auto-estudio donde los estudiantes puedan aprender la metodología apropiada, así como estrategias creativas.

Este autor presenta el llamado modelo de “Los tres anillos” o modelo de “La puerta giratoria”. Este modelo presenta una línea multifactorial (Delisle, Gubbinsy Reis, 1981). Para Renzullila superdotación es una condición que se puede desarrollar en algunas personas con una interacción, entorno o el área particular de trabajo humano. Renzulli (1978) define su modelo como una “agrupación de rasgos que caracterizan a las personas altamente productivas”, y lo representa de forma gráfica como se observa en la siguiente figura.

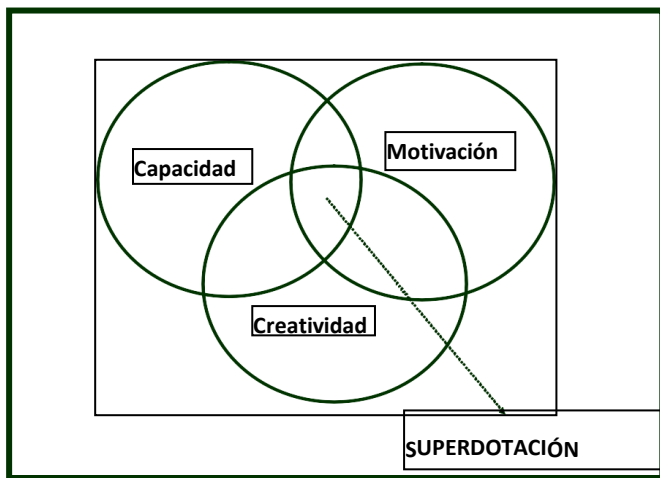


Figura 1 Modelo de los tres anillos de Renzulli. (Tomado de Valadez *et al* 2009)

Inteligencia elevada

Los niños superdotados poseen una capacidad intelectual superior a la media, tienen una facilidad para el aprendizaje superior al resto de sus compañeros. Consideraremos que un sujeto posee una inteligencia elevada si su cociente intelectual (CI) está por encima de 115; este dato, aunque significativo, no es suficiente por si solo para afirmar la existencia de la superdotación en un sujeto (Genovard, 1990). El CI es únicamente una de las formas, y no necesariamente la más fiable, de obtener información acerca de la capacidad intelectual de un alumno.

Compromiso con la tarea y motivación

El factor motivación se refiere al interés y dedicación que estos sujetos manifiestan hacia tareas de tipo instruccional. Suelen ser alumnos con curiosidad por diversos temas, lo cual les obliga a

establecer unos criterios de selección y planificación del trabajo escolar. Son perseverantes, siendo ésta una de las características más específicas de los individuos superdotados.

Alto nivel de creatividad

Entendemos como creatividad la capacidad de pensamiento divergente que favorece la búsqueda de soluciones o alternativas diferentes ante la presentación de un problema. Los sujetos con un alto nivel de creatividad son aquellos que presentan una capacidad de inventiva elevada, ideas nuevas y originales.

Lo fundamental, según Renzulli, para sentar las bases de una definición del superdotado es la convergencia de estos tres factores entendidos como elementos constitutivos de toda identificación. Este autor es uno de los críticos más destacados de las estrategias de identificación basadas en capacidades. Su propuesta es que comience a considerarse como superdotado a cualquier individuo que manifieste unas características destacadas en cada uno de los tres ámbitos. Esto es, que se sitúe por encima del percentil 75 en los tres aspectos.

Se han realizado diversas ampliaciones del modelo de Renzulli. Todas ellas tratan de profundizar en la definición de cada uno de los tres aspectos citados. El propio Renzulli (1986) introduce algunas modificaciones y relaciona su modelo con la identificación y los programas educativos para superdotados. Renzulli diferencia dos tipos de superdotados, según las características de su inteligencia, el primero lo relaciona con las capacidades académicas (schoolhouse giftedness), y el segundo, se orienta hacia los problemas reales (creative-productive giftedness) y que según Renzulli presenta mejor al verdadero superdotado. Las palabras del autor nos indican: “La historia no recuerda a las personas que únicamente tuvieron puntuaciones altas en CI o que aprendieron bien sus lecciones” (Renzulli 1986 citado en Blumen, 2008).

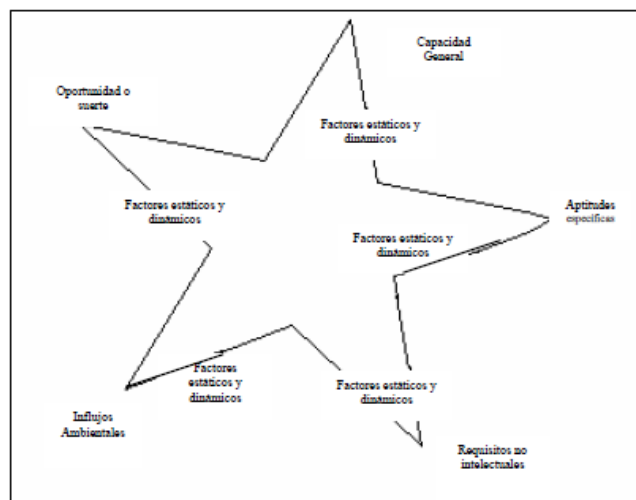
En la revisión de su modelo incluye los factores ambientales, familia y escuela principalmente, para el desarrollo de las características ligadas a la superdotación. Renzulli (1994) asegura que pueden realizarse cierto número de generalizaciones básicas sobre la superdotación:

1. Consiste en una interacción entre los tres grupos de características descritas.
2. Que una definición operacional debería ser aplicable a todas las áreas de actuación socialmente útiles, es decir, que la definición tiene que reflejar aún otra interacción.
3. Por último, que en la identificación de los superdotados se debe incluir tanto elementos psicométricos como elementos más subjetivos como la producción o la motivación hacia la tarea. El

modelo de Renzulli, con todo, es uno de los que más trascendencia ha tenido tanto en la investigación sobre superdotados como en la práctica educativa con estos alumnos.

1.3.2 Modelo Psicosocial de Tannenbaum o de Estrella

Los elementos clave de la teoría de Tannenbaum son: la relevancia que concede al contexto sociocultural, la dificultad de predecir la superdotación de los adultos a partir de la niñez y la diversidad de factores individuales y culturales que contribuyen a la valoración o estimación de la superdotación. La idea principal sobre la que gira dicho modelo es que debe haber una coordinación perfecta entre el talento específico de la persona, un ambiente social favorable que le permita desarrollarlo y la capacidad de la sociedad para valorar ese talento determinado, pues ni en todas las épocas, ni en todas las sociedades se han considerado con igual importancia las distintas realizaciones excepcionales. La sociedad y su cultura la que determina la valía de un producto, la que hace acreedores de capacidad y talento a aquellos capaces de elaborarlos y la que facilita o dificulta su realización.



La estrella de la superdotación. Fuente: Tannenbaum, 1997

Figura 2 La estrella de la superdotación (Tomado de Valadez *et al* 2009)

El modelo de Tannebaum (1986) no es una teoría científica propiamente dicha, sino más bien una aproximación al concepto de superdotación que aporta supuestos de interés para el trabajo con estos alumnos.

Elaboró la siguiente tipología del talento

a. Talentos escasos. Se refieren a personas, escasas en número, que tienen tal grado de excelencia en un

campo específico que con sus obras, logran hacer la vida más sana, más inteligible y más humana la convivencia. Tienden a polarizarse en áreas como la tecnología, la política o la medicina (característica de contenido).

b. Talentos excedentes. Las personas que los poseen tienen elevada sensibilidad y capacidad productiva en campos como el arte, la literatura y el esparcimiento cultural ricamente entendido, y que ofrecen a cada cultura y en cada momento sus realizaciones más genuinas y desbordantes (característica de originalidad-divergencia).

c. Talentos de cuota. Se refieren a personas con habilidades muy especializadas en campos específicos y que, como tales, la sociedad demanda un cupo limitado que necesita en cada momento (característica de rareza estadística).

d. Talentos anómalos. Son un reflejo de los poderes de la mente y del cuerpo humano que pueden destacar e impresionar al público, a pesar de merecer la desaprobación social (característica de anomia social).

Esta taxonomía ha sido criticada porque es difícil establecer categorías excluyentes, y porque es complejo fijar una línea divisoria entre lo que es y no es persona con talento en una sociedad (Jiménez,2002).

1.3.3 Modelo de Sternberg

En este apartado nos ha parecido necesario incluir el modelo de Sternberg quien partiendo de su teoría triárquica (Sternberg, 1985, 1985) (conformada por las tres subteorías, componencial, experiencial y contextual) explica la superioridad de los superdotados. Añade la teoría pentagonal para explicar diferentes tipos de excelencia o excepcionalidad.

Inteligencia analítica

La inteligencia analítica sirve para explicar los mecanismos internos del sujeto que conducen a una actuación inteligente. En esta subcategoría existen tres tipos de componentes instrumentales que son universales y que ayudan a procesar la información: aprender a hacer las cosas, planificar qué cosas hay que hacer y cómo hacerlas y realizarlas. Los componentes los que especifican el conjunto de mecanismos mentales que fundamentan la conducta inteligente excepcional independientemente del contexto en el que se usen (Prieto y Sternberg, 1993; Sternberg, 1985a, 1985b). Los metacomponentes constituyen la base principal para el desarrollo de la inteligencia, y además destacan por su eminente carácter interactivo, esto condiciona el que no se puedan medir ni entrenar por separado. Los superdotados, además de ser más eficaces en la ejecución de los metacomponentes, también son superiores en su capacidad para combinarlos y usarlos de forma integrada.

La inteligencia analítica se define mediante tres componentes: metacomponentes, componentes de rendimiento y componentes de adquisición de la información. El autor afirma que los superdotados son superiores cuando utilizan los diferentes metacomponentes; es decir, su superioridad consiste en saber bien cómo utilizarlos, dónde y cuándo.

Respecto a los componentes de rendimiento (codificación de los estímulos, relaciones entre relaciones, aplicación, comparación y justificación) los superdotados destacan considerablemente en el primero, la codificación de los estímulos. Tanto los expertos como los superdotados tienen una amplia base de conocimientos que les permite recurrir a ella y usarla en el proceso de codificación, de manera que no siempre se diferencian del resto de individuos por ser más rápidos, sino por poseer un mayor número de conocimientos y por saber disponer mejor de ellos en el momento preciso.

En cuanto a los componentes de adquisición del conocimiento (codificación, combinación y comparación selectiva), los superdotados manifiestan una importante superioridad en sus componentes de adquisición; representando éstos un papel determinante para la identificación del tipo de superdotación específica. A su vez, permiten que los individuos superdotados vayan usando con mayor destreza el conocimiento específico que poseen, de tal forma que lleguen a convertirse en auténticos conocedores de los tipos de información a los que se pueden aplicar los citados componentes, siempre en estrecha relación con la novedad o no de lo aprendido (Sternberg, 1986b).

Inteligencia sintética

La teoría sintética especifica la existencia de dos grandes aspectos en el desarrollo del individuo, que son especialmente relevantes para identificar a los sujetos de inteligencia superior. Estos se pueden concretar en: a) capacidad para enfrentarse a situaciones novedosas, y b) capacidad para automatizar la información. Estas capacidades se aplican cuando el individuo interactúa con otros y/o con la tarea, especialmente en situaciones de cambio rápido.

Los superdotados son superiores cuando se enfrentan a situaciones novedosas, suelen aprender y pensar en nuevos sistemas conceptuales que se apoyan en estructuras de conocimiento que el individuo ya posee, siendo las situaciones extraordinarias o de reto para el sujeto, y no las rutinas cotidianas, las que mejor muestran la inteligencia del mismo. Es lo que Sternberg y Davidson (1984) llaman insight capacidad para enfrentarse a situaciones nuevas, en cuanto elemento diferenciador y esencial para el estudio de la superdotación. El insight consiste en la adecuada utilización de los tres procesos psicológicos mutuamente relacionados: codificación selectiva, combinación selectiva y comparación selectiva de la información (Davidson y Sternberg, 1984, 1986).

Algunas investigaciones referidas a la superioridad del insight han demostrado la superioridad de los superdotados respecto a sus compañeros (Bermejo, 1995).

Inteligencia práctica

La inteligencia práctica sirve para explicar la eficacia del sujeto mediante tres tipos de actuaciones que caracterizan su conducta inteligente en su vida cotidiana: adaptación ambiental, selección y modificación o transformación del contexto. La inteligencia excepcional supone adaptación intencionada, configuración y selección de los ambientes del mundo real, que son relevantes para la vida del sujeto. Es decir, la inteligencia de un superdotado no puede medirse fuera de su entorno habitual (donde valores, actitudes, costumbres, etc. serán diferentes), a menos que lo que queramos medir sea la capacidad de adaptación de este sujeto a un medio diferente. Así pues, la superioridad de los superdotados radica en el ajuste y equilibrio entre la adaptación, la selección y la configuración del ambiente.

1.3.4 Modelo de Taylor

Taylor (1974) en su modelo define al niño sobredotado como aquel que sobresale por habilidades intelectuales, y al talentoso como el que se distingue por su habilidad social, artística o psicomotriz. Considera que existen talentos que no han sido valorados y que pueden desarrollarse, como los que propone en su modelo: 1. Pensamiento productivo, que es el desarrollo de la creatividad del pensamiento a partir de la imaginación; 2. Toma de decisiones, esto es, la habilidad de evaluar cuidadosamente la información antes de emitir un juicio, que incluye la lógica y la evaluación experimental; 3. Planeación, que involucra elaboración, sensibilidad y organización; 4. Predicción, esto es, la capacidad de reconocer patrones en eventos, ver los detalles con claridad y la reacción de las personas; y 5. Comunicación, o sea el desarrollo de una expresión fluida, oral, escrita y corporal, que le permita comunicarse con los demás.

A modo de síntesis podemos decir que después de este recorrido hay varios modelos descriptivos y explicativos de la capacidad superior que han desarrollado en grado desigual sus aplicaciones diagnósticas y prácticas en el ámbito escolar. Algunos de los modelos se sustentan en una compleja estructura teórica que pretende explicar la superioridad intelectual; otros, se centran en un tipo de capacidad y tratan de observar el desarrollo de los que la poseen y los efectos del entrenamiento a lo largo de la evolución escolar y profesional del sujeto.

CAPÍTULO II

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: TALENTO MATEMÁTICO

Este capítulo tratará inicialmente sobre la atención a la diversidad, después sobre cómo se les nombra a los alumnos con habilidades excepcionales, seguido por las investigaciones acerca del talento matemático. Posteriormente se describe la atención a los niños con sobredotación y talento en México por la Secretaría de Educación Pública (SEP) y se finalizará con la descripción del Proyecto de Atención a niños con capacidades y aptitudes sobresalientes (Proyecto CAS).

En 1994, durante la Conferencia Mundial de Salamanca, y en la de Educación para Todos, se puso de manifiesto que muchos niños y niñas en el mundo estaban excluidos de la educación y que aquellos que presentan necesidades educativas especiales eran uno de los colectivos que enfrentaban mayores barreras para acceder a una educación de calidad. Por ello la Conferencia Mundial de Salamanca se pronunció por que las escuelas deben atender a todos los estudiantes independientemente de sus capacidades físicas, sociales o cognitivas, así como reconocer las diferentes necesidades de sus alumnos, estilos y ritmos de aprendizaje y garantizar una enseñanza de calidad. Por ello, actualmente existe un mayor reconocimiento sobre la pertinencia de considerar las diferencias en los procesos educativos; sin embargo, hoy en día se continúa dando un mismo tipo de atención a todos los estudiantes, y no se consideran las distintas capacidades, aptitudes y necesidades de los estudiantes, lo que provoca una barrera importante para lograr un pleno aprendizaje y desarrollo de todos los alumnos en la escuela. Este carácter de la educación ha traído consigo el que a los estudiantes con aptitudes y habilidades diferentes a las propias de su edad, sean canalizados a programas específicos.

La falta de consideración de los diferentes estilos de aprendizaje explica, en parte, que muchos alumnos y alumnas no desarrollen plenamente sus capacidades y habilidades o que experimenten dificultades de aprendizaje en la escuela, y que no se consideran sus múltiples talentos y capacidades. Un buen porcentaje de alumnos con talento puede ver limitado el desarrollo de sus habilidades al interior de las escuelas, pues en la mayoría de los casos, estas no cuentan con programas o docentes capacitados para atender a estos alumnos. Por ello, es urgente diseñar programas para identificar y atender a estos alumnos, así como capacitar a los docentes.

2.1 Las investigaciones sobre altas capacidades en matemáticas

El interés por el tema de la inteligencia, la superdotación y el talento no es reciente; estos temas han sido estudiados desde comienzos del Siglo XX. Pero no así lo relacionados específicamente con el talento matemático, las investigaciones en torno a este tema tienen un desarrollo más reciente. Buen número de los estudios sobre el talento matemático proporcionan un listado de características de los sujetos que lo poseen.

Uno de los talentos específicos que aparecen diferenciados en las teorías más recientes sobre la superdotación es el talento matemático (Feldhusen, 1995; Gagné, 1993, 2004; Gardner, 1983; Renzulli, 1999; Sternberg, 1986, 2003). Si bien ha habido matemáticos profesionales que han reflexionado sobre el talento matemático (Hadamard, 1945; Poincaré, 1963), los estudios acerca de la identificación y caracterización de los niños con talento matemático no son muy numerosos y, como señalan Marjoram y Nelson (1988), tienen un desarrollo relativamente reciente y la mayoría de las investigaciones se centran en la detección de alumnos con talento matemático a partir de tareas de resolución de problemas.

Entre las investigaciones relacionadas con la detección de estudiantes con talento matemático podemos mencionar las de Krutetskii (1969, 1976), Ellerton (1986), Benito (1996), Span y Overtoom-Corsmit (1986), Niederer e Irwin (2001), Wilson y Briggs (2002), Villarraga (2002) y Heinze (2005).

Las investigaciones acerca del talento matemático comienzan hacia mediados del siglo veinte: Krutetskii en Rusia, entre 1955 y 1966, estudió a 192 estudiantes entre 6 y 16 años, de los cuales 34 se consideraron como matemáticamente superdotados. Observó los procesos cognitivos de los niños mientras trabajaban con una serie de problemas especialmente preparados, detectó la tendencia de los superdotados a preferir formas de pensamiento visuales-espaciales o una forma lógica analítica.

Encontró tres fases en el desarrollo del pensamiento abreviado: generalización, razonamiento abreviado y estructuras generalizadas abreviadas.

Descubrió que los alumnos con talento parecen pensar sobre las matemáticas de forma cualitativamente diferente y ya poseen algunas destrezas de resolución de problemas de los matemáticos adultos.

Krutetskii (1976) enumeró algunas características que suelen darse en los niños más dotados para las matemáticas, relacionadas con la capacidad para:

1. Percibir y emplear información matemática.
2. Captar la estructura interna de los problemas.
3. Pensar con claridad y economía al resolver un problema.
4. Emplear símbolos con facilidad y flexibilidad.
5. Invertir fácilmente su proceso de pensamiento matemático.
6. Recordar información matemática general, métodos de resolución de problemas y principios de planteamiento.

Si bien fueron pocos los alumnos que en su estudio mostraron un talento de tal magnitud, la lista indica la dirección en que suele desarrollarse el alto rendimiento en esta materia.

Ellerton (1986) Como parte de un estudio, tomo un grupo de ocho niños con talento matemático y ocho alumnos sin talento matemático de 11 a 13 años se les pidió que inventaran un problema matemático que sería difícil de resolver para un amigo. También se les pidió que resolvieran el problema ellos mismos de edad, posteriormente realizo entrevistas a estos alumnos donde indago sobre sus respectivos problemas, es decir, como los plantearon y su resolución. Los resultados destacan las características de los problemas formados por los dos grupos de niños. Los alumnos con talento matemático inventaron problemas de mayor dificultad, con sistemas numéricos más complejos y con más operaciones que sus pares menos capaces. Además, hay evidencia que sugiere que los estudiantes más capaces planificaron sus problemas y encontraron la respuesta, mientras que sus compañeros menos capaces tuvieron dificultades tanto con la planificación como con la solución de sus propios problemas. El planteamiento del problema formado por cada alumno refleja de forma única las experiencias e ideas matemáticas de él; concluye que la invención de problemas es una herramienta particularmente útil para estudiar alumnos con talento matemático.

Benito (1996) investiga características metacognitivas y estrategias en la solución de problemas matemáticos y problemas de transformación. Señala como resultado valioso la capacidad de los niños superdotados para inferir estrategias ejecutivas y elaborar el espacio de problemas complejos. Los niños superdotados no sólo conocen el tipo de procedimiento que utilizan para resolver un problema, sino que son capaces de verbalizar las estrategias que utilizan, lo que implica capacidad de análisis y de deducción; son conscientes de que saben y utilizan de forma automática ciertas operaciones y saben cuáles estrategias frecuentemente utilizar en la resolución de problemas.

Span y Overtoom-Corsmit (1986), dentro de la teoría del procesamiento de la información, estudian las diferencias que puede haber entre alumnos de educación secundaria con talento y alumnos promedio. Identifican a los niños con talento mediante test estandarizados: Un test de información general, el test de Matrices Progresivas de Raven y un test de creatividad. También tienen en cuenta las apreciaciones de sus profesores. Obtienen que, en la resolución de problemas matemáticos, los niños con talento procesan la información de forma diferente que los niños promedio y que los resuelven mejor, más rápido y necesitan menos ayuda que los niños normales; el grupo experimental se comporta como experto y el grupo control como novatos. Intentan responder a cuál sería la instrucción que más se ajustan los niños con talento, y da como sugerencia el aprendizaje cooperativo entre niños con talento y niños normales.

Niederer e Irwin (2001) mencionan seis formas de identificar el talento matemático: utilizando test de inteligencia, nominación de los profesores, nominación de los padres, la propia nominación por parte del alumno, la nominación de los pares y propone una sexta categoría, la habilidad de los estudiantes para resolver problemas. Basándose en los problemas utilizados por Span y Overtoom-Corsmit en sus investigaciones, ponen de manifiesto nueva información sobre características particulares de estudiantes con talento matemático que resuelven problemas, proponen una batería de seis problemas a sus alumnos y concluyen que con respecto a la identificación de niños con talento matemático los “problemas similares a este estudio pueden ser apropiados para evaluarlos”.

Niederer e Irwin (2001), en los resultados de su investigación, encuentran que la resolución de problemas es una forma más útil para identificar el talento matemático que otras técnicas tradicionales. En concreto, compara la resolución de problemas con un test estandarizado de elección múltiple de matemáticas, el Progressive Achievement Test (PAT), con la nominación de profesores, la autonominación, la nominación de los compañeros y la nominación de los padres.

Concluye aconsejando el uso de la resolución de problemas como instrumento de identificación del talento matemático y no aconsejando el empleo del test de matemáticas de elección múltiple.

Por otra parte Niederer e Irwin, Wilson y Briggs (2002) utilizan la resolución de problemas como vía para caracterizar a los estudiantes con talento. Esta investigación la realizan con niños de 11 y 12 años de edad empleando una metodología basada en la entrevista clínica. Concluyen que aparentemente la tendencia de los niños con talento es planificar estrategias, resolver el problema de una manera eficiente y elegante, justificando sus soluciones.

Heinze (2005) compara las estrategias que emplean los estudiantes superdotados en la resolución de un problema con las que emplearon estudiantes normales en un estudio realizado por Hoffmann en 2003 (Heinze, 2005). Concluye que los estudiantes superdotados emplean macroestrategias con mayor frecuencia que los estudiantes normales; es decir, reconocen con mayor rapidez las estructuras y trabajan de manera más sistemática y estructurada los problemas. Además destaca en los niños superdotados las explicaciones que dan de sus soluciones.

Los niños superdotados pueden explicar y verificar sus procedimientos sistemáticos de solución más a menudo que los estudiantes normales. Heinze (2005) concluye que los alumnos con talento matemático necesitan, de manera significativa, menos tiempo en solucionar rompecabezas y sumas de series de números naturales. Encuentra que los superdotados tienen una gran habilidad para verbalizar y explicar sus soluciones a los problemas.

Ellerton (1986) comparó los problemas matemáticos planteados por ocho niños y dedujo que los niños más inteligentes plantearon problemas más complejos que aquellos planteados por los chicos menos inteligentes, pero los criterios para determinar la complejidad de los problemas no fueron suficientemente específicos.

A partir de los trabajos anteriormente citados, se han realizados diversas propuestas para proponer la mejor manera de identificar a los alumnos con talento matemático, pues, a partir de los resultados de diversas investigaciones, se ha visto que sólo ocupar test de inteligencia no es totalmente confiable; algunos alumnos con talento matemático puntúan por debajo de lo requerido para ser considerado talento, por todo ello en el siguiente apartado se habla a más profundidad sobre la diversidad de propuestas formuladas por diversos autores.

2.1.1 Propuestas de identificación de alumnos con talento matemático

En la identificación de alumnos con talento se suelen emplear varias técnicas. La mayoría de ellas se refieren a la utilización de un instrumento o prueba como test de inteligencia, pruebas estandarizadas o inventarios de personalidad, motivación o estilo intelectual; pero son más cuantitativas pues se basan en la puntuación obtenida; y otras que se basan en la observación y la nominación, por ello son de un tipo más cualitativo. Pero hay investigaciones que recurren a procedimientos que emplean conjuntamente test de inteligencia, la nominación de los compañeros, profesores y padres.

Una vez que se han aplicado estas técnicas se suele seleccionar o distinguir a un grupo como sujetos con talento, pero con estos procedimientos no se puede conocer si ese alumno posee talento

matemático pues no podemos ver si el estudiante posee las características que ya hemos citados. Los instrumentos usuales de identificación de niños con talento suelen evaluar en lo general y, por tanto, pueden no ser idóneos para identificar a los alumnos con talento matemático.

Hay investigaciones que comentan que una alta puntuación en un test no indica que el alumno posea talento matemático (Span y Overtoom-Corsmit, 1986). Los investigadores en esta área refieren que para identificar el talento matemático se debe aplicar y resolver problemas de matemáticas.

Las investigaciones de Krutetskii (1976) dieron como resultado una descripción de posibles características que se pueden encontrar en alumnos con talento matemático en función de su actuación en resolución de problemas no usuales. Esta idea ha promovido otras investigaciones como las de Niederer e Irwin (2001) y Span y Overtoom-Corsmit (1986), que describen el talento matemático a partir de la resolución de problemas de matemáticas..

Niederer, Irwin, Irwin y Reilly (2003) obtienen en su investigación que la resolución de problemas es una forma más eficaz para identificar el talento matemático. Compararon la resolución de problemas con un test estandarizado de elección múltiple de matemáticas, el Progressive Achievement Test (PAT), la nominación de profesores, la autonominación, la nominación de los compañeros y la nominación de los padres. Concluyen aconsejando la resolución de problemas como instrumento de identificación del talento matemático y desaconsejando el empleo del test de matemáticas de elección múltiple.

Existen algunas baterías para evaluar el nivel de competencia o de desempeño del alumno en las distintas áreas curriculares. Entre las más utilizadas están las que evalúan la capacidad de lectura y escritura y el nivel de aprendizaje en matemáticas, pero este tipo de pruebas no es indicado para detectar el talento matemático.

Se pueden elaborar pruebas de resolución de problemas basadas en el currículum escolar; para ello necesitan indicadores adecuados al respecto. A continuación se presentan algunas de las propuestas planteadas.

El proceso de identificación en niños pequeños con talento matemático es una tarea complicada; ha habido propuestas como las de Straker (citado en Freeman, 1988) sobre los niños de los primeros años de escolarización.

Straker da una lista de características para estos niños:

- Gusto por los números, incluyendo su uso en cuentas y rimas;

- Habilidad para argumentar, preguntar y razonar, utilizando conectivos lógicos: si entonces, así, porque, uno u otro, o;
- Construcción de modelos o esquemas que revelan el equilibrio o simetría;
- Precisión en la colocación de juguetes; por ejemplo, coches ordenados dispuestos en filas, muñecas ordenadas según el tamaño;
- Uso de criterios sofisticados para separar y clasificar;
- Disfrutan con los rompecabezas y otros juguetes en construcción

Algunos autores destacan las actitudes que los niños desarrollan sobre aspectos matemáticos no formales

“disposición en el gusto por los números y los juegos de números. Les gusta tanto contar que puede que lo hagan casi obsesivamente. [...] desde muy pequeños estos niños pueden mostrar una fascinación por formas, rompecabezas, dibujos y diseños, buscan siempre ideas aritméticas, y adquieren el concepto precoz de la cardinalidad de los números y un gusto por el pensamiento riguroso” (Marjoram y Nelson, 1988, 220-221).

Otros autores señalan y destacan en la identificación del talento matemático, básico la habilidad y destreza en la resolución de problemas matemáticos por parte del niño, este aspecto es común entre las listas de control de los distintos test orientados hacia esta característica. Entre los autores que han propuesto una lista de características tenemos a Greenes (1981), quien recopila características especiales de los niños con talento cuando resuelven problemas en matemáticas, y señala que podrían servir de lista de control para docentes en matemáticas durante su labor de identificación de estos estudiantes en las aulas:

- Formulación espontánea de problemas. Cuando a un alumno con talento se le presenta una situación, genera preguntas sobre ella que dan lugar a nuevos problemas que habrá que resolver.
- Flexibilidad en el manejo de datos. Los niños con talento tienden a emplear una gran variedad de enfoques y estrategias no usuales para resolver problemas. En la resolución de los problemas que se proponen para la aplicación de un determinado tipo de algoritmo previamente aprendido, los niños con talento a menudo ven una estrategia más simple o una estrategia alternativa para resolver el problema.

- Habilidad para la organización de datos. Cuando a un estudiante con talento se le proponen problemas que contienen conjuntos de datos, tienden a organizarlos en listas o tablas, con el fin de descubrir pautas y relaciones o estar seguros de agotar todas las posibilidades.

- Agilidad mental o riqueza de ideas. Los niños con talento pueden pensar de forma divergente y hacer asociaciones únicas. Esto se puede manifestar en clase por un retraso en la respuesta que no estará causado por la imposibilidad de resolver el problema sino porque el alumno ha detectado ambigüedades en el problema o ve que sus soluciones son múltiples, o quizás, está considerando estrategias alternativas para resolverlo.

- Originalidad de interpretación. Los estudiantes con talento tienen la habilidad de salirse del camino establecido, escaparse de lo obvio, y visualizar cosas desde una perspectiva diferente.

- Habilidad para transferir ideas. Los estudiantes con talento son capaces de aplicar información aprendida en un contexto a un problema en un contexto diferente.

- Habilidad para generalizar. Los estudiantes con talento examinan las cosas a conciencia, observan relaciones entre ellas y tienen habilidad para generalizar estas relaciones.

También señala la autora que la naturaleza especial del pensamiento de los estudiantes con talento se manifiesta en otros aspectos, con en el hecho de prefieren los problemas complejos a los simples. Si consideran un problema difícil (aquel cuya solución no se obtiene por la mera aplicación de un algoritmo computacional previamente aprendido), les gustará resolverlo. La dificultad que les plantea un problema difícil les estimula para obtener la solución. Les gusta además enfrentarse con los problemas que permiten el empleo de diferentes procesos de solución. Muy especialmente les intriga los problemas de lógica recreativa, que incorporan múltiples condiciones y requieren el empleo de la lógica deductiva.

El estudio de Pasarín, Feijoo, Díaz y Rodríguez-Cao (2004) realizado en A. Coruña, España pone de manifiesto que hay una baja relación entre los tests utilizados para evaluar la aptitud matemática y las características fundamentales del talento matemático destacadas por Greenes (1981).

Miller (1990) enlista características que pueden ser claves en la identificación del talento matemático:

- Conocimiento y curiosidad sobre la información numérica
- Rapidez en aprender, entender y aplicar ideas matemáticas

- Alta capacidad de pensar y de trabajar de manera abstracta
- Capacidad de ver patrones y relaciones matemáticas
- Capacidad de pensar y de trabajar abstractamente de manera flexible y creativa
- Capacidad de transferir lo aprendido en nuevas situaciones

Diezmann y Watters (2002) concluyen que los alumnos con talento matemático tienen una gran capacidad de razonar bien analítica o espacialmente. Los estudiantes superdotados analíticamente son generalmente trabajadores exactos y rápidos, son hábiles para articular cadenas de razonamientos. Por el contrario, los estudiantes superdotados espacialmente, pueden tener un rendimiento bajo en clase debido al énfasis que se suele poner en las tareas analíticas. Los estudiantes superdotados espacialmente realizan mejor las tareas de carácter visual –espacial.

Banfield (2005) recoge de varias fuentes (House, 1987; NCTM, 2000; Wiczerkowski y Prado, 1993) un conjunto de características cognitivas y afectivas específicas de los niños con talento matemático:

- Tienen una percepción formal de las matemáticas
- Son capaces de resolver problemas complejos
- Realizan un razonamiento lógico sobre relaciones cuantitativas y espaciales
- Piensan con símbolos matemáticos y su pensamiento es flexible
- Generalizan las relaciones y operaciones rápida y extensamente
- Simplifican el razonamiento matemático
- Pueden realizar una construcción rápida de procesos mentales y muestran reversibilidad en el razonamiento matemático
- Tienen memoria matemática para las relaciones, argumentaciones, demostraciones, y aspectos de resolución de problemas.
- Tienen energía, persistencia y concentración
- Organizan datos para observar patrones o relaciones
- Analizan problemas, consideran alternativas
- Aprenden conceptos y procesos matemáticos más rápidamente que otros estudiantes

- Son hábiles o capaces de verbalizar conceptos, procesos y soluciones matemáticas
- Les gustan los problemas difíciles, rompecabezas y problemas de lógica
- Desarrollan asociaciones únicas y emplean métodos originales para las soluciones
- A veces resuelven problemas intuitivamente, y pueden no ser capaces de explicar por qué la solución es correcta.

También cabe mencionar el modelo centrado en la superdotación como “intersección” de varios factores, desarrollado por Renzulli (1977). Por medio de este modelo, Ridge y Renzulli (1981) definen la superdotación como interacción entre tres racimos básicos de rasgos humanos: capacidad general sobre la media, alto nivel de compromiso con la tarea, y alto nivel de creatividad. Según esta definición, los niños dotados y con talento poseen o son capaces de desarrollar este sistema compuesto de rasgos y de aplicarlos a cualquier potencialmente área valiosa de actuación humana.

Tomando en consideración las diversas propuestas, la resolución de problemas es la mejor opción dentro de los diversos métodos que se proponen para identificar al estudiante con talento matemático. Y se ha propuesto combinar la resolución de problemas con otros métodos para identificar a los alumnos con talento como nominación de profesores, nominación de compañeros y nominación de padres.

Por ello las investigaciones en esta área han optado por dejar de usar los test como principal herramienta para la identificación de alumnos con talento matemático y recurrido al uso de cuestionario de problemas de matemáticas para identificar a estos estudiantes. De igual manera los programas que se han diseñado para identificar a los estudiantes con talento matemático se han renovado y han aplicado estas estrategias anteriormente mencionadas para la detección.

En el caso de México, la atención al alumnado con talento es algo relativamente nuevo, pues sus inicios se remontan a la década de los ochenta, con la aplicación del Modelo de Atención a Niños y Jóvenes con Capacidades y Aptitudes Sobresalientes (CAS), el cual se basaba en un inicio en identificar a estos estudiantes a partir del uso de test. Sobre esto se hablara en el siguiente apartado.

2.2 La atención a la Sobredotación y el Talento en México

En México en los años ochenta en la SEP surgió la necesidad de dar atención a los y las estudiantes que manifiestan capacidades por encima de la media o una inteligencia mayor al promedio.

Es así como en 1986, a partir de los nuevos principios de la entonces Dirección General de Educación Especial, los cuales eran:

1. Toda acción educativa debe basarse en las posibilidades del alumno, más que en sus limitaciones.
2. Es necesario individualizar la educación.
3. Se debe promover la normalización.
4. Integrar la educación regular y la educación especial, como estrategia para lograr la normalización.

Inició la aplicación del Modelo de Atención a Niños y Jóvenes con Capacidades y Aptitudes Sobresalientes (CAS). Este trabajo se realizó inicialmente con alumnos que cursaban, de tercero a sexto grado de educación primaria. El Proyecto CAS se fundamentó en el Modelo Trídico de Enriquecimiento de Renzulli y en el Modelo de Talentos Múltiples propuesto por Taylor.

El modelo de Renzulli, promueve la idea de erradicar el uso exclusivo de los test de inteligencia como método de identificación de los niños con superdotación y talento. Para el mencionado autor, la superdotación comprende tres características: 1. Habilidad muy por encima de la media, 2. Creatividad: aquí podemos observar un pensamiento original e innovación en la resolución de problemas, y 3. Compromiso con la tarea, uno de los elementos clave para la realización de los estudiantes superdotados, porque aquí se ve la habilidad para implicarse en un problema de un área específica por un largo periodo de tiempo.

Según Renzulli (1986 citado en Blumen, 2008), todos estos rasgos pueden ser desarrollados en escolares desde la educación primaria, si se brindan oportunidades para el auto-estudio donde los estudiantes puedan aprender la metodología apropiada, así como estrategias creativas.

Taylor (1974) en su modelo define al niño sobredotado como aquel que sobresale por habilidades intelectuales, y al talentoso como el que se distingue por su habilidad social, artística o psicomotriz. Considera que existen talentos que no han sido valorados y que pueden desarrollarse, como los que propone en su modelo: 1. Pensamiento productivo, que es el desarrollo de la creatividad del pensamiento a partir de la imaginación; 2. Toma de decisiones, esto es, la habilidad de evaluar cuidadosamente la información antes de emitir un juicio, que incluye la lógica y la evaluación experimental; 3. Planeación, que involucra elaboración, sensibilidad y organización; 4. Predicción, esto

es, la capacidad de reconocer patrones en eventos, ver los detalles con claridad y la reacción de las personas; y 5. Comunicación, o sea el desarrollo de una expresión fluida, oral, escrita y corporal, que le permita comunicarse con los demás.

El modelo CAS plantea que para la identificación de alumnos con sobredotación o talento se debe recurrir al uso de pruebas psicométricas, calificaciones, pruebas de rendimiento, nominación del profesor y compañero y entrevista a los padres.

En 1992, se sugirió que el modelo sea aplicado en todas las entidades del país; sin embargo, no se aplicó en su totalidad por diversas razones, entre ellas: el comienzo de acciones en favor de la integración educativa que propiciaron la reorganización y reorientación de los servicios de educación especial, esto ocasionó que los alumnos con aptitudes sobresalientes dejaran de recibir la atención que se les estaba ofreciendo en las unidades CAS, a partir de esta reorganización, el personal de las CAS fue transferido a las recién creadas Unidades de Servicio de Apoyo a la Educación Regular (USAER), que centraron su quehacer en la atención a los alumnos con discapacidad, integrados en las escuelas regulares casi de manera exclusiva. Además, surge un interés en algunos estados por diseñar un modelo propio de atención para estos alumnos.

A partir de 2002 se echa a andar en México, el Programa Nacional de Fortalecimiento de la Educación Especial y de la Integración Educativa, como una respuesta del gobierno a las demandas y propuestas en materia de integración educativa de los niños, niñas y jóvenes con necesidades educativas especiales. Dentro de las metas prioritarias del Programa se establece la atención de los alumnos con sobredotación intelectual y talento. Con este fin, en 2003 la Subsecretaría de Educación Básica y Normal, mediante el Programa Nacional, planteó el diseño de un Proyecto de investigación e innovación denominado: Una propuesta de intervención educativa para alumnos y alumnas con aptitudes sobresalientes. El propósito general de este proyecto de investigación fue diseñar, aplicar y evaluar una propuesta de intervención educativa que contemplara las características de estos alumnos, así como las del contexto escolar para favorecer el desarrollo integral de los alumnos.

Acle (2013) comenta que actualmente una de las problemáticas que enfrentan los investigadores en esta área es la gran variedad de conceptos y formas de nombrar a estos alumnos así como la falta de coordinación en las propuestas y estrategias para atender a esta población, pues las diversas propuestas surgidas desde los Estados, asociaciones o universidades tienen sus mecanismos para identificar y atender a esta población. La autora comenta que los estudios realizados entre 2002 y 2011 sobre los alumnos con altas capacidades se enfocan a: 1) Conocer la prevalencia de esta población en educación

primaria y secundaria; en el caso de primaria el promedio de prevalencia es de 9.9% y en secundaria es de 8.6%; 2) Conocer las características cognitivas; 3) Estudiar los aspectos emocionales de esta población; 4). Conocer la relación entre el contexto familiar y las altas capacidades, 5). Efectividad de la nominación del docente; 6). Identificar esta población, mediante la elaboración y validación de instrumentos y modelos para tal fin, los cuales toman como criterios el CI, nominación del docente, creatividad y compromiso con la tarea, entre otras; y 7). Diseño de programas que desarrollen y promuevan las habilidades del alumnos con altas capacidades. El mismo autor menciona que el diseño de la mayoría de los programas desarrollados es: pretest-intervención-postest. Dentro de estos programas se encuentran los diseñados por: Romero (2008), Enriquecimiento de la Creatividad y Autoevaluación; Hernández (2009), Enriquecimiento de la Creatividad Escrita; y Ortiz y Zacatelco (2010), Modelo de Solución Creativa de Problemas, (citados en Acle, 2013).

A partir de esta revisión se concluye que en México, hasta 2011, no existe un programa que atendiera a los alumnos con talento matemático.

Con base en esto, podemos concluir que la identificación de niños con talento matemático se debe realizar a partir de un uso combinado de diversos instrumentos, que evalúen habilidad matemática, y no habilidades generales como viene ocurriendo en la identificación del talento o sobredotación esto con el objetivo de atender a esta población; en algunas ocasiones, aplicar un test o guiarse solo por el criterio del docente puede ocasionar que el alumnos con talento no sea identificado y pierda oportunidades para su desarrollo.

La identificación se debe realizar de forma contextualizada, de modo que puedan evaluarse las habilidades matemáticas del alumno y que se puedan identificar las características que comentan los autores mencionados anteriormente. Por ello en este trabajo se recurrió para la detección al Cuestionario de problemas de estructura multiplicativa (PEM), para realizar la identificación de alumnos con talento matemático.

El siguiente capítulo tratará sobre los antecedentes del estudio correspondiente a los problemas de estructura multiplicativa, describiendo las características de estos, y porque se recurrió a este contenido.

CAPITULO III

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: PROBLEMAS DE ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA

En este capítulo se describen los antecedentes del estudio correspondientes a los problemas de estructura multiplicativa. Se inicia con la descripción de modelos matemáticos y problemas de estructura multiplicativa: multiplicación y división. El capítulo continúa con el aprendizaje de la división y la multiplicación, seguido de la descripción del campo conceptual y problemas de estructura multiplicativa; y se concluye con los errores asociados a los problemas de estructura multiplicativa.

De acuerdo a Butto y Delgado (2012) La enseñanza y el aprendizaje de los problemas de estructura multiplicativa representan una dificultad para la mayoría de los estudiantes de educación primaria, en especial los problemas de multiplicación y división. Para Vergnaud (1938, citado en Butto y Delgado, 2012), el campo conceptual de las estructuras multiplicativas comprende todas las situaciones en que pueden ser analizadas como problemas de proporciones simples y múltiples, para los cuales generalmente es necesaria una multiplicación, una división o una combinación de estas operaciones.

Cabe aquí abordar los problemas de estructura multiplicativa para interpretar de mejor manera los contenidos matemáticos que se presentan en la educación primaria, tales como el razonamiento proporcional y la idea de variable. Sin duda la instrucción escolar privilegia el estudio de las estructuras multiplicativas, y esto ocasiona algunos problemas para que los niños pueden comprender, por ejemplo, el razonamiento, proporcional y, vía ese contenido matemático, el pensamiento algebraico.

De acuerdo con Vergnaud (1938, citado en Butto y Delgado, 2012), la estructura multiplicativa se basa en la estructura aditiva, pero ciertos aspectos intrínsecos de la primera no están presentes en la segunda; los clasifica en tres categorías: proporción simple, producto de medidas y proporción múltiple; afirma que ese campo conceptual se desarrolla entre los siete y dieciocho años de edad; las dificultades a menudo se sitúan en dos grandes categorías: isomorfismo de medida y producto de media.

Vergnaud (1938, citado en Butto y Delgado, 2012) entiende por isomorfismo de medida una relación entre cantidades x (primera medida) e y (segunda medida) relacionadas funcionalmente por una proporción simple

$$\frac{x}{y} = \frac{x'}{y'}$$

O funcional $y = f(x) = mx$. Así, diversos problemas algebraicos se pueden entender como determinar una de las medidas desconocidas, dada la relación:

| | | |
|-----------------------------|---|-------|
| M_1 | | M_2 |
| ----- | | |
| $x \rightarrow y = f(x)$ | | |
| · | · | · |
| · | · | · |
| · | · | · |
| $x' \rightarrow y' = f(x')$ | | |

donde M_1, M_2 representan las “medidas” o cantidades.

Ejemplo:

Tengo tres bolsas de canicas. Hay cuatro canicas en cada bolsa. ¿Cuántas canicas tengo?

| | | |
|--------|---|---------|
| Bolsas | | Canicas |
| ----- | | |
| 1 | → | 4 |
| 3 | → | y' |

Está comprobado que una serie de factores inciden, de manera significativa, en las dificultades asociadas a este tipo de problemas, en la solución de los mismos, y las dificultades asociadas a cada modelo matemático (lineal; cardinal, medida; numérico y funcional) y sus diferentes contextos de resolución. A este se suman los problemas asociados a la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal indoarábico que se relacionan directamente con la capacidad que los niños pueden desarrollar, por ejemplo, para operar con el algoritmo de la multiplicación y la división.

En respuesta a señalamientos como los anteriores, se conocen varios estudios sobre el aprendizaje de los problemas de estructura multiplicativa; por ejemplo: Dividir con dificultad o la dificultad de dividir (Parra y Sainz, 2001), Problemas de estructura multiplicativa, Vergnaud (1985); El progreso para la multiplicación y la división de Nunes y Bryant (1997); Multiplicación y División en

Didáctica de la matemática en educación primaria Castro (2001), Bermejo (2010); Aprendiendo a multiplicar y dividir, adquisición del sistema de numeración decimal un problema didáctico (Lerner, 1995), entre otros.

3.1 Modelos Matemáticos y problemas de estructura multiplicativa: multiplicación y división

En primer término abordaremos la definición de modelos matemáticos que se utilizan en este trabajo para comprender a qué nos referimos con este. Para tal efecto un modelo matemático es una forma de expresar declaraciones y/o proposiciones sustantivas de hechos o de contenidos simbólicos, en donde están implicadas variables, parámetros y relaciones entre variables y/u operaciones (Satty y Joyce, 1981, citado en Butto y Delgado, 2012). En este sentido se puede decir que el éxito de un modelo matemático es encontrar la formulación que sea más apropiada a la realidad estudiada.

En otras palabras, un modelo matemático es aquel que se utiliza para dar un sentido apropiado a la realidad que nos presenta el problema, debiendo tomar en cuenta la relación que hay entre las declaraciones o la enunciación semántica y la operación a realizar.

Por lo tanto, cada uno de los modelos que se describen a continuación, enfatizan un contexto particular del número y el algoritmo.

Modelo lineal.- Utiliza la recta numérica como soporte gráfico, el producto $n \times a$ se modeliza formando un intervalo de longitud a -unidades y contándolo n -veces (Castro, 2001).

Para la división se cuenta hacia atrás desde el dividendo, y de tanto en tanto, según indique el divisor, siendo el cociente el número de pasos dados.

Modelo cardinal.- Se representan uno o los dos factores, siendo los siguientes los tipos más utilizados en el caso de la multiplicación:

La unión repetida de conjuntos cardinales, usualmente con los mismos objetos

Distribución de objetos en un esquema rectangular, en donde cada uno de los factores se puede reconocer en la representación.

Producto cartesiano de dos conjuntos o combinatorias.

Diagrama de flechas, se utiliza para representar un producto de dos conjuntos.

Para la división el modelo más usual consistente en repartir en partes iguales, es decir, si se tiene un conjunto de 12 elementos y se abren a partir de él 3 subconjuntos, o bien se puede utilizar el modelo inverso sobre el conjunto de 12 elementos se van haciendo subconjuntos de 3 elementos hasta que todos quedan distribuidos. Así mismo la distribución rectangular de un total de elementos dados por el dividendo en tantas filas iguales como indique el divisor es otro modelo adecuado, el cociente se determina contando el número de filas obtenidas (Castro, 2001).

Modelos con medida.- La representación gráfica de este modelo se tiene en las regletas de Cuisenaire que representan al número como longitud, el producto 2×3 se representa tomando 3 regletas del número 2. De igual forma tenemos la balanza en donde el contexto del número es de medida y peso, el producto es el resultado de colocar tantas veces una unidad de peso como indique el otro número.

En el caso de la división se establece la equivalencia entre una longitud o peso global (dividendo) y otro pequeño (divisor) que hay que reiterar varias veces hasta conseguir dicho equilibrio. El número de veces en ambos casos se obtiene contando y nos da el cociente. (Castro, 2001)

Modelos numéricos.- Los números aparecen únicamente simbolizados.

$$3 \times 4 = 3 \text{ veces } 4 = 4 + 4 + 4$$

12-4 consiste en ver cuántas veces puede restarse 4 de 12

$$12 - 4 = 8$$

$$8 - 4 = 4$$

$$4 - 4 = 0$$

3.2 Campo conceptual y problemas de estructura multiplicativa

En primer lugar se define qué se entiende por campo conceptual en el presente trabajo:

“Un campo conceptual es un espacio de problemas o de situaciones-problema en los que el tratamiento implica conceptos y procedimientos de varios tipos en estrecha conexión” (Vergnaud, 1994)

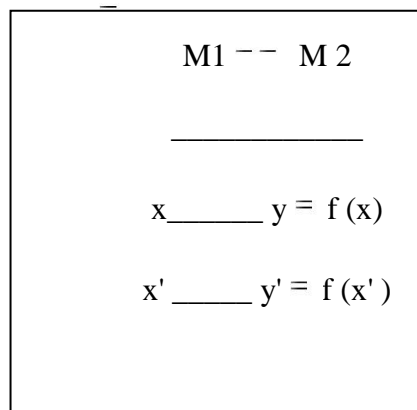
En otras palabras, un campo conceptual es un problema que requiere diferentes conceptos y procedimientos para poder llegar a su resolución.

Vergnaud trata dos campos conceptuales; la estructura aditiva y la estructura multiplicativa, ambos considerados como un conjunto de problemas que comportan operaciones aritméticas y nociones de tipo aditivo o de tipo multiplicativo.

Si bien la estructura multiplicativa se basa en la aditiva, tiene componentes específicos, por lo que el citado autor conceptualiza a la estructura multiplicativa como un conjunto de situaciones problema cuya resolución requiere la multiplicación o la división. Plantea una categorización: proporción simple, producto de medidas y proporción múltiple.

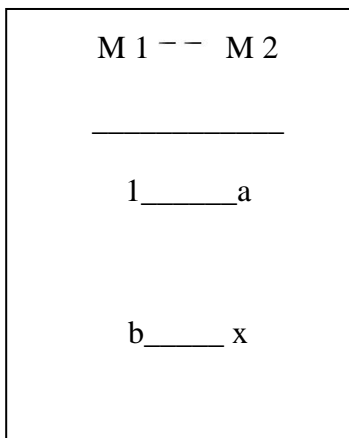
Tipos de problemas de estructura multiplicativa.

El análisis de Vergnaud (1983, citado en Butto y Delgado, 2012) sobre los problemas que conllevan operaciones de multiplicación y división, muestra que los problemas simples de este tipo se citan casi siempre en el marco de dos grandes categorías, mismas que veremos a continuación: La primera categoría se refiere al Isomorfismo de medida; ésta estructura engloba a los problemas que muestran una proporcionalidad simple directa entre dos magnitudes implicadas, incluye los problemas de repartos iguales, precios constantes, movimiento uniforme, densidades constantes a lo largo de una línea, en una superficie o en volumen; y, para representar esto, Vergnaud (1983, citado en Butto y Delgado, 2012) utiliza las tablas de correspondencia como la que se muestra en seguida:



En esta estructura la función $F: M1 \longrightarrow M2$ es una proporcionalidad simple directa entre dos magnitudes $M1$ y $M2$ e identifica cuatro grandes subclases de problemas dentro de la estructura del isomorfismo de medida multiplicación, división y problemas generales de regla de tres.

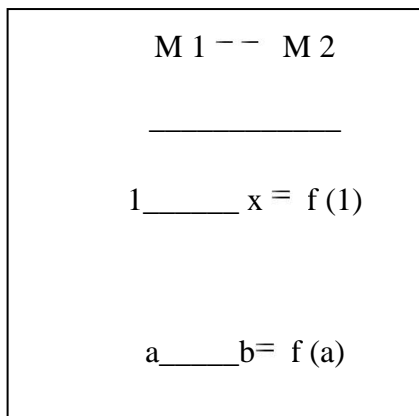
- La subclase de la multiplicación se organiza de la siguiente manera:



A continuación, el ejemplo ilustra esta subclase: Pepe compra 6 chocolates a \$12 cada uno.
 ¿Cuánto tiene que pagar?

$$a = 12, \quad b = 6, \quad M1 = [\text{número de chocolates}], \quad M2 = [\text{pesos}]$$

- La subclase de la división (primer tipo) se organiza de la siguiente forma:



Consiste en encontrar el valor de la unidad $f(1)$ conociendo a y $f(a)$.

El siguiente ejemplo ilustra esta subclase: José quiere repartir sus dulces entre Mariana y Angélica, en partes iguales. Su padre le da 12 dulces ¿Cuántos dulces recibir cada una?

$a = 3$, $b = 12$, $M1 = [\text{número de niñas}]$, $M2 = [\text{números de dulces}]$

- Subclase división segundo tipo se organiza de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} M1 \text{ --- } M2 \\ \hline 1 \text{ --- } a = f(1) \\ x \text{ --- } b = f(x) \end{array}$$

Esta consiste en encontrar x conociendo $f(x)$ y $f(1)$

A continuación, el ejemplo ilustra esta subclase: José tiene \$150 y quiere comprar discos compactos; cada uno de ellos cuesta \$ 30. ¿Cuántos discos puede comprar?

$a = 300$, $b = 150$, $M1 = [\text{número de Cd's}]$, $M2 = [\text{costo}]$

Problemas de reglas de tres en un caso general se organiza de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} M1 \text{ --- } M2 \\ \hline a \text{ --- } b \\ c \text{ --- } x \end{array}$$

En este tipo de problemas intervienen tres datos a , b , c ; no son problemas simples de estructura multiplicativa. Vergnaud (1983, citado en Butto y Delgado, 2012) apunta que deberá quedar ya claro que los problemas de multiplicación y división son casos simples de los problemas más generales de regla de tres y se distinguen de estos en que uno de los cuatro términos implicados es igual a uno.

La segunda clase hace referencia al producto de medida, que engloba a tres magnitudes M1, M2 y M3, de tal manera que una de ellas, M3 es el producto cartesiano de las otras dos.

$$M1 \times M2 = M3$$

Su forma general es una relación ternaria entre tres cantidades, una de las cuales esté definida como un par ordenado cuyos componentes son las otras dos cantidades; y se dividen en dos subtipos de problemas:

Tipo uno: Multiplicación; se debe encontrar la medida producto, conocidas las medidas que la componen. Por ejemplo, ¿Cuál es el área de una habitación rectangular que mide 5 metros de largo por 3 metros de ancho?

$$M1 = [\text{largo}] \quad M2 = [\text{ancho}] \quad M1 \times M2 = [\text{área}]$$

Tipo dos: División; se debe encontrar una de las cantidades elementales que se componen, conociendo la otra y la cantidad compuesta. Por ejemplo, la superficie de una habitación rectangular es de 24 metros cuadrados y el largo de la habitación es de 6 metros. ¿Cuál es el ancho de la habitación, que responde a las mismas magnitudes del problema anterior?

En el campo conceptual de las estructuras multiplicativas se pueden distinguir subclases de problemas sin más que considerar el tipo de magnitud elemental implicado discreta, continua; el tipo de números enteros, decimales, números grandes, números inferiores a 1, y también teniendo en cuenta los conceptos implicados.

3.3 Errores asociados a los problemas de estructura multiplicativa

Los problemas verbales que incluyen multiplicación y división son difíciles de resolver por los niños, algunas de estas dificultades se deben a la comprensión limitada que tienen de estas operaciones aritméticas y su poca experiencia con los distintos tipos de situaciones que exigen utilizar estas operaciones.

La comprensión del significado de la multiplicación y de la división es considerablemente más difícil que el de la adición y la sustracción, una explicación a este fenómeno se da en términos de las palabras que comúnmente se asocian a los signos de las operaciones; así:

+ significa “sumar”, “añadir” o “y”

- significa “restar”, o “quitar”

: significa “repartir”

x significa “tantas veces”

Mientras que añadir, quitar y repartir son acciones concretas y fáciles de visualizar, no ocurre lo mismo con tantas veces, que no presenta una referencia activa clara.

Con respecto a lo anterior Brosseau (1986, citado en Butto y Delgado, 2012) menciona que los niños buscan dentro del problema a resolver “variables pertinentes”, que son aquellas palabras que cuya presencia o ausencia influyen sobre las posibilidades de reconocimiento o de resolución de un problema de multiplicación o división. El valor que los niños atribuyen a estas variables o palabras se hace mayor cuando la enseñanza pone énfasis en la operación correspondiente en vez deshacerlo en el razonamiento del problema.

Saiz (1994, citado en Butto y Delgado, 2012) reportó que los niños al no razonar y sólo utilizar las operaciones de forma automática, presentan dificultades en resolver problemas de división cuando esta no hace referencia a la idea de reparto, lo cual provoca que en un contexto matemático diferente a este el niño no sabe qué hacer.

Por eso Charnay (1988, citado en Butto y Delgado, 2012) pone énfasis en que la enseñanza de las matemáticas debe ser significativa, para lograr una comprensión que, como anota Brosseau (1986, citado en Butto y Delgado, 2012), debe ser a nivel semántico, es decir, hay que ser capaz de reconocer las ocasiones en las que se deben utilizar los conocimientos e invertirlos en nuevos retos; y a nivel sintáctico, en términos de lógica-matemática, cuando el alumno ya puede razonar sobre su saber, analizarlo o combinarlo con otros. En otras palabras, la comprensión es la posibilidad de restaurar ciertos recursos de control y de engendrar las alternativas a rechazar, para la resolución de un problema.

Es así como se puede notar que los problemas de estructura multiplicativa son un contenido complejo, ya que no se limita a la enseñanza del uso del algoritmo, sino que necesita que el niño tenga comprendidas las reglas del sistema de numeración decimal y los problemas de estructura aditiva, así como el uso de la operación en los diferentes modelos matemáticos.

En el presente trabajo se recurrió a un Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (Cuestionario PEM) por el grado de dificultad de este campo de la matemática, que se vio en el presente capítulo, se recurrió a este contenido debido a que para realizar la detección de alumnos con talento matemático se debe hacer mediante cuestionarios de problemas de matemáticas que estén por encima de su nivel de conocimiento, el Cuestionario PEM cumple con estos requisitos de contenido matemático

CAPITULO IV

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: PROCESOS DE GENERALIZACIÓN

En este capítulo se describe los antecedentes del estudio correspondientes a los procesos de generalización. Se inicia con una breve descripción de los estudios de Kruteskii. Después se presenta una breve descripción de los estudios que abordan las dificultades para el aprendizaje de los procesos de generalización, continua con algunos estudios sobre el trabajo con patrones y se finaliza comentando la pertinencia de este contenido en el presente estudio.

Kruteskii (1976) y Grennes (1981) señalan que una característica de los alumnos con talento matemático es la habilidad de generalización; El trabajo de Kruteskii en la década de los 60s, sobre las habilidades intelectuales específicas de las matemáticas, encontró que la generalización, la abreviación de un razonamiento y la reversibilidad en los pasos de la resolución de problemas eran importantes para el razonamiento matemático de los estudiantes.

Kruteskii (1976) investigó la habilidad para generalizar un determinado contenido matemático y retomó el proceso de inducción finita. Este autor define la habilidad para generalizar como “un rasgo personal que permite realizar una tarea rápidamente y bien”. El referido autor identificó cuatro niveles de habilidades para generalizar contenidos matemáticos:

Nivel 1: No generaliza objetos matemáticos en relación a atributos esenciales, ni tampoco con la ayuda de un experimentador;

Nivel 2: Generaliza objetos matemáticos respecto a atributos esenciales, con la ayuda de un experimentador;

Nivel 3: Generaliza, él mismo, objetos matemáticos respecto a atributos esenciales, y es capaz de generalizar sin cometer ningún error, a partir de indicaciones y preguntas que le plantea el experimentador;

Nivel 4: Generaliza objetos matemáticos de manera correcta y de forma rápida y muestra no tener dificultades.

Sobre esto diversos estudios han encontrado que la mayoría de los estudiantes de 15 años o más presentan dificultades para la interpretación del lenguaje algebraico y de la generalización, dentro de las dificultades que refiere es el cambio de números (aritmética) por letras (álgebra). La principal explicación que encontramos en la literatura sobre esto son los niveles de desarrollo cognitivo de los alumnos (Mac Gregor & Stacey, 1997).

Mac Gregor & Stacey, (1997). Plantean que algunas interpretaciones erróneas comunes se pueden explicar considerando factores más accesibles que el nivel cognitivo para el diagnóstico y la posible remediación. Se presenta evidencia de que las dificultades para aprender a usar la notación algebraica tienen varios orígenes, incluyendo:

- Asunciones intuitivas y razonamiento pragmático razonable sobre un sistema de notación desconocido;
- Analogías con sistemas de símbolos utilizados en la vida cotidiana, en otras partes de la matemática o en otras materias escolares;
- Interferencia de los nuevos aprendizajes en matemáticas;
- Materiales de enseñanza mal diseñados.

El concepto de variable es uno de los fundamentales dentro de la currícula de matemáticas de primaria y secundaria, sobre este contenido propuestas como la del NCTM (2000) y el de la SEP (2009) comentan que debería ser trabajado paulatinamente y de diversas formas en estos niveles. Tomando en cuenta que tanto la variabilidad y el cambio son contenidos que se encuentran presentes en nuestro día a día, y estos se presentan de diversas formas que pueden ser comprendidas mediante el estudio de patrones (Devlin, 2000 citado en Guerrero et al 2006). El estudio de patrones puede ser entendido como un modelo matemático para estudiar la variación y cambio como nociones esenciales en la matemática.

Un objetivo que de los Programas de Estudio de Matemáticas de Secundaria es que los alumnos “modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.” (SEP, 2011, p. 14).

En los tres años de la educación secundaria se trabaja con la proporcionalidad, visto como una relación específica entre variables, y se trabaja con los alumnos mediante actividades didácticas que involucran el reconocimiento de regularidades numéricas como vía de generalización, patrones, para que dominen el concepto de variables y relación entre variables y pueda simbolizar las mismas, con la finalidad de introducirlo al álgebra.

Internacionalmente, se reconocen cuatro acercamientos a la enseñanza del álgebra (Bednard, Kieran y Lee 1996, citado en Butto y Delgado, 2012). 1) La generalización de patrones numéricos y

geométricos y de las leyes que gobiernan las relaciones numéricas. 2) La modelización de situaciones matemáticas y de situaciones concretas. 3) El estudio de situaciones funcionales y 4) a partir de la resolución de problemas y ecuaciones.

Por su parte, Wheeler (citado en Mason et al., 1985citado en Butto y Delgado, 2012) señala el carácter artificial de la división anterior; pues los cuatro aspectos son fundamentales en un programa de álgebra elemental. Sin embargo, en el campo de la didáctica esta división resulta útil para conocer en cuál de los cuatro aspectos pone el énfasis un tratamiento escolar del álgebra.

En el currículo mexicano, este contenido (el de patrones y generalización) no aparece con énfasis en la escuela primaria; sin embargo, sí hay una presencia extensa del razonamiento proporcional; a partir de esto, se asignan significados de la comparación cuantitativa y cualitativa de cantidades; las ideas de variable y de relación funcional aparecen en una etapa más avanzada que conduce, a su vez, hacia procesos de generalización.

De acuerdo con Pegg, (citado en Durán Ponce, 1999citado en Butto y Delgado, 2012), el descubrimiento de patrones requiere de trabajar tres procesos: actividades con patrones numéricos; expresar las reglas que caracterizan patrones numéricos particulares mediante oraciones, involucrando a los estudiantes para hacer aclaraciones y precisiones, y propiciar que los estudiantes expresen en forma abreviada dichas reglas. Para el referido autor, la parte más compleja de la introducción al álgebra requiere el trabajo con patrones numéricos, describir esos patrones utilizando la notación algebraica, y recomienda las siguientes actividades: desarrollar en forma escrita las reglas que caracterizan un patrón numérico; comparar diferentes alternativas correctas y que son originarias de un mismo patrón; generar patrones numéricos cuando se da una regla; encontrar varias reglas para un mismo patrón; socializar con los estudiantes el surgimiento de patrones numéricos, y finalmente, explicar la creación de reglas que caracterizan patrones numéricos.

Por su parte Küchemann (1981, citado en Mac Gregor y Stacey, 1997) clasificó las interpretaciones de los estudiantes de letras algebraicas en dos divisiones principales:

1. La letra se ignora, se le da un valor arbitrario, o se usa como el nombre de un objeto.
2. La letra se usa como un número desconocido específico o un número generalizado.

Cada una de estas divisiones se divide en dos categorías para explicar las demandas cognitivas de la complejidad del ítem, dando así cuatro niveles.

Küchemann sugirió que estos cuatro niveles corresponden a las etapas piagetianas del estadio concreto tardío, concreto tardío, formal temprano y formal tardío. Las pruebas longitudinales en el proyecto CSMS mostraron que los estudiantes con puntajes de CI más altos tendían a demostrar niveles cognitivos más altos y progresaban más rápido a través de los niveles de álgebra que los estudiantes con puntajes de CI más bajos.

Sin embargo, el hecho de que unos pocos estudiantes con puntajes de CI por debajo del promedio alcanzaran el tercer o cuarto nivel de álgebra a los 15 años sugiere que se deben tener en cuenta otros factores al explicar crecimiento de la comprensión del álgebra. En el presente documento, indicamos cuáles podrían ser algunos de estos otros factores.

Si un nivel cognitivo relativamente inmutable es de hecho un determinante de la forma en que los estudiantes pueden interpretar las letras y usar la notación de álgebra, una introducción exitosa al álgebra debe tener en cuenta este hecho

Los estudios de Mac Gregor y Stacey (1993) con estudiantes australianos revelan que, cuando se trabaja con patrones numéricos, los niños muestran dificultades para describir y expresar algebraicamente dicho patrón. Ellos muestran que la enseñanza del álgebra basada en el estudio de patrones no lleva a los estudiantes de manera automática a un mejor entendimiento de los conceptos algebraicos. Los estudiantes que participaron en su investigación, muestran tener dificultades para simbolizar lo general, aún siendo capaces de reconocerlo y expresarlo verbalmente. Dichos autores argumentan que es necesario trabajar en una etapa previa a la simbolización, en la que se debe hacer énfasis en la descripción verbal que hacen los estudiantes acerca de una situación.

Varios investigadores (Rojano, 2001; English & Warren, 1998; Stacey & MacGregor, 2001, citados en Butto y Delgado, 2012) coinciden en que se debe atender a esta fase, pues estas descripciones verbales serán la base para la construcción del patrón. Otro asunto que se debe trabajar es una tendencia natural de los estudiantes sobre las relaciones de recurrencia, cuando trabajan en secuencias numéricas y geométricas; cuando los estudiantes identifican una relación recursiva y cuando se muestran reuentes a buscar una relación explícita (English & Warren, 1998); pero dicha relación recursiva puede no ser fácilmente transferible a una representación simbólica.

Reggiane (1994, citado en Butto y Delgado, 2012), afirma que la generalización es un término utilizado en las matemáticas para indicar el paso de lo particular a lo general y para ver la generalidad en casos particulares. Diversos estudiosos han investigado las componentes del pensamiento algebraico y examinado tanto las dificultades de los niños como los contextos del álgebra.

También, han estudiado la relación entre el lenguaje algebraico y el lenguaje de la programación, señalando la contribución de este último para llegar a un uso correcto de la variable y finalmente, el entrenamiento con el trabajo algebraico. Han resaltado la coexistencia de dificultades específicas correspondientes al ambiente de la programación con la dificultad conectada al requisito de la formalización. Estas dificultades se podrían revelar en el uso de cualquier idioma formal y con dificultades más profundas relacionadas con la conceptualización de las estructuras involucradas; éstas últimas se podrían atribuir a las dificultades con la generalización.

Las investigaciones mencionadas describen algunas limitaciones en habilidades espontáneas para pasar de lo particular a lo general, y recomiendan estimular a los niños con procedimientos guiados. Específicamente, el estudio de Ursini (1996) con niños entre 11-12 años, cuyo objetivo era la comprensión de la generalidad, plantea una actividad con un procedimiento guiado paso por paso, que apuntaba a estimular la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Se requirió la estimulación e intervención externa para que la zona fuera activada y, a pesar de que los niños no habían sido introducidos al álgebra, se cree que éstos se encontraban en una etapa pre-algebraica. De acuerdo con Castro, Rico y Castro (1995), se puede generalizar en problemas que involucren patrones de tipo lineal o cuadrático mediante expresiones algebraicas.

Radford (2006, citado en Butto y Delgado, 2012) distingue dos tipos de generalizaciones: una de tipo aritmética y otra de tipo algebraica. Los procedimientos inductivos, basados en la formulación de reglas mediante ensayo y error en actividades con patrones, no conducen a una generalización; el autor comenta que en esos casos, los procedimientos inductivos llevan a un tipo de razonamiento probable, y se ajustan más a una hipótesis. Para el referido autor, el álgebra trata de deducir las reglas que rigen una secuencia y su representación por medio de un sistema de símbolos. Él sugiere que la acción de generalizar incluye dos elementos interrelacionados: el primero consiste en percibir una regularidad en una secuencia dada y el segundo, en formar un concepto general.

De acuerdo con Radford (2003, citado en Butto y Delgado, 2012), para que la generalización sea considerada como algebraica, la expresión debe satisfacer cualquier término de la secuencia; de no ser así, la generalización es sólo aritmética. La tarea de generalizar se hace más complicada cuando se les pide a los estudiantes relacionar variables y expresar esta relación en un lenguaje algebraico; las propias variables y el lenguaje algebraico son en sí mismos generalizaciones, por lo tanto cuando se generaliza mediante estos elementos se logra un mayor nivel de abstracción.

Radford (2010, citado en Butto y Delgado, 2012) comenta que no todas las actividades que realizan los estudiantes, cuando tratan de reconocer un patrón, están relacionadas con la generalización. En unode sus estudios describe que los estudiantes usan sistemáticamente dos estrategias: el reconocimiento de patrones y el ensayo y error. Explica que la estrategia de ensayo y error lleva a la producción de reglas que deben ser planteadas como hipótesis, y no como leyes de construcción de los elementos de la sucesión. Subraya que es imprescindible favorecer el desarrollo de actividades para el uso de estrategias de generalización, en lugar de estrategias que evoquen el ensayo y error.

Kaput (1999, citado en Butto y Delgado, 2012) propuso tres enfoques para acceder al pensamiento algebraico: a) el estudio de estructuras y sistemas abstractos para construir relaciones y hacer cálculos, incluyendo las que surgen en la aritmética y el razonamiento cuantitativo, el álgebra como una generalización de la aritmética, b) el estudio de la variación, de relaciones y funciones, c) un grupo de lenguajes de modelación para expresar y apoyar el razonamiento sobre las situaciones que se quieren modelar.

Kaput *et al* (2008, citado en Butto y Delgado, 2012) argumentaba que la utilización de la generalización como un enfoque para acceder al álgebra puede hacer avanzar el pensamiento algebraico; para él la generalización es un medio que permite a los estudiantes usar conceptos y procedimientos matemáticos para expresar, manipular y abstraer ideas matemáticas.

Los procesos de generalización consisten en descubrir un patrón o regla a partir de una secuencia de objetos, que pueden ser numéricos o geométricos. Las investigaciones al respecto muestran que un niño puede comprender una regla, aun cuando no pueda expresarla en lo que llamamos un lenguaje algebraico.

A partir de este contenido se buscó identificar a los alumnos con talento matemático, pues para realizar la identificación se debe evaluar a partir de contenidos que representen una complejidad superior para el alumno; en el caso del currículo mexicano el contenido de procesos generalización no aparece en educación primaria; se trabaja sólo hasta la secundaria e implica que los estudiantes tengan que percibir patrones, y sean capaces de expresar y escribir el patrón mediante actividades que involucren el razonamiento acerca de patrones en gráficas, patrones numéricos y figuras, entre otras actividades.

En el siguiente capítulo se describirá el marco teórico que se utilizara en este estudio.

CAPÍTULO V

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describirá el marco teórico utilizado para este estudio, el cual fue la Propuesta de Mora et al (2009) para el Talento Matemático, realizada a partir de los trabajos de Stanley y el Modelo Sociocultural, se utilizó este modelo porque reúne y sintetiza las características que mencionan diversos autores sobre el talento matemático.

Mora et al (2009) retoman dos modelos para realizar el propio el de Talento Matemático de Stanley. La teoría de Stanley resulta ser novedosa, aunque antigua pero vigente, por centrarse en un campo determinado y por proponer un modelo de identificación e intervención para niños talentosos en matemáticas. Julián Stanley, a finales de la década de 1960 y a comienzos de la de 1970, desarrolló el modelo “Diagnostic Testing Prescriptive Instruction” para identificar en los estudiantes con talento matemático, fortalezas y debilidades y, señalar aspectos que necesitan trabajar (Tourón J. y Tourón M., s.f.).

Posteriormente se apoyan en el Modelo Sociocultural. Aunque este modelo no es específico para el talento matemático, se considera que es un complemento para los modelos que han sido descritos anteriormente puesto que concede importancia al contexto sociocultural.

Desde este modelo la superdotación y el talento sólo pueden desarrollarse por medio del intercambio favorable de factores individuales y sociales, además que es el contexto social el que define cuándo alguien es talentoso. Uno de los primeros representantes de este modelo es Abraham Tannenbaum, cuya idea principal es que se tiene que dar una coordinación perfecta entre el talento específico de la persona, un ambiente social favorable que le permita desarrollarlo y la capacidad de la sociedad para valorarlo; es decir, es la sociedad quien valida si un producto de una persona lo hace ser considerado como talentoso (Sánchez, 2006).

La relación entre el individuo y los factores que determinan el talento matemático, enmarcados en el modelo sociocultural se relacionan en la figura

Teniendo en cuenta que tanto los factores de tipo social y particular influyen en el desarrollo del talento matemático, Mora et al ha considerado que una persona talentosa en matemáticas, además de dar muestras de capacidades matemáticas, deben estar presentes elementos vinculados con la creatividad y con factores de tipo individual y social. Así, con base en la revisión y recopilación de

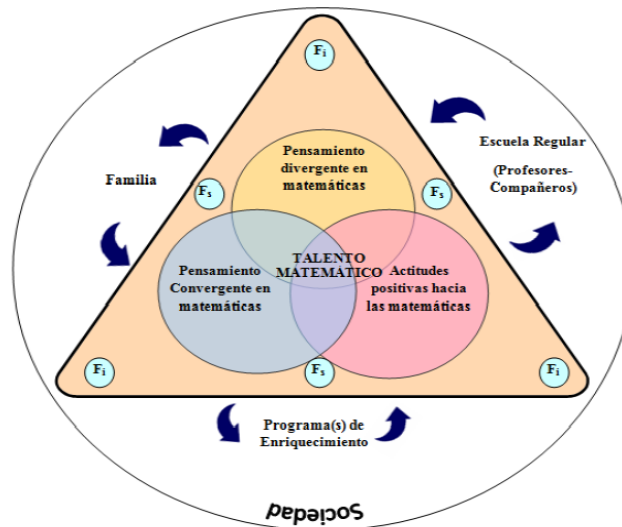
ideas presentadas por diferentes investigadores (algunos mencionados más arriba) y la discusión al interior del grupo de investigación, se sugiere que para identificar el talento matemático es necesario observar la presencia de características asociadas a cuatro componentes:

1. Capacidad matemática.
2. Pensamiento divergente.
3. Actitudes positivas hacia las matemáticas.
4. Factores sociales e individuales.

Lo cual se representa en el siguiente esquema (Figura 3).

Figura 3

Modelo del Talento Matemático de Mora *et al* (2009).



Las características mencionadas se describen a continuación:

Capacidades matemáticas superiores a la media

- Capacidad para lograr, claridad, simplicidad, economía y racionalidad en las argumentaciones y pruebas matemáticas.
- Capacidad para organizar la información, relacionarla y hacer uso de los datos de manera eficiente para la solución de una situación.
- Capacidad de abstracción. Lograr cambiar los niveles de representación de manera rápida y eficiente.

- Capacidad de visualización. Hacer representaciones mentales, basados en sistemas de representaciones concretos.
- Capacidad de generalización. Examinar detenidamente las cosas estableciendo relaciones y sistematizando estas relaciones.
- Habilidad para la transferencia de ideas. Capacidad de aplicar información aprendida o dada en una situación específica (Greenes, 1981).
- Recordar las estructuras generales de los problemas y sus soluciones.
- Emplear símbolos con facilidad.
- Habilidad para la inversión de los procesos mentales en el razonamiento matemático.
- Analizar de manera crítica los resultados obtenidos al solucionar un problema o una situación.
- Justificar las soluciones obtenidas en un problema.
- Comunicar las ideas matemáticas que usa para resolver problemas.
- Rapidez de aprendizaje. Captar fácilmente los problemas matemáticos y la estructura de los problemas (Tourón et al., 1998).

Pensamiento divergente en matemáticas

- Fluidez, riqueza de ideas, abundancia de respuestas al resolver problemas.
- Desarticulación de esquemas rígidos
- Modificación de las condiciones iniciales del problema.
- Flexibilidad para proponer caminos de solución a situaciones matemáticas.
- Capacidad de ver las situaciones a las que se enfrentan desde diversos ángulos, desde las perspectivas propias y ajenas utilizando o construyendo estrategias múltiples que aportan a la solución de tales situaciones, sin estar sujetos a técnicas de solución y hacer reajustes cuando éstas fallan (Guilford, 1983)
- Hacer procesos de análisis a partir de asociaciones innovadoras (descomponer el todo en sus partes)
- Poco apoyo en suposiciones únicas y previas.
- Búsqueda de múltiples respuestas
- Establecimiento de asociaciones innovadoras
- Formulación de problemas de manera espontánea
- Originalidad en las respuestas, preguntas, interpretación, estrategias, creaciones novedosas, etc.

- Búsqueda de soluciones simples y directas.
- Uso del ensayo

Actitudes positivas hacia las matemáticas

- Considera las matemáticas como su materia favorita.
- Valora los profesores de matemáticas
- Desea estudiar algo afín a las matemáticas
- Gusto por resolver problemas
- Fuera de clase hace actividades relacionadas con el estudio de las matemáticas.
- Interés y apasionamiento por: actividades matemáticas o por algún área propia de esta ciencia.
- Gusto por descubrir o crear cosas nuevas en matemáticas.
- Dedicación sobre tareas matemáticas (reconocimiento de que para obtener buenos resultados en matemáticas hay que trabajar bastante y actuaciones hacia ello).
- Reconocimiento de su capacidad matemática, por él mismo u otros.
- Persistencia, tenacidad, por las tareas matemáticas, a pesar de las frustraciones.
- Autonomía en el trabajo matemático.

Otros factores

Individuales: Elevada autoestima, audacia e iniciativa y perfeccionismo en la realización de tareas emprendidas.

Sociales: Capacidad para asumir las perspectivas de los otros, elevado punto de mira y razonamiento ético, sensibilidad hacia las necesidades de los demás, disfrute con la relación social, tendencia a influir sobre los demás para dirigir actividades de grupo, asunción de responsabilidades más allá de lo esperado, aceptación social de su capacidad de influencia, capacidad para resolver problemas de los demás, capacidad para tomar decisiones y capacidad de absorber tensiones interpersonales.

A partir de este modelo, es que se realiza la detección de alumnos con talento matemático en el presente trabajo de tesis.

CAPÍTULO VI

METODO

En este capítulo se describe la metodología utilizada en esta investigación. Inicialmente se hace referencia al corte y al tipo de diseño del estudio que se utilizó, seguido del escenario y población. Posteriormente, se describen los instrumentos utilizados; se incluye la descripción, aplicación y la propuesta de análisis de los datos.

6.1 Corte del estudio

El corte del estudio de esta investigación fue mixto. Tashakkori y Teddlie (2009, citados en Hernández *et al.* 2014) señalan que los métodos mixtos constituyen una clase de diseños de investigación en la cual se emplean metodologías cuantitativa y cualitativa en el tipo de preguntas, método de investigación, recolección de datos, procedimientos de análisis (integración de datos) e inferencias.

6.2 Diseño de estudio

Se utilizó una metodología mixta y el diseño de este estudio se denomina “Diseño anidado o incrustado concurrente de modelo dominante” (DIAC) Hernández *et al.* (2014). El DIAC es un diseño en el cual se recolectan simultáneamente datos cuantitativos y cualitativos; difiere de otros diseños mixtos, pues aquí un método predomina sobre el otro. Un método dirige el proyecto (en esta investigación predomina el cualitativo). El método con menor prioridad es anidado o incrustado dentro del método principal. El método secundario (en este caso método cuantitativo) responderá a diferentes preguntas de investigación respecto al método principal.

Este diseño suele proporcionar una visión más amplia del fenómeno estudiado que si usáramos un solo método; algunos datos cualitativos se pueden incorporar para describir un aspecto del fenómeno que es muy difícil de cuantificar o viceversa.

En este diseño se recolectan simultáneamente datos cuantitativos y cualitativos (en la misma fase) así el investigador posee una visión más completa y holística del problema de estudio

De acuerdo a Creswell *et al.* (2008 citado en Hernández *et al.* 2014), ambas bases de datos nos proporcionan distintas visiones del problema a ser estudiado; en este caso, cómo detectar estudiantes con talento matemático.

Los datos cuantitativos y datos cualitativos son comparados en la fase de análisis. En este caso la primera base de datos es la compuesta por la información obtenida mediante el Cuestionario de problemas de estructura multiplicativa (PEM) y la segunda por los datos obtenidos a partir de la Escala de estilos de aprendizaje y la Escala de apoyo familiar; en la fase de análisis, se categorizaron las respuestas dadas por los alumnos para ver cuáles fueron las estrategias que utilizaron y con los datos de las escalas se buscó ver el nivel de apoyo familiar y su estilo de aprendizaje.

6.3 Escenario

Las instituciones fueron dos escuelas: una de la Ciudad de México, ubicada en la Delegación Magdalena Contreras, y una del estado de Tabasco que tiene un turno matutino de las 8:00 am a las 14:30 horas.

En esta investigación se tomaron los datos en el aula de clase.

6.3.1 Muestra

En el estudio participaron 128 alumnos de 4°, 5° y 6° grado de primaria de escuelas públicas ubicada en la Delegación Magdalena Contreras de la Ciudad de México, y en el Estado de Tabasco, las edades de los estudiantes varían entre los 10 y 13 años de edad. En la siguiente tabla se presenta la descripción de la muestra.

Tabla 1.

Descripción de la muestra

| Estado | Total | Grado | N | Sexo | |
|------------------|-------|----------|----|------|----|
| | | | | H | M |
| Ciudad de México | 48 | 4° grado | 18 | 10 | 8 |
| | | 5° Grado | 17 | 9 | 8 |
| | | 6° Grado | 13 | 8 | 4 |
| Tabasco | 80 | 4° grado | 25 | 14 | 11 |
| | | 5° Grado | 30 | 17 | 13 |
| | | 6° Grado | 25 | 12 | 13 |

6.3.2 Sub muestra

En el trabajo de tesis que se presenta se trabajó con la sub muestra, la cual se obtuvo a partir de los 128 alumnos a los que se aplicó el cuestionario PEM, trabajando con 17 alumnos de 5to grado de primaria de la Ciudad de México.

6.4 Objetivo general del estudio

- Detectar estudiantes con talento matemático en educación primaria en lo que refiere a los procesos de generalización.

Objetivos específicos

- Evaluar las habilidades de los alumnos en lo referente a problemas de estructura multiplicativa.
- Evaluarlas habilidades de los alumnos en lo referente a los procesos de generalización.
- Verificar si existe una relación entre el apoyo familiar, estilos de aprendizaje y el talento matemático.

6.4.1 Instrumentos utilizados para la Detección de estudiantes con talento matemático

Para detectar a los estudiantes con talento matemático se utilizaron los siguientes instrumentos, los cuales fueron aplicados en el orden que aparecen a continuación:

1. *Cuestionario de Estructura Multiplicativa (PEM) de Castro et al (2006)*: Es un instrumento compuesto por doce problemas de estructura multiplicativa. La estructura multiplicativa contenida en el instrumento tiene una variedad de contextos y situaciones por la variedad de categorías semánticas. Los problemas del cuestionario PEM están clasificados en cinco grupos:
1er grupo: problemas de comparación lo constituyen los problemas 1, 4, 8 y 12
2º grupo: problemas de combinatoria, conformado por los problemas 3 y 9
3º grupo: problemas de escala, 6 y 10
4º grupo: problemas con componente adicional y lo conforman los problemas 5 y 7
5º grupo: problemas con números decimales correspondiente a los problemas 2 y 11.

Para el diseño del cuestionario PEM se tomó en cuenta la validez de contenido, de acuerdo con la cual se seleccionó una muestra representativa de problemas de estructura multiplicativa; validez de constructo, que refiere el cuestionario es congruente con los aspectos teóricos que subyacen a este tipo de problemas. **(Ver Anexo 1)**

2. Escala de Estilos de Aprendizaje Honey-Alonso (1994): instrumento utilizado para identificar los diferentes estilos de aprendizaje de los alumnos. El autor clasifica los estilos de aprendizaje en Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático. (**Ver Anexo 2**)
3. *Escala de Apoyo Familiar (versiones para el alumno y los padres), de Bazán, Sánchez y Castañeda (2007)*: Tiene como finalidad obtener información relacionada con el apoyo que los padres brindan a sus hijos en las materias de Español y Matemáticas, dos asignaturas clave en el currículo escolar que inciden de manera esencial en las evaluaciones del logro académico en la población escolar, en particular, en la educación básica. Existen dos versiones del cuestionario: una para padres y otra para el alumno, que utilizan los mismos indicadores y las mismas preguntas, variando solamente la forma de plantearlas.

El presente estudio reporta solamente el resultado de la aplicación de la versión para alumnos. El cuestionario consta de 19 reactivos, distribuidos en cuatro dimensiones: 1) Asistencia o apoyo en tareas escolares, 2) Tiempo y espacio proporcionado para el estudio, 3) Comunicación regular con los docentes y directivos, y 4) Repaso y evaluación; se contestan para la materia de Español y para la de Matemática separadamente, en una escala Likert con 5 opciones que miden la frecuencia de las conductas analizadas: a) nunca, b) casi nunca, c) algunas veces, d) casi siempre e) siempre, con excepción de uno de los ítems (tiempo dedicado por los padres al apoyo en las tareas escolares). Los resultados se ofrecen en un rango de valores entre 0 y 4 que pueden interpretarse, según los autores, como un indicador de la percepción sobre la frecuencia con que los padres desarrollan cierto tipo de comportamientos de apoyo a sus hijos; los valores mayores indican una frecuencia mayor. Igualmente, se calcula un promedio general para cada una de las cuatro dimensiones del apoyo. (**Ver Anexo 3**)

4. *Cuestionario sobre procesos de generalización de Butto, C. (2005); Butto, C., Delgado, J. y Bazan, A. (2018)*: En lo que refiere al cuestionario sobre procesos de generalización el instrumento contiene cuatro dimensiones (Secuencia aritmética creciente y decreciente, Secuencia aritmética, Relación cuadrática y Variación de número general), finalmente se pueden encontrar 17 indicadores. el cuestionario de Procesos de Generalización 1 Análisis de fiabilidad (índice de consistencia interna) Un primer análisis de consistencia interna del instrumento de procesos de generalización mostró muy buen indicador de consistencia interna para dos dominios (Relación Cuadrática y Variable o número general, ambos con un coeficiente

alpha de Cronbach = 0.80 y 73 respectivamente) y con indicadores aceptables para dos dominios (Secuencia aritmética creciente y decreciente = 0.64 y Figuras de secuencia = 0.58). Posee un coeficiente alpha de cronbach de 0.83 para todo el instrumento, lo cual significa que hay buena confiabilidad interna (consistencia) del instrumento medir indicadores de procesos de generalización en estas tareas y en cuatro diferentes dimensiones. 1 Validez convergente y divergente de constructo Un segundo paso fue el análisis factorial confirmatorio para comprobar la organización de las tareas o indicadores, de acuerdo con los cuatro Dominios de generalización diseñada de acuerdo con los fundamentos teóricos en pensamiento algebraico: Procesos de Generalización. Para ello fue planteado un modelo de análisis factorial confirmatoria. En este trabajo, el modelo de análisis factorial confirmatorio fue planteado con el propósito de obtener la validez convergente y divergente de constructo. El modelo supone que hay validez convergente cuando se obtienen pesos factoriales significativas y similares entre cada constructo y sus indicadores. Por otra parte, se logra validez divergente de constructo, cuando son obtenidos índices de covarianza bajos o no significativos entre cada constructo (o dimensión de Generalización). Se elaboró un modelo hipotético de validez convergente y divergente de constructo en la medición de procesos de generalización: Análisis Factorial Confirmatorio. Se elabora un modelo resultante de AFC, en el cual se puede observar que se configuró un modelo con cuatro dimensiones de generalización con todos los indicadores que los incluidos en el modelo hipotético. El modelo resultante obtuvo una buena bondad de ajuste de acuerdo con los indicadores prácticos de bondad de ajuste ($P = 0.00$, BENTLER-BONETT NON-NORMED FIT INDEX = 0.90; COMPARATIVE FIT INDEX (CFI)= 0.92; BOLLEN'S (IFI) FIT INDEX = 0.92, ROOT MEAN-SQUARE ERROR OF APPROXIMATION (RMSEA) = 0.07), y los coeficientes de confiabilidad también fueron altos (CRONBACH'S ALPHA = 0.84, RELIABILITY COEFFICIENT RHO = 0.87). 1 Comparación por grupos de desempeños en las evaluaciones Los promedios obtenidos por cada grupo escolar por grado en cada uno de los cuatro tipos de procesos de generalización en el pensamiento algebraico. De acuerdo con esta tabla, no existen diferencias estadísticamente significativas en ninguna de los cuatro procesos evaluados. Sin embargo, en secuencia aritmética creciente y decreciente y en secuencia aritmética y geométrica, el promedio obtenido por los grupos de alumnos se incrementa conforme aumenta el grado de instrucción escolar y los factores que podrían estar asociados con el incremento del grado escolar, estos son: los aprendizajes escolares, el desarrollo psicológico y la maduración de los niños. Asimismo, de estos dos tipos de tareas, al

parecer, las tareas de secuenciación aritmética vinculada con las figuras geométricas, parecen ser más complejas en los tres grados escolares, aunque también se observa que a mayor grado escolar mejora el desempeño en este tipo de tareas. En cuanto a los procesos de generalización en tareas de relación cuadrática y lineal con variable discreta, en los tres grados escolares fueron obtenidos los promedios más bajos en relación con los otros tres procesos o dimensiones, El cuestionario explora las siguientes ideas matemáticas como se muestra en la siguiente tabla (tabla 2):(Ver Anexo 4)

Tabla 2.

Descripción del cuestionario sobre procesos de generalización

| Preguntas | Contenido algebraico |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Secuencia aritmética creciente y decreciente |
| 2 | Comparación del crecimiento de la secuencia aritmética $S_n = S_{n-1} + 1$ |
| 3 | Variación conjunta |
| 4 | Variación funcional lineal $y = 2x + 1$, resolución de la ecuación $2x + 1 = b$. |
| 5 | Variación funcional exponencial $y_n = 2x_n$ a partir de las secuencia aritmética $x_{n+1} = x_n + 1$ y geométrica $y_{n+1} = 2y_n$. |
| 6 | Plantear y resolver la ecuación $x + x/3 = 1200$. |
| | Plantear y resolver la ecuación $x + x/2 = 1200$ |
| 7 y 8 | Secuencia aritmética, relación cuadrática Las secuencias aritmética (bn) base, (hn) altura satisfacen $b_n = b_{n-1} + 2$, $n = 1, 2, 3, \dots$, de donde $b_n = 2n$; $h_n = h_{n-1} + 1$, $n = 1, 2, 3, \dots$, de donde $h_n = n + 1$, eliminado n: $2 h_n = b_n + 2$, de donde $a_n = b_n h_n = h_n(h_n - 1) = (1/2) b_n(b_n + 2)$, siendo para toda n: $a = h(h - 1) = (1/2)b(b + 2)$ |

5. *Entrevista clínica individual:* De acuerdo con Delval (2001), la entrevista clínica es un método para investigar cómo piensan, perciben, actúan y sienten los niños. Se trata de descubrir aquello que no resulta evidente de lo que los sujetos hacen o dicen. La entrevista tiene como objetivo indagar sobre cómo han resuelto el Cuestionario de problemas de estructura multiplicativa (PEM) los estudiantes.

Variables asociadas a los instrumentos de investigación

Diversos autores como Niedereret *al* (2001) han utilizados las calificaciones en matemáticas y la nominación de compañeros y profesores para ver si estas estrategias son confiables para identificar alumnos con talento, por eso en este estudio recurrimos a ellos para ver si hay correlación entre el talento matemático y estas variables.

1. *Nominación de compañeros y profesor*: Técnica mediante el cual el profesor del grupo y los compañeros nombran a un compañero que consideran destaca en el área de matemáticas.
2. *Calificaciones de Matemáticas*: Se consideraron las calificaciones de los estudiantes en esta disciplina como un indicador de altas capacidades en matemáticas.

Propuesta de análisis de los datos

Los datos fueron analizados con ayuda del paquete estadístico SPSS versión 20. Se utilizaron estadísticas descriptivas para examinar el comportamiento de las variables analizadas en la muestra y en los diferentes subgrupos. Se calcularon las posibles correlaciones, para examinar las asociaciones entre las diferentes variables, en la muestra general y dentro cada uno de los contextos educativos.

En el siguiente capítulo se presentan los resultados del estudio.

CAPITULO VII RESULTADOS DEL ESTUDIO

Aquí se presentan los resultados correspondientes a la detección de estudiantes con talento matemático en educación primaria. Se describen los instrumentos, se muestra su aplicación, su análisis y los resultados obtenidos.

7.1 Descripción de los instrumentos utilizados para la detección de estudiantes con talento matemático

Los instrumentos utilizados para detectar alumnos con talento matemático fueron:

Cuestionario de Problema Estructura Multiplicativa (PEM) de Castro et al (2007): Es un instrumento compuesto por doce problemas de estructura multiplicativa. Los problemas del cuestionario PEM están clasificados en cinco grupos: 1er grupo de problemas: problemas de comparación lo constituyen los problemas 2º grupo de problemas: problemas de combinatoria, 3º grupo de problemas: problemas de escala, son los problemas 6 y 10, 4º grupo: problemas con componente adicional y 5º grupo: problemas con números decimales.

Escala de Estilos de Aprendizaje Honey-Alonso (1994): instrumento utilizado para identificar los diferentes estilos de aprendizaje que presentan los alumnos. El autor clasifica los estilos de aprendizaje en Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático.

Nominación de compañeros y profesor: Técnica mediante el cual el profesor del grupo y los compañeros nombran a un compañero que consideran destaca en el área de matemáticas.

Calificaciones de Matemáticas: Se consideraron las calificaciones de los estudiantes en esta disciplina como un indicador de altas capacidades en matemáticas.

Escala de Apoyo Familiar en sus dos versiones (para el alumno y los padres), de Bazán, Sánchez y Castañeda (2007): Tiene como finalidad obtener información relacionada con el apoyo que los padres brindan a sus hijos en las materias de Español y Matemáticas. En el presente estudio se reportó solamente el resultado de la aplicación de la versión para alumnos. El cuestionario consta de 19 reactivos, distribuidos en cuatro dimensiones: 1) Asistencia o apoyo en tareas escolares, 2) Tiempo y espacio proporcionado para el estudio, 3) Comunicación regular con los docentes y directivos, y 4) Repaso y evaluación

Cuestionario sobre Procesos de Generalización Butto et al (2018): se describe los contenidos matemáticos explorados en la siguiente tabla:

Cuestionario sobre procesos de generalización

| Pregunta | Contenido Matemático |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Secuencia aritmética creciente y decreciente |
| 2 | Comparación del crecimiento de la secuencia aritmética $S_n = S_{n-1} + 1$ |
| 3 | Variación conjunta |
| 4 | Variación funcional lineal $y = 2x + 1$, resolución de la ecuación $2x + 1 = b$. |
| 5 | Variación funcional exponencial $y_n = 2x_n$ a partir de las secuencia aritmética $x_{n+1} = x_n + 1$ y geométrica $y_{n+1} = 2y_n$. |
| 6 | Secuencia aritmética, relación cuadrática Las secuencias aritmética (b_n) base, (h_n) altura satisfacen $b_n = b_{n-1} + 2$, $n = 1, 2, 3, \dots$, de donde $b_n = 2n$; $h_n = h_{n-1} + 1$, $n = 1, 2, 3, \dots$, de donde $h_n = n + 1$, eliminado n : $2h_n = b_n + 2$, de donde $a_n = b_n h_n = h_n(h_n - 1) = (1/2) b_n(b_n + 2)$, siendo para toda n : $a = h(h - 1) = (1/2)b(b + 2)$ |

Entrevista clínica piagetiana: De acuerdo con Delval (2001), la entrevista clínica es un método para investigar cómo piensan, perciben, actúan y sienten los niños. Se trata de descubrir aquello que no resulta evidente de lo que los sujetos hacen o dicen. La entrevista tiene como objetivo indagar cómo han resuelto el Cuestionario de procesos de generalización los estudiantes.

7.2 Aplicación de los instrumentos

El tamaño de la muestra a la que se aplicó el cuestionario PEM fue de 128 alumnos. Los datos fueron tomados en el aula correspondiente y se aplicaron en el siguiente orden, uno por sesión.

Cuestionario de Problema Estructura Multiplicativa (PEM) de Castro et al (2006): se aplicó en un solo día, se les indico a los estudiantes que resolvieran cada uno de los problemas y que por favor evitaran dejar alguno sin responder, que hicieran todo con lápiz y que no borrarán ninguno de los procedimientos realizados, en el caso de que creyeran que estaban equivocados, solo tacharan aquella respuesta y al lado la correcta según pensaban.

Escala de Estilos de Aprendizaje Honey-Alonso: el instrumento se aplicó en un solo día: se les leyó las instrucciones para responder al instrumento y se les leyó el ejemplo que viene en esta escala, se les preguntó si tenían alguna duda sobre la pregunta para que la hicieran saber al aplicador para resolverla.

Escala de Apoyo Familiar (versión para el alumno), de Bazán, Sánchez y Castañeda (2007), se aplicó en un solo día el instrumento, se les proporcionó las instrucciones para responder la escala y se les leyó el ejemplo que viene en esta escala, se les comentó que si tenían alguna duda sobre la pregunta se la hicieran saber al aplicador para resolverla.

Nominación de compañeros y profesor: Para la nominación del profesor se les pidió que indicara cuáles alumnos creían que tienen talento matemático, para esto, se les explicó de manera breve que es el talento matemático y se les mencionaron las características que el alumno con talento matemático puede poseer, para posteriormente entregaran una lista con el o los alumnos que a su criterio tiene talento matemático. Mientras que para la nominación de los compañeros, se les preguntó cuál creían que es su compañero que más sabe de matemáticas, que entiende más rápido cuando el profesor explica algún tema nuevo o que va mejor en la disciplina, y posteriormente que anotaran esto en una hoja para entregarla al aplicador.

Calificaciones de Matemáticas: Para la calificación se les pidió a los profesores que nos proporcionaran la calificación de matemática de los alumnos de los bimestres que ya habían presentado y éstas fueron contrastadas con los resultados obtenidos en el cuestionario PEM.

Cuestionario sobre Procesos de generalización de Butto et al (2018): se aplicó en un solo día, se indicó a los estudiantes que resolvieran cada uno de los problemas y que, por favor, evitaran dejar alguno sin responder, que respondieran todo con lápiz y que no borrarán ninguno de los procedimientos realizados y que en el caso de que creyeran estar equivocados, tacharan aquella respuesta y al lado escribieran la correcta. Si tuvieran alguna duda sobre que se les solicitaba preguntaran al aplicador.

Entrevista clínica piagetiana: se seleccionaron seis estudiantes para entrevistarlos y se audio grabó la entrevista, con cada estudiante en una sesión, se le preguntó acerca de sus respuestas y los procedimientos usados para llegar al resultado.

7.3 Análisis de datos

Los datos fueron analizados con ayuda del paquete estadístico SPSS versión 20. Se utilizaron estadísticas descriptivas para examinar el comportamiento de las variables analizadas en la muestra general y en los diferentes subgrupos. Igualmente se realizó un análisis de varianza simple para examinar las diferencias entre los alumnos provenientes de los tres contextos en las ocho categorías de apoyo familiar; y posteriormente, se aplicaron pruebas *post hoc* de Comparaciones Múltiples de Bonferroni para identificar dónde se ubicaban las diferencias. Finalmente, se calcularon las correlaciones, para examinar las asociaciones entre las diferentes variables, en la muestra general y dentro cada uno de los contextos educativos. En todas las pruebas se utilizó un nivel de significación de .05.

1. Análisis de cuestionario de Problemas de Estructura Multiplicativa (PEM)

Se analizó la consistencia interna del instrumento con el objetivo de corroborar la validez de los datos presentados; Posteriormente se realizó el análisis cualitativo de las respuestas que dieron los estudiantes para verificar sus estrategias para resolver los problemas.

2. Análisis de cuestionario de Estilos de aprendizaje (EA)

Se analizó la consistencia interna del instrumento con el objetivo de corroborar la validez de los datos presentados.

3. Análisis de nominación de profesores y compañeros

En el análisis comparativo entre nominación de profesores y nominación por compañeros, y se hizo un contraste con las calificaciones obtenidas en el cuestionario PEM.

4. Calificaciones en matemáticas

El promedio de calificaciones por escuela y grado fue el siguiente: Escuela en la Magdalena Contreras: Cuarto grado promedio nueve, Quinto grado promedio nueve; y sexto grado promedio nueve; Escuela de Tabasco: cuarto grado, promedio nueve, quinto grado, promedio ocho.

5. Análisis de escala de percepción de apoyo familiar (PAF)

Se analizó la consistencia interna del instrumento con el objetivo de corroborar la validez de los datos presentados. Las posibles diferencias por sexo en las áreas de percepción de apoyo familiar en las

categorías finales se examinaron por medio de las pruebas de comparación de medias para muestras independientes.

Posteriormente se analizó la correlación general entre los cuatro constructos del instrumento de PAF: Asistencia y apoyo en tareas escolares (AATE), Proporcionar Tiempo y Espacio para las Tareas (PTET), Mantener Comunicación regular con los profesores (MCRP) y Repaso y Evaluación (ReEv). Estos cuatro constructos, en contraste con los cuatro constructos del instrumento de EA que son: Activo, Reflexivo, Teórico y Práctico.

6. Análisis de cuestionario de Procesos de generalización

Se analizaron de las respuestas de los estudiantes para ver sus estrategias para resolver los problemas; finalmente se agruparon por tipo de respuesta, y se obtuvieron dos tipos de estrategias: 1.- Aditiva; 2.- Pre Algebraica y se consideró 3.- No respondió, aunque no es propiamente una categoría.

7.- Análisis de la entrevista clínica piagetiana

La entrevista clínica piagetiana es abierta y en ella se profundiza en las explicaciones que dan los sujetos sobre sus procedimientos de resolución; dicha entrevista tuvo una duración de 15 minutos aproximadamente. Se analizó la grabación para conocer el procedimiento utilizado para resolver cada una de las actividades y con esto ver si había alguna diferencia entre el tipo de respuesta dada en papel y lápiz y explicación dada por el niño.

7.4 Resultados del estudio

7.4.1 Resultados de la escala Percepción de apoyo familiar (PAF) y Estilos de aprendizaje (EA)

El PAF alcanzó un Alfa de Cronbach de .860, lo cual indica una considerable validez interna. Mientras que para la escala de Estilos de aprendizaje el instrumento obtuvo un alfa de Cronbach de .870, lo cual indica una considerable validez interna.

Se puede observar, en la Tabla 3, una correlación alta entre el perfil de ser Reflexivo con Proporcionar tiempo y espacio para las tareas con .323; esto quiere decir que a mayor proporción de tiempo y espacio para el estudio, el alumno obtendrá valores más altos en el perfil de aprendizaje reflexivo. Asimismo hay una correlación del perfil Reflexivo con Repaso y evaluación. Por otro lado, el perfil teórico tiene una alta correlación con tres de los cuatro constructos evaluados por el instrumento de PAF; estas correlaciones son con AATE, PTET y ReEv. Se puede decir que la

asistencia y apoyo en tareas escolares, proporcionar tiempo y espacio para el estudio y evaluación y repaso, están relacionados con el estilo de aprendizaje teórico.

Tabla 3.

Correlaciones entre Estilos de Aprendizaje y Constructos del Instrumento Apoyo Familiar

| | | ProActivo | ProReflexivo | ProTeorico | ProPractico |
|----------------|------------------------|------------------|---------------------|-------------------|--------------------|
| ProAATE | Correlación de Pearson | .070 | .205 | .208 | .034 |
| | Sig. (bilateral) | .387 | .011 | .010 | .675 |
| ProPTET | Correlación de Pearson | .155 | .323 | .225 | .149 |
| | Sig. (bilateral) | .055 | .000 | .005 | .067 |
| ProMCRP | Correlación de Pearson | .090 | .180 | .127 | .044 |
| | Sig. (bilateral) | .268 | .026 | .118 | .588 |
| ProReEv | Correlación de Pearson | .129 | .224 | .211 | .023 |
| | Sig. (bilateral) | .113 | .005 | .009 | .774 |

La correlación es significativa en el nivel 0.01 (2 colas), esto es, en los casos de los constructos de Estilo de Aprendizaje Reflexivo con Asistencia y Apoyo en Tareas con .205 y la de Estilo de Aprendizaje Reflexivo con el constructo de Apoyo familiar, Mantener Comunicación regular con los profesores con .180. Y la correlación significativa en el nivel 0.05 (2 colas), es la de Estilo de Aprendizaje Teórico con el Constructo del PAF Asistencia y apoyo en tareas escolares con .208; Estilo de Aprendizaje Teórico con el Constructo del PAF Proporcionar Tiempo y Espacio para las Tareas con .225; y Estilo de Aprendizaje Teórico con el Constructo del PAF Repaso y Evaluación con .211; y por otra parte tenemos las de Estilo de Aprendizaje Reflexivo con el Constructo del PAF Proporcionar Tiempo y Espacio para las Tareas, con .323; y Estilo de Aprendizaje Reflexivo con el Constructo del PAF Repaso y Evaluación con .224.

En las Tablas 4 y Tablas 5, se puede observar un contraste con las diferencias entre las varianzas por Estado y Edad presentadas en el tabla anterior, debido a que se presenta la comparación de medias en los diferentes grupos, en donde existen diferencias estadísticas en varios de los constructos evaluados: Proporcionar tiempo y espacio para el estudio y Repaso y Evaluación del instrumento de Percepción de Apoyo Familiar y Reflexivo y Teórico para el instrumento de PA.

Tabla 4.

Análisis de varianza de los constructos de los instrumentos de PAF y EA por Estado

| Constructos | | F | Sig. |
|--------------------|--------------|----------|-------------|
| ProAATE | Entre grupos | ,505 | ,478 |
| ProPTET | Entre grupos | 3,042 | ,083 |
| ProMCRP | Entre grupos | ,003 | ,954 |
| ProReEv | Entre grupos | 11,510 | ,001 |
| ProActiv | Entre grupos | ,012 | ,914 |
| ProRefle | Entre grupos | ,094 | ,759 |
| ProTeori | Entre grupos | ,276 | ,600 |
| ProPract | Entre grupos | ,445 | ,506 |

Tabla 5.

Análisis de varianza de los constructos de los instrumentos de PAF y EA por edades

| Constructos | | F | Sig. |
|--------------------|--------------|----------|-------------|
| ProAATE | Entre grupos | 2,203 | ,090 |
| ProPTET | Entre grupos | 5,057 | ,002 |
| ProMCRP | Entre grupos | 2,586 | ,055 |
| ProReEv | Entre grupos | 12,437 | ,000 |
| ProActiv | Entre grupos | 2,980 | ,033 |
| ProRefle | Entre grupos | 7,498 | ,000 |
| ProTeori | Entre grupos | 4,688 | ,004 |
| ProPract | Entre grupos | 1,625 | ,186 |

En la Tabla 6 se puede apreciar el análisis de correlación entre los instrumentos de PAF y PA en los constructos donde existieron diferencias significativas. No obstante, no hay ninguna correlación significativa que se pueda reportar.

Tabla 6

Correlaciones de 4° grado entre PAF y EA

| PAF \ EA | | ProRefle | ProTeori |
|------------------------|------------------------|-----------------|-----------------|
| ProPTET | Correlación de Pearson | ,241 | ,181 |
| | Sig. (bilateral) | ,062 | ,163 |
| ProReEv | Correlación de Pearson | ,037 | -,072 |
| | Sig. (bilateral) | ,775 | ,582 |

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01

* . La correlación es significativa en el nivel 0,05

Por otro lado en la Tabla 7 se puede apreciar una correlación entre los constructos de Proporcionar tiempo y espacio, en contraste con el perfil reflexivo; sin embargo, está correlación es baja y apenas alcanza la significancia para darle validez.

Tabla 7.

Correlaciones 5° grado entre PAF y EA

| PAF \ EA | | ProRefle | ProTeori |
|------------------------|------------------------|-----------------|-----------------|
| ProPTET | Correlación de Pearson | ,260* | ,155 |
| | Sig. (bilateral) | ,023 | ,182 |
| ProReEv | Correlación de Pearson | ,097 | ,171 |
| | Sig. (bilateral) | ,406 | ,141 |

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01

* . La correlación es significativa en el nivel 0,05

7.4.2 Resultados de la Nominación y calificación en matemáticas

De acuerdo con la nominación del profesor y sus compañeros y las calificaciones obtenidas en matemáticas, verificamos que los alumnos nominados obtuvieron calificación baja en el cuestionario de Problemas de Estructura Multiplicativa. Así mismo los estudiantes con alta calificación también obtienen bajos resultados en el Cuestionario de Problemas de Estructura Multiplicativa.

7.4.3 Resultados del Cuestionario de problemas de estructura multiplicativa (PEM)

El cuestionario obtuvo un alfa de Cronbach de .750, lo cual indica que tiene considerable validez interna. Los resultados del cuestionario PEM se dividen en dos partes, la primera, el porcentaje de acierto y error que tuvieron los estudiantes al responder los problemas, y el segundo tipo de análisis consistió en la elaboración de categorías de resolución de problemas.

A partir de la clasificación de nivel de dificultad de los problemas del PEM elaborada por Benavides (2008) indica que los problemas con mayor dificultad de responder son el 5, 9, 10 y 11, los cuales corresponden a problemas de combinatoria, escala, con componente adicional y problemas con números decimales; esto se corrobora en esta investigación, pues una cuarta parte de los participantes del estudio respondieron estos problemas de manera correcta; en cambio, el problema 11 lo respondieron de manera correcta un 42.7%, esto indica que es fácil de resolver. Los problemas 3, 4 y 8 fueron los problemas más fáciles de responder, y esto se verifica con el porcentaje de acierto.

El análisis del cuestionario se llevó a cabo a partir de un vaciado de las respuestas dadas por los estudiantes; se agruparon las respuestas iguales en categorías y se identificó la estrategia utilizada para su resolución; finalmente se identificaron seis tipos de estrategias y se categorizaron de acuerdo a cuatro categorías; también se incluyó la categoría No respondió aunque no es propiamente una categoría, todas estas se describen a continuación:

1. Estrategia Aditiva
2. Estrategia Multiplicativa
3. Estrategia Multiplicativa Geométrica
4. Estrategia Mental
5. No respondió

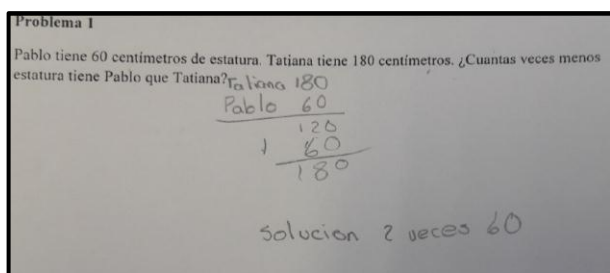
Categoría 1. Estrategia Aditiva

En esta categoría los estudiantes resuelven los problemas planteados con sumas y restas. Se manifiesta un pensamiento en términos aditivos o aritméticos. A continuación se muestra una de las preguntas del cuestionario, a la cual se da una respuesta aritmético-aditiva.

Problema 1: Problema de comparación: se presenta a los alumnos problemas en los cuales deben conocer y comprender los diferentes tipos de comparación, de aumento y de disminución, expresados mediante los comparativos correspondientes ‘veces más que’ y ‘veces menos que’ y asociar a estas expresiones la operación de multiplicar o de dividir para su resolución.

Figura 4.

Respuesta del alumno al problema 1 del Cuestionario PEM



Comentario: En esta pregunta la mayoría de los estudiantes utilizan la resta para resolver el problema, pues se guían por la frase “cuántas veces menos”.

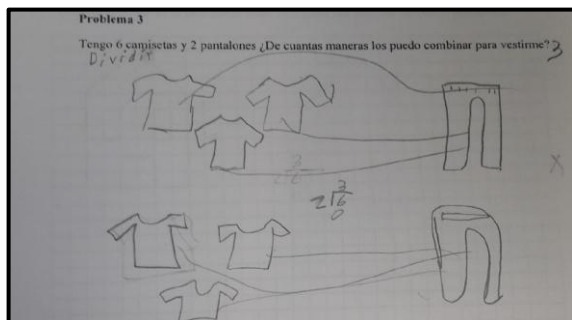
Categoría 2: Estrategia Multiplicativa

En esta categoría el estudiante responde la pregunta usando el algoritmo de la multiplicación o de la división; puede apoyarse en dibujos para la resolución del problema. A continuación se presenta un ejemplo de esta categoría:

Problema 3: problema de combinatoria: en este tipo de problemas los sujetos deben utilizar estrategias de conteo más o menos sofisticadas para determinar el número de combinaciones que se pueden realizar con un grupo de objetos; son problemas de gran dificultad, y se ponen en juego, para su resolución, heurísticos como la representación gráfica, el dibujo, la modelización, el empleo de esquemas, tablas y fórmulas.

Figura 5.

Respuesta del alumno al problema 3 PEM



Comentario: en este problema los estudiantes realizan tantos dibujos como creen adecuado para combinar con líneas y verifican su respuesta utilizando el algoritmo que creen adecuado; en este caso, recurrió al de la división para verificar su resultado

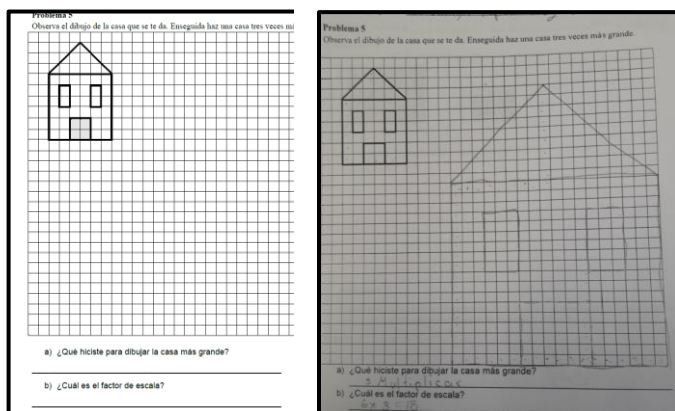
Categoría 3: Estrategia Multiplicativa Geométrica

En esta categoría el estudiante reconoce y amplía tanto las medidas internas como externas del dibujo, apoyándose en multiplicaciones y/o divisiones A continuación se presenta un ejemplo de esta categoría:

Problema 5: problema de escala: También se pueden considerar dentro de los problemas de razonamiento proporcional con la reproducción de una figura a escala 1:3 a partir de un modelo dado. Los estudiantes deben ampliar la figura solicitada a escala 1:3 considerando medidas internas y externas de la figura modelo. Véase Figura 6.

Figura 6.

Respuesta del alumno al problema 5



Comentario: en este problema los alumnos multiplican el número de cuadritos del modelo para luego dibujarlo; pueden realizar esto para las medidas internas y externas o solo una.

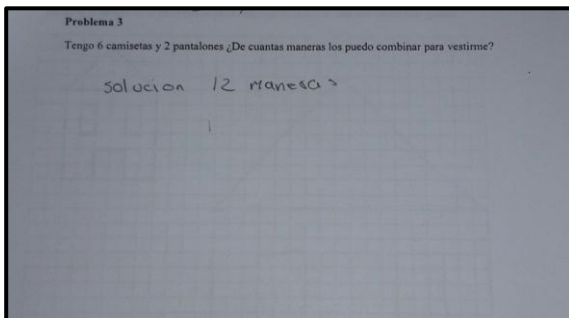
Categoría 4: Estrategia Mental

En esta categoría el estudiante responde solo dando el resultado, no coloca que procedimiento utilizó para llegar a la respuesta. A continuación se presenta un ejemplo de esta categoría:

Problema 3: problema de combinatoria: en este tipo de problemas los sujetos deben utilizar estrategias de conteo más o menos sofisticadas para determinar el número de combinaciones que pueden realizarse con un grupo de objetos; son problemas de gran dificultad, y se ponen en juego, para su resolución, heurísticos como la representación gráfica, el dibujo, la modelización, el empleo de esquemas, tablas y fórmulas.

Figura 7.

Respuesta del alumno al problema 3 PEM



5. No respondió

Aunque no es propiamente una categoría, en esta se agruparon a los alumnos que no respondieron el problema presentado.

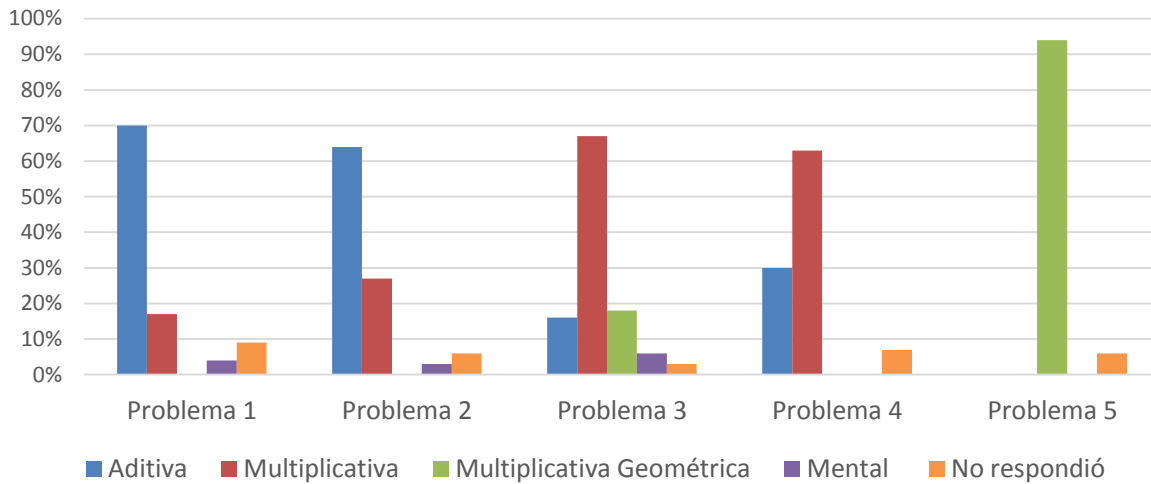
A continuación, en las gráficas 1 y 2 se muestran las cinco categorías de respuesta dadas por los alumnos en el cuestionario PEM.

La Gráficas 1 y 2 muestran las estrategias de resolución de problemas más utilizadas por los estudiantes en el cuestionario PEM, como se puede observar las dos estrategias más utilizadas son: la estrategia aditiva y multiplicativa, que aparecen en color azul y rojo respectivamente.

Gráfica 1.

Estrategias de Resolución de problemas para el Cuestionario PEM

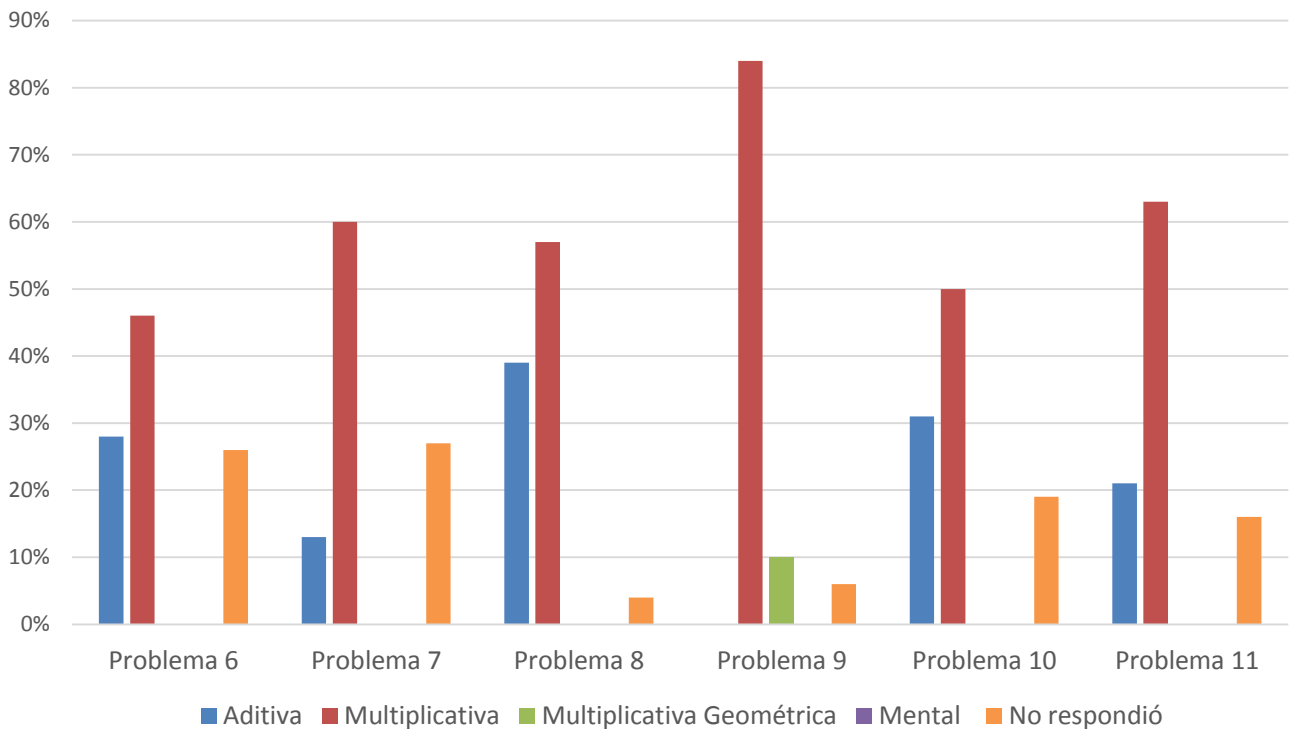
Resultados del cuestionario PEM (preguntas 1-5)



Gráfica 2

Estrategias de Resolución de problemas para el Cuestionario PEM

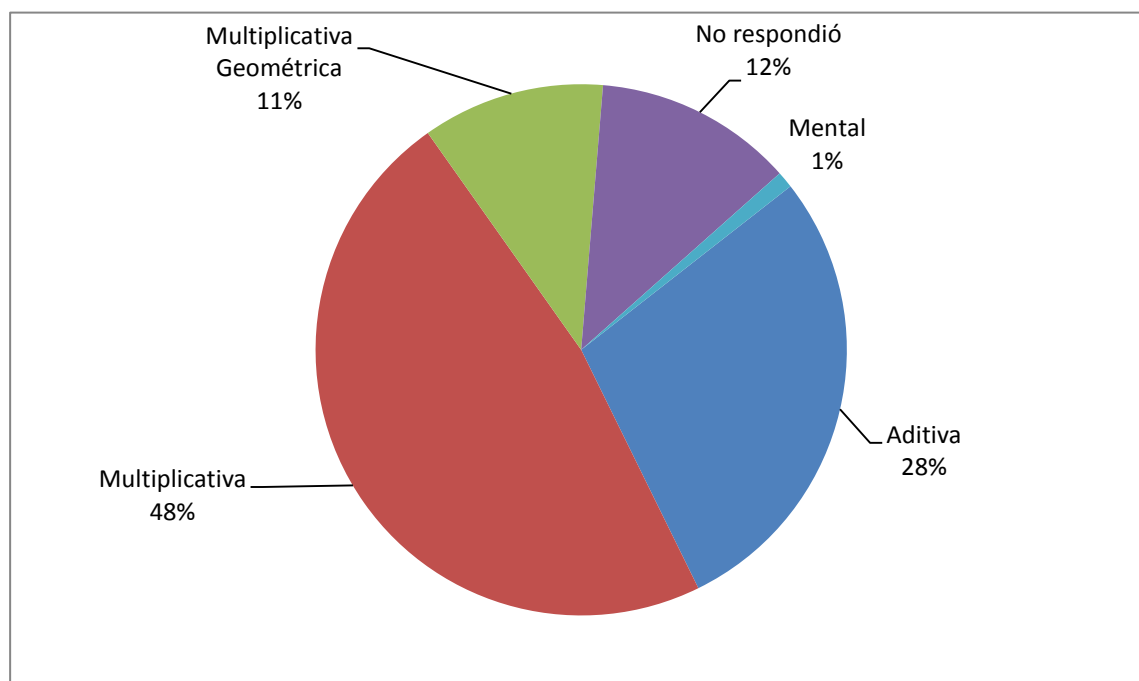
Resultados del cuestionario PEM (preguntas 6-11)



Al respecto en la Gráfica 3 se muestran las estrategias utilizadas en el cuestionario PEM por los estudiantes. Es preciso mencionar que la estrategia aditiva es la más utilizada en el salón de clase en esos grados escolares, pero la multiplicativa no. Además, cabe mencionar que ésta estrategia es más difícil desde el punto de vista conceptual; por lo tanto, revela talento matemático, pues a pesar de la poca familiaridad de los estudiantes con esta estrategia, es la que tiene un mayor porcentaje de acierto. La tercera estrategia con mayor porcentaje de acierto es la geométrica, en este tipo de estrategia los alumnos recurren a una percepción geométrica e intuitiva.

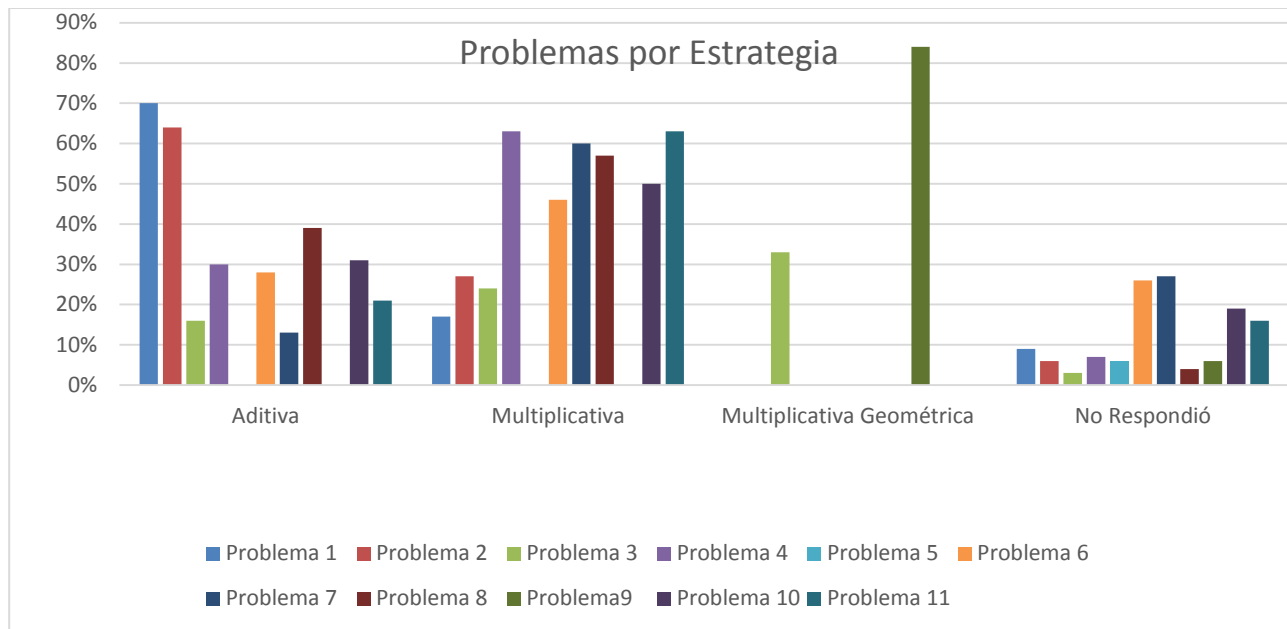
Gráfica 3

Estrategia de Resolución de problemas en el cuestionario PEM



Gráfica 4.

Problemas por estrategia de resolución



Comparando con los resultados obtenidos por Benavides (2008) en su estudio, ella describe que el alumno con talento matemático conocen las operaciones o estrategias utilizadas para la resolución de los problemas; encontramos la reducción a la unidad, con el objetivo de reducir una cantidad, dividiendo hasta obtener la unidad, para después multiplicar el valor de la unidad como una escala por el tamaño que se pide.

Mientras en la reducción a la unidad utiliza un procedimiento de tipo escalar, en la resta reiterada del divisor el niño con talento encuentra el cociente de división (3) mediante la resta del divisor (6) hasta llegar a la mínima expresión; esto significa que 6 entra 3 veces en 18, (18, 12, 6, 0). En los problemas de combinatoria el estudiante puede realizar un recuento simple de los casos y ordenar los pares con números y letras hay alumnos que utilizan las reglas del producto, cual pensando: tengo 6 camisas y sólo 2 pantalones, puedo usar cada camisa una vez con cada pantalón, así que si tengo 2 pantalones, $6 \times 2 = (12)$ como combinaciones posibles. Algunos alumnos dan respuestas con procedimientos distintos a los esperados. Se pueden obtener respuestas inmediatas en los cuales la representación es mental, sin evidencia escrita; o simplemente podemos topar con preguntas en blanco.

Después de aplicar el cuestionario de Problemas de Estructura multiplicativa (Cuestionario PEM) se seleccionaron a los alumnos que dieron respuestas de tipo multiplicativo y se aplicó el Cuestionario sobre Procesos de generalización seguido de una entrevista clínica. Los resultados se presentan en el siguiente capítulo.

7.4.4 Resultados del cuestionario de Procesos de generalización y de la entrevista clínica

Se obtuvieron 2 tipos de estrategias: 1.- Estrategia aditiva y 2.- Estrategia Pre-Algebraica y se consideró 3.- No respondió, aunque no es propiamente una categoría.

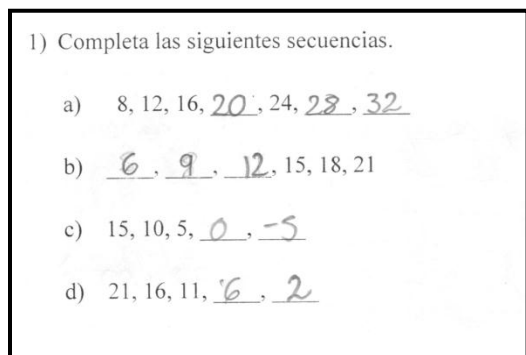
En esta tipo de respuesta los estudiantes resuelven los problemas planteados mediante sumas y restas explícitas o mentales, o con conteo. Se manifiesta un pensamiento en términos aditivos o aritméticos. En la figura 8 y figura 9, se muestran las preguntas 1 y 2 del cuestionario, a la cual se da una respuesta del tipo aditiva.

Pregunta 1

Contenido matemático: Secuencia aritmética creciente y decreciente. Se le pide al estudiante, completar cuatro las cuales fueron: A) Secuencia aritmética creciente, B) secuencia aritmética decreciente, C) secuencia aritmética decreciente con números negativos, D) secuencia aritmética decreciente. Figura 2 se muestra una de las respuestas del alumno seguida por un Segmento de la entrevista de dos niños.

Figura 8

Respuesta del alumno al problema 1 del Cuestionario de procesos de Generalización



Comentario: Aquí se presenta una respuesta en la cual el alumno reconoce las secuencias creciente y decreciente, y utiliza números negativos como se muestra en la figura 2. En este un gran porcentaje reconoció ambas secuencias pero no hacían uso de los números negativos, en el caso del inciso C, se quedaban en el 0, y la siguiente línea la dejaban en blanco o colocaban 0 nuevamente.

A continuación se reproduce un segmento de la entrevista de Ana 10:11 en relación con el cuestionario sobre procesos de generalización.

E: ¿Por qué colocaste estos números en el caso de la A?

N: *Porque vi los numero de atrás y el de en medio y vi que iba aumentado la secuencia de cuatro en cuatro*

E: ¿Podrían ir otros números?

N: *Si*

E: ¿qué números podrían ir?

N *36 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68 y así*

E: el caso de la B ¿por qué colocaste estos números?

N: *Vi los números de ahí atrás y va disminuyendo...*

E: ¿Cómo va disminuyendo? ¿Cómo te diste cuenta?

N: *De tres en tres, porque vi que no había nada al inicio y fui contando*

E: Si yo te pusiera otras dos líneas ¿qué números irían?

N: *En la primer rayita de aquí iría tres y en la otra iría 0*

E: el caso del C ¿por qué colocaste este número?

N: *Porque vi, que iba disminuyendo de cinco en cinco y como ya era, se disminuye cinco y seria cinco*

E: Podría ir otro número aquí

N: *Si*

E: ¿Cuál?

N: *menos diez*

Comentario: En este diálogo se percibe que el niño descubre las secuencias a partir de un pensamiento aditivo porque va contando para descubrir cómo va la secuencia, aunque si la percibe es mediante el conteo que llega su resolución.

Segmento de la entrevista de Jacqueline 11:0

E ¿Por qué colocaste estos números en el caso de la A?

J: *Porque vi lo que se le iba sumando entonces los sume como seguían estos dos números y así lo fui completando*

E: ¿Cuánto se le iba sumando?

J: *cuatro*

E ¿Podría ir otros números?

N: *Si*

E: ¿qué números podrían ir?

N *36, 40, 44, 48 y así*

E: el caso de la B ¿por qué colocaste estos números?

N: *porque vi... (Señala los números) me guie de estos números lo que se le iba sumado entonces lo fui haciendo así*

E: ¿Cuánto se le va sumando? ¿Cómo te diste cuenta?

N: *tres*

E: Si yo te pusiera otras dos líneas ¿qué números irían?

N: *tres y cero*

E: el caso del C ¿por qué colocaste estos número?

N: *Porque iba disminuyendo*

E: ¿Cómo te diste cuenta de eso?

J: *Porque es 15, luego 10 y luego 5 entonces en vez de ir aumentando 5, 10 y 15 va disminuyendo*

E: ¿Por qué colocaste dos veces cero?

J: *Porque ya no había más números para seguir restado*

E: ¿Podría ir otro número aquí?

N: *no*

E: En el caso de la d ¿porque colocaste estos número?

N: *porque iba disminuyendo*

E: ¿Cuánto iba disminuyendo?

J: *cinco*

En este diálogo se percibe que el niño descubre las secuencias a partir de un pensamiento aditivo porque comenta que va contando o se fija en los demás números para descubrir cómo va la secuencia, en este caso a diferencia del primero el niño comenta que usa la resta para descubrir la

secuencia C por ejemplo y este niño no tiene conocimiento de los números negativos como en el caso anterior

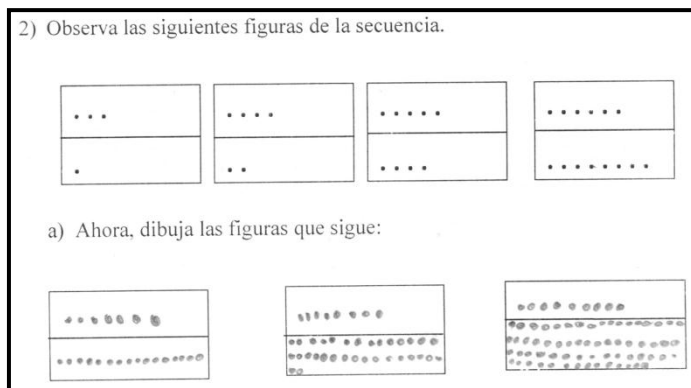
Pregunta 2

Contenido matemático: Comparación del crecimiento de la secuencia aritmética $S_n = S_{n-1} + 1$

Se pide al estudiante observar 4 figuras que incluyen secuencias aritméticas y geométricas y se le solicita, dibujar 3 figuras que incluyan la continuación de las secuencias aritméticas y geométricas. En la Figura 9 se muestra una de las respuesta que dio un alumno seguida, por un Segmento de la entrevista

Figura 9

Respuesta del alumno al problema 2 del Cuestionario de procesos de Generalización



Comentario: Aquí se presenta una respuesta en la cual el alumno reconoce las secuencias aritmética y geométrica planteadas en el problema, no se guía por la secuencia aritmética (respuesta aditiva) para dar solución a todo el problema. En este problema la mayoría de los estudiantes presentaron gran dificultad, la mayoría dio una respuesta de tipo aditiva, en ambas secuencia iban aumentando de uno en uno, pocos estudiantes identificaron la secuencia con término general $2n$ (recuadro inferior).

Segmento de la entrevista de Jaqueline 10:11

E: ¿Cómo sabías que así eran las siguientes figuras?

N: *Porque en las figuras de arriba hay un cuadrado que esta partido a la mitad y en la parte de arriba va aumentando de uno de uno y en la de parte de abajo iba aumentando al doble*

E: ¿cómo te diste cuenta?

N: *viendo y porqué fui contado*

Comentario: a partir de la entrevista se verifica que el estudiante utiliza una estrategia aditiva porque comenta que ella cuenta y ve para descubrir cómo va la sucesión; con esto verificamos la pertinencia de la entrevista, pues no nos dejamos llevar solo por la respuesta sino que sabemos en qué nivel de dominio está el alumno por la explicación que brinda sobre cómo resolvió el problema

2.- Respuesta Pre algebraica

En esta categoría el estudiante responde la pregunta usando el algoritmo de la multiplicación o de la división y logran establecer relaciones proporcionales o percibir un patrón en una secuencia. Reconoce la variación pero no llega a formular una regla general. En la figura 10, se muestra la pregunta 3 del cuestionario, a la cual se da una respuesta de tipo Pre algebraica.

Pregunta 3

Contenido matemático: Variación conjunta. Variación funcional lineal $y = 2x+1$, resolución de la ecuación $2x+1=b$. Variación funcional exponencial $y_n = 2x_n$ a partir de las secuencia aritmética $x_{n+1}=x_n+1$ y geométrica $y_{n+1}=2y_n$. Se le pide al estudiante observar 3 albercas de distintos tamaños y a partir de estas dibujar las albercas 4 y 5. Posteriormente que grafique la variación de cuadros negros con blancos y que responda una serie de preguntas.

Figura 10

Respuesta del alumno al problema 3 del Cuestionario de procesos de Generalización

3) Observa las siguientes albercas con sus bordes.

Alberca Nº 1 Alberca Nº 2 Alberca Nº 3

Ahora, dibuja las albercas No. 4 y No. 5 que le siguen

$A_{n+1} = A_n + B_n$

| n | T | A | B | $B_{n+1} = B_n + 4$ |
|-----------|-------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------|
| Tabla con | ntes datos. | | | |
| | Número de mosaicos negros y blancos | Número de mosaicos negros | Números de mosaicos blancos | |
| Alberca 1 | 9 | 1 | 8 | |
| Alberca 2 | 16 | 4 | 12 | |
| Alberca 3 | 25 | 9 | 16 | |
| Alberca 4 | 36 | 16 | 20 | |

a) ¿Cómo vas obteniendo el número de mosaicos blancos?
Restando el número de mosaicos negros y blancos (-) menos el de mosaicos negros

b) ¿Cómo vas obteniendo el número de mosaicos negros?
Restando número de mosaicos negros y blancos menos (-) el número de mosaicos blancos

c) ¿Cómo encuentras el número de mosaicos blancos si conoces el lado de la alberca?
Buscando el área por ejemplo si es 3 multiplico con uno $3 \times 3 = 9 - 1 = 8$

d) ¿Cómo encuentras el número de mosaicos negros si conoces el lado de la alberca?
buscando el área por ejemplo $3 \times 3 = 9 - 1 = 8$
 $9 - 8 = 1$

Secuencia aritmética
Relación lineal
 $T = A + B$
Relación potencial
 $A = n^2$
 $A_{n+1} = A_n + 2n + 1$

Segmento de la entrevista de Jacqueline 10 años

E: ¿Qué hiciste para poder dibujar las albercas 4 y 5?

N: Vi las primeras tres y me fije como iba creciendo

E: ¿Cómo iban creciendo?

N: (Señala la alberca) Los bordes iban aumentando más cuatro en todas y el centro de la dos se multiplica el centro de la uno por cuatro y luego la tres, la cuatro y la cinco al doble más uno

E: Si yo te pidiera dibujar la alberca seis ¿cómo lo harías?

N: igual

E: ¿Cómo es igual? ¿Qué tendrías que hacer para saber cuál el número de cuadrados blancos y verdes de la alberca seis?

N: para los blancos de la seis sumar el número de cuadrados de la cinco más cuatro y el para el verde el doble de la cinco más uno

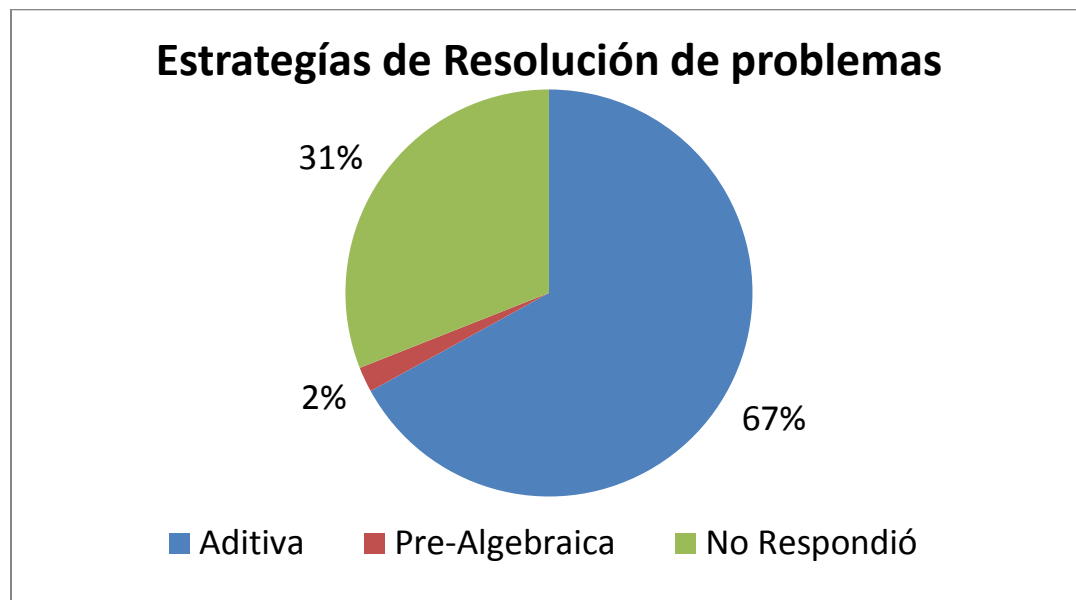
Comentario: este fue uno de los problemas más difíciles para los alumnos. En el caso de la secuencia (Figuras 10), un alto porcentaje de los niños no la descubrió. Pero, en las respuestas

que proporcionaron, la mayoría se quedaban en un tipo aditivo: respondían que realizaron la actividad contando o sumando, y esto se confirma con la entrevista clínica. En el caso de la Tabla, un alto porcentaje colocaba en la primera columna el número de mosaicos blancos y negros de manera separada: mosaicos negros 1, mosaicos blancos 8 y no el total que es 9, y en la siguientes columnas repetían la información. En el ejemplo que se presenta el alumno demuestra una comprensión del razonamiento proporcional: percibe la sucesiones aritméticas y geométricas, visualiza el incremento que va teniendo cada figura, y lo expresa de forma coloquial; y en lo referente a procesos de generalización, tiene nociones de cómo puede expresarlo por medio de una regla; esto se traduce en un pensamiento pre-algebraico; este es un ejemplo de una respuesta de un alumno con talento matemático, pues los alumnos de esta edad y que no poseen este talento se encuentran en transición del pensamiento aditivo al pensamiento multiplicativo; sus dificultades son típicas de este tipo de problemas

La siguiente gráfica muestra el porcentaje de las estrategias de resolución de problemas.

Grafica 5

Respuestas de los alumnos al Cuestionario de Procesos de Generalización



La mayoría de los estudiantes, -un 67% de la muestra- dan respuesta de tipo aditiva, mientras que un 31% no responde a las preguntas o no termina de resolver el problema por su complejidad, solo un 2% de los alumnos proporciona respuesta de tipo pre-algebraica, y este es el porcentaje que podemos clasificar como alumnos con talento matemático, porque están en transición del pensamiento multiplicativo al pre-algebraico, y esto revela el talento al ver la edad que poseen y que ya se encuentran en esta fase.

Los procesos de generalización demuestran ser un contenido adecuado para evaluar talento, los resultados del estudio revelan que los estudiantes con talento matemático proporcionan respuestas de tipo pre-algebraico, mientras quienes no poseen ese talento dan respuestas de tipo aditivo

CONCLUSIONES

Los objetivos del estudio fueron detectar estudiantes con talento matemático en 5° de primaria y ver las características de estos alumnos, se identificaron las estrategias que emplearon los estudiantes para resolver los distintos problemas presentados en el cuestionario PEM y el cuestionario de Procesos de Generalización.

La metodología utilizada fue de corte mixto, se trabajó con 128 alumnos de edades que oscilan entre los 10 y 12 años de edad que cursaban el 5° grado de educación primaria de dos escuelas, una de la Ciudad de México y otra del Estado de Tabasco.

El estudio consto de la aplicación de un cuestionario sobre Problemas de estructura multiplicativa, un cuestionario sobre Procesos de generalización, una escala de apoyo familiar, una escala de estilos de aprendizaje, nominación de profesores y compañeros y análisis de las calificaciones en matemáticas.

El análisis de los datos permitió reconocer las habilidades y estrategias de resolución utilizadas por los alumnos para resolver las preguntas y actividades planteadas en el estudio.

Una vez analizados los cuestionarios, se observó que los problemas de estructura multiplicativa presentados en el PEM y los problemas presentados en el cuestionario sobre procesos de generalización, son adecuados instrumentos para identificar el talento matemático pues los alumnos con talento matemático, en el caso del cuestionario PEM logran resolver los problemas mediante estrategias multiplicativas y en el caso del cuestionario sobre procesos de generalización logran identificar la variante, y esto se confirma a través de la entrevista clínica.

En el cuestionario PEM, por ejemplo, los niños no presentan dificultades en aumentar figuras al triple, cuando la escala está dada, pero no ocurre lo mismo cuando deben descubrir la escala. A pesar de que llegan a la respuesta correcta, lo hacen con dificultad, pero consiguen descubrir la escala y resolver el problema presentado. Cuando se les presenta el cuestionario de procesos de

generalización, muestran tener dificultades para resolver secuencias geométricas; la resuelven como si fuera una secuencia aditiva.

Utilizar contenidos matemáticos específicos como los procesos de generalización, resultan una estrategia adecuada para identificar estudiantes con talento matemáticos, pues en este caso se evalúa un área específica dentro de la matemática y no todo un campo como en el caso del cuestionario PEM que evalúa a partir de problemas de estructura multiplicativa, los procesos de generalización requieren un dominio conceptual y procedimental de un alumno de secundaria, en el caso de este estudio solo un 2% de la población califica como alumnos con talento matemático, lo cual verifica lo que estudios reportan sobre que esta población equivale a un 5% a 10% del alumnado, así mismo vemos que los alumnos menos talentosos recurren a estrategias aditivas y aquellos con talento a estrategias pre algebraicas, los cuestionarios que se utilicen deben ser sobre un contenido específico para poder diseñar una intervención adecuada. Y como comenta Renzulli, con esto desarrollar adecuadamente las habilidades del alumnado con talento pero también desarrollar las habilidades de los demás estudiantes, no solo de un grupo.

Con base en esto podemos concluir que la identificación de niños con talento matemático debe diversificar los instrumentos para la detección de estudiantes con el objetivo de atender a esta población, con instrumentos acordes a las habilidades de conocimiento específico que desean ser desarrolladas en la escuela, el conocimiento matemático, pero evidentemente, sin olvidar que una buena detección, debe también considerar otras variables, como por ejemplo, los estilos de aprendizaje y el apoyo familiar que estos estudiantes reciben en sus casas y en la escuela.

Se concluye que los objetivos que se mencionaron al principio de este trabajo se lograron alcanzar, pues se logró detectar alumnos con talento matemático mediante la utilización del Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa y el cuestionario de Procesos de Generalización, así mismo se logró ver que los factores como apoyo familiar y estilos de aprendizaje, son factores que inciden en el talento, pues aquellos alumnos con talento matemático son alumnos que cuentan con apoyo familiar de parte de sus padres y poseen un estilo

de aprendizaje reflexivo y teórico, los cuales corresponden con las características que los autores mencionados en este estudio refieren poseen los alumnos con talento matemático.

Consideraciones para el quehacer del Psicólogo educativo

Los resultados de este estudio pueden ayudar a los futuros psicólogos educativos en el trabajo del salón de clases de matemáticas en varios aspectos relacionados con la detección de alumnos con talento matemático. Es básico que el psicólogo educativo utilice diversas herramientas para este proceso, para evaluar habilidades y capacidades en matemática, e instrumentos que evalúen el contexto de los alumnos, así podrá reconocer las habilidades de los estudiantes y potenciarlos, con la finalidad de desarrollarlas. Y de este modo pueda canalizar al estudiante a instituciones o programas que le brinden herramientas para su desarrollo.

Finalmente, el trabajo del psicólogo escolar no se ejerce de manera individual, éste necesita integrarse a las actividades del profesor y tener contacto con los padres y madres. Como en todas las actividades de enseñanza y aprendizaje que involucran a todos los participantes de una comunidad educativa para mejorar el aprendizaje de los alumnos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acle, G. (2013). Investigación en Educación Especial (2002-2011): Logros y desafíos. En: M. De Agüero (Coord.) *Aprendizaje y Desarrollo 2001-2011*. (pp. 21-109). México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa-ANUIES
- Alonso, C.; Gallego, D.; Honey, P. (1994). Los Estilos de Aprendizaje. *Procedimientos de diagnóstico y Mejora*. Bilbao: Ediciones Mensajero (6ª Edición).
- Alonso, J. y Benito, Y. (1996). *Superdotados: Adaptación escolar y social en secundaria*. Madrid: Narcea S. A
- Arancibia, V. (2009). El desarrollo del talento académico. En: J. Giraldo y C. Núñez (Eds.), *Programa de inclusión y talento en el aula*(pp. 37-44). Bogotá: Buinaima.
- Bazán, A., Sánchez, B., Castañeda, S. (2007). Relación estructural entre apoyo familiar, nivel educativo de los padres, características del maestro y desempeño en lengua escrita. *Revista mexicana de investigación educativa*, 33(12), 701-729. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/140/14003312.pdf>.
- Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa*. Tesis de Doctorado. Departamento de didáctica de la Matemática. Universidad de Granada: Granada, España.
- Benavides, M., Maz, A., Castro, E. y Blanco, R. (2004). *La educación de niños con talento en Iberoamérica*. Santiago, Chile: Editorial Trineo S. A.
- Benito, Y. (1996). Capacidad metacognitiva y estrategias cognitivas de resolución de problemas matemáticos y de transformación y de inducción de estructuras en superdotados. *Ideación*, 7, 25-33.

- Betancourt, J. y Valadez, M D. (2012). Estudiantes con aptitudes sobresalientes y/o talentos específicos. En: Autor. Como propiciar el talento y la creatividad en la escuela. Pp.21-74. México, D.F.: Manual Moderno
- Blumen, S. (2008). Motivación, sobredotación y talento: un desafío para el éxito. *Psicología*, 26(1). 147- 184.
- Butto, C. y Delgado, J. (2012). *Rutas hacia el álgebra. Actividades en Excel y logo*. México: UPN
- Butto, C., Delgado, J. y Bazán, A. (2018). Los procesos de generalización, una vía de acceso al pensamiento algebraico temprano en Educación básica. *Horizontes Pedagógicos*. 20(1).
- Castro, E., Benavides, M. y Segovia, I. (2006). Cuestionario para caracterizar a niños con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa. *Revista Internacional Faísca de Altas Capacidades* 11(13), 4-22.
- Castro, E., L. Rico y E. Castro (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana, pp. 45-79. Radford (2006)
- Alonso, C., Gallego, D. y Honey, P. (1994). *Los Estilos de Aprendizaje: Procedimientos de diagnóstico y mejora*. Bilbao, España: Ediciones Mensajero
- De la Torre, G. y Pérez, L. (2006). La familia y el desarrollo del potencial creativo de los niños con altas capacidades. En Pérez, L. (Coord.). *Alumnos con capacidad superior*, Madrid: Síntesis.
- Delval J. (2001). La realización de la entrevista. En: Autor. *Descubrir el pensamiento de los niños*. Ed. Paidós. España. Cap. 5, pp 113-139.
- Díaz, O., Sánchez, T., Pomar, C. y Fernández, M. (2008). Talentos Matemáticos: Análisis de una muestra. *Revista Internacional Faísca de Altas Capacidades*, 13(15), 30-39.

- Diezmann, C. & Watters, J. (2002). Summing up the education of mathematically gifted students. In *Proceedings 25th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Pp. 219-226,
- Ellerton, N. (1986). Children's Made-Up Mathematics Problems- A New Perspective on Talented Mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17 261-271.
- Freiman, V. (2006). *Problems to discover and boost mathematical talent in early grades: A challenging situations approach*. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(1), 51-75.
- Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Revista digital Matemática, Educación e Internet* 14(2), 1-12.
- Gagné, F. (2010). Construyendo talentos a partir de la dotación. En: M. D. Valadez, y S. Valencia (coord.) *Desarrollo y educación del talento en adolescentes* (64-78). México: Editorial Universitaria.
- Gómez, P. (2002). Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En M.C. Penalva y G. Torregosa (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, (pp. 341-356). Alicante: Universidad de Alicante
- Guerrero, L, Morales, Ch y Núñez, E. (2014). Una vía de acceso a la variación mediante el número generalizado con el software eXpresser, *Revista Amiutem, vol 2, núm 1. México*.
- Greenes, C. (1981). Identifying the Gifted Student in Mathematics in *Arithmetic Teacher*, 6, 14-17.
- Hadamard, J. (1945) *The psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University Press.

- Hernandez, R., Fernandez, C. y Batista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill.
- Heinze, A. (2005). Differences in problem solving strategies of mathematically gifted and non-gifted elementary students. *International Education Journal*, 6(2), 175-183.
- Heller, K. y Perleth, C. (2009). *Adapting conceptual models for cross-cultural applications*. *FAISCA*, 14 (16), 76-95.
- Jiménez, C. (2000). Evaluación de programas para alumnos superdotados. *Revista de Investigación Educativa*, 18 (2), 553-563.
- Jiménez, C. (2010). *Diagnostico y educación de los más capaces*. España: UNED – Pearson.
- Kruteskii, V.A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children*. EUA: Chicago University Press.
- Mac Gregor, M. y K. Stacey (1993). Seeing to pattern and writing to rule. *Proceeding of Psychology of Mathematics Education*. Ibaraki, Japón.
- Marjoram, D. y Nelson, R. (1988). Talentos matemáticos. En J. Freeman (Ed.), *Los niños superdotados. Aspectos Psicológicos y Pedagógicos*. Bilbao: Santillana.
- Marland, S. (1971). *Education of the gifted and talented*. Congreso de los EE.UU.
- Mönks, F. y Mason, E. (2000). “Developmental psychology and giftedness: theories and research”. En K. Heller, F. Mönks, R. Sternberg, R. Subotnik (Eds.), *International Handbook of Giftedness and Talent*. Oxford: Pergamon Press.
- Mora, L., Casas, A., & González, M. (2009). La diversidad en el aula, un ejemplo: el talento en matemáticas. *Pedagogía y Saberes* (págs. 131-139). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

- Niederer, K. & Irwin, K. (2001). Using Problem Solving to Identify Mathematically Gifted Students. En M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceeding of the 25 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Utrecht, Vol. 3, 431-438.
- Niederer, K.; Irwin, R. C.; Irwin, K. C. y Reilly, I. L. (2003). Identification of Mathematically Gifted Children in New Zealand. *High Ability Studies*, 14 (1), 71- 84. <http://dx.doi.org/10.1080/13598130304088>
- Noss, R., Healy, L. and Hoyles, C. (1997). “The Construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual with the Symbolic.” *Educational Studies in Mathematics*, 33(2).203-33.
- NCTM (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston, VA: Author.
- Ochoa, E., Sandoval, R., Bazán, A., Fernández M. T. y López, M. (2014). Apoyo familiar en asignaturas de matemáticas y español a niños de primaria en escuelas urbanas. *CULCyT Cultura Científica y Tecnológica*. 11(54), 49-58. Consultado en: http://www.uacj.mx/IIT/CULCyT/Documents/2014_Septiembre_Diciembre/8%20Art%20E.pdf
- Olfos, R. (2001). Entendiendo la clase de matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación matemática educativa*, 4 (1). 23-43.
- Pasarín, M., Feijo, M., Diaz, O. y Rodriguez, L. (2004). Evaluación del talento Matemático. En: Educación Secundaria. *Faísca Revista Internacional de Altas Capacidades*, 11,
- Pérez, L. (2006). Programas educativos para alumnos con alta capacidad: sistemas de enriquecimiento. En: M. D. Valadez, J. Betancourt J y M. A. Zavala (Eds.) *Alumnos superdotados y talentosos. Identificación, evaluación e intervención. Una perspectiva para docentes* (pp.161-201). México: Manual Moderno.

- Pérez, L., López, E. T., del Valle, L., y Ricote, E. (2008). Más allá del currículum: Programas de enriquecimiento extraescolar. La experiencia del programa Estrella. *Faicsa Revista Internacional de Altas Capacidades*, 13 (5), 4-29.
- Poincaré, H. (1963). *Ciencia y Método*. Madrid, España. Editorial Espasa-Calpe, S.A. Colección Austral.
- Renzulli, J., y Reiss, S. (2001). School wide enrichment model executive summary. Consultado el 20 de enero de 2017. Disponible en: <http://www.gifted.uconn.edu/sem/semexec.html>
- Rodríguez-Naveiras, E. (2010). *PROFUNDO: Un instrumento para la evaluación de proceso de un programa de altas capacidades*. Tesis doctoral (no publicada). Universidad de La Laguna. Tenerife, España.
- Secretaría de Educación Pública (1992). *Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Estrategia de atención para alumnos y alumnas con capacidades y aptitudes sobresalientes en la educación básica del D.F.*, Secretaria de Educación Pública, México, D.F.
- Span, P. y Overtoom-Corsmit, R.(1986). Information Processing by Intellectually Gifted Pupils Solving Mathematical Problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 273-295.
- Straker, A. (1983). *Mathematics for gifted pupils*. Harlow: Longman
- Span, P. y Overtoom-Corsmit, R.(1986). Information Processing by Intellectually Gifted Pupils Solving Mathematical Problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 273-295
- Taylor, C. (1964). *Creativity progress and potential*, Ed. Mc Graw-Hill, Ohio

- Touron, J. y Santiago, R. (2013). Atención a la diversidad y desarrollo del talento en el aula. El modelo DT-PI y las tecnologías en la implantación de la flexibilidad curricular y el aprendizaje al propio ritmo. *Revista española de pedagogía*. 71(256). 441-459.
- UNESCO (1990). *Declaración Mundial sobre Educación para Todos*. Nueva York, EUA: UNESCO
- UNESCO (1994). *Declaración De Salamanca y Marco de Acción para las Necesidades Educativas Especiales*. Salamanca, España: UNESCO
- Ursini, S. (1996). Experiencias pre algebraicas. *Educación matemática*. 8(2) 33-40.
- Vergnaud, G (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad; problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, México: editorial Trillas.
- Wilson, K. y Briggs, M. (2002). Able and gifted: a case study of year 6 children. En A.D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceeding of the 26 the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (vol. 1, .328). UEA Norwich, U.K.

Anexos

Anexo 1

Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

Cuestionario de Problemas de Estructura Multiplicativa

Castro, E., Benavides, M. y Segovia, I. (2006).

El cuestionario consta de doce problemas de estructura multiplicativa: cuatro problemas de comparación, dos problemas de combinatoria, dos problemas de escala, dos problemas con componente geométrica y dos problemas con números decimales

Instrucciones

1. Completar todos los datos que se piden en la parte superior de cada hoja
2. Escribir todas las operaciones necesarias para resolver cada problema
3. Escribir la solución en el espacio en blanco que hay a continuación del problema por ejemplo en el siguiente problema

Diego tenía 500 pesos

Pablo le da 300 pesos

¿Cuántos pesos tiene ahora Diego?

La solución se pondría en la forma

$$\begin{array}{r} 500 \\ + \quad \underline{300} \\ \hline 800 \end{array}$$

Solución: diego tiene 800 pesos

Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

HOJA 1 DE PROBLEMAS

Nombre y Apellidos _____ Fecha _____

Fecha de nacimiento: _____ Hora de inicio: _____ Hora de termino: _____

Problema 1

Pablo tiene 60 centímetros de estatura. Tatiana tiene 180 centímetros. ¿Cuántas veces menos estatura tiene Pablo que Tatiana?

Problema 2

Un trozo de queso pesa 0.923 kilogramos. Si un kilo cuesta 85 pesos, ¿Cuánto cuesta el trozo de queso?

Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

HOJA 2 DE PROBLEMAS

Nombre y Apellidos _____ Fecha _____

Problema 3

Tengo 6 camisetas y 2 pantalones ¿De cuantas maneras los puedo combinar para vestirme?

Problema 4

Pablo tiene 180 centímetros de estatura. Pablo mide 3 veces más que Tatiana ¿Cuál es la estatura de Tatiana?

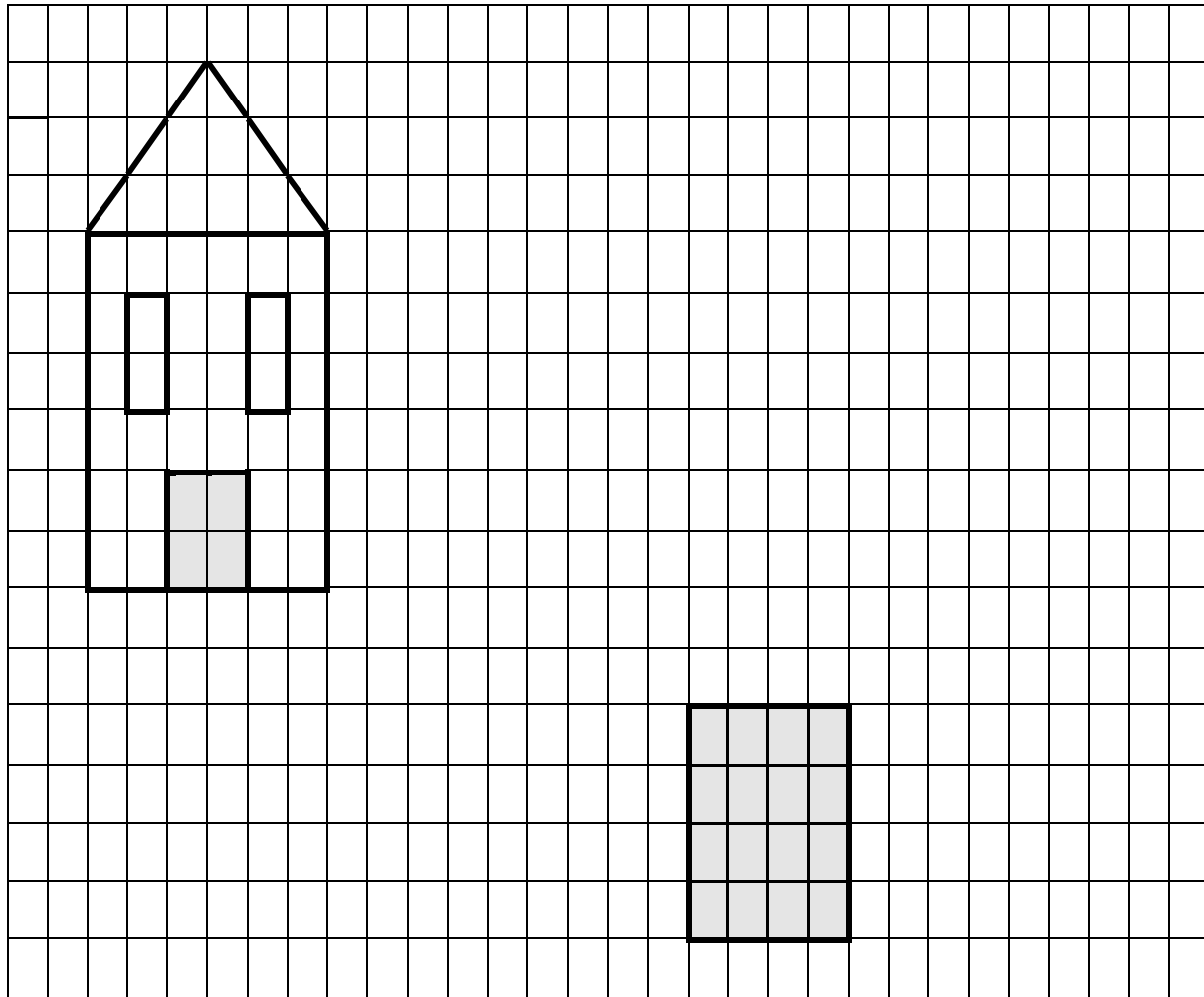
Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

HOJA 3 DE PROBLEMAS

Nombre y Apellidos _____ Fecha _____

Problema 5

Dibuja una casa a escala. Toma como muestra la puerta



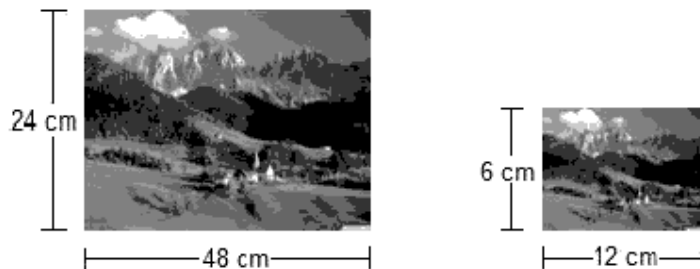
- a) ¿Qué hiciste para dibujar la casa más grande?
- b) ¿Cuál es el factor de escala?

Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)
HOJA 4 DE PROBLEMAS

Nombre y Apellidos _____ Fecha _____

Problema 6

Renata solicitó la reducción de una fotografía, como se muestra a continuación.



¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad? Justifica tu respuesta

Problema 7

El lado de un cuadrado mide 8 centímetros. Si el perímetro se disminuye en 8 para formar un nuevo cuadrado ¿En cuántos centímetros ha disminuido el área?

Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

HOJA 5 DE PROBLEMAS

Nombre y Apellidos _____ Fecha _____

Problema 8

Tatiana tiene 180 centímetros de estatura. Pablo mide 3 veces menos que Tatiana. ¿Cuál es la estatura de Pablo?

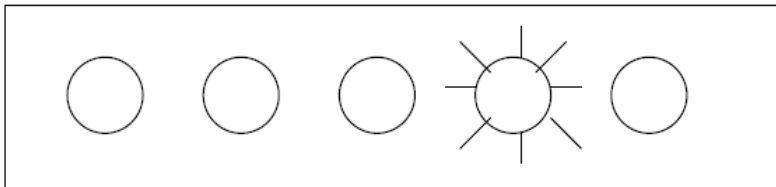
Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

HOJA 6 DE PROBLEMAS

Nombre y Apellidos _____ Fecha _____

Problema 9

En una oficina las personas son llamadas por luces parpadeantes. Cada empleado tiene una combinación personal consistente en una o más luces. Existen exactamente tantas combinaciones como empleados ¿Cuántos empleados hay en la oficina?



Anexo 1 Cuestionario de Problemas de estructura multiplicativa (PEM)

HOJA 7 DE PROBLEMAS

Nombre y Apellidos _____ Fecha _____

Problema 10

Si 0.923 kilogramos cuestan 86 pesos. ¿Cuánto cuesta el kilo de queso?

Problema 11

Tatiana tiene 63 centímetros de estatura. Pablo tiene 3 veces más estura que Tatiana ¿Qué estatura tiene Pablo?

Anexo 2

Escala de Apoyo Familiar

Apoyo Familiar para Niños

Nombre completo: _____.

Escuela: _____.

Grado: _____, Grupo: _____.

Tacha o completa la respuesta que creas que es la adecuada según tu caso.

1. ¿Vives con tu papá y mamá? SI NO

¿Con quién vives? _____.

2. Tu papá o el adulto con quien vives trabaja fuera de casa:

Todo el día En la mañana o tarde Por la noche Por ratos No trabaja fuera de casa

3. Tu mamá o la mujer adulta con quien vives trabaja fuera de casa

Todo el día En la mañana o tarde Por la noche Por ratos No trabaja fuera de casa

Ahora, contesta las siguientes preguntas sobre las actividades que tus padres o tutores realizan contigo en la casa en relación con las materias de Español y Matemáticas.

Debes ~~ENCERRAR~~ una de las opciones que se presentan.

A continuación aparece un ejemplo:

Mis padres o tutores se interesan en el aprendizaje que tengo en las materias de

• **Español:**

- a) Nunca
- b) Casi nunca
- c) Algunas veces
- d) Casi Siempre
- e) Siempre

• **Matemáticas:**

- a) Nunca
- b) Casi nunca
- c) Algunas veces
- d) Casi Siempre
- e) Siempre

* Nayeli piensa que sus padres se interesan "**Siempre**" en el aprendizaje que ha obtenido en la materia de Español; mientras que en la materia de Matemáticas ella considera que solo "**Algunas veces**" se interesan. Por lo tanto encerró la palabra "**Siempre**" para la materia de Español y la palabra "**Algunas veces**" para la materia de Matemáticas.

Ahora puedes contestar las preguntas según lo que piensas, te recomendamos seas lo más sincero posible.

1.-El tiempo aproximado que cada día mis padres me ayudan a hacer la tarea de

• **Español:**

- a) Menos de 10 minutos.
- b) De 11 a 30 minutos.
- c) De 1 Hr a 1.30 hrs.
- d) De 1.30 Hrs a 2 hrs.
- e) 2 o más hrs.

• **Matemáticas:**

- a) Menos de 10 minutos.
- b) De 11 a 30 minutos.
- c) De 1 Hr a 1.30 hrs.
- d) De 1.30 Hrs a 2 hrs.
- e) 2 o más hrs.

2.-Me preguntan mis padres o tutores si tengo tareas que debo realizar en casa de la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

3.-Me preguntan mis padres o tutores sobre mi desempeño en la escuela en la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

4.-Revisan los ejercicios que hago en las clases de la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

5.-Estudio en casa junto con mis padres o tutores, temas de la materia

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

6.-Revisan mis cuadernos y libros de trabajo de la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

7.-Mis padres o tutores procuran que yo tenga en la casa un lugar de estudio, sin distractores, (por ejemplo, televisión o radio encendidos) para la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

8.-Me han asignado un horario especial para que yo haga mis tareas de la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

9.-Me proporcionan los materiales que necesito para que yo pueda hacer mis tareas de la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

10.-En mi casa tenemos otros libros, revistas, enciclopedias, CDs educativos, etc. que puedo usar para la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

11.-Mis padres o tutores van a mi escuela sin haber sido citados, para pedir informes a mi profesor(a) sobre mi desempeño en

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

12.-Mis padres o tutores envían recados o llaman por teléfono a la escuela para solicitar al profesor(a) informes sobre mi desempeño en

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

13.-Platico con mis padres o tutores acerca de cómo me llevo con el profesor (a) de la clase de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

14.-Mis padres van a reuniones de información a mi escuela, firma de boletas, presentación de programas académicos, etc.

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

15.-Platico con mis padres o tutores acerca de cómo me llevo con los compañeros y/o compañeras de clase de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

16.-Me apoyan con material adicional para la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

17.-Me dedican un tiempo para evaluar o examinar mi nivel de dominio en la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

18.-Mis padres o tutores hacen junto conmigo, ejercicios de repaso para reafirmar mi aprendizaje en la materia de

• **Español:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

• **Matemáticas:**

- a) Nunca.
- b) Casi nunca.
- c) Algunas veces.
- d) Casi Siempre.
- e) Siempre.

19.-Mis padres o tutores me ponen ejercicios adicionales para que trabaje en casa de la materia de

Español:

- f) Nunca.
- g) Casi nunca.
- h) Algunas veces.
- i) Casi Siempre.
- j) Siempre.

• **Matemáticas:**

- f) Nunca.
- g) Casi nunca.
- h) Algunas veces.
- i) Casi Siempre.
- j) Siempre.

¡Gracias!

Anexo 3

Escala de Estilo de aprendizaje Honey-Alonso

Anexo 3 Escala de Estilo de aprendizaje Honey-Alonso

Cuestionario HONEY – ALONSO de Estilos de Aprendizaje.

Adaptación del Learning Styles Questionnaire por Catalina M. Alonso García (1994).

Nombre: _____ Edad: _____

Escuela: _____ Grado: _____ Grupo: _____

Instrucciones:

- Este cuestionario ha sido diseñado para identificar su Estilo preferido de Aprendizaje. No es un test de inteligencia , ni de personalidad
- No hay límite de tiempo para contestar al Cuestionario. No le ocupará más de 15 minutos.
- No hay respuestas correctas o erróneas. Será útil en la medida que sea sincero/a en sus respuestas.
- Si está más de acuerdo que en desacuerdo con el ítem coloca 'Mas (+)'. Si, por el contrario, está más en desacuerdo que de acuerdo, coloca 'Menos (-)'.
• Por favor contesta a todos los items.

1.- Tengo fama de decir lo que pienso claramente y sin rodeos. ()

2. Estoy seguro(a) de lo que es bueno y lo que es malo, lo que está bien y lo que está mal. ()

3. Muchas veces actúo sin mirar las consecuencias. ()

4. Normalmente trato de resolver los problemas metódicamente y paso a paso. ()

5. Creo que los formulismos coartan y limitan la actuación libre de las personas. ()

6. Me interesa saber cuáles son los sistemas de valores de los demás y con qué criterios actúan. ()

7. Pienso que el actuar intuitivamente puede ser siempre tan válido como actuar reflexivamente. ()

Anexo 3 Escala de Estilo de aprendizaje Honey-Alonso

8. Creo que lo más importante es que las cosas funcionen. ()
9. Procuero estar al tanto de lo que ocurre aquí y ahora. ()
10. Disfruto cuando tengo tiempo para preparar mi trabajo y realizarlo a conciencia. ()
11. Estoy a gusto siguiendo un orden, en las comidas, en el estudio, haciendo ejercicio regularmente. ()
12. Cuando escucho una nueva idea, enseguida comienzo a pensar cómo ponerla en práctica. ()
13. Prefiero las ideas originales y novedosas aunque no sean prácticas. ()
14. Admito y me ajusto a las normas sólo si me sirven para lograr mis objetivos. ()
15. Normalmente encajo bien con personas reflexivas, y me cuesta sintonizar con personas demasiado espontáneas, imprevisibles. ()
16. Escucho con más frecuencia de lo que hablo. ()
17. Prefiero las cosas estructuradas a las desordenadas. ()
18. Cuando poseo cualquier información, trato de interpretarla bien antes de manifestar alguna conclusión. ()
19. Antes de hacer algo estudio con cuidado sus ventajas e inconvenientes. ()
20. Crezco con el reto de hacer algo nuevo y diferente. ()
21. Casi siempre procuro ser coherente con mis criterios y sistemas de valores. Tengo principios y los sigo. ()
22. Cuando hay una discusión no me gusta ir con rodeos. ()

Anexo 3 Escala de Estilo de aprendizaje Honey-Alonso

23. Me disgusta implicarme afectivamente en mi ambiente de trabajo. Prefiero mantener relaciones distantes. ()
24. Me gustan más las personas realistas y concretas que las teóricas. ()
25. Me cuesta ser creativo(a), romper estructuras. ()
26. Me siento a gusto con personas espontáneas y divertidas. ()
27. La mayoría de las veces expreso abiertamente cómo me siento. ()
28. Me gusta analizar y dar vueltas a las cosas. ()
29. Me molesta que la gente no se tome en serio las cosas. ()
30. Me atrae experimentar y practicar las últimas técnicas y novedades. ()
31. Soy cauteloso(a) a la hora de sacar conclusiones. ()
32. Prefiero contar con el mayor número de fuentes de información. Cuantos más datos se reúnan para reflexionar, mejor. ()
33. Tiendo a ser perfeccionista. ()
34. Prefiero oír las opiniones de los demás antes de exponer la mía. ()
35. Me gusta afrontar la vida espontáneamente y no tener que planificar todo previamente. ()
36. En las discusiones me gusta observar cómo actúan los demás participantes. ()
37. Me siento incómodo(a) con las personas calladas y demasiado analíticas. ()
38. Juzgo con frecuencia las ideas de los demás por su valor práctico. ()
39. Me agobio si me obligan a acelerar mucho el trabajo para cumplir un plazo. ()

Anexo 3 Escala de Estilo de aprendizaje Honey-Alonso

40. En las reuniones, apoyo las ideas prácticas y realistas. ()
41. Es mejor gozar del momento presente que deleitarse pensando en el pasado o en el futuro. ()
42. Me molestan las personas que siempre desean apresurar las cosas. ()
43. Aporto ideas nuevas y espontáneas en los grupos de discusión. ()
44. Pienso que son más consistentes las decisiones fundamentadas en un minucioso análisis que las basadas en la intuición. ()
45. Detecto frecuentemente la inconsistencia y puntos débiles en las argumentaciones de los demás. ()
46. Creo que es preciso saltarse las normas muchas más veces que cumplirlas. ()
47. A menudo caigo en la cuenta de otras formas mejores y más prácticas de hacer las cosas. ()
48. En conjunto hablo más de lo que escucho. ()
49. Prefiero distanciarme de los hechos y observarlos desde otras perspectivas. ()
50. Estoy convencido(a) que debe imponerse la lógica y el razonamiento. ()
51. Me gusta buscar nuevas experiencias. ()
52. Me gusta experimentar y aplicar las cosas. ()
53. Pienso que debemos llegar pronto al grano, al meollo de los temas. ()
54. Siempre trato de conseguir conclusiones e ideas claras. ()
55. Prefiero discutir cuestiones concretas y no perder el tiempo con charlas vacías. ()
56. Me impaciento cuando me dan explicaciones irrelevantes e incoherentes. ()

Anexo 3 Escala de Estilo de aprendizaje Honey-Alonso

57. Compruebo antes si las cosas funcionan realmente. ()
58. Hago varios borradores antes de la redacción definitiva de un trabajo. ()
59. Soy consciente de que en las discusiones ayudo a mantener a los demás centrados en el tema, evitando divagaciones. ()
60. Observo que, con frecuencia, soy uno(a) de los(as) más objetivos(as) y desapasionados(as) en las discusiones. ()
61. Cuando algo va mal, le quito importancia y trato de hacerlo mejor. ()
62. Rechazo ideas originales y espontáneas si no las veo prácticas. ()
63. Me gusta sopesar diversas alternativas antes de tomar una decisión. ()
64. Con frecuencia miro hacia delante para prever el futuro. ()
65. En los debates y discusiones prefiero desempeñar un papel secundario antes que ser el(la) líder o el(la) que más participa. ()
66. Me molestan las personas que no actúan con lógica. ()
67. Me resulta incómodo tener que planificar y prever las cosas. ()
68. Creo que el fin justifica los medios en muchos casos. ()
69. Suelo reflexionar sobre los asuntos y problemas. ()
70. El trabajar a conciencia me llena de satisfacción y orgullo. ()
71. Ante los acontecimientos trato de descubrir los principios y teorías en que se basan. ()
72. Con tal de conseguir el objetivo que pretendo, soy capaz de herir sentimientos ajenos. ()

73. No me importa hacer todo lo necesario para que sea efectivo mi trabajo. ()
74. Con frecuencia soy una de las personas que más anima las fiestas. ()
75. Me aburro enseguida en el trabajo metódico y minucioso. ()
76. La gente con frecuencia cree que soy poco sensible a sus sentimientos. ()
77. Suelo dejarme llevar por mis intuiciones. ()
78. Si trabajo en grupo procuro que se siga un método y un orden. ()
79. Con frecuencia me interesa averiguar lo que piensa la gente. ()
80. Esquivo los temas subjetivos, ambiguos y poco claros. ()

Anexo 4

Cuestionario de Procesos de Generalización

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Nombre: _____

Escuela: _____

Curso: _____ Fecha: ___/___/___

Hora de inicio: _____ Hora de término: _____

Instrucciones: Lee con atención los problemas y después contesta lo que se te pide. En caso de alguna duda pregúntale a la persona a cargo.

1) Completa las siguientes secuencias.

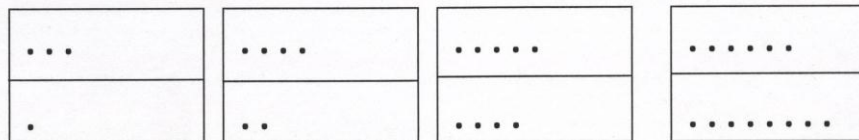
a) 8, 12, 16, ____, 24, ____, ____

b) ____, ____, ____, 15, 18, 21

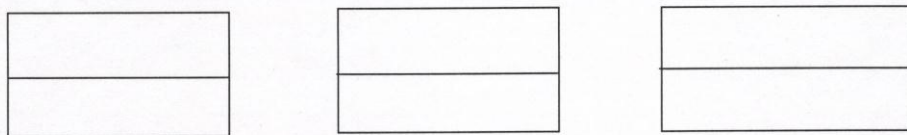
c) 15, 10, 5, ____, ____

d) 21, 16, 11, ____, ____

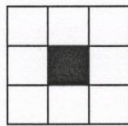
2) Observa las siguientes figuras de la secuencia.



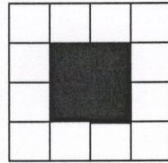
a) Ahora, dibuja las figuras que sigue:



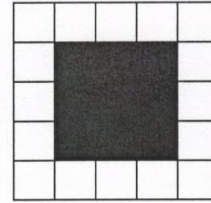
3) Observa las siguientes albercas con sus bordes.



Alberca N° 1

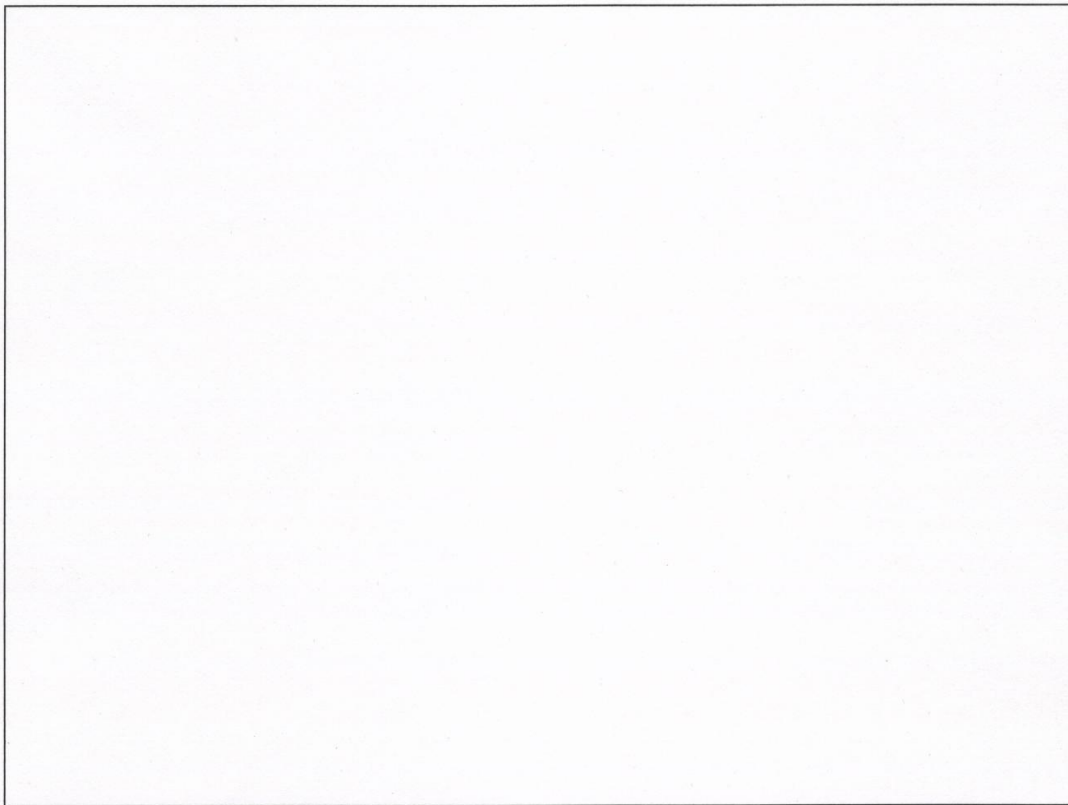


Alberca N° 2



Alberca N° 3

Ahora, dibuja las albercas No. 4 y No. 5 que siguen:



Llena la tabla con los siguientes datos.

| | Número de mosaicos negros y blancos | Número de mosaicos negros | Números de mosaicos blancos |
|-----------|-------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| Alberca 1 | | | |
| Alberca 2 | | | |
| Alberca 3 | | | |
| Alberca 4 | | | |
| Alberca 5 | | | |

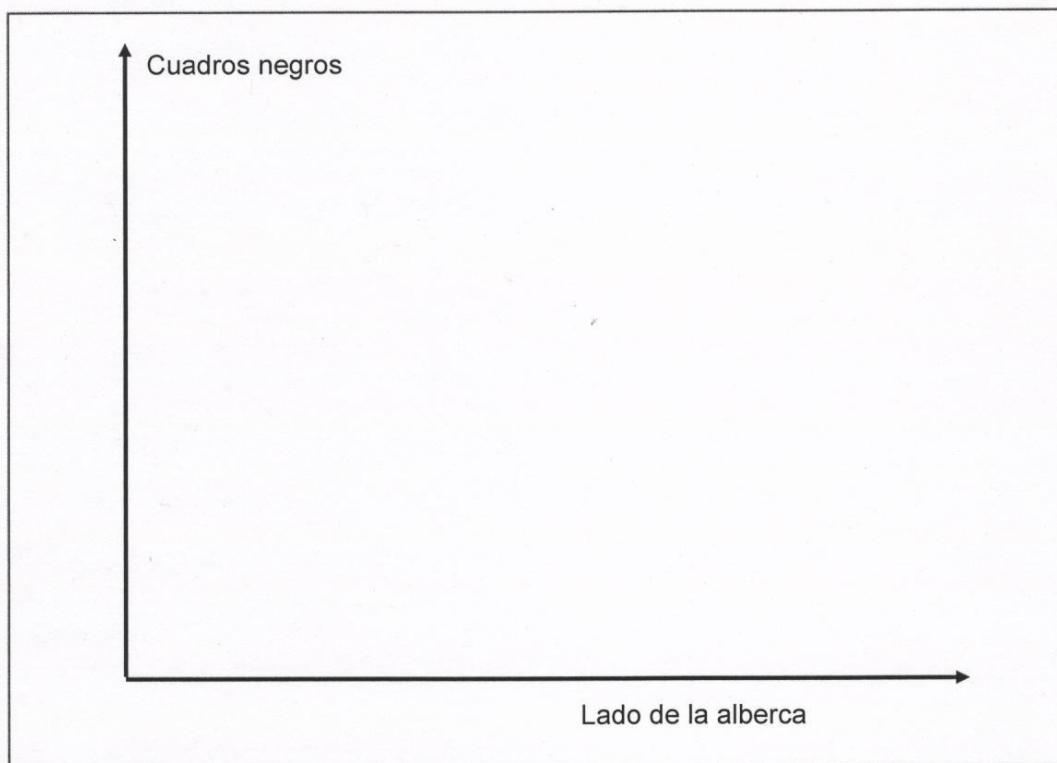
a) ¿Cómo vas obteniendo el número de mosaicos blancos?

b) ¿Cómo vas obteniendo el número de mosaicos negros?

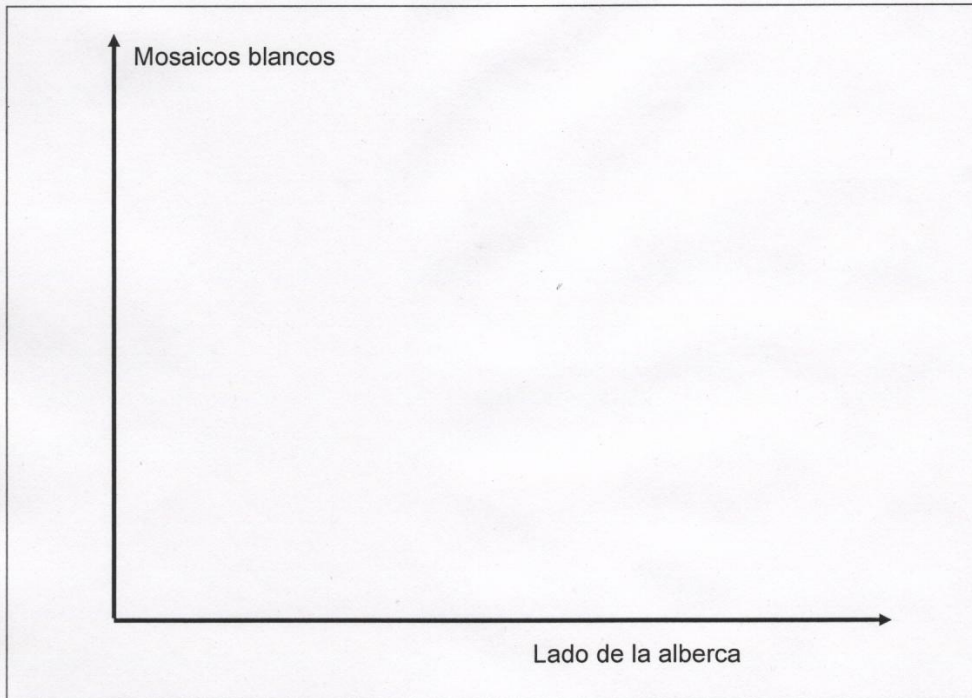
c) ¿Cómo encuentras el número de mosaicos blancos si conoces el lado de la alberca?

d) ¿Cómo encuentras el número de mosaicos negros si conoces el lado de la alberca?

Haz una grafica de cómo varían los mosaicos negros con el lado de la alberca.



Haz una grafica de cómo varían los mosaicos blancos con el lado de la alberca.

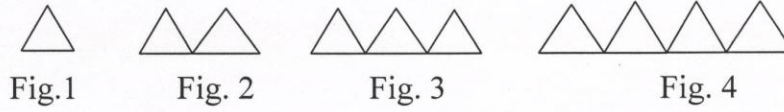


¿Varían de la misma manera? ¿Por qué?

¿Cuáles crecen más rápido? ¿Los mosaicos negros o los mosaicos blancos?

¿Por qué?

7) Observa las siguientes figuras formadas con palitos y después contesta las siguientes preguntas.



¿Cuántos triángulos tiene la primera figura? _____

¿Cuántas palitos forma la primera figura? _____

¿Cuántos triángulos tiene la segunda figura? _____

¿Cuántos palitos tiene la segunda figura? _____

Completa la tabla:

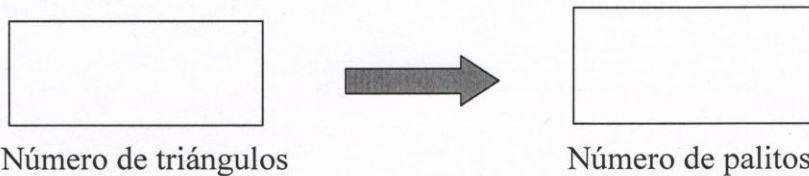
| | | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Triángulos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Palitos | | | | | | | | | |

¿Cuántos palitos necesitas para realizar una figura con 12 triángulos?

¿Cuántos triángulos puedes hacer con 30 palitos?

Sí tienes 48 palitos ¿Cuántos triángulos puedes formar? _____

Da una regla para calcular la cantidad de palitos que necesitas si conoces el número de triángulos.



Anexo 5

Figuras

Figura 1 Modelo de los tres anillos de Renzulli. (Tomado de Valadezet *al* 2009)

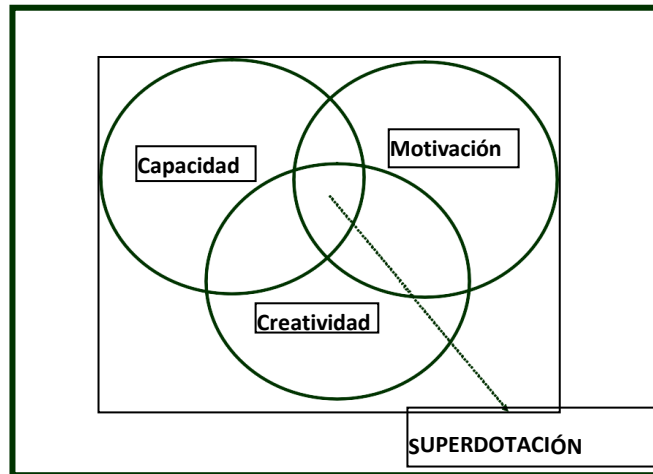
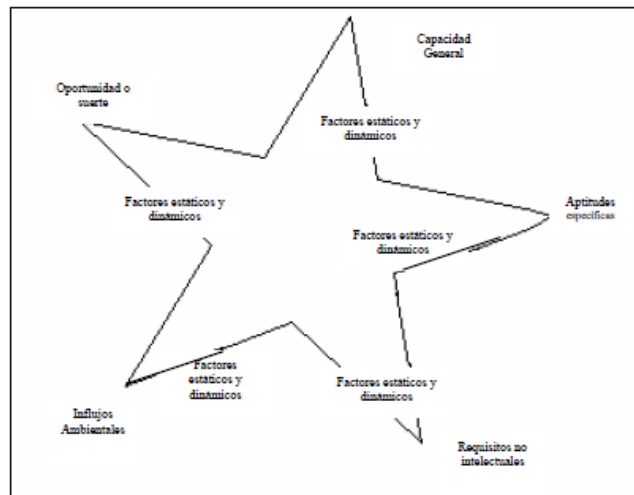


Figura 2 La estrella de la superdotación (Tomado de Valadez *et al* 2009)



La estrella de la superdotación. Fuente: Tannenbaum, 1997

Figura 3 Modelo del Talento Matemático de Mora *et al* (2009).

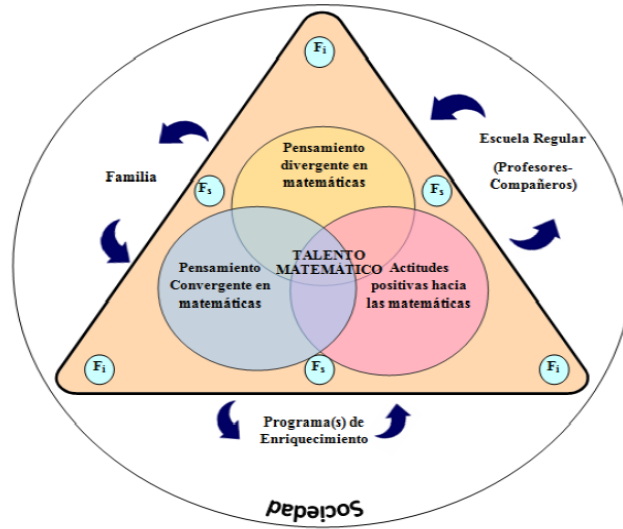


Figura 4. Respuesta del alumno al problema 1 del Cuestionario PEM

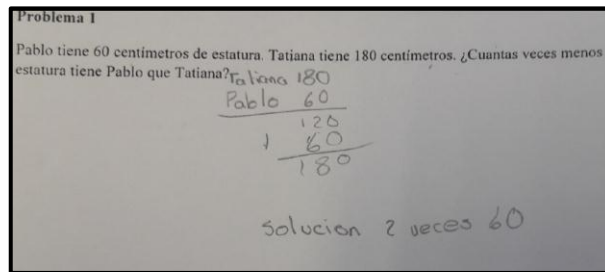


Figura 5. Respuesta del alumno al problema 3 PEM

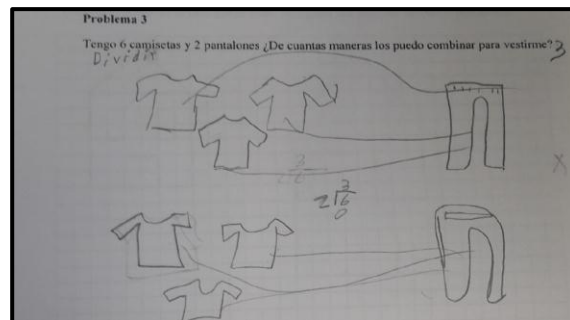


Figura 6. Respuesta del alumno al problema 5

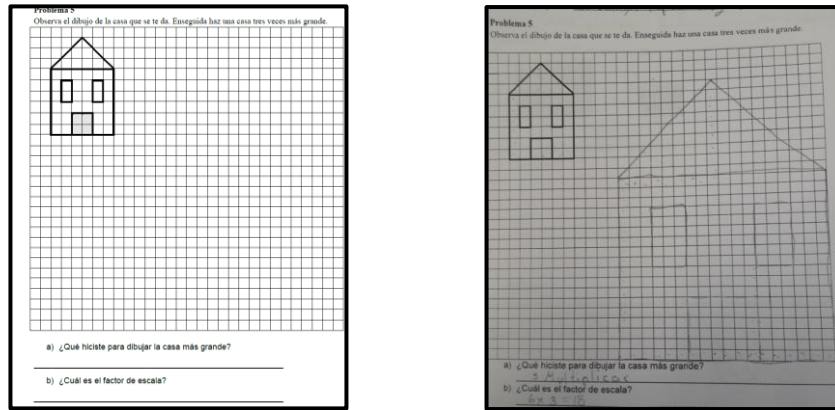


Figura 7. Respuesta del alumno al problema 3 PEM

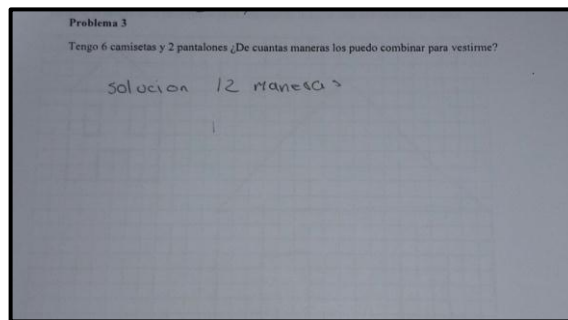


Figura 8 Respuesta del alumno al problema 1 del Cuestionario de procesos de Generalización

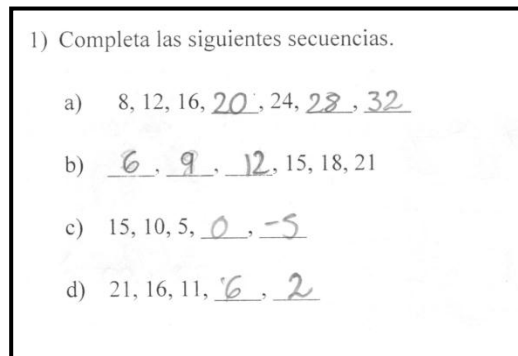


Figura 9 Respuesta del alumno al problema 2 Cuestionario de procesos de Generalización

2) Observa las siguientes figuras de la secuencia.

a) Ahora, dibuja las figuras que sigue:

Figura 10 Respuesta del alumno al problema 3 Procesos de Generalización

3) Observa las siguientes albercas con sus bordes.

Alberca No. 1 Alberca No. 2 Alberca No. 3

Ahora, dibuja las albercas No. 4 y No. 5 que le siguen

Alberca No. 4 Alberca No. 5

$$A_{n+1} = A_n + B_n$$

| n | Tabla con T datos. | A | B | $B_{n+1} = B_n + 4$ |
|-----------|-------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|----------------------------------------------------|
| | Número de mosaicos negros y blancos | Número de mosaicos negros | Números de mosaicos blancos | |
| Alberca 1 | 9 | 1 | 8 | $B_{n+1} = B_n + 4$ Secuencia aritmética |
| Alberca 2 | 16 | 4 | 12 | |
| Alberca 3 | 25 | 9 | 16 | |
| Alberca 4 | 36 | 16 | 20 | |

a) ¿Cómo vas obteniendo el número de mosaicos blancos?
Restando el número de mosaicos negros y blancos (-) menos el de mosaicos negros
Relación lineal
 $T = A + B$

b) ¿Cómo vas obteniendo el número de mosaicos negros?
Restando número de mosaicos negros y blancos menos (-) el número de mosaicos blancos
Relación potencial
 $A = n^2$

c) ¿Cómo encuentras el número de mosaicos blancos si conoces el lado de la alberca?
Buscando el área por ejemplo dice 3 multiplícanos $3 \times 3 = 9 - 1 = 8$
Relación potencial

d) ¿Cómo encuentras el número de mosaicos negros si conoces el lado de la alberca?
buscando el área por ejemplo $3 \times 3 = 9 - 8 = 1$
 $A_{n+1} = A_n + 2n + 1$