UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

COORDINACION DE PSICOLOGIA

ANALISIS DE LOS PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA EN SEGUNDO Y TERCER GRADO DE EDUCACION PRIMARIA

T E S I S

Que para obtener el título de

LICENCIADAS EN PSICOLOGIA EDUCATIVA

P r e s e n t a n:

BERTHA EVA CURIEL LOPEZ
NORMA ANGELICA CRUZ MORALES

México, D.F. 1992.

INDICE

INTRODUCCION

La realización de este trabajo nos ha dado la oportunidad de conocer ampliamente diversos aspectos del proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática, particularmente en cuanto a la resolución de problemas.

No fue fácil tomar la decisión de realizar un trabajo de investigación acerca de los problemas de estructura aditiva, en primer lugar porque nosotros, al igual que la gran mayoría de los maestros de primaria , somos producto de una concepción de la enseñanza que asigna a los problemas el papel de actividades de conocimientos matemáticos adquiridos previamente y en segundo lugar, porque los problemas de suma y resta, según nuestra propia experiencia, no merecían un estudio de esta naturaleza, puesto que de acuerdo con lo que sabíamos de estos problemas no representaban dificultad a los niños ni al maestro.

La investigación está basada en la teoría psicogenética de Jean Piaget la cual supone una participación activa del sujeto que se apropia del conocimiento a partir de construcciones y reconstrucciones. El sujeto aprende de sus acciones sobre los objetos, construyendo categorías de pensamiento, elaborando sus explicaciones y sus propias teorías.

En el ámbito metodológico, encontramos en los trabajos de Vergnaud elementos importantes para esta investigación, tales como: la matemática considerada como ciencia de las relaciones y no como de las cantidades o números; la noción de cálculo relacional y su papel en la construcción del pensamiento matemático en el niño, etc, centrándose nuestro trabajo en estos aspectos.

Hemos retomado una de las investigaciones realizadas por Vergnaud, G. en el año 1985, en la que categoriza los problemas de estructura aditiva en función del significado de las cantidades que se utilizan y del lugar en el que se localiza la incógnita del problema, así como también en la investigación realizada por la Dirección General de Educación Especial (D.G.E.E.) en el año de 1988.

Al realizar esta investigación tratamos de averiguar la relación existente entre los resultados que obtuvimos y los que se obtuvieron en las investigaciones antes mencionadas, además analizamos las respuestas que se dieron al plantear diferentes situaciones experimentales que permitieron observar como resuelven problemas aditivos los niños de los primeros grados.

Desde el inicio de esta investigación, durante la etapa de la revisión bibliográfica, fuimos encontrando nuevas ideas acerca del papel que pueden jugar los problemas en el aprendizaje de la matemática y de la gran versatilidad de este recurso.

Hay varios aspectos a partir de los cuales se pueden analizar los problemas de matemáticas, por ejemplo, el tipo de operaciones involucradas en su resolución, el tipo de relaciones necesarias entre los datos para llegar a la solución, la estructura sintáctica y semántica de los datos.

Por otra parte, también nos propusimos averiguar el tipo de estrategias que usan los niños de segundo y tercer grado de primaria al resolver problemas de estructura aditiva, considerando las mismas categorías que se establecen en el trabajo de Vergnaud. Además hemos querido contrastar las estrategias que usan los alumnos de una escuela oficial con las que usan algunas los alumnos de una escuela privada.

De manera general, el contenido de esta tesis es el siguiente:

En el capítulo I están los fundamentos teóricos en los que se apoya nuestro trabajo basados en la teoría psicogenética de Jean Piaget; en el capítulo II se explica la metodología que hemos utilizado, retomando los trabajos de Duran y Vergnaud; en el capítulo III incluimos algunos ejemplos que nos parecen ilustrativos de las situaciones experimentales; en el capítulo IV incluímos el análisis de las situaciones experimentales y en el capítulo V nuestras conclusiones generales.

Las autoras de esta tesis somos maestras y al realizarla hemos pensado en la superación de los maestros. Ojalá que nuestro aporte sirva para realizar un mejor trabajo con los niños.

Es importante retomar estos datos en el quehacer educativo y cambiar nuestra postura frente a la que es enseñar.

Así mismo es importante señalar que no se inventaron 32 problemas, negándose 14 de los niños a inventar nada en ninguna categoría y los 18 problemas que restan no los inventaron argumentando que no sabían, porque los problemas que habían resuelto no habían sido comprendidos refiriéndose generalmente a la 4ª, 5ª y 6ª categoría.

PRESENTACION

Consideramos que es importante investigar los procesos que siguen los niños en la resolución de problemas de estructura aditiva, básicamente porque coincidimos con el punto de vista psicogenético que propone las situaciones problemáticas como elementos generadores de conocimiento matemático.

Tanto en la estructuración de problemas matemáticos como en la resolución de los mismos, se han identificado algunos de los componentes que muestran la versatilidad de este recurso para la enseñanza. Por ejemplo se sabe que para aumentar la dificultad de un problemas, basta con realizar alguna de estas modificaciones: alargar el texto del enunciado, aumentar los datos, aumentar el tamaño de los números, cambiar la secuencia de la información, agregar alguna pregunta o reemplazar los números naturales por números racionales.

Entre las tareas mas importantes que deba ser propiciadas en la resolución de un problema cuando éste resulta significativo para el sujeto, se pueden mencionar las siguientes: la organización de la información, la búsqueda y la aplicación de los procedimientos, la realización de cálculos mentales o escritos y la utilización de un lenguaje matemático.

Comúnmente los problemas son un recurso del maestro para controlar la forma en que los alumnos utilizan los conocimientos adquiridos, implícitamente dichos problemas pretenden llevar al alumno a utilizar determinados procedimientos.

Algunas características de este tipo de problemas que podemos considerar como clásicos, son los siguientes:

- Contienen la información necesaria y suficiente.
- Su intención es ejercitar a los niños en la decodificación de enunciados y en aplicar las operaciones en razón de alguna palabra clave que se haye en el problema presentado.
- No permiten a los niños reflexionar sobre los datos, problematizar una situación, justificar y validar los resultados obtenidos.
- Por lo general se pierde el significado de las cantidades y relaciones que existen entre ellas.

Como contraparte podemos hablar de otro tipo de problemas en los que se incorporan aspectos que han sido señalados como carencias de los problemas clásicos, por ejemplo:

- Existen datos que no son necesarios para resolver el problema y así se propicia el cuestionamiento de los datos para elegir aquellos que son pertinentes.
- El orden en que se proporciona la información no corresponde estrictamente al esquema de una operación, con lo cual se propicia el uso de diferentes modelos que llevan a un mismo resultado.
- Los problemas admiten distintas soluciones correctas, con lo cual se fomenta la búsqueda de distintas alternativas de solución para un mismo problema.

Si bien es cierto que una de las fuentes del conocimiento matemático es la resolución de problemas, también es cierto que para usar este recurso eficazmente es necesario tomar en cuenta todos los factores que hemos mencionado y seguramente otros que se nos escapan. En este sentido nos pareció importante retomar las investigaciones realizadas por Vergnaud(1985), en relación con los problemas de estructura aditiva, es decir, aquellos problemas cuya resolución canónica implica el uso de la suma o la resta.

De acuerdo con Vergnaud, existen varios tipos de relaciones aditivas y, en consecuencia, varios tipos de adiciones y sustracciones, en las que no solo existen relaciones binarias en la resolución de estos problemas, sino que también existen relaciones ternarias en las que se relacionan tres elementos, un estado al que se le aplica una trasformación para llegar a otro estado.

La manera de resolver estos problemas varía en función de las relaciones que construye el niño y de las estructuras que va adquiriendo poco a poco en etapas diferentes.

Basándonos en lo anterior buscamos alcanzar con la presente investigación un objetivo fundamental: "conocer como el niño construye y da respuesta a los problemas de tipo aditivo". Para ello nos planteamos una serie de preguntas que consideramos importantes: ¿Comprenden y resuelven de igual manera los alumnos de escuelas primarias oficiales y particulares?, ¿Qué tipo de procedimientos utilizan para resolver dichos problemas?, ¿Recurren a los procedimientos usuales cuando resuelven problemas?, ¿Se muestran seguros con los resultados que obtienen?, ¿Qué tipo de problemas inventan?.

Pensamos que los resultados de este trabajo son útiles para quiénes están involucrados en el quehacer educativo, particularmente para conocer mejor las posibilidades de los alumnos de educación primaria ante las tareas que se les proponen y para tener explicaciones más sólidas acerca de los errores que se cometen en el ámbito escolar.

CAPITULO I
FUNDAMENTOS TEORICOS

1. DESARROLLO Y APRENDIZAJE

A partir de las aportaciones de la Teoría Psicogenética, el conocimiento de la psicología infantil se ha enriquecido con sorprendentes descubrimientos que han modificado profundamente las ideas de qué es el niño y cómo aprende. El trabajo de investigación en epistemología genética analiza los mecanismos de crecimiento del conocimiento, en tanto que éste concierne al pensamiento científico, busca también descubrir bajo qué circunstancias se realiza el paso de un estado de conocimiento a otro mas avanzado.

Antes de pasar por la instrucción formal, el niño pequeño va elaborando en forma progresiva sus primeras constantes lógicas y matemáticas, como las clases lógicas y los principios de conservación de las correspondencias numéricas, de las dimensiones espaciales y de las cuestiones físicas.

Estas constantes permiten al niño manejar las transformaciones del mundo físico en la realidad y en el pensamiento. Las leyes de tal elaboración nos arrojan luz acera de los problemas epistemológicos, tales leyes nos permiten analizar en forma más apropiada el papel que juega el sujeto que aprende, en el desarrollo del conocimiento sobre el mundo.

Estos conocimientos si se toman desde la perspectiva constructivista nos remitirán a que este no es una simple copia de la realidad ya que el sujeto que aprende tiene un papel muy activo que jugar para hacer suyos los contenidos que la realidad le presenta.

Existen dos aspectos que se deben de tener en cuenta para entender el desarrollo del conocimiento:

- Las estructuras de la inteligencia.
- Los contenidos del conocimiento.

Las estructuras de la inteligencia constituyen los instrumentos por los cuales el conocimiento se organiza. Estas estructuras se van formando poco a poco a partir de los primeros reflejos innatos y a través de la interacción con el medio.

El sujeto organiza conductas que obedecen a una lógica-acción, para ser luego una lógica-operación. De acuerdo a esto es importante entender como se efectúa el desarrollo. Para Piaget, el desarrollo tanto de las estructuras como de los contenidos se efectúa a través de las invariantes funcionales.

LLama invariantes funcionales a los procesos de la interacción adaptativa que denomina Asimilación y Acomodación.

La asimilación designa la acción del sujeto sobre el objeto. Esta acción va a depender de los instrumentos de conocimiento que tiene el sujeto, es decir de sus estructuras cognoscitivas.

La acomodación consiste en las modificaciones que el sujeto realiza sobre sus propias estructuras con el fin de adaptarlas mejor al medio. En general las acomodaciones permiten ampliar los esquemas de acción. Las dos acciones, acomodación y asimilación, se complementan y a través de coordinaciones recíprocas se logra que le sujeto funcione cada vez mas adaptado a la realidad.

1.1 Factores que intervienen en el desarrollo.

El primer factor es la acción, la acción del sujeto sobre los objetos: la acción transformadora lleva al niño a realizar experiencias no sólo físicas por las cuales el niño conoce las características específicas de los objetos, sino también las experiencias lógico-matemáticas, que realiza tanto sobre los objetos, como a través de los objetos, descubriendo sus propiedades por medio de abstracciones que logra realizar a través de las acciones mismas. El segundo factor es el proceso o camino que recorre un sujeto para llegar al conocimiento, se sabe que le conocimiento pleno o total de algo es casi imposible, pero que el camino que normalmente recorre un sujeto -el proceso que sigue para llegar a un punto definido del conocimiento- es muy parecido al que siguen casi todos los sujetos.

El tercer factor es la comunicación o transmisión de experiencias, reflexiones, valores, etc. El cuarto factor y último sería la oportunidad de resolver conflictos, situaciones contradictorias, para llegar a sobrepasar la dificultad, esto supone el poder reflexionar, juzgar, valorar, inventar soluciones, es decir aprender de nuestras propias experiencias y crecer, o sea ampliar nuestros instrumentos de conocimiento, nuestra capacidad de adaptación.

A esta adaptación formada de asimilación y acomodación, le podemos llamar equilibración. Es gracias a esa equilibración que el niño pasa de un nivel de conocimiento a otro mas complejo, mas evolucionado.

1.2 Aprendizaje.

De acuerdo con lo que hemos venido viendo en la teoría del desarrollo, puede haber dos clases de aprendizaje. El aprendizaje simple o de contenidos o aprendizaje amplio o sea la formación de estructuras del conocimiento. El aprendizaje amplio comprende el aprendizaje simple y se confunde con el desarrollo.

El sujeto inteligente asimila una gran cantidad de contenidos en forma de objetos, de operaciones o de relaciones, el nivel de asimilaciones de un sujeto depende de sus esquemas de asimilación, es decir de sus estructuras cognoscitivas. Si sus estructuras cognoscitivas son muy simples, no podrá asimilar mas que contenidos simples; pero si el sujeto actúa sobre esos contenidos y los transforma, si logra "forzar" sus estructuras tratando de comprender mas y logrando mejores razonamientos, entonces amplía sus estructuras y asimila mas aspectos de la realidad. A esa ampliación de las estructuras le llamamos acomodación. Así pues, al igual que el desarrollo, el aprendizaje se logra a través del doble sistema de asimilación y acomodación.

De acuerdo a lo anterior, el verdadero aprendizaje supone una comprensión (cada vez mas amplias) de los objetos que se asimilan, de su significado, de sus relaciones, de su aplicación, de su utilización.

Quiere decir que tanto las nociones como las operaciones forman parte de totalidades significativas que se adquieren a través de procesos evolutivos, que en el aprendizaje el actor principal es el sujeto mismo que actúa sobre la realidad y la hace suya en la medida que la comprende[1].

Así se tiene que el conocimiento y la inteligencia se van construyendo mediante las acciones que el sujeto realiza con los objetos y al relación que establece entre los hechos que observa y su propia reflexión ante ellos. La construcción del conocimiento requiere de

---

[1] **Reimpreso con permiso del editor de *The Journal of Research in Science Teaching* (Diario de investigación en la enseñanza de las ciencias), Vol.2, No.3, 1964, pp.176-186.**

un proceso de aprendizaje que será variable según el nivel de desarrollo cognitivo del sujeto.

1.3 Tipos de conocimiento.

Se puede hablar de tres tipos de conocimiento desde la perspectiva Piagetiana, el del mundo físico, el conocimiento lógico matemático y el conocimiento social, los tres íntimamente ligados.

En el conocimiento del mundo físico, los objetos mismos son quienes nos proporcionan la información que nos permite llegar a conocerlos, así a partir de las acciones que el niño ejerce sobre los objetos físicos va poco a poco extrayendo conclusiones de cómo son los objetos y para que sirven.

En el plano intelectual existen una interacción sujeto-objeto de manera que, en cada experiencia nueva puede haber una ruptura con algunas hipótesis que hasta ese momento fueron válidas para le propio sujeto, después de la cual tiene lugar un proceso de acomodación que lleva a la modificación de las estructura intelectuales y la ampliación del campo cognitivo.

El conocimiento lógico-matemático, para su construcción requiere de experiencias con los objetos físicos, pero surge ante todo de la abstracción reflexiva que el sujeto efectúa al establecer relaciones entre los diversos hechos que observa.

Construye un pensamiento lógico que no se deriva de los objetos mismos, sino de una manipulación y de la estructuración interna de las acciones que ha realizado.

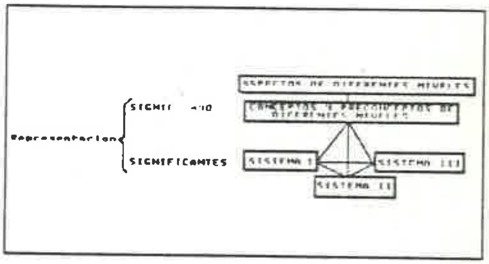
1.4.3 El conocimiento social, es aquel que se obtiene por transmisión social, solo se puede obtener por medios externos. Por ejemplo el manejo de los signos matemáticos convencionales que se usan para representar las operaciones de suma (+), resta (-), etc. Sin embargo, si se permite que le niño intente por sí mismo representar gráficamente las acciones que implican tales operaciones, se puede observar un largo proceso en el que va inventando formas cada vez mas apropiadas y eso le da la posibilidad de comprender realmente la razón y utilidad de algunos símbolos convencionales. Es así como el niño incluye diferentes conceptos a su campo cognitivo, gracias a sus propias acciones y actividad intelectual, lo que refleja que el conocimiento social viene no solo a completar, sino a desarrollar su estructura lógica de pensamiento.

2. APORTACIONES TEORICAS SEGUN VERGNAUD.

Por otra parte Vergnaud establece a noción de homomorfismo (misma forma) que se aplica a la función que hace pasar de la realidad a la representación, y que según puede ser operatoria solamente si refleja la realidad de forma pertinente y homomorfa.

Esto no significa que la representación refleje toda la realidad, ni que toda la representación sea necesariamente homomorfa a la realidad.

También se puede decir que el pensamiento consta a la vez, de operaciones conceptuales y preconceptuales sobre los significados y de operaciones simbólicas sobre los significantes, los cuales forman varios sistemas simbólicos distintos que tienen vínculos entre ellos y el significado.



El pensamiento funciona pues de manera diferente puesto que trabaja al mismo tiempo en distintos niveles y con ayuda de diferentes sistemas simbólicos[2].

Se considera que los problemas de estructura aditiva son un ejemplo del funcionamiento simultáneo de distintos niveles de la representación, ya que se vincula con la relación de los distintos procesos cognitivos implicados en ellos, tanto en las relaciones

[2] Vergnaud, Gérard. El niño, las matemáticas y la Realidad, Ed.Trillas, México, 1991.

que establecen los sujetos entre la realidad y la representación, como en las relaciones interiores entre planos diferentes de la representación y las relaciones interiores en un mismo plano de representación. Lo anterior permite advertir la naturaleza de las operaciones del pensamiento, así como admitir que el sujeto construye su propio conocimiento a través de diferentes invariantes que le permitirán organizar el mundo en términos de objetos, clases y relaciones.

Los problemas de estructura aditiva tiene propiedades (relaciones unitarias), cuantitativas o cualitativas y mantienen relaciones (binarias, ternarias, etc) con otros objetos. Al mismo tiempo sufren transformaciones debido a procesos naturales o a operaciones del sujeto, por lo que el análisis de éstos problemas lleva a pensar que las dificultades para resolverlos pueden cambiar a pesar de utilizar la misma operación aritmética, ya que dicha operación no se utiliza sólo en los problemas de quitar o agregar. Se sabe también que la edad cronológica no es condición suficiente para que le niño pueda resolver determinados problemas. Para ello es fundamental su nivel de desarrollo cognitivo y por otra parte, que se le da la posibilidad de descubrir el sentido de las operaciones aritméticas para que pueda utilizarlas.

Como se mencionó anteriormente, los niños en base a las estructuras del aprendizaje amplio van logrando estructurar una lógica propia, sin embargo cabe señalar, que el hecho de efectuar operaciones lógicas (seriación, clasificación, inclusión, etc.) no garantiza que se utilicen adecuadamente las operaciones aritméticas, si estas no son construidas a partir de la lógica del niño carecen de sentido.

Uno de los aspectos del conocimiento de los números naturales se basa en la regla de agregar uno, de manera que la construcción de la serie de números naturales involucra una forma particular de suma cuando el niño no sabe contar, no solo repetir la numeración ya esta en camino de hacer descubrimientos iniciales acerca de la de la <u>suma</u>, la cual implica la inclusión de clase, es decir, es una operación que relaciona las partes con el todo.

El pensamiento de los niños de 7 años les permite intervenir mentalmente para posteriormente efectuar operaciones físicas y viceversa. Esta reversibilidad les dará acceso a la sustracción como la inversa de la adición, lo cual no significa que la resta sea solo la operación inversa, sino la diferencia como el resultado de dos números puestos en relación.

De acuerdo con Vergnaud el conocimiento de la regla de la adición (la suma y su relación con el algoritmo correspondiente y su representación) trabaja en cuatro planos con niveles de pensamiento distintos:

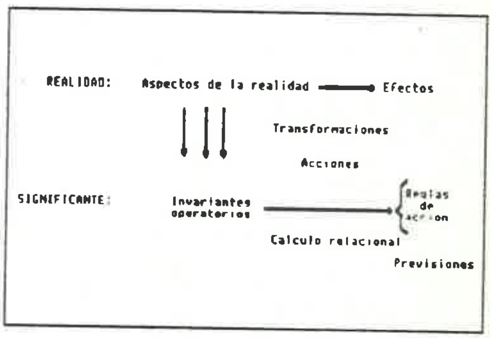
El de los objetos

El de los conjuntos

El de los cardinales

El de la representación escrita de los cardinales.

Esto nos lleva a realizar una representación entre significado y significante, ya que los últimos dos planos no tienen otra existencia aparente que la del los signos que los representan. El significado es el concepto y el significante es la representación del concepto para la comprensión de esto. VERGNAUD utiliza el siguiente esquema:



SIGNIFICANTE: Sistemas simbólicos de diferentes formas con sus respectivas operaciones simbólicas. Tienen relaciones entre sí y con los significados.

Este esquema indica que a partir de diversos objetos de la realidad, sobre los que se efectúan determinadas acciones, se construyen conceptos con los llamados invariantes operatorios, los cuales permiten conocer las características de los objetos y relacionarlas con los procedimientos que se pueden llevar a cabo para producir un efecto.

Los invariantes operatorios permiten representar mentalmente la realidad, efectuar un cálculo y desarrollar posteriormente reglas de acción, lo cual no implica que un cálculo relacional sea siempre exitoso. Estos invariantes operatorios son formas de pensamiento que constituyen el desarrollo cognoscitivo, son operatorios en tanto que permiten operar mentalmente y prever cuál será el resultado de sus acciones sin necesidad de efectuarlas materialmente, se dan mediante la acción simbólica del pensamiento, logrando así representar en la mente la realidad; con ello el niño coordina las relaciones que existen entre las diversas características del objeto-problema, así como entre éstas y sus propias acciones, es decir, al establecer un invariante operatorio es posible hacer previsiones de los efectos de las acciones ya que toda representación funcional debe responder a dos criterios: reflejar los aspectos de la realidad y prestarse a la realización de operaciones, lo que Vergnaud llama cálculo relacional.

Según Piaget, durante el transcurso de los primeros años de vida el niño adquiere numerosos invariantes que le permiten organizar el mundo en términos de objetos, clases y relaciones. También mostró que la noción de cantidad se apoya en invariantes que son evidentes para los adultos, pero numerosas experiencias muestran que éstas no son evidentes para los niños.

El cálculo relacional se da en el plano de la representación mental y conduce a deducciones, inferencias y construcciones a partir de referencias dadas. No existe una sola representación sino múltiples representaciones: Algebráica, verbal, geométrica, imaginada, etc. "... es con a ayuda simultánea de estas representaciones que el niño razona, pasando de un plano a otro en función de las necesidades y las relaciones con que tiene que tratar. Pensar consiste no sólo en pasar de una relación real a la representación, sino en pasar de una representación a otra y regresar".[3]

A su vez los algoritmos son reglas de acción, pero no todas las reglas de acción son algorítmicas; esas reglas de acción no algorítmicas no son menos importantes para nuestro estudio ya que nos interesa saber y comprender lo que el niño hace para encontrar procedimientos que lo lleven a la resolución de diferentes problemas. La noción de reglas de acción es entonces más completa que la noción de algoritmo y debe dar cuenta del conjunto de conductas que se pueden observar, algunas de ellas resultado de simples condicionamientos en los cuales la representación no interviene, otras donde el vínculo entre relaciones y reglas sea explícito en el nivel de la conciencia del niño sin estar lógicamente justificado y finalmente ese vínculo pueda ser explicado por el sujeto.

De ahí que, cuando se ve una adición como 5+3, se piensa, en general, que indica "agregar una cantidad (3) a otra cantidad inicial (5), para obtener una mayor. Lo mismo ocurre cuando se tiene una sustracción, sólo que en este caso se obtiene una cantidad menor a la inicial como consecuencia de haber "quitado" algo. Los números representan en la adición diferentes partes que componen una cantidad, el signo *más* no sólo indica agregar, sino también la unión de ciertas partes tomadas de un conjunto.

---

[3]Vergnaud 1985.

De igual manera, en el caso de la resta no sólo se trata de quitar algo, sino que también implica la relación de cantidades, pero aquí en la mayoría de los casos sólo se atiende la resolución correcta del algoritmo, sin investigar a que cálculo se remitió el sujeto para resolverlos.

En la resolución de problemas en general se aceptan como válidos los resultados que los niños dan a los problemas, tomando en cuenta sólo la resolución canónica adecuada, sin considerarse las relaciones numéricas que establecen entre los datos para encontrar la solución. Tampoco se toma en cuenta que todo procedimiento implica un proceso de construcción, y que hay una distancia entre lo que comprende el niño y lo que es capaz de representar.

Atendiendo a ésto, lo que se ha planteado acerca de como se resuelven los problemas de estructura aditiva provienen de evaluar sólo el producto terminal, sin tomar en cuenta las relaciones que se establecen en ellos.

Los niños muestran gran dificultad en representar de alguna manera las relaciones que se plantean en los problemas, ya que lo que se establece en la escuela acerca de la adición y la sustracción no es completamente válido, entre otras causas porque la resta no puede ser considerada sólo como la operación inversa de la suma, también debe ser entendida como la diferencia al establecer la comparación entre dos números.

Por lo general se considera a la adición y a la sustracción como dos operaciones estrechamente relacionadas cuyo estudio se realiza por separado. En esta investigación se retoma el punto de vista de Vergnaud en el sentido de considerar como tipo aditivo aquellos cuya solución exige adiciones o sustracciones de la misma manera que por estructuras aditivas entendemos a las relaciones o a las estructuras en juego que solo están formadas por adiciones o sustracciones.

Como se podrá ver mas adelante, hay una gran variedad e problemas que a pesar de que su resolución canónica implica hacer una suma o una resta no ofrecen el mismo nivel de dificultad para los niños. Algunos de estos problemas pueden ser resueltos por niños de 2º y 3er grado y otros no pueden ser resueltos incluso por niños de 6º grado o 1º de secundaria. Por lo tanto la dificultad de un problema no radica únicamente en la operación o las operaciones necesarias para resolverlo, sino también en el tipo de relaciones, de orden, de temporalidad, espaciales que permiten llegar a la solución.

2.1 Operaciones aditivas

Ante esta circunstancia de complejidad, Vergnaud menciona (1985) seis grandes categorías de relaciones aditivas, las cuales se explican a través de los términos: medida, transformación y relación y de las combinaciones que se pueden establecer entre ellos.

La noción de número es muy importante para introducir al menor al aprendizaje de la matemática lo cual no se considera en la escuela primaria lejos de ser una noción elemental, ésta se apoya en otras nociones como la clasificación, la seriación, conservación de la cantidad, correspondencia biunívoca, relación de equivalencia.

En el niño esta noción de número es indisociable de la noción de medida, la cual tiene las siguientes propiedades:

a) Puede ser sumada.

b) Es susceptible de ser ordenada.

c) Es positiva o nula

Finalmente, es la posibilidad de hacer sumas lo que le da a la noción de número su carácter específico en relación con las nociones sobre los cuales se apoya.

La noción de transformación se refiere a relaciones dinámicas. Lo que ocurre en el tiempo, puede ser descrito bajo la forma de una serie de transformaciones:

TRANSFORMACION 1 TRANSFORMACION 2 TRANSFORMACION 3
ESTADO 0 ESTADO 1 ESTADO 2 ESTADO 3, etc.

Al interior de esta serie se puede reconocer, en una tríada particular, el modelo ternario:

En una situación problemática como: Silvia tiene 4 paletas de chocolate y 2 de fresa. ¿Cuántas paletas tiene en total?. Los números cardinales 4, 2 y el 6 del resultado son medidas:

4 es la medida del conjunto de paletas de chocolate.

2 es la medida del conjunto de paletas de fresa.

6 es la medida del conjunto-unión de los dos primeros.

Es necesario aclarar que cuando se adicionan medidas no existe transformación, puesto que ninguna de las cantidades sufre transformación a causa de alguna acción determinada. Si el planteamiento fuera: Silvia tiene paletas de chocolate y de fresa, si de chocolate tiene 4 y tiene un total de 6 paletas. ¿Cuántas paletas de fresa tiene?. Se podría resolver este problema con la operación 6-4=2, ó encontrado el complemento aditivo 4+ _=6; sin embargo en ningún caso se trata de una transformación.

En cambio cuando planteamos un problema como: - Si Oscar tiene 9 pesos y pierde 4. ¿Cuántos pesos le quedan? - 9 es una medida al igual que el resultado 5, pero el 4 es la cantidad que representa lo que perdió, no es una medida sino una transformación, ya que esta cantidad (4) ocasiona una modificación en la cantidad inicial para lograr calcular la cantidad final.

La noción de relación es absolutamente general. El conocimiento consiste en gran medida en establecer relaciones y en organizarlas en sistemas. Hay relaciones entre los objetos, en el espacio, entre cantidades físicas, etc.

Las relaciones son a veces simples comprobaciones que se pueden hacer sobre la realidad. A menudo éstas son directamente verificables y se pueden inferir o aceptar. Las relaciones entre números se apoyan en la relaciones entre objetos. La actividad de comparación entre objetos está en el origen de la nociones de equivalencia y orden. Por ejemplo en el siguiente problema: Luis tiene 8 años y Juan es 2 años menor que él. ¿Cuántos años tiene Juan?. Aquí no existen transformaciones, sino una relación estática: dos años menor que. El niño establece entonces una relación de orden entre dos medidas.

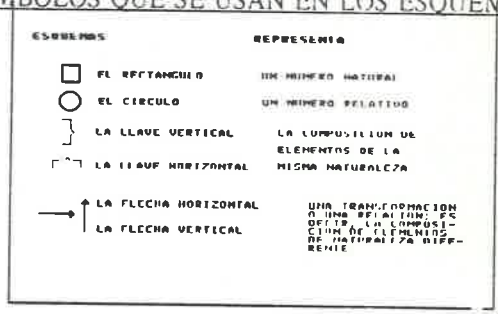
Cabe señalar que cuando se trabaja con medidas se utilizan únicamente números naturales, mientras que cuando intervienen transformaciones y relaciones se utilizan números relativos. Para entender lo anterior es necesario aclarar que los numeros naturales expresan medidas pero no pueden representar transformaciones, ya que éstas solo pueden ser positivas (+) o negativas (-), mientras que los números relativos representan las transformaciones que experimentan las medidas.

Por otra parte, cuando en un problema intervienen cantidades discretas, (es decir, separables en unidades), se expresan mediante los números enteros, ya se trate de medidas o transformaciones: Cuando se trabaja con cantidades continuas (áreas, longitudes, etc) se utilizan números decimales. Estos últimos, al ser de adquisición tardía desde el punto de vista cognitivo, su manejo representa mayores dificultades para el niño.

Tomando en cuenta todo lo anterior estamos en condiciones de señalar los esquemas relacionales y las categorías de relaciones aditivas que menciona Vergnaud, no sin antes mencionar que existen varios tipos de relaciones aditivas, en consecuencia hay varios tipos de adiciones y sustracciones, pero se restringirá este trabajo a los 6 esquemas propuestos por él.

Los símbolos utilizados en los diferentes esquemas y ecuaciones son símbolos que se usan en los esquemas:

SIMBOLOS QUE SE USAN EN LOS ESQUEMAS



SIMBOLOS QUE SE USAN EN LAS ECUACIONES

ECUACION	n	Un numero natural
	(+n) o (-n)	Un numero relativo
	+	La adicion de dos numeros naturales.
	+	La adicion de un numero natural y de un numero relativo.
	+	La adicion de dos numeros relativos.

Como se dijo anteriormente, Vergnaud establece varios tipos de problemas de estructura aditiva los cuales representan diferentes niveles de complejidad al ser resueltos por los niños.

Al analizar estos problemas establece las siguientes categorías:

1ª categoría: Dos medidas se componen para dar una medida.

2º categoría: Una transformación opera sobre una medida para dar otra medida.

3ª categoría: Una relación reúne dos medidas.

4ª categoría: Dos transformaciones se componen para dar una transformación.

5ª categoría: Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar un estado relativo.

6ª categoría: Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar un estado relativo.

EJEMPLO DE LAS CATEGORIAS DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA.

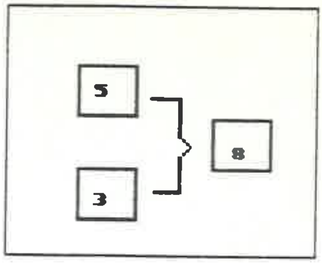
1ª Categoría: dos medidas se componen para dar una medida.

Lupe tiene 5 botones en la mano derecha y 3 en la mano izquierda.

¿ Cuántos botones tiene en total ?

5+3=8 5 y 3 son medidas y se componen para dar otra medida.

Esquema:



Ecuación correspondiente 5 + 3 = 8

Es la ley de composición que corresponde a la adición de dos medidas, es decir, de dos números naturales.

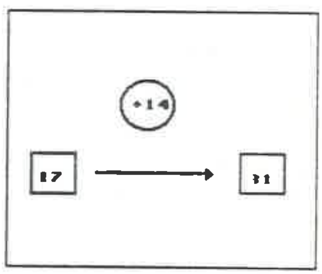
2ª categoría: Una transformación opera sobre una medida para dar una medida.

José tenía 17 canicas antes de empezar a jugar.

Ganó 14 canicas, ahora tiene 31.

17 y 31 son números naturales; y +14 es un número relativo.

Esquema correspondiente:



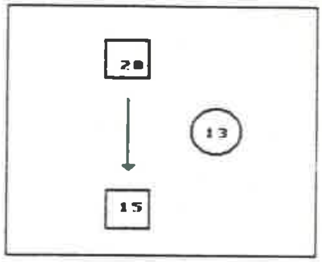
Ecuación correspondiente: 17 + (+14)=31

Es la ley de composición que corresponde a la aplicación de una transformación sobre una medida, es decir, a la adición de un número natural 17 y de un número relativo +14.

3ª categoría: una relación reúne dos medidas.

Javier tiene 28 canicas. Jaime tiene 13 menos: entonces tiene 15.

Esquema correspondiente:



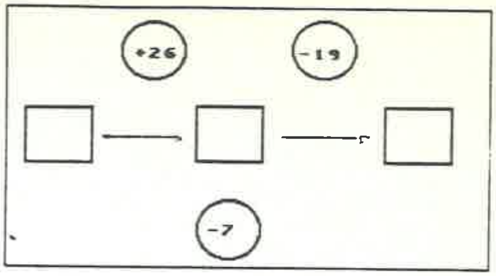
Ecuación correspondiente: 28 + (-13) = 15

Notemos que este ejemplo corresponde a una relación estática, mientras que el anterior corresponde a una transformación.

4ª categoría: Dos transformaciones se componen para dar una transformación.

Pablo ganó 26 canicas ayer, y hoy perdió 19. En total ganó 7 + 26, -19, +7 son números relativos.

Esquema correspondiente:



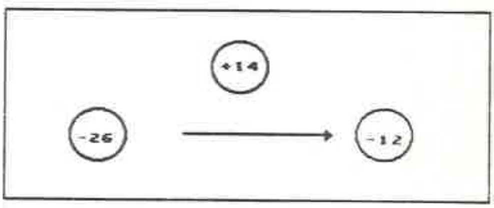
Ecuación correspondiente: (+26) + (-19) = (+7).

Es la ley de composición que corresponde a la adición de dos transformaciones, es decir, de dos números relativos.

5ª Categoría: Una transformación opera sobre un estado relativo para dar otro estado relativo.

Moisés le debía 26 canicas a Pedro, le devuelve 14. Sólo le debe 12.

Esquema correspondiente:



Ecuación correspondiente: (-26) + (+14) = (12)

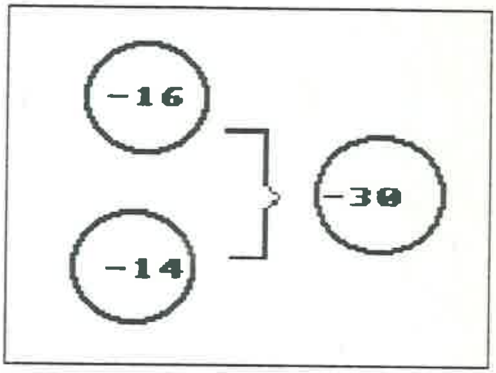
* Es aquí la ley de composición que corresponde a la operación de una transformación sobre un estado relativo. Rigurosamente hablando, es diferente de la adición de dos transformaciones que acabamos de ver en la cuarta categoría; pero como tanto un estado relativo como una transformación son representados por numeros relativos, esta ley de

composición corresponde a la adición de dos números relativos. No hay, pues, razón para utilizar un símbolo diferente.

6ª Categoría: Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Carmela le debe 16 caramelos a Rocío y 14 a Luisa. Debe 30 caramelos en total.

Esquema correspondiente:



Ecuación correspondiente: (-16) + (-14) = (-30)

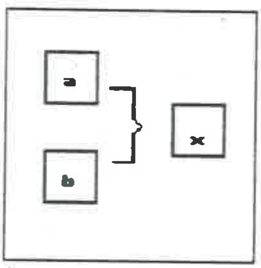
* Es aquí la ley de composición que corresponde a la adición de dos estados relativos, es decir, de dos números relativos. Esa es la razón por la que se usa el mismo símbolo que en las dos categorías precedentes, no obstante que se trata, rigurosamente hablando, de una forma de composición diferente.

Expuesto lo anterior, podemos proseguir con el análisis de los problemas que surgen en cada una de las categorías de relaciones aditivas. En efecto, la complejidad de los problemas de tipo aditivo, varía en función, no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría, atendiendo al lugar en el que se localiza la incógnita.

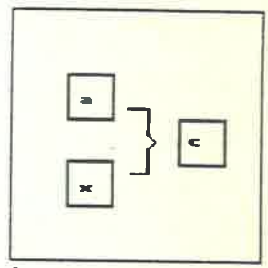
Empecemos por la primera categoría de relaciones aditivas. En ella dos medidas son compuestas para dar lugar a otra medida. Esta categoría solo origina dos grandes clases de problemas:

1. Siendo conocidas las dos medidas elementales encontrar la compuesta.
2. Siendo conocidas la medida compuesta y una de las elementales, encontrar la otra.

Se les puede representar de la siguiente manera:



1



2

Tercera categoría de relaciones aditivas:

Existe una relación estática entre un estado inicial y otro final, por lo que la dificultad siempre consiste en establecer esta relación.

Cuarta categoría de relaciones aditivas:

En ella dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación. Esta categoría exige un análisis un poco más amplio.

No vamos a extendernos en los factores relativamente secundarios que distinguimos líneas arriba (naturaleza de los números que intervienen, forma y contenido de las informaciones dadas, etc.), sino sólo en los aspectos fundamentalmente relacionales. Existen, al igual que para la primera categoría de relaciones aditivas, dos grandes clases de problemas.

Siendo conocidas las dos transformaciones elementales, encontrar la compuesta.

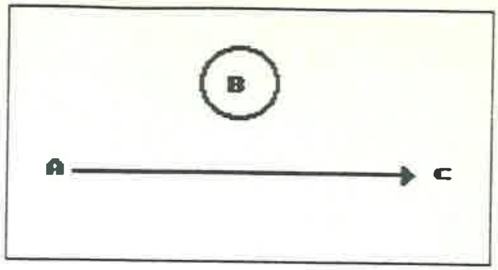
Siendo conocidas las transformaciones compuesta y una de las elementales, encontrar la otra.

Para la quinta categoría, en la cual una transformación opera sobre un estado relativo, volvemos a encontrar las clases estudiadas a propósito de la segunda categoría a saber búsqueda del estado final,de la transformación, del estado inicial, de cada una de estas subclases todavía se derivan otras subclases debido a las diversas posibilidades que existen para el signo y el valor absoluto.

Para la sexta categoría, en la cual dos estados relativos se componen para dar un estado relativo, volveremos a encontrar con numerosas subclases las clases ya estudiadas a propósito de la primera categoría.

Hemos dejado el análisis de los problemas de la 2ª categoría al final, debido a qué estos problemas son los que resuelven mas frecuentemente los niños de escuela primaria, por lo que se analizarán mas detalladamente.

RECORDEMOS EL SIGUIENTE ESQUEMA



DISTINGUIREMOS PRIMERO SEIS GRANDES CLASES DE PROBLEMAS:

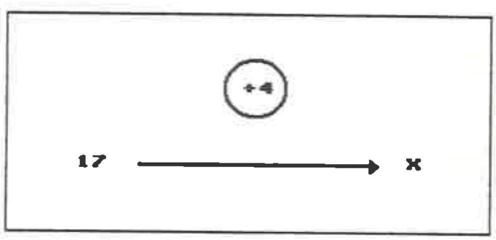
- Según que la transformación b sea positiva o negativa;
- Según que la pregunta se refiera al estado final c.

(conociendo a y b), a la transformación b (conociendo a y c), o al estado inicial (conociendo b y c).

	la pregunta se refiere
b 0	Ejemplo 1 Ejemplo 2 Ejemplo 3
b 0	Ejemplo 4 Ejemplo 5 Ejemplo 6

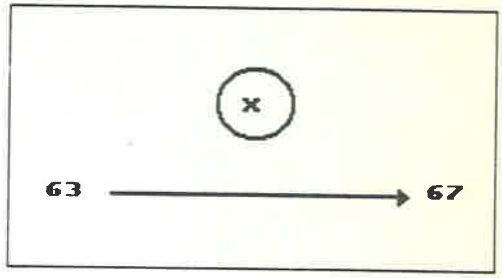
- Ejemplo 1:

"Había 17 personas en el autobús, suben 4. ¿Cuántas hay ahora?



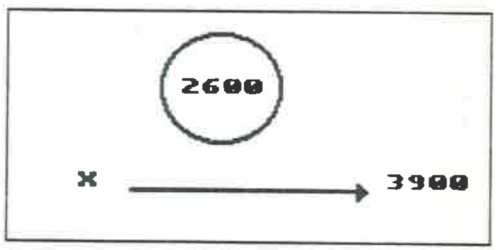
- Ejemplo 2:

"Un poblano sale de vacaciones en su automóvil. A la salida de Puebla su contador kilométrico marca 63 Km. a su regreso marca 67 Km. ¿Cuántos kilómetros viajó en su automóvil durante las vacaciones?



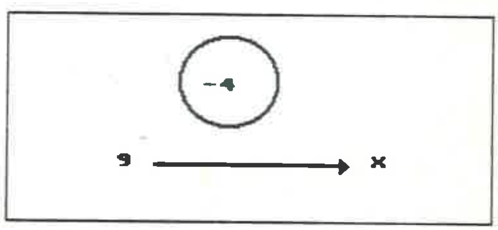
- Ejemplo 3

"Enrique acaba de encontrarse 2,600 pesos en la banqueta. Los pone en su monedero. En total tiene 3,900 pesos. ¿Cuántos tenía en su monedero antes de encontrarse el dinero?*24



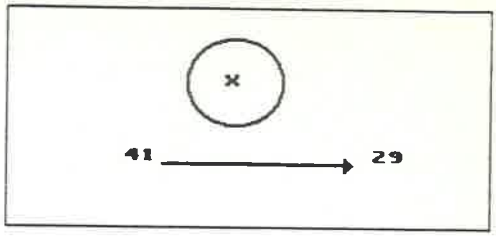
- Ejemplo 4:

"Juan Pedro tiene 9 caramelos. Le da 4 a su hermana. ¿Cuántos le quedaron?".



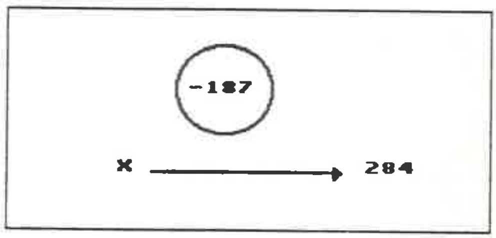
- Ejemplo 5:

"Pablo acaba de jugar a las canicas. Tenía 41 canicas, antes de jugar. Ahora tiene 29. ¿Cuántas canicas perdió?



- Ejemplo 6:

"En 1874 la población de Colima era de 284 personas. Disminuyó en 187 personas en cinco años. ¿Cuántos habitantes había en 1869?



Cabe mencionar que además de éstos problemas, existe gran cantidad de subclases de los mismos.

Además de las seis grandes clases de problemas expuestos anteriormente, existen otras diferencias como son: facilidad mas o menos grande del cálculo necesario, orden y presentación de las informaciones, tipo de contenido y de relación consideradas.

CAPITULO II

METODOLOGIA

Para el desarrollo de la presente investigación hemos considerado los resultados obtenidos a través de algunas investigaciones desarrolladas por: VERGNAUD (1976), DURAN (1976) Y EL EQUIPO DE TRABAJO DE LA DIRECCION GENERAL DE EDUCACION ESPECIAL (1988), ya que hemos hecho un estudio acerca de los problemas de estructura aditiva desde dos diferentes enfoques metodológicos de los cuales hemos retomado algunos datos.

1. METODOLOGIA UTILIZADA POR VERGNAUD Y DURAN

VERGNAUD Y DURAN (1976) se ocuparon de realizar una investigación con el propósito de demostrar que hay distintos niveles de complejidad en los problemas de estructura aditiva y a través del análisis sintáctico y semántico de los mismos se muestran algunas diferencias importantes en la estructuración de los problemas de suma y resta.

El método que utilizaron fue el experimental, el cual se caracteriza por la objetividad en el análisis de los resultados. Sigue siendo un método de descripción cuantitativa, de observaciones controlables, el cual requiere de la obtención de datos que permitan ser comparados bajo condiciones también controlables. Desde esta perspectiva se recomienda trabajar en base a la comprobación o al rechazo de una hipótesis que al iniciar la investigación se haya planteado.

VERGNAUD Y DURAN trabajaron con 140 niños, 28 de cada nivel (esta investigación se desarrolló en Francia, donde la enseñanza primaria se divide en cinco niveles) las edades fluctuaban entre 6 y 12 años de edad. La mitad de los sujetos procedían de una escuela experimetal mixta y la otra mitad con escuelas comunales.

Cada grupo de 28 se formaba de 14 niños (7 de escuelas comunal y 7 de escuela experimental) y 14 niñas respectivamente.

Para el estudio utilizaron fichas de cartón en cada una de las cuales estaba escrito un problema a mano, con tinta azul, la letra cursiva y los datos importantes con tinta roja. Los problemas fueron presentados a los niños en forma aleatoria.

El experimentador leía el problema, se lo daba al niño y éste decía la solución. Cabe señalar que la prueba era oral y que el niño entonces sólo hacía cálculo mental o contaba con los dedos. Posteriormente se preguntaba cómo había encontrado la respuesta.

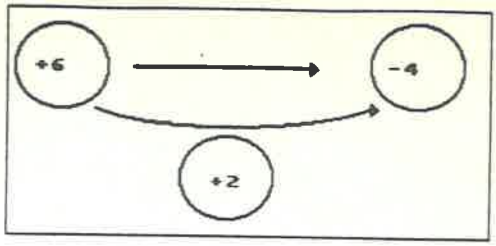
Para analizar los resultados se elaboró un cuadro en el que se registraron los aciertos que obtuvo cada niño, para después comparar los problemas en base a los siguientes niveles de complejidad:

Transformación: Dos transformaciones se componen para dar una tercera transformación (TTT).

Ejemplo:

Lupe juega dos partidas de canicas, en la primera gana 6 y en la segunda pierde 4. ¿Cuántas es la situación de Lupe después de las dos partidas?

El esquema correspondiente es:

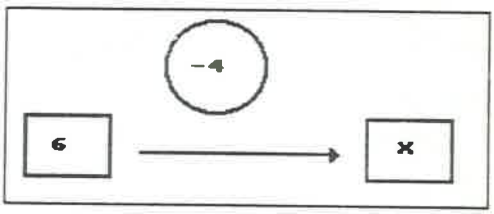


Medida-transformación-medida: Una transformación opera sobre una medida para dar otra medida (E.T.E.).

Ejemplo:

Paty tiene 6 canicas, luego pierde 4 canicas en una partida ¿Cuántas canicas le quedan después de la partida?

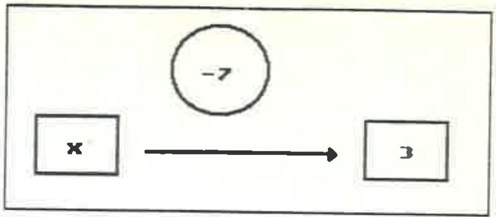
El esquema correspondiente es:



En los dos ejemplos anteriores trabajó cada categoría con sus diferentes variantes, las cuales consisten en cambiar de lugar la incógnita, ya sea al inicio, final o en el término medio de la ecuación.

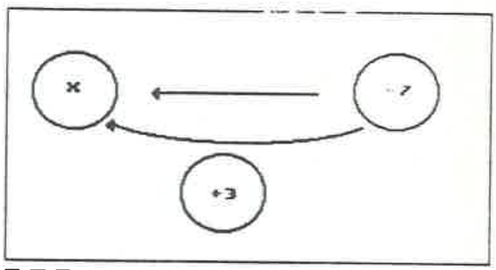
Se observó que en la resolución de los problemas anteriores existe un desfase de un año, mientras que entre los dos problemas siguientes existe un desfase de tres años.

Beto juega una partida de canicas, pierde 7. Después de la partida tiene aún tres canicas. ¿Cuántas canicas tenía antes de la partida?



E.T.E.

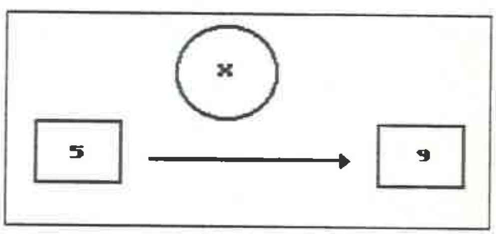
Paola juega dos partidas de canicas. Al jugar la segunda partida pierde 7 canicas, después de las dos partidas ha ganado 3 canicas ¿Qué ha ocurrido en la primera partida?



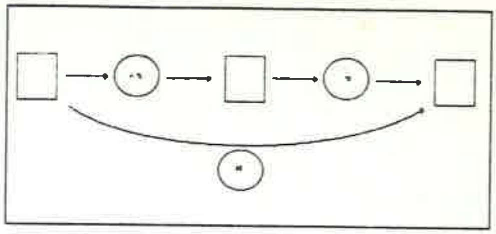
T.T.T.

En problemas como los dos siguientes existe un desfase muy pequeño.

Silvia tiene 5 canicas. Después de jugar una partida tiene 9 canicas ¿Qué ha ocurrido en la partida?



Lulú juega dos partidas de canicas. En la primera gana 5, juega la segunda partida y después de las dos partidas ha ganado en total 9 canicas ¿Qué sucedió en la segunda partida?



Así lograron concluir que todos los sujetos que resuelven bien los problemas de tipo TTT también resuelven correctamente los del tipo ETE.

Demostraron que el nivel de complejidad de los problemas varía y un factor determinante es el lugar que ocupe la incógnita. Como resultado se obtuvo la siguiente relación:

	Lugar en el que se localiza la incógnita		
	Estado Final	Transformación	Estado inicial
No.de niños que contestaron correctamente.	119	99	97

Posteriormente se realizaron otras investigaciones en las que se analizaron otras variables: las variables de los problemas de tipo TTT y ETE, el sexo y el tipo de escuela.

Por otra parte, encontraron que no existe una sola forma de resolver un problema y que los niños recurren con frecuencia a procedimientos no canónicos. Aunque el propósito principal de Vergnaud y Durand no era analizar con detalle los diferentes procedimientos que utilizan los niños para resolver los problemas, distinguieron algunos que ilustran ampliamente la versatilidad de los razonamientos de los niños.

- De complemento, el cual consiste en buscar directamente y sin resta la cantidad que se necesita añadir al estado inicial para lograr el estado final.

Ejemplo:

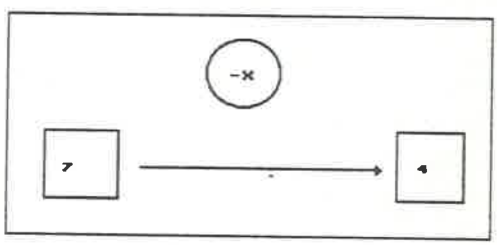
A la directora de una escuela le regalaron 300 cuadernos, los junto con otros que tenía y ahora tiene 750. ¿Cuántos cuadernos tenía antes de que le regalaran 300?

Noel: "450, porque 300, 400, 500, 600, 700, 750."

- De diferencia, que consiste en restar al estado final el estado inicial o viceversa. La solución se encuentra mediante una resta.

Ejemplo:

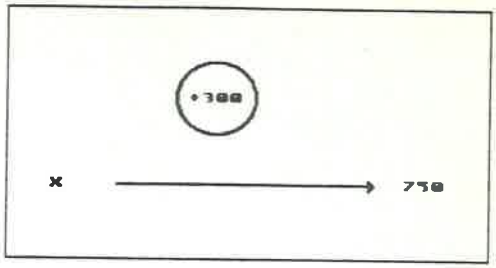
Carlos tenía 7 estampas. Después de regalarle algunas a su hermana le quedaron 4 estampas. ¿Cuántas le regaló a su hermana?



- Procedimiento canónico de inversión que consiste en invertir la transformación directa y en aplicarla al estado final para encontrar el estado inicial.

Ejemplo:

A la directora de una escuela le regalaron 300 cuadernos, los juntó con otros que tenían y ahora tiene 750 ¿Cuántos cuadernos tenía antes de que le regalaran 300?

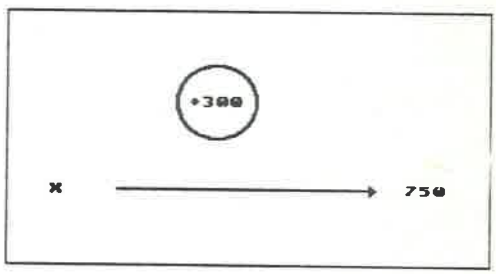


Rafael (4º. año). Se hace una resta 750 menos 300. 750- 300 = 450.

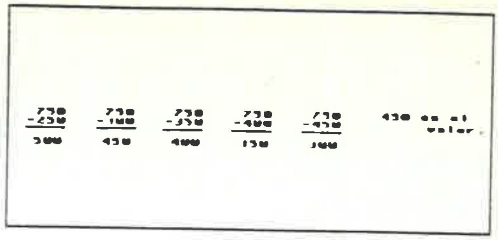
- Procedimiento de estado inicial hipotético que consiste en hipotetizar el estado inicial, aplicar la transformación directa y obtener un estado final, corregir la hipótesis en función del resultado obtenido (comparación del estado final hallado y del estado final enunciado).

Ejemplo:

A la directora de una escuela le regalaron 300 cuadernos, los juntó con otros que tenía y ahora tiene 750. ¿Cuántos cuadernos tenía antes de que le regalaran los 300?



Pasos seguidos por Janette:



Las investigaciones que se retomaron, son las que mayor relación tienen con el análisis que en este trabajo se plantea, sin embargo no eludimos la importancia de las demás aportaciones de Vergnaud y Durand.

2. METODOLOGIA UTILIZADA POR LA DIRECCION.

Por su parte, un equipo de investigadores de la Dirección General de Educación Especial (1988), realizó una investigación relacionada con los problemas de suma y resta en el inicio de la misma se nota el interés por conocer como resuelven los niños de primaria este tipo de problemas.

Uno de los aportes importantes de ese trabajo es el análisis de las respuestas de los niños de los niños al resolver problemas de suma y resta. Sobre esa base proponen estrategias metodológicas para superar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

Trabajaron con 144 niños de 1° a 6° grado no repetidores, procedentes de seis escuelas oficiales consideradas con bajo rendimiento escolar. Para la investigación se valieron del Método crítico, el cuál se caracteriza por que niega el empleo de preguntas fijas y estandarizadas que pueden sugerir o limitar las respuestas de los niños.

El procedimiento consistió en pedirle a los maestros encargados de los grupos que a partir de sus propias observaciones identificaran a los niños que presentaban mas dificultad en la clase de matemáticas. Posteriormente, los investigadores aplicaron algunas situaciones problemáticas para precisar en que consistían esas dificultades. De esta parte obtuvieron información como la que se muestra en el siguiente ejemplo: Paul (8 años, tercer grado) con respecto a los algoritmos de suma y resta los maneja mecánicamente ya que no puede justificar los "unos que lleva", en el sistema decimal de numeración reconoce unidades, decenas y centenas, pero no maneja la inclusión de agrupamientos menores en mayores.

Después de haber integrado la muestra, el trabajo consistió en plantearles problemas a los alumnos. Todas las sesiones se trabajaron de manera individual con la participación de un experimentador que conducía el diálogo con el niño y un observador que se encargaba de registrar las acciones y reflexiones orales realizadas por el alumno. A continuación se muestran algunos ejemplos que ilustran el desarrollo de estas sesiones.

Estas preguntas se hacen con el fin de averiguar si el niño ha comprendido el problema y entiende la relación entre los datos así como lo que se desea saber.

En un segundo momento, el experimentador se dirige hacia la exploración del procedimiento utilizado por el niño para resolver el problema, ésto lo realiza con cuestionamientos como los siguientes:

¿ Cómo supiste que son...?

¿ Puedes poner en el papel lo que hiciste, utilizando números?. Se plantean además otras preguntas que se desprenden de las respuestas del niño (¿cómo contestaste?, ¿cómo empezaste?, ¿hasta cuál número llegaste?, etc.)

El tercer momento se dedica a indagar sobre la representación que hizo el niño. Se pueden apreciar en esta parte grandes dificultades en un gran número de niños. Se plantean las siguientes preguntas:

¿ Qué cuenta será ?

¿ Los 24, qué son ?

¿ De cuáles revistas ?

¿ Y el 50 qué tiene que ver con tu resultado ?

¿ Ese resultado buscabas ?

A continuación se muestra un ejemplo de otro tipo de situaciones que se plantearon, en las cuales únicamente se proporcionan los datos del problema y se pide a los niños que a partir de esos datos formulen algunas preguntas. Ejemplos:

Experimentador:

Voy a decirles un problema y se trata de que ustedes inventen una pregunta, la resuelvan y la intercambien con otro compañero para que el también la resuelva.

Luisa y su hermana compraron una pelota para cada quien, una costó $150 y la otra $200, pagaron con un billete de $1000 y con el cambio pudieron pagar la entrada al cine.

Después de un tiempo, cada uno de los niños dice tener formuladas sus preguntas.

Elena: ¿Cuánto sobró del billete? Sobró cero, porque no nos está indicando la cantidad que gastaron en el cine. No están diciendo que lo que sobró se lo gastaron en el cine.

¿Así dice?, Hugo dice que si sobró del billete, haber explícanos.

(Hugo): Seiscientos de cambio de las pelotas.

Bueno ya oíste lo que dice Elena ¿Qué dices?

(Hugo): Pero yo digo que de las pelotas.

¿Y si consideramos el cine?

(Hugo): Cero.

¿Hay una pregunta diferente?

(Angélica): ¿Cuánto gastaron en el cine? Ochovientos cincuenta, porque de las pelotas sobraron ochocientos cincuenta, pero yo me equivoqué sobraron seiscientos cincuenta.

En este ejemplo se puede observar como los niños encuentran diferentes relaciones entre los datos para plantear las preguntas, pueden advertir que necesitan más datos para formular otras preguntas y pueden también discriminar las preguntas que no se pueden contestar con la información que se tiene. En esta investigación hubo sesiones en las que se platicó con los niños acerca de la manera en que definen o entienden un problema. Se les preguntó si sabían de alguien que tuviera algún problema y como podíamos ayudarlo.

Con esta actividad se pretende que reflexionen acerca de las condiciones, problemas planteados antes de o tratar de solucionar el problema. Si lo traducen a un problema matemático, el siguiente paso será detectar los datos pertinentes para saber relacionarnos y tratar de llegar a la solución. Así los niños van teniendo una idea diferente de los problemas y es posible que puedan pasar de una situación no matemática a una matemática.

Dentro de las actividades no matemáticas se trabajó con adivinanzas, lo que permitió a los niños despreocuparse de buscar una operación que resolviera el problema, enfocándose más al análisis del texto para diferenciar entre la información útil y la irrelevante. Con este tipo de actividades los niños se van dando cuenta de que existen algunas palabras que al relacionarlas dan alguna idea de lo que se trata, que los datos no están aislados ya que tienen que ver entre sí y con lo que se pregunta. Por otra parte, se observó que cuando los niños analizan los textos de los problemas y encuentran las relaciones entre los datos, no necesariamente utilizan una operación aritmética para resolverlos, sobre todo cuando la ecuación que representa el planteamiento del problema es diferente a la que representa la solución. Por ejemplo en estos casos se deben reorganizar los datos encontrados para determinar las nuevas relaciones.

A los niños que han entendido la sustracción como el hecho de quitar una cantidad de otra les resulta difícil generalizar el significado de esta operación, en los casos en los que la transformación es un acrecentamiento, por ejemplo $x + 5 = 12$, que es una diferencia entre estados o entre transformaciones.

A través de las reflexiones que los niños hacen, se dan cuenta de que las relaciones entre los datos pueden representarse numéricamente con diferentes ecuaciones.

El trabajo de la Dirección General de Educación Especial (D.G.E.E.) se tradujo en una propuesta pedagógica para abordar los problemas de estructura aditiva, tomando en cuenta los siguientes aspectos. ¿Qué es un problema?, ¿Qué es una suma?, ¿Qué es una resta?, ¿Cómo construye el niño estas operaciones?, ¿Cuáles son los problemas de una enseñanza mecanizada?, etc.

Este trabajo nos facilitó entender el origen y naturaleza de los obstáculos que los niños encuentran para resolver problemas. Esto permite interpretar los errores como pasos naturales de un proceso, en tanto que algunas veces obedecen a hipótesis producto de su propia lógica infantil, y otras veces a conclusiones provenientes de una enseñanza escolar que resulta deficiente por ser eminentemente mecanicista y apresurada.

Algunos resultados puntuales que se pueden encontrar en el trabajo de la D.G.E.E. son os siguientes:

Existe un mayor porcentaje de éxito a medida que se incrementa la edad de los sujetos:

- Los problemas de la primera categoría que maneja Vergnaud son resueltos por los niños a partir de los 8 años de edad en un 92%.
- Se encuentra mayor dificultad al tratar de resolver los problemas en los cuales la incógnita se encuentra en el estado inicial.
- Los procedimientos que se observaron en la resolución de los problemas fueron: de composición, transformación hipotética, estado inicial hipotético, inversión de la transformación[4], diferencia, de complemento y relación incoordinada de datos.

3. METODOLOGIA EMPLEADA EN LA INVESTIGACION

Por nuestra parte, la investigación que nos planteamos tiene como propósito saber cómo los niños de 2º y 3er grados resuelven los problemas de estructura aditiva y cuales son as relaciones y transformaciones que establecen de acuerdo a su nivel cognitivo.

[4]Velásquez Irma, Balbuena Hugo., Block David y otros, Problemas y Operaciones de suma y resta. Fascículo 2. 1ª edición, Dirección General de Educación Especial, México, 1988.

Este estudio se realizó con 15 sujetos que cursaban el segundo grado y 15 que cursaban el tercer grado de educación primaria. Las edades fluctuaban entre los 7 y 9 años, con la característica de no haber reprobado dichos grados.

Estos sujetos procedían de diferentes medios, correspondiendo a un nivel socio-económico y cultural bajo los de la escuela oficial, donde los padres presentaban una escolaridad promedio de primaria siendo su ocupación en la mayoría obreros, técnicos, empleadas domésticas, etc., laborando generalmente ambos padres, careciendo de un lugar propio para vivir, en condiciones poco favorables, (alimentación, higiene, espacio físico, servicios públicos) y ambientes poco estimulantes.

Los que procedían de escuelas particulares el nivel económico de los padres correspondía a profesionistas, tales como, médicos, arquitectos, abogados, etc., siendo sus condiciones de vida mas aceptables, contando con ambientes más propicios que les proporcionan mejor desenvolvimiento.

POBLACION			
Nº NOMBRE	GRADO	EDAD	ESCUELA
01 Mauricio Torres Carrillo	2º	7 3 12 años	particular
02 Juan Miguel Mendoza Martínez	2º	7 4 12 años	oficial
03 Grisel Y. Mendoza Martínez	2º	8 0 12 años	oficial
04 Ma. Eugenia Pérez Gavilán	2º	7 4 12 años	particular
05 Gpe. Medina González	2º	7 4 12 años	oficial
06 Rocío Pedraza Budar	2º	7 3 12 años	particular
07 Leslie Roxana Mendoza	2º	7 4 12 años	oficial
08 Gustavo Centeno Monroy	2º	7 8 12 años	particular
09 Liliana Díaz Negrete	2º	7 11 12 años	particular
10 Luz Adriana Arriola Paz	2º	7 8 12 años	particular
11 Jorge de Valdez Caballero	2º	7 6 12 años	particular
12 Beatriz E. Jiménez Garro	2º	7 4 12 años	particular
13 Vanesa Mertínez López	2º	7 5 12 años	oficial
14 Erick Israel Mendoza Ramírez	2º	7 8 12 años	oficial
15 Luis Antonio TRujillo Hdz.	2º	7 6 12 años	oficial
16 Miguel A. Correa Vargas	3º	9 1 12 años	particular
17 Harif Angeles Calderón	3º	8 6 12 [illegible]	oficial
18 Alejandro Lastra Barba	3º	8 3 12 años	particular
19 Gustavo Islas González	3º	9 0 12 años	oficial
20 Chistian Camacho Orosco	3º	8 9 12 años	particular
21 Dulce Angélica Torres Padilla	3º	8 6 12 años	oficial
22 Arlett D. London Basurto	3º	8 7 12 años	particular
23 Ma. Gpe. Villalpando Robles	3º	8 5 12 años	oficial

POBLACION			
Nº NOMBRE	GRADO	EDAD	ESCUELA
24 Braulio A. Landeros Durán	3º	8 3 12 años	particular
25 Nelly Acosta Mendoza	3º	8 6 12 años	oficial
26 Liliana Santiago Espinoza	3º	8 6 12 años	particular
27 Christopher Cosío Ordoñez	3º	8 2 12 años	oficial
28 Carlos Hdz. Romero	3º	9 1 12 años	particular
29 Adrián Esteban Ríos Arriarte	3º	9 7 12 años	oficial
30 Jesús E. Villaseñor Alvarez	3º	8 8 12 años	particular

El método con el que trabajamos es el de exploración crítica, el cual se caracteriza porque niega el empleo de preguntas fijas y estandarizadas que pueden sugerir o limitar las respuestas espontáneas de los niños que serán entrevistados.

Las entrevistas individuales de tipo crítico y clínico, tal como Piaget (1978) las desarrolló, permanecen como un método esencial para el análisis de las dificultades conceptuales y para el análisis de los procedimientos a través de los cuales los alumnos tratan una situación dada. Estas entrevistas son indispensables para poner a prueba la solidez de las concepciones de los alumnos (gracias a la utilización de la contradicción) y para analizar la evolución de los procedimientos y de las concepciones de una situación dada. Nos permite hacer una mejor separación entre las conductas verdaderamente significativas de una concepción y los artefactos u otras respuestas anecdóticas.

Se le denomina método de exploración crítica porque el examinador no se conforma con la simple respuesta que dan los niños ante problemas que trata de indagar, sino que además e lleva a cabo una contra-argumentación con el fin de captar la estructura lógica de su pensamiento.

La contra-argumentación puede representarse en términos verbales, haciendo referencia a las respuestas de otros niños de edades similares o aproximadas. Así, por ejemplo, es usual que se contra-argumente al niño diciéndole: fíjate que otro niño que vino hace rato me dijo...

Este "me dijo" es lo contrario de lo que el niño responde para que tenga la posibilidad de contrarrestar ambos tipos de respuesta.

También se realiza la contra-argumentación a través del cambio de las condiciones de cada una de las situaciones previamente presentadas, (Piaget, 1978).

A continuación presentamos las situaciones experimentales para determinar cómo resuelven los niños de 2º y 3er grado los problemas de estructura aditiva.

Las situaciones experimentales se llevaron a cabo en dos sesiones con cada niño en las cuales una persona funcionaba como observadora, registrando el desarrollo de las entrevistas y otra como experimentadora. Estas funciones se alteraron a lo largo de la investigación.

Se presentaron a cada niño tres problemas en cada sesión, cada uno escrito a máquina en una tarjeta, el procedimiento fue el siguiente:

- Se le entrega la tarjeta al niño.
- El experimentador lee el problema en voz alta mientras el niño sigue la lectura en silencio.
- El niño lo lee por segunda ocasión y al terminar, el experimentador plantea algunas

preguntas con el fin de indagar si el problema había sido comprendido y ver si entendían las relaciones que se establecen entre los datos y la incógnita.

Para ilustrar lo anterior, a continuación se agrega un ejemplo de como se desarrolló una parte de la entrevista con un problema de la primera categoría.

María tiene 15 flores en la mano derecha, si en total tiene 23 flores en las dos manos, ¿Cuántas flores tiene en la mano izquierda?

EXPERIMENTADOR	**NIÑO:**
¿ Cuántas flores tiene en total?	23
¿ Cuántas flores tiene en la mano derecha?	15
¿ Qué es lo que queremos saber?	Cuántas flores tiene en la mano izquierda.
¿ Cuántas flores tiene él en la mano derecha?	Tiene 8 en la mano izquierda
¿ Qué es lo que queremos saber?	Si en la mano derecha tiene 15 y en la izquierda 8, 15+8=23
¿ Cuántas flores tiene él en la mano izquierda?	Porque 15+15 son 30, si a 15 le quitamos 7 son 8 y 15+8 son 23.
¿ Como lo sabes ?	Si en la mano derecha tiene 15 y en la izquierda 8, 15+8=23.

¿ Podrías explicarlo otra vez ?	Porque 15+15 son 30, si a 15 le quitamos 7 son 8 y 15+8 son 23.

Para indagar el procedimiento o procedimientos empleados, se atendieron las respuestas que dieron los niños de manera oral y escrita, ejemplo:

EXPERIMENTADOR	NIÑO:
¿ Cómo supiste que son 23 ?	Si 15+15 son 30 al 15 hay que quitarle 7 y te dan 8 mas los 15 del 30 son 23 flores.

Para observar la representación se tomaron en cuenta las operaciones que utilizaron sin importar si las resolvían correctamente o no, o si hacían uso de otras representaciones gráficas. Ejemplo:

EXPERIMENTADOR.	**NIÑO:**
Puedes pasar en papel lo que hiciste?	Sí.
Hazlo por favor.	Escribió:
	Si 15+15 son 30 al 15 hay que quitarle 7:

$$\boxed{\begin{array}{r} 15 \\ -7 \\ \hline 8 \end{array}}$$

Si María tiene 15 flores en la mano derecha y 8 en la izquierda, tiene 23 en total.

También se confrontaron las respuestas de los niños para conocer si estaban seguros o no de las hipótesis que habían manejado y se les preguntó como se lo explicarían a otros niños. Ejemplo:

EXPERIMENTADOR	**NIÑO:**
Un niño me dijo que el resultado era otro. ¿Tú que crees?	Yo creo que es el resultado correcto porque haciendo una suma de 15+8 son 23.
¿ Cómo explicarías a un amigo tuyo este problema?	Le explicaría que 15+8 y 8+15 son 23, se necesitaban 8+15 y así llegaba al 23.

Así mismo se les solicitó que inventaran un problema parecido al que habían resuelto, sin tener el problema a la vista. Esto para ver si utilizaban la misma categoría o alguna diferente.

EXPERIMENTADOR	**NIÑO**
¿ Podrías escribir un problema parecido al que acabas de resolver?	Sí
Escríbelo por favor.	"Sandra tiene 4 lápices y le regalan 10. ¿Cuántos lápices tiene ahora?.

CAPITULO III

SITUACIONES EXPERIMENTALES

Antes de analizar los resultados obtenidos en la aplicación de las situaciones experimentales, es necesario ejemplificar las demás categorías para dar al lector una idea general de como los sujetos interpretaban las diferentes relaciones que existen en los problemas.

PROBLEMA DE SEGUNDA CATEGORIA

Sandra tiene 15 manzanas, después compró más. Si ahora tiene 24 manzanas cuántas manzanas compró?

EXPERIMENTADOR	**Niño: Alejandro (3er Grado)**
COMPRENSION	
¿ Cuántas manzanas tenía Sandra ?	15
¿ Cuántas manzanas tiene ahora ?	24
¿ Qué es lo que queremos saber ?	¿Cuántas manzanas compró después?
PROCEDIMIENTO	
¿ Cuántas manzanas compró después ?	Compró 9
¿ Cómo supiste que son 9 ?	Resté 24-15=9
REPRESENTACION	
¿ Puedes pasar en papel lo que hiciste ?	$\begin{array}{r} 24 \\ -15 \\ \hline 9 \end{array}$

CONFRONTACION

Un niño me dijo que el resultado era otro. ¿Tú que crees?

El niño está mal, si es la respuesta correcta porque 24-15=9

¿ Cómo se lo explicarías a un amigo tuyo?

Que si resta 24-15, le dan 9 y da lo mismo 15 para 24

PROBLEMA INVENTADO

¿ Podrías escribir un problema parecido al que acabas de resolver ?

Sí.

Escríbelo por favor.

María tiene 16 manzanas. Si compró 25. ¿Cuántas manzanas tiene ahora?

PROBLEMAS DE LA TERCERA CATEGORIA

Luis tiene 14 años y Pepe 9 ¿Cuántos años es menor Pepe que Luis?

EXPERIMENTADOR	NIÑO: LESLIE(2° GRADO)
COMPRENSION	
¿ Cuántos años tiene Luis ?	14
¿ Cuántos años tiene Pepe ?	9
¿ Qué es lo que queremos saber ?	El resultado.
<u>PROCEDIMIENTO</u>	
¿ Cuál crees que sea?	9
¿ Por qué ?	Porque es menor que 14.
¿ Cómo supiste que son 9?	Por lo que dice la tarjeta.
	Si
<u>REPRESENTACION</u>	
¿Puedes pasar en papel lo que hiciste?	Sí
Hazlo por favor.	$\boxed{9}$
<u>CONFRONTACION</u>	
Un niño me dijo que el resultado era otro. ¿Tú que crees?	No sé.

¿Por qué no sabes?	A lo mejor estoy mal.
¿ Cómo se lo explicarías a un amigo tuyo?	Leyendo la tarjeta.
¿ Y con leerle la tarjeta ya se lo explicarías ?	Sí.

PROBLEMA INVENTADO

¿ Podrías escribir un problema parecido al que acabas de resolver?	Sí.
Escríbelo por favor	Lupe tiene 10 años y Ana 3. ¿Cuánto le falta a Ana para alcanzar a Lupe?

PROBLEMA DE LA CUARTA CATEGORIA

Luis ha ganado ayer 16 canicas, y ha perdido 12 canicas hoy, en total ¿Cuántas canicas ha ganado?

EXPERIMENTADOR	**NIÑO: ADRIAN E. (3er grado)**
COMPRENSION	
¿ Cuántas canicas ganó ayer Luis ?	16
¿ Cuántas canicas ha perdido hoy ?	12
¿ Qué es lo que queremos saber ?	Cuantas canicas ha ganado
PROCEDIMIENTO	
¿ Cuántas canicas ha ganado ?	4
¿ Cómo lo supiste ?	Porque 12 para 16 son 4.
REPRESENTACION	
¿ Puedes pasar en el papel lo que hiciste?	Sí.

$$\begin{array}{r} 16 \\ -12 \\ \hline 4 \end{array}$$

CONFRONTACION

Un niño me dijo que el resultado es otro.	Que el niño está mal.
¿ Tú que crees ?	
¿ Por qué ?	Por que está bien la resta.
¿ Cómo le explicarías a un amigo este problema ?	Que ponga el problema, los datos, la operación y el resultado como la maestra.

PROBLEMA INVENTADO

Podrías escribir un problema parecido al que acabas de resolver?	Si
Escríbelo por favor	Roberto fue a jugar fútbol ganó 3 a 0 ayer y hoy 5 a 0 ¿Cuánto ganó?

PROBLEMA DE LA QUINTA CATEGORIA

Rafael le debía 36 pesos a Cristina y si ahora le debe 8 pesos. ¿ Cuánto dinero le devolvió ?

EXPERIMENTADOR	NIÑO: ARLETTE D. (3^{ER} GRADO)
<u>COMPRENSION</u>	
¿Cuánto dinero le debía Rafael a Cristina?	36 pesos
¿ Cuánto dinero le debe ahora ?	8 pesos
¿ Qué es lo que queremos saber ?	Cuanto dinero le devolvió
<u>PROCEDIMIENTO</u>	
¿ Cuánto dinero le devolvió ?	8 pesos
¿ Cómo supiste que son 28 pesos ?	Hice lo mismo que en el anterior, 36, 35, 34 hasta llegar al 8 y me dió 28 pesos.
<u>REPRESENTACION</u>	
¿ Puedes pasar en el papel lo que hiciste?	No, no puedo. No se como hacerlo, ya te dije el resultado.
<u>CONFRONTACION</u>	
Un niño me dijo que el resultado es otro. ¿ Tú que crees ?	El niño está mal yo lo hice bien.
¿ Cómo le explicarías a un amigo este problema ?	Se lo leo y le pregunto como me preguntaron a mí.
<u>PROBLEMA INVENTADO</u>	
¿ Podrías escribir un problema parecido al que acabas de resolver?	Jaime le debe \$50 a Manolo. Si ahora le debe \$5 ¿ Cuánto dinero le devolvió?

PROBLEMA DE SEXTA CATEGORIA

Luis debe 14 estampas a Pedro, pero Pedro le debe 8 estampas a él. ¿ Cuántas estampas debe Luis a Pedro?

EXPERIMENTADOR	NIÑO: JUAN M. (2° GRADO)
COMPRENSION	
¿ Cuántas estampas debe Luis a Pedro ?	14
¿ Cuántas estampas debe Pedro a Luis ?	8
¿ Qué es lo que queremos saber ?	El resultado.
¿ Y cuál crees que es el resultado ?	6
PROCEDIMIENTO	
¿ Cómo supiste que son 6?	Reste 14-8 y me dió 6.
REPRESENTACION	
¿ Puedes pasar en papel lo que hiciste?	$\boxed{\begin{array}{r} 14 \\ -\ 8 \\ \hline 6 \end{array}}$

CONFRONTACION

Un niño me dijo que el resultado es otro. ¿ Tú que crees ?	A lo mejor yo estoy mal
¿ Por qué crees que puedes estar mal ?	Porque me pude equivocar en la resta
¿ Cómo le explicarías a un amigo tuyo este problema ?	Le leo el problema y que lo resuelva

PROBLEMA INVENTADO

¿ Podrías escribir un problema parecido que acabas de resolver?	Sí
Escríbelo por favor.	Chuyita le debe 8 muñecas a Isis y Chuyita le debe 2 ¿Cuántas muñecas le tiene que dar?

Cabe señalar que los diálogos se establecieron considerando las respuestas de los niños, apoyándonos en el método crítico que se establece en el marco metodológico.

Es importante señalar que en los problemas de la primera y segunda categorías, se incluyeron aquellos en los que la incógnita se encontraba en medio, debido a que en la escuela primaria estas son las mas usadas, encontrándose la incógnita en el estado final, lo que reducía la posibilidad de que el menor continuará resolviéndolos de manera mecánica. (La manera acostumbrada en la escuela primaria).

Realizar el análisis de la investigación nos da la posibilidad de comprender el origen y la naturaleza de los obstáculos que los niños encuentran para resolver los problemas.

Esta investigación se llevó a cabo con una muestra de 30 sujetos, de los cuales 15 son de 2° grado y 15 de tercero; a su vez, 7 de segundo y 8 de tercero que pertenecen a una escuela particular, el resto de ambos grupos pertenecen a una escuela oficial.

La siguiente tabla reúne las características de la muestra con a que trabajamos.

	SUJETOS INVESTIGADOS		
GRADO	ESCUELA DE PROCEDENCIA		TOTAL
	OFICIAL	PARTICULAR	
2°	7	8	15
3°	8	7	15

Cada sujeto resolvió 6 problemas, uno de cada categoría, lo que dá un total de 180 resoluciones, no considerando necesario plantear problemas diferentes por grados, ya que los menores, de acuerdo a la edad se encontraban en el mismo nivel cognitivo ya que las dificultades que se establecen al interior de los problemas depende de las relaciones que se dan en las diferentes categorías.

Los problemas que se plantearon son los mismos que se utilizaron en las dos investigaciones a las que nos hemos referido, con modificaciones sencillas en algunos textos para adecuarlos a los términos que manejan los niños a los que se les aplicaron.

Ejemplos de los problemas aplicados:

<u>1ª Categoría:</u>

Problema 1:

María tiene 15 flores en la mano derecha, si en total tiene 23 flores. ¿ Cuántas flores tiene en la mano izquierda ?

ECUACION: $15 + X = 23$

Resolución canónica:

$$\begin{array}{r} 23 \\ -15 \\ \hline \end{array}$$

ESQUEMA:

$$\left.\begin{array}{c} \boxed{15} \\ \\ \boxed{x} \end{array}\right\} 23$$

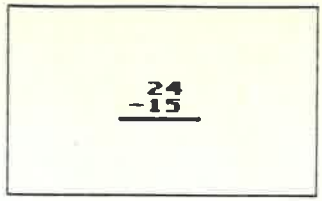
<u>2ª Categoría:</u>

Problema 2:

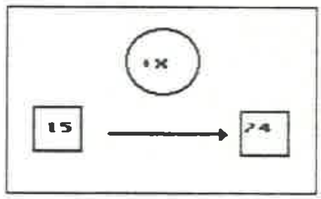
Sandra tenía 15 manzanas, después compró más. Si ahora tiene 24 manzanas. ¿Cuántas manzanas compró?

ECUACION: $15+X=24$

Resolución canónica:



ESQUEMA:



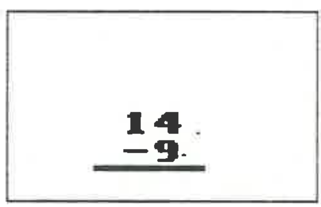
3ª Categoría:

Problema 3:

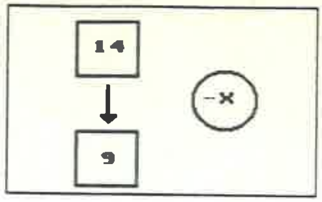
Luis tiene 14 años y Pepe 9. ¿Cuántos años es menor Pepe que Luis?

ECUACION: 14 - 9 + X

Resolución canónica:



ESQUEMA:

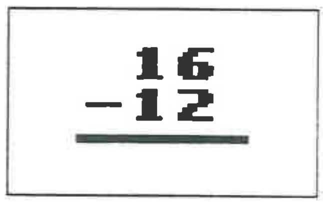


4ª Categoría:

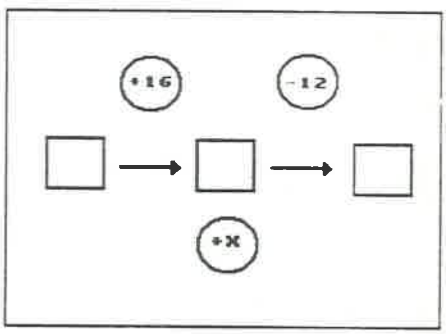
Luis ha ganado ayer 16 canicas y ha perdido 12 canicas hoy, en total ¿Cuántas canicas ha ganado?

ECUACION: 36 - X = 8

Resolución canónica:



ESQUEMA:



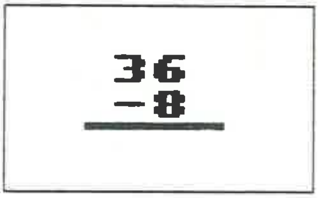
6ª Categoría:

Problema 6:

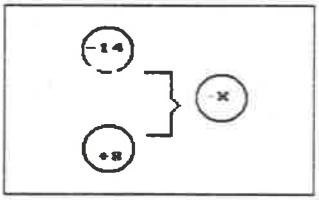
Luis debe 14 estampas a Pedro, pero Pedro le debe 8 estampas a él. ¿Cuántas estampas debe Luis a Pedro?

ECUACION: 14 - 8 = X

Resolución canónica:



ESQUEMA:



CAPITULO IV

RESULTADOS

Los resultados obtenidos fueron analizados siguiendo 5 diferentes criterios:

1.- Análisis de los resultados de acuerdo al grado de comprensión.

2.- Análisis de los resultados de acuerdo al tipo de procedimientos utoizados en la resolución.

3.- Análisis de los resultados de acuerdo a la representación gráfica.

4.- Análisis de los resultados de acuerdo a la seguridad en los términos planteados y los resultados obtenidos y

5.- Análisis de los resultados obtenidos de acuerdo a los tipos de problemas inventados por los sujetos a partir de los ya resueltos.

A continuación explicaremos cada uno de los análisis realizados y los resultados obtenidos de éstos.

1.- ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE ACUERDO AL GRADO DE COMPRENSION.

Con respecto a la comprensión hemos construido dos tablas de frecuencias y porcentajes para analizar comparativamente la comprensión y no comprensión de los problemas de acuerdo a las categorías.

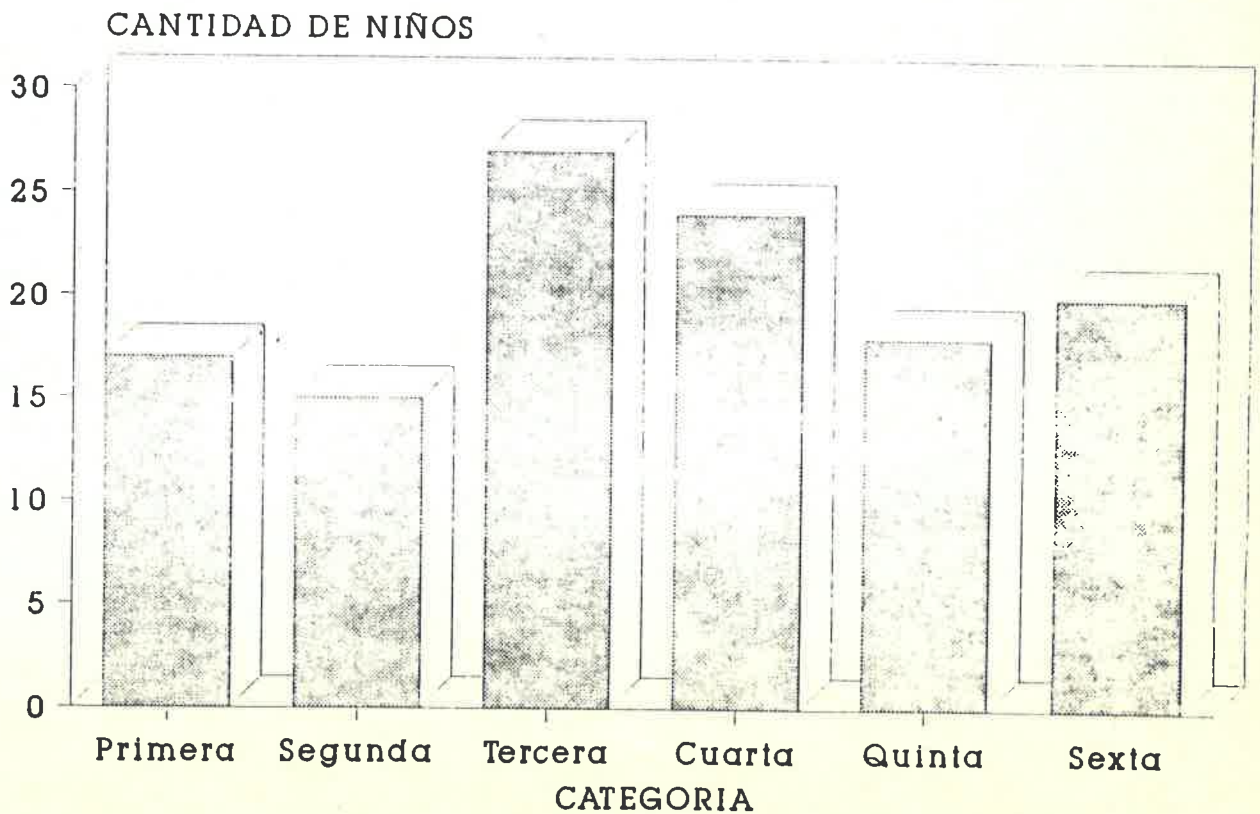
Con los datos registrados en las tablas se elaboraron las respectivas gráficas de barras las cuales nos permiten distinguir mas fácilmente los resultados.

Cabe mencionar el criterio para decir que un niño comprendió el problema consistió en un cuestionamiento que nos permitió ver si el niño lograba establecer la relación adecuada entre los datos y la incógnita.

TABLA 4-1 DE PROBLEMAS Y CANTIDADES DE NIÑOS QUE LOS COMPRENDIERON

Categoría	PROBLEMAS COMPRENDIDOS								
	2º Of.	2º Part.	3º Of.	3º Part.	TOTAL	6*	Partir	2º	3º
1a	3	4	7	2	16	67%	40%	47%	60%
2a	4	3	4	4	15	53%	47%	47%	53%
3a	4	6	8		25	80%	87%	67%	100%
4a	5	4	6		20	73%	60%	60%	73%
5a	4	3	6		17	67%	47%	47%	67%
6a	5	5	6		19	73%	53%	67%	60%
TOTALES	25	25	37		112				
	50		62		112				
	27%		35%		62%	68.8%	55.6%	55.8%	68.8%

Problemas de cada Categoría y cantidad de niños que lo comprendieron

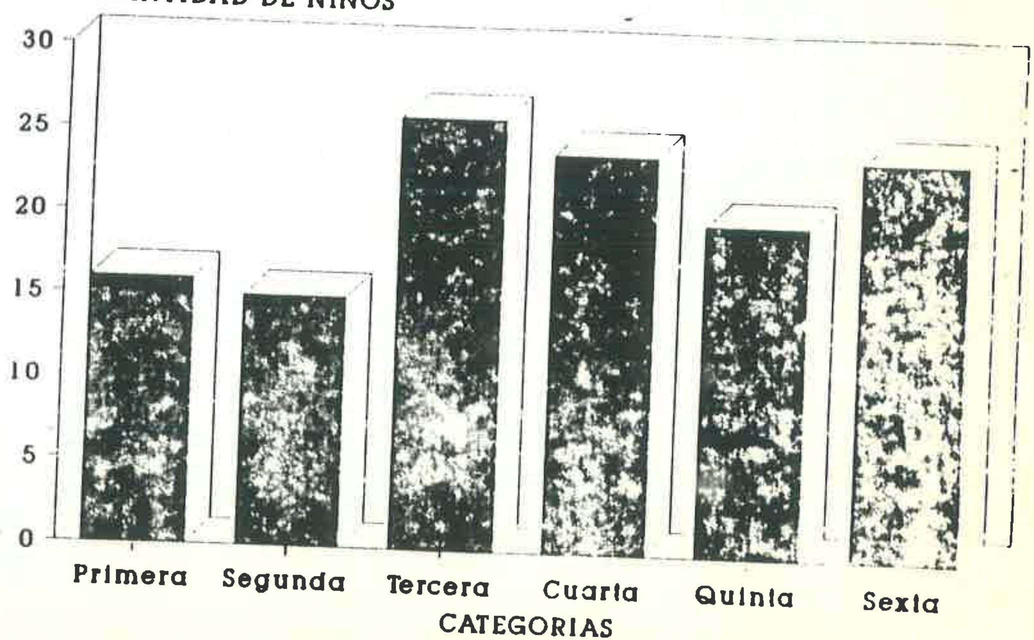


Gráfica 4-1

TABLA 4-2 PROBLEMAS Y CANTIDADES DE NIÑOS QUE NO LOS COMPRENDIERON

Categoría	NO COMPRENDIERON				
	2º Of.	2º Part.	3º Of.	3º Part.	TOTAL
1a	4	4	1	5	14
2a	3	5	4	3	15
3a	3	2	0	0	5
4a	2	4	2	2	10
5a	3	5	2	3	13
6a	2	3	2	4	11
TOTALES	17	23	11	17	68
%	40		28		68
	22%		15%		38%

Problemas de cada categoría y cantidad de niños que no comprendieron



Gráfica 4-2

Al comparar los resultados obtenidos en la aplicación de los problemas tanto a los alumnos de 2º grado como a los de 3ᵉʳ grado pertenecientes a escuela oficial o particular se detectó lo siguiente:

1.- De las 180 resoluciones hubo 112 en las que los problemas fueron comprendidos, lo que implicó necesariamente que le resultado fuera el adecuado, ya que en ocasiones el niño no manejaba el algoritmo o en algunos otras no utilizaba la operación correcta.

2.- Del total de los problemas que se aplicaron (seis de cada niño correspondiente a cada una de las 6 categorías), se encontró que en la escuela oficial fueron comprendidos en un promedio del 68.8%, mientras que en la escuela particular se comprendieron en un 55.6%

3.- Comparando los resultados obtenidos por los alumnos de 2º y 3ᵉʳ grado, encontramos que los primeros los comprendieron en un 55.8% y los segundos en un 68.8%
- Entre los problemas que se plantearon, los que se comprendieron mas fueron los de la tercera y la cuarta categorías y los que menos se comprendieron fueron los de la primera y segunda categorías, sin embargo cabe aclarar que estos resultados no contradicen lo que se ha encontrado en otras investigaciones puesto que los problemas de la 1ª y 2ª categorías que nosotros aplicamos tienen una dificultad adicional porque la incógnita aparece enmedio.
- Cabe recordar también, que aunque los problemas mas comunes que se aplican en la escuela corresponden a las dos primeras categorías, también es común que la incógnita aparezca al final, lo cual hace pensar que los problemas de la forma $a+x=c$ ó $a-x=c$, realmente introducen un nuevo obstáculo a los niños.

EJEMPLOS: Luis tiene 14 años y Pepe 9. ¿Cuántas años es menor, Pepe que Luis?

TERCERA CATEGORIA:

EXPERIMENTADOR:	NIÑO: ALEJANDRO (3er GRADO)
¿Cuántos años tiene Luis?	14
¿Cuántos años tiene Pepe?	9
¿Qué es lo que queremos saber?	Cuántos años es menor Pepe que Luis.
¿Cuántos años es menor Pepe que Luis?	5
¿Cómo supiste que son 5?	9 para 14 son 5

SEXTA CATEGORIA

Luis debe 14 estampas a Pedro, pero Pedro le debe 8 estampas a él. ¿Cuántas estampas debe Luis a Pedro?

EXPERIMENTADOR	NIÑO: ROCIO (2° GRADO)
¿Cuántas estampas le debe Luis a Pedro?	14
¿Cuántas estampas debe Pedro a Luis?	8
¿Qué es lo que queremos saber?	¿Cuántas estampas le debe Luis a Pedro?
¿Cuántas estampas le debe Luis a Pedro?	6

2. ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE ACUERDO AL TIPO DE PROCEDIMIENTO UTILIZADO EN LA RESOLUCION

Las conductas de los niños han sido analizadas en términos de procedimientos empleados en la resolución de los problemas encontrándose que hicieron uso de los siguientes procedimientos.

COMPLEMENTO ASCENDENTE

Se ha llamado así al procedimiento que consiste en determinar, por conteo la diferencia entre las dos cantidades conocidas, partiendo de la cantidad menor para llegar a la mayor, Ejemplo:

Rocío (2° año. PROBLEMA 3 Luis tiene 14 años y Pepe 9 ¿Cuántos años es menor Pepe que Luis? "5 porque 9, 10, 11, 12, 13, 14. El resultado es 5.

DIFERENCIA

En este procedimiento el sujeto razona de entrada sobre la transformación y se obtiene el resultado por medio de una sustracción. Ejemplo: Luis debe 14 estampas a Pedro, pero Pedro le debe 8 estampas a él. ¿Cuántas estampas debe Luis a Pedro?
Iliana (2° GRADO. PROBLEMA 6). "Luis debe 14 a pedro, pero Pedro debe 8, entonces le quitamos 14-8=6".

COMPLEMENTO DESCENDENTE

Se llama así al procedimiento que consiste en determinar, por conteo la diferencia entre las dos cantidades conocidas, partiendo de la cantidad mayor para llegar a la menor. Ejemplo:

Carlos (3^erGRADO. PROBLEMA 2) Sandra tiene 15 manzanas, después compra mas. Si ahora tiene 24 manzanas ¿Cuántas manzanas compró? 9. Porque 23, 22, 21, 20, ... 14.

REPRESENTACION DE LOS NUMEROS NATURALES. Otros.

Solo dan el resultado sin justificar como lo obtuvieron. Dulce Angélica (3^erGRADO. PROBLEMA 3). "5 porque sí".

RELACION INCOORDINADA DE DATOS

En este procedimiento los sujetos no logran establecer una relación coordinada entre los datos y la solución del problema.

Ejemplo:

Cristina (3er GRADO PROBLEMA 5). Rafael le debía 36 pesos a Cristina y si ahora le debe 8 pesos. ¿Cuánto dinero le devolvió?

EXPERIMENTADOR	NIÑO
¿Cuánto dinero le debía Rafael a Cristina?	8
¿Cuánto dinero le debe ahora?	36
¿Qué es lo que queremos saber?	Cuanto dinero le debe Rafael a Cristina.

Es importante mencionar que el procedimiento canónico para resolver los problemas era el de DIFERENCIA en todas las categorías. Sin embargo fue utilizado de manera mas significativa el de complemento ascendente, esto quizá se deba a que parece estar mas cercano a la lógica de los niños mas pequeños, observándose que algunos niños que habían comprendido el problema en el momento de hacer uso de algunos procedimientos usaron los que no daban resolución a los problemas planteados como fueron los de Relación incoordinada de datos y COMPLEMENTO DESCENDENTE.

La relación incoordinada es el procedimiento de fracasos mas empleado por los niños que no habían comprendido el problema.

- Así mismo se detectó que un gran número de niños no hizo uso de ningún procedimiento tanto verbal como escrito, temiendo no dar la respuesta adecuada al cuestionamiento realizado.

- En las tablas se observan 188 procedimientos utilizados esto se debe a que algunos niños al dar sus respuestas hicieron uso de mas de un procedimiento.

Es importante mencionar los procedimientos encontrados en las otras investigaciones, y al mismo tiempo analizar por qué no fueron utilizados por los niños durante la investigación.

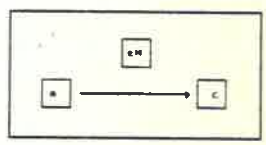
Composición.

Consiste en componer aditivamente las dos medidas elementales a + b = y así determinar el valor de y.

Este procedimiento no fue utilizado ya que los problemas planteados no establecían este tipo de relaciones.

Transformación hipotética.

Este procedimiento solo concierne a los problemas Estado inicial- Transformación-Estado final cuando el valor de la transformación se desconoce.



Los problemas que se plantearon en la 1ª y 2ª categoría, donde se desconocía la transformación, los niños no hicieron uso de este procedimiento quizá porque no se les valida en el salón de clase que se lleguen a la solución de los problemas por otros procedimientos que no sean los que el maestro propone, este procedimiento llevaría mas tiempo para llegar al resultado, y el docente tendrá que cuestionar como se llegó a él.

- EL ESTADO INICIAL HIPOTETICO.

Este procedimiento consiste en que el sujeto evite la inversión de la transformación para seguir un procedimiento igualmente hipotético. E este caso la hipótesis versa sobre el estado inicial.

- Inversión de la transformación.

Consiste en invertir la transformación directa y en aplicarla al estado final para encontrar el estado inicial.

Los procedimientos de:

Estado inicial hipotético e inversión de la transformación, no fueron utilizada por los niños debido a que en los problemas planteados la incógnita no se encontraba en el estado inicial.

A continuación se muestra en las tablas y gráficas los procedimientos utilizados observándose que se obtuvieron 188 procedimientos, es decir mas de los problemas resueltos esto se debió a que los niños en algunas ocasiones hicieron uso de más de un procedimiento para dar solución al problema.

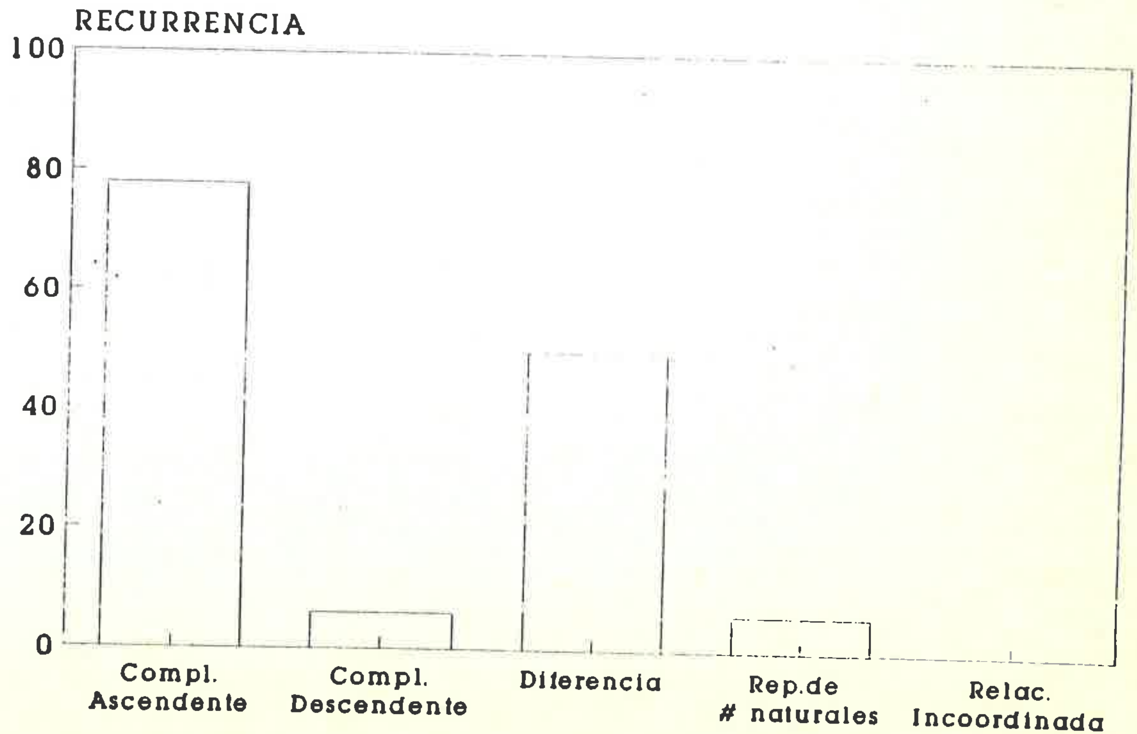
TABLA 4 **PROCEDIMIENTOS DE RESOLUCION**

Tipos de procedimiento/Categoria	Complemento Ascendente		Complemento Descendente		Diferencia (Resolución canónica adecuado)		Representación de números naturales		Relación incoordinada de datos		No utilizaron ningún procedimiento verbal ni escrito sin respuesta		Total		
	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	
Primera	14	9			1										
Segunda	10	0			5							5	15	14	29
Tercera	25	0	1		13			1		2		2	15	4	19
Cuarta	6	2			11		1			4		4	39	9	48
Quinta	9	-			12					1		3	18	6	24
Sexta	14	3	1	4	11	3				2		2	21	4	25
Total	78	14	2	4	53	3	1	1		4		3	26	17	43
Porcentaje	42 %	7%	1%	2%	29%	1.5%	5%	5%		13 7%		9.5%	134 72.5%	54 27.5%	188 100%
Porcentaje	49%		3%		30.5%		1%		7%		9.5%		100%		100%

Simbologia

71

Procedimientos utilizados por los niños que comprendieron los problemas



Gráfica 4-3

3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE ACUERDO A LA REPRESENTACION GRAFICA

Muchas veces cuando se resuelve un problema aritmético, las acciones y operaciones del sujeto no se pueden realizar directamente sobre los objetos reales. Es en este caso cuando la noción de representación, mas precisamente la noción de representación calculable adquiere toda su importancia, necesidad y significado. Los planes de acción son incorporados a la representación que el sujeto se hace de las relaciones en juego, siendo el problema fundamental la representación de esas relaciones.

El análisis de las representaciones gráficas utilizadas nos permitió observar distintos tipos de representación en las producciones de los sujetos, lo que nos llevó a elaborar las siguientes tablas que corresponden a los problemas comprendidos oralmente y de los problemas no comprendidos.

TABLA 4.6

TABLA DE LAS OPERACIONES O REGISTROS GRAFICOS DE LOS NIÑOS QUE COMPRENDIERON LOS PROBLEMAS

Forma de Representación / Categoría	Suma		Resta		Multiplicación		División		Otros		Totales		
	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	
Primera	7		5						4		16	0	16
Segunda	6		6						3		15	0	15
Tercera	3	1	14	1	4				2		23	2	25
Cuarta		2	14	2					2		16	4	20
Quinta	4		11			1			1		16	1	17
Sexta		1	14		2				2		18	1	19
Totales	19	4	64	3	6	1			11		103	8	111
	23		67		7		0		14		111		
	13.3%		37.2%		3.8%		0		7.6%				61.9%

TABLA 4-6

TABLA DE LAS OPERACIONES O REGISTROS GRAFICOS DE LOS NIÑOS QUE COMPRENDIERON LOS PROBLEMAS

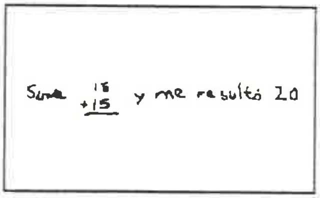
Forma de Representación / Categoría	Suma		Resta		Multiplicación		División		Otros		Totales		
	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	
Primera	7		5						4		16	0	16
Segunda	6		6						3		15	0	15
Tercera	3	1	14	1	4				2		23	2	25
Cuarta		2	14	2					2		16	4	20
Quinta	4		11			1			1		16	1	17
Sexta		1	14		2				2		18	1	19
Totales	19	4	64	3	6	1			14		103	8	111
	23		67		7		0		14		111		
	13.3%		37.2%		3.8%		0		7.6%				61.9%

Al analizar los resultados de las representaciones gráficas realizadas por los sujetos se encontró lo siguiente:

a) Aquellos que hacen uso de diferentes operaciones para dar resolución a los problemas planteados.

Dentro de este tipo de representación encontramos la resta, procedimiento canónico:

ELIZABETH (3^er GRADO. PROBLEMA 1) SUMA



Elizabeth, al no establecer la relación adecuada entre los datos del problema no planteó la operación que la podía ayudar a encontrar el resultado, notándose también un manejo inadecuado del procedimiento usual para sumar, porque al sumar decenas no tomo en cuenta que ya tenía una formada por 10 unidades.

CARLOS H. (3^er GRADO. PROBLEMA 6) DIFERENCIA

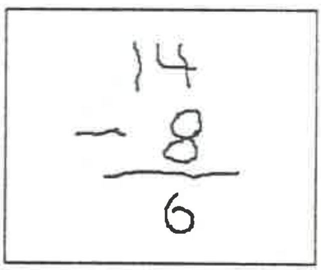


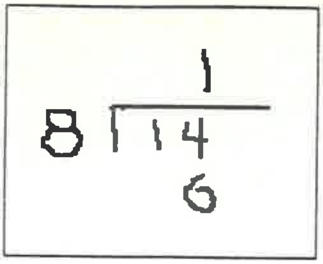
TABLA 4-7

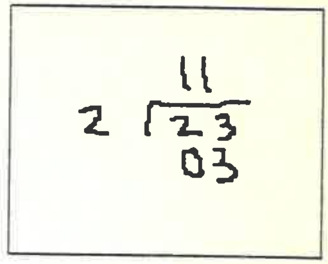
TABLA DE LAS OPERACIONES O REGISTRO GRAFICOS DE LOS NIÑOS QUE NO COMPRENDIERON LOS PROBLEMAS

Forma de representación / Categoría	Suma		Resta		Multiplicación		División		Otros		Totales		
	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	
Primera	7	4					1		2		8	6	14
Segunda	9	3							3		12	3	15
Tercera		1							4		4	1	5
Cuarta	2	2	2						4		8	2	10
Quinta	4	0	1		4		1		3		13	0	13
Sexta	3	0	1		2	1	1		3		10	1	11
Totales	35		4		7		3		19		55	13	68
%	19.4 %		2.2%		3.8 %		9.6%		10.3%				37.3%
	23		67		7		0		14		111		
	13.3%		37.2%		3.8%		0		7.6%				61.9%

CHRISTIAN (3er GRADO. PROBLEMA 6) **DIVISION**

DEYANIRA (3er GRADO. PROBLEMA 1)



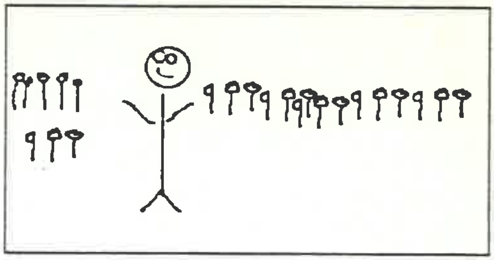


Christian y Deyanira son los ejemplos mas similares a los que hace Ileana, solo que en este caso se les ocurre usar la división. Vale la pena insistir en que la manera en que se enseñan y aprenden las operaciones tiene mucho que ver en la manera en que se utilizan, aunque también el hecho de que el problema rebase por completo las posibilidades de los niños puede propiciar el uso de procedimientos inapropiados.

No obstante el procedimiento de Deyanira tiene su lógica porque al dividir 23 entre 2, está considerando 2 niños y probablemente haya previsto que al efectuar esa operación determinaría la cantidad de flores en cada mano repartidas en partes iguales. A partir de esto se podría "quitar flores de una mano para ponerlas en la otra".

b) Utilizan dibujos para resolver el problema.

GUSTAVO (2° GRADO. PROBLEMA 1).



Gustavo y Luis utilizaron dibujo como formas de representación para resolver los problemas, observándose que las relaciones que establecen para resolverlos fueron adecuadas, aún cuando no han d[illegible]to que el uso d[illegible] operaciones es un recurso mas económico para llegar al resultado. Probablemente se sentían inseguros en el manejo de las operaciones, o no lograban establecer la relación adecuadamente entre los datos mediante una operación.

c) Se registró en otros casos únicamente el resultado, ya sea resultado correcto o erróneo de alguna operación; o en su defecto solo escribieron los números.

GUSTAVO (3er GRADO. PROBLEMA 1)

R 38

Gustavo registró únicamente el resultado que obtuvo al adicionar los datos, sin establecer la relación entre ellos y la solución al problema.

ERICK ISRAEL (2° GRADO. PROBLEMA 1)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17
18 19 20 21 22 23
24 25 26 27

Erick solo escribió los números sin establecer ninguna relación entre los datos del problema y su solución.

Al comparar las frecuencias de las diversas producciones gráficas se obtuvieron las siguientes representaciones.

- Hicieron uso de la representación canónica (recta) en un 37.2% en donde los niños establecieron una relación entre los datos, incógnita y la operación adecuada para dar solución al problema resuelto.

De las operaciones elegidas por los niños que comprendieron los problemas se encontraron los de suma, multiplicación y división.

Observándose que se eligió en un 13.3% la suma, en donde se dió solución correcta en 19 casos e incorrecta en 4 casos, donde se nota que la comprensión del problema es adecuado, pero que encuentran dificultad en tener uso del procedimiento canónico adecuado, ya que el conocimiento escolar sobre este algoritmo no está debidamente estructurado.

Así los problemas que fueron resueltos con suma, en el momento de ser resueltos oralmente se prestan a un cálculo mental y llegan al resultado por complemento descendente lo que les permite encontrar el valor de la incógnita.

- Hicieron uso de los algoritmos de multiplicación y división los niños que comprendieron el problema, así como los que no los comprendieron en un total de 9.2% mostrando una tendencia a efectuar operaciones donde los sujetos experimentaron la necesidad de operar los datos, de relacionarnos aritméticamente para poder resolver los problemas, pero no llegan a ser capaces todavía de establecer, a partir de las relaciones dadas en los problemas, la relación adecuada.

Se encontraron otros registros tanto en los niños que comprendieron como los que no comprendieron los problemas observándose con mayor frecuencia un resultado correcto en los problemas de la primera categoría.

El resto de las representaciones se distribuyó en una variedad de registros de los cuales se asocian en un 7.6% a un resultado correcto y en un 1.3% en un resultado incorrecto.

De las operaciones elegidas para dar solución a los problemas se observó que tanto los niños que comprendían los problemas como los que no los comprendían obtenían resultados incorrectos en el momento de realizar la operación elegida, debido probablemente a que desconocía el mecanismo que daba solución al algoritmo.

ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE ACUERDO A LA SEGURIDAD EN LAS HIPOTESIS PLANTEADAS Y LOS RESULTADOS OBTENIDOS.

Retomando la información mencionada en el capítulo II en el que se explica la importancia de confirmar la estructura lógica del pensamiento del niño, se realizó un cuestionamiento que consistió en plantear una contra-sugerencia para saber si el niño estaba seguro de su respuesta. La pregunta planteada fue del siguiente estilo:

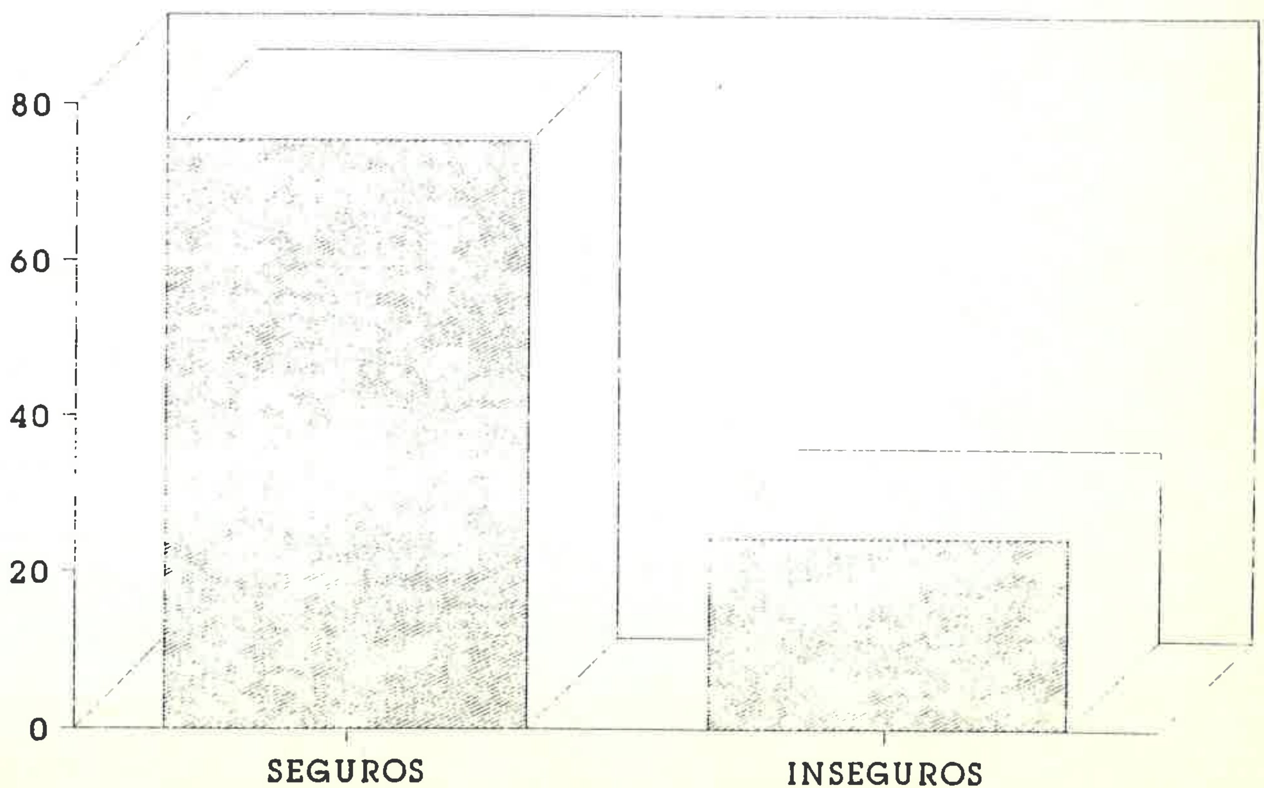
Un niño que vino antes que tú, me dijo que el resultado era otro, ¿Tu que opinas?. Esto nos permitió elaborar la siguiente tabla y las gráficas correspondientes.

TABLA CORRESPONDIENTE A LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LAS CONFRONTACIONES

TABLA 4-8

CATEGORIA	COMPRENDIERON EL PROBLEMA			NO COMPRENDIERON EL PROBLEMA		
	SEGUROS	INSEGUROS	TOTAL	SEGUROS	INSEGUROS	TOTAL
1a	14	2	16	10	4	14
2a	13	2	15	9	6	15
3a	21	4	25	5		5
4a	17	3	20	7	3	10
5a	12	5	17	6		13
6a	16	3	19	6	5	11
TOTALES	93	19	112	43	25	68
	51.56%	10.5%		23.8%	13.8%	3.8%
	93	19		43	25	
	112	112		68	68	

Resultados obtenidos en las Confrontaciones



- Del total de las resoluciones de los niños tanto de los que comprendieron el problema como de los que no los comprendieron, se observó que en un 75.54% de los resultados de éstos, los niños se mostraban seguros de sus resultados.

- Se detectó que el 24.43% de los resultados de los problemas, ante la confrontación ocasionó conflicto en los niños, manifestándose inseguros de sus resultados.

Consideramos que este porcentaje es alto si tomamos en cuenta que el rango de las cantidades que intervienen en los problemas no excedió de 40 y los niños menores cursaban el 2° o 3^er^ grado de primaria en los que se supone que ya deben manejar cantidades mayores a las unidades de primer orden y los algoritmos de suma y resta.

- Es importante mencionar que de todos los problemas planteados, los que mas conflicto causaron en las respuestas de los niños fueron los correspondientes a la 5ª y 6ª categorías, tanto en los que comprendieron, como en los que no comprendieron los problemas.

  - En el problema de la 3ª categoría los sujetos se mostraron mas seguros de sus resultados.
  - Probablemente la razón de lo anterior es que en estos problemas no existen transformaciones, solo se da una relación estática entre un estado, y el otro, y para obtener el resultado sólo hay que restar o buscar el complemento aditivo que da la solución al problema.

5.- ANALISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS DE ACUERDO CON TIPOS DE PROBLEMAS INVENTADOS POR LOS NIÑOS A PARTIR DE LOS RESULTADOS.

De acuerdo a tipos de problemas planteados, se les pidió a los sujetos que plantearan un problema similar al que habían resuelto obteniéndose los siguientes resultados que nos permitieron elaborar un cuadro y una gráfica para realizar el análisis.

TABLA 4-9. PROBLEMAS INVENTADOS TANTO POR LOS QUE COMPRENDIERON LOS PROBLEMAS COMO POR LOS QUE NO LOS COMPRENDIERON.

CATEGORIA DE LOS PROBLEMAS	PROBLEMAS INVENTADOS DE ACUERDO A LAS CATEGORIAS PLANTEADAS						OTROS DIVISION O MULTIPLICACION	NO INVENTARON NINGUN PRO-	TOTAL
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª			
1ª	19	6					1	4	30
2ª	6	16	2				1	5	30
3ª	2	2	21	1				4	30
4ª	1	18	2	2		1	1	5	30
5ª	1	7	5	10	2			5	30
6ª	2	6	4	0	1	8		9	30
TOTALES	31	55	34	13	3	9	3	32	180
%	80%						2%	18%	100%

De acuerdo a los resultados que aparecen en la tabla y en la gráfica, se puede observar que el 82% de los casos, los niños pudieron inventar un problema, después de haber resuelto otro. Este es un dato importante porque en el trabajo cotidiano el único que propone problemas es el maestro, y existe una idea generalizada en el sentido de que los propone problemas es el maestro, y existe una idea generalizada en el sentido de que los niños son incapaces de inventar problemas.

En general los problemas que los niños inventaron con mas frecuencia corresponden a las 1ª y 2ª categorías debido probablemente a que estos modelos son prácticamente los únicos que se les presentan dentro del aula. De manera particular se ve que sólo en el 46% de los casos, los problemas inventados corresponden a la misma categoría que se les planteó, a pesar de que la consigna era "inventar un problema parecido". La razón es que los niños tuvieron dificultad para inventar problemas de las tres últimas categorías y eligieron otras opciones. No sucede lo mismo con las tres primeras, en las que en la mayoría de los casos los problemas inventados si corresponden a la misma categoría propuesta.

- Se detectó que algunos niños inventaron problemas en los que se aplicaba el uso de operaciones de multiplicación y división debido probablemente a que durante la etapa de la investigación se les estaba enseñando esos algoritmos, esto nos hace pensar que uno de los objetivos principales de la enseñanza de la matemática sigue siendo la mecanización de los conocimientos en lugar de construirlos y así lograr establecer las relaciones entre los datos de los problemas y las operaciones que pueden servir para encontrar el resultado de los mismos. Sólo en un 18% de los casos los niños pudieron plantear el problema que se les pedía, debido probablemente a que están acostumbrados a realizar los trabajos que se les proponen sin tener la oportunidad de usar su creatividad.

CAPITULO V
CONCLUSIONES

Los aspectos que se abordan en este trabajo son problemas todavía no resueltos que se observan en el ámbito escolar y a los cuales intentamos darles respuesta.

Al analizar los resultados obtenidos nos pudimos percatar de la gran dificultad que presentan los niños al resolver problemas de estructura aditiva, principalmente cuando se cambia el lugar de la incógnita dentro del enunciado del problema.

Existe una relación directa entre la dificultad de los problemas y el tipo de procedimientos utilizados, es decir, ante problemas difíciles, hay mayor tendencia al empleo de procedimientos informales tanto en los niños que comprendieron como en los que no comprendieron los problemas.

Cuando los niños comprenden las relaciones planteadas,no siempre hacen uso de procedimientos canónicos, en ocasiones resuelven los problemas recurriendo a procedimientos informales. Se puede concluir que las representaciones producidas por los niños tienen diferentes significados, ya que los sistemas simbólicos utilizados no poseen todas un carácter funcional.

En los problemas cuyos datos numéricos no se prestan a ser tratados por un cálculo mental, el niño requiere del apoyo gráfico para efectuar la operación, como una ayuda para tratar el problema y, dado el caso, conceptualizarlo.

Sin embargo, en algunos casos los niños resuelven los problemas mediante el cálculo mental a través de representaciones informales, pero cuando el investigador les dice "ahora hazlo con una cuenta" algunos niños son capaces de utilizar los procedimientos canónicos. Lo anterior hace pensar que los procedimientos espontáneos no deben considerarse como definitivos para establecer hasta donde saben los niños.

Así, se puede advertir que distintas operaciones del pensamiento pueden ser representadas con los mismos significantes. En una misma operación aritmética se proyectan cálculos relacionales distintos, es decir, una cosa es conceptualizar un problema mental, y otra encontrar los significantes (símbolos y signos gráficos) adecuados para representar el procedimiento de solución empleado. Esto es significativo, ya que nos hace ver que el niño es capaz de producir procedimientos y representaciones que no le han sido transmitidos a través de una práctica escolar; aún cuando no se haya apropiado de las representaciones convencionales, sus procedimientos y representaciones reflejan la comprensión que tiene del problema.

Así mismo, para dar solución a un problema no es suficiente el hecho de que los niños conozcan las reglas aritméticas, ya que aunque poseen este conocimiento no les es suficiente para dar solución a los problemas, si no habían comprendido las relaciones planteadas en el mismo. Sin embargo, cuando los niños desconocen los algoritmos de las operaciones requeridas, pero comprenden las relaciones, resuelven los problemas recurriendo a procedimientos informales.

También se observó que las cantidades implicadas en los problemas juegan un papel importante en la elección del procedimiento a utilizar, las cantidades pequeñas favorecen el empleo de procedimientos informales mientras que las cantidades grandes o las cantidades continuas propician la utilización de procedimientos canónicos.

Sin embargo, la ubicación de la incógnita, también es determinante en la elección de los procedimientos ante los problemas en los que la incógnita no está al final, los niños recurren más al uso de procedimientos informales.

Dentro de los resultados obtenidos se observó que los alumnos de la Escuela particular fracasaron más al resolver los problemas, debido probablemente a que en este grupo se le dió mas peso a la información, sin tomar en cuenta el proceso cognitivo de los alumnos así como los factores que intervienen en el desarrollo, esto no solo se da en la escuela particular sino que es parte de la práctica docente cotidiana en casi todas las instituciones.

Es importante señalar que en muchas ocasiones los alumnos no validan sus resultados y se muestran inseguros de ellos, lo que es ocasionado probablemente por la enseñanza tradicional en la cual se acostumbra al niño a que el único que decide si están o no resueltos correctamente los problemas es el maestro, y no se les da la oportunidad de confrontar sus resultados con sus compañeros para que los comparen, corrijan y validen sus resultados.

Por último, se observó que contrariamente a lo que los maestros piensan, los niños pueden inventar y redactar problemas sin dificultad, lo que nos demuestra que son creativos y capaces de construir sus propios conocimientos y no sólo debe ser el profesor el que los transmita.

Al comparar resultados obtenidos en las investigaciones realizadas por D.G.E.E. y por Vergnaud, y la hecha por nosotras se puede afirmar que el tipo de problemas que un niño puede comprender y resolver no depende de la edad cornológica que éste tenga sino de su nivel de desarrollo cognitivo asi como el manejo mecánico de los algoritmos, tampoco garantiza la comprensión de las relaciones que se dan al interior de los mismos.

Por lo antes señalado en este trabajo, se considera que es importante que los maestros conozcan algo más acerca de la construcción de los conocimientos y a qué leyes obedece el aprendizaje, tomando en cuenta que lo primero no es una simple copia de la realidad y que el sujeto que aprende tiene un papel muy activo que jugar para hacer suyos los contenidos que la realidad le propone, también es necesario respetar el proceso de adquisición de los conocimientos, así como el ritmo o tiempo de adquisición, no se puede violentar, un proceso sí se puede facilitar y ésta es nuestra tarea como educadores.

De todo lo anterior proponemos que en el quehacer docente los maestros realicemos un análisis de los comportamientos de los niños en relación con las tareas escolares en términos de procedimientos y tipos de errores, lo cual nos permite identificar y validar las hipótesis planteadas primero sobre el funcionamiento del sistema cognitivo del niño, con el fin de propiciar y valorar las respuestas y procedimientos informales antes de hacer uso de las formas canónicas que la escuela exige, por lo que se invita al lector interesado en este trabajo a continuar en la investigación de dichos planteamientos.

BIBLIOGRAFIA

ESCARBAJAL ¿Qué problema resuelve el niño? Artículo de: Laboratorio de Psicología, Universidad de París No.18, 1984. traducción realizada por: Clotilde Juárez.

GOMEZ, Margarita Psicología Genética y Educación. Dirección General de Educación Especial, 1986.

PIAGET J. e INHELDER B. Génesis de las estructuras Lógicas elementales, Ed. Guadalupe. 1978.

SEVE L., VERRET M. SNYDER G., El fracaso escolar Ediciones de cultura popular. México. 1979

VELASQUEZ IRMA, BLOCK DAVID, BOTELLO HECTOR y otros, Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Fascículo I "El Sistema Decimal de Numeración". 1ª edición. Dirección General de Educación Especial, México, 1987.

VELASQUEZ IRMA, BALBUENA HUGO, BLOCK DAVID y otros Problemas y operaciones de suma y resta. Fascículo 2. 1ª edición, Dirección General de Educación Especial. México, 1988.

VERGNAUD Gérard. Actividad y conocimientos operatorios. Artículo de: "Operaciones cognoscitivas del

VERGNAUD Gérard. Actividad y conocimientos operatorios. Artículo de: "Operaciones cognoscitivas del desarrollo del pensamiento en la adición y sustracción". Lawrence Erlbaum. 1981.

VERGNAUD, Gérard. El niño, las matemáticas y la realidad. Trillas, México, 1991.

VERGNAUD, Gérard. Representaciones matemáticas. Las malas relaciones significado-significante ¿se puede mejorar?. Artículo del centro de Estructuras de los procesos cognitivos y el lenguaje. París, 1982.

VERSHAFFEL L. y E. de Corte. Estrategias de solución de niños de primer grado a problemas con enunciación. Artículo de: La Universidad de Louven. Bélgica.