SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD AJUSCO
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA

ATENDIENDO EL REZAGO EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO: EL CASO DE KATIA Y LA FRACCIÓN COMO MEDIDA.

TESINA
(RECUPERACIÓN DE EXPERIENCIA PROFESIONAL)

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

PRESENTA:

NILSEN MARELY GARCÍA PUEBLA

ASESOR:

DR. JOSÉ LUIS CORTINA MORFÍN

CIUDAD DE MÉXICO, AGOSTO 2019

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.......1
Capítulo I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.......3
Capítulo II: MARCO REFERENCIAL.......8
La fracción como medida........8
La fracción como medida en el currículo mexicano........9
Capítulo III: METODOLOGÍA.......17
Capítulo IV: LA EVALUACIÓN INICIAL.......20
Capítulo V: LA EVOLUCIÓN DEL APRENDIZAJE DE KATIA.......24
Primera sesión: 27 de octubre de 2018.......24
Segunda sesión: 3 de noviembre de 2018.......26
Tercera sesión: 10 de noviembre de 2018.......30
Cuarta sesión: 17 de noviembre de 2018.......32
Quinta sesión: 24 de noviembre de 2018.......35
Sexta sesión: 1 de diciembre de 2018.......40
Séptima Sesión: 8 de diciembre de 2018.......43
Octava sesión: 11 de diciembre de 2018.......47
Novena sesión: 18 de diciembre de 2018.......49
Décima Sesión: 19 de enero de 2019.......51
Decimoprimera sesión: 26 de enero de 2019.......53
Decimosegunda sesión: 2 de febrero de 2019.......56
Decimotercera sesión: 16 de febrero de 2019.......59
Decimocuarta sesión: 23 de febrero de 2019.......63
Decimoquinta sesión (última): 2 de marzo de 2019.......67
Capítulo VI: EVALUACIÓN FINAL.......71
CONCLUSIONES.......82
RECOMENDACIONES.......85
ANEXOS.......86
Anexo 1: Instrumento de evaluación inicial.......86
Anexo 2: El Tlacotl y los "pequeños".......89
Anexo 3: Instrumento de evaluación final.......90
BIBLIOGRAFÍA.......96

INTRODUCCIÓN

En esta tesina se reporta un breve estudio de intervención educativa que implicó apoyar el aprendizaje de las fracciones de una alumna de quinto grado de primaria, a quien me refiero con el seudónimo de “Katia”. La intervención se realizó bajo un esquema de clases extraescolares de regularización. Se implementaron 15 sesiones de enseñanza en las que trabajé de manera individual con la alumna. Cada sesión duró aproximadamente 40 minutos.

Katia era una alumna de bajo desempeño escolar, considerada por la responsable de la Unidad de Apoyo a la Educación Regular (USAER), de su zona escolar, como una niña que necesitaba de atención especial para enfrentar barreras para el aprendizaje, de diversas asignaturas pero principalmente en Matemáticas.

Durante la intervención se hizo uso de la secuencia de enseñanza de la fracción como medida diseñada por Cortina, Visnovska y Zúñiga, (2014). Los resultados de la aplicación de dicha metodología fueron, en general, muy favorables. Katia desarrolló una concepción de las fracciones como medida, que le permitió establecer correctamente desigualdades entre fracciones unitarias y ubicar fracciones propias e impropias en la recta numérica.

La tesina contiene seis capítulos. En el primero (Planteamiento del Problema), hago una contextualización general de la problemática que justifica el estudio realizado. Describo la labor docente que he realizado durante ocho años y las deficiencias que he encontrado en el aprendizaje de las fracciones de muchos alumnos. Explico también cómo esta problemática ha sido reconocida por investigadores que han realizado estudios estadísticamente representativos.

En el segundo capítulo (Marco Referencial), presento una descripción de qué es la fracción como medida, basándome en la literatura en el campo. También hago una revisión de cómo el curriculum mexicano y los libros de texto obligatorios abordan esta forma de interpretar fracciones.

En el tercer capítulo (Metodología) describo la forma en que se realizó el estudio y cómo fue documentado. También describo la secuencia de enseñanza utilizada.

En el cuarto capítulo (Evaluación Inicial), describo la evaluación que le realicé a Katia antes de las sesiones de enseñanza. Ahí explico cómo su comprensión de las fracciones era precaria. En general, trataba siempre de interpretar a las fracciones como si fueran números naturales.

El capítulo cinco (La intervención). Doy cuenta de qué se fue haciendo, sesión por sesión, y de cómo fue progresando el aprendizaje matemático de Katia.

En el último capítulo (Evaluación Final), se describen los resultados que obtuvo Katia en la evaluación final que le apliqué. Esta evaluación incluyó los mismos problemas de la evaluación inicial y varios nuevos. Explico cómo el avance de Katia en su comprensión de fracciones fue muy significativo.

La tesina también incluye una sección de conclusiones y recomendaciones. Aquí explico las implicaciones del trabajo realizado con Katia para los maestros que como yo, estamos preocupados por cómo se están enseñando y aprendiendo las fracciones en la educación primaria.

Capítulo I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Yo, la autora de esta tesina, tengo ocho años de experiencia docente. Inicialmente me formé como Asistente Educativo en un Centro de Capacitación para el Trabajo Industrial. Primero trabajé con niños de “maternal”. Después, fui maestra de preescolar durante un año. Más adelante fui maestra de primaria en una escuela privada ubicada en San Pablo Oztotepec, en Milpa Alta, durante dos años y medio. Tuve a mi cargo al grupo de primer grado y, posteriormente, el de tercero.

Me considero una maestra comprometida con mi quehacer. Siempre asistí con gusto a las capacitaciones que se ofrecían en mi Zona Escolar. Ahí tomé cursos de matemáticas divertidas. También tuve la oportunidad de conocer a profundidad los libros de Desafíos Matemáticos y de analizarlos con compañeros docentes que tenían el mismo grado que yo.

En el 2014, dejé el servicio docente para poder cursar la Licenciatura en Pedagogía en la Universidad Pedagógica Nacional. Sin embargo, he seguido involucrada en la tarea educativa. Doy clases de regularización a los niños de mi pueblo, San Pablo Oztotepec, los sábados y en períodos vacacionales. He trabajado con estudiantes de todos los grados de primaria. Les apoyo a realizar tareas, a resolver guías y a prepararse para los exámenes. También procuro ayudarlos para que se nivelen, ya que típicamente mis alumnos tienen rezagos en áreas como la comprensión lectora, la producción de textos y, sin duda, en matemáticas.

Con base en mis ocho años de experiencia docente, he podido notar que uno de los contenidos matemáticos que más se les dificulta aprender a los alumnos de tercero, cuarto, quinto y sexto de primaria, son las fracciones. La mayoría de los niños con los que he trabajado, no entienden la diferencia entre el numerador y el denominador de una fracción. Muy pocos parecen lograr comprender por qué no se puede representar en un sólo entero a una fracción mixta, y aún menos logran adquirir los conocimientos que les permitan dimensionar las fracciones como medidas, para poder así ubicarlas en una recta numérica.

Por ejemplo, tuve una alumna de tercer grado de primaria que me trajo su libro de Desafíos Matemáticos, (SEP, 2014) en el que, a petición de su maestra, trabajó la siguiente situación. Se trataba de identificar el lugar hasta el cual estarían llenos varios vasos de agua, según se indicaba con fracciones (ver Figura 1.1). En las respuestas de la alumna se notaba que había seguido una lógica que la había llevado a dar respuestas incorrectas. No colocó la fracción 1/2 a la mitad del vaso, sino que la colocó muy abajo. En cambio, la fracción 1/8 la colocó donde el vaso estaría casi lleno. Parecía que había interpretado a las fracciones como números naturales, por lo que para ella el “2” en la fracción “1/2” indicaba poca cantidad de agua y el “8” en “1/8”, mucha. La maestra de la niña le había marcado los errores e indicado cuáles eran las respuestas correctas, pero sin explicarle el porqué.

En los ejercicios siguientes que implicaban envases, también hizo la misma resolución, pero la profesora solo se lo tachó y le mandó a corregir, pero no le explicó el porqué de su error. Fue así como recurrió a mí para que se lo explicara.

Figura 1.1: Extracto del Libro de Desafíos Matemáticos 3er grado primaria (SEP; 2014. p.70)

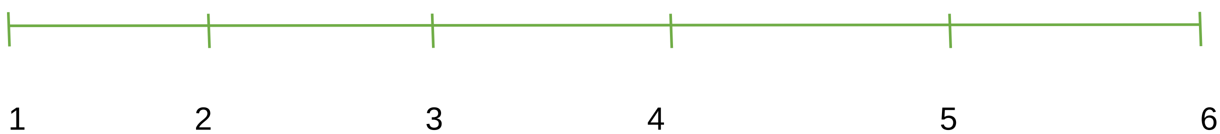
Posteriormente, con un alumno de quinto de primaria, pude observar algo muy parecido. En esta ocasión se trataba de una situación que incluía un ejercicio sobre la dominación y manipulación de la recta numérica, como recurso para ubicar fracciones.

Aquí el alumno, igualmente, presentó dificultades al tener que ubicar fracciones, en este caso impropias, dentro de una recta numérica en la resolución de un examen.

En dicho ejercicio se les pedía que colocaran las siguientes fracciones:

a) ½ b) 3/4 C) 7/6 d) 8/2

Cuando colocó las fracciones un medio y tres cuartos, no presentó ninguna dificultad para hacerlo de forma correcta, ya que como él mismo me mencionó, esas ya son fracciones que se sabía de memoria. El segmento lineal estaba dividido de la siguiente manera:



Cuando se dispuso a acomodar las fracciones 7/6 y 8/2, le resultó más difícil. Su argumento, era que no podría colocar el 7 si la recta solo terminaba en 6, por lo que consideró que la recta tenía que ser extendida para poder colocar las fracciones 7/6 y 8/2.

Haciendo una revisión de la literatura, para la realización de este proyecto, pude percatarme que las dificultades de mis alumnos con las fracciones son similares a las que presentan muchos niños en México. Por ejemplo, los resultados de la evaluación aplicada en el 2015, como parte del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), sugieren que la mayoría de los niños mexicanos terminan la primaria con un conocimiento precario de las fracciones.

Esta evaluación, (INEE, 2015) identifica cuatro niveles de desempeño. En el Nivel IV se ubica a los alumnos más avanzados, cuyas respuestas sugieren que son capaces resolver problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios. Además, pueden resolver problemas que implican dividir o multiplicar números fraccionarios por naturales, ubicar una fracción en la recta numérica y usar las fracciones para expresar el resultado de un reparto. Estos alumnos también pueden hacer todo lo que se especifica en los niveles más bajos.

En el Nivel III se ubica a los alumnos cuyas respuestas sugieren que no pueden hacer lo que sus pares del Nivel IV, pero sí representar una fracción en un modelo discreto, comparar fracciones y multiplicarlas por un número natural. También pueden usar las fracciones para expresar una división e identificar el dividendo o divisor. Además pueden hacer lo que hacen sus pares de los Niveles II y III.

En cuanto a los alumnos del Nivel II, se considera que sus habilidades con fracciones se limitarían a poder representar una fracción en un modelo continuo. Finalmente, se considera que los alumnos ubicados en el Nivel I tendrían habilidades matemáticas limitadas. Por ejemplo, serían capaces de escribir y comparar números naturales. Pero no de leer y realizar operaciones básicas con números naturales, ni de representar gráficamente fracciones comunes.

En la evaluación PLANEA (INEE, 2015). Se ubicó al 6.8 % de los alumnos en el Nivel IV, al 13.8% en el Nivel II, al 18.9% en el Nivel III y al 60.5% restante en el Nivel I. Estos resultados sugieren que sólo un poco más de un quinto de los estudiantes mexicanos logran un dominio satisfactorio de las fracciones al concluir la primaria, mientras que el nivel de comprensión que logran 6 de cada 10 de estos alumnos es poco más que nulo.

En la evaluación más reciente de PLANEA, llevada a cabo por el INEE, (2018), los resultados muestran una situación muy similar. El 8.2 % de los alumnos fue ubicado en el Nivel IV, el 14.8% en el Nivel II, el 17.9% en el Nivel III y el 59.1% restante en el Nivel I.

La investigación realizada por Cortina, Cardoso, y Zúñiga (2012) ayuda a dimensionar el tamaño del problema. Estos investigadores aplicaron 297 cuestionarios, en 13 escuelas, a alumnos mexicanos de sexto grado. Encontraron que

20% de ellos aún no asociaba de manera consciente la inscripción ½ con la noción de mitad.

Como puede notarse, los muy bajos niveles de comprensión de las fracciones, que he detectado en los niños con los que he trabajado durante mi carrera educativa, de ninguna manera pueden considerarse atípicos. Por el contrario, parecerían ser la norma en el alumnado mexicano. Esto es problemático, ya que, como se explica a continuación, las fracciones son muy importantes en el desarrollo matemático de los niños.

Según Llinares y Sánchez (1997), los usos sociales y comerciales de las fracciones en la vida cotidiana son bastante limitados: sólo en algunas actividades se utilizan las mitades, tercios, cuartos, octavos y doceavos; la resta de fracciones se presenta raramente y la división casi nunca. Sin embargo, estos autores, al hacer una revisión de la literatura internacional, reconocen al aprendizaje de las fracciones como necesario para adquisición posterior de múltiples conocimientos, tanto matemáticos como científicos. Al parecer, conceptos como el de "número racional" y "magnitud continua" sólo pueden entenderse adecuadamente si antes se ha adquirido el concepto de fracción. Además, Llinares y Sánchez mencionan que se ha documentado que existe una relación muy fuerte entre el nivel de comprensión que alcanzan los niños de las fracciones, en la escuela primaria y su aprendizaje posterior del álgebra.

Como profesional de la educación, la pobre comprensión de las fracciones me preocupa, no sólo por la enorme cantidad de niños que tienen este problema, sino porque reconozco que los esfuerzos que comúnmente he realizado en mi práctica, para apoyar a mis alumnos a que avancen, han sido poco efectivos. Eso me ha llevado a buscar nuevas formas de enseñar las fracciones y explorar si serían efectivas con el tipo de alumnos a los que atiendo. En la presente tesina reporto un avance importante en esta búsqueda.

Capítulo II: MARCO REFERENCIAL

La fracción como medida.

Courant y Robbins (2002), en su estudio sobre los conceptos y métodos fundamentales de las matemáticas, reconocen el origen de las fracciones (y de los números racionales en general) en la actividad de *medir*. Ellos explican que los números enteros son abstracciones de contar colecciones finitas de objetos. Pero en la vida cotidiana no solo se necesita contar objetos individuales, sino también medir cantidades tales como la longitud, el área, el peso y el tiempo. Así, estos matemáticos consideran que para poder operar libremente con las medidas de cantidades "que pueden ser subdivididas de manera arbitraria y fina" (p.77), es necesario extender el dominio de la aritmética más allá de los enteros.

Según Courant y Robbins, el primer paso consiste en reducir el problema de medir al problema de contar. Para medir, primero se tiene que escoger una unidad de medición, a la que se le asigna la medida "1". Después se cuenta el número de tales unidades que, acumuladas, constituyen la cantidad que se tiene que medir.

Sin embargo, el proceso de contar unidades no siempre dará un resultado "exacto", por lo que la cantidad medida no será mensurable exactamente en términos de múltiplos enteros de la unidad escogida. Lo más que se podrá decir es que una medida se encuentra entre dos múltiplos de la unidad. Courant y Robbins explican que, cuando esto sucede, es necesario dar un paso más, el cual conlleva la introducción de nuevas subunidades, que surgen al dividir la unidad original en un número de partes iguales.

En matemáticas, el simbolismo de una subunidad obtenida al dividir la unidad original 1 en n partes iguales se denota con el símbolo 1/n, según Courant y Robbins. Y si una cantidad dada contiene exactamente m de tales subunidades, su medida denota con el símbolo m/n. Este símbolo es llamado, una *fracción*.

En la literatura en educación matemática, se reconoce que la medida juega un papel muy importante en el desarrollo de una concepción completa del concepto fracción.

Según Mancera (1993), la medida es una de las cinco formas en las que Kieren (1980) citado por Mancera, reconoció que pueden ser conceptualizadas las fracciones, siendo las otras tres: como parte todo, como razón, como operador multiplicativo y como cociente.

La fracción como medida en el currículo mexicano.

En los programas oficiales de estudio y los libros de texto gratuitos editados por la Secretaría de Educación Pública (SEP), la interpretación de la fracción como medida está presente. En el programa de estudios de tercer grado (SEP, 2011), aparece la primera alusión a las fracciones como contenido a ser enseñado, el cual se centra precisamente en la fracción como medida (ver Tabla 1). En el tercer bloque se especifica que los estudiantes deben hacer "uso de fracciones del tipo m/2n (medios, cuartos, octavos, etc.) para expresar oralmente y por escrito medidas diversas" (p. 76).

Cabe mencionar que se consideran estos planes de estudio y no el del 2017, porque los planes de (SEP, 2011), son los utilizados como herramientas de planificación de clases para los docentes de tercero a sexto grado en México.

En el libro de texto oficial de tercer grado, la fracción como medida tiene una presencia importante (ver Tabla 2). Aparece en la lección en la que se introduce el concepto por primera vez (trigésima lección del Libro de tercer grado; SEP. 2014, p. 70). En ella, los niños deben primero indicar el nivel hasta el que están llenos unos vasos, de manera que cada uno contenga una fracción unitaria del contenido total de líquido que le cabe a cada uno: 1/2, 1/4, y 1/8, (ver Figura 2.1).

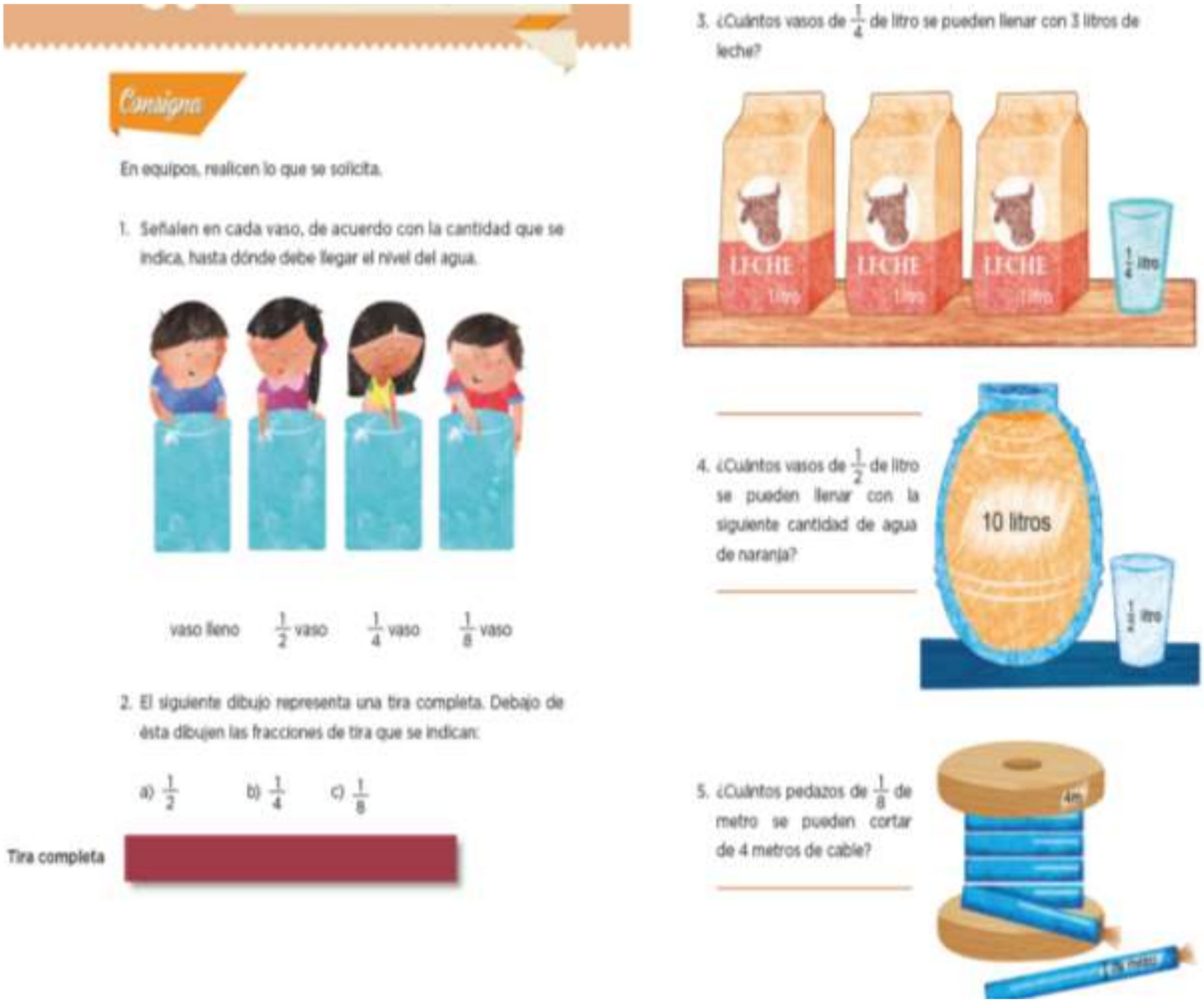


Figura 2.1: Extracto de Desafíos Matemáticos tercer grado. (SEP, 2014. pp. 70-71)

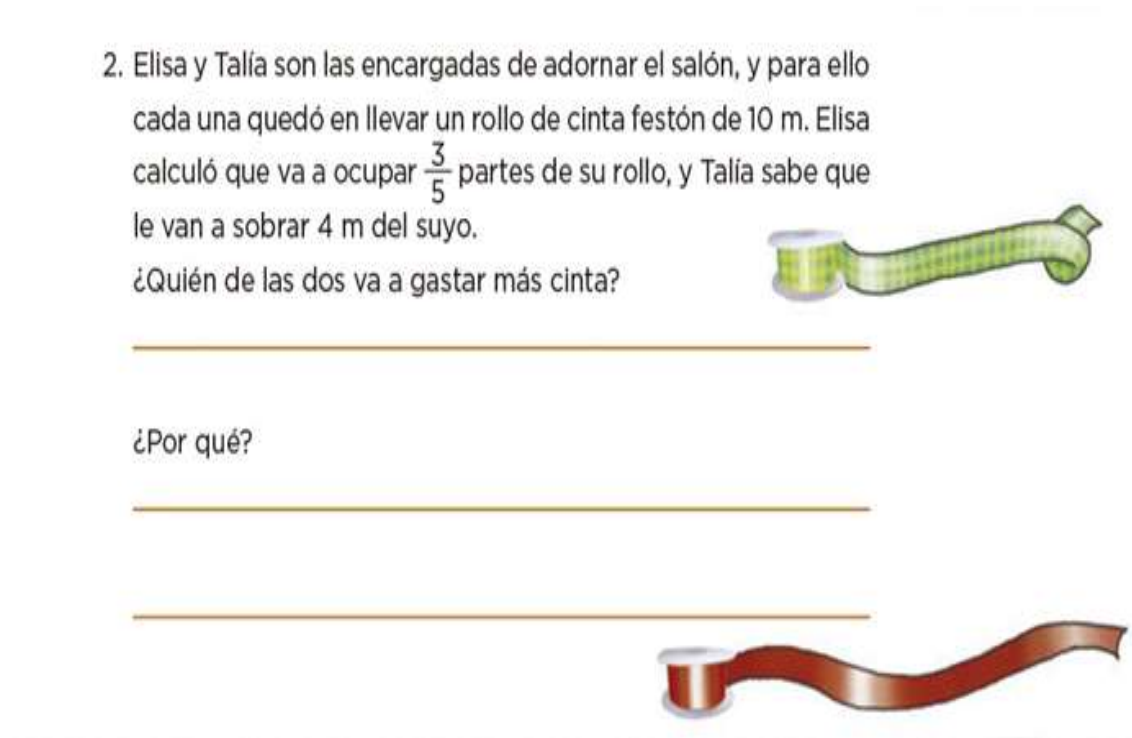
En la actividad que sigue, de la misma lección, deben reconocer estas mismas fracciones como segmentos de una tira. Más adelante, se introducen medidas realizadas con unidades convencionales de capacidad y longitud. Aquí los niños deben responder preguntas similares a: ¿Cuántos cuartos de litro hay en tres litros? ¿Cuántos medios litros hay en diez litros? y ¿Cuántos octavos de metro hay en cuatro metros?

En la siguiente lección (trigésimo primera), se espera que los niños produzcan tiras de 1, 1/2, 1/4, y 1/8 de metro y las usen para medir. Más adelante, el enfoque de las lecciones que incluyen a las fracciones, cambia. Éste se centra en otras interpretaciones fraccionarias, como la de parte-todo y cociente. En las actividades de “fracción como cociente”, se le pide a los niños que repartan cierta cantidad de artículos divisibles entre cierta cantidad de gente; por ejemplo, repartir tres caramelos entre cuatro niños.

La idea de fracción como medida se retoma en varias actividades más en el libro de tercer grado. Por ejemplo, en la lección cuadragésima octava, aparece una actividad en la que hay que resolver problemas que involucran a un conejo que da saltos de 1/2 de metro, una rana que los da de 1/4 y un chapulín de 1/8. En total, son 16 el número de lecciones dedicadas a las fracciones, a partir del bloque tres y hasta el bloque cinco, de las cuales 6 incluyen al menos una actividad que implica interpretar las fracciones como medidas.

En el cuarto grado, la presencia de la fracción como medida es relativamente poca (ver Tabla 1). En el programa de estudios de este grado, aparece especificado únicamente un aprendizaje esperado: “Identifica fracciones de magnitudes continuas o determina qué fracción de una magnitud es una parte dada”, (SEP, 2012, p. 75).

En el libro de texto de cuarto grado, se incluyen un total de 19 lecciones dedicadas a las fracciones, la mayoría de las cuales implica ubicar números enteros y fraccionarios en la recta numérica, o en la partición equitativa de enteros como medio de encontrar equivalencias entre fracciones. Hay sólo una lección (la quincuagésima) con una actividad en la que claramente se trabaja el significado de la fracción como medida (ver Tabla 2). En ella se busca que los alumnos razonen sobre fracciones como segmentos de medidas expresadas en metros (ver Figura 2.2).



2. Elisa y Talía son las encargadas de adornar el salón, y para ello cada una quedó en llevar un rollo de cinta festón de 10 m. Elisa calculó que va a ocupar $\frac{3}{5}$ partes de su rollo, y Talía sabe que le van a sobrar 4 m del suyo.
¿Quién de las dos va a gastar más cinta?

____

¿Por qué?

____

____

Figura 2.2: Extracto de Desafíos Matemáticos Cuarto Grado. (SEP, 2014. p. 97)

En el quinto grado, la interpretación de la fracción como medida no aparece explícitamente en el programa de estudios (ver Tabla 1). En el libro de texto, hay 17 lecciones vinculadas a las fracciones, de las cuales siete incluyen al menos una actividad en la que se tiene que trabajar con fracciones en su interpretación de medida. Un ejemplo es la primera lección del libro, la cual contiene actividades que requieren sumar y restar fracciones de kilogramo (ver Figura 2.3). En general, la fracción como medida se utiliza en el libro para tratar varios contenidos, incluyendo adición y sustracción de fracciones (lecciones primera y segunda), equivalencias entre unidades de medida (lecciones décimo tercera y septuagésima tercera), tasas y razones (lección trigésimo sexta) y multiplicación de fracciones por un número natural (lección trigésimo octava), (ver Tabla 2).

En parejas, lean la siguiente tabla y con base en la información contesten las preguntas.

En la cocina económica Siempre sabroso, las cocineras anotaron en el pizarrón la cantidad de queso que se empleó durante el día para preparar los alimentos y así saber si era necesario comprar más queso para los demás días.

	Queso oaxaca	Queso chihuahua
Sopas	$\frac{1}{2}$ kg	
Quesadillas	$\frac{4}{6}$ kg	$\frac{1}{2}$ kg
Aderezos		$\frac{7}{8}$ kg
Botana	$\frac{1}{3}$ kg	$\frac{3}{4}$ kg

a) ¿Cuánto queso oaxaca se usó al término del día?

____

b) ¿Cuánto queso chihuahua se usó al término del día?

____

c) Si compraron $2\frac{1}{2}$ kg de queso oaxaca, ¿cuánto quedó al final del día?

____

Figura 2.3: Extracto de Desafíos Matemáticos. Quinto grado. (SEP, 2014. p.12)

En sexto grado, la interpretación de fracción como una medida, tampoco aparece en el programa de estudios, como aprendizaje esperado (ver Tabla 1). En el libro de texto, hay 18 lecciones vinculadas a las fracciones, de las cuales seis incluyen al menos una actividad en la que se tiene que trabajar con fracciones en su interpretación de medida. Por ejemplo: suma de fracciones (lección sexta), multiplicación de un entero por una fracción (lecciones octava y sexagésima primera), medición de áreas (lección novena), medición de longitudes (lección trigésimo quinta), así como equivalencias entre fracciones y decimales (lección quincuagésima quinta), (ver Tabla 2).

Aprendizajes esperados vinculados a la fracción como medida en los programas de estudio SEP.			
Grado	Bloque	Aprendizajes esperados	Página
Tercero	III	“uso de fracciones del tipo m/2n (medios, cuartos, octavos, etc.) para expresar oralmente y por escrito medidas diversas”	76
	IV y V	No aparece	
Cuarto	I	No aparece	
	II	“Identifica fracciones de magnitudes continuas o determina qué fracción de una magnitud es una parte dada”	75
	III, IV y V	No aparece	
Quinto	I, II, III, IV y V	No aparece	
Sexto	I, II, III, IV y V	No aparece	

Tabla 1: Clasificación de aprendizajes esperados vinculados a la fracción como medida en los programas de estudio SEP.

Lecciones de los libros de texto gratuitos de Desafíos matemáticos, vinculados a la fracción como medida.			
Grado	Bloque	Número y título de la lección	Página
Tercero	III	Trigésima: Medios cuartos y octavos. Trigésimo primera: Con el metro	70 71
	IV	Cuadragésima octava: Reparto de manzanas, (actividad 2) Quincuagésima: Moños Quincuagésima primera: De varias formas	106 109 111
	V	Sexagésima Séptima: ¿Estás seguro?	148
Cuarto	I	No aparece	
	II	No aparece	
	III	Quincuagésima: La fiesta sorpresa	97
	IV	No aparece	
	V	No aparece	
Quinto	I	Primera: ¿Cuánto es en total? Segunda: ¿Sumar o restar? Décimo tercera: Mayores y menudeo	10 12 32
	II	No aparece	
	III	Trigésima sexta: ¿Cuál es mayor? Trigésima séptima: Comparación de cantidades Trigésima octava: ¡Atajos con fracciones!	78 80 81
	IV	Septuagésima tercera: El litro y la capacidad	140
	V	No aparece	
Sexto	I	Sexta: Vamos a completar Octava: El equipo de caminata Novena: El rancho de Don Luis	15-16 19 20
	II	No aparece	
	III	Trigésima quinta: ¿Quién es el más alto?	72
	IV	Quincuagésima quinta: Los jugos Sexagésima primera: Circuito de carreras	112 118
	V	No aparece	

Tabla 2: Clasificación de lecciones vinculadas a la fracción como medida, de los libros de texto gratuitos, de Desafíos Matemáticos SEP.

Como puede verse, de manera global, explícitamente la fracción como medida aparece dos veces en los programas de estudio de primaria, mientras que en los libros de texto gratuitos se incluyen un total de 20 lecciones en las que se retoma esta interpretación. Además, es en el quinto grado donde tiene más presencia.

Capítulo III: METODOLOGÍA

El tipo de metodología que utilicé es de tipo cualitativo. Ya que me permite describir, cualidades, aptitudes, actitudes y acciones respecto a las fracciones, en Katia. Lo que se pretende por medio de esta, es mostrar evidencias sobre la importancia que tiene la aplicación de nuevas estrategias de enseñanza en el tema de fracciones, esto para apoyar a Katia en el desarrollo de su vida académica, obteniendo conocimientos sobresalientes sobre este tema. Favoreciendo el aprendizaje actitudinal, afectivo y cognitivo en ella.

El estudio lo realicé con una niña de quinto grado de primaria; como se mencionó en la introducción, a la cual me referí con el seudónimo “Katia”. El trabajo implicó instrumentar entre 10 y 20 sesiones individuales de enseñanza, a lo largo del ciclo escolar 2018-2019, todas en días sábado. Las sesiones duraron entre 40 minutos y una hora, y fueron video grabadas. Además, tomé fotografías de todos los trabajos que realizó Katia.

También, como parte del estudio, le apliqué a Katia dos evaluaciones. Una antes de las sesiones de enseñanza y otra después.

Katia tenía 10 años, al comenzar la secuencia. Asistía a una escuela primaria pública, del pueblo de San Pablo Oztotepec, en Milpa Alta. Su rendimiento en matemáticas era bajo. Sus calificaciones en matemáticas oscilaban entre 6 y 7. Además, era considerada por su maestra de grupo y también por la responsable de USAER, de la zona escolar, como una alumna que necesitaba de una atención especial (como se mencionó en la introducción), debido a las barreras de aprendizaje, que presentaba en diversas asignaturas, pero principalmente en matemáticas.

Se usó, a lo largo de las sesiones, la secuencia de enseñanza diseñada por Cortina, Visnovska y Zúñiga (2014), la cual se centra en el significado de la fracción como medida. La secuencia implica ir procurando, ordenadamente, siete objetivos de aprendizaje:

1) Medir longitudes correctamente, usando unidades no convencionales.
2) Reconocer los beneficios de usar una unidad de medida estandarizada.
3) Reconocer la necesidad de usar subunidades de medida, del tamaño de una fracción unitaria.
4) Hacer las subunidades de medición, (ver Anexo) y representarlas simbólicamente, además de entender la relación que guardan entre ellas, de acuerdo con su tamaño (orden de las fracciones unitarias).
5) Medir con las subunidades y saber representar las medidas como fracciones.
6) Determinar correctamente el tamaño de una medida fraccionaria, en relación con el tamaño de la unidad (mayor, menor o igual).
7) Representar las medidas con notación convencional e identificar el lugar que ocupan en la recta numérica.

Para lograr dichos objetivos, la secuencia propone el uso de medios de apoyo específicos, entre los que se incluyen narrativas sobre como medía la gente en la antigüedad, uso de ciertas herramientas de medición, así como particulares de llamar a las medidas y de representarlas (ver Capítulo V).

Cabe mencionar que la secuencia de Cortina y colegas es innovadora en tanto que se centra en el significado de fracción como medida. Además, procura apoyar en los estudiantes imágenes de las fracciones distintas a las de la partición equitativa de un entero o unidad. Esta secuencia me resultó interesante por ser innovadora y porque ha probado ser viable en algunos salones de clase (Juárez, 2017).

El objetivo principal del estudio que realicé fue indagar si la propuesta de Cortina y sus colegas sería efectiva para apoyar el aprendizaje de las fracciones de niños con las características de quienes acuden a mí, para que les dé clases de regularización. En otras palabras, el objetivo fue indagar si la propuesta sería efectiva para apoyar el aprendizaje de las fracciones de una niña como Katia.

El logro de los objetivos planteados en la Metodología, de esta intervención y el proceso de aprendizaje en el que se fueron cumpliendo, se especificará más a detalle en el Capítulo V.

Capítulo IV: LA EVALUACIÓN INICIAL

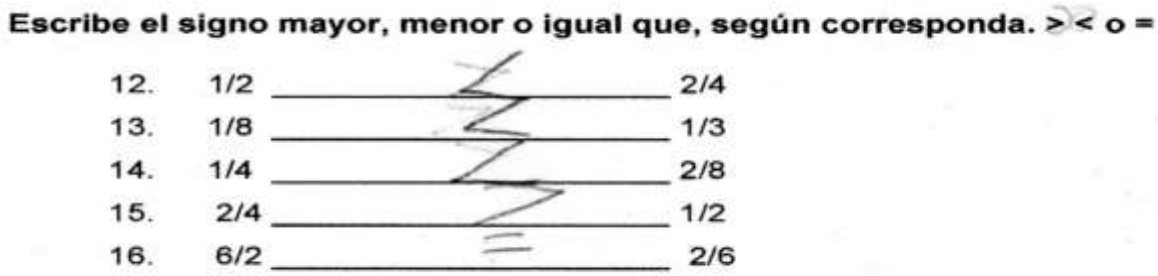
Como ya mencioné, antes de comenzar las sesiones de trabajo con Katia, le apliqué una evaluación. Ella la contestó de forma escrita en mi presencia. Yo leí con ella cada una de las consignas y le aclaré dudas sobre éstas cuando fue necesario.

El propósito principal de la evaluación fue identificar qué sabía Katia de las fracciones. Aproveché también para indagar sobre sus conocimientos de la multiplicación y del sistema de numeración indo arábigo. La aplicación de la evaluación duró aproximadamente 70 minutos.

En una de las secciones de la evaluación, le pedí a Katia que escribiera con letra el nombre de seis números escritos como fracciones: $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{2}{8}; \frac{2}{5}$ y $\frac{3}{2}$. De manera consistente, Katia escribió los nombres como si se trataran de números naturales de dos cifras. Ella escribió: “dose” (doce), “catorse” (catorce), “disioyo” (dieciocho), “veniti ocho” (veintiocho), “denti sinco” (veinticinco) y “trenta y dos” (treinta y dos). En general, sus respuestas me indicaron que Katia estaba poco familiarizada con las inscripciones fraccionarias y con la forma convencional de nombrarlas.

En la evaluación, también le pedí que comparara cinco pares de fracciones y que estableciera cuál era mayor o si eran equivalentes. Dadas sus respuestas al escribir las fracciones, antes de que hiciera cada una de las comparaciones, yo le leí los números que debía comparar; por ejemplo, “qué es más mayor, un medio o dos cuartos”. Además, me aseguré de que el símbolo que usara coincidiera con lo que ella creía. Esto último hizo que, en algunos casos, Katia tuviera que usar su goma y hacer algunas correcciones.

Como puede notarse en la Figura 3.1, en tres comparaciones, Katia consideró erróneamente que la fracción mayor era la que tenía los números naturales más grandes (esto es, 2/4>1/2, ejercicio 12 y 15). En otra, consideró erróneamente que dos fracciones con los mismos números naturales eran equivalentes (esto es, 6/2=2/6).



Escribe el signo mayor, menor o igual que, según corresponda. > < o =

12. 1/2 ____<____ 2/4
13. 1/8 ____<____ 1/3
14. 1/4 ____>____ 2/8
15. 2/4 ____>____ 1/2
16. 6/2 ____=____ 2/6

Figura 3.1: Extracto de evaluación diagnóstica de Katia, reactivos del 12 al 16.

En la evaluación también procuré indagar sobre cómo ella entendía las fracciones en su interpretación como medidas. Así, le pedí que indicara en la imagen de un envase que tenía forma de prisma cuadrangular el nivel hasta el cual estaría el líquido que podría contener, de acuerdo con las siguientes fracciones: $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{3}{4};\frac{2}{4};\frac{1}{3};\ \frac{2}{3}$ y $\frac{1}{10}$. En esta ocasión, también yo leí el nombre de cada fracción, antes de que ella marcara el lugar que le correspondería. Sus respuestas se muestran en la Figura 3.2. Como puede notarse, ella interpretó las fracciones como si fueran números naturales. Basándose sobre todo en el número del denominador, colocó más abajo las fracciones con los números más pequeños en el denominador.

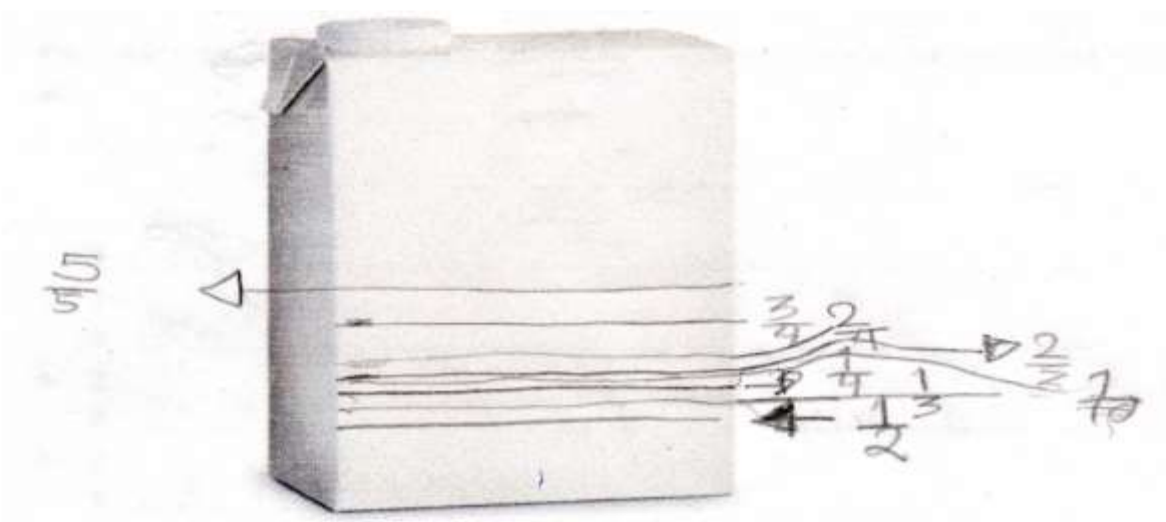


Figura 3.2: Extracto de evaluación Diagnóstica de Katia pág. 2

En una última actividad de la evaluación que implicaba a las fracciones, le pedí que ubicara el lugar que le correspondería a cuatro fracciones, en una recta numérica que iba del cero al dos. Las fracciones eran: $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{4}{2};$ y $\frac{3}{8}$. En la Figura 3.3 se puede ver cómo Katia colocó todas las fracciones en las mismas marcas de los números enteros. Además de haber alternado la fracción una de las fracciones, escribiendo 2/4, en lugar de 4/2.

Figura 3.3: Extracto de evaluación Diagnóstica de Katia. Recta numérica.

En general, la evaluación me mostró que Katia era una niña cuyos conocimientos de las fracciones eran inadecuados para una alumna de quinto grado y, también, muy poco útiles para aprender matemáticas más avanzadas. Pareció que, por mucho, su principal referencia al tratar de encontrarle sentido a las fracciones eran sus conocimientos de los números naturales.

En cuanto a las actividades incluidas en la evaluación basada en otros contenidos, el desempeño de Katia fue un poco mejor. Reconoció correctamente el nombre de los numerales 102, 299, 2056 y 3345, pero no el de 11234. También pudo resolver correctamente un problema que implicaba saber cuánto se pagaría por ocho paletas, sabiendo que cada una costaría 6 pesos; lo hizo contando de seis en seis. Sin embargo, no pudo responder un problema en el que tenía que averiguar cuántos girasoles se podrían sembrar si se hicieran siete filas, con cuatro girasoles en cada una.

De manera global, la evaluación mostró que Katia era una niña con conocimientos matemáticos muy limitados para su grado escolar. Con base en las evaluaciones del INEE, analizadas en el Capítulo I, se podría decir que su desempeño, en el momento de la evaluación, era similar al de muchísimos alumnos más (quizá la mayoría), que cotidianamente asisten a las escuelas primarias mexicanas. Y, sin duda, el desempeño de Katia fue muy similar al de los niños que, a lo largo de los años, han acudido a mí para recibir clases de regularización.

Capítulo V: LA EVOLUCIÓN DEL APRENDIZAJE DE KATIA

En este capítulo se describe cada una de las sesiones de trabajo con Katia. Éstas se apoyan en la secuencia de enseñanza, diseñada por Cortina, Vinosvska y Zúñiga (2014), centrada en el significado de la fracción como medida.

El trabajo de intervención con Katia consistió en 15 sesiones de clases extraescolares (ver Capítulo III). Éstas se realizaron todos los sábados por las mañanas, del 27 de octubre de 2018 al 2 de marzo de 2019, exceptuando aquellos sábados en los que la alumna se encontraba fuera de la Ciudad de México y aquellos sábados del periodo vacacional de diciembre.

A continuación, se describen todas las sesiones de trabajo, junto con los objetivos que se pretendía lograr en cada una de ellas. Se señala el número de sesión, la fecha y el tiempo de duración de las sesiones. De igual manera, se muestran evidencias del trabajo realizado por Katia.

Primera sesión: 27 de octubre de 2018
Tiempo: 60 minutos
Objetivos:

- Fomentar el interés en la medición usando planteamientos de situaciones cotidianas.
- Medir longitudes correctamente usando unidades no convencionales.

En esta sesión le planteé a Katia, para comenzar, un par de problemas sobre multiplicación. Como en el examen inicial se le complicó la resolución de los mismos, reflexionamos un poco más sobre ello, y se logró que después de una explicación más concreta, poniendo algunos ejemplos en el pizarrón, apoyándome de dibujos; comprendiera y los resolviera de forma exitosa.

Posteriormente, le planteé un problema en el que yo necesitaba ayuda. Se trataba de medir la longitud de unos cortineros, lo que me permitió introducirla a una breve historia sobre la medición en la antigüedad. Al plantearle este tipo de problemas, ella reflexionó sobre cómo podría ayudarme a resolver mi problema. La historia sobre cómo medían nuestros antepasados le generó mucho interés, específicamente sobre los mexicas. Ella comenzó a recordar cómo eran estas civilizaciones, pues me comentó que este tema lo había visto en la escuela, en tercero y cuarto grado. Además de que sus papás la habían llevado, unos días antes, al Centro de la Ciudad, donde pudieron observar a danzantes aztecas haciendo algunos rituales y bailes que le habían llamado mucho la atención.

Le hice algunos cuestionamientos, como por ejemplo: *¿cómo crees que medían los mexicas cuando necesitaban hacerlo?, ¿qué materiales crees que utilizaban para hacer medidas?* Le expliqué que en aquel tiempo no existía la regla, así que ellos tenían que usar otras cosas para medir. Ella reflexionó sobre qué materiales les pudieran haber servido. Sus primeras respuestas fueron partes del cuerpo: los brazos, las manos e incluso mencionó los pies. Y a pesar de que estuve de acuerdo con su respuesta, ella agregó después algunos objetos que también podrían servir para lo mismo: un palo, una piedra y una rama.

Gracias al razonamiento que Katia hizo sobre las diferentes formas que se pueden usar para medir, medimos las ventanas que necesitarían cortineros, apoyándonos en unidades de medida no convencionales (partes del cuerpo). Le recordé a Katia que los instrumentos como la regla, no existían en esas épocas, los antiguos mexicanos debían buscar alternativas para medir. Ella se mostró muy interesada en la narración y propuso medir las ventanas.

Al medir las ventanas, primero quiso usar sus manos. Cuando midió la primera, mencionó que medía 6 manos y media. Esto me permitió saber que tenía algún conocimiento o intuición acerca de los medios, aunque fuera muy poca. Medimos después otra ventana, diferente a la primera. De igual forma procedió a medirla con sus manos, dando una medida de *7 manos y media.* Posteriormente yo medí la misma ventana, también usando las manos, pero la medida resultante fue casi 7 de mis manos, a lo que ella respondió: *Es que sus manos son más grandes que las mías.* Después regresamos a la primera ventana, la cual yo no había medido y ella sí. Le cuestioné si creía que mediría lo mismo con mis manos, que con las suyas; a lo cual respondió que no, porque mis manos son más grandes que las suyas.

Lo anterior nos llevó a cumplir uno de los primeros objetivos de la metodología trabajada, que ella lograra explicar que para medir la ventana se necesitarían menos manos como las mías, porque eran más grandes y más como las de ella, porque eran de menor tamaño. Con base en lo anterior, retomé la problemática de los cortineros y le pregunté si podríamos ir con esas medidas al carpintero. Su respuesta fue negativa. Dijo que el carpintero no nos entendería, porque se confundiría con las dos medidas de las manos.

Entonces usamos otra parte del cuerpo para medir, el brazo. La ventana medía ahora *2 brazos y un cachito* de Katia (dicho así por ella) y *casi 2 brazos* míos. Esto le ayudó a reflexionar de nuevo que no podría ir al carpintero con esas medidas, pues él se confundiría, ya que no solo sus brazos y los míos eran diferentes, sino también los del carpintero lo eran.

Buscó entonces otras opciones, mencionando los dedos o el cuerpo por completo. Pero al preguntarle si había ventajas o desventajas al medir con partes del cuerpo, surgieron en ella muchas dudas. Primero mencionaba que todo era bueno. Después, al reflexionar un poco más, respondía que no todo era así. Sin embargo, no encontraba argumentos claros para decir que sí o que no. Con eso finalizamos la primera sesión.

Segunda sesión: 3 de noviembre de 2018
Tiempo: 60 minutos
Objetivos:

- Reconocer los beneficios de usar una unidad de medida estandarizada.

- Reconocer la necesidad de usar subunidades de medida, del tamaño de una fracción unitaria.

Para comenzar esta sesión realizamos un repaso de la clase anterior. Comencé preguntándole a Katia si recordaba lo que habíamos visto la clase pasada. Ella se tomó un momento para reflexionar y recordar lo que habíamos hecho. Tardó un poco en recordar, al principio. Sin embargo, haciendo un poco más de esfuerzo, mencionó que me había ayudado a medir mis ventanas.

Le replanteé mi problemática con la medida de los cortineros, para mis ventanas, involucrándola en una nueva problemática. Esta vez le comenté que había venido mi hermano a visitarme y que entonces yo aproveché su visita para que me ayudara también a medir las ventanas. Le hice hincapié en que él es muy grande y alto. Katia se mostró sorprendida al escuchar que mi hermano las había medido, ya que nosotras también lo habíamos hecho antes. Al principio ella no entendió bien por qué recurrí a otra ayuda.

Katia recordó que ya habíamos medido las ventanas con nuestras manos y brazos, y que a ella le habían medido seis manos y media. Le mencioné que cuando mi hermano midió la primera ventana, le midió cinco manos. Le comenté que mi hermano fue a la carpintería a llevar las medidas que él, Katia y yo habíamos medido de las ventanas, para comprar los cortineros. El carpintero le dijo que no podía darle cortineros de esa medida porque no eran claras las medidas. Ella argumentó comentando: *pues no porque sus manos y las nuestras son de diferentes tamaños, son más grandes las de él y por eso le midió menos manos que a nosotras.*

Agregué que también mi sobrino, de cinco años de edad, midió las ventanas y a él le salieron diez de sus manos. Cuestioné a Katia por qué ocurrió esta variación en las medidas. Ella respondió: *porque las manos de su sobrino son más pequeñas y necesitó más veces sus manos.* Entonces le comenté que, debido a esto, mi hermano se tuvo que traer los palos enteros y ahora necesitamos medirlos de acuerdo a las ventanas.

Cuestioné: *¿pero entonces cómo podríamos hacerlo?, ¿será bueno o malo medir con las manos?* Katia hizo una reflexión importante. Mencionó que no era tan bueno, debido a que no todos podíamos ir a la carpintería porque el carpintero no nos iba a entender, pues él no sabe exactamente cuánto miden nuestras manos.

Le di un poco más de contexto sobre la relación inversa de los números dentro de la medición, y le hice algunos cuestionamientos, como por ejemplo:

Si viene una persona y mide la ventana, y dice que le midió dos manos, ¿De qué tamaño son sus manos? Ella reflexionó de manera correcta y de inmediato contestó que tendría unas manos muy grandes, “unas manotas” (así comentó ella). Después le pregunté: *y si alguien la mide y dice que le midió cien manos, ¿de qué tamaño serán las manos de quien las midió?* Ella respondió: *serían como de bebé, haciendo alusión a que serían muy pequeñas.*

Katia repensó en otras formas de medir utilizando, por ejemplo, otras partes del cuerpo: como los pies, piernas y brazos. Pero, después de reflexionar un poco más, llegó a la conclusión que no sería tan fácil, debido a que al igual que con las manos, tendríamos las mismas dificultades, porque no todos las tenemos del mismo tamaño. Entonces comentó que necesitaríamos algo más que solo nuestro cuerpo para medir.

Recordamos que los mexicas medían de esta forma, pues ellos no contaban con metro o apoyos de medición como los que se usan en la actualidad. Sin embargo, quizás ellos tuvieron el mismo problema que nosotros: las partes de sus cuerpos no tenían las mismas medidas, por lo que se vieron en la necesidad de buscar otras alternativas.

Retomamos entonces el contexto de la clase anterior con los mexicas. Le comenté que en días pasados me dirigí al Zócalo de la Ciudad de México y ahí me encontré con un danzante azteca, quien me narró una historia sobre la medición que hacían nuestros antepasados mexicas. Le conté al danzante que Katia y yo teníamos dudas sobre cómo medían; entonces él me contó un secreto sobre la vara sagrada de los mexicas, el *Tlacotl*, que les servía para medir. Esta narración es parte de la secuencia, en que se basó la experiencia que se relata.

Le mostré la vara sagrada a Katia. Le expliqué que era de madera (de 24 cm de longitud, pero no le mencioné la medida). Katia se mostró realmente sorprendida e intrigada sobre cómo una vara podría ayudarnos a medir y me preguntó: *¿cómo es que usaban esa vara?*

Le expliqué que, como los mexicas tuvieron el mismo problema que nosotras al medir con partes del cuerpo, empezaron a usar el *Tlacotl* (vara en náhuatl) para medir longitudes. Katia se mostró emocionada al descubrir una nueva herramienta de medición y sobre la historia de cómo surgió. Le pregunté si quería medir algo con el *Tlacotl*, a lo que respondió muy emocionada que sí. Decidió entonces que lo hiciéramos con la misma ventana que habíamos medido con las manos.

Katia midió cuidadosamente la ventana, marcando con color rojo donde iba completando un *Tlacotl*, además le gustó mucho aprender una palabra en Náhuatl. Me comentó que su abuelita sabía algunas palabras de la misma lengua. Midió varias veces la ventana, pues no estaba segura de la medida que había obtenido las primeras veces que la midió. Lo hizo cuatro veces, para tener más seguridad sobre la medida que me daría. Señaló que eran *cuatro Tlacotl y medio* lo que medía la primera ventana. Midió la segunda ventana y dijo que midió cinco *Tlacotl*. Hizo mención que cuando midió con el *Tlacotl* le sobraban cachitos de vara, como cuando lo hacía con las manos.

Optó por medir más objetos con el *Tlacotl*. Midió primero mi teléfono celular. Dijo que no completaba la vara, que le sobraba un cachito de vara. Después midió unas tijeras y un lápiz adhesivo, mencionando que le seguía sobrando un cachito de vara. Midió también su libreta y aquí notó que, al contrario de los otros objetos, en este le faltaba *Tlacotl*, para alcanzar la longitud de la libreta. Esto la intrigó mucho y decidió seguir midiendo, tratando de encontrar objetos que midieran de forma exacta a la medida de la vara.

Logró estimar, más o menos, dónde podría obtener medidas más exactas como ella lo deseaba. Fue entonces que decidió medir el pizarrón más grande del salón. De igual forma como lo hizo con la ventana, aquí también utilizó como recurso el ir marcando con un color la medida de cada vara que completaba al medir. Le dio como resultado cuatro *Tlacotl* y medio (según mencionó).

La cuestioné sobre qué se podía hacer con ese “cachito” que le sobraba o en ocasiones le faltaba. Su primera respuesta fue que podíamos doblar o cortar la vara, pero le comenté que, al ser una vara sagrada, no se podía cortar ni romper. Katia llegó a una primera conclusión de que entonces se podía quedar así y, por tanto, no habría tanto problema al medir. Después dudó un poco sobre si habría alguna solución para que no nos faltara ni nos sobrara ninguna parte de *Tlacotl*. Con esta reflexión finalizamos esta sesión.

Tercera sesión: 10 de noviembre de 2018

Tiempo: 50 minutos

Objetivos:

- Reconocer la necesidad de usar subunidades de medida, del tamaño de una fracción unitaria.
- Hacer las subunidades de medición y representarlas simbólicamente, además de entender la relación que guardan entre ellas, de acuerdo con su tamaño (orden de las fracciones unitarias).

Esta sesión comenzó con un repaso sobre la historia del *Tlacotl*. Katia se mostró contenta y entusiasmada de seguir trabajando con el *Tlacotl*. Quiso seguir midiendo con la vara. Primero midió su banca, comentando que medía dos *Tlacotl* y un chachito. Después midió un pequeño librero, dándole como resultado cuatro *Tlacotl*.

Ante esta situación, Katia reflexionó si el Tlacotl realmente nos podía ayudar a medir todo lo que deseáramos, ya que le sobraban o faltaban cachitos. Dijo en ese momento que tal vez podríamos utilizar algo más para medir lo que nos faltaba o nos sobraba. Decidió entonces agregar una extensión a la vara, agregando su sacapuntas para que quedará de más longitud. Sin embargo, al analizar un poco más la situación se dio cuenta que era mejor utilizar otro tipo de recurso.

La invité a reflexionar si necesitaríamos algo más pequeño o más grande para poder medir de forma más exacta. Ella de inmediato contestó que algo más pequeño. Comencé a explicarle que el danzante azteca me comentó que los mexicas, al verse en la misma situación que nosotras, de buscar medidas más exactas, decidieron elaborar subunidades más pequeñas al *Tlacotl* original, y que por lo mismo los llamaron de esta forma, “pequeños”.

Katia se mostró algo intrigada sobre qué eran los pequeños y me preguntó si eran varitas más pequeñas. Le respondí que los mexicas elaboraron “pequeños” guiándose con el *Tlacotl*. El primer pequeño que hicieron fue el “pequeño” de dos, que en Náhuatl llamaban el *pequeño ome* (significa dos en Náhuatl). Le pregunté: *¿por qué crees que se llama así?* Katia respondió *que tal vez porque eran dos*. Le expliqué que el nombre se debía a que este pequeño de dos debía caber dos veces exactamente en el *Tlacotl*. Y para que pudiéramos tener una mejor idea de cómo era, haríamos nuestro propio *pequeño ome* (pequeño de dos).

Le proporcioné material acorde a su edad (popotes), para que pudiera elaborar su propio *pequeño ome*, haciéndole la aclaración que si se equivocaba en un intento no había problema, podía tener más oportunidades de lograrlo, pero que era muy importante que ese pequeño de dos cupiera exactamente dos veces en el *Tlacotl*.

Le pedí en todo momento que se lo imaginara, que imaginara de qué tamaño tendría que ser para que le cupiera dos veces. Katia se daba el tiempo necesario para reflexionar sobre el tamaño que debería cortar su pequeño. Hizo varios intentos, aproximadamente entre ocho y diez. A pesar de que no lo lograba, nunca se dio por vencida, tomaba el *Tlacotl*, lo visualizaba, e imaginaba y volvía a estimar de qué tamaño sería; cortaba y le faltaba. Hasta que lo logró.

Cuando por fin lo logró, se mostró muy feliz y satisfecha. De inmediato tomó su pequeño y midió el *Tlacotl* para asegurarse de que sí cabía dos veces. Recordó la estrategia que utilizó cuando midió la ventana y el pizarrón, la de marcar con un color la longitud que medía. Entonces midió con un color la medida que le daba su pequeño de dos y al ver que sí cabía dos veces, me dijo alegremente: *¡lo logré maestra!*

Katia se mostró muy feliz y orgullosa de haber logrado elaborar su pequeño de dos. Incluso lo miraba varias veces con atención y lo volvía a medir dentro de la vara y cuando veía que sí le daba exacto se mostraba muy feliz y satisfecha de haber hecho este pequeño. Con esto finalizamos esta sesión.

Cuarta sesión: 17 de noviembre de 2018
Tiempo: 60 minutos
Objetivo:

- Reconocer la necesidad de usar subunidades de medida, del tamaño de una fracción unitaria.

Al comienzo de esta sesión, me disponía a hacer un repaso de la sesión pasada; sin embargo, no lo hice porque Katia estaba entre ansiosa y emocionada. Su primer comentario al llegar a clase fue: *¿hoy haremos "pequeños"?* Aproveché para responderle que sí. La invité a recordar cómo habíamos elaborado el pequeño. Katia recordó cómo le habíamos hecho para elaborar el "pequeño" *ome* (pequeño de dos); incluso ya tenía preparadas sus tijeras y preguntó de inmediato por el *Tlacotl*. Le mostré de nuevo el *Tlacotl* y Katia lo observó con atención, sobre todo la marca que había colocado para poder calcular la medida que tenía el pequeño *ome*.

Le pregunté que si podíamos hacer más pequeños. Ella de inmediato contestó que quería hacer más y que pensaba que sí podíamos hacer más. Cuestioné: *¿qué otros "pequeños" crees que se puedan hacer?* Ella contestó que el de uno, pero no se detuvo mucho a reflexionar en ese momento sobre cuál sería el de uno. Se dio tiempo para pensar en otros y comentó que podía ser de tres o cuatro o cinco, o tal vez de diez. Entonces le indiqué que tenía razón, que haríamos más “pequeños” y que esta vez haríamos *el pequeño yei* (pequeño de tres en náhuatl).

Acordamos que el color del popote que usaríamos para diferenciar este pequeño, sería el de color verde, ya que el pequeño de dos lo hicimos de color azul. Katia ya no necesitó que le explicara el procedimiento, de inmediato supo que tenía que cortar su popote hasta obtener su *pequeño yei.* Pero su razonamiento la llevó a orientarse en los conocimientos que ha manejado durante muchos años, retomando el orden de los números naturales y cardinalidad que los caracteriza. Pensó por un momento que el pequeño de tres sería más grande que el pequeño de dos, porque el tres va después del dos.

Katia reflexionó que, si el pequeño de dos se llamaba así, era porque cabía exactamente dos veces en la vara. Entonces si esto era así, dedujo que el pequeño de tres tenía que caber también exactamente en la vara, lo cual enfaticé diciendo que así era, pero si era de tres, entonces debía caber tres veces exactamente.

Katia se dispuso a elaborar su *pequeño yei*. Hizo un primer corte, en el popote, pensando todavía que este debía ser más grande al pequeño de dos. Pero cuando lo midió en el *Tlacotl* se dio cuenta que no cabía tres veces. De inmediato rectificó y me dijo: *¿es más pequeño verdad?* Volvió a tomar otro popote verde y recortó, pero esta vez quería asegurarse que éste era más pequeño y lo comparó con el pequeño de dos, que había elaborado la clase anterior.

Realizó varios intentos, cortó cinco o seis popotes aproximadamente. Todos y cada uno de los intentos los iba midiendo en el *Tlacotl*. Hacía varias marcas con diferente color al que utilizó para marcar el pequeño de dos. Después de mucho intentar y no rendirse lo logró y se mostró sumamente satisfecha. Esto la emocionó bastante, al grado que quería seguir haciendo más. Algo que la impresionó y que no podía creer era que el pequeño de tres fuera más pequeño que el de dos. Mientras Katia realizaba este pequeño, lo miraba muy fijamente y lo medía y media una y otra vez para asegurarse de que cupiera tres veces. Me dijo*: Maestra yo pensé que iba a ser más grande que el de a dos, porque después del dos sigue el tres, ¿no?, (se notaba algo confundida). ¡Claro!,* contesté*.* Katia me dijo*: yo por eso el primer popote que corté, lo hice más grande. Ya después vi que no cabía y mejor agarré otro popote (dijo riendo).* Expliqué que se debía a que al tener que caber más veces en el *Tlacotl*, el pequeño tendría que ser más pequeño.

Katia comprendió este proceso y, aunque todavía estaba un poco dudosa, se dispuso a elaborar el siguiente pequeño, *el de cuatro (pequeño nahui).* Esta vez con un popote de color amarillo. Ahora Katia se mostró más segura. Ahora ya sabía el procedimiento para obtener nuevos "pequeños" y ya comenzaba a entender que éste debía ser más pequeño al anterior, es decir al de tres. Usó solo dos popotes y logró obtener más rápidamente su *pequeño nahui*. Se aseguró de que éste le cupiera exactamente cuatro veces en la vara. Incluso se notaba más exigente consigo misma; lo medía minuciosamente y cortaba lo poquito que le pudiera ir sobrando con mucho cuidado. Pregunté si este pequeño era más grande o más pequeño que el pequeño de tres. Muy segura contestó: *Maestra, éste es más pequeño porque cabe más veces en la vara.*

Katia se notaba cada vez más emocionada al hacer "pequeños". Hizo entonces el *pequeño de cinco (pequeño macuilli)* con un popote de color morado. Le ofrecí más de un popote, pero ella decidió ocupar solo uno. Hizo solamente dos intentos en la elaboración de este pequeño.

Era cada vez más experta. Ella ya se reconocía de esa manera. Era muy minuciosa y siempre marcaba en el *Tlacotl* la medida de sus "pequeños", con diferentes colores, para diferenciarlos y asegurarse que cabían exactamente en la vara; ella se exigía hacer "pequeños" perfectos. Realizó un pequeño más, el *pequeño de seis ("pequeño" chicuace en náhuatl),* esta vez con un popote de color rojo. Otra vez le ofrecí varios por si se equivocaba, pero Katia se mostraba tan segura en la elaboración de "pequeños", que de inmediato me dijo: *solo con uno maestra*, a lo que yo pregunté,

¿por qué solo con uno? De inmediato respondió: *porque ya soy una buenaza en esto de hacer "pequeños".*

En cada intento, Katia siempre reflexionó que, entre más grande era el nombre del pequeño, más chico sería el tamaño de su pequeño. Siempre que los iba cortando, mencionó: *aún está muy grande.* Cuando así lo era, decía: *Debe ser más "pequeño", si no no me va a caber las veces.* Le cuestioné siempre sobre esto. Después de haber hecho el "pequeño" de tres, contestó afirmativamente en todas las ocasiones y cada vez se mostraba más segura de las respuestas que daba y la forma en que argumentaba cada una de ellas.

Ya en la elaboración del pequeño de seis, Katia comenzó a sentirse un poco desesperada, debido a que buscaba que fuera de medida perfecta y que no le sobrara ni un poquitito, ni le faltara ni un poquitito (según mencionó Katia). Con esto terminamos la elaboración de "pequeños" y concluimos la sesión.

Quinta sesión: 24 de noviembre de 2018
Tiempo: 50 minutos
Objetivo:

- Hacer las subunidades de medición y representarlas simbólicamente, además de entender la relación que guardan entre ellas, de acuerdo con su tamaño (orden de las fracciones unitarias).

Comenzamos esta sesión haciendo un pequeño repaso sobre lo trabajado en la sesión anterior. Katia se mostró muy entusiasmada para narrar lo que habíamos hecho, cuando creamos "pequeños" y cómo los hicimos. Reflexionó sobre el porqué les decíamos "pequeños" de dos, de tres y así sucesivamente hasta el "pequeño" de seis, que fue el último que realizamos. Se dio tiempo para recordar y poder explicar claramente por qué se llamaban así. Su explicación fue: *Tal vez se llaman "pequeños" porque son más pequeños que la vara, más chiquitos. Y es como si fueran pedacitos* *de la vara, porque era pequeño de dos, porque cabía dos veces exactamente en el Tlacotl, que era pequeño de tres, porque cabía tres veces exactamente en el Tlacotl.* Así lo explicó para todos los demás “pequeños”*.*

Le hice algunos cuestionamientos para poner a prueba su razonamiento sobre lo trabajado en las sesiones hasta ese momento. Por ejemplo: *Si tenemos un pequeño de diez y un pequeño de dos, ¿cuál es más grande?* Katia contestó correctamente que es más grande un pequeño de dos porque solo cabe dos veces. Después le pregunté: *¿Cómo crees que sería un pequeño de 100?* Contestó rápidamente que sería muy pequeño. También imaginó cómo sería un pequeño de 1000 y aunque tardó un poco en reflexionar, me dijo después muy segura, que sería muy chiquito como para ver con un microscopio.

Al concluir el repaso, le pregunté para qué nos podrían servir esos “pequeños” que habíamos hecho. Katia contestó que para medir cachitos. Le conté que el danzante me enseñó unas tiras de papel que ellos usaban para adornar las calles en las festividades de su comunidad y que para esto se apoyaban de los “pequeños” para medir. Katia se mostró muy interesada en seguir aprendiendo cómo usar los “pequeños”.

Comprendió que tenían usos muy interesantes para los mexicas y que también ahora lo tenían para nosotras.

Le di una tira de papel que me proporcionó el danzante (de 36 cm, pero sin que ella supiera la medida). Pedí que la midiera con lo que ella quisiera usar, pudiendo ser la vara o los “pequeños” elaborados previamente. Además, debía escribir la medida que obtuviera de ella. Katia optó por ocupar el pequeño de dos para medir la cinta. Mencionó que le gustaba ese pequeño. Muy cuidadosamente la midió y recurrió a la opción que le había funcionado, de ir marcando con un lápiz de color donde se necesitara, para que fuera más exacto. Pero cuando se disponía a escribir la medida que le había resultado, entró un poco en confusión al cuestionarse cómo lo debía anotar. Cuestioné cuál o cuáles eran formas que ella sugeriría para hacerlo. Su primera reflexión fue hacerlo de una forma convencional escrita con letras y números.

Enunció de forma oral que la cinta medía tres “pequeños” de dos. Le planteé que el danzante azteca me comentó que ellos buscaban una alternativa que los ayudara a escribirlo de forma más rápida o corta. Katia pensó de inmediato y dijo que tal vez podríamos escribir *3 peque de 2.* Aplaudí su entusiasmo. Posteriormente le comenté que el azteca, así como ella, muy inteligentemente pensó en usar la palabra peque y que la usaron por un tiempo. Sin embargo, se dieron cuenta de que, a pesar de abreviar la palabra, esta escritura resultaba todavía un poco lenta para tomar notas de las medidas que iban obteniendo. Comenté que el danzante me había confesado un secreto, un código que solo los mexicas y ahora Katia y yo podíamos conocer.

El danzante me contó que existía un código Mexica para leer más fácilmente las medidas de los “pequeños”. Consistía en representar dentro de una cajita sagrada (cuadrado), el número de los “pequeños”.

La primera representación consistió en plasmar las veces que se repetían los “pequeños”, en diferentes cajitas, por ejemplo, para representar 3 “pequeños” de 2:

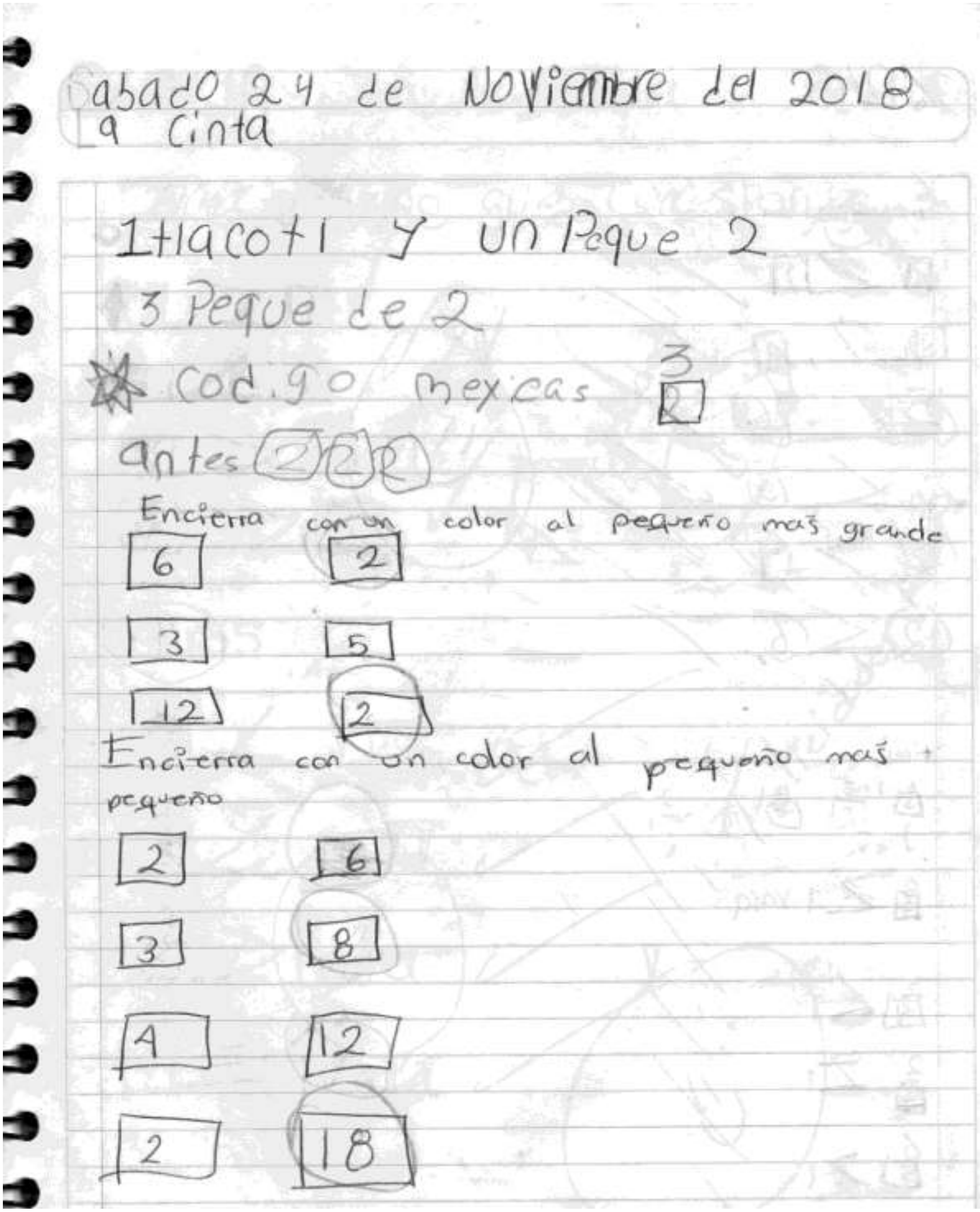
$\boxed{2} \quad \boxed{2} \quad \boxed{2}$

Sin embargo, aún resultaba un poco larga, debido a que si tuviéramos un caso de más “pequeños”, representarlos de esta manera, sería de igual forma muy extenso. Por ello, los mexicas se vieron en la necesidad, según me comentó el danzante, de buscar otras opciones que fueran rápidas y concretas para expresar las medidas. Katia comenzó a reflexionar más sobre la posibilidad de hacerlos más cortos. A pesar de estar desconcertada, ella mostraba mucho interés en buscar opciones. Katia propuso entonces que usáramos la cajita y al lado izquierdo de ésta escribir 3 peque y solo adentro de la cajita el dos. Aplaudí la opción que daba y la completé, explicándole que había otra forma aún más corta. El danzante me enseñó que se podía escribir dentro el número del pequeño utilizado y afuera el número de “pequeños” que se tienen de ese mismo. Quedando de la siguiente manera:

$$\overset{3}{\boxed{2}}$$

Katia realizó apuntes de las formas de escrituras del código Mexica. Se mostró muy sorprendida de esta forma de escribir la medida de los “pequeños” y cada vez estaba más interesada en aprender más del tema. Además, como ella misma lo mencionó en la sesión anterior, “*ya era una buenaza”.*

Katia exploró diferentes formas de escribirlas, pero esta última la comprendió muy bien. Cualquier ejemplo que le pusiera, lo leía como correspondía en código Mexica. Por último, le puse algunas comparaciones con medidas de “pequeños” más sencillas y lo trabajamos en la libreta (ver Figura 4.1). Ella tenía que discriminar y distinguir cuáles medidas eran mayores o menores y encerrarlas, de acuerdo con lo que se le pidiera.


abado 24 de Noviembre del 2018
La Cinta

1tlacotl y un Peque 2
3 Peque de 2
codigo mexicas 3 2
antes 2 2 2
Encierra con un color al pequeño mas grande
6 2
3 5
12 2
Encierra con un color al pequeño mas pequeño
2 6
3 8
4 12
2 18

Figura 4.1: Extracto de libreta de ejercicios de Katia: Comparación de "pequeños"

Sexta sesión: 1 de diciembre de 2018

Tiempo: 55 minutos

Objetivos: Hacer las subunidades de medición y representarlas simbólicamente, además de entender la relación que guardan entre ellas, de acuerdo con su tamaño (orden de las fracciones unitarias). Determinar correctamente el tamaño de una medida fraccionaria, en relación con el tamaño de la unidad (mayor, menor o igual).

En esta sesión hicimos un breve repaso en el pizarrón, donde le puse algunos ejemplos sobre el código Mexica del que nos había hablado el danzante. Primero Katia recordó que ésta era una forma más rápida para leer las medidas que nos resultaran de medir con los “pequeños”. Se mostró muy feliz y emocionada por haber aprendido un secreto más de los “pequeños” y su medición. Repasamos sobre la escritura con el código, no solo con medidas unitarias, sino con algunas más grandes.

Mencionó Katia entonces al *Tlacotl* y cómo era que nos había ayudado al principio. Le comenté que ese día había surgido un problema con la vara (*Tlacotl*), ya que por accidente la dejé en un lugar poco seguro y alguien la rompió sin intención. Le pregunté si ella podría reconstruirla con ayuda de sus “pequeños”. De inmediato contestó que sí. Pregunté: *¿cómo lo harías?, ¿qué pequeño utilizarías?* Respondió que con el pequeño de dos. Pidió que le diera un popote completo para que pudiera volver a hacer la vara. La cuestioné acerca de cómo usaría ese pequeño. Respondió explicándome que, si era con el pequeño de dos, tenía que caber dos veces exactamente en la vara. Entonces mediría en el popote, dos veces este pequeño y así obtendría de nuevo una vara. Procedió a hacerlo, mostrándose siempre muy segura de que lo que hacía era lo correcto. Y así fue, efectivamente, logró hacer una vara nueva esta vez con un popote. Pregunté si podría usar algún pequeño que no fuera el de dos y rápidamente me contestó que sí, que se podía con el de tres, o con el de cuatro o con el de cinco y con el de seis, que eran los que habíamos hecho.

Cuando ella mencionó todos los “pequeños” que habíamos hecho, la invité a reflexionar sobre cuáles eran más “pequeños” y cuáles más grandes, entre esos mismos. Dije: *si reconstruyes la vara con un “pequeño” de tres, ¿cuántos “pequeños”* *de tres necesitarías?* De inmediato respondió: *tres*. *Y, si usas el pequeño de cinco, ¿cuántos necesitarías?* Contestó rápidamente: *cinco*. Aplaudí sus respuestas y pregunté entonces: *¿Cuál pequeño es más grande, el de tres o el de cinco?* Muy segura de su respuesta, contestó: *El de tres, porque es más grande, porque solo cabe tres en la vara y que el de cinco es más chiquito, porque tiene que caber más veces en la vara, y es más chiquito porque cabe cinco.* Cuestioné: *¿Y el pequeño de a seis?* Ella contestó: *Pues más chiquito, porque es de seis y cabe seis veces en la vara.* La puse a prueba un poco más. Le dije: *¿Y si tuvieras un pequeño de diez, cómo sería?* Contestó rápidamente: *Muy chiquitito*. Le dije: *¿y uno de cien?* Contestó de inmediato: *Muy muy chiquitito, tanto, que ni se vería casi nada*.

Fue entonces que recordamos la evaluación diagnóstica. Específicamente en la parte de las actividades que implicaban comparaciones con signos de mayor que **>**, menor que **<**, o **=** que. Katia al recordar estos ejercicios se sintió un poco confundida, ya que mencionaba que no entendía muy bien esos signos. Así que le expliqué la función de cada uno para que después ella los pudiera poner en práctica, en la resolución de ejercicios de comparación de “pequeños”, (ver Figura 4.2).

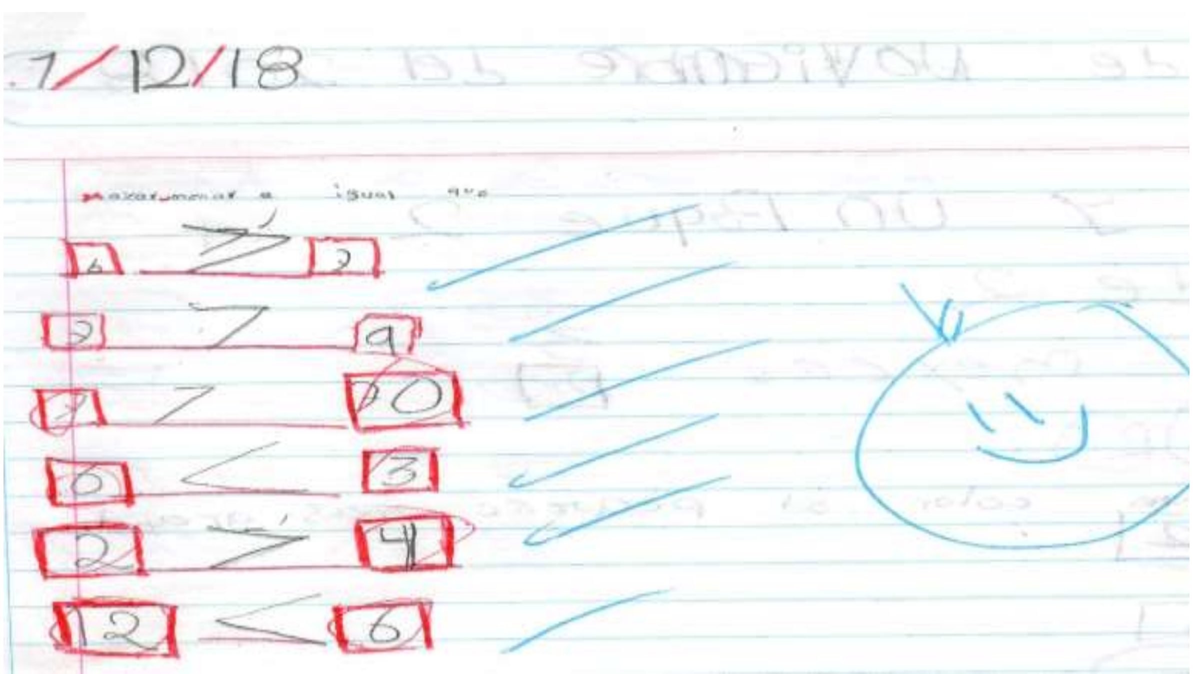


Figura 4.2: Extracto de la libreta de ejercicios de Katia. Comparación de “pequeños”

Después de haber realizado estos ejercicios, pedí a Katia que realizara unas tiras, como las que medimos en la sesión anterior. Anoté medidas en el pizarrón como las siguientes:

2	**2**	**3**	**4**	**6**	**7**
$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	$\boxed{3}$	$\boxed{5}$	$\boxed{5}$	$\boxed{6}$

Mientras yo las escribía, ella las leía en el código Mexica. Katia hizo las tiras con estas medidas. De inicio se mostró muy entusiasmada para realizar las tiras. No tuvo problema para medir las primeras cuatro, pero al tener que hacer la tira que medía 6 “pequeños” de 5, se notó algo confundida y la midió al revés. Es decir, midió 5 “pequeños” de 6. Después se tomó un tiempo para reflexionar y rectificó, hizo tres intentos de tiras hasta que lo consiguió. Cada tira que iba haciendo, la enrollaba para que la longitud de ésta no influyera después en sus respuestas. Además, anotaba en cada una la medida que representaba.

Posteriormente, copió en su libreta de ejercicios las medidas, para que pudiéramos realizar comparaciones, usando los signos de > mayor que, < menor que, o = igual que, comparando las longitudes o medidas de las tiras con 1 vara, (ver Figura 4.3).

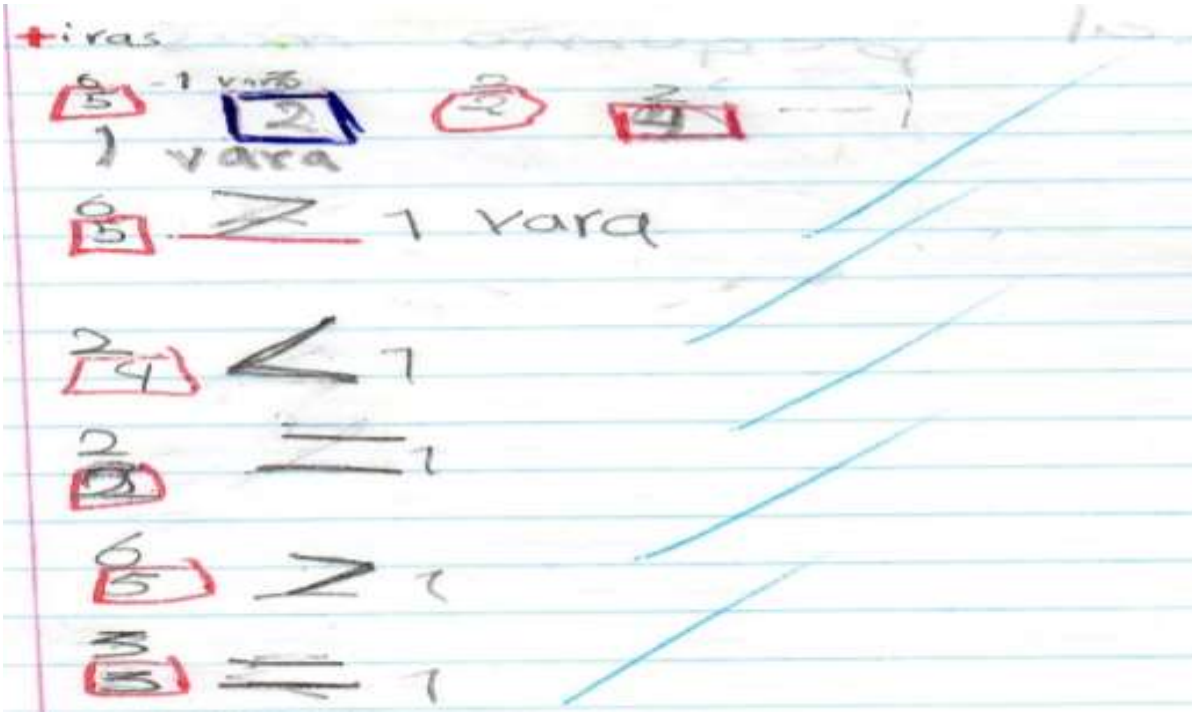


Figura 4.3: Extracto de la libreta de ejercicios de Katia

Al realizar estas comparaciones, Katia se mostró un poco confundida al colocar los signos. Primero los resolvía oralmente, después los escribía, pero luego tuvo dudas sobre cuál medida era más grande o más chica. Además, mencionó que le agradaba más trabajar con los “pequeños”, que con las tiras. Sin embargo, a pesar de eso, nunca desistió y al escribir el signo se daba tiempo para razonarlo, rectificar y corregirlo y así, poder obtener las respuestas correctas en cada caso. A pesar de haber reconstruido la vara con sus “pequeños”, al presentarle las comparaciones con números, había confusión en Katia y sus razonamientos eran poco certeros al final de la actividad, por lo cual terminamos aquí esta sesión.

Séptima Sesión: 8 de diciembre de 2018

Tiempo: 50 minutos

Objetivos: Medir con las subunidades y saber representar las medidas como fracciones. Determinar correctamente el tamaño de una medida fraccionaria, en relación con el tamaño de la unidad (mayor, menor o igual).

Debido a que Katia tuvo algunas confusiones en la sesión anterior, decidí hacer un repaso con comparaciones de medidas unitarias, usando los signos de mayor que, menor que o igual que. Primero reconoció las medidas y las leyó, después las anotó en su libreta de actividades, para que pudiera resolverlas y compararlas más fácilmente, (ver Figura 4.4).

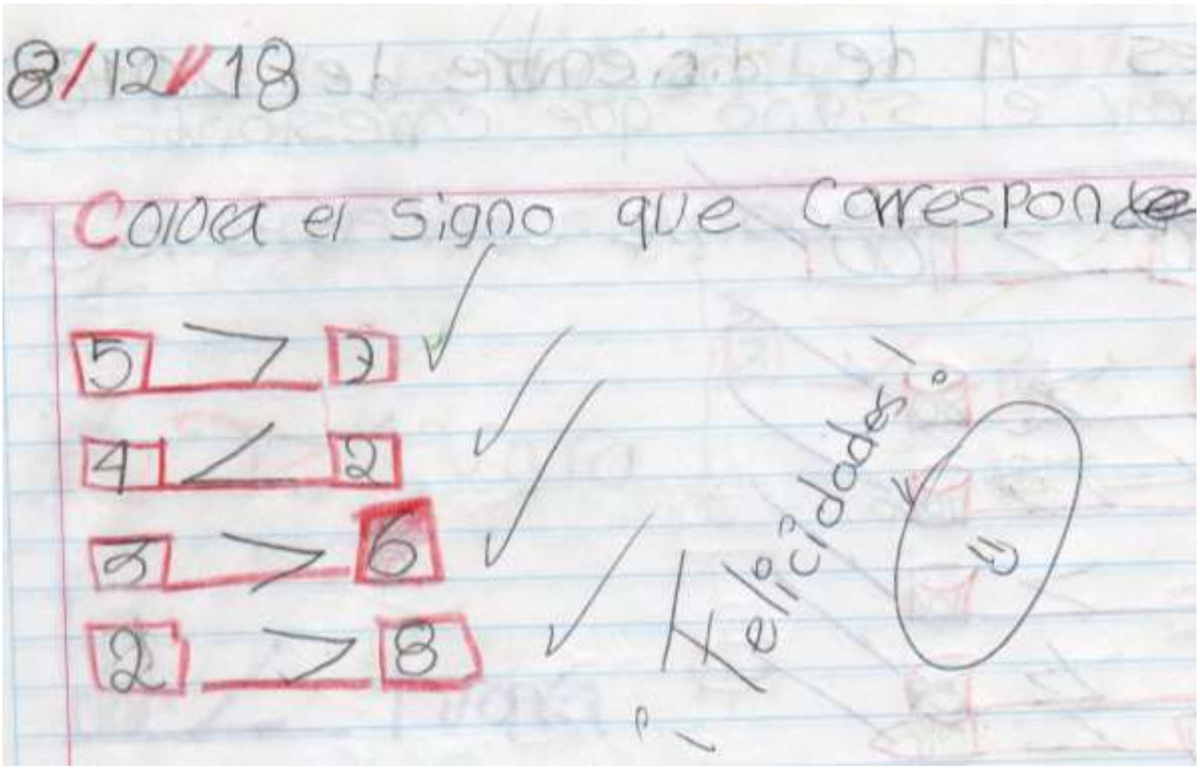


Figura 4.4: Extracto de la libreta de ejercicios de Katia

Al resolver las comparaciones con unitarias, le fue muy bien, no tuvo complicaciones para determinar cuáles eran menores o mayores. Se mostró bastante segura de sus respuestas, y no titubeó al poner los signos y determinar el valor. Cuando le cuestioné el porqué de sus respuestas, sin duda respondió que debido a que el pequeño de cinco cabe cinco veces nada más, es más grande que el de siete porque éste tiene que caber más veces en el *Tlacotl.* Así, sucesivamente iba dando explicaciones muy concretas y certeras sobre sus respuestas.

Posteriormente, retomamos la historia de la sesión pasada, donde tuvimos que reconstruir la vara, debido a que la habían roto. Katia recordó cómo fue que la recreó y qué fue lo que utilizó para reconstruirla o hacer una vara nueva. Cuestioné entonces, *¿cuántos "pequeños" de dos necesitas para hacer una vara?,* muy segura contestó que dos. Después pregunté: *¿cuántos "pequeños" de tres necesitas para hacer una vara?* Rápidamente contestó que tres y cuando le pregunté: *¿si tuvieras un pequeño de veinte, cuántos necesitarías para hacer una vara?* De inmediato contestó que veinte. Así procedí a preguntarle sobre varios ejemplos, pero no solo con "pequeños" que ella tenía, sino con otros que pudiese imaginarse, como un pequeño de cien o de mil.

Rápidamente contestó y me explicó que, si tuviera un pequeño de cien, para una vara necesitaría cien, y mil si tuviera un pequeño de ese tamaño.

Pregunté a Katia si podía hacerme una tira que midiera exactamente una vara, de inmediato contestó que sí y utilizó la vara que habíamos hecho con un popote. Posteriormente, cuestioné si podía hacer de nuevo una tira que midiera una vara, pero esta vez sin usar la vara. Tomó un breve momento para razonar y contestó que con los "pequeños" se podría. Decidió usar el pequeño de dos, ya que mencionaba que era el que más le gustaba. Lo midió, cortó su tira y anotó la medida en ella, de 1 vara. Katia explicó que utilizó este pequeño porque: *si mide dos veces ese pequeño, entonces sería igual a una vara completa*.

Pregunté a Katia qué pasaría si lo hiciera con el pequeño de tres, ella rápidamente dijo: *pues muy fácil, necesitaría que midiera tres veces ese pequeño de tres*. Hice aproximadamente más de diez cuestionamientos como el anterior, invitándola a imaginárselo no solo con los "pequeños" que tenía, sino también con otros que no tenía, como el pequeño de 17, 34, 50, 1000 o 1, 000,000. Obteniendo de Katia en todos estos cuestionamientos respuestas acertadas y se mostró muy segura de sí misma al responder.

Después repasamos sobre las medidas de tiras que hicimos la clase anterior. Este repaso fue debido a que ella tuvo algunas dificultades al compararlas. Realizó algunas tiras más. Le puse algunas como las que hizo la sesión anterior y otras nuevas medidas:

$$\overset{2}{\boxed{3}} \qquad \overset{4}{\boxed{5}} \qquad \overset{7}{\boxed{6}} \qquad \overset{4}{\boxed{4}}$$

En el desarrollo de esta actividad, Katia se mostró mucho más segura que en la sesión pasada: las medía con más precisión, las leía más rápido y claramente.

Después las anotó en su libreta y realizamos comparaciones de nuevo con una vara, como en la sesión anterior (ver Figura 4.5). Pedí a Katia que recordara cuando reconstruimos la vara, si ocupábamos un pequeño de 5, ¿cuántos "pequeños" de 5 necesitaríamos? Katia reflexionó muy bien. Le sirvió mucho recordar este momento cuando hizo una nueva vara, lo cual le funcionó para justificar sus respuestas posteriores.

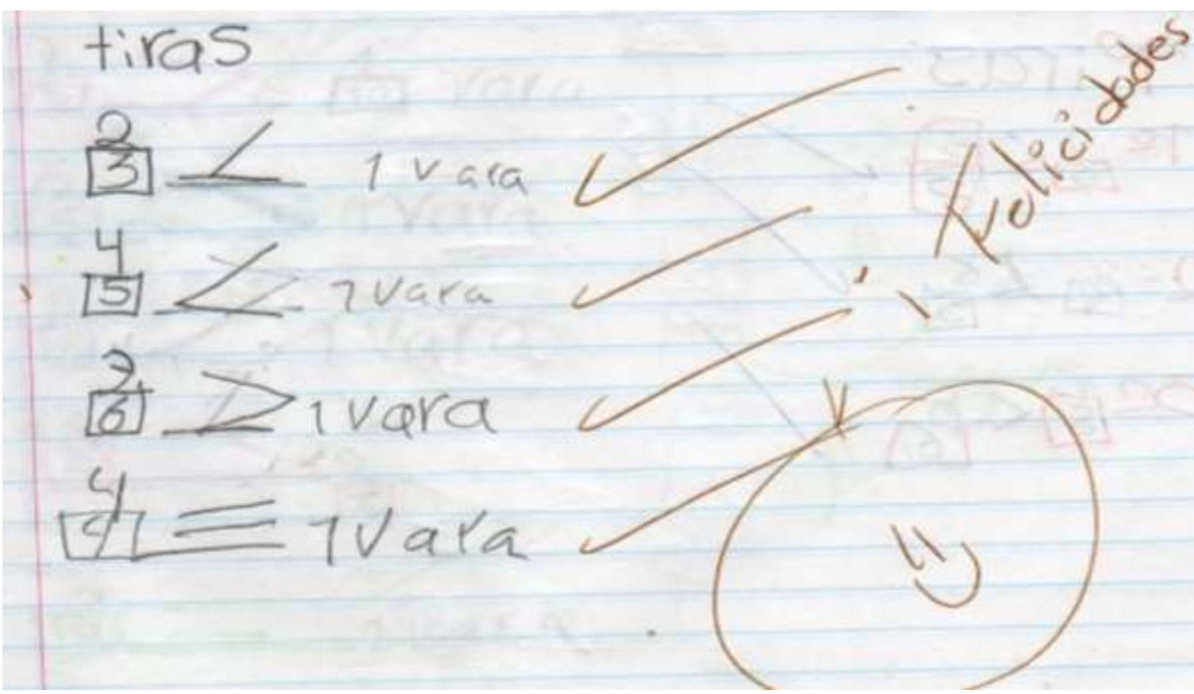


Figura 4.5: Extracto de la libreta de ejercicios de Katia

A pesar de que al responder tuvo un par de errores, de inmediato, sin que yo le dijera, lo notó y rectificó, logrando obtener las respuestas correctas.

Octava sesión: 11 de diciembre de 2018

Tiempo: 40 minutos

Objetivo:

- Determinar correctamente el tamaño de una medida fraccionaria, en relación con el tamaño de la unidad (mayor, menor o igual).

Durante esta sesión volvimos a trabajar repasando con comparaciones de fracciones unitarias. Esta vez puse a Katia ejemplos de fracciones de medidas que no tenía dentro de sus “pequeños”, sino otras fracciones unitarias, por ejemplo: el pequeño de 10, 20, 33, 15, 78, 99, 111. Primero le pedí que hiciera comparaciones de forma oral y en todas contestó correctamente; después puse algunos ejercicios en el pizarrón para que los copiara y resolviera, (ver Figura 4.6).

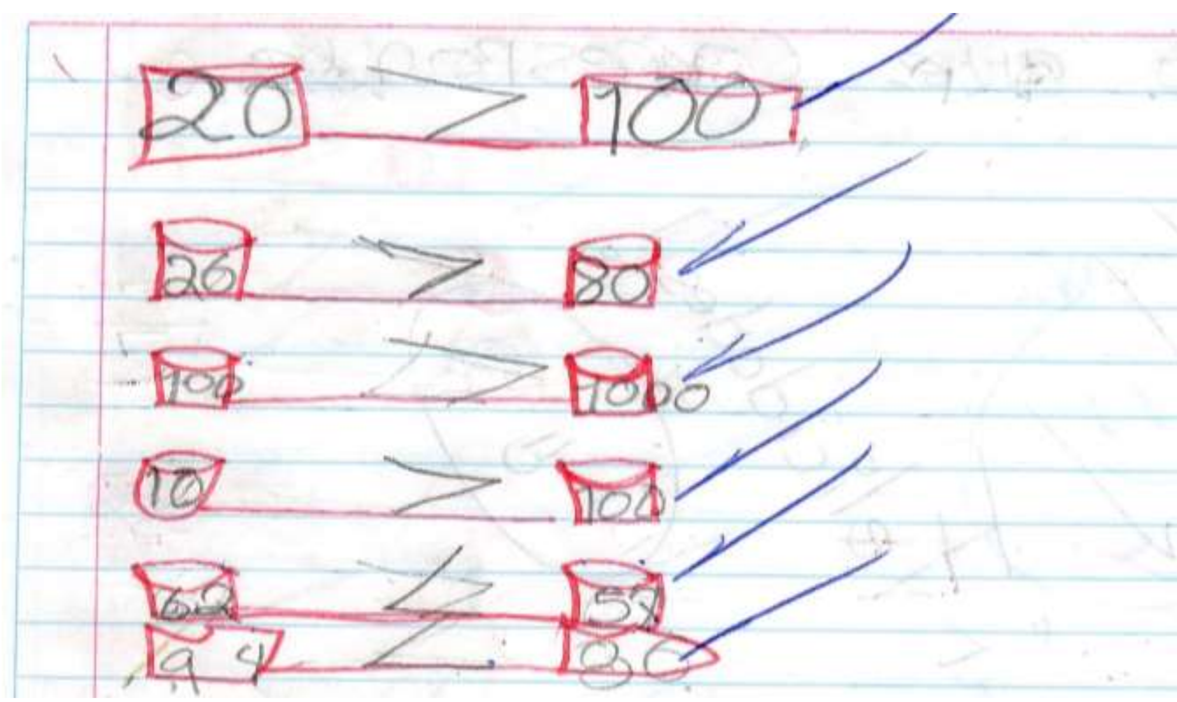


Figura 4.6: Extracto de la libreta de actividades de Katia

En todos los ejemplos contestó correctamente, aunque en un par de ellos dudó un poco. Al final, después de reflexionar con un poco de más cuidado, logró acertar y poner el signo correctamente. Katia se mostró muy sorprendida y satisfecha al ver que podía resolver ejercicios con números que no tenía entre sus “pequeños”, lo cual le dio más seguridad. Ella, conforme avanzaban las sesiones de trabajo, cada vez se mostraba más participativa y segura al contestar.

Después recordamos que en la sesión pasada elaboramos unas tiras, las cuales tuvo que comparar con una vara. Le mencioné a Katia que volveríamos a hacer comparaciones con esas tiras. Pero ya no sería para compararlas con una vara, esta vez las compararíamos entre ellas mismas.

Katia cada vez dominaba mejor las comparaciones, aunque al ver que sería entre las mismas tiras se mostró algo contrariada. Le expliqué que era igual de fácil que con la vara, que debía recordar cuando reconstruyó la vara y que eso la ayudaría mucho.

En su libreta copió ejercicios para su resolución, (ver Figura 4.7).

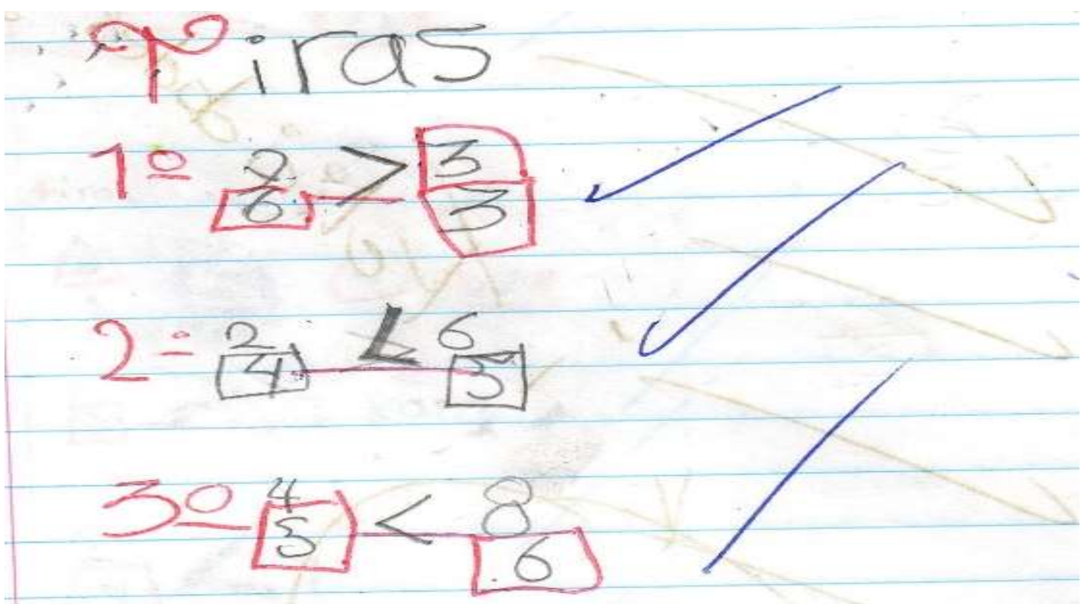


Figura 4.7: Extracto de la libreta de Katia. Comparaciones entre las tiras.

Katia contestó muy bien, y como en el primer ejercicio se mostró algo insegura, le planteé que si necesitaba 6 “pequeños” de 6 para hacer una vara y en este caso tenía

7 “pequeños” de 6 entonces: *¿esto sería más grande o más pequeño que una vara?* Katia contestó que era más de una vara, incluso comentó que era una vara y un cachito. Después, cuando vio que decía 3 “pequeños” de 3, entendió mejor lo que le había explicado y así comprendió que se refería a una vara y que, por lo tanto, 7 “pequeños” de 6 eran más grandes que 3 “pequeños” de 3. Este mismo razonamiento lo utilizó para resolver los ejercicios que le faltaban y siempre que le cuestioné por qué ponía esas respuestas, se refirió a la explicación que le había enseñado yo. Se imaginaba cuando reconstruyó la vara y eso le permitió visualizar cuáles medidas eran menores y cuáles eran mayores.

Novena sesión: 18 de diciembre de 2018
Tiempo: 50 minutos
Objetivo:

- Determinar correctamente el tamaño de una medida fraccionaria, en relación con el tamaño de la unidad (mayor, menor o igual).

En esta sesión repasamos sobre el uso de los signos mayor que >, menor que <, o igual = que, para resolver comparaciones. Puse a Katia algunos ejemplos que implicaban realizar comparaciones con alguna medida de “pequeños”, primero haciendo la comparación con una vara y después entre ellas. Hicimos algunos de forma oral. Katia reflexionó muy bien sobre por qué uno era mayor o menor que otro. Justificó debidamente sus respuestas. Después le puse algunos ejercicios más, pero esta vez debería resolverlos en su libreta, (ver Figura 4.8).

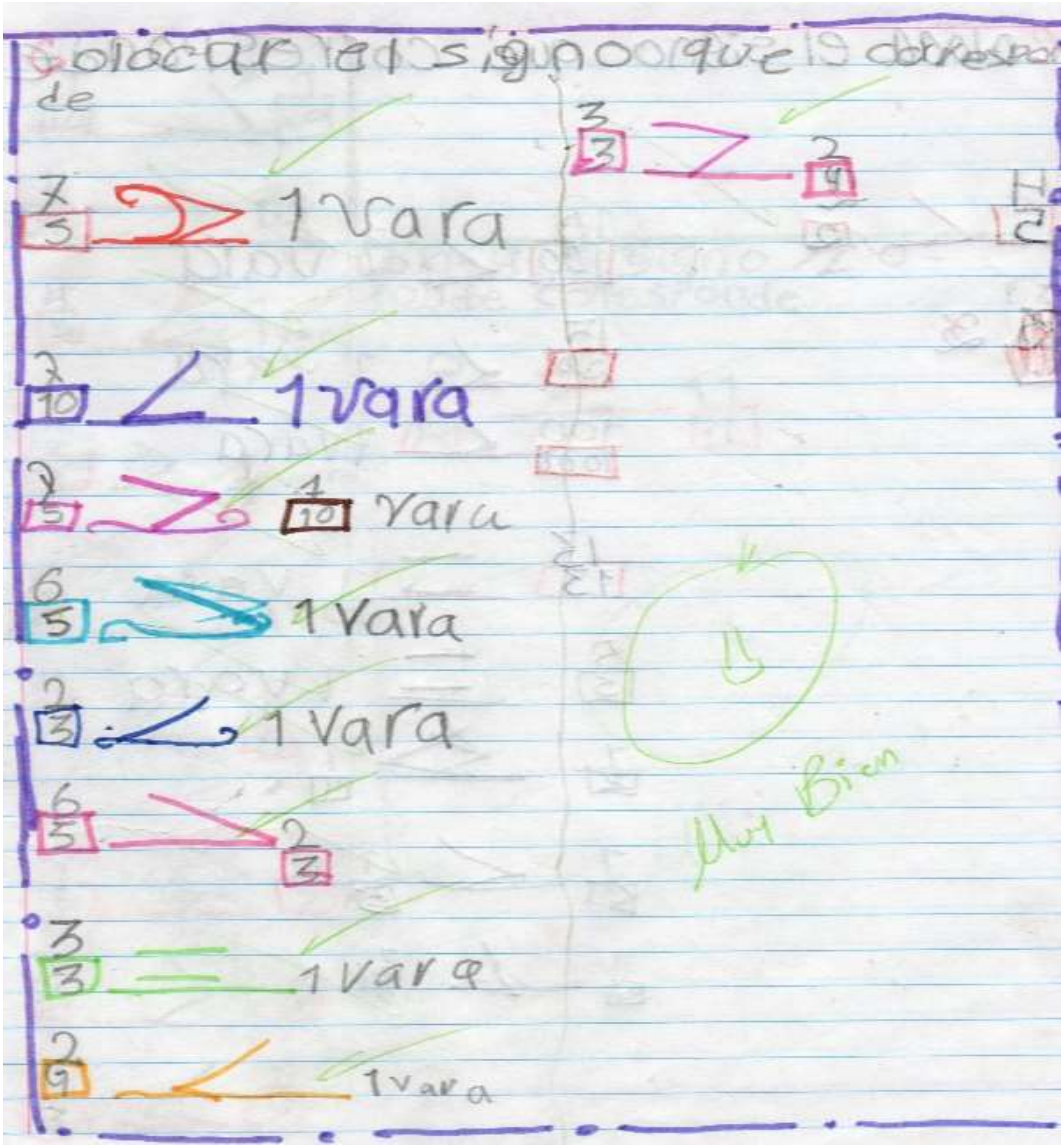


Figura 4.8: Extracto de la libreta de Katia. Comparaciones de medias de "pequeños" con 1 vara

Katia se mostró muy dispuesta y confiada para resolverlos, además su entusiasmo era cada vez mayor. Hacia los ejercicios con más precisión, incluso optaba por usar colores para resolverlos y que estos se vieran más bonitos. Comentaba que manejar este código y la forma de leer los "pequeños" era algo que le gustaba mucho y en lo que se había hecho ya experta. Los resolvió de manera rápida y precisa.

Siempre que dudaba de su respuesta, le explicaba nuevamente. Por ejemplo, en la primera comparación: *si se necesitan 5 "pequeños" de 5 para una vara, entonces 7 "pequeños" de 5 sería más de una vara y por eso era mayor a la vara*. Ante estas explicaciones que yo le ofrecía, ella razonaba por qué sucedía esto y después ella justificaba sus propias respuestas. Siempre sus argumentos de respuesta se referían al ejemplo de la reconstrucción de la vara.

La única dificultad que presentó en esta sesión fue en un ejemplo de 7 "pequeños" de 5 y 7 "pequeños" de 10, mencionó como primera respuesta que estos eran iguales, debido a que ambos tenían el 7. Sin embargo, al analizarlo con más cuidado y detenimiento, Katia reflexionó que no podían ser iguales, debido a que el pequeño de 5 era mayor al pequeño de 10 y, por lo tanto, el primero era mayor al segundo.

Katia pudo entender mejor en esta sesión el valor que tiene el numerador y el denominador dentro de las fracciones, así como poder realizar mejores comparaciones.

Décima Sesión: 19 de enero de 2019
Tiempo: 60 minutos
Objetivos:

- Hacer las subunidades de medición y representarlas simbólicamente, además de entender la relación que guardan entre ellas, de acuerdo con su tamaño (orden de las fracciones unitarias).
- Determinar correctamente el tamaño de una medida fraccionaria, en relación con el tamaño de la unidad (mayor, menor o igual).

Como en el periodo vacacional decembrino Katia se ausentó algunas clases, hubo la necesidad de realizar un repaso. Este fue sobre las comparaciones, pero esta vez haciendo una variación con comparaciones de medidas de "pequeños" que ella desconocía como 10 "pequeños" de 1000, por mencionar algún ejemplo.

Al principio de la sesión Katia se mostró algo dispersa. Sin embargo, al mencionarle el código Mexica, recordó en poco tiempo el tema ya aprendido y de inmediato, al hacerle el resumen, ella contribuyó con todo lo que se acordaba del tema y las cosas que había aprendido.

Hicimos muchos ejemplos, de lectura, escritura, narración del código, incluso comparaciones iguales a las que hicimos antes de que se fuera de vacaciones.

Le dicté los ejemplos para repasar la lectura y escritura a fin de ver si recordaba qué significaban, cuánto valían, qué representaban y cómo se escribían. Estos iban desde medidas que había trabajado, hasta medidas de unitarias y otras que no tenía entre los "pequeños" que realizó, (ver Figura 4.9).

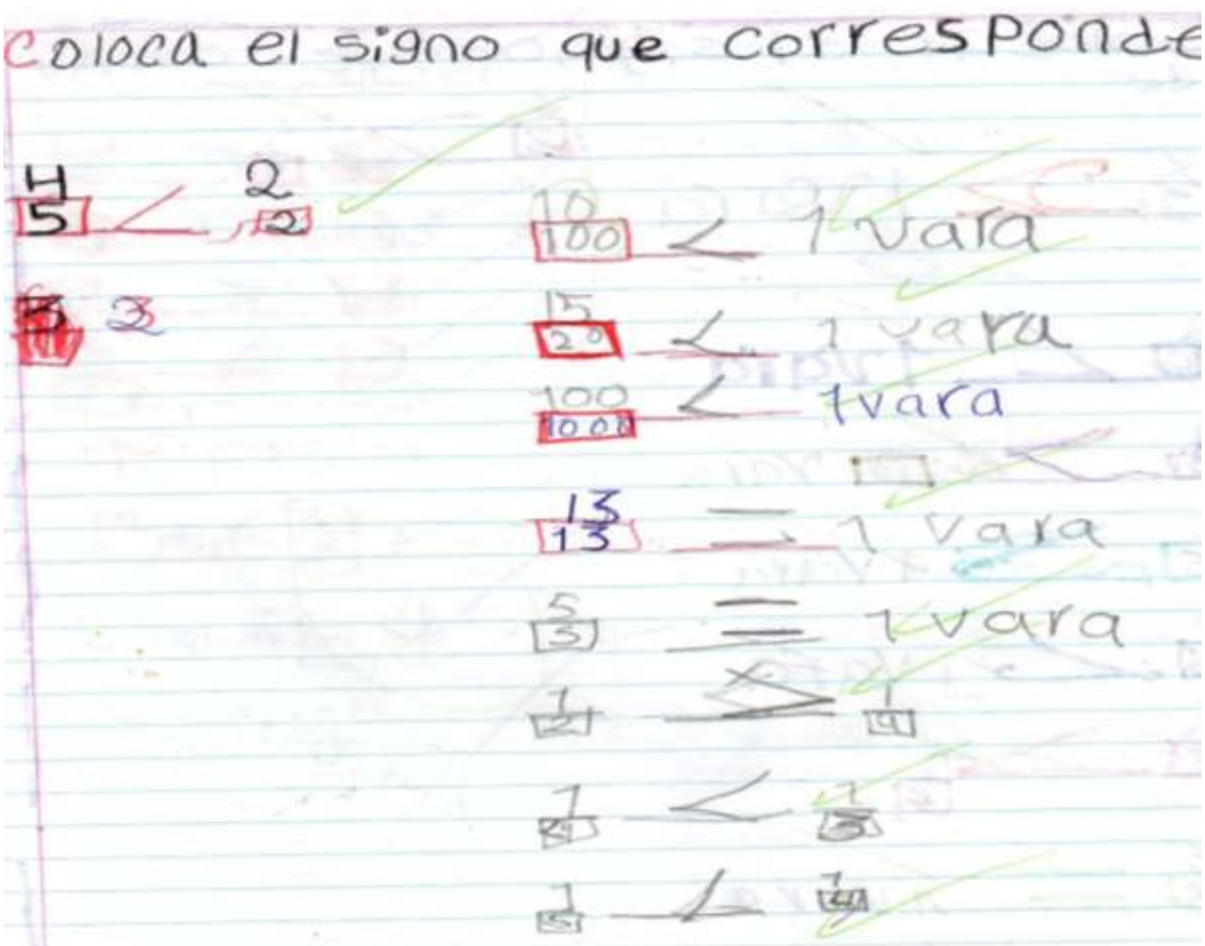


Figura 4.9: Extracto de la libreta de Katia. Comparación con unitarias

Al principio Katia se mostró algo dudosa, posiblemente por el tiempo que no había asistido a las sesiones de clase. Sin embargo, nunca se rindió. Permití que reflexionara. Se tomó el tiempo que creía necesario, sin que este fuera demasiado largo y respondía. Lo hizo de forma correcta oralmente en todos los ejemplos. Donde tuvo un poco de dificultad, fue al recordar cuál era el signo de mayor y cuál el de menor que. Después de que repasamos el uso de los signos, Katia resolvió la actividad de manera correcta.

Decimoprimera sesión: 26 de enero de 2019

Tiempo: 40 minutos

Objetivos:

- Medir con las subunidades y saber representar las medidas como fracciones.
- Determinar correctamente el tamaño de una medida fraccionaria, en relación con el tamaño de la unidad (mayor, menor o igual).

Esta sesión la comenzamos con un repaso de fracciones unitarias. Le dicté algunas y le cuestioné sobre cómo se escribirían. Procedimos a anotarlas en el pizarrón para que las resolviéramos solo de forma oral. Trabajamos con los siguientes ejemplos:

Coloca el signo mayor que >, menor que <, o = que, donde corresponde

$$\frac{1}{\boxed{2}} \quad \frac{1}{\boxed{4}} \qquad\qquad \frac{1}{\boxed{5}} \quad \frac{1}{\boxed{4}} \qquad\qquad \frac{1}{\boxed{7}} \quad \frac{1}{\boxed{8}}$$

$$\frac{1}{\boxed{4}} \quad \frac{1}{\boxed{3}} \qquad\qquad \frac{1}{\boxed{10}} \quad \frac{1}{\boxed{20}}$$

Después de que Katia logró resolver exitosamente la actividad, de manera oral estos ejemplos, pasamos a resolver algunos más en la libreta. Esta vez con comparaciones que estuvieran más cerca de la medida de la vara, es decir, que fueran poco más la medida de la vara o un poco menos de la vara. Realizamos las comparaciones entre esos ejemplos y con una vara también, además agregué algunos ejemplos de igualdades con la vara, (ver Figura 4.10).

Un objetivo muy importante que se cumplió durante esta sesión fue que Katia relacionó la vara completa con un pequeño de uno. Cuando reconstruimos la vara, ella me cuestionó sobre cuál sería el pequeño de uno. Pregunté si podría hacerlo y me dijo que sí, que con un popote entero que midiera la vara. Pero fue en esta sesión cuando ella logró comprender que la vara era lo mismo que un pequeño de uno (un entero).

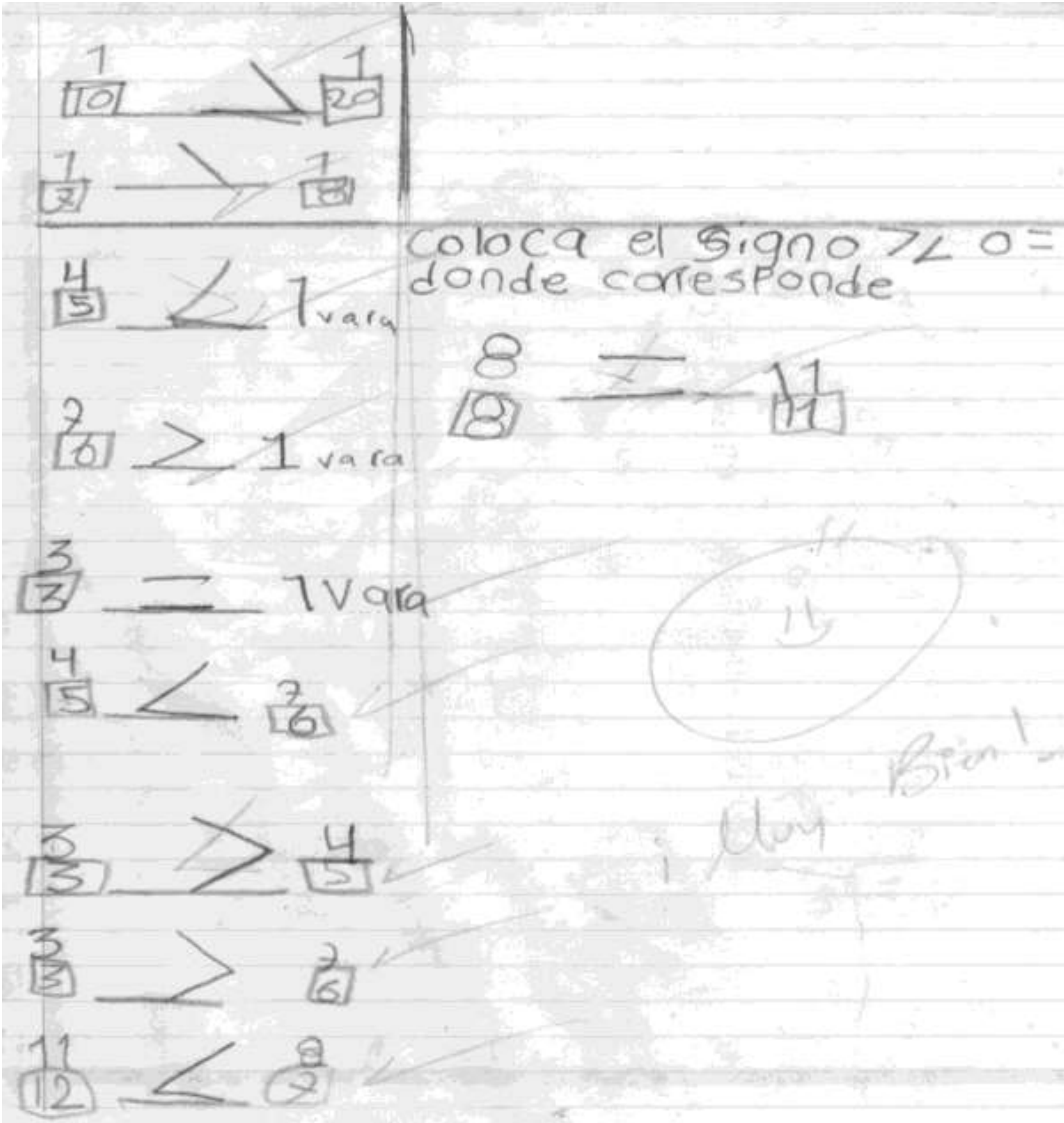


Figura 4.10: Extracto de la libreta de Katia comparación con unitarias e igualdades.

Al resolver estas comparaciones, se mostró muy segura de lo que hacía, incluso dijo: é*stas ya me las sé*. Tuvo un par de errores, pero antes de entregar el ejercicio para que se lo calificará pidió un momento para revisarlo por última vez. Ahí notó los errores y de inmediato rectificó sus respuestas y respondió de forma correcta.

Decimosegunda sesión: 2 de febrero de 2019

Tiempo: 60 minutos

Objetivos:

- Introducir la recta numérica. Representar las medidas con notación convencional e identificar el lugar que ocupan en la recta numérica.

En esta sesión hicimos un repaso con los mismos ejercicios que realizamos en la sesión anterior. Katia fue leyendo los ejemplos. Cada vez dominaba mejor la lectura de los “pequeños”, utilizando el código que habíamos establecido. Ella analizaba muy bien cómo iba a responder y realizó algunos ejemplos en el pizarrón. Los leyó y los analizó muy bien. Para este tiempo, Katia ya dominaba muy bien el uso de signos y las igualdades de medidas como 8 “pequeños” de 8 con 1 vara.

Avanzamos hacia un objetivo más de la secuencia: la recta numérica. Ella la llamó regla de medición. Como me había mencionado que hacer tiras no le había gustado tanto como hacer “pequeños”, entonces le mencioné que el danzante (narración de la secuencia) me contó que a los mexicas tampoco les gustaba hacer tiras. Pregunté a Katia si recordaba por qué habíamos hecho tiras, me contestó que sí, que eran para adornar, tal como lo había dicho el danzante. Contesté: *muy bien Katia, así es, lo hacían para adornar las calles cuando tenían una celebración.*

Continuando con la narración, le dije que el danzante me comentó que los mexicas un día hicieron tiras para una nueva celebración, pero todas las tiras que hicieron eran del mismo tamaño, en este caso, medían 4 varas. Pregunté a Katia, *¿cómo le harías para tener tiras que midan 4 varas?* Contestó: *poniendo la vara aquí* (usando una cinta), *4 veces*. Procedió a hacerlo, marcando la cinta con un lápiz de color rojo donde terminaba cada vara.

Después recortó la cinta del tamaño de las 4 varas y la pegó a lo largo del pizarrón. Marcó en el pizarrón la línea que se marcaba con la cinta, también marcó los extremos iniciales y final. Con marcas indicó las líneas que indicaban cada vara, (ver Figura 4.11). Despegó la cinta del pizarrón para colocar las medidas en la recta de medición, comenzando desde el 0 y hasta terminar en el 4. Le expliqué que comenzaríamos desde el 0 porque ahí no teníamos todavía ni una vara, (ver Figura 4.12).

Figura 4.11: Katia haciendo la recta numérica en el pizarrón

Figura 4.12: Katia marcando el número de vara que corresponde a cada parte de la recta numérica.

Comenté a Katia que los mexicas no solamente hacían tiras de 4 varas, sino también de 3 varas. Le pregunté: *¿cómo lo harías con esta cinta?, ¿se podrá?*

Contestó rápidamente que sí e indicó con su dedo que sí, y que sería en donde estaba el número 3, y la marcó con el gis en la regla de medición del pizarrón. Continué: *y si quisiéramos una de 2 varas, ¿cómo sería?* Contestó rápidamente que sí se podía y esta sería en donde estaba el número 2 en la regla de medición, igualmente la marcó en el pizarrón.

Finalmente le comenté a Katia que el danzante me contó que los mexicas también hacían cintas que medían 5 “pequeños” de 2, entonces cuestioné: *¿crees que se pueda?, ¿podrías encontrar dónde se ubicarían en la cinta?* Pero Katia contestó que no sabía, a pesar de que se mostraba fascinada con la regla de medición y muy segura también para encontrar las medidas de varas. Al querer encontrar 5 “pequeños” de 2 se mostró un poco confundida. Le pregunté: *si en una vara hay 2 “pequeños” de 2, ¿entonces en 2 varas cuántos “pequeños” de 2 habría?* Se tomó un tiempo breve, reflexionó y me dijo 4, entonces cuestioné: *¿dónde estarían 5 “pequeños” de 2?* Y me contestó que no estaba segura. Le mostré dónde quedaría y le puse otro ejemplo, la invité a recordar cuántos “pequeños” de 2 tiene una vara, rápidamente me contestó que 2. Enseguida le pregunté: *¿podrías encontrar entonces 1 “pequeño” de 2? y* rápidamente indicó que sí y lo señaló con su dedo y finalmente lo marcó en el pizarrón, (ver Figura 4.13).

Figura 4.13: Katia marcando 1/2 en la recta numérica

Planteé un último ejercicio, le pedí que me dijera dónde podría ubicar “pequeños” de 4. Sin embargo contestó que no sabía exactamente, para no presionarla a contestar, ahí concluimos esta sesión.

Decimotercera sesión: 16 de febrero de 2019

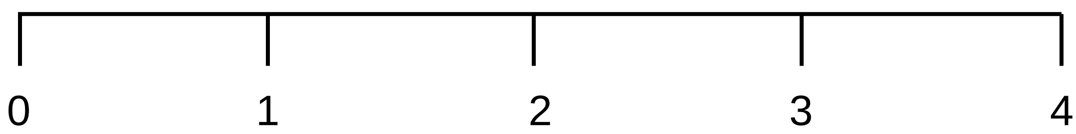
Tiempo: 60 minutos

Objetivo:

- Poder representar las medidas con notación convencional e identificar el lugar que ocupan en la recta numérica.

En esta sesión comenzamos recordando un poco, sobre lo que habíamos trabajado en la sesión anterior. Katia recordó que habíamos hecho una cinta, basándonos en las tiras que hacían los mexicas para adornar sus calles en las festividades (narración de la secuencia), y que a la cinta le habíamos llamado regla de medición. Recordó también que la habíamos pegado en el pizarrón y que había marcado en el pizarrón la medida de cada una de las varas. Reflexionó sobre por qué la comenzamos desde el cero.

Procedimos a colocar la misma cinta que hicimos la clase pasada, de nuevo en el pizarrón y le pedí que otra vez la marcara, quedando de la siguiente manera:



Repasamos con el ejemplo del pequeño de dos. Cuestioné a Katia: *si reconstruimos la vara con el pequeño de 2, ¿cuántos "pequeños" necesitaríamos?* Rápidamente contestó que 2, *y si tenemos que reconstruirla con el "pequeño" de 5, ¿Cuántos "pequeños" necesitamos?* De inmediato contestó que 5. Al contestar a varios cuestionamientos similares comentó que esos ya los sabía muy bien.

Puse entonces a Katia el ejemplo de la clase pasada, cuestioné de nuevo si podía decirme dónde colocaría la medida de 5 "pequeños" de 2. Esta vez, a diferencia de la sesión de la clase pasada se mostró muy segura, de inmediato me explicó que estaría entre el 1 y el 2 (contó al revés). Pero ocurrió algo extraño, al darme la explicación de cómo fue que lo acomodó de esa manera, ella comenzó a contar a partir 4, por lo que entre el 4 y el tres había dos "pequeños" de dos y, por lo tanto, entre el 3 y el 2 había otros dos y esto sumaría 4 "pequeños" de 2, por lo que 5 "pequeños" de 2 estaba entre el 2 y el 1. Quedé un poco sorprendida, no entendí bien por qué empezó a leer la recta numérica al revés. Le mencioné que su razonamiento era correcto, en cada vara había dos "pequeños" de 2; sin embargo, debía comenzar por el 0 en la recta, ya que como habíamos comentado, éste era el inicio, porque ahí no había varas aún. Katia de inmediato comprendió que yo tenía razón y entendió que no era así. Borró del pizarrón la marca que había puesto, visualizó de nuevo con atención y corrigió de forma exitosa, colocando la medida de 5 "pequeños" de 2 en donde correspondía, entre el 3 y el 4, exactamente a la mitad de ambos. Justificó como lo hizo anteriormente: *como en una vara hay 2 "pequeños" de 2, entonces en dos varas hay 4 "pequeños" de 2 y, 5* *“pequeños” de 2 estarían entre la vara 3 y la vara 4.* Y así lo marcó en la recta numérica del pizarrón, (ver Figura 4.14).

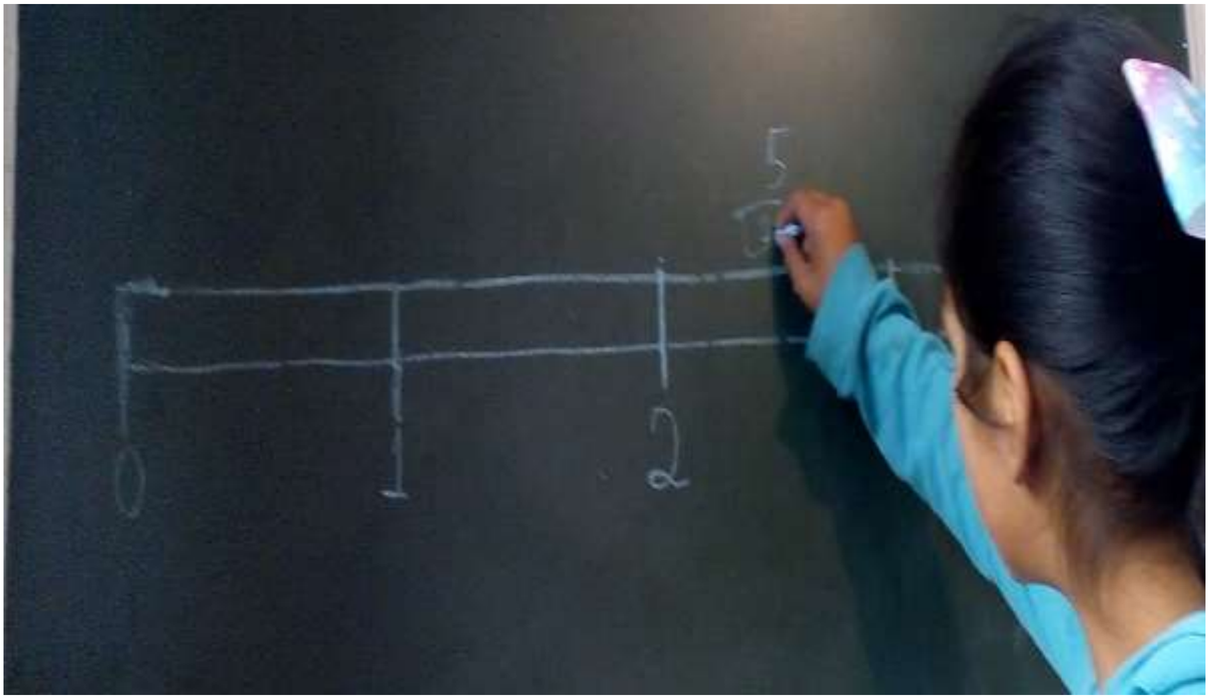


Figura 4.14: Katia colocando en la recta numérica 5/2

Aplaudí su respuesta, así como su forma de explicar y justificar cómo había llegado a ella. Katia había comprendido algo muy importante, el uso de la multiplicación en una recta numérica.

Posteriormente le pedí que me mostrará 15 “pequeños” de 4, invitándola a usar el mismo razonamiento multiplicativo que uso para encontrar 5 “pequeños” de 2. Katia se mostró algo pensativa, pero analizó dónde podría colocarlo cuando le mencioné que podía hacerlo como el caso anterior. Poco a poco fue comprendiendo y decidió multiplicar y sumar para corroborar. Entonces logró ubicar 15 “pequeños” de 4, entre la vara de 3 y la vara de 4, de manera correcta, (ver Figura 4.15).

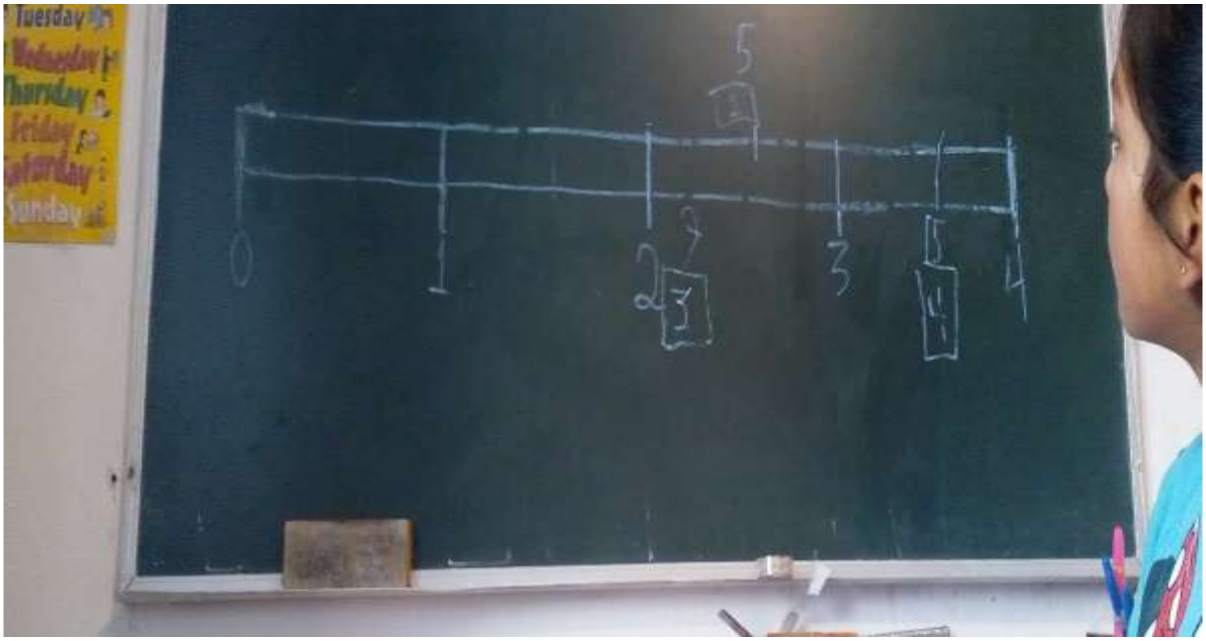


Figura 4.15: Katia colocando fracciones como 5/2, 15/4 y 7/3 en la recta numérica.

Después le pedí anotará en el pizarrón una comparación. Esta era de 11 “pequeños” de 6 con respecto a 7 “pequeños” de 3. De inicio se mostró pensativa, pero también con la perseverancia que la caracterizó en las últimas sesiones, analizó detalladamente la situación, y juntas reflexionamos con base en la vara (*Tlacotl*). De inmediato dijo que eran más “pequeños” los de 11, pero se tomó un poco más de tiempo para justificar su respuesta. La apoyé con la explicación de la reconstrucción de la vara. Fue entonces que Katia logró entender que 11 “pequeños” de 6, efectivamente como ella lo dijo, era menor a 7 “pequeños” de 3, pero porque en esta última medida (7/3), teníamos más de dos varas y en 11 “pequeños” de 6, aún no alcanzábamos las dos varas. Posterior a esto, pedí que ubicara en la recta los 7 “pequeños” de 3 y de inmediato lo hizo, muy segura y de forma correcta.

Pasamos entonces al trabajo en la recta numérica (regla de medición como la llamó Katia), pero esta vez en la libreta. Proporcioné a Katia una hoja con actividades similares a las que había realizado en el pizarrón, utilizando el código Mexica. En esta actividad, al igual que en el pizarrón, Katia debía ubicar las medidas de los “pequeños” en la recta numérica según correspondiera, (ver Figura 4.16). Con esta actividad finalizó esta sesión.

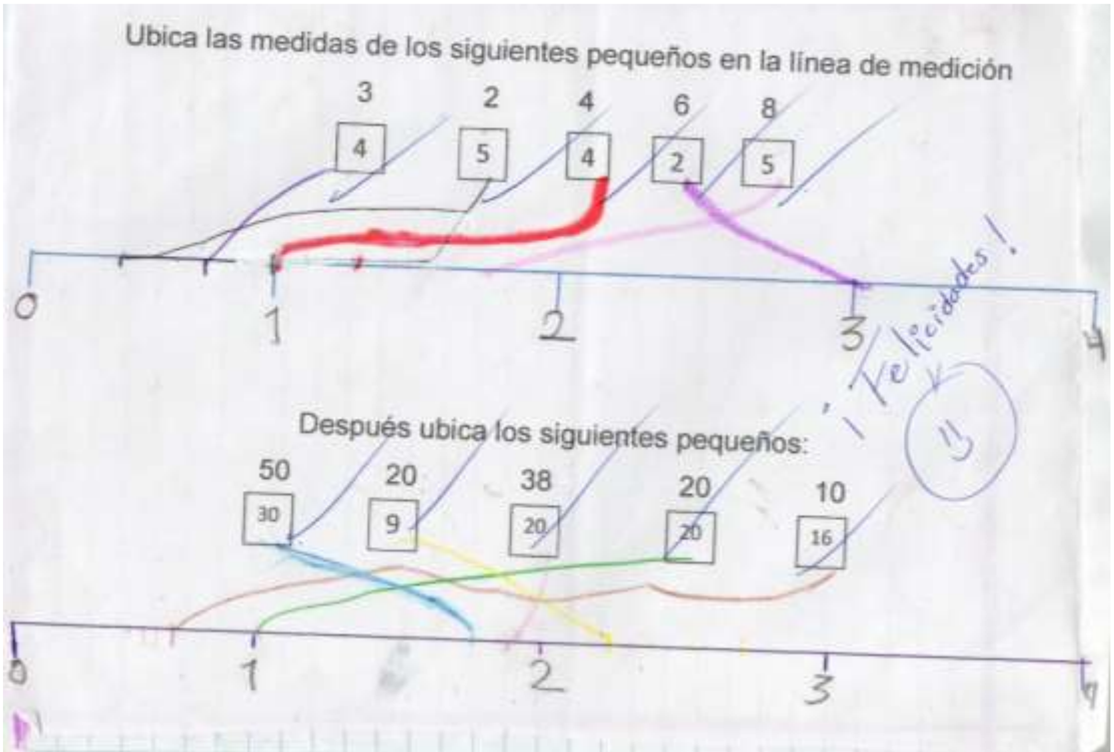


Figura 4.16: Ejercicio de recta numérica de Katia

En la primera recta numérica, Katia no presentó ninguna dificultad. Pero en la segunda, al ver que debía ubicar 50 “pequeños” de 30, se desconcertó y de pronto no tenía idea de cómo hacerlo. Le expliqué que era igual a los ejemplos que habíamos hecho con medidas de “pequeños” que no tenía entre sus popotes. Comprendió entonces que, si lo hacía con el ejemplo de la reconstrucción de la vara, entonces necesitaría 30 “pequeños” de 30 para hacer una vara; por lo tanto, si tenía 50, tendría más de una vara. Ese fue el razonamiento que utilizó para todos los ejercicios.

Decimocuarta sesión: 23 de febrero de 2019

Tiempo: 40 minutos

Objetivos:

- Representar las medidas con notación convencional e identificar el lugar que ocupan en la recta numérica.
- Transitar de la escritura de las medidas con el código Mexica a la escritura convencional (fracciones).

Comenzamos haciendo una revisión del tema y las actividades que hicimos en la sesión anterior. Reflexionamos sobre la importancia de visualizarlo antes de marcarlo en la recta numérica. Pedí a Katia que me leyera, una por una, las medidas que había ubicado en la recta numérica de su libreta, de la sesión pasada.

Previamente marqué en el pizarrón de nuevo la recta numérica. Después del repaso, pedí a Katia que ubicara algunos ejemplos. Empezamos con 5 “pequeños” de 4. Nos remitimos a la explicación de la reconstrucción de la vara. Anotó la medida en la recta numérica del pizarrón. Justificamos la respuesta con el mismo razonamiento de sesiones anteriores. Pedí que ahora marcara 3 “pequeños” de 4, en la recta numérica. Finalmente le dicté varios ejemplos más, que debía escribir en el pizarrón, pero sin ubicarlos en la recta numérica, estos fueron:

$$\overset{\textbf{6}}{\boxed{\textbf{10}}} \qquad \overset{\textbf{9}}{\boxed{\textbf{2}}} \qquad \overset{\textbf{4}}{\boxed{\textbf{8}}} \qquad \overset{\textbf{10}}{\boxed{\textbf{3}}} \qquad \overset{\textbf{20}}{\boxed{\textbf{4}}}$$

Katia los escribió sin ningún problema, lo hizo rápido y fluido, ya dominaba muy bien la lectura y escritura de esta forma. Cuando terminó de escribirlos, la felicité pues ya era toda una experta en esto. Le dije que le contaría un secreto, que era momento de contárselo porque ella ya podía escribir a la perfección con la notación Mexica. Le conté que los mexicas las escribían de esa manera, según me contó el danzante y que ellos los llamaban “pequeños”. Sin embargo, en la actualidad reciben otro nombre, las conocemos y trabajamos con otro nombre, puse un ejemplo, y le dije que en la actualidad se escriben así:

$$\mathbf{\frac{20}{4}} \qquad \mathbf{\frac{1}{2}} \qquad \mathbf{\frac{1}{4}}$$

Pregunté: *¿a qué crees que se parece el primer ejemplo?* Katia contestó que no sabía. Le puse un ejemplo más, el de ½. Le comenté que nosotros lo leíamos y escribíamos como 1 pequeño de 2; sin embargo, en la actualidad solo le ponen una línea. De nuevo cuestioné, *¿a qué se parece?, ¿dónde lo has visto?* Sorprendentemente Katia siguió diciendo que no sabía. Puse un último ejemplo, el de ¼, le volví a preguntar: *¿a qué crees que se parece?* Contestó: *se me hace conocido, pero no me acuerdo*. Comenté: *¿no se parece a algo que le llaman fracciones?* Fue entonces que Katia recordó y contestó: *¡ah es cierto, sí se parece a las fracciones!*

Comenté a Katia: *¿Qué crees? Todo este tiempo lo que hemos estado viendo y trabajando han sido fracciones. Sin que te dieras cuenta, hemos estado haciendo fracciones*. Katia no podía creer que fueran fracciones, se mostró muy sorprendida, comentó: *¿En serio que son fracciones?* Le respondí: ¡*claro!, eso son, solamente que les quitaron unas líneas de la cajita del código mexica y en la actualidad, de manera convencional, solo le ponen una línea.*

Le expliqué que era lo mismo 1 pequeño de 2, que 1/2. Igualmente, le dije que 1 “pequeño” de 4 era lo mismo que ¼. Así que le pregunté cómo sería con 5 “pequeños” de 4, la cuestioné: *¿cómo se leería esta fracción en la actualidad?* Acertadamente respondió que 5/4 (cinco cuartos). Le dije que, aunque hoy en día escribimos de manera convencional las fracciones, le recomendaba que las recordara como “pequeños”. Le puse varios ejemplos, en Mexica y en español, todos los leyó de forma correcta.

Después le pedí que anotara en su libreta: dictado de Mexica y convencional. En esta actividad le fui dictando varios ejemplos, tanto en español como en Mexica. Por ejemplo, si le dictaba ¾ (tres cuartos), ella debía escribir la fracción en Mexica como 3 “pequeños” de 4 con la cajita del código; pero si le dictaba en Mexica 2 “pequeños” de 6, ella debía escribir 2/6 (dos sextos). Hizo 25 ejercicios, todos de forma correcta, (ver Figura 4.17). Antes de calificarle, le pedí que me los leyera, todas las fracciones las leyó excelente.

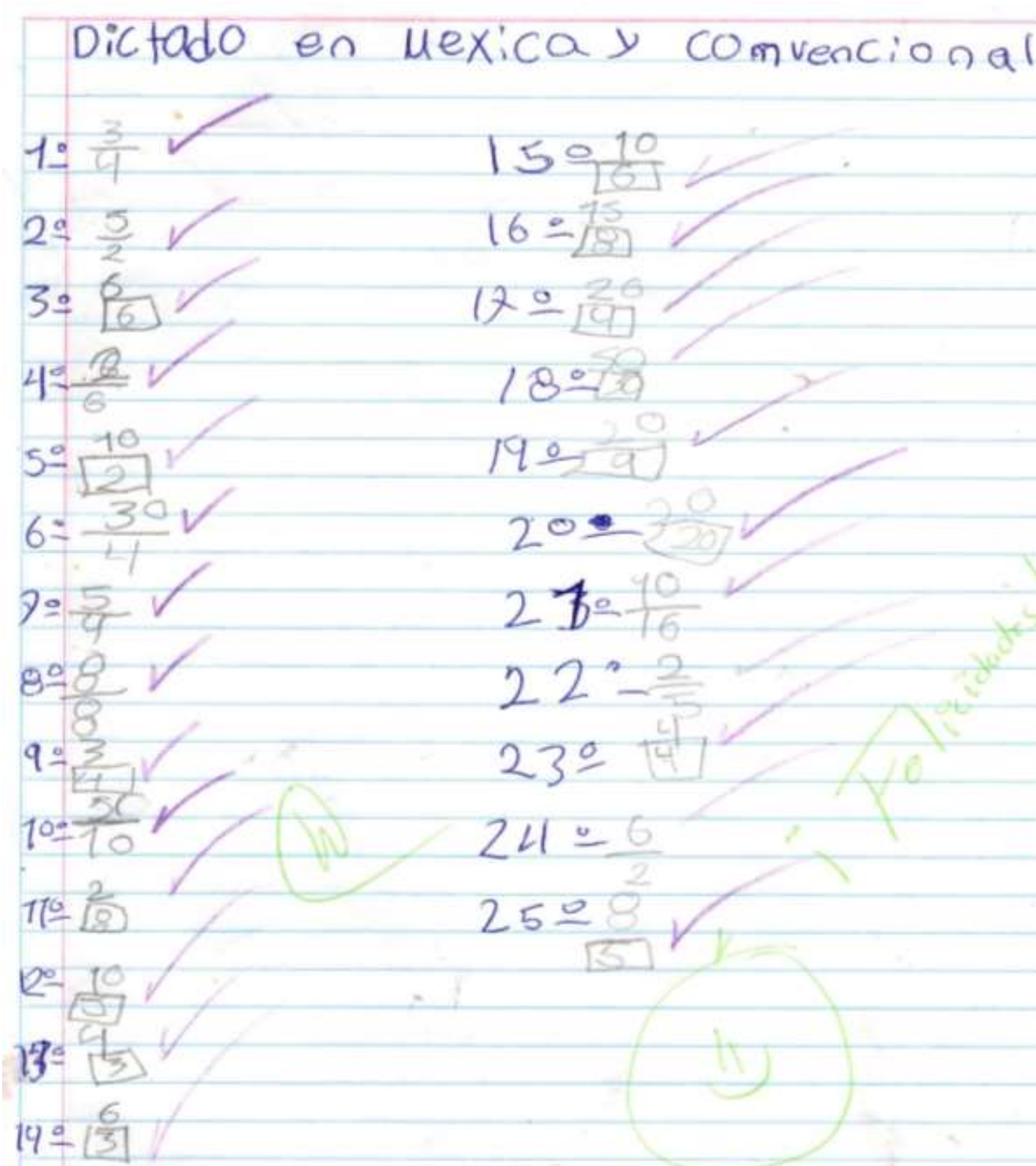


Figura 4.17: Extracto de la libreta de Katia. Dictado de fracciones y "pequeños"

Después del dictado, pedí a Katia que ubicara las fracciones en la recta numérica en el pizarrón. Primero, le pedí ubicara 1 "pequeño" de 2, pero usando la forma convencional ½ (ver Figura 4.18), después un 1 "pequeño" de 4. Katia marcó el primero en la recta numérica, muy segura de sí misma y de lo que hacía.

Sin embargo, al ir avanzando, se sintió algo confundida, al querer verlos como fracciones y no como “pequeños”. Se permitió reflexionar un poco más. La apoyé explicándole de nuevo, pero ella prefirió seguirlos anotando de la forma en que los aprendimos (“pequeños”). Con el último ejemplo de 10 “pequeños” de 5, tuvo un poco de dificultad. Entonces le volví a explicar que los “pequeños” y las fracciones eran lo mismo.

Ella entendía que así era y las podía leer como fracciones, pero al ubicarlas, las visualizaba como “pequeños”. Esto fue un gran apoyo porque hacerlo así la ayudó a dimensionarlo mejor.

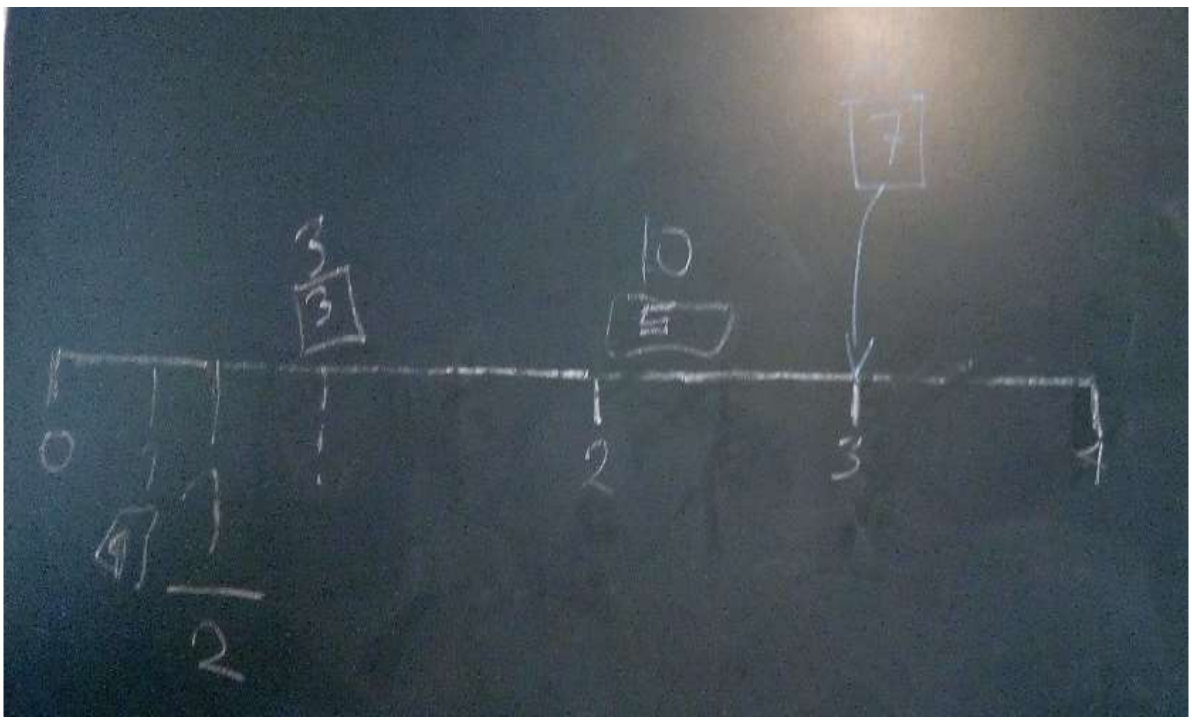


Figura 4.18: La recta numérica con los ejemplos de fracciones y “pequeños”, marcados por Katia

Le seguí explicando y ella finalizó leyéndolas de nuevo en Mexica (náhuatl) y en español. Con esto finalizamos esta sesión.

Decimoquinta sesión (última): 2 de marzo de 2019

Tiempo: 40 minutos

Objetivos:

- Medir con las subunidades y saber representar las medidas como fracciones.
- Representar las medidas con notación convencional e identificar el lugar que ocupan en la recta numérica. Leer las medidas y dimensionarlas ya como fracciones.

Desde la sesión anterior, Katia ya estaba lista para la evaluación final. Había ya cumplido con todos los objetivos establecidos en la secuencia. Sin embargo, debido a que la noté un poco confundida al hacer la transición a la forma convencional de fracciones, fue que decidimos hacer un breve repaso.

En esta última sesión repasamos sobre lo que habíamos hecho la clase pasada. Le pregunté si recordaba lo que habíamos hecho y de inmediato contestó que sí. Sobre todo, recordaba la parte en la que le confesé que eran fracciones lo que habíamos estado trabajando. Según mencionó, aún no podía creerlo. Le dicté seis fracciones en Mexica y en español y las escribió en su libreta, (ver Figura 4.19).

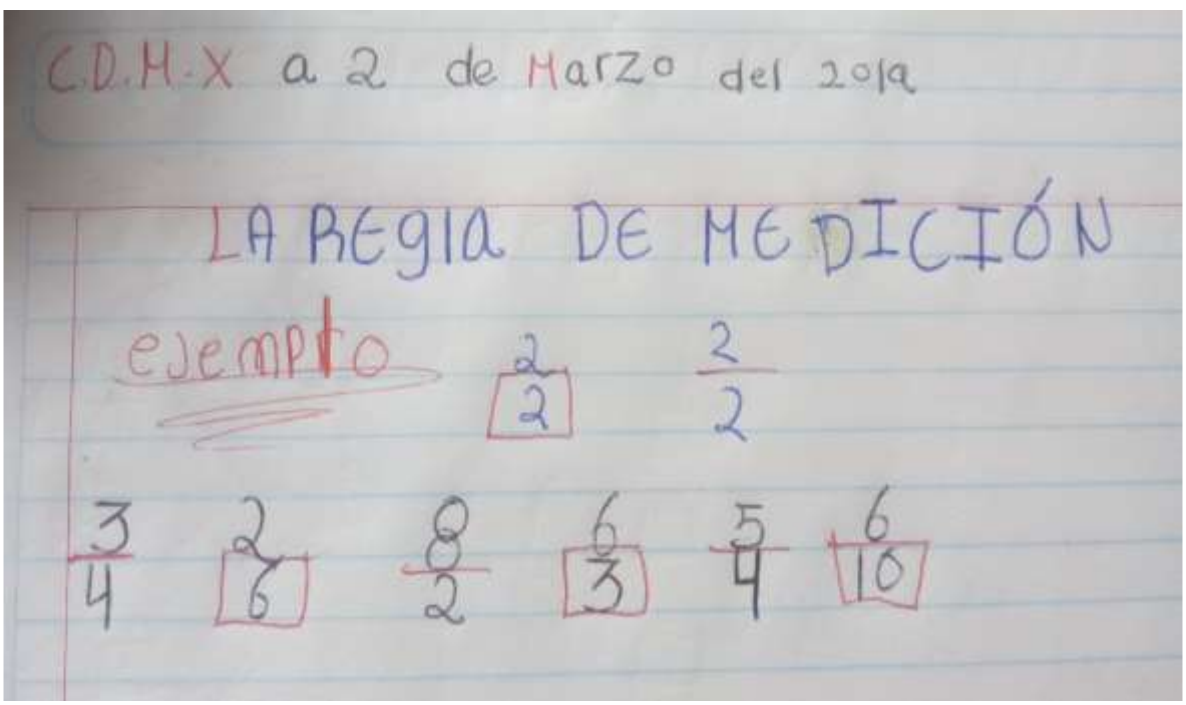


Figura 4.19: Extracto de la libreta de Katia. Ejercicios de repaso final.

Repasamos en el pizarrón las siguientes fracciones:

$$\frac{2}{4} \qquad \frac{3}{6} \qquad \frac{4}{8} \qquad \frac{5}{5} \qquad \frac{8}{2} \qquad \frac{10}{10} \qquad \frac{12}{6} \qquad \frac{50}{30}$$

Le dicté estas fracciones a Katia y ella las fue escribiendo en el pizarrón, de acuerdo con la forma convencional. También las leyó así. En casi todas le fue muy bien, excepto en la de 50/30, debido a que desconocía como se decía el 30 en fracción. Le expliqué que se decía treintavo o trigésimo, que ambas son correctas, sin embargo es más usual llamarlo treintavo y no tuvo mayor problema. Después le marqué en el pizarrón de nuevo la recta numérica y pedí que me marcara cuatro de los ejemplos que habíamos hecho. Eligió cuatro de ellos y los marcó correctamente, y aunque le costó un poco de trabajo, después de razonar con más cuidado y apoyarse con la explicación de la vara, logró hacerlo, nunca se rindió, (ver Figura 4.20).

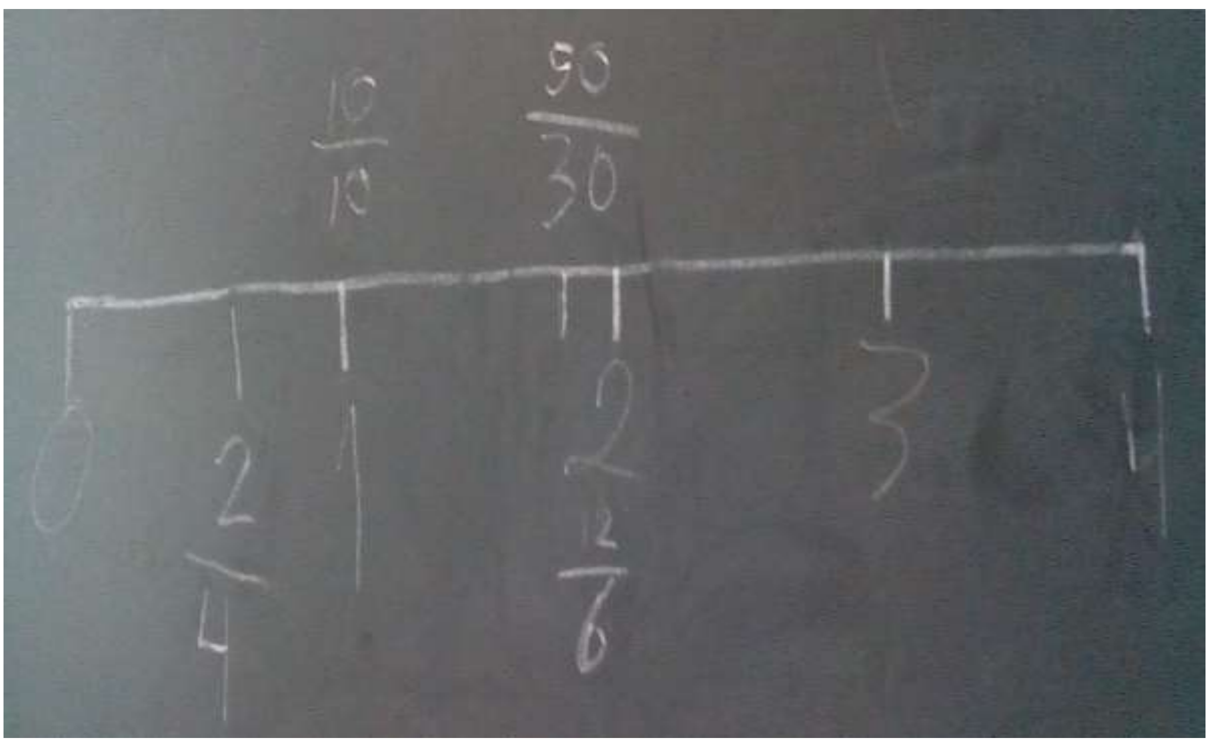


Figura 4.20: Recta numérica con las fracciones marcadas debidamente por Katia

Como se puede notar, a lo largo de quince sesiones, Katia fue mejorando ampliamente su desempeño. Cumplió satisfactoriamente con todos los objetivos planteados en la secuencia de enseñanza diseñada por Cortina, Visnovska y Zúñiga (2014; ver Capítulo III). El progreso de Katia se notó en la evaluación final que le apliqué una semana después de la última sesión (decimoquinta sesión). Ésta se describe a detalle en el siguiente capítulo.

Capítulo VI: EVALUACIÓN FINAL

Una vez que concluyeron las quince sesiones de trabajo con Katia, le apliqué una evaluación final, siguiendo una metodología similar a la evaluación inicial (ver Capítulo IV). Ella fue contestando de forma escrita en mi presencia. Yo fui leyendo con ella cada una de las consignas de la evaluación final y le fui aclarando dudas sobre éstas, cuando así fue necesario.

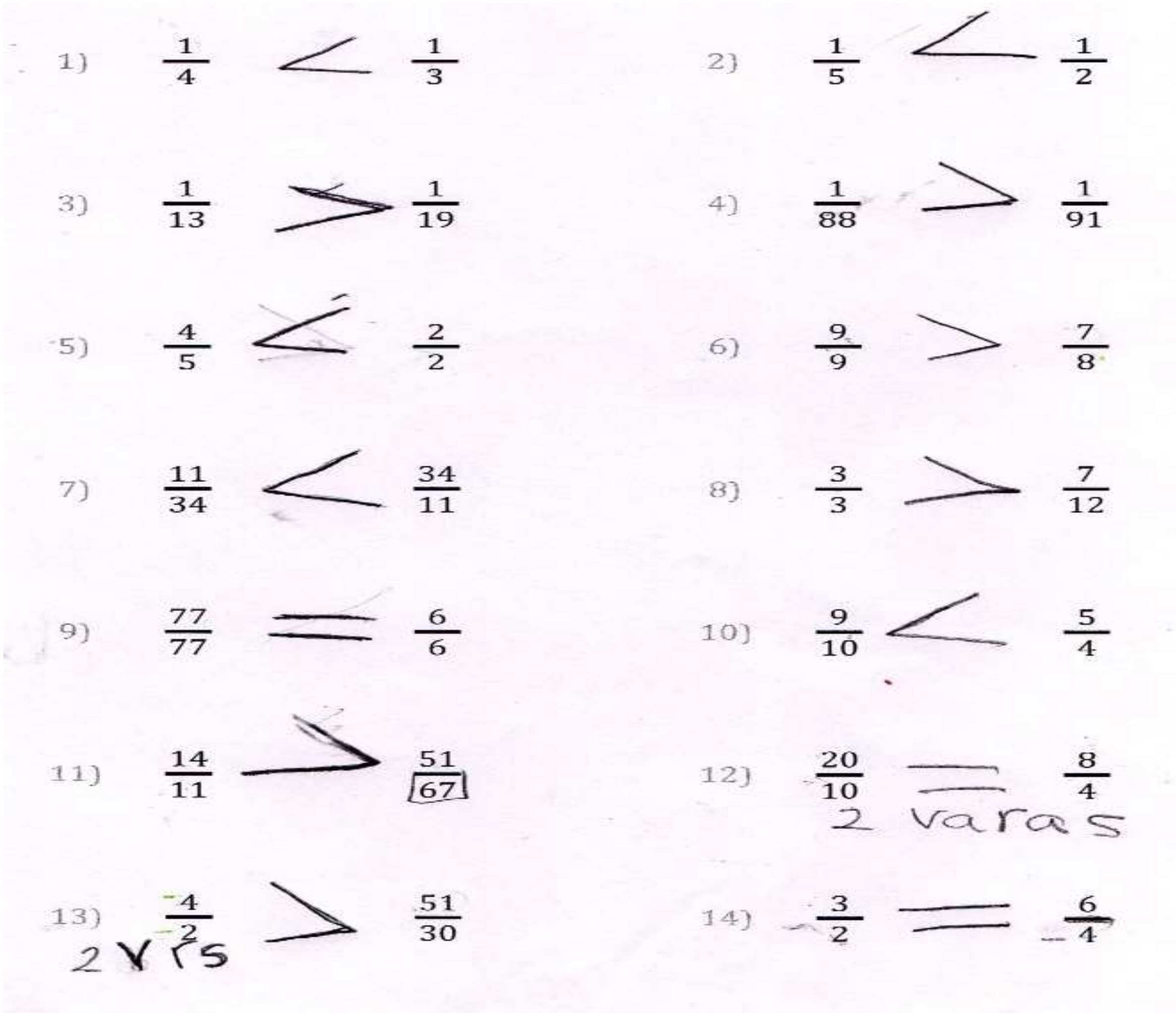
El objetivo principal de la evaluación final fue precisar los avances que tuvo Katia a lo largo de las sesiones de trabajo. Como se explica a detalle, a continuación, la evaluación final mostró que Katia había avanzado significativamente en su comprensión de las fracciones.

La sesión en la que se aplicó la evaluación, comencé pidiéndole a Katia que recordara lo que se trabajó a lo largo de las sesiones. Primero recordó que habíamos trabajado con el Tlacotl; también, que hizo sus propios “pequeños” y que se trabajó con la línea de medición. Además, recordamos que, aunque no siempre fue consciente de ello, siempre estuvo trabajando con fracciones.

Le pedí que al resolver los problemas de la evaluación, tuviera presente todo lo que aprendió, trabajando con los “pequeños”, aunque ahora el lenguaje y las representaciones que se usarían serían las de las fracciones.

La evaluación final consistió en tres partes. En la primera, le presenté problemas de fracciones que no fueron incluidos en la evaluación inicial, pero que eran similares a los que trabajamos en las sesiones. En la segunda, incluí algunos de los reactivos de la primera evaluación que le apliqué. Finalmente, en la tercera, le pedí que resolviera algunas situaciones de fracciones incluidas en el libro oficial de tercer grado de educación primaria (SEP, 2014).

Comencé proporcionándole una hoja con varias comparaciones de fracciones donde debía hacer uso de los signos, ya trabajados de mayor >, menor < o = igual, (ver Figura 5.1).



1) $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{13} > \frac{1}{19}$ 4) $\frac{1}{88} > \frac{1}{91}$

5) $\frac{4}{5} < \frac{2}{2}$ 6) $\frac{9}{9} > \frac{7}{8}$

7) $\frac{11}{34} < \frac{34}{11}$ 8) $\frac{3}{3} > \frac{7}{12}$

9) $\frac{77}{77} = \frac{6}{6}$ 10) $\frac{9}{10} < \frac{5}{4}$

11) $\frac{14}{11} > \frac{51}{\boxed{67}}$ 12) $\frac{20}{10} = \frac{8}{4}$

2 varas

13) $\frac{4}{2} > \frac{51}{30}$ 14) $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$

2 vrs

Figura 5.1: Ejercicios de evaluación final de Katia. Comparaciones

En la resolución de estas comparaciones, en el primer ejercicio la apoyé recordándole la importancia de la orientación de los signos, ya que esto determina el valor que les damos. Y con el mismo razonamiento de la reconstrucción de la vara, esto para beneficiar su comprensión del orden inverso de las fracciones, en el momento de la resolución de los ejercicios y para repasar sobre lo ya trabajado. Contestó de forma correcta, hasta el ejercicio cuatro. En el ejercicio cinco, oralmente contestó correctamente, pero al colocar el signo, se equivocó. Traté de orientarla a que con un poco más de atención viera si el signo estaba escrito de acuerdo al valor que ella quería representar, al darse cuenta, borró y rectificó, mismo caso en el ejercicio once. En el ejercicio nueve, al leerlo primero pensó que el 77/77 era mayor. Sin embargo, le pedí que observara con más cuidado. Reflexionó de inmediato y corrigió. En el ejercicio número siete, tuvo un poco de confusión, primero lo visualizó como una igualdad, después lo razonó con más cuidado y se dio cuenta de que estaba en un error, por lo cual corrigió. Posteriormente ya no necesitó apoyo con los demás ejercicios. Ella sola los fue contestando y de manera correcta. Cuando la cuestioné sobre sus respuestas, respondió muy bien, justificando con la explicación de la vara.

En el ejercicio número trece de 4/2 y 51/30, se tomó un poco más de tiempo para resolverlo, pero recurrió a una técnica que le funcionó muy bien, también para ejemplos posteriores, que fue el escribir debajo, cuántas varas tenía, para hacer la comparación más fácilmente. Así siguió resolviendo y lo hizo de forma correcta, durante toda la resolución del ejercicio le fui pidiendo que me leyera las fracciones a resolver, en la forma convencional y lo hizo correctamente, solo titubeó en la de 1/19. Mencionó que le gustaba más trabajarlos como “pequeños” y con el código Mexica que le había enseñado.

Posteriormente le puse una actividad de recta numérica en la que tenía que ubicar fracciones. Katia se mostró muy segura y confiada para resolverla. Quiso usar colores para diferenciar los lugares que ocuparían dichas fracciones en la recta numérica (ver Figura 5.2). Todas las ubicó de forma correcta. Este ejercicio no implicó para ella mucha dificultad. Le pedí que leyera las fracciones que iba a ubicar, en Mexica (náhuatl) y en español, así como que justificara sus respuestas. Todo lo anterior lo hizo muy bien.

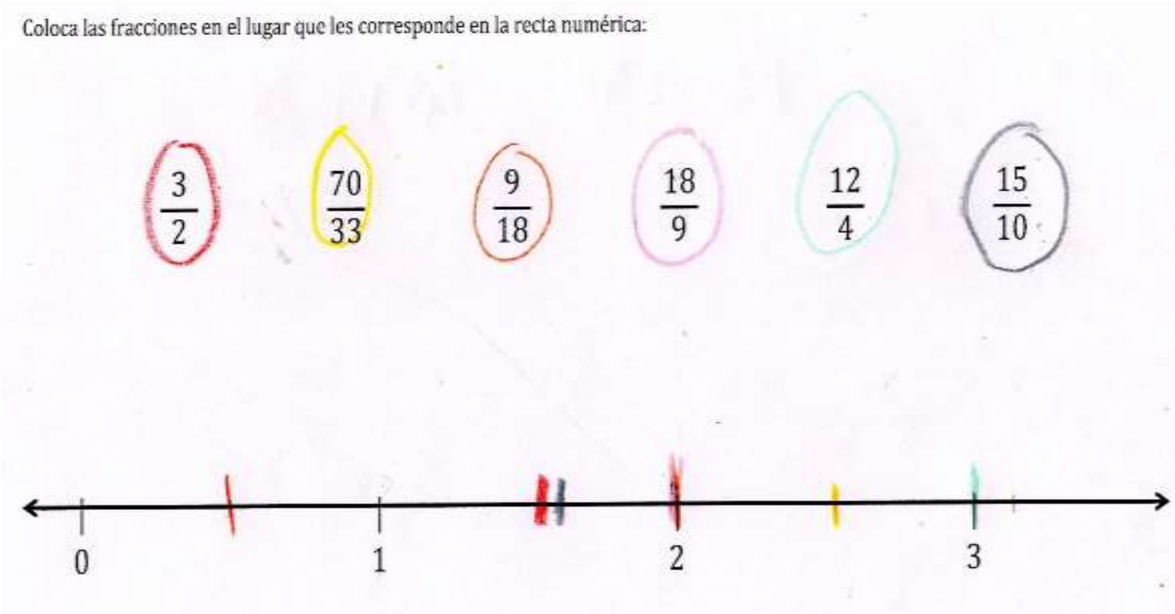


Figura 5.2: Recta numérica resuelta por Katia en la evaluación final

Continué presentándole los ejercicios que estuvieron incluidos en la evaluación inicial, (ver Capítulo IV). El primero lo resolvió sin dificultad alguna, (ver Figura 5.3). En cada fracción escribió el nombre convencional, aunque hubo que corregir algunos errores ortográficos.

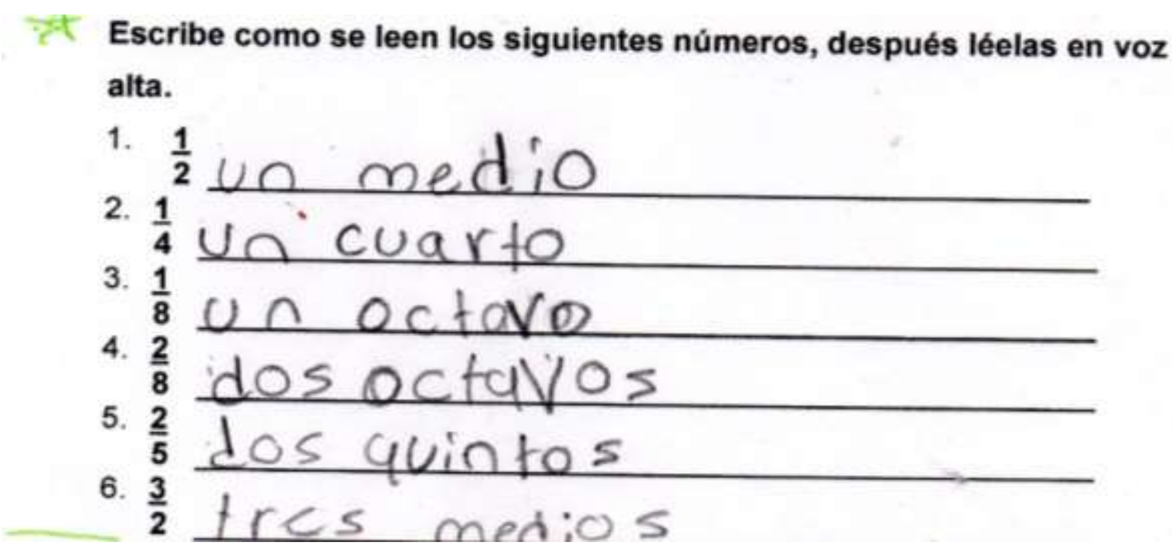
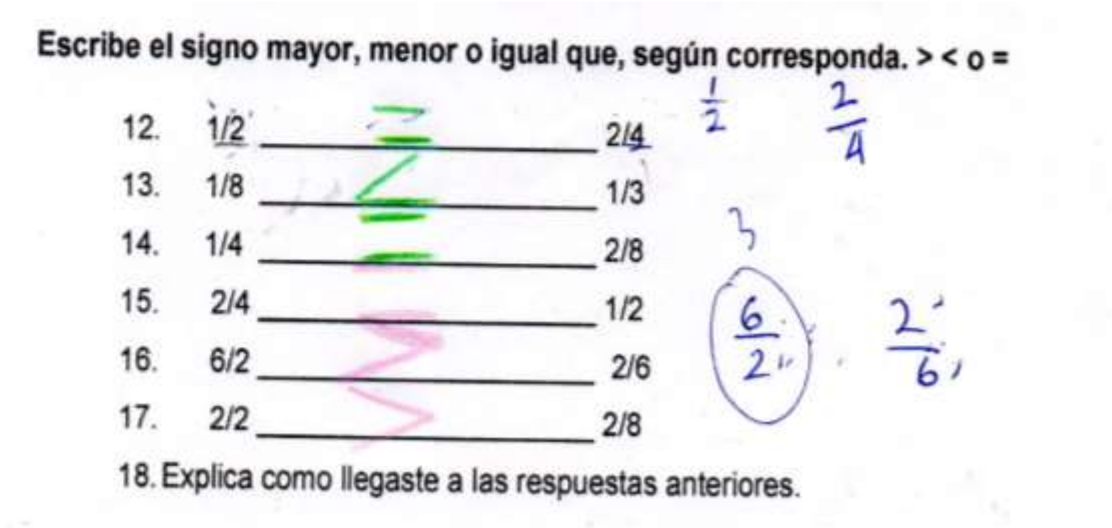


Figura 5.3: Extracto de la evaluación final de Katia. Lectura y escritura de fracciones.

En el siguiente ejercicio, Katia comparó varias fracciones (ver Figura 5.4).


Escribe el signo mayor, menor o igual que, según corresponda. > < o =

12. 1/2 = 2/4
13. 1/8 < 1/3
14. 1/4 = 2/8
15. 2/4 = 1/2
16. 6/2 > 2/6
17. 2/2 > 2/8

18. Explica como llegaste a las respuestas anteriores.

Figura 5.4: Extracto de la evaluación final de Katia. Comparación de fracciones.

Tuvo algunas dificultades con las equivalencias. Sin embargo no desistió, se tomó un poco más de tiempo para reflexionar. Yo la apoyé orientándola, ilustrándole las fracciones con la forma con la que más las reconocía, es decir colocando el numerador encima de la línea, separándolo del numerador y ya no con la diagonal, para que interpretara las fracciones como medidas y así pudo lograr completar correctamente la actividad.

Pasamos entonces a otro ejercicio, que en la evaluación inicial se le complicó. Este ejercicio se trataba de indicar la cantidad de líquido que habría en un envase leche, de acuerdo con lo que le indicaban las fracciones. El lector recordará que, en la evaluación inicial, Katia interpretó las fracciones como si fueran números naturales y las colocó mal, (ver Capítulo IV).

En esta ocasión, el resultado fue muy diferente. Incluso, Katia comentó que esta había sido la actividad que más le había gustado. Para resolverla, recurrió a la imagen de la vara (Tlacotl), la cual marcó con rosa en el margen. Utilizó de nuevo sus lápices de colores para indicar los niveles del líquido, (ver Figura 5.5).

Figura 5.5: Extracto de evaluación diagnóstica de Katia. Ubicación de fracciones.

El siguiente ejercicio implicó ubicar fracciones en una recta numérica. Katia lo resolvió correctamente, sin problema, a diferencia de sus respuestas en la evaluación inicial (ver Capítulo IV). Comentó que ya sabía hacerlo. Colocó las fracciones donde estimaba que quedaban, usando sus colores para diferenciarlas y las leyó con su nombre convencional de fracciones, (ver Figura 5.6).

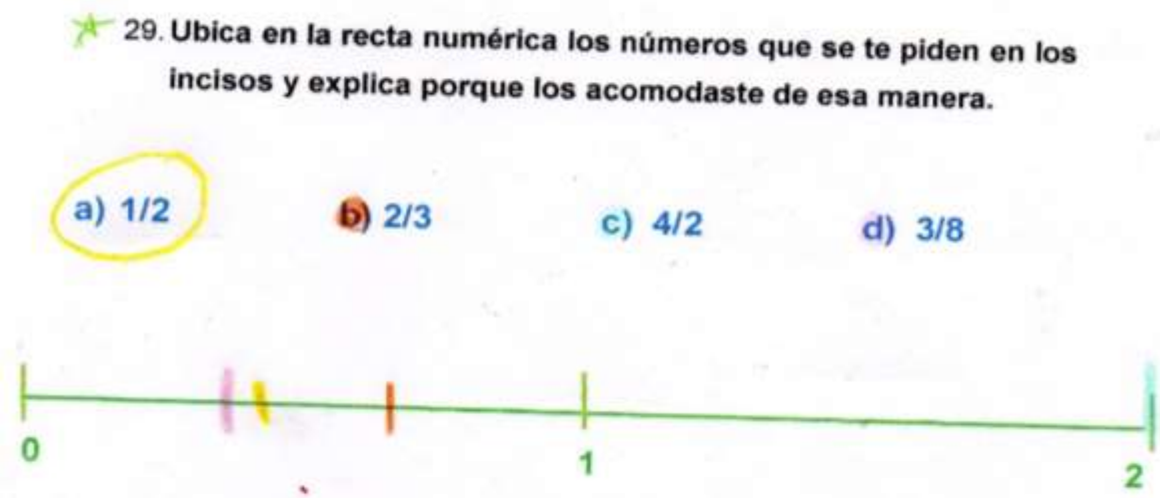
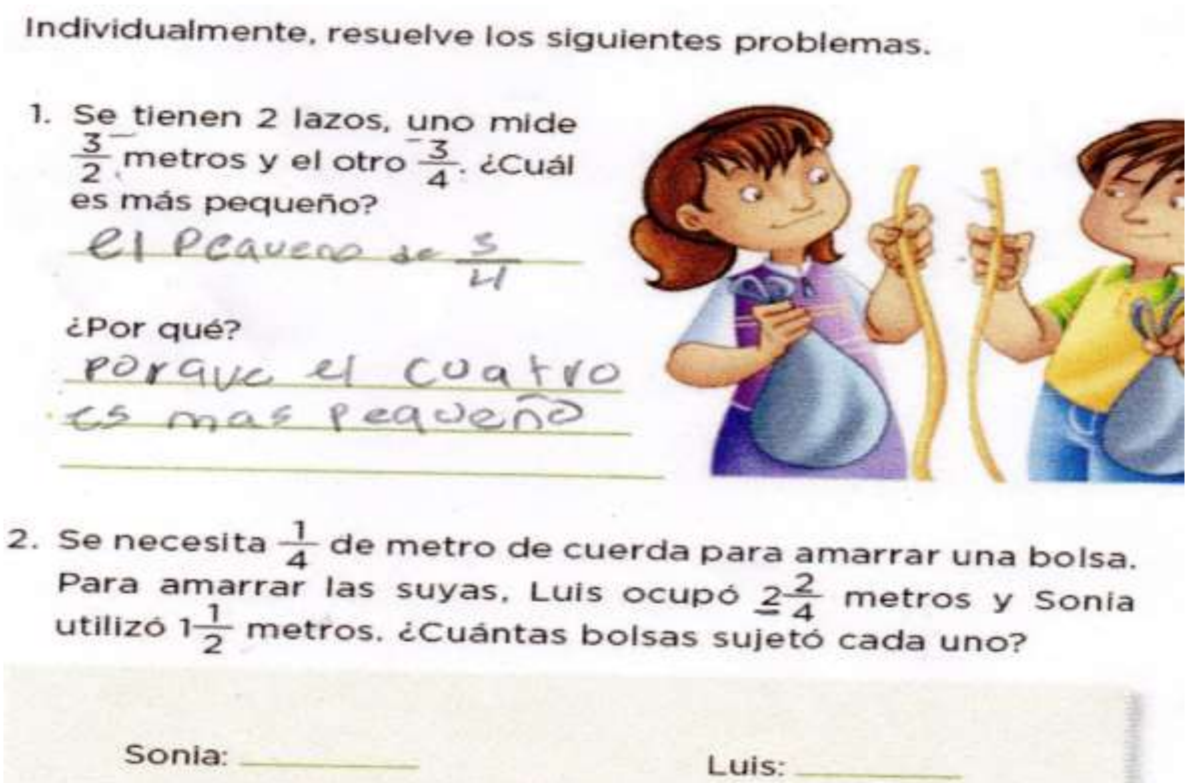


Figura 5.6: Extracto de la evaluación final de Katia. Recta numérica y ubicación de fracciones.

Finalmente, le presenté varios ejercicios del libro de texto de tercer grado para ver si podía generalizar sus conocimientos a problemas y contextos que no se trabajaron en las sesiones. En el primero, tenía que comparar dos cuerdas, conforme a su medida fraccionaria, (ver Figura 5.7). Leímos juntas la consigna. Después ella la releyó sola. Se mostró un poco confundida al principio, debido a que ambas fracciones tenían como numerador el número 3. Sin embargo, después de repasar un poco sobre lo que habíamos estados trabajando, (comparaciones con la vara) se dio cuenta que ¾ era más pequeño que 3/2, razonando que el “pequeño” de a 4 era más pequeño que el de a 2.


Individualmente, resuelve los siguientes problemas.

1. Se tienen 2 lazos, uno mide $\frac{3}{2}$ metros y el otro $\frac{3}{4}$. ¿Cuál es más pequeño?

el Peaueno de $\frac{3}{4}$

¿Por qué?

porque el cuatro es mas pequeño

2. Se necesita $\frac{1}{4}$ de metro de cuerda para amarrar una bolsa. Para amarrar las suyas, Luis ocupó $2\frac{2}{4}$ metros y Sonia utilizó $1\frac{1}{2}$ metros. ¿Cuántas bolsas sujetó cada uno?

Sonia: ________ Luis: ________

Figura 5.7: Extracto de la evaluación inicial de Katia. Con base en el libro de texto gratuito de tercer grado SEP; 2014. p. 110

La segunda parte del mismo ejercicio incluía un problema con fracciones mixtas que no pudo resolver. Traté de apoyarla con una explicación, pero Katia comentó que se le hacía bastante confuso, (ver Figura 5.7). No quise forzarla.

Pasamos al siguiente ejercicio, en el que había que marcar el nivel que tendría un líquido en diferentes vasos de acuerdo con una fracción. También tenía que ubicar fracciones en una tira de papel, (ver Figura 5.8). En ambos casos, Katia resolvió los problemas de forma correcta y muy segura de que lo hacía era lo correcto. En el ejercicio de los vasos hizo lo mismo que en el cartón de leche: marcó con color rosa la altura de los envases, para así visualizarlo como la vara. Utilizando este procedimiento y razonamiento, lo hizo rápidamente y de forma correcta en ambos casos.

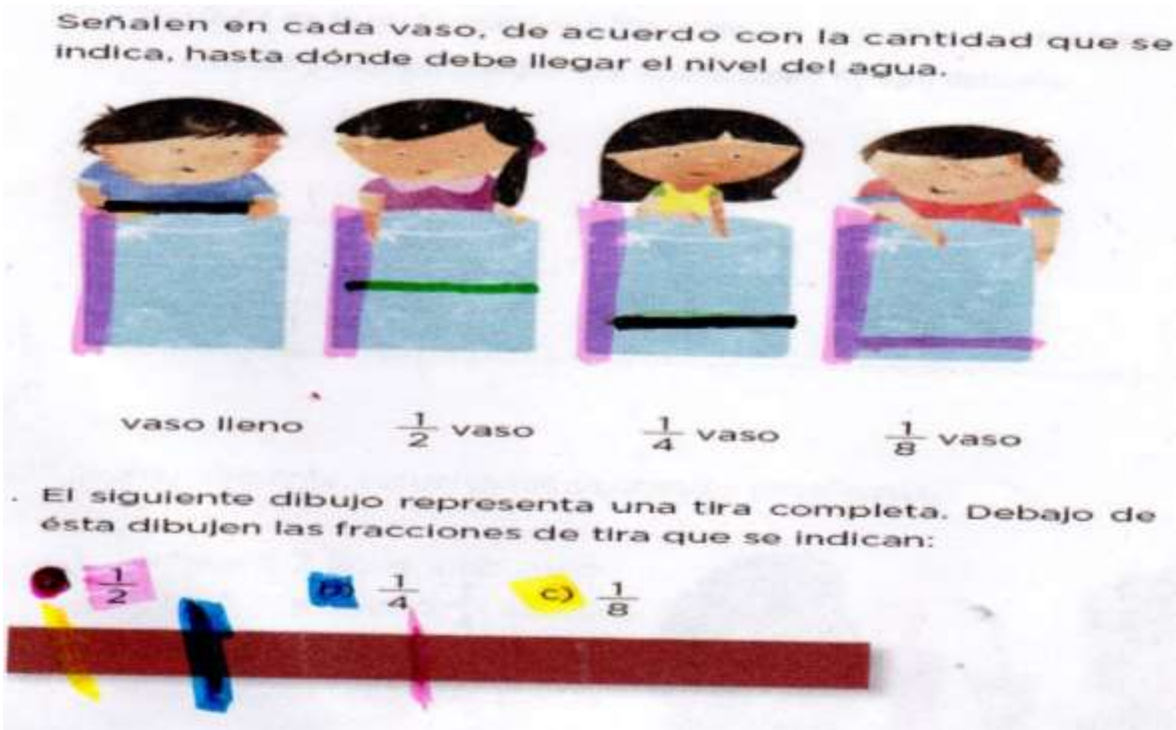
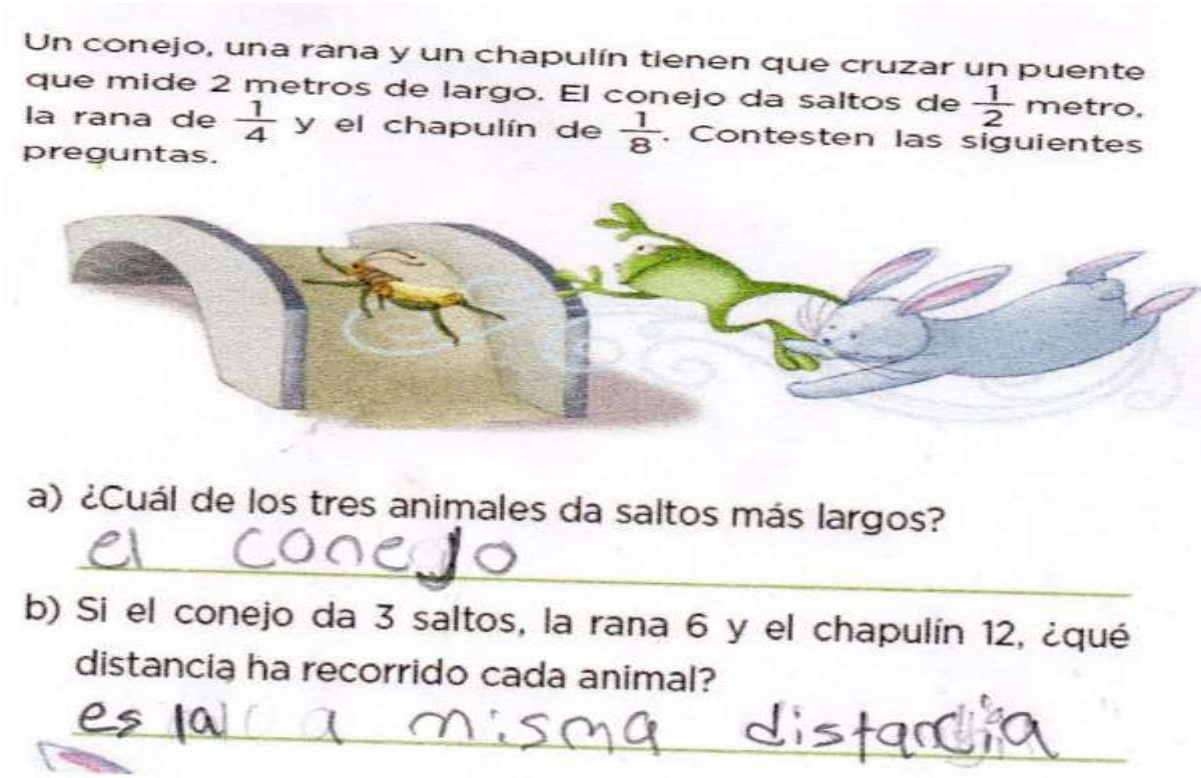


Figura 5.8: Extracto de las actividades de la evaluación de Katia, con base en el libro de texto gratuito de tercer grado. SEP; 2014. p.70

El siguiente ejercicio, igualmente retomado del libro de texto gratuito, planteaba un problema vinculado con fracciones de medida de longitud. De igual forma que los anteriores, procedimos a leerlo juntas. Katia no tuvo grandes dificultades para comprenderlo y resolverlo. La invité a usar el mismo razonamiento que habíamos venido trabajando. Sorpresivamente, de inmediato contestó la primera pregunta indicando que el animal que daba saltos más largos era el conejo, (ver Figura 5.9).



Un conejo, una rana y un chapulín tienen que cruzar un puente que mide 2 metros de largo. El conejo da saltos de $\frac{1}{2}$ metro, la rana de $\frac{1}{4}$ y el chapulín de $\frac{1}{8}$. Contesten las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál de los tres animales da saltos más largos?

el conejo

b) Si el conejo da 3 saltos, la rana 6 y el chapulín 12, ¿qué distancia ha recorrido cada animal?

es la misma distancia

Figura 5.9: Extracto de la evaluación final de Katia: Ejercicio con base en el libro de texto gratuito de tercer grado SEP; 2014. p.107

La segunda pregunta se le complicó un poco, así que le dibujé una recta numérica en el pizarrón para que pudiera visualizarlo mejor. Esto le sirvió. Logró comprender que los tres animales habían avanzado la misma distancia. Al parecer, logró visualizar las acciones de los animales como medidas realizadas con los “pequeños”.

Con este ejercicio se dio fin a la evaluación final. Los resultados de esta evaluación mostraron un gran avance, comparados con su desempeño en la evaluación inicial, (ver Capítulo IV). En general, los resultados indicaron que Katia era capaz de reconocer las fracciones como longitudes (medidas) y no como números naturales de dos cifras. Esto le permitió comparar correctamente el tamaño de las fracciones unitarias, así como ubicar fracciones propias e impropias en la recta numérica.

Cabe señalar que en esta evaluación se notaron cambios en Katia, no solo en su conocimiento de las fracciones. Parecía ser una niña diferente, mucho más segura y participativa. Incluso, cuando le comenté que era una evaluación final, no se mostró temerosa, sino por el contrario, muy dispuesta a realizarla.

CONCLUSIONES

A lo largo de mi trayectoria profesional, nunca había visto una evolución tan significativa en el aprendizaje matemático, como la de Katia; mucho menos en tan poco tiempo y, sobre todo, en el tema de las fracciones. Como ya lo he mencionado en esta tesina, yo tengo ocho años de experiencia docente. He trabajado como maestra frente a grupo y, desde que inicié mis estudios de licenciatura, he dado clases de regularización.

Los niños que acuden a mí llegan con muchos problemas en su comprensión de las fracciones. Igual que como llegó Katia, sus formas de interpretar estos números son inadecuadas, por decir lo menos, (ver Capítulo I). Eso, en su momento, me llevó a aplicar diferentes métodos de enseñanza de las fracciones, como el de la partición de enteros en partes iguales. También hice uso de materiales concretos como el de las regletas de colores (o regletas de Cuisenaire).

Por diferentes medios, traté que mis alumnos entendieran qué son y en qué se diferencian el numerador y el denominador de una fracción, que razonaran sobre el tamaño de las fracciones unitarias y que entendieran por qué entre más grande era el número en el denominador, más pequeño era el tamaño de la fracción. También me ocupé de que pudieran ubicar correctamente una fracción en la recta numérica, ya fuera propia, impropia o mixta y de que pudieran resolver correctamente los problemas y ejercicios que sus maestros incluían en las guías de estudios que les mandaban, y que servían de base para las evaluaciones.

Desafortunadamente, muchos de mis esfuerzos fueron en vano. Durante las sesiones de trabajo, mis alumnos parecían entender lo que les enseñaba. Sin embargo, al avanzar hacia otros temas que requerían de esos conocimientos, resultaba que ya no se acordaban. Había que retomar las explicaciones y los ejercicios, pero la problemática de no entender a las fracciones continuaba.

El trabajo que realicé con Katia, consistió de 17 clases extraescolares, incluyendo la primera que se dedicó a la evaluación inicial y la última a la evaluación final. Como lo he documentado a lo largo de esta tesina, en las 15 sesiones de enseñanza, Katia logró razonar sobre la relación de orden inverso de las fracciones unitarias, y fue capaz de identificar el lugar que ocupa cualquier fracción en una recta numérica y explicar por qué.

Pero su aprendizaje fue más allá. Durante el transcurso de las sesiones, noté que la personalidad de Katia iba cambiando. Se fue volviendo una niña cada vez más segura, participativa, motivada y cumplida con sus tareas. Logró llevar a cabo por sí sola las actividades que se le indicaban.

Estos cambios los notaron también otros adultos. Un día, su mamá se acercó a mí muy agradecida. Me comunicó que en la escuela primaria de la niña, la maestra de USAER le informó que Katia había mejorado mucho en los últimos meses, por lo que ya no era una alumna a quien se le considerara que necesitaba de ese apoyo especial. Le hizo saber que su hija era ahora una alumna que podía ir a la par de sus compañeros.

El trabajo con Katia no solo fue una experiencia de aprendizaje significativa para ella, sino para mí también. Me ayudó a profundizar en mi comprensión de las fracciones, sobre todo en la interpretación de fracción como medida. También creo que me ayudó a mejorar mis conocimientos y habilidades docentes.

Sobre todo, aprendí que los alumnos que llegan al final de la primaria con conocimientos inadecuados de las fracciones no son casos que no tengan solución. En realidad, ahora creo que muchos de los rezagos que enfrentan estos alumnos se deben a la metodología de enseñanza de las fracciones con la que se ha trabajado con ellos y que está presente en los recursos para los maestros, (ver Capítulo II). Ahora reconozco que la representación de la fracción como la parte de un todo es muy limitada.

Considero que el trabajo con Katia, que sirve de base a la presente tesina, ha sido de gran importancia para mí. Dicha experiencia me alienta a seguir trabajando con la secuencia de enseñanza de la fracción como medida, ya que si Katia pudo aprender con ésta, seguramente mis otros alumnos también podrán.

RECOMENDACIONES

En este apartado, me permito agregar algunas recomendaciones para los lectores de esta tesina. Así como también para los futuros docentes o los que ya lo son, que quieran trabajar bajo la misma metodología de la fracción como medida.

Cabe mencionar que en el caso de Katia seguí con la metodología propuesta de Cortina, Visnovska y Zúñiga (2014), realizando una pequeña adecuación. Esta plantea en uno de sus objetivos, hacer una transición de la escritura de las fracciones como lo maneja la secuencia metodológica, (pequeños) hacia la forma convencional de escribirlos como las conocemos usualmente, como fracciones. Originalmente se plantea hacerlo al introducir la recta numérica. En mi papel de docente frente a Katia, noté que aún tenía un poco de dificultad en las últimas comparaciones de fracciones, por lo cual decidí esperar un poco más. Hasta que observé que ella ya estaba lista para este cambio, entonces lo apliqué, esto fue en las últimas sesiones de enseñanza, (ver Capítulo V). Mi recomendación es, que esta transición se planteé a los alumnos, al notar que los objetivos anteriores ya han sido cumplidos.

Dicha metodología ya ha sido viable en el caso de Katia, pero también en casos con grupos más numerosos, (Juárez, 2017). Considero que frente a un grupo de mayor cantidad de alumnos, puede bien trabajarse bajo esta misma secuencia. Aunque también tiene la flexibilidad de adaptarse a diversos contextos y situaciones didácticas, tanto al trabajar las narraciones y personajes planteados, como en el uso de material para la elaboración de los “pequeños”.

ANEXOS

Anexo 1: Instrumento de evaluación inicial

Evaluación Inicial.

Escribe como se leen los siguientes números, después léelas en voz alta.

1. $\frac{1}{2}$ ____
2. $\frac{1}{4}$ ____
3. $\frac{1}{8}$ ____
4. $\frac{2}{8}$ ____
5. $\frac{2}{5}$ ____
6. $\frac{3}{2}$ ____
7. **102** ____
8. **299** ____
9. **2056** ____
10. **3345** ____
11. **11234** ____

Escribe el signo mayor, menor o igual que, según corresponda. > < o =

12. 1/2 ____________________ 2/4
13. 1/8 ____________________ 1/3
14. 1/4 ____________________ 2/8
15. 2/4 ____________________ 1/2
16. 6/2 ____________________ 2/6
17. 2/2 ____________________ 2/8
18. Explica como llegaste a las respuestas anteriores.

Explica cual número va antes y cuál va después de las siguientes cifras.

19. ____________ **100** ____________
20. ____________ **199** ____________
21. ____________ **310** ____________
22. ____________ **750** ____________
23. ____________ **909** ____________

24. ____________ **1008** ______________
25. ____________ **20049** ______________
26. ____________ **8900** ______________

Resuelve lo que se te pide.

27. Román vende paletas a $ 6 cada una, si vendió 8 paletas, ¿Cuánto dinero reunió en total?

Respuesta: ____

28. Regina tiene un jardín en el que quiere plantar girasoles. Si tiene 7 filas de tierra y en cada fila plantará 4 girasoles, ¿Cuántos girasoles tendrá en total en su jardín?

Respuesta: ____

Resuelve lo que se te indica.

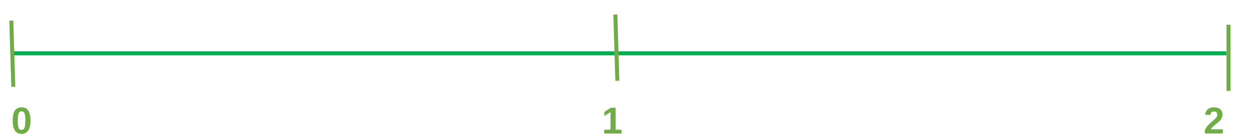
29. Marca con una línea sobre el envase, como te indique la maestra.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{2}{4}$ e) $\frac{1}{3}$ f) $\frac{2}{3}$ g) $\frac{1}{10}$ h) $\frac{5}{5}$

30. Explica porque llegaste a esa resolución.

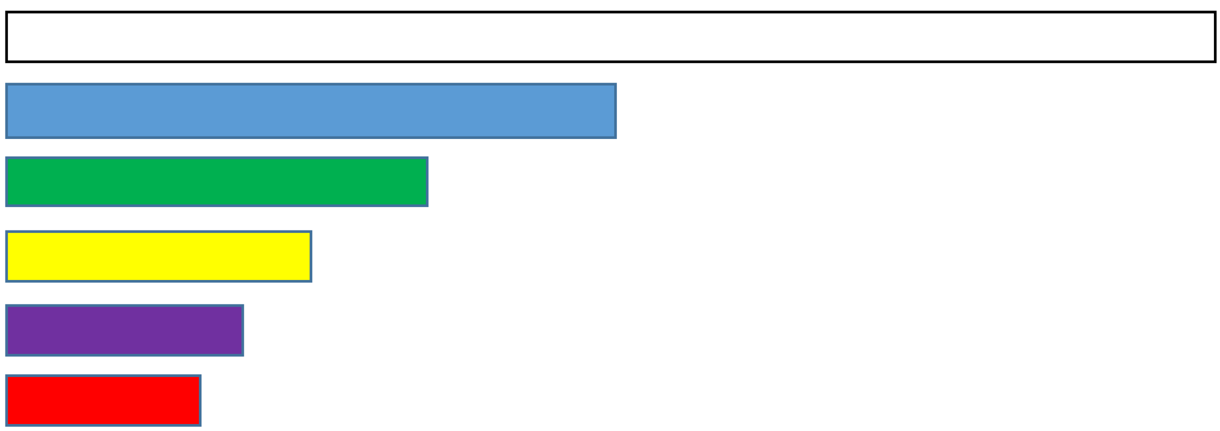
31. **Ubica en la recta numérica los números que se te piden en los incisos y explica porque los acomodaste de esa manera.**

a) 1/2 b) 2/3 c) 4/2 d) 3/8



Anexo 2: El Tlacotl y los “pequeños”

FIGURA	COLOR
Tlacotl (vara)	
“Pequeño” de a 2	
“Pequeño” de a 3	
“Pequeño” de a 4	
“Pequeño” de a 5	
“Pequeño” de a 6	



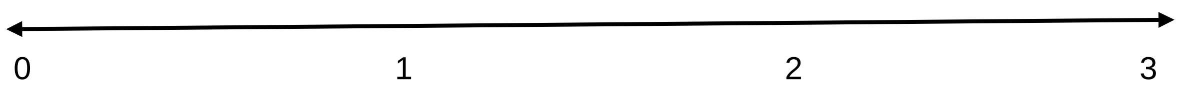
Anexo 3: Instrumento de evaluación final

Nombre________________________ Fecha________________________________

1)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	2)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
3)	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{19}$	4)	$\frac{1}{88}$	$\frac{1}{91}$
5)	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{2}$	6)	$\frac{9}{9}$	$\frac{7}{8}$
7)	$\frac{11}{34}$	$\frac{34}{11}$	8)	$\frac{3}{3}$	$\frac{7}{12}$
9)	$\frac{77}{77}$	$\frac{6}{6}$	10)	$\frac{9}{10}$	$\frac{5}{4}$
11)	$\frac{14}{11}$	$\frac{51}{67}$	12)	$\frac{20}{10}$	$\frac{8}{4}$
13)	$\frac{4}{2}$	$\frac{51}{30}$	14)	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{4}$

Coloca las fracciones en el lugar que les corresponde en la recta numérica.

$\frac{3}{2}$ $\frac{70}{33}$ $\frac{9}{18}$ $\frac{18}{9}$ $\frac{12}{4}$ $\frac{15}{10}$



Escribe como se leen los siguientes números, después léelas en voz alta.

15. $\frac{1}{2}$ ______________________________

16. $\frac{1}{4}$ ______________________________

17. $\frac{1}{8}$ ______________________________

18. $\frac{2}{8}$ ______________________________

19. $\frac{2}{5}$ ______________________________

20. $\frac{3}{2}$ ______________________________

Escribe el signo mayor, menor o igual que, según corresponda. > < o =

21. 1/2 ____________________ 2/4
22. 1/8 ____________________ 1/3
23. 1/4 ____________________ 2/8
24. 2/4 ____________________ 1/2

25. 6/2 ______________________ 2/6

26. 2/2 ______________________ 2/8

Resuelve lo que se te indica.

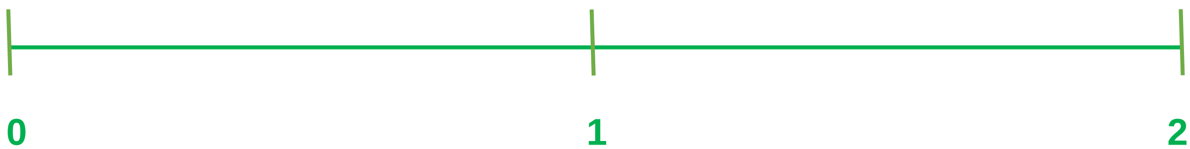
27. Marca con una línea sobre el envase, como te indique la maestra.

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{3}{4}$ **d)** $\frac{2}{4}$ **e)** $\frac{1}{3}$ **f)** $\frac{2}{3}$ **g)** $\frac{1}{10}$ **h)** $\frac{5}{5}$

28. Explica porque llegaste a esa resolución.

29. **Ubica en la recta numérica los números que se te piden en los incisos y explica porque los acomodaste de esa manera.**

b) 1/2 b) 2/3 c) 4/2 d) 3/8



Resuelve lo siguiente

1. Se tienen 2 lazos, uno mide $\frac{3}{2}$ metros y el otro $\frac{3}{4}$. ¿Cuál es más pequeño?

   ____

   ¿Por qué?

   ____
   ____
   ____

2. Se necesita $\frac{1}{4}$ de metro de cuerda para amarrar una bolsa. Para amarrar las suyas, Luis ocupó $2\frac{2}{4}$ metros y Sonia utilizó $1\frac{1}{2}$ metros. ¿Cuántas bolsas sujetó cada uno?

   Sonia: __________ Luis: __________

Señalen en cada vaso, de acuerdo con la cantidad que se indica, hasta dónde debe llegar el nivel del agua.

vaso lleno $\frac{1}{2}$ vaso $\frac{1}{4}$ vaso $\frac{1}{8}$ vaso

. El siguiente dibujo representa una tira completa. Debajo de ésta dibujen las fracciones de tira que se indican:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$

Un conejo, una rana y un chapulín tienen que cruzar un puente que mide 2 metros de largo. El conejo da saltos de $\frac{1}{2}$ metro, la rana de $\frac{1}{4}$ y el chapulín de $\frac{1}{8}$. Contesten las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál de los tres animales da saltos más largos?

b) Si el conejo da 3 saltos, la rana 6 y el chapulín 12, ¿qué distancia ha recorrido cada animal?

c) ¿Cuántos saltos tiene que dar cada uno para cruzar el puente?

BIBLIOGRAFÍA

Cortina, J. L. (2006). Las mediciones de la calidad del aprendizaje matemático en México: ¿qué nos devela la prueba PISA 2003 y cómo podemos responder? *Educación Matemática,* 18 (1), pp.161-176.

Cortina, J. L; Cardoso, E. y Zúñiga, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6° de Primaria. *Revista electrónica de Investigación Educativa*, 14(1), pp. 70-85.

Cortina, J. L; Zúñiga, C. y Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, vol. 25, núm. 2, agosto, 2013, pp.7-29. Grupo Santillana México.

Cortina, J. L., Visnovska, J., y Zúñiga, C. (2014). Unit fractions in the context of proportionality: Supporting students' reasoning about the inverse order relationship. *Mathematics Education Research Journal*, 26, pp. 79-99.

Courant y Robbins, R. (2002). *¿Qué son las matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales* (1st ed., pp. 77-97). Ciudad de México: Fondo de Cultura económica.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2015). *Planea. Resultados nacionales. Sexto de primaria. Lenguaje y Comunicación. Matemáticas.* Ciudad de México: INEE.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2018). *Planea. Resultados nacionales. Sexto de primaria. Lenguaje y Comunicación. Matemáticas.* Ciudad de México: INEE

Juárez, M. G. (2017). *La fracción como medida: una experiencia con alumnos de quinto grado.* Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México, CDMX.

Llinares, S., y Sánchez. M. V (1997). *Fracciones. La relación parte-todo*. Madrid: Síntesis

Mancera, E. (1992). *Significados y Significantes relativos a las fracciones*. Educación Matemática, vol. 4. Agosto. 1992. pp. 6-23, México.

Secretaría de Educación Pública. (2011a). *Programas de Estudio 2011. Guías para el Maestro. Educación Básica Primaria.* Quinto Grado. Secretaría de Educación Pública. México.

Secretaría de Educación Pública. (2011b). *Programas de Estudio 2011. Guías para el Maestro. Educación Básica Primaria.* Sexto Grado. Secretaría de Educación Pública. México.

Secretaría de Educación Pública. (2012a). *Programas de Estudio 2011. Guías para el Maestro. Educación Básica Primaria. Tercer Grado*. Secretaría de Educación Pública. México.

Secretaría de Educación Pública. (2012b). *Programas de Estudio 2011. Guías para el Maestro. Educación Básica Primaria.* Cuarto Grado. Secretaría de Educación Pública. México.

Secretaría de Educación Pública. (2014a). *Desafíos Matemáticos. Libro para el maestro. Tercer Grado.* Secretaría de Educación Pública. México.

Secretaría de Educación Pública. (2014b). *Desafíos Matemáticos. Libro para el maestro. Cuarto Grado*. Secretaría de Educación Pública. México.

Secretaría de Educación Pública. (2014c). *Desafíos Matemáticos. Libro para el maestro. Quinto Grado*. Secretaría de Educación Pública. México.

Secretaría de Educación Pública. (2014d). *Desafíos Matemáticos. Libro para el maestro. Sexto Grado*. Secretaría de Educación Pública. México.