UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN NIVEL PRIMARIA

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIATURA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

MODALIDAD

INFORME DE INTERVENCIÓN PROFESIONAL

PRESENTA

BURGOS FLORES LUCERO MONSSERRATT

ESCOBAR MIRANDA DIANA KAREN

ASESOR

CUAUHTÉMOC GERARDO PÉREZ LÓPEZ

CIUDAD DE MÉXICO AGOSTO 2019

Agradecimientos

Para que un árbol crezca, grande, fuerte y frondoso se necesitan de unas buenas raíces y esas raíces son mis padres, quienes me han llenado de valores, principios y amor, para ser una mujer íntegra; que se siente orgullosa del camino que ha recorrido, pero aún más de los padres que tengo. Gracias por su esfuerzo, sacrificio, dedicación, preocupación apoyo y la confianza que han depositado en mí, para lograr cada uno de mis sueños, por las enseñanzas de vida, la dedicación y el amor a esta familia, gracias a ustedes soy mucho de la persona que soy hoy en día. Papá y mamá siempre serán mis súper-héroes. Los amo.

Olaf y Alejandro, estoy muy orgullosa de ustedes, gracias por el amor, paciencia y protección que me dan, aquí me tendrán siempre para cuidarlos, apoyarlos, aplaudir sus logros y alentarlos en los fracasos, saben que los amo y por ustedes daría la vida, quiero que lleguen muy lejos, jamás se rindan y hagan realidad cada uno de sus sueños, los amo.

Karen; amiga, compañera, non, gracias por llegar tan lejos juntas, por no pelear, por la paciencia y confianza, sin ti esto realmente no hubiese sido posible, desde primero y hasta el final siempre juntas cumpliendo nuestro sueño, siendo la mejor mancuerna, te adoro.

A mi asesor de tesis, Prof. Cuauhtémoc, por su dedicación, entrega, exigencia, paciencia, compromiso y confianza, por compartir sus conocimientos con nosotros, por no dejarnos solas y encaminarnos a lograr cosas extraordinarias como es este trabajo.

Brandon, gracias por ser mi compañero durante esta trayectoria académica y alentarme para no dejar nada inconcluso, por el cariño e incondicional apoyo, por llegar a mi vida, para enseñarme lo maravillosa que es con las pequeñas cosas, que todo tiene un tiempo y un espacio, gracias por tus acciones y tu misión en mi vida.

A mi familia; abuelas, tías, primos y primas (quienes crecimos juntos, como hermanos), ahijadita, muchas gracias por estar en mi vida no hay tesoro más valioso que ustedes, donde los buenos momentos nos juntan pero las adversidades nos unen, donde siempre tienen un lugar para mí; tío Isra, sé que orgulloso siempre estuviste de mí incluso cuando te fuiste, gracias por ser más que mi tío, mi amigo y confidente, porque de ti aprendí a ser fuerte hasta el final, te amo y te llevo por siempre en mi corazón. Los amo siempre.

En mi vida me han pasado personas extraordinarias, quienes me apoyan, escuchan, aconsejan y están a mi lado incondicionalmente, mis amigos; Mony, gracias por ser mi mejor amiga y lo que implica; Elisa, por no soltarme y alentarme siempre; Dany, compañera de aventuras, cómplice de locuras, confidente leal; Vian, amiga, compañera, consejera, gracias por siempre estar; Joaquín, mi gran amigo, incondicional apoyo, gracias por siempre confiar en mí; Wences, por enseñarme a ser fuerte, ¡Te odio!; Norma; usted sabe lo que significa para mí; Mariana, por siempre tener un lugar y tiempo para mí; Aran, a pesar de la distancia y del tiempo siempre estas para mí. Cada uno ocupa un lugar muy especial en mi vida,

Vikingas, son las personas más bonitas que la universidad me regalo, somos pocas, pero unidas, en las buenas, en las malas y en las peores. Las amo

Soy muy dichosa y afortunada al descubrir que estoy rodeada de personas que me aman y amo, gracias por las personas que han sido parte de mi camino por quienes están y ahora solo son recuerdos, por la huella que han dejado en mi camino, en mi vida y en mi ser.

Monsse Burgos

Agradecimientos

A mi madre
Por ser el pilar de mi vida, por no rendirse nunca y trabajar hasta el cansancio para darnos lo mejor, no me alcanzará la vida para agradecerle y compensarle su esfuerzo y dedicación, gracias por ser la principal promotora de mis sueños y nunca soltar mi mano, te amo.

A mi hermano
Por ser la persona que sigue mis pasos, porque quiero inspirarlo a tener metas y trabajar para cumplirlas, porque sin él mi vida tendría un hueco enorme.

A Luis Ángel
Por tener una fe inmensa en mí, por impulsarme cada día durante mi formación profesional y personal, por siempre estar al pendiente de mí y no dejarme rendir, por su amor incondicional y ser mi complemento perfecto.

A Cuauhtémoc
Por su entrega y sabiduría, por su gran compromiso con la educación, por no dejarnos rendir y tener siempre las palabras correctas, por su apoyo, dedicación e interés en este proyecto.

A Monse
Porque sin ella esto no fuera posible, gracias por los ratos de estudio, por siempre respetar mi opinión y hacerme saber la tuya, porque terminamos este proyecto siendo más amigas que antes, porque desde hoy ya eres parte de mi historia.

A Juan
Por tener la valentía necesaria para dar la cara por nosotros, por minimizar el hecho de no llevar la misma sangre, gracias por tu nobleza y esfuerzo, por siempre cuidarnos.

Karen Miranda

Índice

Resumen

El presente trabajo tuvo como objetivo diseñar y aplicar una secuencia didáctica para el desarrollo del pensamiento algebraico temprano en alumnos de sexto grado de primaria; se parte de la problemática a la que se enfrentan los alumnos al conocer el lenguaje algebraico, debido a que no logran diferenciar la aritmética del álgebra cuando abordan los contenidos en nivel secundaria; por eso el objetivo primordial es que los participantes de este proyecto, logren desarrollar un pensamiento algebraico temprano para que tengan un mejor desarrollo en el nivel secundaria.

Se diseñó la secuencia didáctica con base en los planes y programas de SEP 2011, de acuerdo con esto los participantes en el grado que se encontraban debían tener gran dominio de la aritmética y pre-algebra, así como llevar estos conocimientos a su vida cotidiana. La secuencia didáctica se aplicó en una Escuela primaria ubicada en la alcaldía de Xochimilco a un grupo de Sexto grado; el docente seleccionó 10 participantes de un grupo de 45. Dicha secuencia tiene una duración de 5 sesiones y una evaluación inicial; la evaluación inicial que se aplicó da como resultado que los participantes no contaban con el nivel de dominio matemático que plantea la SEP (2011).

El desarrollo de las sesiones permitió que los participantes reconocieran el concepto de igualdad en álgebra, la función del signo igual en una ecuación y las incógnitas como “X” y “Y” en una ecuación de primer grado. Uno de los ejes principales de esta secuencia didáctica, es el aprendizaje cooperativo y entre pares de manera lúdica, a lo cual se le atribuye que todos los participantes lograran cumplir los objetivos planteados, y especialmente que mostraran gusto e interés por estos contenidos.

Se concluye que los contenidos que maneja el alumno en sexto de primaria son inferiores a los que marca el plan de estudio de la SEP 2011, se sugiere que esta secuencia didáctica sea aplicada en niveles más tempranos para introducir al pensamiento algebraico y el gusto por la materia, desde la educación primaria.

Introducción

La intervención surgió luego de una revisión teórica y con base en el plan de estudios que propone la SEP en 2011, y las dificultades que presentan los alumnos de nivel secundaria en la materia de matemáticas, específicamente en su iniciación en el álgebra.

Comenzamos desde el origen del álgebra. Se discute la manera en que diversos matemáticos realizaron investigaciones y aportes para otras ciencias y lograron resaltar la diferencia entre matemáticas, aritmética y álgebra, así como el pensamiento algebraico, la generalización y simbolización algebraica. Abordamos autores que hablan sobre el early álgebra o álgebra temprana, lo cual es la base de toda esta intervención, debido a que coincidimos con estos planteamientos, de igual manera algunos autores que describen las secuencias didácticas como un recurso completo para trabajar en el aula; dentro de sus *pros* se encuentra el aprendizaje cooperativo y la evaluación continua.

De acuerdo con los planes y programas de SEP 2011, los niños de nivel primaria se enfocan en el aprendizaje de la aritmética, como manejo de operaciones básicas, números naturales, fraccionarios, decimales, figuras geométricas, sistemas de medidas; sin embargo, para sexto grado los alumnos comienzan a desarrollar el pensamiento algebraico.

Luego de la revisión teórica se diseñó una secuencia didáctica con una duración de 5 sesiones, dirigida a alumnos de sexto grado de nivel primaria; dicha secuencia tiene como objetivo principal desarrollar el pensamiento algebraico, y como objetivos particulares:

a) Expresar igualdades de cantidades con números y símbolos.
b) Reconocer igualdades de cantidades.
c) Reconocer patrones y diseñar fórmulas.
d) Reforzar el conocimiento de los enunciados verbales.
e) Identificar y solucionar ecuaciones de primer grado.
f) Mejorar el cálculo mental.

Se eligió diseñar una secuencia didáctica ya que su principal sustento es el aprendizaje cooperativo y el desarrollo de sesiones lúdicas, así como evaluación continua. Estos factores son importantes en el desarrollo de la intervención debido a que se buscó romper con la estructura de una clase normal y abordar los contenidos con otra dinámica. El diseño de la secuencia didáctica está basado en algunos ejercicios de Tobón y Pimienta (2014), los cuales refuerzan el cálculo mental e introducen al pensamiento algebraico.

En primera instancia, la evaluación inicial se aplicó en una prueba piloto a dos participantes de distintas alcaldías para reconocer las principales dificultades de los participantes, el tiempo de ejecución y en general el nivel de dominio de la materia; una vez aplicado y evaluado, dicho instrumento se adecuo para que fuera más comprensible para los participantes. Sin embargo y de acuerdo con los resultados obtenidos en la evaluación inicial, los alumnos apenas dominan operaciones básicas, lo cual deja claro que el pensamiento algebraico queda apartado de los contenidos abordados a nivel primaria.

En ese sentido, los alumnos al entrar al nivel secundaria se encuentran con una rama de las matemáticas diferente para ellos, *el álgebra*. Esta combinación de “letras” y números resulta confusa desde el primer contacto; por tanto a los alumnos de secundaria les resulta difícil comprender el lenguaje algebraico, y, al no saber reconocerlo, no saben cómo actuar ante este contenido; esto trae como consecuencia un gran índice de reprobación en la materia como lo marcan las pruebas ENLACE (2014), PISA (2012) y PLANEA (2018), y en otras ocasiones, frustración y confusión en los adolescentes. También resulta difícil “justificar” el uso de letras en el álgebra, por consiguiente, es más difícil para el docente reestructurar el aprendizaje de los alumnos.

La intervención se realizó en una escuela primaria ubicada en la Alcaldía Xochimilco. De un grupo de 45 alumnos el docente decidió que participarían únicamente 10, los cuales eligió con base en el promedio general, el dominio matemático que presentaban en clases, la asistencia a las mismas y la actitud para participar. En esta secuencia, el papel de las interventoras, fue únicamente como guías, esto quiere decir que, como guías, el principal trabajo fue platear preguntas claves que sirvieran como parteaguas para la lluvia de ideas, así como fomentar el trabajo cooperativo.

Es importante mencionar que, desde el inicio de la intervención, sobresalió un participante, el cual mostró gran dominio en los contenidos y su participación en la intervención fue pieza clave, ya que, al dominar fácilmente los contenidos, ayudó a los demás a comprenderlos.

Si bien al finalizar la intervención se cumplieron los objetivos, no podemos omitir que durante el desarrollo de esta, resultó complejo lograrlo, pues a los participantes les resulta confuso ver a las matemáticas desde otra rama, así como desarrollar operaciones con un orden específico y sobre todo omiten pasos importantes como es la comprobación.

Durante el desarrollo de las sesiones los participantes lograron reconocer el lenguaje algebraico y saber actuar ante este. Sin embargo, resultó complejo, primero, fortalecer los conocimientos previos de los participantes y segundo, lograr que los participantes comprendieran algunos conceptos básicos del álgebra y dejarán de resolver las igualdades de forma aritmética para hacerlo de forma algebraica, desde el despeje de “x” hasta llegar a una comprobación.

En la evaluación de la secuencia se resaltan los progresos de cada uno de los participantes y que nivel algebraico alcanzaron, generando un puente cognitivo entre la aritmética y el álgebra a través de la secuencia didáctica y cuál fue la aportación de cada una de las sesiones para los participantes, cumpliendo con el objetivo de la secuencia didáctica logrando que los alumnos obtuvieran habilidades algebraicas a través de la generalización.

Si hablamos de los factores principales que jugaron a nuestro favor para cumplir los objetivos de cada sesión, el más importante fue el aprendizaje cooperativo entre pares, debido a que se observó cómo cada alumno aportaba experiencias y entre todos construían el conocimiento. Otro factor importante fue la estructura del desarrollo de las sesiones de trabajo, pues está diseñada para que sea lúdica y así atraiga a los participantes a desarrollar la actividad y, por último, nuestro papel en cada sesión fue pieza clave, pues actuamos como guías y planteamos preguntas clave para que construir ideas.

Se concluye de acuerdo con la SEP en 2011 que es oportuno trabajar con este tipo de secuencias didácticas que desarrollan el pensamiento algebraico. Por lo cual se sugiere que sean aplicadas desde cuarto año de primaria; esto con la finalidad de que los alumnos construyan un conocimiento mucho más sólido, comprendan el contenido aritmético y reconozcan las diferencias con el álgebra, en este sentido cuando los alumnos lleguen al nivel secundaria, ya tendrán una visión más amplia respecto al álgebra. Dicho criterio se presenta en las conclusiones, donde se rescatan los logros y alcances del diseño, así como aquellas habilidades que no se lograron, generando un debate con los autores planteados en dicho trabajo, con lo que realmente se logró en cada sesión, basado en la experiencia y los resultados de la evaluación, así como una autocrítica al trabajo haciendo proposiciones de mejora a la misma secuencia didáctica diseñada.

Marco referencial

Historia del álgebra

El álgebra se caracteriza por sus métodos, que conllevan el uso de letras y expresiones literales sobre las que se realizan operaciones. Está presente en toda la matemática, pues cualquier problema termina convirtiéndose en un cálculo con nociones de álgebra.

Partimos del álgebra desarrollada por los griegos (300 a. de C.), llamada álgebra geométrica, rica en métodos geométricos para la resolución de ecuaciones algebraicas.

De acuerdo con Baldor (1967) y Barrera (2007), los egipcios y babilonios, entre los años 2000-500 A.C., resaltaron el uso principal del álgebra que fue la repartición de suministros, cosechas y materiales, haciendo uso de lo que ellos llamaban "el método de la falta de posición", el cual resuelve ecuaciones lineales. En esa época a la variable ahora conocida como incógnita, la llamaban "montón", cabe señalar que los egipcios fueron excelentes matemáticos, como fue la construcción precisa de las piramides; las necesidades de esa época los obligaron a perfeccionar tanto el aritmética como la geometría tras las inundaciones el rio Nilo; ademas, ellos poseían el papiro de Rhind, un antiguo y valioso papel que posee los primeros problemas algebraicos, especificamente ecuaciones de segundo grado; sin embargo, existía la primicia de que los egipcios eran inferiores a los babilionios ya que estos estaban más avanzados debido a los problemas de comercio, tierras y cartografía, lograban solucionar ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas y ecuaciones cúbicas. Aunque las anteriores culturas hacían uso y aporte a las matemáticas del álgebra, los árabes fueron quienes influyeron en un desarrollo más amplio.

Los árabes lograron el desarrollo del álgebra después de la traducción de algunas obras griegas al idioma Árabe. Con base en esto se fundó la casa de la sabiduría en Bagdad. La palabra álgebra proviene del título del libro Al-jabr (algunos usan al-gebr) w'al- muqabalah nombre asignado por los propios árabes; el nombre data del año 830 por Mohammed Ben Musa que significa "Ciencia de la restauración y oposición" o "transposición y eliminación" o como expresa Carl Boyer, "*la transferencia de ciencia de términos al otro miembro de la ecuación (al-jabr) y la cancelación de términos iguales en ambos miembros de la ecuación (al-muqabalah)".*

Mohammed es considerado el padre del álgebra, ya que estableció bases que a la fecha sigue vigentes, esto realizando diversos tratados entre los cuales destacan *“los primeros tratados Islamicos acerca del álgebra”.* Dicha publicación fue traducida al latín dandose a conocer al mundo entero como “Algoritmi de numero Indorum”; esta obra introduce al cálculo, haciendo uso de reglas tanto para completar ecuaciones como para reducirlas, además de sistematizar la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Mohammed retomó la rigurosidad de los griegos y la simpliciad de los hindues, preservando y difundiendo sus conocimientos, logrando así la comprensión de las matemáticas de los inexpertos a través de una forma simplificada. Antes de Mohammed, Diofanto de Alejandría (325-409 D.C), era considerado el padre del álgebra, y es conocido por su obra llamada Arithmetica, dicha obra consta de 13 tomos de los cuales tan solo 6 han sido encontrados y en el año de 1575 se realizó la traducción y publicación de dichos tomos por parte de la universidad de Wittenberg por Xylander, estas obras abordan temas como ecuaciones y variables, aunque no es un libro teorico, tuvo gran utilidad en esa época y aunque los símbolos que antes se utilizaban ya no son vigentes, en esa época tuvieron gran funcionalidad pues fue la introducción a la “variable desconocia” hoy llamada “incógnita”; dicha variable se representaba ($\sigma\pi$) y por la sustracción, cabe resaltar que fue el primero en proponer una teoría para las ecuauciones de 1er grado, así como la propuesta de la resolución de ecuaciones de 2do grado (Baldor, 1967)

Omar Khayam (1050-1122) realizó una tesis sobre las demostraciones de álgebra y comparación, lo cual habla “acerca del primer desarrollo de un binomio con exponente natural”. Por otro lado, Leonardo de Pisa (1170-1250) fue un viajero que aportó al álgebra el conocimiento de los métodos matemáticos que los hindues utilizaban, como el sistema numérico, el cual era aplicado en contabilidad, conversión de la moneda y medidas. Al igual describe el cero, los factores primos y la divisibilidad, su raiz cuadrada a través de la regla y compás, asi como la comprobación de las teorías de las ecuaciones de 3er grado por Descartes, investigador de las ecuaciones, fue quien le asignó el nombre a la incógnita X a la cual le llamaba Shay que significa “cosa o algo” (Barrera, 2007)

A Nicolas Chuquet en el siglo XV se le da el reconocimiento como pionero del álgebra tras la publicacion de su obra más relevante “Tripartición en la ciencia de los números”, en el cual escribió en 1484 la regla de los signos en las operaciones básicas dando un énfasis en la multiplicación y en los números negativos, también dio primicia al uso de las notaciones exponenciales sumamente parecidas a las que hoy en dia se hacen uso de forma negativa y positiva.

De acuerdo con Baldor (1967), Barrera (2007), Aznar (2007) Scripton Del Ferro, Nicolas de Tartaglia (1499-1557) y Jerononimo Cardano (1501-1576), quienes forman parte de un debate acerca las aportaciones que hicieron a las ecuaciones de 3er grado.Se reconoce que Niccolo Fontana encontró la forma de resulución de las ecuaciones de tercer grado.

Robert- Recorde (1515-1558) famoso matemático, introdujo por primera vez el signo igual (=), esto mientras escribía en su texto *“The Whetstone of witte”*, más de 200 veces “igual a”. Este autor inventó el signo *igual,* logrando así una mejora en la sistematización de las operaciones, aritméticas y algebraicas.

Para Barrera (2007), Aznar (2007), Francois Viete (1540-1603), quien fue un trabajador de la realeza y un precursor para representar ecuaciones a través de letras, ayudó a decifrar códigos secretos de los enemigos de la guerra por más de 14 años. Durante esta época se consideraba al álgebra como una derivación de la aritmética pero a su vez era concebido como un catálogo de reglas; éstas eran acompañadas por la geometría, la cual funjía como instrumento para resolver el álgebra. Sin embargo, a la inversa no se podía realizar ya que era mucho más complejo; esta fue la propuesta de Viete, realizar una teoría la cual nombraría logística especiosa, la cual se divide en tres tiempos:

1. En el primero se hayan las magnitudes presentes, haciendo uso de un simbolismo inventado por Viete, en el cual el problema se resume en forma de ecuación, teniendo las magnitudes conocidas como consonantes (B,C,D…) y las magnitudes desconocidas como vocales (A, E, I…).
2. En el segundo momento la que se transforma y discute la ecuación es llamada analisis porístico, el cual trata de encontrar una relación característica del problema para hayar la “porisima”, nombre que se le da a dicha caracteristica.
3. En el tercer tiempo se hace una proposicion a través de una construcción geometrica, dichas reglas fueron olvidadas pronto a pesar de que fue el primero en introducir datos de un problema, no solo para incógnitas, encontró que existe una relación entre las raíces y coeficientes de un polinomio, y su afirmación fue verídica al decir que en el álgebra todos los problemas tienen solución.

Descartes (1596-1650) fue un gran matemático de su época, en su honor se le asignó el nombre de coordenadas cartesianas, ya que logró aplicar el álgebra a la geometría dando origen a la geometría analítica; también fue un gran filósofo de la era moderna; sistematizó el método cientifico; destaca que un cráter lunar fue nombrado Descartes en su honor en el año 1935.

Principalmente se le reconoce a Pascal (1623-1662) en dos áreas como el creador de la geometría proyectiva y junto a Pierre Fermat (1601-1665), se les reconoce en la creación de la teoría de la probabilidad. Pascal fue escritor de dos grandes obras por lo que es más reconocido por sus aportes en las matemáticas y también por el teorema de Pascal (Baldor, 1967).

Baldor (1967) y Aznar (2007) plantean que Newton (1642-1727) realizó una teoría del cálculo diferencial en las matemáticas modernas a través del método de afluxiones como él lo llamó, el cual descubre que la generalización de los métodos utlizados en el trazo de líneas tangentes a curvas y el cálculo de área que se hallaban bajo una curva eran operaciones inversas.

Existe una discusión en el descubrimiento del cálculo integral pues Newton y Leibnitz lo descubrieron al mismo tiempo en lugares diferentes, dicho descubrimiento renovó las matemáticas, ademas de hacer una formulación del teorema del binomio.

Con base en las matemáticas realizó sus aportes a la fisica diseñando su teoría de gravitación universal, la cual explica los movimientos celestes a través de la fuerza de la gravedad, consiguiendo una fórmula para explicar la gravedad del movimiento elÍptico de los planetas.

$f = -G\frac{M.m}{r^2}$ ur dicha fórmula fue revalidada años después por Einstein.

Y uno de sus más famosos descubrimienos las 3 leyes de Newton en el área de la fisica

- 1ra ley o ley de la inercia
- 2da ley o ley de interaccion y la fuerza
- 3ra ley o ley de accion y reacción

Leonard Euler (1707-1783) es uno de los aportadores más jovenes de la historia del álgebra y quien a la edad de 17 años recibió el título de doctor, gracias al trabajo que desarrolló haciendo una comparación entre el sistema Cartesiano y Newtano. Realizó diversos trabajos matemáticos, en especial su teoría de números, en el cual incluyó ecuaciones diferenciales y cálculo de variaciones, haciendo uso de estas, las cuales llevan su nombre, esto previo al año de 1730.

Ademas de las anotaciones comúnmente usadas en las matemáticas modernas como es f (x) que se determina como función, e (base de logaritmos), i (raíz cuadrada -1), π (pi, 3.14169…) le dio función a Gamma (γ) y Beta (β), así como la conjunción de el cálculo diferencial de Leibniz y las fluxiones de Newton, se reconoce que trabajó en diversas materias, como mecánica, geometría, astronomía, álgebra, etc… y en todas hizo uso de conocimiento y habilidad matemática (Barrera, 2007).

Aznar (2007) plantea que Jose Luis Lagrange (1736-1813) quien a la edad de 19 años resolvió un problema isoperimétrico el cual era sumamente dificil resolver, al primero en comúnicarle su hallazgo fue a su amigo Euler el cual ya había encontrado también la solución. Sin embargo, decidió darle todo el crédito a su amigo, Lagrange encontró o descubrió un nuevo método para la resolución de cálculo de variaciones.

“Espejos, reflectores de Herón, posteriormente con Descartes, el cual abarcaba las formas de lentes ovales”, su principio abarca o trata de la economía de la naturaleza, dicha obra se encuentra entre las obras de Einstein, en las fases de mecánica ondulatoria, otra obra llamada Miscellanea Taurinensia, obtuvo una ecuación diferencial general del movimiento y adaptación del movimiento rectilíneo y la solución del problema de dinámica a través del cálculo de variantes.

Por varios años pareciera que su habilidad matemática había desaparecido, sin embargo en el momento de la revolución volvió a producir trabajos sobre el álgebra y analisis, época misma donde se adoptó el sistema métrico haciendo una subdivisión de monedas, peso y medidas el cual se basaba en múltiplos de 10.

Evariste Galois (1811-1832) quien fue de una vida corta, logró realizar diversos trabajos acerca de la materia, formulando un teorema en el cual logra resolver ecuaciones de 1er grado; su muerte prematura no le dio tiempo para hacer públicos sus descubrimientos. Al ser un apasionado de las matemáticas fue varios años después a su muerte cuando se hizo público que Galois, hizo nacer una nueva rama de las matemáticas, reconocida como la teoría de los grupos, la cual establece las diversas trasnformaciones de una ecuación, existiendo la posibilidad de evitar ser resueltas por radicales (Barrera, 2007).

George Boole (1815-1864) es reconocido por desarrollar la lógica simbólica en la cual existen representaciones simbólicas, todo trabajo con símbolos de dicha lógica lleva las reglas del álgebra, a estas reglas se les conoce como el álgebra de Boole, la cual fue precursora para la revolución tecnológica.

Baldor (2007), Barrera (2007), y Aznar (2007) plantean y reconocen que Albert Einstein (1879-1955) es uno de los cientificos más reconocidos tras sus grandes descubrimientos e investigaciones, como es la teoría de relatividad del tiempo la cual desplaza la teoría de gravitación de Newton, sus trabajos de Einstein fueron basados en las metemáticas, pues logró sensibilizarse reconociendo que el conocimiento de las matemáticas, aritemética y el álgebra, eran fundamentales para un buen desarrollo de la fisica. Eso le ayudó a obtener dicha teoría, basada en las matemáticas modernas, el cálculo Tensurial y la geometría Riemanniana, haciendolo merecedores de un premio Nobel en fisica en 1921.

Estableció la fórmula de la ecuación $E=mc^2$, la cual fue aprovechada para crear la bomba atómica, un gran descubrimiento que no fue utilizado para el beneficio de la humanidad, pues se explica que “x” cantidad de masa elevando la luz al cuadrado producirá cierta cantidad de energia, logrando asi la llamada desintegración del átomo. Estas fueron las aportaciones más relevantes de Einstein basado en las matemáticas y la física.

De acuerdo con Socas, Camacho, Palarea y Hernández (1996), el álgebra comienza cuando los matemáticos se interesaron en las operaciones que se pueden hacer con cualquier número, pues el álgebra es la doctrina de operaciones considerada desde un punto de vista general con abstracción de los números concretos.

La introducción de la notación simbólica asociada a Viéte (1540-1603) marca el inicio de una etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante en el desarrollo de dicha notación. En ese momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones.

Hasta finales del siglo XVIII y primera mitad del XIX, el álgebra era la ciencia de las ecuaciones y su problema fundamental radicaba en la teoría de resolución de ecuaciones algebraicas. En la segunda mitad del siglo XIX, el álgebra presentó un notable impulso debido a grandes matemáticos, entre los cuales está Galois (1801-1832), quien habla sobre la teoría de ecuaciones algebraicas.

Todas las nuevas aportaciones favorecieron al nacimiento del álgebra abstracta contemporánea llamada también álgebra moderna. En este periodo se prescinde de los números, de ahí el nombre de abstracta, y los objetos utilizados pueden ser cualesquiera (matrices, vectores, tensores, entre otras) sobre los cuales se definen ciertas operaciones que verifican unas determinadas propiedades, construyendo al álgebra mediante axiomas previamente definidos. En la actualidad, la revolución de los ordenadores está creando nuevos problemas sobre la mecanización de los cálculos algebraicos, lo que lógicamente conducirá a un desarrollo aún mayor del álgebra (Socas et al., 1996).

El lenguaje y las matemáticas

El lenguaje habitual con el que el ser humano se comunica, exige de su parte una reflexión sobre la relación con el uso al transmitir ideas relativas a las matemáticas.

"Para expresar el conocimiento matemático hacemos uso continuo del lenguaje ordinario, Así cuando decimos que "la distancia entre dos puntos está dada por la longitud del segmento de línea recta que los une estamos haciendo uso de ese lenguaje estructurado de acuerdo con su gramática." Socas (1996).

Algunos problemas que se encuentran en la enseñanza y el aprendizaje están ligados precisamente al lenguaje. Sin embargo, el conocimiento y dominio del lenguaje no bastará para resolver problemas matemáticos; esto porque las matemáticas poseen un lenguaje propio, aun sabiendo que está representado por una variedad de símbolos y lenguajes que no son exclusivos de las matemáticas.

La matemática tiene una notación que le es propia y le hace posible la aplicación formal de reglas de la aritmética o del álgebra. Socas et. al. (1996) dicen que el uso del signo igual en matemáticas plantea diversas dificultades de aprendizaje, dado que los alumnos lo utilizan primeramente conociendo el signo en su forma operacional y solamente más tarde en su aspecto más general. En el álgebra, el signo igual denota ecuaciones o identidades indistintamente, lo cual puede causar confusión. El mejor camino para erradicar tales errores notacionales es estimular a los estudiantes para reflexionar acerca del significado de tales expresiones.

En matemáticas el lenguaje ordinario ayuda al lenguaje matemático a expresar e interpretar el simbolismo. El lenguaje de las matemáticas es más preciso ya que no puede expresar emociones dar opiniones o generar discusiones, un mayor problema del lenguaje matemático es que está compuesto por palabras comunes que significan cosas totalmente diferentes.

El lenguaje es el vehículo necesario para la trasmisión de ideas. El simbolismo es la manera de comunicar esas ideas en lenguaje matemático, el cual opera según Socas et al. (1996), en dos niveles:

- Nivel semántico: los símbolos y notaciones tienen un significado preciso.
- Nivel sintáctico: las reglas pueden ser operadas sin referencia directa a ningún significado.

Lenguaje aritmético

Existen algunas semejanzas entre el lenguaje ordinario y la aritmética (o matemáticas). De acuerdo con Socas et al. (1996), en el lenguaje ordinario se pueden encontrar elementos como los nombres, que a menudo simbolizan cosas, personas u objetos y elementos; como los verbos que con frecuencia simbolizan acciones o relaciones. En el lenguaje aritmético los números serán los nombres y los signos las acciones; existen reglas para combinar una oración del mismo modo que existen para formular operaciones.

Lenguaje algebraico

El uso de las letras como variables procede de la geometría griega. La utilización de letras en geometría no propició el nacimiento de un lenguaje algorítmico. Socas et al. (1996) plantean que las letras son usadas para indicar números y funciones arbitrarias. En el álgebra, aparecen como variables expresiones de cualquier clase de objetos, lo que permite considerar diferentes tipos de álgebra como, de conjuntos, aritméticos, de funciones.

El cálculo algebraico nace como generalización del modelo numérico; si para trabajar con un modelo aritmético se tiene que aprender a realizar cálculos con números, para trabajar un modelo algebraico hay que ser hábil en cálculos con variables.

Los problemas de la aritmética se trasladan al álgebra, dentro de estas problemáticas. Al respecto, Socas et al. (1996), hablan acerca del signo igual, debido a que, en aritmética, el signo se entiende como una acción física para concretar un problema y también permite relaciones-procesos que dan el mismo resultado.

Baldor (1967) y Barrera (2007) plantean que el álgebra es una rama de las matemáticas que estudia la cantidad considerada de un modo general. La diferencia entre el álgebra y aritmética, radica en la concepcion que se tiene de cantidad ya que el álgebra es más amplia, pues en álgebra las cantidades son números los cuales expresan valores determinados; sin embargo, en el álgebra para lograr una generlización, la representación es a través de letras, las cuales pueden representar todos los valores numéricos y no exclusivamente uno.

Los componentes de una operación álgebraica, donde los números son determinados y de cantidades ya conocidas, las letras determinan cualquier cantidad ya sea conocida o desconocidas, se considera la clasificación en letras de cantidades dependiendo al uso de las letras, se considera que si la cantidad es conocida se usarán literales como a, b, c, d, e (las primeras letras del abecedario), si la cantidad es desconocida se hará uso de (las últimas letras del abecedario) u, v, w, x, y, z …en una problemática álgebraica una misma letra puede tener diversos valores diferenciandolas ya sea con una comillas o en subindice.

Los signos algebraicos se clasifican en 3:

- Signos de operación: estos signos que utilizan igual que en la aritmética más (+), menos (-), entre (÷) y por (x), asi como los exponentes, en este caso no todas las literales poseen un exponente.
- Signos de relación: se hace referencia a los signos: igual a, mayor que, menor que y entre el enunciado se intercalan las literales.
- Signos de agrupación; en este caso se hace uso de paréntesis, corchetes y llaves dependiendo de la jerarquía, se solucionará el problema así; primero se resuelven las operaciones dentro del paréntesis, posteriormente los corchetes y se finaliza con las llaves.

Diferenciación del método de resolución entre aritmética y álgebra

Si bien ha sido resaltado, el álgebra es una rama de las matemáticas unida a la aritmética, geometría, trigonometría, etc.; sin embargo, cada rama tiene su forma de resolución de problemas.

Al hacer una resolución a través del método aritmético, se hace una conversión a través del tanteo, realizando o haciendo uso de las operaciones básicas; no obstante, cuando se desea hacer la resolución a través del método algebraico se hace uso de la incógnita comúnmente realizando el despeje.

Cantidades positivas y negativas.

El uso de los símbolos en álgebra se torna de dos maneras para los números, pues pueden tener un doble sentido; cuando las cantidades tornan un sentido determinado se habla de cantidades positivas anteponiendo el símbolo (+), cuando las cantidades toman un sentido opuesto se les antepone el símbolo (-), el cero significa la ausencia de valor las cantidades positivas simbolizaban mayor que cero y las negativas menor que cero.

Valor absoluto y valor relativo

El valor absoluto es aquella cantidad que se omite el signo o sentido, a diferencia del valor relativo es el sentido que toma la cantidad por la cuel es representado con el símbolo, con base en los valores absolutos y relativos en álgebra, las cantidades "expresan su valor absoluto y además toma sentido o valor relativo a través del signo (+ o -), en el álgebra los signos tienen una doble aplicación pues puede ser para hacer uso como operación básica ya sea suma o resta o bien como sentido de la cantidad y/o cantidades.

Los terminos se definen en 5

1. Entero
2. Fraccionario
3. Racional
4. Irracional
5. Homogéneos y heterogéneos

La clasificación de las expresiones algebraicas.

- Monomio, está constituido por un solo término.
- Polinomio, puede ser un binomio (2 términos) o los trinomios (3 términos)

Ecuaciones enteras de primer grado con incógnita.

Una igualdad significa o representa que 2 expresiones algebraicas poseen el mismo valor.

La ecuación es una igualdad donde se encuentra 1 o más incógnitas, las cuales son cantidades desconocidas, representadas por literales, como ya se había mencionado por las últimas letras del abecedario, las incógnitas se deben de verificar realizando una sustitución (cambio) de la literal por la cantidad encontrada, el signo o símbolo de identidad, esta representada por (=) el cual significa "identico a".

Los términos de la ecuación son divididos por el símbolo (=), la primera parte se le conoce como miembro primero, se encuentra previo al signo igual y segundo miembro al lado derecho, y los términos estan definidos por la separacion de una cantidad por el símbolo por ejemplo: -x, +3, 3x.

Baldor, A. (1967), resalta que en la "Regla general para la resolución de ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita"

1. Se efectuan las operaciones indicadas, si las hay.
2. Se hace la transposición de términos, reuniendo en un miembro todos los terminos, que contengan la incógnita y en el otro miembro todas las cantidades conocidas.
3. Se reducen términos semejantes en cada miembro.
4. Se despeja la incógnita dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita.

Para reconocer que las ecuaciones son correctas se debe realizar una verificación, la cual consiste en sustituir en la ecuación la cantidad encontrada en la resolución (valor).

Pensamiento algebraico

Bada (2012) dice que el pensamiento algebraico es entendido como una competencia que permite a los estudiantes ser capaces de "expresar", simbólicamente, determinadas relaciones y procesos de carácter general y alcanzar una destreza suficiente en la manipulación de dichas expresiones simbólicas para obtener otras nuevas, equivalentes a las anteriores, pero más útiles para la resolución de nuevos problemas.

Aspectos del pensamiento algebraico

- Identificar
- Analizar
- Comparar patrones

Para el desarrollo del pensamiento algebraico, agrega el autor, es imprescindible que los alumnos puedan pensar y percibir la simbología y las operaciones aritméticas de manera distinta a la que se cultiva tradicionalmente en la escuela primaria, para que, sobre ese nuevo modo de pensamiento aritmético, ellos puedan construir las nociones básicas del álgebra.

Sin embargo, Radford (citado por Vergel, 2015) plantea que una caracterización del pensamiento algebraico está constituida por tres componentes.

a) El sentido de indeterminación numérica.
b) La analicidad como forma de trabajar los objetos indeterminados, es decir, el reconocimiento del carácter operatorio de los objetos básicos.
c) La designación simbólica o expresión semiótica de sus objetos.

La indeterminación y el carácter analítico están ligados en un esquema que permite al alumno hacerlo con cualquier figura de una secuencia sin importar el tamaño. El sentido de indeterminación hace referencia a una sensación de indeterminación que es característica del álgebra básica como son las incógnitas, variables y parámetros.

Formas de pensamiento algebraico

Radford (citado por Vergel, 2015) reconoce tres formas de pensamiento algebraico:

- **Pensamiento algebraico factual:** los medios semióticos de objetivación movilizados son los gestos, los movimientos, el ritmo, la actividad perceptual y las palabras; en este estrato no se alcanza el nivel de enunciación, pues se expresa en acciones concretas.
- **Pensamiento algebraico contextual:** Los textos o las palabras son sustituidos por medios semióticos de objetivación como frases "Clave"; el alumno trabaja con formas reducidas de expresión.
- **Pensamiento algebraico simbólico:** Las frases clave son representadas por símbolos alfanuméricos del álgebra.

El hecho de pensar algebraicamente significa que el individuo es capaz de pasar de un campo real a la realización de cálculos, a través de una manipulación de símbolos. Esto significa que para el desarrollo del pensamiento algebraico se requiere una modificación curricular asemejándolo a la vida real, contextualizándola.

En el mismo sentido, Arriaga y Butto (2009) plantean que el acercamiento más tradicional al álgebra empieza con el manejo de la sintaxis algebraica, luego se trabajan las ecuaciones, se resuelven y se verifican sus soluciones. Se otorga poco significado a las literales y a las expresiones de las que forman parte, ello limita el acceso a las ideas más avanzadas como la noción de función. Este acceso al álgebra conduce a los alumnos a un simbolismo carente de significado que no les permite llegar a una abstracción matemática. Lo anterior trae como consecuencia dificultades en los estudiantes para describir y expresar patrones.

De acuerdo con Vergel (2010), el pensamiento algebraico puede ser desarrollado y potencializado desde edades tempranas, si se consideran los temas centrales que plantea Kieran (2004), los cuales involucran el pensamiento algebraico: generalización, modelación, justificación, prueba y predicción.

Generalización y simbolización

La generalización se da cuando existe una serie de objetos con alguna secuencia; posteriormente, el alumno podrá reconocer el patrón por la que está regida dicha secuencia; la generalización es parte fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico con el reconocimiento de patrones. La generalización hace aportes a la vida cotidiana y a los diversos contextos donde el individuo se desarrolla, ya que puede hacer uso de patrones. Si se ve desde esta perspectiva, el aprendiz, a su vez, tendrá la facilidad de desarrollar el lenguaje algebraico ya que tiene algo que expresar-comunicar después de reconocer algún(os) patrón(es).

En relación con lo anterior, Mason, Graham, Pimm y Giwar (citado por Butto y Delgado, 2012), plantean cuatro pasos para llevar a cabo el proceso de generalización.

1. **Percibir un patrón.**
   Para poder percibir un patrón debe presentarse una serie de figuras o secuencias donde el alumno pueda plantearse diversas preguntas; con base en esta serie, el alumno identificará el patrón a través de diversas anotaciones que realizará de lo que ha observado.
2. **Expresar un patrón.**
   Este paso será mejor si se trata de forma conjunta, para comparar, reflexionar y acordar cuál es el patrón que predomina; este paso debe estar apoyado por el profesor (experto que mediara).
3. **Registrar un patrón.**
   Ya que ha logrado reconocer el patrón, el alumno debe plasmarlo ya sea en dibujos o palabras; esto es medular para pasar al siguiente paso.

4. **Prueba de validez de las fórmulas.**

Se deben usar diversas estrategias para darle validez a la fórmula que han planteado en los pasos 2 y 3, ya sea valerse de recursos digitales u otros dibujos; es importante mencionar que no debe ser la resolución de una manera cuadrada, pues también puede ocurrir que un patrón cuente con diversas fórmulas.

Un proceso clave para la comprensión del álgebra es generar actividades de generalización como una introducción razonable hacia el pensamiento algebraico, que generen gusto y entusiasmo en los estudiantes.

García (citado por Vergel, 2010) propone cuatro niveles de habilidades en el alumno que debe consolidar para poder generalizar:

- No generaliza material respecto de atributos esenciales

No logra realizar alguno de los ejercicios impuestos en las hojas de trabajo, a pesar de que recibe apoyo por parte de las mediadoras, tal es el caso de una de las participantes en el ejercicio de "lo tuyo y lo mío", pues no logra identificar el tipo de operaciones que está realizando el equipo para llegar al resultado correcto.

- Generaliza material respecto de atributos esenciales con ayuda de un experimentador.

Logra comprender el ejercicio al que se enfrenta, sin embargo, no lo hace de manera autónoma, ya que requiere de ayuda del mediador o de sus pares.

- Generaliza después de diversos ejercicios.

Una vez que el aprendiz es capaz de entender la tarea a la que se ve enfrentado, y realiza varios intentos como experimentar con ayuda de un mediador, es capaz de realizarlo de manera autónoma.

- Generaliza material sin experimentación.

El aprendiz es capaz de realizar de manera autónoma y sin necesidad de experimentar la tarea a la que se enfrenta.

Early-álgebra y álgebra temprana

La propuesta de impartir Early-Álgebra consiste en crear hábitos con la finalidad de generar estructuras matemáticas. Además, busca no enfocarse en las problemáticas que acogen a los estudiantes, sino en conocer qué es lo que saben hacer, principalmente en la generalización. Por otro lado, se pretende hacer uso de herramientas e implementación de tareas con la finalidad de tener aprendizajes significativos que sirvan de apoyo para guiar al alumno a desarrollar el pensamiento algebraico.

El pensamiento algebraico temprano es la transición de la aritmética al álgebra. De manera específica es comenzar con el uso de números y operaciones, se continúa con el manejo de símbolos abstractos que resultan incógnitas (una interrogante o más dentro de las operaciones algebraicas). En ese sentido, el pensamiento algebraico tiene como objetivo que los aprendices logren comprender la estructura, simbolismo y modelización que son las formas básicas de expresar la generalización (Butto y Delgado, 2012).

Los alumnos en este proceso cometen diversos errores, desde la interpretación simbólica del signo igual, hasta el momento de dar una solución a los problemas que se enfrentan, siguiendo un proceso aritmético y no algebraico. Otra de las dificultades que existen para que el alumno logre adquirir el aprendizaje del álgebra es que no es enseñada como parte de la línea de matemáticas; en oposición, es excluida y enseñada como parte ajena de la aritmética y la geometría. Es por eso que la transición se vuelve más compleja ya que los aprendices no logran la integración de los contenidos.

El siguiente cuadro comparativo muestra los puntos fuertes del early álgebra y pre álgebra. En ambos casos se pretende dar un seguimiento entre la aritmética y el álgebra mediante actividades que logren articularlos, para que, de esta forma, no sea drástico el cambio y los alumnos comiencen a reconocer símbolos algebraicos.

Early Álgebra	Pre- álgebra
*Enriquece la enseñanza tradicional de las matemáticas. *La transición de la aritmética al álgebra no se da como ruptura o salto entre ambas *A través de este trabajo los alumnos modelizan, predicen discuten y	*La concepción se da cuando se usan simbolismos algebraicos *Se organiza de acuerdo con el desarrollo de los estadios ya que el álgebra se encuentra en el desarrollo formal

comprueban ideas, dichas de las habilidades *Se basa en el enfoque estructural para la facilitación de transición aritmética álgebra, favoreciendo el desarrollo del pensamiento algebraico de manera óptima	*Busca la resolución de los errores y dificultades encontrados en el álgebra

Butto y Delgado (2012) plantean que es apropiado y deseable la enseñanza del álgebra en los primeros años escolares, en edades entre 7-11 años. En consecuencia, agregan los autores, los contenidos planteados por la SEP pueden ser adecuados e impartidos con diversas estrategias, además de vencer esa barrera de cómo se ve e introduce el pensamiento algebraico. La idea no es erradicar los contenidos que proporcionan habilidades básicas, sino también, dotar a los alumnos de habilidades más complejas para que las básicas se vean reforzadas.

En la actualidad, la enseñanza del álgebra es entendida como una aritmética generalizada, de la cual se hace el uso de un lenguaje aritmético, añadiéndole y haciendo uso de símbolos (semiótica). Este es uno de los mayores conflictos en la enseñanza del álgebra por el que pasan los estudiantes; se realiza el tránsito de un lenguaje totalmente de números a uno algebraico al que se le añaden nuevos signos y símbolos. Es importante destacar que en el lenguaje aritmético los símbolos y su significado son específicos y en el lenguaje algebraico, su significado es reiterable.

El álgebra como instrumento de la actividad matemática

La aparición del lenguaje algebraico le dio dos usos más a las “letras” en el área matemática; uno es el de interpretarse como incógnita y, el otro, como un parámetro, al desarrollar diversas técnicas pre-algebraicas, con lo que se llegará a la comprensión y uso de una técnica algebraica. Las técnicas pre-algebraicas pueden llegar a ser la unión de distintas actividades aritméticas, geométricas, de lógica, probabilidad. Para alcanzar la etapa algebraica se requiere pasar por un proceso que consta de dos pasos. El primero se lleva a cabo con el cálculo ecuacional y el segundo, con la aparición de modelización algebraica Gascón (1999).

De acuerdo con lo anterior, Gascón (1999) dice que en el primer paso no se tiene una incógnita, sin embargo, en la resolución se puede hacer la construcción de la incógnita, el instrumento algebraico da la técnica algebraica para la utilización de la incógnita, para asignar tanto las cantidades conocidas como las desconocidas.

Modelización algebraica y matemática “algebrizada”

Se señalan tres obstáculos, para el proceso continuo de la algebrización desde una perspectiva de la organización escolar.

1. A través de la modelización algebraica se hace el estudio de situaciones matemáticas y extra matemáticas. Con base en esto, se incluyen los problemas aritméticos; al entrar en un primer grado de algebrización, se debe considerar el cómo se unifican los diversos problemas aritméticos, así como la integración de las técnicas.
2. En la modelización algebraica se hace uso de parámetros, los cuales tienen la función de ser objetos matemáticos con los que, de alguna manera, se hace uso de la incógnita; se puede reconocer el nivel de algebrización cuando el estudiante logra encontrar la relación entre los objetos conocidos y desconocidos (justificar, demostrar e interpretar la estructura de los problemas), sin discriminar la naturaleza del problema.
3. Dichos modelos se usan en forma de fórmula, en la cual se encuentra la incógnita, si no se busca la condición de su existencia y la dependencia entre las variables conocidas y desconocidas y viceversa.

De esta manera, concluyen los autores, el uso e integración de un lenguaje de fórmulas indica el nivel de algebrización en la actividad matemática.

Es necesario no olvidar la existencia de una gran cantidad de alumnos inmersos en la educación básica, quienes no le encuentran una finalidad a la enseñanza de las matemáticas en general y del álgebra en particular. De ello se puede concluir en el currículo, la enseñanza-aprendizaje y la naturaleza de la tarea, no los hace vincularse con los problemas matemáticos de la vida real.

Gascón (1999) no reconoce la naturaleza de los problemas algebraicos como tales, desde un origen didáctico-matemático y, por lo general, se lo adjudica a factores psicopedagógicos como:

1) Los alumnos no se involucran con la materia.
2) El método de enseñanza usado por parte del profesor es inadecuado.

En este caso, se espera que tanto los alumnos como los profesores generen una vinculación, para la mejora de la didáctica para que se eviten situaciones como encontrar demasiado abstractos los temas, evitar que los alumnos, al no tener esa comprensión requerida en las clases, pierdan la noción de la naturaleza de las clases; que haya mayor libertad de forma de enseñanza usando materiales más llamativos y de mayor interés; que permita al alumno comprender los temas con mayor facilidad.

Se debe tener conciencia que los temas a enseñar no deben ser impartidos de una manera dura y que la enseñanza y aprendizaje no se produce de manera inmediata, se debe tener perseverancia y ver lo que se enseña día a día, para borrar la falsa idea que las matemáticas se aprenden al mismo tiempo que se enseñan.

Para Gascón (1999), algunas de las razones por las que los alumnos no comprenden la generalización son:

- La enseñanza de cada tema para la iniciación del álgebra debe ser profundizada por parte del docente o el experto a través de un mayor número de sesiones u horas
- La enseñanza de las matemáticas en el nivel primaria, los temas abordados desde la aritmética y sus variantes llegan a dar lugar a un aprendizaje, más estructurado y disciplinado, a través de una matemática sostenida y prolongada.
- Es importante que se realicen actividades pre-algebraicas que incluyan interpretación, justificación, demostración como técnicas pre-algebraicas.

Lo ideal es que las matemáticas fueran gradualmente algebrizadas y no aparecidas repentinamente en el currículo, buscando una mejor organización escolar, para evitar someter a los alumnos desde un nivel inicial a un estrés matemático innecesario (Gascón, 1999)

Godino et al (2015) reconocen diversos niveles de algebrización, considerando las habilidades con las que deben contar y desarrollar los aprendices en cada etapa académica, para una óptima algebrización:

El razonamiento algebraico en nivel primara se clasifica en tres niveles de algebrización, dichos niveles se caracterizan considerando

- Representaciones
- Procesos de generalización
- Cálculo analítico

El modelo ontosemíotico permite que en la educación secundaria se agreguen tres niveles de algebrización, los cuales se caracterizan considerando

- El uso de las ecuaciones y funciones
- Definición y propiedades de las estructuras algebraicas

Así, la introducción del álgebra en los niveles educativos primaria y secundaria, dependerá de la concepción que se tenga del álgebra. Si se considera la propuesta Early-álgebra se recomienda la inserción del pensamiento algebraico en el nivel primaria.

Sin embargo, aunque se ha considerado implementar el pensamiento algebraico temprano desde el nivel primaria, se continúa encontrando dificultades para generar un vínculo entre el pensamiento de los alumnos en educación primaria y su inserción en la educación secundaria.

Debe mencionarse, con el fin de aclarar, que los niveles de algebrización se asignan a la actividad matemática que realiza el sujeto que resuelve un problema o una tarea matemática, no a la propia tarea.

Para facilitar la didáctica, Godino et al. (2015) describen los niveles de razonamiento algebraico en Educación Primaria.

Nivel 0: Ausencia de rasgos algebraicos,

Primer Nivel de algebrización. Es el primer acercamiento con objetos intensivos, los cuales se reconocen a través del lenguaje natural, numérico, icónico o gestual, en dicho nivel hay un reconocimiento de la generalidad, pero con alguna confusión al ser expresada simbólico-literalmente.

Segundo Nivel de algebrización. Se presenta la generalización con un lenguaje simbólico-literal, este es un acercamiento a las ecuaciones-aritméticas, ligadas a información de contexto espacial y temporal, las ecuaciones toman una estructura al igual que la funcionalidad de las tareas.

Tercer Nivel de algebrización. Se representa la generalización con un lenguaje simbólico-literal, en las cuales se busca una equivalencia añadiendo el uso de dos incógnitas en ambos lados de la igualdad, haciéndolo de forma analítica

Godino, et al (2015) Citando a Ruiz-Múnzon, Bosch y Gascón (2010), expresan que existen niveles de algebrización, objetos y procesos matemáticos. Los niveles de algebrización son la mezcla de la representación semiótica con los grados de generalidad, durante el proceso de generalización se obtienen objetos matemáticos, que es la regla del tipo de generalidad que se usó.

Godino, et al (2015) citando a Chevallard, (1992; 1999) quien propone las Etapas del proceso de algebrización en el marco de la teoría antropológica de lo didáctico. Dicha teoría consta de tres niveles de algebrización.

Primera etapa del proceso de algebrización

Consiste en hacer uso de las operaciones aritméticas para la resolución de problemas algebraicos tomando en cuenta los datos proporcionados. Como primera fase se debe realizar una formulación escrita haciendo uso de símbolos, creando una expresión algebraica. Las expresiones algebraicas son aquellas fórmulas simbólicas las cuales se pueden usar en la solución y estructura de problemas aritméticos.

Segunda etapa del proceso de algebrización

En dicha etapa hay una igualación entre dos programas de cálculo aritmético, del cual se pretende hallar ecuaciones equivalentes; con el manejo de las variables se busca encontrar una relación con la finalidad de generar una expresión más simple, usando la cancelación para obtener en ambas partes la igualdad.

Tercera etapa del proceso de algebrización

Se nota el acceso a la tercera etapa en el momento en el que ya no existe un límite en la cantidad de variables y no reconocer entre parámetros e incógnitas, en el cual hay una comprensión mayor, tanto de la estructura como del funcionamiento, operación y obtención de las funciones.

Habilidades y competencias del pensamiento algebraico

De acuerdo con Batanero (2011), para enfrentar el aprendizaje del álgebra se deben poseer habilidades para resolver problemas, contar con estrategias de apoyo para buscar la resolución, si es que no se tiene un método. A partir de estas habilidades y estrategias se puede hallar una solución a través de ensayo-error, posteriormente elaborar un modelo de la situación, formular y resolver un problema similar.

Contar con habilidades de representación significa "saber describir las relaciones matemáticas y la información cuantitativa presente en un problema mediante el lenguaje de un sistema (verbal, gráfico o simbólico)", así como llevar a cabo transformaciones dentro de éste (como despejar una ecuación), y entre sistemas diferentes (por ejemplo, traducir una relación dada verbalmente a una expresión algebraica o a una gráfica). Contar con habilidades de razonamiento matemático significa saber cómo se conserva la verdad de las proposiciones a través de sus transformaciones, la expresión típica de un razonamiento es "si esto es cierto, también esto es cierto" (Batanero, 2011).

Metacognición en el aprendizaje de las matemáticas

En el estudio de la matemática se ha encontrado que, el uso de estrategias metacognitivas, permite que se controle la propia comprensión, se detecten errores, se controlen los saberes previos y se regulen los aprendizajes (Curott, 2010). En ese sentido, de acuerdo con Tambriz (2015), la metacognición es entendida como el proceso de concientización propia del aprendizaje del educando. Con dicho proceso el alumno aprende a identificar las habilidades y capacidades que posee en cada parte de su aprendizaje, volviéndose experto a través de experiencias, a través del uso de una diversidad de materiales manipulables, con base en la concientización de su propio aprendizaje. Así, el aprendiz será capaz de llevar a cabo dicho aprendizaje a su vida diaria, así como el establecimiento de objetivos, reproduciéndose de manera práctica.

En el aprendizaje y uso de las matemáticas, agrega el autor, se da un proceso de metacognición especial, ya que todo estudiante que se dé a la tarea de la resolución de un problema, hace uso de la lógica para pensar, analizar, reflexionar y razonar sobre la tarea.

Es importante mencionar que en las matemáticas básicas se logra un aprendizaje más generalizado de los contenidos; con base en esto se genera una práctica de los conocimientos previos, logran el objetivo, aprender nuevas técnicas, herramientas durante y después de cada enseñanza que recibe por parte del docente.

La metacognición debe dar respuesta a tres interrogantes: quién, cuándo y cómo lo aprende; no se debe olvidar que el primer mediador es el docente, quien está encargado de impartir los contenidos y, generar las mejores estrategias para que los alumnos logren una adquisición de los mismos, para una posterior verificación, concluye el autor.

Secuencia didáctica

Para Pimienta (2011), una secuencia didáctica es un conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, se busca el logro de determinadas metas educativas; desde las competencias, las secuencias didácticas ya no se propone que los estudiantes aprendan determinados contenidos, sino que desarrollen competencias para desenvolverse en la vida, para lo que será necesaria la apropiación de los contenidos en las diversas asignaturas.

Una secuencia didáctica, siempre debe dirigirse a una situación didáctica, es decir, una situación de aprendizaje que requiere ser animada conjuntamente con los estudiantes para contribuir al logro de las competencias (Pimienta, 2011).

La estructura de la secuencia didáctica se integra con dos elementos que se realizan de manera paralela: la secuencia de las actividades para el aprendizaje y la evaluación para el aprendizaje inscrita en esas mismas actividades. Es conveniente que estas últimas encuentren sentido a través de un problema eje o un proyecto que permite organizar la estructura de secuencias que se desarrollan en un curso y contar con elementos para realizar evaluación en su dimensión formativa y sumativa.

Tobón, Pimienta y García (2010) plantean los siguientes elementos a considerar en el diseño de una secuencia didáctica.

1. **Identificación de la secuencia.**

Este apartado pretende ubicar la secuencia dentro del contexto de un módulo, bloque, materia, unidad de aprendizaje, asignatura. Tomando en cuenta que la identifica, al recabar los datos pertinentes para su ubicación: nivel de estudios, asignatura, semestre, tiempo asignado al bloque o unidad temática, número de sesiones, entre otros, que el docente puede determinar importante mencionar.

Con el diseño de una secuencia didáctica es posible planear las actividades para una asignatura completa, para una unidad o solo para un tema.

2. *Problema significativo del contexto*.

Un aspecto fundamental en las secuencias didácticas destinadas a formar y evaluar competencias consiste en considerar un problema significativo y pertinente del contexto para orientar el proceso de mediación docente. Esto se debe al compromiso de que la educación no solo forme, sino que también sea un escenario para actuar y contribuir en la resolución de problemas. Esto trasciende el concepto de situación problema de la pedagogía problemática, porque no se trata solo de un problema sin sentido, sino de un problema real, que se ha dado, se da o podría darse en cualquier contexto cotidiano.

3. Título de la secuencia.

Redactar un título para la secuencia es importante, puesto que centra el interés de los estudiantes en el propósito que se persigue con la resolución del problema o situación propuesta; para ello es imprescindible que la formulación del mismo, se lleve a cabo conjuntamente entre docente y estudiantes, como una actividad de elaboración conjunta; sin embargo, el profesor deberá tener un título tentativo para mediar el trabajo de su elaboración.

4. Competencias genéricas.

Las competencias genéricas son las llamadas competencias clave, competencias llave, mismas que son transversales al currículo.

5. Competencias disciplinares

En este momento, se enuncia la competencia o competencias que se pretende contribuir a formar mediante la resolución del problema o situación del contexto. Igualmente, si no aparecen declaradas en el programa, entonces es posible formularlas tomando en cuenta la sugerencia declarada anteriormente en las competencias genéricas.

6. Dimensiones de las competencias.

Este apartado es totalmente opcional, puesto que se trata de descomponer las competencias en: saber o conocer (conocimientos factuales, declarativos), saber hacer (procedimientos, habilidades, destrezas) y actitudes (predisposiciones a la actuación basadas en algún valor, se pueden expresar mediante juicios).

7. Recursos.

Determinar los medios necesarios para poder realizar las actividades es un momento importante; pensar en los recursos didácticos es anticiparse a la actividad que se realizará con los estudiantes, tanto en las de enseñanza, como en las de evaluación. Entre los recursos que se podría gestionar se encuentran: modelos, presentaciones, herramientas, utensilios, maquetas, mapas, libros, materiales para el análisis, videos, música, proyectores, documentos, fotografías, materiales diversos para realizar experimentos de laboratorios.

8. Actividades concatenadas.

Partiendo del problema del contexto (también llamado situado), y tomando en cuenta la competencia o competencias a formar, se establecen las actividades para el aprendizaje y su evaluación, mismas que se realizan vinculadas y de forma paralela; en ello se basa el cambio esencial en la planeación por competencias; en el mismo momento que se concibe el aprendizaje, se está trabajando la evaluación.

9. Evaluación.

La evaluación de las competencias se propone como un proceso continuo que se hace a medida que se llevan a cabo las actividades de aprendizaje. A diferencia de lo que tradicionalmente se ha hecho en la educación, la evaluación no se piensa al final, sino que se planifica de forma paralela.

La evaluación, en este enfoque, como se ha mencionado, es un proceso que se lleva a cabo paralelamente con el proceso de enseñanza-aprendizaje. Tres cuestiones son esenciales para llevarlo a cabo: la determinación de los criterios, las evidencias y los niveles de dominio.

10. Proceso metacognitivo.

Este proceso va orientado a que los estudiantes reflexionen acerca de sus procesos, su desempeño y, posteriormente, regulen sus actuaciones. No solo consiste en tomar conciencia acerca de cómo se han venido realizando las actividades de aprendizaje, sino cómo mejorarlas y, además, trabajar en la mejora, es decir, posee un componente que se dirige hacia la actuación para cambiar.

Principales componentes de una secuencia didáctica

Planteados por Pimienta (2011).

Componente	Descripción
Situación del problema del contexto	Problema relevante del contexto por medio del cual se pretende la formación.
Competencias a formar	Se describe la competencia que se contribuirá a formar.
Actividades de aprendizaje y de mediación de la enseñanza	Se indican las actividades con el docente y las actividades de aprendizaje autónomo de los estudiantes. Se ha determinado llamarla actividades concatenadas.
Evaluación	Se establecen los criterios y evidencias para orientar la evaluación del aprendizaje, así como la ponderación respectiva. Se pueden anexar las matrices de evaluación, basadas en los niveles de dominio: inicial, básico, autónomo y estratégico.
Recursos	Se establecen las matrices educativas requeridas para la secuencia didáctica, así como los espacios físicos y los equipos.
Proceso Metacognitivo	Se describen las principales sugerencias para que el estudiante reflexione y se autorregule en el proceso de aprendizaje.

Formato para la planeación de secuencias didácticas por competencias.
(Pimienta, 2011).

<table>
<tr><th colspan="6">Formato para planeación de secuencias didácticas</th></tr>
<tr><td colspan="3">1. Identificación de la secuencia
Nivel de estudios
Asignatura
Periodo
Tiempo asignado al bloque o unidad temática
Número de sesiones de la secuencia didáctica</td><td colspan="3">2. Problema significativo del contexto</td></tr>
<tr><td colspan="6">3. Título de la secuencia</td></tr>
<tr><td colspan="6">Declaración de la competencia</td></tr>
<tr><td colspan="3">4. Competencias genéricas</td><td colspan="3">5. Competencias disciplinares</td></tr>
<tr><td colspan="6">6. Dimensiones de la competencia (opcional)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Genéricas</td><td colspan="3">Disciplinares</td></tr>
<tr><td>Saber (Conocer)</td><td>Saber hacer</td><td>Saber ser</td><td>Saber (Conocer)</td><td>Saber hacer</td><td>Saber ser</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="6">7.Recursos</td></tr>
</table>

8.Actividades concatenadas		9.Evaluación				
Actividades del profesor	Actividades de los estudiantes	Criterios y evidencias	Niveles de dominio			
			Inicial	Básico	Autónomo	Estratégico
10. Metacognición						

El aprendizaje cooperativo en las secuencias didácticas

El aprendizaje cooperativo, es importante promoverlo en el aula, no solo tener trabajos en equipo solamente, sino ir en busca de un aprendizaje mutuo a través de la colaboración.

El paradigma más inclinado al aprendizaje cooperativo y de colaboración es el del constructivismo buscando una transversalidad de los aprendizajes adquiridos dentro del aula y de la vida cotidiana (Tobón, Pimienta y García, 2010)

Sin embargo, de acuerdo con estos autores, existen tres teorías constructivistas que, desde su perspectiva, apoyan el trabajo, cooperativo y colaborativo. Así, en función de la finalidad del diseño de la secuencia didáctica, ésta se podrá inclinar a alguno de estos paradigmas, haciendo énfasis en cuáles son los beneficios de cada uno.

Procesamiento de información: En dicha teoría el individuo frente al trabajo en grupo repasa, elabora y aplica conocimientos. Al enfrentarse a “problemáticas” los alumnos o aprendices ponen en marcha diversos procesos de información y memoria. La forma de trabajo es en grupo no mayor a cuatro individuos, las tareas son prácticas e integradoras, los conflictos cognitivos no existen, el facilitador brinda poca ayuda y los colaboradores llegan a ocupar diversos roles, moderador o instructor.

Piagetiana. Menciona que, dentro de esta teoría, el equilibrio cognoscitivo se rompe, que los aprendices al realizar una metacognición, generan nuevas ideas. Bajo este enfoque la forma de trabajo es de grupos pequeños, las tareas son exploratorias, los alumnos o aprendices se enfrentan a problemas para resolverlos, jugando los aprendices el rol de investigador.

Vigotskyana. En dicha teoría se busca que los aprendizajes busquen la resolución de un problema con base en la vida real, esto con la finalidad de que pongan en juego sus habilidades, actitudes y conocimientos, aprendidos dentro del aula. La forma de trabajo es en parejas, las tareas son de destreza, en este caso el maestro o instructor juega el papel de guía; se les proporciona tiempo y diálogo adecuado y el rol que juega el aprendiz es de investigador desde el contexto social (Tobón, Pimienta y García, 2010).

Elementos de los grupos de aprendizaje cooperativos:

- Trato cara a cara
- Interdependencia positiva
- Responsabilidad individual
- Competencias colaborativas
- Procesamiento grupal

Las secuencias didácticas y el papel de la enseñanza problemática

La enseñanza problemática, dentro del aula, tiene la función de estimular tanto el pensamiento constructivista como el pensamiento científico. Dicha enseñanza sirve de apoyo a la educación y didáctica tradicional, su principal objetivo es garantizar una asimilación de nuevos conocimientos centrándose en la actividad científica esto con el fin de reforzar a actividad del aprendiz.

De acuerdo con Tobón, Pimienta y García (2010), con la enseñanza problemática se busca la interacción de un experto con un novato. En este caso, el aprendiz debe hacer uso de sus conocimientos previos buscando previamente la creación de una hipótesis; además, debe existir congruencia entre el método de enseñanza y el contenido científico; así como resaltar la relación entre la lógica de la ciencia y el proceso educativo; cada contenido a enseñar debe ser adecuando para el nivel en el que se encuentra el novato.

Es bien pensado que los alumnos como seres activos, asimilen el método científico, y no sólo eso también que lo reflejen y resuelvan las problemáticas que se les podrían presentar. *“El eje principal es el nivel de independencia y actividad constructiva de los estudiantes en grupo colaborativo*” (Tobón, Pimienta y García, 2010, pág. 43). Es necesario, agregan los autores, que este tipo de aprendizaje sea promovido constantemente desde el inicio del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Procedimiento

Propósito

Contribuir al desarrollo del pensamiento algebraico en niños de sexto grado de primaria.

Al finalizar la intervención el alumno será capaz de:

a) Expresar igualdades de cantidades con números y símbolos.
b) Reconocer igualdades de cantidades.
c) Reconocer patrones y diseñar fórmulas.
d) Reforzar el conocimiento de los enunciados verbales.
e) Identificar y solucionar ecuaciones de primer grado.
f) Mejorar el cálculo mental.

Participantes

La propuesta está diseñada para alumnos de sexto grado de primaria, la misma fue aplicada en una escuela primaria en la alcaldía de Xochimilco en el turno vespertino. De un grupo de 45 alumnos, el docente a cargo eligió 10 participantes; para el proceso de selección el docente se basó en criterios como promedio general, asistencia a clases y, habilidades y aptitudes en la asignatura de matemáticas. La muestra se conformó por 3 niños y 7 niñas que oscilan entre los 11 y 12 años, la razón por la que no se trabajó con los 45 alumnos fue porque el docente argumentó que la mayoría de los alumnos tenían poco dominio en el área de matemáticas, cabe mencionar que la participación del docente en el desarrollo de las sesiones fue nula.

La intervención se dividió en tres momentos

1. *Evaluación inicial:* Contiene un cuadro de conceptos matemáticos en el cual el participante debe definirlos y ligarlos a su vida cotidiana, ejercicios de secuencias numéricas y balanzas que representan las igualdades numéricas, está basada en ejercicios propuestos por Socas, Camacho, Palarea y Hernández (1996), Cedillo, Cruz, Vega, y Cambray, (2006), dicha evaluación inicial sirvió de apoyo para detectar las necesidades que presentaban los alumnos. La evaluación inicial se realizó en un total de tres sesiones de 40 min y fue aplicada en parejas elegidas al azar.

2. *Secuencia didáctica*: Se ajustó el contenido de la secuencia didáctica a las necesidades y deficiencias de los alumnos con base en la evaluación inicial, dicha secuencia didáctica se llevó a cabo en 5 sesiones de 40 minutos cada una, durante las sesiones se trabajó en dos equipos de 5 participantes elegidos al azar y monitoreados por una guía, al inicio de cada sesión se formaban nuevos equipos, se explicaba la actividad a realizar y la guía, lanzaba una pregunta clave para que estimular lluvias de ideas y mantener una participación activa de todos los integrantes de cada equipo, de tal modo que la guía intervenía pocas ocasiones.
3. *Evaluación:* Los contenidos revisados en la secuencia didáctica, fueron evaluados de forma continua, con base en la participación de cada participante, así como en la ejecución de las actividades, se planteaba si de acuerdo con el desarrollo de la sesión, se cumple o no el objetivo de la actividad y por tanto, al avanzar las sesiones, se cumplirá o no el objetivo de la intervención.

Problemática

Rojano y Butto (2004) hablan sobre las dificultades que enfrentan los estudiantes cuando inician el estudio del lenguaje algebraico en la escuela secundaria. Una de las explicaciones es la falta de antecedentes en los educandos para tratar numéricamente problemas matemáticos de una manera que los pueda conducir a ideas algebraicas, tales como la generalidad, la expresión de una generalización o la idea de variación y función.

Al respecto, Socas, Camacho, Palarea y Hernández (1996) argumentan que la historia de las matemáticas ha sido utilizada por la didáctica de la matemática bajo distintos puntos de vista: desde informaciones históricas que sirven para motivar un tema nuevo, hasta la construcción de secuencias didácticas inspiradas en la progresión histórica seguida en el desarrollo de algunas teorías. Las secuencias didácticas desde un enfoque de competencias significan un reencuentro entre lo didáctico y esa visión de procesos.

De acuerdo con Díaz (2013), en el desarrollo de secuencias de aprendizaje existe una serie de principios que es necesario atender. No se trata de armar o establecer actividades por sí mismas, tampoco se trata de enunciar posibles acciones, como suele aparecer en algunos programas, bajo el rubro de: exposiciones, lecturas, realización de ejercicios, discusiones en grupo, puesto que estas designaciones, en estricto sentido, no forman parte de una secuencia.

De esta manera, la secuencia de aprendizaje responde fundamentalmente a una serie de principios que se deriva de una estructura didáctica (actividades de apertura, desarrollo y cierre) y a una visión que emana de la nueva didáctica: generar procesos centrados en el aprendizaje, trabajar por situaciones reales, reconocer la existencia de diversos procesos intelectuales y de la variada complejidad.

El álgebra es una rama de las matemáticas que involucra nociones y enfoques mucho más complejos que la aritmética. Los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra, traen consigo nociones que se usan en aritmética, por lo que les es difícil cambiar el modo de enfrentar la solución de una operación.

De acuerdo con Filloy y Kieran (1989), algunas de las principales dificultades que los adolescentes presentan para el aprendizaje del álgebra son:

- Dificultad para asimilar e interpretar el uso de letras en ecuaciones.
- Desconocimiento del procedimiento para la resolución de una ecuación.
- Confusión al interpretar el signo igual.

Lo anterior ha tenido como consecuencia una enseñanza del álgebra a partir de fuentes de significado muy limitadas: usualmente se toma como base el dominio numérico (simbolización numérica), dejando de lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos, como el geométrico.

Rojano y Butto (2004) argumentan que, para el desarrollo del pensamiento algebraico, es imprescindible que los alumnos puedan pensar y percibir la simbología y las operaciones aritméticas de manera distinta a la que se cultiva tradicionalmente en la escuela primaria; así, sobre ese nuevo modo de pensamiento aritmético, podrán construir las nociones básicas del álgebra.

En México se aplican tres pruebas evaluativas sobre la asignatura de matemáticas, tales son: ENLACE, PISA y PLANEA. Con base en los resultados arrojados por estas pruebas, se puede concluir que el país se encuentra con un nivel de logro insuficiente (ENLACE, SEP, 2014), siendo que los participantes que residen en el Distrito Federal se encuentran debajo de la media. En la prueba PISA participaron 65 países, México agrupa sólo a 4% de sus estudiantes en los niveles altos, a 41% en los niveles intermedios (2 y 3) y a 55% en los niveles inferiores (1 y Debajo del nivel 1). De acuerdo con los resultados PISA (2012), el promedio de los participantes del Distrito Federal (428 puntos) ubica a esta entidad en el

7° lugar a nivel nacional (494 puntos), siendo los estados sobresalientes Aguascalientes, Nuevo León, Jalisco, Querétaro y Colima. Los resultados que arroja la prueba PLANEA, la cual es aplicada en el 3er grado de secundaria referentes al desempeño de matemáticas son que la media nacional cuenta con un 79.2% en los niveles más bajos; centrados en la Ciudad de México, el porcentaje de alumnos en los niveles bajos es de 81.1.

Estudio piloto

Con la finalidad de conocer dificultades y tiempo para la resolución de la evaluación inicial, se realizaron dos pruebas piloto (Anexo 1) a alumnos de sexto grado de primaria de otras instituciones educativas. Con base en este monitoreo se realizaron diversas adecuaciones.

Durante las pruebas piloto ningún sujeto planteó preguntas, sin embargo, se observó dificultad en la resolución de ejercicios específicos como La Tabla 1 y Las Pirámides, para los demás ejercicios los alumnos se mostraron temerosos y confundidos, por ello lo que contestaron fue incorrecto en su mayoría.

Concluimos que los niños no poseían los conocimientos necesarios y establecidos por la SEP (2011), para la resolución de la evaluación inicial, por ello sometimos el instrumento a diversas adecuaciones. Las cuales se encuentran reflejadas en el instrumento de evaluación inicial de nuestros participantes.

Es importante resaltar que los conceptos evaluados se seleccionaron con base en la revisión de los planes de estudio de sexto de primaria que establece la SEP (2011), ya que esos conocimientos son los que deberían poseer los alumnos en este nivel académico.

El instrumento de evaluación inicial se organizó como se muestra en el (Anexo 2.)

Diseño de secuencia didáctica

Para la intervención se diseñó una secuencia didáctica con una duración de 5 sesiones y una evaluación inicial con el fin de determinar el nivel en el que se encontraban los participantes y a su vez, ajustar los contenidos de las sesiones y reforzar conocimientos previos en caso de ser necesario. De acuerdo con la estructura de las secuencias didácticas se eligieron contenidos lúdicos y significativos, propuestos por Socas, Camacho, Palarea y Hernández (1996), Cedillo, Cruz, Vega, y Cambray, (2006). El siguiente cuadro desarrolla el diseño de la secuencia didáctica con base en la estructura planteada por Pimienta (2011).

<table>
<tr><td colspan="2">Formato para planeación de secuencias didácticas</td></tr>
<tr><td>1. Identificación de la secuencia

Nivel de estudios: Básico “6to de Primaria”

Asignatura: Matemáticas
P
Periodo: 4to bimestre

Tiempo asignado al bloque o unidad temática: 9 hrs

Número de sesiones de la secuencia didáctica: 4</td><td>2. Problema significativo del contexto

La iniciación en el estudio del álgebra trae consigo nociones que se usan en aritmética, por lo que les es difícil cambiar el modo de resolver una operación algebraica.
La enseñanza del álgebra se realiza, muchas veces, desde fuentes de significado muy limitadas: que usualmente se toma como base el dominio numérico (simbolización numérica), dejando de lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos, como el geométrico</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Título de la secuencia

Desarrollo de pensamiento algebraico</td></tr>
<tr><td colspan="2">Declaración de la competencia</td></tr>
<tr><td>4. Competencias genéricas

1. Resolver problemas de manera autónoma.
2. Comunicar información matemática.
3. Identificar e interpretar lenguaje algebraico.
4. Validar procedimientos y resultados
5. Manejar técnicas eficientemente</td><td>5.Competencias disciplinares

1. La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético.
2. La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán generalizarse con el álgebra.
3. La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.</td></tr>
</table>

6. Dimensiones de la competencia (opcional)					
Genéricas			**Disciplinares**		
Saber (Conocer)	**Saber hacer**	**Saber ser**	**Saber (Conocer)**	**Saber hacer**	**Saber ser**
-Expresar igualdades -Reconocer patrones -Conocer los enunciados verbales -Identificar ecuaciones de primer grado	-Diseñar fórmulas -Identificar lenguaje algebraico. -Solucionar ecuaciones de primer grado	-Trabajar en equipo. -Mostrar interés y respeto de la opinión de los demás.			

7.Recursos

1. Balanzas
2. Ejercicios de sentencias
3. Pirámides y escaleras
4. Domino Algebraico
5. Bingo algebraico
6. Lotería algebraica

8.Actividades concatenadas		**9.Evaluación Continua sumativa**				
Actividades del profesor	**Actividades de los estudiantes**	**Criterios y evidencias**	**Niveles de dominio**			
			Inicial	**Básico**	**Autónomo**	**Estratégico**
Cuestionar a los alumnos sobre el concepto de igualdad numérica. Cuestionar sobre la función de una letra en las matemáticas	Lluvia de ideas sobre cómo utilizan conceptos matemáticos en la vida cotidiana.	Expresa e intercambia ideas. Reconoce que conceptos. Ayuda a otros a contextuali-zar	Reconoce el concepto y lo utiliza únicamente en la asignatura de matemá-ticas	Identifica el concepto y reconoce que lo utiliza en la vida cotidiana, ejemplifi-ca con ayuda del monitor	Asume una postura clara ante el conflicto y soluciona de manera autóno-ma	Reconoce y soluciona problemáti cas. Es capaz de ayudar a los demás a aterrizar ideas.

10. Metacognición
¿Conozco los conceptos vistos en clase? ¿Analizo los conceptos que el docente me brinda en clase? ¿Soy capaz de relacionar mi vida cotidiana con los temas que veo en clase? ¿Eh realizado la tarea de manera satisfactoria? ¿Puedo identificar mis dudas y hago algo por resolverlas? ¿Acepto los comentarios de mis compañeros? Un proceso de metacognición especial, que todo estudiante se dé a la tarea de la resolución de un problema, hace uso de la lógica para pensar, analizar, reflexionar y razonar sobre la tarea, cabe mencionar que en las matemáticas básicas se logra un aprendizaje más generalizado de los contenidos, con base en estos se genera una práctica de los conocimientos previos, logran el objetivo, aprender nuevas técnicas, herramientas durante y después de cada enseñanza que recibe por parte del docente. La metacognición debe dar respuesta a tres interrogantes: quién, cuándo y cómo lo aprende; no se debe olvidar que el primer mediador es el docente, quien está encargado de impartir los contenidos y, generar las mejores estrategias para que los alumnos logren una adquisición de los mismos, para una posterior verificación.

Desarrollo de actividades por sesión

Para el desarrollo de cada sesión, en el siguiente cuadro se especifican las actividades a realizar, así como los objetivos a cumplir en cada sesión.

Sesión	Actividad	Descripción	Objetivo	Materiales	Duración
1	Balanzas	Se entregará a cada alumno una hoja con imágenes de balanzas, con la finalidad de resolver los ejercicios y comprender el significado de igualdad en álgebra.	Expresar igualdades de cantidades con números y símbolos	Hoja de trabajo	40 min

2	“Lo tuyo y lo mío”	Se colocará el tablero y las tarjetas de juego al centro de la mesa o el lugar de trabajo, se le otorga a cada alumno 10 fichas. Se procederá a tirar los dados y sacar una ficha, se lee la carta en voz alta y la persona que este a su derecha del tirador resolverá el problema, tomando de referencia el número que marcan los dados, si su respuestas es correcta pondrá una ficha, en la casilla del resultado.	Mejorar la comprensión de los enunciados verbales. Ejercitar cálculo mental	Tablero Dados Fichas Tarjetas con enunciados	40 min
3	Ecuaciones	Se entregará a cada alumno una hoja de trabajo, se explica cómo resolver la ecuación y de manera individual resolverán el resto.	Reconocer las expresiones algebraicas por las cuales están regidas las figuras.	Cubos de madera Hojas blancas Hoja de ejercicios	40 min
4	Dominó algebraico	Se formarán equipos de 5 integrantes y se colocará el domino al centro de la mesa, se revolverán las fichas y cada jugador sacará 7 fichas, en ellas vienen ecuaciones de primer grado, las cuales tendrán que ser resueltas y el valor de “x” será el valor de la ficha de domino, ganará quien termine sin piezas.	Aprender a realizar ecuaciones de primer grado Mejorar el cálculo mental	Dominós con expresiones algebraicas	40 min
5	Lotería algebraica	Se organizarán equipos de dos integrantes y se le da a cada uno un tablero y fichas, el monitor irá sacando una tarjeta que contendrá una ecuación, los jugadores tendrán que resolver dicha ecuación y el valor de “X” será el número que deberán buscar en el tablero y colocar la ficha en dado caso de tener el número.	Aprender a realizar ecuaciones de primer grado	Lotería algebraica fichas	40 min

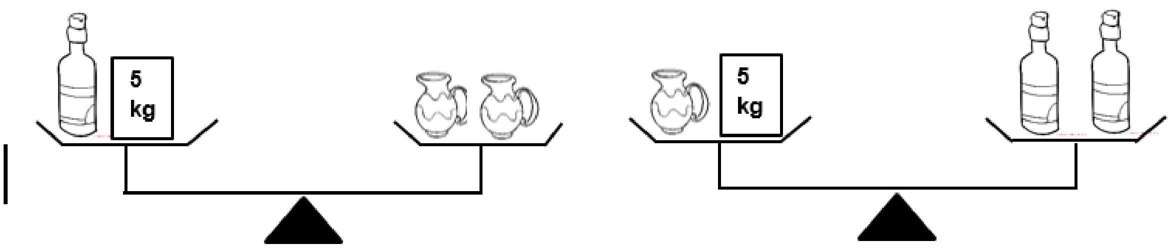
Recursos

BALANZAS

Se utilizaran imágenes de balanzas como soporte para el aprendizaje de métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, es una actividad inicial para el estudio de sistemas y, se pretende que los alumnos manipulen los objetos lo cual permitirá pasar a la resolución de sistemas simbólicamente.

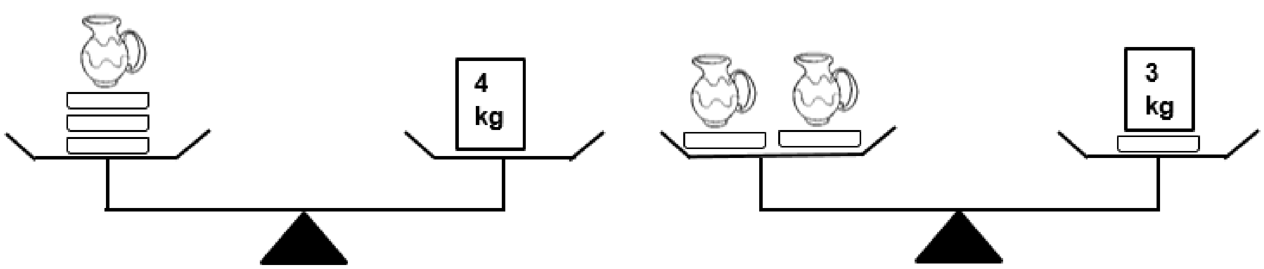
Balanza nº 1

Estas balanzas están en equilibrio. En cada una de ellas hay dos botellas y jarras. ¿Sabrías adivinar cuanto pesan cada botella y cada jarra?

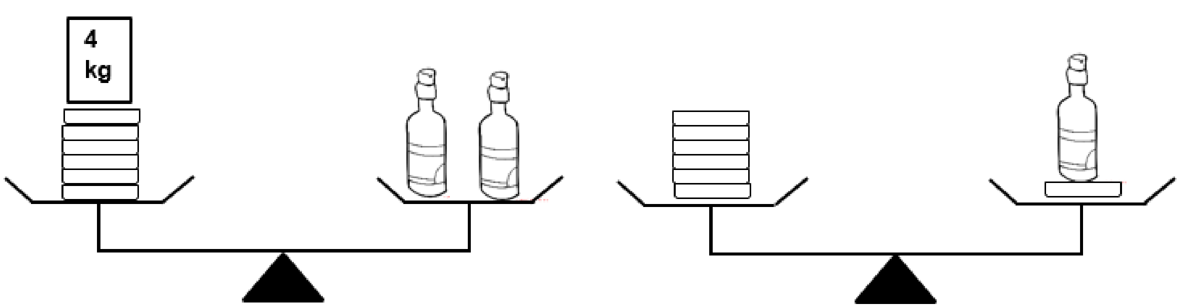


Balanza nº 2

Estas balanzas están en equilibrio. En cada una de ellas hay platos y jarras. ¿Sabrías adivinar cuánto pesa cada plato y cada jarra?



Balanza nº 3 Estas balanzas están en equilibrio. ¿Sabrías adivinar cuánto pesa cada plato y cada botella?



LO TUYO Y LO MÍO

El problema de la falta de comprensión, por parte los alumnos en los enunciados verbales, es una de las primeras causas de los errores que se comenten en la resolución de problemas algebraicos. En ese sentido, esta actividad contribuye a dar significado concreto.

Material:

1. Un tablero numerado del 1 al 49
2. Dos dados con 6 caras
3. 10 fichas
4. Una colección de 20 tarjetas con enunciados verbales

Desarrollo de la actividad:

Material para tres o cuatro jugadores, que participan por turno

1. Sale quien menor puntuación obtiene en la primera tirada
2. El primer jugador tira los dados y el siguiente saca una de las 20 tarjetas que pertenecen dadas la vuelta en la mesa
3. Con el numero obtenido, con los dados por el otro, (LO TUYO, el jugador que ha sacado la tarjeta calcula el número que corresponde a (LO MIO), utilizando la frase de la tarjeta , colocándose entonces ese resultado en el tablero y devolviendo la tarjeta al montón
4. Si el numero obtenido no está en el tablero , el jugador pierde su turno
5. Si el jugador contrario observa que la operación ha sido incorrecta, se anula la tirada y pasa el turno
6. Gana quien consiga colocar todas sus fichas.

Ejemplo:

Un alumno tira los dos dados y obtiene 7 con ellos; el siguiente saca, entonces, una tarjeta del montón que dice:

¡Vaya! Lo tuyo es solo la cuarta parte de lo mío

Lee la tarjeta y razona, dirigiéndose al alumno que ha tirado los dados:

-Si LO TUYO ha sido 7, LO MÍO será cuatro veces LO TUYO, es decir, 28, colocando seguidamente, su ficha en la casilla 28 del tablero.

Después de haber participado varias veces con las 20 tarjetas del ejemplo, es interesante plantear, en una puesta en común, la simbolización de las expresiones que aparecen en las tarjetas.

TABLERO

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
15	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**
22	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**
29	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**
36	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**
43	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**

CONTENIDO DE LAS TARJETAS

Tengo lo mismo	¡Vaya! si tienes 4 veces menos que yo	Tengo el triple de lo tuyo, más 20
Lo mío es lo doble de lo tuyo	Lo mío es 6 veces lo tuyo	Tengo el doble de lo tuyo, más 15.
Entre los dos tenemos 47	Si te diera 25, tendríamos lo mismo	La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 45, pero yo te gano
Lo mío es lo triple de lo tuyo	Te gano por 27	Tengo 2 menos que 4 veces lo tuyo

La diferencia entre lo tuyo y lo mío es 23 pero yo tengo más	Tienes la mitad de lo mío	¡Vaya!, lo tuyo es sólo, la cuarta parte de lo mío
Si te diera 15, tendríamos lo mismo	No me quites 8, que entonces te quedas con 1 más que yo	¡No me compares 3 veces lo tuyo soló llega a la mitad de lo mío
Si te consigues 6 más tendrías el doble que yo	Vamos a buscar 2 más cada uno, así tendré justo el doble que tú	

Hoja de trabajo

Nombre____Fecha__________

Resuelve las siguientes ecuaciones.

$3x = 6$
$2x - 3 = 9 + x$
$x - 3 = 3 - x$
$x - 8 = 0$
$x + 9 = 13$

DOMINÓ ALGEBRAICO

El dominó algebraico es aplicado en niños de edades desde los 12 años, con base en este dominó los alumnos serán capaces de tener una noción de la resolución de ecuaciones de primer grado.

1	2x=6		6	6		5x=15	x-2=4		2	3x=15
1	x+5=10		1	x+3=5		1	6x=36		x-2=1	3
3	5		2	3x=15		1	x+9=13		x-2=2	x+4=8
2	x+3=9		3x=15			1	7+x=11		3x=15	5
x+2=4	x+4=6					8x=8	1		3	5
x-2=2	X+4=8		x-3=1	x+8=14		1	3+x=4		4x=8	x-3=0
1	6		3	x+4=8		1	2x=4		2	4

LOTERIA ALGEBRAICA

La lotería algebraica es una actividad lúdica en la cual se pretende reforzar el conocimiento de las sesiones anteriores y estimular el cálculo mental.

Consta de tarjetas con ecuaciones y tableros con números simples, el alumno deberá resolver la ecuación de la tarjeta cuando el monitor la lea en voz alta y si el valor de “X” está en su tablero pondrá una ficha en el número, hasta que su tablero esté lleno podrá gritar “lotería” y ganará la partida.

Tarjetas:

3x=x+18	3x+8-3=15+2x	2x+5=13	2x=30
x+14+6=10+10+2	x-7=14-2x	x+29=30	2x-20+6=10
x-4=8+2	3x-9+5=61-2x	6+2x=20+x-8	16x=32
x-8=16-2x	2x+25-7=15-3x+8	3x+9=27-3x	2x-5=13+7+x

Tableros:

0	5	12
3	10	7
15	6	9

2	5	13
6	10	4
15	8	3

1	8	15
14	3	7
4	12	6

1	8	11
14	2	5
13	9	7

0	4	11
10	2	5
8	9	4

Desarrollo de las sesiones

Partimos con una actividad de presentación con la finalidad de romper con las barreras de comunicación durante las sesiones restantes. En dicha actividad se realizó un dibujo acerca de sus características personales y físicas, se les planteó preguntas que nos permitirían conocer la edad, nombre completo, materia favorita, hobbies y metas a largo plazo de los participantes.

La actitud de los individuos frente a la tarea fue sumamente positiva, todos realizaron su dibujo y compartieron abiertamente cada pregunta, se dio inicio exponiendo nuestros dibujos poniendo el ejemplo; posteriormente hablamos sobre el encuadre de trabajo y la finalidad de este, se aclaró que las actividades a realizar no tendrían calificación alguna, esto con la finalidad de no generar algún estrés dentro del grupo y tener actitudes más positivas e interés de forma innata.

Evaluación inicial

La evaluación inicial se desarrolló en parejas seleccionadas al azar, ya que es más conveniente para resaltar los déficits por medio de la observación, el instrumento está dividido en cuatro apartados los cuales son, tabla de conceptos, Pirámides, Escaleras y Balanzas dicho proceso se realizó en tres sesiones y se utilizó material didáctico de apoyo para los ejercicios Pirámides y Escaleras, los sujetos presentaron diversas situaciones las cuales serán mencionadas:

1. La primera sesión de evaluación inicial con duración de una hora, participaron 4 sujetos (3 mujeres, 1 hombre) formados en parejas, se observó dificultad mediante expresiones corporales con ambas parejas; en este punto fue conveniente, con la finalidad de relacionar los conocimientos previos con la tarea a la que se enfrentaron, intervenir con preguntas guía como ¿Esto lo has visto en clase de matemáticas? ¿Qué les explicó el profesor? ¿Recuerdas algún ejemplo?

   En la resolución de la tabla de conceptos surgieron comentarios como –“Esto no se puede usar en la vida diaria” y –“Solo lo ocupamos en la clase de matemáticas”, En el ejercicio de Pirámides y escaleras, ambas parejas tenían noción de cómo resolver los problemas; sin embargo, se observó confusión con el uso del material de apoyo, no lograron una simplificación para responder de manera más eficaz, se observaban temerosos y estresados para dar sus respuestas, así, en el apartado de balanzas, las tareas fueron resueltas con gran rapidez y facilidad, desde su perspectiva aritmética, realizaron preguntas como ¿Qué es una igualdad numérica? ¿Por qué primero aparece un número y después la operación?

Una pareja no logró concluir los ejercicios ya que su método de resolución en pirámides y escaleras les absorbía mucho tiempo, al querer realizar una serie extensa de sumas.

- Nota. La pareja que no terminó en esa sesión, retomó el trabajo la siguiente.

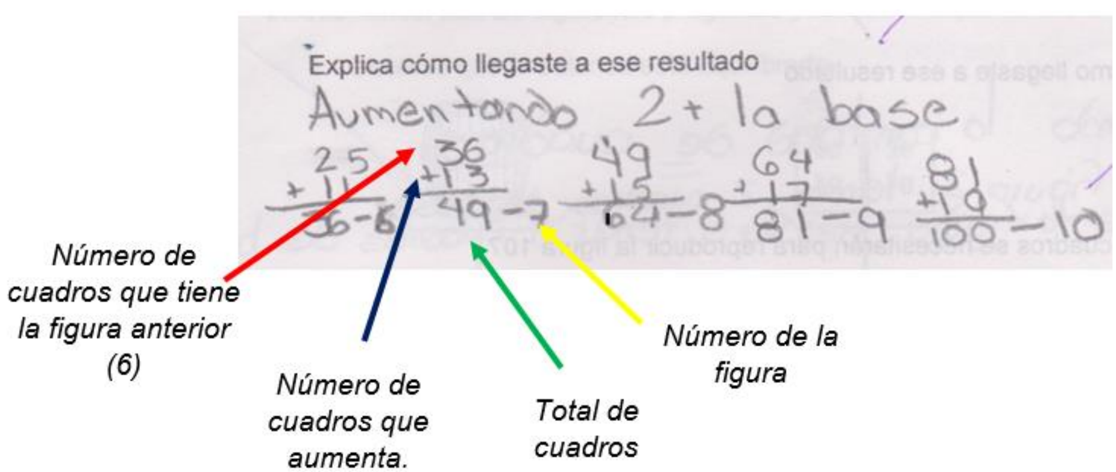
2. Segunda sesión de evaluación inicial con duración de 50 min, participaron 4 sujetos, la pareja que no concluyó la tarea las sesión anterior y una pareja nueva (3 mujeres, 1 hombre).

   En esta sesión se retomó y concluyó la actividad pendiente con una pareja.

   La pareja que apenas comenzó la evaluación tuvo buena comunicación en la tarea del cuadro de conceptos, surgieron comentarios como “Cuando vas a la tienda y compras medio kilo de queso, estás ocupando fracciones en la vida diaria”, este comentario surgió de parteaguas para que pudieran comprender el uso de conceptos en la vida cotidiana, sin embargo no supieron como plasmar sus ideas en la hoja de evaluación inicial.

   Para resolver pirámides y escaleras no existió comunicación, Karina, sin embargo, resolvió este apartado sin problema, no utilizó el material didáctico y logró encontrar un método de resolución aritmética para todos los ejercicios, a diferencia del resto de los participantes.

Método *de resolución de Karina*



La pareja de Karina no utilizó el material didáctico, pues no supo cómo acomodar las figuras, pese a eso, se modeló un ejemplo utilizando el material y ambos participantes recurrieron a dibujar las secuencias figura por figura de las pirámides y escaleras.

Las balanzas fueron resueltas correctamente y en pareja, no realizaron preguntas, puesto que Karina explicó a su pareja cuáles son las igualdades numéricas.

3. Tercera sesión de la evaluación inicial con duración de 40 min, participaron 4 sujetos (mujeres en su totalidad) formando nuevamente dos parejas. En ambas parejas las respuestas del cuadro de conceptos no fueron las esperadas ya que a pesar de discutir correctamente como usaban esos conceptos en la vida diaria, no supieron plasmarlo. Se observó similitud en la resolución de pirámides y escaleras, en ambos casos se apoyaron totalmente del material didáctico, expresando lo sencillo que era resolverlo con ese apoyo. En balanzas surgieron preguntas como: -¿Qué es una formula?, -¿Qué es una igualdad numérica?, se pudo observar que les causa un conflicto, ver un número acompañado con un signo igual y posteriormente ver una suma o resta.

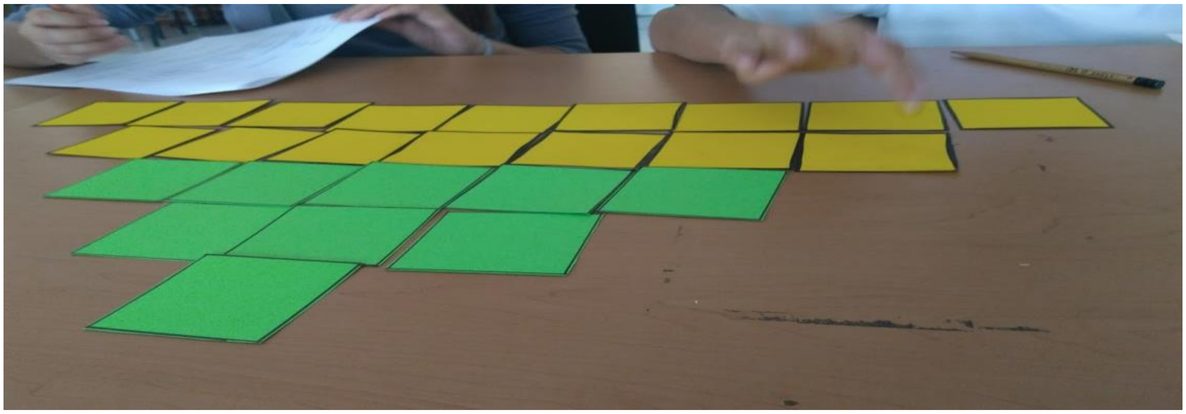
Conclusiones de evaluación inicial

Rubrica para evaluación de significado de las palabras (Anexo 3)

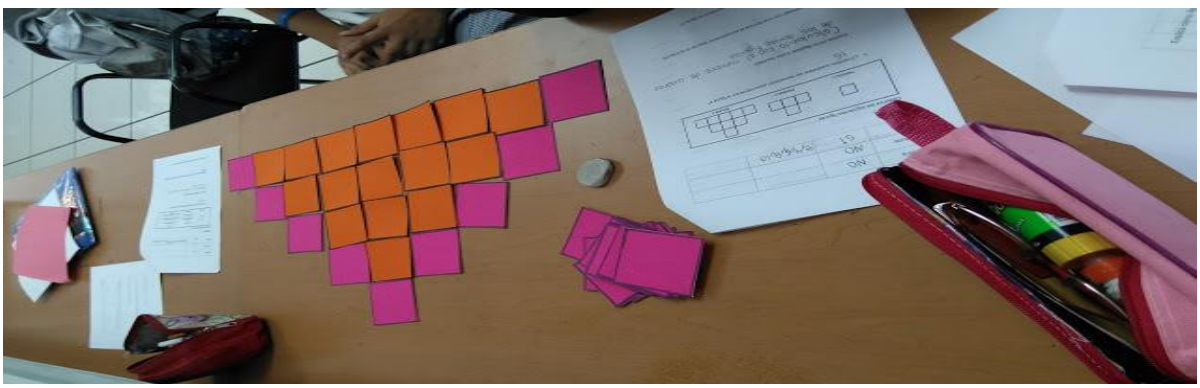
Palabra	Correctas	Vacías	Confusas
Menos	4		6
Más	3		7
Multiplicar	5	1	4
Fracción	4	1	5
Área	2	6	2
Perímetro		6	4
Volumen	2	5	3
Promedio	4	6	
Raíz cuadrada		10	
Paralelogramo		10	
Simetría		10	
Producto	2	8	
Múltiplo	1	7	2
Total	**27**	**70**	**33**

Se puede observar en los resultados del cuadro de conceptos que en general los sujetos seleccionados no contaban con una noción para la vinculación sobre conceptos básicos en matemáticas y su uso en la vida cotidiana, observando con mayor frecuencia que sus respuestas fueron consideradas “vacías”

Para resolver el apartado de Pirámides y Escaleras, los sujetos recurrieron a dos formas distintas como se muestra en las imágenes:



La figura verde es la figura original, en este modo de resolución, los sujetos agregaban abajo los cuadros (amarillos) dependiendo el número de figura que se solicitaba.



La figura naranja es la figura original, en este modo de resolución, los sujetos agregaban a los lados cuadros (rosas) dependiendo el número de figura que se solicitaba.

1. El primer modo de resolución fue la más usada entre las parejas y se observó que quienes lo realizaron obtuvieron mayor comprensión en la tarea y resultados correctos.

2. El segundo modo de resolver resultó confuso para los sujetos porque olvidaron agregar cuadros de un lado, por tanto sus respuestas eran erróneas y recurrían a la representación gráfica de las pirámides y escaleras. De esta manera se concluye que los alumnos se encuentran en los siguientes niveles algebraicos iniciales.

Nivel de pensamiento algebraico inicial según Radford (2010a) citado por Vergel (2015)

Sujeto	**Nivel de pensamiento algebraico inicial**
Rubí	Nivel algebraico factual
Esmeralda	Nivel algebraico factual
Estefany	Nivel algebraico factual
Zoe	Nivel algebraico factual
Karina	Nivel algebraico contextual
Emily	Nivel algebraico factual
Yuridia	Nivel algebraico factual
Joshua	Nivel algebraico factual
Alexis	Nivel algebraico factual
Ricardo	Nivel algebraico factual

El nivel algebraico factual es en el que la mayoría de los participantes se encuentran, ya que al ver los ejercicios intentan resolverlos. Sin embargo, al no saber cómo actuar ante él, no logran resolverlo; como se observa en la tabla anterior, Karina es la única participante que se encuentra en el nivel algebraico contextual, esto quiere decir que ella “reconoce” el ejercicio y lo resuelve, quizá de una manera aritmética, sin embargo tiene noción de lo que ejecuta.

Desarrollo de secuencia didáctica

1. *Primera sesión*, se les dio una breve introducción a conceptos algebraicos como la importancia que tiene el signo igual dentro del álgebra y qué son las igualdades numéricas. En esta sesión se reforzó con ejercicios de balanzas aumentando la dificultad a diferencia de las de la prueba inicial; descubrimos que aunque supieron resolverla no reconocieron cómo lo hicieron, presentaban dudas con lo que respecta a los conceptos de igualdad numérica. No obstante, se plantearon más ejercicios y, con este proceder, se resolvían entre todo el grupo; de este modo se fueron despejando sus dudas, tardaban un poco más en la resolución de los platos y botellas, ya que los tenían que asignar el número a los objetos y así obtener las igualdades numéricas, su participación fue activa y demostraron bastante interés.

   A pesar de que son conceptos nuevos para ellos, ninguno se quedó con dudas, se les preguntó constantemente si tenían alguna dificultad en seguir contestando los ejercicios, hubo una observación constante, pasando a hacer una revisión individual y preguntando como lo fueron resolviendo, existieron casos de dudas en cuestión de asignación de número, aunque reconocían qué número asignar, preguntaban si era “x” o “y” número, pidiéndoles que le dieran una revisión de nuevo para que verificara y se sintieran mayor seguridad en su respuesta. Se considera que la estrategia de las balanzas servirá para que tengan un aprendizaje significativo y al momento de ingresar a la secundaria no muestren dificultades en esta temática.

2. *Segunda sesión* de la secuencia didáctica tuvo una duración de 50 minutos, se llevó a cabo la actividad “Lo mío y lo tuyo”, por falta de espacio para esta sesión no se pudo llevar a cabo una retroalimentación de la sesión pasada, se hizo una división del grupo quedando 2 equipos, uno de 4 y otro de 5, ya que uno de los sujetos no asistió a clases, se inició explicándoles a cada equipo en qué consistía la actividad y como se llevaría a cabo la dinámica en esta ocasión, se realizó un ejemplo, para ver si tenían alguna duda.

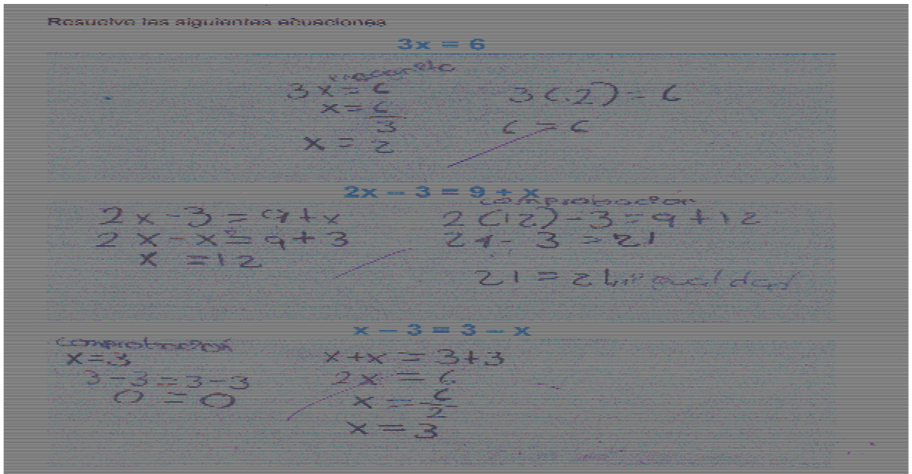
   El objetivo de esta actividad es mejorar la comprensión de los enunciados verbales y fortalecer el cálculo mental.

   El equipo de 1 (4 sujetos) fue muy positivo mostraban mucho interés y participación activa en la actividad y la resolución de los problemas, todos los ejercicios se resolvieron mentalmente y de manera ágil, hubo apoyo en resolver los problemas y trabajaron en equipo. Este ejercicio se realizó dos veces debido a la aceptación y gusto por la actividad, en algunas ocasiones se daba la oportunidad de robar el turno y aquí cabe resaltar la participación de Karina quien robo en más de 4 ocasiones turno y contestando correctamente a todas las situaciones. Esmeralda por el contrario presento dificultades para resolver tarjetas simples como “Lo mío es lo doble de lo tuyo”, “Tienes la mitad de lo mío” y “Te gano por 27”, Esmeralda fue apoyada por sus compañeras, quienes tiraban el dado y resolvían lo que salió en la tarjeta, explicándole que realizará la misma operación, pero con el número que a ella la había tocado en el dado. Sin embargo, y pese a varios intentos de sus compañeras, Esmerada sí resolvía la operación, pero no reconocía el enunciado de la tarjeta. Así, en el siguiente turno no sabía cómo actuar, por ello fue necesario que la guía interviniera y realizara la actividad con ella, explicándole paso a paso la resolución, siendo así un poco más accesible para Esmeralda, pues solo logró colocar 2 fichas en el tablero.

El equipo 2 (5 sujetos) se mostró apático ante la tarea, los integrantes solo dieron apertura a jugar una vez, tardaban mucho en resolver los problemas a pesar de que se les proporcionó una hoja para que pudieran resolverlos, lo hicieron mentalmente, cuando a algún sujeto se le complicaba resolver había un apoyo de equipo para lograr comprender el ejercicio, el equipo estaba compuesto por 3 niñas y 2 niños, siendo los niños quienes tenían más facilidad de resolver los problemas, ya que siempre les salían tarjetas sencillas y estos mismos son los que a la mitad de la actividad comenzaron a mostrar desinterés.

3. *Tercera sesión* de la secuencia didáctica tuvo una duración de 60 minutos, se inició con una retroalimentación de las dos sesiones anteriores teniendo respuestas positivas, ya que las actividades resultaron significativas para los alumnos, recordando el desarrollo de la actividad y algunos conceptos básicos que se les introdujeron, como: igualdad numérica y el uso del signo igual, así como los aprendizajes implícitos en la actividad “Lo tuyo y lo mío”. Posteriormente se les introdujo a las ecuaciones y las igualdades numéricas, rescatando los conceptos de variables y constantes que son de las que se compone una ecuación; en un principio se observó confusión, así como expresiones corporales demostrando preocupación.

También se les explicó el proceso de comprobación mostrándoles cómo era la sustitución, se utilizó una hoja de ejercicios individual como apoyo para conocer las dificultades y la comprensión de cada uno, Se presentaron interrogantes como, -¿De qué lado debe quedar la x?, -¿Cómo sé que signo le corresponde a cada número? -¿Cómo se si está bien? O preguntas más sencillas como ¿voy bien?



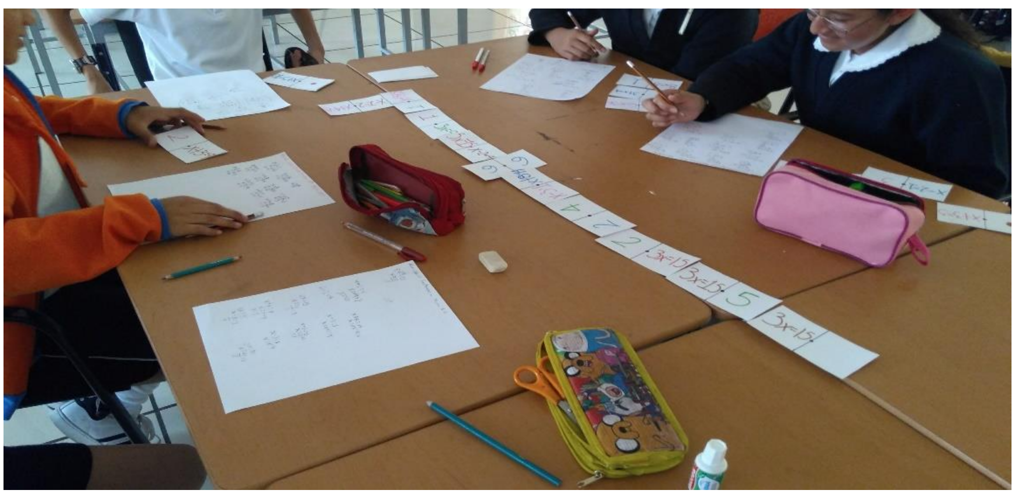
En el proceso de resolución de los ejercicios dudaban si era correcto lo que iban resolviendo, la mayoría lo comprendió en esta sesión aunque dos sujetos mostraban aun un poco de inseguridad, pues uno de ellos veía la “x” como signo de multiplicación. Se trabajó de manera conjunta y se explicó la función de “x” en dichos ejercicios; sin embargo todos lograron resolver los ejercicios de las hojas de apoyo en el tiempo establecido.

4. *Cuarta sesión* tuvo una duración de 60 minutos, se aplicó el dominó algebraico, esta estrategia sirvió de reforzamiento de la sesión anterior, se obtuvieron resultados positivos ya que todos recordaron el procedimiento de resolución de ecuaciones. Para el desarrollo de la actividad se formaron dos equipos, el equipo 1 quedó conformado por cinco sujetos (mujeres) y el equipo 2 conformado por cinco sujetos (3 hombres 2 mujeres). La dinámica consistía en que cada uno resolvía las ecuaciones de sus fichas de dominó (10 ecuaciones por cada uno). Ellos comenzaron por resolverlo mentalmente, se intervino para que lo plasmaran en su hoja y se hiciera por el método algebraico. Al hacerlo en la hoja de manera sistemática, fue muy satisfactorio ya que al llevar a cabo el proceso mecánicamente comenzaron a tener mayor conciencia de lo que estaban resolviendo, hubo

expresiones como ¡Me gusta esto!, ¡Hay que hacerlo de nuevo! ¡Ponga más ejercicios! ¿La próxima sesión podemos resolver más?

Las ecuaciones planteadas en este ejercicio son de primer grado y no se presentaron dudas por parte de los sujetos, solamente nos llamaban para revisar si era correcta su respuesta, es un tema que les generó mucho interés y aprendizajes significativos, reconocen las formulas, el despeje, las constantes y variables, las igualdades numéricas y la comprobación.

En cada caso se estuvo monitoreando la actividad de cada equipo, cabe resaltar que ellos eligieron con quien hacer equipo y resulto más factible en comparación con la actividad del bingo. Al final la sesión se les preguntó ¿Qué les parecen las actividades? ¿Consideran importante lo que se les está enseñando? ¿Podrían hacer algún otro juego para aprender álgebra? ¿Cómo les serviría para su vida diaria? ¿Están preparados para resolver ecuaciones más complejas?



5. *Quinta sesión* tuvo una duración de 60 min, se desarrolló la Lotería algebraica, se hicieron 2 equipos formados igual a la sesión anterior, se les dieron las instrucciones; en los tableros se encontraban los números enteros y en las tarjetas las ecuaciones que todos resolverían, una vez encontrado el resultado esperaríamos a que todos los terminaran para poder pasar a la siguiente tarjeta, el juego terminaría hasta que se terminaran las tarjetas, Se jugó solo una ocasión ya que las igualdades numéricas eran más complejas y se les solicitó que cada una debía llevar comprobación; a pesar de que los problemas eran más complejos y el tiempo de solución para cada ejercicio fue mayor, el 80% de los individuos logró resolver sin dificultad las problemáticas. Dos de ellos presentaron dudas en el

proceso de resolución soló en algunos ejercicios y uno presentó dudas en la comprobación, al finalizar la actividad ninguno tenía dudas ni en la resolución ni en la comprobación. Es importante mencionar que existió ayuda por parte de los compañeros y nosotras para los individuos que presentaron dificultades en el desarrollo de la actividad.

Esto parece mostrar que el aprendizaje entre pares es más eficiente y que a través de actividades lúdicas resulta más significativo el aprendizaje, además del aprendizaje que se llevaron, continuaron con curiosidad para resolver más ejercicios, cabe destacar que de los 10 individuos existían 4 que resaltaban de los demás pues no mostraron dificultad en alguna actividad, tuvieron facilidad de aprendizaje plasmada en la resolución de los problemas, agregando activa participación y constante apoyo a sus compañeros en los momentos que se presentaran.

Cabe destacar que el profesor encargado del grupo, no tuvo alguna intervención en alguna de las sesiones, solo fue el encargado de asignarnos a los participantes, no emitió algún comentario acerca de nuestra intervención, ni en si había existido algún beneficio o había perjudicado a los participantes en su aprendizaje de las sesiones que el impartía.

Discusión y conclusiones

El objetivo principal planteado en esta tesis se fundamenta en el diseño y creación de una secuencia didáctica, la cual contribuye de manera constructiva y eficaz al pleno desarrollo del pensamiento algebraico en aquellos niños que cursen el sexto grado de primaria. Esta idea se fundamenta gracias al reconocimiento que se le dio a la problemática que existe actualmente, respecto al mal rendimiento que presentan los alumnos de nivel secundaria en el momento al que se enfrentan con la materia de algebra, ya que la conciben como una rama de estudio ajena a las matemáticas. Aunado con esto, el plan de estudios propuesto por la SEP (2009) carece de los elementos para cubrir la necesidad de generalizar la aritmética y el álgebra partiendo desde nivel primaria.

Dicho esto, con base en la revisión teórica se pidió recaudar los elementos necesarios para diseñar e implementar la secuencia didáctica considerando a Pimienta (2011). Tobon, Pimienta y García (2010) autores de los cuales se tomaron las aportaciones que apoyan en el diseño de una secuencia didáctica para la buena y correcta enseñanza del algebra en edades tempranas.

Para lograr el diseño de la secuencia didáctica, se tomaron como base los modelos de early-algebra y algebra temprana propuestos por (Butto y Delgado 2012) de los cuales se consideran principalmente, aquellos que contemplan los conocimientos prematuros de aquellos aprendices que se inician en las matemáticas, para posteriormente implementarlos en la búsqueda y realización de una estructura matemática que estimule al aprendiz a través de herramientas y tareas que lo apoyen constantemente, con la finalidad de darle solución al problema que se da en la transición de la aritmética hacia el álgebra partiendo en la generalización.

De esta manera, considerando los aportes de los autores para el diseño de la intervención psicopedagógica se plantearon seis objetivos particulares para la secuencia didáctica. 1) Expresar igualdad de cantidades con números y símbolos. 2) Reconocer igualdad de cantidades. 3) Reconocer patrones y diseñar formulas. 4) Reforzar el conocimiento de los enunciados verbales. 5) Identificar y solucionar ecuaciones de primer grado. 6) Realizar y mejorar el cálculo mental.

Para iniciar con la investigación de campo, se aplicó una prueba piloto a estudiantes de otras escuelas con la finalidad de identificar cuáles pueden ser las modificaciones pertinentes a la evaluación inicial así como a la secuencia didáctica, que darían pauta al correcto desarrollo del presente trabajo, desde ese momento se pudieron reconocer claramente las debilidades que presentan los alumnos de sexto grado en las tareas aritméticas-algebraicas de modo que cada uno de los objetivos se pudieron cumplir con excito de la mano diversas actividades lúdicas que cumplieron su función empírica, despertando un gran interés por parte de los participantes.

El diseño de la secuencia didáctica, que es la parte medular del trabajo de investigación se logró concretar gracias a la realización de actividades llamativas que fueron planteadas estratégicamente a lo largo de 5 sesiones y como propone Pimienta (2011) el proceso de evaluación fue realizada durante cada sesión.

La participación del docente encargado fue nula, pues debido a que de un grupo de 45 alumnos solo se eligieron 10 participantes, el desarrollo de sus clases continuaba, aun con la ausencia de los participantes de este proyecto, si bien en al menos dos ocasiones preguntó sobre los contenidos que estábamos abordando, podemos decir que no tuvo una participación alguna en la intervención; Por otro lado, el papel desarrollado por las autoras fue de guías durante todas las sesiones, pues únicamente se lanzaron preguntas para fomentar la participación de todos los participantes.

Por otra parte, concluimos que todas las actividades que fueron implementadas se consideran idóneas y funcionaron de manera adecuada ya que no solo despertaron el interés de los participantes, sino que también los incito al trabajo en equipo logrando al mismo tiempo, un aprendizaje cooperativo, así mismo la mayoría de los participantes cumplieron con el objetivo establecido en cada sesión. No obstante, cabe resaltar que en las primeras sesiones sobresalió el deficiente dominio matemático que los participantes ya debían dominar según el programa impuesto por la SEP (2011), esta situación si bien fue notoria también sirvió como pauta para poder reforzar en al menos una sesión, todos los conocimientos previos.

Ahora bien, hablando en conjunto sobre las sesiones de dicha secuencia didáctica, los resultados relacionados con los objetivos diseñados para la intervención fueron satisfactoriamente cumplidos, pues los participantes fueron capaces no solo de reconocer, sino también de interpretar el lenguaje algebraico así como identificar la incógnita y ejecutar una operación algebraica, la cual impacta en el objetivo principal de la secuencia didáctica.

Durante el desarrollo de las sesiones, la mayoría de los participantes aprobaron con satisfacción las fases de identificación, análisis y comparación de patrones que propone Bada (2012) lo cual es fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico y encamina a los participantes a un aprendizaje significativo.

Concluimos que a los alumnos de sexto grado de primaria se les facilita más la transición del aritmética al algebra mediante ejercicios lúdicos de contenido algebraico, como son las balanzas, el domino y la lotería algebraica, ya que de esta forma las actividades además de ser llamativas para los alumnos, generan un trabajo en equipo constante así como el intercambio de opiniones.

Pese a que se cumplió satisfactoriamente el objetivo de esta investigación, se recomienda también para investigaciones e intervenciones futuras, retomar este tema con alumnos de menor grado escolar como sería el caso de cuarto y quinto de primaria, ya que según Butto y Delgado (2012) se busca crear hábitos con la finalidad de generar estructuras matemáticas desde el uso correcto de números y operaciones, hasta el manejo de símbolos e incógnitas.

Mediante la revisión minuciosa de los planes de estudios anteriormente mencionados por la SEP (2011) y a través de una comparación, podemos resaltar que los alumnos no vinculan el aprendizaje generado en educación primaria con educación secundaria, por tanto tampoco consolidan una generalización del aritmética hacia el álgebra, debido a los planteamientos de la organización de los aprendizajes, el nivel primaria y secundaria, son sumamente parecidos, ya que en ambos casos los planes de estudios, están basados en 3 ejes: Sentido numérico y pensamiento algebraico, forma, espacio y medida, y manejo de la información, aumentado la dificultad de cada eje conforme van avanzando los grados,

Resaltando que a nivel primaria los temas abordados son ocho, números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, figuras y cuerpos, ubicación espacial, medida, proporcionalidad y funciones, análisis y representación de datos, y en nivel secundaria se abordan nueve temas, en los cuales queda de lado la ubicación espacial y se anexa patrones y ecuaciones y nociones de probabilidad.

Se resalta que a pesar de los ejes y los temas abordados en ambos grados de la educación básica, el plan de estudios busca generar un puente de aprendizaje entre algebra y aritmética, sin embargo no se logra, probablemente por el método de enseñanza que imparte cada uno de los docentes, considerando los resultados de la evaluación inicial donde encontramos en el primer apartado, los participantes no logran vincular los conceptos con la vida cotidiana, así como no cuentan con las habilidades y métodos de resolución de los problemas aritméticos, mucho menos para problemas algebraicos.

Cabe destacar que muchos de los aprendizajes esperados para la finalización de la educación primaria son abordados en la propuesta aplicada, la secuencia didáctica diseñada por las autoras cumple con cada uno de los objetivos propuestos, los alumnos al terminar la aplicación poseen aprendizajes significativos, desarrollaron técnicas y habilidades algebraicas y poseen un vínculo de conocimientos entre la aritmética y el álgebra, sin embargo y como ya se mencionó, se reconoce que dicha secuencia podría ser aplicada en 5to grado de primaria, así como tener una grado de dificultad más amplio para darle un seguimiento en 6to grado de primaria, para que al momento de ingresar a nivel secundaria dominen esta rama de las matemáticas.

Si bien SEP (2011) plantea en sus planes y programas nociones algebraicas, esta tarea se torna difícil de cumplir; los docentes se limitan a enseñar contenido aritmético o contenido que “dominan”. Por esta razón, es importante mencionar que existe una problemática clara en la que en muchas ocasiones el docente frente a grupo no domina y no se apropia del contenido a enseñar. En consecuencia, dicho conocimiento se ve fracturado y, del mismo modo, es adquirido en los alumnos. Por lo cual y a manera de sugerencia, es importante generar gusto y compromiso no solo en los alumnos, sino también en los docentes.

Pese a que esta secuencia didáctica funcionó en el grupo de aplicación, resultaría complicado para el docente del grupo, diseñar y hasta aplicar secuencias similares o incluso la presente, pues de inicio el docente se vería comprometido a estudiar, entender y comprender las actividades para desarrollarlas de manera óptima. Si sumamos las tareas restantes, así como las demás asignaturas de las que se encarga el docente esta tarea se torna casi imposible. Sin embargo, hay ejercicios y tareas que el docente sí puede implementar en sus planeaciones para mejorar el aprendizaje, tal como trabajar en equipo, integrar actividades lúdicas para un óptimo desarrollo del pensamiento algebraico, rompiendo así con esquemas erróneos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Se hace mención que, aun cuando no se les dio un seguimiento formal a los alumnos en el nivel secundaria, algunos de ellos lograron establecer contacto con las autoras para hacer mención que habían sido de gran utilidad las sesiones trabajadas ya que, gracias a esos ejercicios, en el nivel secundaria, ellos ya contaban con las herramientas principales para hacer frente a los problemas algebraicos; lo que a su vez les generaba gusto por la asignatura y una buena calificación.

Referencias

Arriaga, G. & Butto, C. (septiembre 2009*), Procesos de generalización con estudiantes de 1ro y 2 do de secundaria de una escuela pública del Distrito Federal: Una propuesta de enseñanza*, X congreso Nacional de Investigación, 1-14, Área 5: educación y conocimientos disciplinares.

Aznar, E. (2007). Biografías. Diciembre 20, 2018, de Universidad de Granada Sitio web: https://www.ugr.es/~eaznar/ferro.htm

Batanero, C., Gutiérrez, À., Hoyos, V., & López G. (2011). Sentido numérico y pensamiento algebraico. En: *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares casos y perspectivas* (37-48). México: SEP.

Baldor, A. (1967). Álgebra Elemental. España: Cultural Mexicana, S.A. de México.

Barrera, F. (2007). Historia del álgebra. México

Butto, C. & Delgado, J. (2012). Las dos grandes rutas: Proporcionalidad y procesos de generalización. En: ¿autor? *Rutas hacia el álgebra* (17-68). México: UPN.

Cedillo, T., Cruz, V., Vega, E. & Cambray, R. (2006). *Módulo 5: Juegos y regularidades algebraicas*. México: UPN.

Curotto, M. (noviembre 2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. *Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2, 11-28.

Díaz (2013 diciembre). Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? *Revista de currículum y formación del profesorado,* 17(3), 11-33.

Filloy, E. Kieran, C (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica*. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas,* 7(3), 229-240.

Gascón, J. (1 de abril de 1999). La naturaleza pre-álgebraica de la matemática escolar. Educación matemática, 2, 77-88. 03 de enero de 2018. De Revista de educación matemática Base de datos.

Godino, J.D.; Neto, T.; Willhelmi, M. R.; Aké, L.; Etchegaray, S.; Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 117-142.

INEE (2013). *México en PISA 2012.* 1a edición. México: INEE.

INEE. (2018). *PLANEA*. Ciudad de México: INEE.

Pimienta, P. (2011 Febrero). Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias en educación superior. *Bordón,* 63(1), 77-92.

Rojano, C, Butto, C. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(01) 113-148

SEP. (2014). *ENLACE Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares.* México: SEP.

SEP. (2011). *Orientaciones didácticas y planes de clase de los contenidos: 22 de marzo de 2017.* México: de Secretaría de Educación Pública.

SEP. (2011*). Programa sexto grado, Matemáticas*. México: SEP.

Socas, M. Camacho, M. Palarea, M. & Hernández, J. (1996) Iniciación al álgebra, matemáticas, cultura y aprendizaje. Madrid: Síntesis.

Tobón, S. Pimienta, J. García, J. (2010) Secuencias didácticas, aprendizaje y evaluación de competencias. México: Pearson Educación.

Tambriz, P. (2015). Metacognición en el aprendizaje de operaciones básicas algebraicas. 04/11/2016, de Universidad Rafael Landìvar Sitio web: http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2015/05/86/Tambriz-Patricia.pdf

Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), pp. 193-215.

Vergel, R. (2010) *La perspectiva de Cambio Curricular Early-Álgebra como posibilidad para desarrollar pensamiento Algebraico en Escolares de Educación Primaria: Una mirada al Proceso Matemático de Generalización*. Bogotá 69-81.

Anexos

Anexo 1

Evaluación inicial

Nombre_________________________________ Edad_________________

Grado_____________

Instrucciones: Escribe lo que se te pide en el siguiente cuadro

Palabra	¿La entiendes? (sí/no)	¿Cuál es su símbolo?	Pon un ejemplo	Describe en palabras
Menos				
Más				
Multiplicar				
Cuadrado				
Resto				
Fracción				
Rectángulo				
Paralelo				
Área				
Fracción decimal				
Radio				
Perímetro				
Volumen				
Numero primo				
Promedio				
Raíz cuadrada				
Rotación				
Paralelogramo				
Perpendicular				
Simetría				
Producto				
Múltiplo				
Semejante				
Índice				
Trapecio				

Cedillo, T., Cruz, V., Vega, E. & Cambray, R. (2006). *Módulo 5: Juegos y regularidades algebraicas*. México: UPN

Pirámides

Observa las siguientes figuras

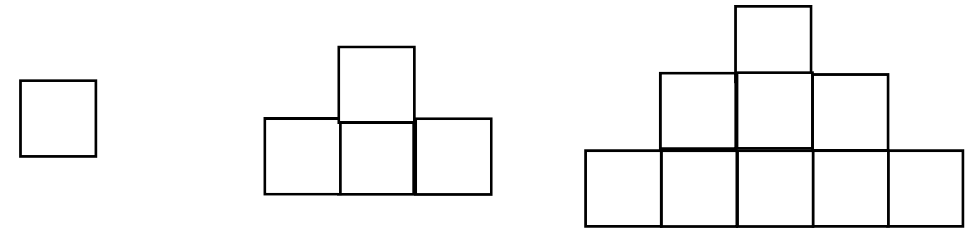


FIGURA 1 FIGURA 2 FIGURA 3

1. ¿Cuántos cuadrados se necesitarán para reproducir la figura 4?

Explica cómo llegaste a ese resultado

¿Puedes expresar con una fórmula el procedimiento descrito en la pregunta anterior?

2. ¿Cuántos cuadros se necesitarán para reproducir la figura 5?

Explica cómo llegaste a ese resultado

3. ¿Cuántos cuadros se necesitaran para reproducir la figura 10?

Explica cómo llegaste a ese resultado

4. Completa la siguiente tabla con base en la figura anterior

Número de figuras	Total de cuadrados en la figura
7	
9	
	225
29	
53	

5. Explica cómo encontraste el número de la figura cuando tiene en total 225 cuadros.

6. Explica cómo se puede determinar el total de cuadros de cualquier figura como las anteriores, si se conoce el número de la figura.

ESCALERAS

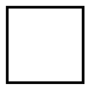


FIGURA 1

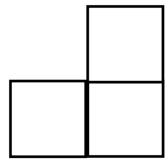


FIGURA 2

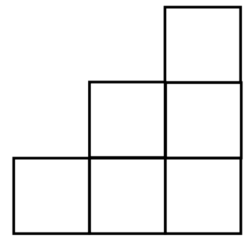


FIGURA 3

7. ¿Cuántos cuadros se necesitarán para reproducir cada figura?

Explica como llegaste a ese resultado

8. ¿Cuántos cuadros se necesitarán para reproducir la figura 10?

Explica como llegaste a ese resultado

9. Completa la siguiente tabla

Numero de las figuras	Total de cuadros en la figura
7	
8	
	66
	325
1000	

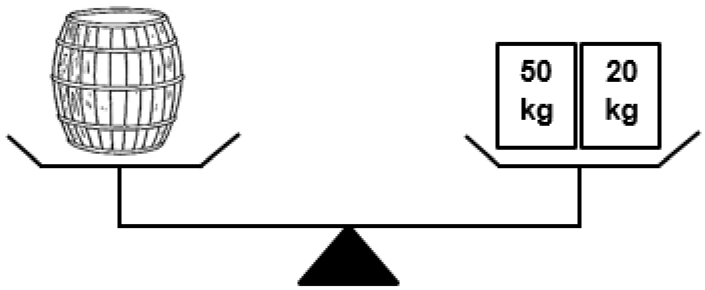
10. Explica cómo determinaste el número de la figura cuando esta tiene en total 325 cuadros

11. Explica cómo se puede determinar el total de cuadros de cualquier figura con las anteriores, si se conoce el número de la figura

BALANZAS

Instrucciones: Lee las siguientes preguntas y resuelve lo que se te indique.

12. Observa que la balanza está equilibrada.

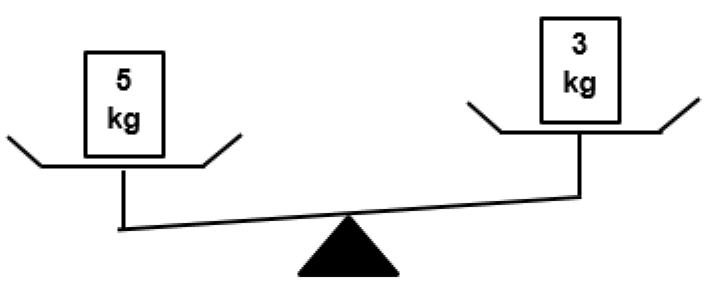


13. ¿Cuál es el peso del barril?

14. ¿Cómo llegaste a ese resultado?

15. Escribe la igualdad numérica que expresa la situación de la balanza

16. Considera que la balanza no está en equilibrio



17. Completa la igualdad para equilibrar la balanza

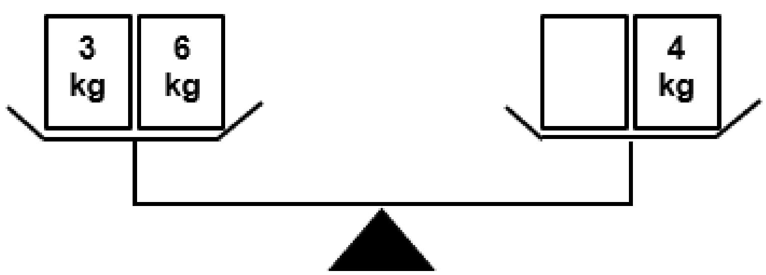
$$5 = 3 + \square$$

18. ¿Cómo llegaste a ese resultado?

19. Si en una balanza colocamos en un lado una pesa de 6 y 2 kg y, en la otra, dos pesas de 4 kg.

20. Dibuja cómo se encontraría la balanza y expresa la igualdad

21. Observa la balanza y rellena los huecos



$$3kg + 6kg = 4kg + \square$$

Socas, M. Camacho, M. Palarea, M. & Hernández, J. (1996) Iniciación al álgebra, matemáticas, cultura y aprendizaje. Madrid: Síntesis.

Anexo 2

Evaluación inicial

Nombre_________________________________ Edad_________________

Grado_____________

Instrucciones: Escribe lo que se te pide en el siguiente cuadro

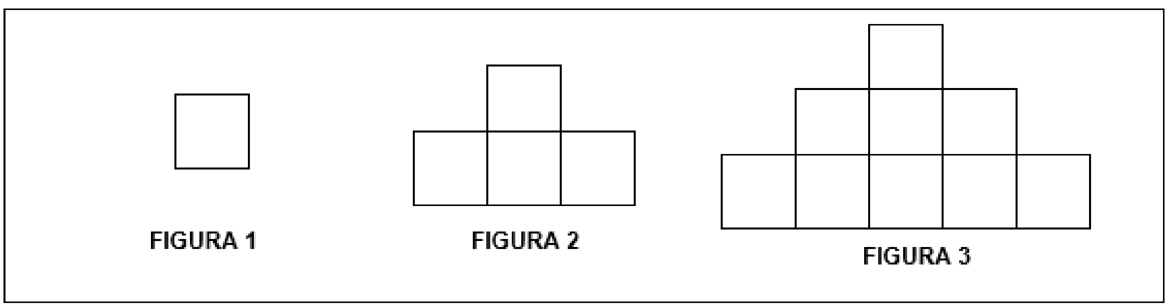
Palabra	¿La entiendes? (sí/no)	Pon un ejemplo	Uso que le puedes dar en la vida diaria
Menos			
Más			
Multiplicar			
Fracción			
Paralelo			
Área			
Radio			
Perímetro			
Volumen			
Promedio			

Raíz cuadrada			
Paralelogramo			
Perpendicular			
Simetría			
Producto			
Múltiplo			

Cedillo, T., Cruz, V., Vega, E. & Cambray, R. (2006). *Módulo 5: Juegos y regularidades algebraicas*. México: UPN

Pirámides

Observa las siguientes figuras



22. ¿Cuántos cuadrados se necesitarán para reproducir la figura 4?

Explica cómo llegaste a ese resultado

¿Puedes expresar con una fórmula el procedimiento descrito en la pregunta anterior?

23. ¿Cuántos cuadros necesitaran para reproducir la figura 5?

Explica cómo llegaste a ese resultado

24. ¿Cuántos cuadros se necesitaran para reproducir la figura 10?

Explica cómo llegaste a ese resultado

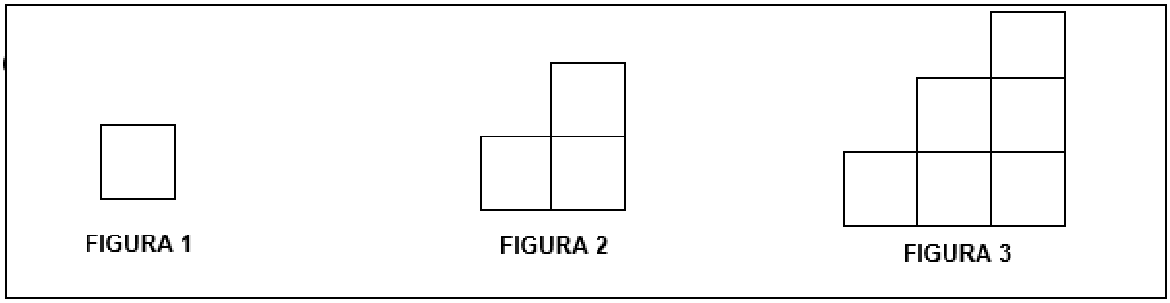
25. Completa la siguiente tabla con base en la figura anterior

Figura número:	Total de cuadros en la figura
7	
12	
	225
28	

26. Explica cómo encontraste el número de la figura cuando tiene en total 225 cuadros.

27. Explica cómo se puede conocer el total de cuadros para cualquier figura.

ESCALERAS



28. ¿Cuántos cuadros se necesitarán para reproducir la figura 4?

Explica cómo llegaste a ese resultado

29. ¿Cuántos cuadros se necesitaran para reproducir la figura 10?

Explica cómo llegaste a ese resultado

30. Completa la siguiente tabla

Número de las figuras	Total de cuadros en la figura
7	
8	
	66
1000	

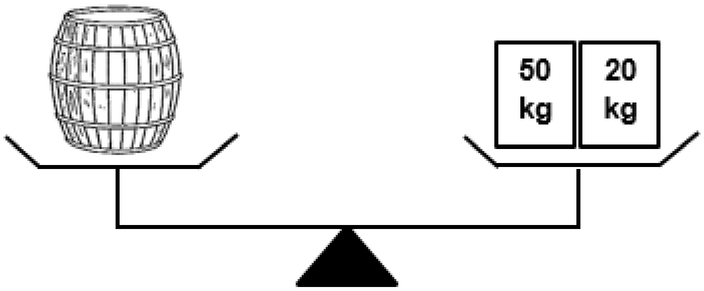
31. Explica cómo determinaste el número de la figura cuando esta tiene en total de 325 cuadros

32. Explica cómo se puede conocer el total de cuadros para cualquier figura

BALANZAS

Instrucciones: Lee las siguientes preguntas y resuelve lo que se te indique.

33. Observa que la balanza está equilibrada.

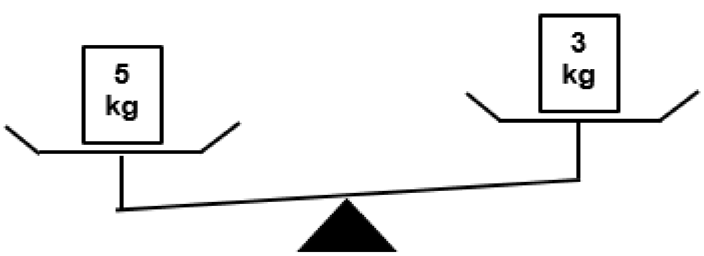


34. ¿Cuál es el peso del barril?

35. ¿Cómo llegaste a ese resultado?

36. Escribe la igualdad numérica que expresa la situación de la balanza

37. Considera que la balanza no está en equilibrio



38. Completa la igualdad para equilibrar la balanza

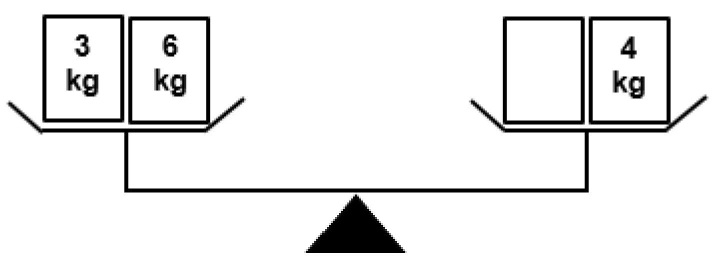
$5 = 3 + \boxed{}$

39. ¿Cómo llegaste a ese resultado?

40. Si en una balanza colocamos de un lado una pesa de 6 y 2 kg y en las otras dos pesas de 4 kg.

41. Dibuja como se encontraría la balanza y expresa la igualdad

42. Observa la balanza y rellena los huecos.



$3kg + 6kg = 4kg + \boxed{}$

Socas, M. Camacho, M. Palarea, M. & Hernández, J. (1996) Iniciación al álgebra, matemáticas, cultura y aprendizaje. Madrid: Síntesis.

Anexo 3

Rúbrica para evaluación de significado de las palabras

Clasificación en 3 categorías de las respuestas

CORRECTA: Si lo descrito en las tres últimas columnas indicaba una interpretación correcta del termino

VACÍAS: Si nada de lo escrito en las tres últimas columnas indicaba haberlo comprendido, aunque hubiese escrito (sí)

CONFUSAS: Si alguna de las respuestas de las tres últimas columnas estaba en contradicción o no estaba clara

Palabra	Correctas	Vacías	Confusas
Menos			
Más			
Multiplicar			
Fracción			
Área			
Perímetro			
Volumen			
Promedio			
Raíz cuadrada			
Paralelogramo			
Simetría			
Producto			
Múltiplo			

Cedillo, T., Cruz, V., Vega, E. & Cambray, R. (2006). *Módulo 5: Juegos y regularidades algebraicas*. México: UPN.