UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIDAD 241



# EN TORNO A LAS DESIGUALDADES



ANA MARIA GRIMALDO SEGOVIA

TESINA PRESENTADA PARA OPTAR POR EL TITULO DE LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA

SAN LUIS POTOSI, S.L.P., 1985

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DT-88

# DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

San Luis Potosí, S.L.P., a 8 de diciembre de 1984

C. Profr. (a) ANA MARIA GRIMALDO SEGOVIA
Presente
(nombre del egresado)

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -- Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación alternativa T E S I N A titulado EN TORNO A LAS DESIGUALDADES presentado por usted, le manifiesta que reúne los requisitos a - que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión

PROFR. CARLOS ENRIQUE MERINO RAMOS

A quien día tras día, con su
estimulante apoyo y cariño -
fortalece mi ánimo para se
guir adelante.

A mis hijos y a los que pa
sando bajo mi conducción
constituyen el objetivo de
mi superación.

Al bendito recuerdo de mi
madre y maestra, cuyo ejem
plo sigue cosechando logros.

A todos aquellos que de al
gún modo han ilustrado mi
entendimiento.

A quienes muy de cerca, han -
sufrido y disfrutado conmigo.

# INDICE

PAGINA

# P R O L O G O

Entonar bajo un ritmo determinado, tedioso y mecanicista las tablas de multiplicar, la redacción de un concepto gramatical; - bien, leer y releer los kilometrajes que se refieren a la extensión territorial de los países de América Latina; memoriza a - fuerza de repetir diez o veinte veces el formulario para obtener las áreas de figuras geométricas. Era la característica de las técnicas de la enseñanza que el maestro utilizaba todavía en la década de los cincuenta y creo que no es aventurado afirmar, que, a la fecha, se encuentran no pocas escuelas en donde el alumno, - bajo la guía de su profesor repite de una manera irracional, mecánica y carenta de interés, el conocimiento del que se pretende - dotar al alumno.

Si agregamos a este estado de cosas el desconocimiento casi total (de la terminología y lo que es aún más grave, de contenidos) de lo que significa "Matemáticas Modernas", obviamente por que el mismo maestro fué formado de la manera que se menciona en el párrafo anterior, estaremos hablando entonces del problema a que nos enfrentamos los maestros, los padres de familia y directamente los alumnos en la época actual.

Los tiempos actuales exigen que la mentalidad del hombre esté en disponibilidad para la crítica y para el análisis, pero no a la receptitividad, a la mecanización y a la falta de iniciativa. El éxito en la vida, ya no consiste en que haya memorizado el recetario o el manual de operación para resolver tal o cual problema, sinó en la capacidad para la toma de decisiones ante una situación dada y ello solo será posible si se tiene la capacidad de análisis, de la información previa o de los elementos que forman el contexto para que, con mentalidad crítica, llegue a una decisión adecuada a las exigencias que plantea el mencionado problema.

El presente trabajo está encaminado en primer lugar, para dejar asentadas las magnitudes del problema, tanto en el plano familiar como en el plano escolar; en segundo lugar, hacia el desarrollo de un tema específico, tratando de lograr un ejemplo práctico para plasmar una panorámica de los alcances de la Matemática Moderna en la vida cotidiana, sin dejar a un lado los antecedentes históricos de la disciplina; para finalmente vertir mis conclusiones, lo que espero sea una aportación de valor para la actividad que significa mi realización profesional y, por otro lado, un homenaje a la memoria de quien me dió la vida y sembró en mí la semilla del educador.

# 1. MARCO TEORICO

## 1.1 LA MATEMATICA MODERNA

### 1.1.1 EL PROBLEMA ACTUALMENTE

A través de este trabajo quiero manifestar algunos conceptos sobre lo que está sucediendo entre los miembros de la sociedad educativa (maestro - alumno - padre de familia), acerca del rompimiento que se piensa que existe, actualmente, entre los contenidos y la forma tradicional de enseñar y aprender los temas que abarcan Las Matemáticas en la Educación Primaria y los nuevos conceptos y procedimientos que han traído consigo Las Matemáticas Modernas en este nivel educativo.

Para el maestro, encasillado en métodos tradicionales,representa un grán esfuerzo el cambiar sus rutinas para aceptar: en primer lugar aprender y documentarse en el nuevo lenguaje, la nueva simbología, los nuevos códigos utilizados en las Matemáticas Modernas; y en segundo lugar, para saber adoptar las actitudes apropiadas en la conducción de dicho contenido, cuya finalidad será la adquisición y aplicación del conocimiento por sus discípulos.

En el alumno es menor la resistencia al cambio, porque en ellos está la mente abierta para recibir el aprendizaje nuevo, ya que en esta etapa aún no está conciente de la mal llamada discontinuidad de las Matemáticas.

Para el padre de familia también, aún más que para el maestro, constituye una ardua tarea, el comprender los nuevos elementos y medios que el hijo actualmente utiliza en el área de las Matemáticas. Como consecuencia de lo anterior, muchas de las veces, el padre de familia se declara incompetente para ayudar al niño a - adquirir sus destrezas en este campo, y por consiguiente,crea no solo una apatía, sino hasta aversión para estos quehaceres de la educación.

### 1.1.2 CUANTAS Y CUALES MATEMATICAS

Trataré de explicar el porqué sentimos complicado el cambio. Se ha establecido clásicamente que "La Matemática es la ciencia más exacta de todas". Decididamente este concepto ha cambiado.

La demostración más objetiva se debe al físico Albert Einstein - al asegurar que "Las Leyes físicas y matemáticas no son absolu-- tas, son relativas". He aquí un cambio básico que rompe con los cúmulos de conocimientos considerados hasta entonces en el campo de las matemáticas.

Si bien sabemos que la historia de las matemáticas se remonta a los inicios de la humanidad organizada, por la necesidad práctica de cuantificar, fué considerada como ciencia formal hasta el siglo IV A. de C. en que Euclides escribió sus libros titulados "Los Elementos" en donde reunía los conceptos de la Geometría conocida hasta esa época.

Fué hacia los finales del siglo III, y es en el siglo V, cuando se marca la decadencia de la matemática antigua. Posteriormente fueron los árabes, quienes habiendo recogido la herencia científica de los griegos, influyeron decisivamente en la expansión de las matemáticas hacia el occidente, continuando las aportaciones de nuevos descubrimientos matemáticos en gran parte de Europa durante los siglos XV y XVI, principalmente en Francia, Italia e Inglaterra con matemáticos como: Napier, Descartes, Leibniz, Newton y otros.

Por lo tanto, la matemática como ciencia había aumentado considerablemente a través de los siglos; pero no es sino hasta el siglo XIX en que matemáticos aventurados logran contraponer puntos de vista como Geometrías no Euclidianas, con intentos de axiomatización de la geometría, la utilización de la Lógica Matemática, la Teoría de grupos de Galois y la Teoría de Conjuntos de Cantor, cuyas aplicaciones abarcan el campo del álgebra.

Consecuentemente, aunque éste cúmulo de inovaciones y contraposiciones a las matemáticas clásicas o tradicionales no representa a toda la matemática, sin embargo, ha conducido a una comprensión más profunda de los hechos matemáticos, y también a una mayor profundidad en la esencia de los conceptos matemáticos. A partir de éstos, se ha desarrollado un punto de vista moderno en las matemáticas.

André Lichnerowicz nos dice "Lo que el grán público ve emerger en nuestra época, en realidad apareció en la ciencia al terminar la I Guerra Mundial y sus orígenes se remontan claramente hasta 1840."(1)

Concretando, me refiero a la matemática tradicional o clásica - que se hacía válida hasta el siglo XVIII, y al giro o cambio que ha sufrido con las aportaciones de los científicos y matemáticos del siglo pasado y el actual.

1.1.3 ¿ES, O NO, UNA MATEMATICA MODERNA?

Es necesario establecer que todo el avance de la ciencia matemática hasta nuestros tiempos, se ha desarrollado a través del enfoque, en dos aspectos fundamentales de la misma: el de las matemáticas puras y el de las matemáticas prácticas o aplicadas.

Avanzando por la historia de la matemática, nos percatamos de algunos períodos en que su estudio se enfoca como principios filosóficos, queriendo llegar, inclusive, hasta la mistificación, y otras etapas en que se ha avocado a las aplicaciones meramente - prácticas.

Podemos, en consecuencia, entender que nos encontramos en una - etapa más de los logros de esta ciencia, como nos expresa André Lichnerowicz "La matemática moderna y la tradicional poseen el - mismo contenido, solo que explicado en otro lenguaje, vertebrado

(1) LA NUEVA MATEMATICA
Biblioteca Salvat de Grandes Temas Vol. 70

lógicamente con el uso de otros métodos, reordenado de un modo distinto".(2) Extendiendo más esta explicación, la matemática no ha cambiado, es la misma matemática clásica, pero más amplia y con diferente enfoque y con más adquisiciones en cuanto a simbología, métodos, estructuras, lenguaje, etc.

Entonces, ¿Podemos considerar que estamos abriendo puertas a una etapa seriada de las matemáticas?

En consideración personal, quiero suponer que lo que está sucediendo es la continuación de un avance que no se detiene, por lo tanto, es una etapa más de la matemática, y que de ninguna manera podrá ser, ni la primera, ni la última, sino una transición cuyo punto de partida se señala con el nacimiento de la Lógica Moderna de George Boole a mediados del siglo XIX.

En concreto: Es la matemática de nuestra actualidad.

### 1.1.4 EL NOMBRE MAS APROPIADO

En cada época de la humanidad, la ciencia avanza en todos sus aspectos, la matemática, se ha comprobado, no es la excepción .Consecuentemente, es una continuidad de logros y nuevos conceptos y enfoques.

Aunque el cambio que se experimenta en la matemática de los si--

(2) Obra citada

glos XIX y XX ha sido radical, no se trata de una matemática totalmente nueva, por lo tanto no estaría muy bien empleado este término en la designación de la etapa en la que se encuentra actualmente la matemática.

Debe expresar también, que aún no se llega al final del conocimiento matemático, por lo tanto, éste seguirá progresando y a cada cambio se le designará con un nombre específico.

Particularmente enfocaría mi interés por designar la etapa de la matemática, que me ha correspondido por vivir en esta época, como: Matemática Actual o Contemporánea.

1.2 CARACTERISTICAS

1.2.1. AMPLIA, NO LIMITADA

Tradicionalmente se ha considerado a la Matemática, como el tratado de los números y sus aplicaciones en la Aritmética, Geometría y Cálculo.

Al interesarnos por las actualidades en la Matemática explicaremos las características y ventajas que la convierten, precisamente en Matemáticas Modernas.

Actualmente, conservando sus particulares y generales principios, ha logrado llevar sus enfoques aplicándola como auxiliar de otras ciencias que al parecer nada tendrían que ver con ella,por ejemplo, la Biología, La Psicología, La Historia, etc.

### 1.2.2 PRACTICA Y REALISTA

Nos dice Jean Kuntzman: "El científico matemático actualmente tiene que esforzarse por integrar el mundo en que vive a su universo intelectual y en poner el resultado de sus trabajos al alcance de los demás hombres".(3)

De aquí se desprende el carácter práctico, no únicamente teórico de la actual Matemática, ya que se sitúa en la aplicación para resolver problemas reales como en la Física y en la mecánica, o bien, con la aparición de la teoría de las probabilidades aplicada a situaciones cotidianas.

### 1.2.3 RAZONABLE, NO MECANICA

En este aspecto la Matemática Moderna deja de ser estrictamente mecanizada, a lo que aspira es a ser razonada, para que la utilidad del conocimiento sea aplicado a una diversidad de situaciones.

Sin embargo, se podría pensar que el estudiante de Matemáticas perdería habilidad en el manejo de los números, lo cuál está muy lejos de la realidad, debido a que actualmente contamos con máquinas auxiliares del cálculo, cuya utilización nos economiza tiempo

(3) KUNTZMAN, JEAN
¿A dónde va la Matemática?
Ed. Siglo XXI

y esfuerzo.

Entonces, importa más dirigir el esfuerzo a encontrar el camino a seguir para llegar a la solución de su problema, que divagar la atención en cálculos que muchas de las veces no nos lleva al fin que perseguimos.

### 1.2.4 FLEXIBLE Y PROBABLE

Al revestir esta característica, la Matemática deja de ser rígida y exacta, para admitir aproximaciones que en un determinado propóxito llega a tener mayor utilidad y por consecuencia, permite una aplicación en muchos y diversos problemas.

Se utilizan más concretamente las desigualdades que las equivalencias exactas.

### 1.2.5 ATRACTIVA, NO ARIDA

Particularmente en este aspecto la Matemática Moderna ha cambiado muy considerablemente, debido a que sus enriquecedores han cuidado mucho la presentación de sus textos en forma muy agradable, a la vista principalmente, agregando ilustraciones y colores que la hacen llamativa.

Muchas de las veces dirigen sus aplicaciones en ejercicios y situaciones meramente recreativos, pero gana en accesibilidad, al transformarse en Matemática amena y atractiva.

## 1.3 CONCLUSIONES

### 1.3.1 EVITAR CONFUSIONES

Nos dice Emma Castelnuovo "Hemos dado una imagen de las matemáticas de hoy contraponiéndola a una imagen de las matemáticas de ayer, pero estas dos representaciones conquistarán un significado más profundo, sólo cuando se haga notar porqué de la una se ha pasado a la otra, pues, en suma, los matemáticos se han visto obligados a sustituír la primera por la segunda." (4)

Con frecuencia,se da el caso, en nuestra realidad, de que algunos maestros a quienes les ha faltado información sobre los temas de la matemática moderna, han introducido argumentos falsos y cantidad de términos que no son necesarios para su comprensión y dificultan la atrea pedagógica de la matemática.

Sin embargo, dentro de las inovaciones que nos presenta la matemática moderna, al examinar la teoría de conjuntos nos encontramos con operaciones como: unión, intersección, vacío, y también las leyes que las rigen.

Al analizar enunciados o proposiciones lógicas, también se pueden definir estas relaciones con las designaciones de conjunción y disyunción.

---

(4) CASTELNUOVO, EMMA
Didáctica de la Matemática Moderna
Editorial F. Trillas

Si hablamos ahora de circuitos, con dos conmutadores para impe-- dir o permitir el paso de la corriente y que se comportan semejante a las leyes de las dos teorías anteriores, encontramos una similitud de las estructuras, aunque utilicen diferente simbología.

De aquí se desprende que en la nueva matemática se da importancia, más, al querer entender las relaciones entre los objetos, - que querer conocer los objetos mismos.

El esfuerzo que implica estudiar lo mismo tres veces distintas,- resulta inútil al reconocer la estructura de las relaciones matemáticas, aún con términos y simbología distintos.

## 1.3.2 DIVISION EN LA MATEMATICA MODERNA

En un sistema tan bien diseñado, como lo es el de la matemática moderna, es un tanto difícil poner en claro una división de su - contenido en partes.

Sin embargo se aceptan como partes fundamentales: El álgebra, El Análisis, La Topología; La Geometría como disciplina autónoma ya no se toma en cuenta, ahora se ha integrado como una parte del - Algebra, o bien del Análisis. La Aritmética en forma aislada viene a ser equivalente a la actual Teoría de Números, qué se ve influenciada por el Algebra y a la vez, por el Análisis. La Teo-- ría de las Probabilidades y La Cibernética, que son otros campos se han abierto con la matemática actual. También lo son, La Teoría de las Matrices con sus aplicaciones que el Cálculo Matricial ha encontrado en las ciencias físicas y la ingeniería; La Teoría de Juegos de Estrategia, que es una colección de Técnicas matemáticas, puestas al servicio de todos aquellos que precisan tomar decisiones; Matrices y Cadenas de Markov cuyas aplicaciones encontramos por ejemplo en la genética.

### 1.3.3 MATEMATICOS QUE HAN CONTRIBUIDO EN LA MATEMATICA ACTUAL

Habíamos mencionado anteriormente que el cambio se gesta a partir de la aparición de la Lógica Matemática de George Boole. Luego llega la Teoría de Conjuntos de Georg F. Cantor, aumentada por Emmy Noether y Van Der Waerden. Ingresa otra nueva fase con la Teoría de Grupos, de Evariste Galois. Gilbert no tiene grán trascendencia con El Formalismo. Aparece la Terminología Simbólica de Giuseppe Peano. Poincaré y sus estudios de las relaciones entre los objetos. Thom y Milnor con la Topología Diferencial. André Kolmogorov y la Teoría de las Probabilidades. Norbert Wiener, creador de la Cibernética. W. R. Hamilton, J.J.Sylvester y A.Cayley con la introducción de las Matrices y el Cálculo Matricial.- John Von Neumann y O. Morgenstern y la Teoría de juegos de Estrategia. A. A. Markov y la Teoría de procesos Estocásticos. Y otros muchos.

### 1.3.4 PELIGROS

La Matemática Moderna presenta una dualidad: pura y práctica; - ciencia y arte, herramienta y filosofía, rutina y fantasía, este doble aspecto tiene para ella sus ventajas y sus peligros.

Los peligros en la doble fase de la matemática son dos: la polarización en un solo aspecto y la extrapolarización más allá de - sus límites. "Toda enseñanza polarizada en una de las dos face-- tas de la matemática será incompleta y dará una formación defectuosa. En cuanto a la extrapolación, que es un peligro inherente a toda ciencia y a toda filosofía, en la matemática es especialmente peligrosa por su falta de verificación experimental."(5)

### 1.3.5 EN CONCRETO

La matemática Nueva es, en principio, la misma Matemática clásica, solo que con nuevas adquisiciones:

- Campo de acción
- El lenguaje en que está escrita
- El método con que se trabaja (razonar)
- Las estructuras en que se mueve

(5) SANTALO, LUIS A.
LA EDUCACION MATEMATICA, HOY
Colección "Hay que saber"
Edit. Teide

# 2. DESIGUALDADES

En este capítulo se atenderá a la importancia que actualmente - tienen las desigualdades; este tema ha sido integrado a las matemáticas modernas en forma paralela al estudio de las ecuaciones, aunque éstas se han tratado desde tiempos muy antiguos en la - aplicación para resolver problemas.

Consecuentemente el presente capítulo se introduce en el estudio del Algebra, en cuanto que estudia la solución de problemas mediante modelos de desigualdades de primer grado con una y dos variables. En términos de Algebra Moderna se denomina, a las ecuaciones y las desigualdades como: Proposiciones abiertas con una o más variables.

## 2.1 GENERALIDADES

### 2.1.1 IGUALDADES

Igualdad: se da este nombre a dos cantidades unidas por el signo "=" porque tienen valor equivalente.

Clases: las igualdades pueden ser de dos clases:

a) identidades, si se le puede dar a la literal cualquier valor y la igualdad subsiste: $\boxed{5a - 3a = 2a}$

b) ecuaciones, si la igualdad se satisface solo con de terminado valor atribuido a la literal: $\boxed{4X = 20}$

Ecuación es por lo tanto una igualdad condicional.

Partes: a los dos elementos que están relacionados por el signo "=" se les llama miembros:

$$\underbrace{3x - 5}_{\text{primer miembro}} = \underbrace{25}_{\text{segundo miembro}}$$

Incógnita: es la cantidad desconocida en la ecuación y generalmente se representa con la letra "x". Actualmente se usa el término variable para designar la incógnita.

Raíz o solución: es el valor atribuido a la incógnita o variable. En álgebra moderna se le designa con conjunto Verdad o conjunto Solución.

Propiedades de la igualdad:

1) A los dos miembros de la igualdad se les puede sumar o restar una misma cantidad y la igualdad subsiste.
2) Los dos miembros de una igualdad pueden multiplicarse o dividirse entre una misma cantidad y la igualdad subsiste.

Ejemplo:

| | |
|---|---|
| $7x - 5 = 3x + 11$ | Ecuación original |
| $7x = 3x + 16$ | Se sumó 5 a cada miembro |
| $4x = 16$ | Se restó 3x a cada miembro |
| $8x = 32$ | Cada miembro se multiplicó por 2 |
| $2x = 8$ | Cada miembro se dividió entre 4 |
| $2x + 5 = 13$ | Se sumó 5 a cada miembro |
| $2x - 3 = 5$ | Se restó 8 a cada miembro |
| $5x - 3 = 3x + 5$ | Se sumó 3x a cada miembro |

## 2.1.2 DESIGUALDADES

Tradicionalmente se dice que desigualdad es la relación de dos expresiones numéricas o algebraicas que representan diferentes valores.

Actualmente se expresan las desigualdades como proposiciones matemáticas formadas por dos miembros que se unen por el signo $\neq$ ; éstas pueden ser numéricas (en las cuales solo se encuentran expresiones numéricas) y literales (aquellas desigualdades en las que se usan letras con valores atribuidos).

Algunos autores las definen de la siguiente manera:

__Desigualdad__ es la declaración de que dos expresiones no son iguales(*).

Ejemplo:

6 no es igual a 5. Luego 6 es mayor que 5 o bien 5 es menor que 6

Esto se escribe: $6 > 5$, o bien $5 < 6$

__Desigualdad__ es la expresión de dos cantidades tales que la una es mayor o menor que la otra (**).

Ejemplo:

Sea la expresión $a \neq b$. Luego $a > b$, si $a - b$ es positiva

o bien $a < b$, si $a - b$ es negativa

(*) Turner-Prouse. Introducción a las Matemáticas. Ed. Trillas.
(**) Anfossi-Flores. Curso de Algebra. Ed. Progreso.

Una desigualdad de primer grado con una incógnita es una expresión de la forma $ax + b > 0$, o bien, $ax + b < 0$, donde $x$ es la incógnita y $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$ (***)

Si la expresión: $ax + b < 0$ / $ax + b > 0$ la desigualdad es estricta

En conclusión: la proposición que contienen alguno de los símbolos o se llama desigualdad.

## 2.1.3 MODELOS MATEMATICOS

En la matemática clásica se han trabajado los problemas matemáticos a través de la solución de modelos de ecuaciones, pero en los cursos actualizados de matemáticas, en los diferentes niveles educativos, se está dando cada vez mayor importancia a la solución de problemas utilizando modelos de desigualdades, y es que, al llegar a las soluciones posibles de éstas, no se limita a dar una sola respuesta que satisfaga, sino que se amplía y presenta alternativas para la selección de la respuesta adecuada.

Modelo Matemático es una regla o procedimiento expresado por símbolos.

Las proporsiciones abiertas, ya sea ecuaciones o desigualdades, son simbolizaciones para encontrar los valores de las variables que -

(***) SEAD. Matemáticas II, Vol. 1 SEP- UPN.

interesan, de esta manera se convierten en modelos matemáticos y pueden tener una o más variables.

A las proposiciones en cuyo modelo se encuentra una incógnita, se les denomina: Proposiciones abiertas con una variable.

El uso de modelos o fórmulas da grán generalidad a los problemas, pero, es necesario desarrollar habilidad en el manejo de datos de un problema específico y encontrar su solución a través de un modelo formulado.

Dado un problema matemático, se procede a plantear el modelo de proposición abierta.

El conjunto de las soluciones que hacen verdadera una proposición recibe el nombre de conjunto solución.

Ejemplos de modelos:

| | |
|---|---|
| Para ir de una ciudad a otra hay que atravezar un lago que está a 1/3 de la primera ciudad y a 2/3 de la segunda | Como un triángulo en la mitad de un rectángulo. El área del primero se calcula multiplicando la base por la altura y dividiendo entre dos. |
| Modelo:  | Modelo: $A_t = \frac{b \times h}{2}$ |

| Tres más el quíntuplo de un número da 23. ¿ Cuál es ese número? | Encontrar el conjunto solución: cuatro aumentado con el doble de un número, es menor que dicho número disminuído en 6 unidades. |
| --- | --- |
| Planteo:<br>número: x<br>quíntuplo: 5x | Planteo:<br>número: x<br>doble: 2x<br>aumentado: +<br>disminuído: - |
| Modelo Matemático:<br>$3 + 5x = 23$ | Modelo Matemático:<br>$4 + 2x < x - 6$ |
| Conjunto solución:<br>$x = 4$ | Conjunto solución:<br>$x < -10$ |

| El doble de un número disminuído en 3 unidades es igual a 7. | Pedro y Juan tienen juntos 15 años. El doble de la edad de Pedro es mayor que el triple de la edad de Juan. |
| --- | --- |
| Modelo:<br>$2x - 3 = 7$ | Modelo:<br>$2x > 3(15 - x)$ |

## 2.2 RESOLUCION DE DESIGUALDADES

### 2.2.1 GENERALIDADES

Partes: los términos que estan a la izquierda del signo mayor o menor que, forman el primer miembro de la desigualdad;-

los términos de la derecha forman el segundo miembro.

$$\underbrace{4x \quad - \quad 2}_{\text{primer miembro}} < \underbrace{10 \; + \; x}_{\text{segundo miembro}}$$

Sentido: los signos $>$ o $<$ determinan dos sentidos opuestos o contrarios en las desigualdades, según que el primero sea mayor o menor que el segundo.

Una desigualdad cambia de sentido cuando el miembro mayor se convierte en menor o viceversa.

Conjunto Solución: como una desigualdad es una proposición abierta y existe al menos una variable, su conjunto solución, (o respuesta) es el elemento del conjunto universal que convierte a la proposición abierta en cerrada.

| | | |
|---|---|---|
| 4x | 20 | proposición abierta |
| x | 5 | conjunto solución |
| 4(6) | 20 | proposición cerrada |
| 24 | 20 | |

2.2.2 PROPIEDADES

1a. Una desigualdad no cambia de sentido cuando se añade o resta un mismo número a cada miembro.

Ejemplo:

| | |
|---|---|
| $3 < 7$ | |
| $3 + 5 < 7 + 5$ | Se sumó 5 a cada miembro |
| $8 < 12$ | El sentido no cambia |

| | |
|---|---|
| $5x - 2 > 8$ | |
| $5x - 3 - 2 > 8 - 3$ | Se restó 3 a cada miembro |
| $5x - 5 > 5$ | El sentido no cambia |

2a. Una desigualdad nò cambia de sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor positivo, o se dividen entre un mismo divisor, también positivo.

Ejemplo:

| | |
|---|---|
| $6 > 2$ | |
| $6 \times 5 > 2 \times 5$ | Se multiplican ambos miembros por 5 |
| $30 > 10$ | El sentido no cambia |

| | |
|---|---|
| $12x - 9 < 27$ | |
| $\frac{12x}{3} - \frac{9}{3} < \frac{27}{3}$ | Se dividieron entre 3 ambos miembros |
| $4x - 3 < 9$ | El sentido no cambia |

3a. Una desigualdad cambia de sentido cuando se multiplican sus dos miembros por un mismo factor negativo, o se dividen entre un mismo divisor, también negativo.

Ejemplo:

| | | |
|---|---|---|
| $3x > -25$ | | |
| $3x \ (-4) > -25 \ (-4)$ | | Se multiplicaron ambos miembros por -4 |
| $-12x < 100$ | | El sentido de la desigualdad cambia |

| | |
|---|---|
| $8x < 20$ | |
| $\frac{8x}{-2} < \frac{20}{-2}$ | Se dividieron ambos miembros entre -2 |
| $-4x > -10$ | El sentido de la desigualdad cambia |

Nota. Existen otras propiedades más que, para el objeto del presente trabajo, no es necesario mencionar.

### 2.2.3 METODOS DE RESOLUCION

Resolver una desigualdad, es hallar los valores que la verifican. Para encontrar el conjunto solución de una desigualdad, se pueden seguir dos métodos:

El Método por propiedades consiste en sumar, restar, multiplicar o dividir a ambos miembros, las cantidades que convenga para despejar la incógnita.

El método mecánico consiste en ordenar en un miembro los datos que contienen incógnita y en el otro los que no la tienen, luego reducir los términos semejantes y finalmente despejar la incógnita.

Ejemplo:

| A Solución por propiedades | | Solución mecánica | |
|---|---|---|---|
| $6x - 4 > 20$ | | $6x - 4 > 20$ | |
| $+4 \quad +4$ | se suma 4 | $6x > 20+4$ | ordenar |
| $\frac{6x}{6} > \frac{24}{6}$ | Se divide entre 6 | $\frac{6x}{6} > \frac{24}{6}$ | reducir despejar |
| $x > 4$ | solución | $x > 4$ | solución |

| B | | | |
|---|---|---|---|
| $7 - 4x < 15$ | | $7 - 4x < 15$ | |
| $-7 \quad -7$ | se resta 7 | $-4x < 15-7$ | ordenar |
| $\frac{-4x}{4} < \frac{8}{4}$ | se divide entre 4 | $\frac{-4x}{4} < \frac{8}{4}$ | reducir despejar |
| $-x < 2$ | | $-x < 2$ | solución |
| $(-1)(-x)<(2)(-1)$ | se multiplica por -1 | $(-1)(-x)<(2)(-1)$ | |
| $x > -2$ | solución | $x > -2$ | solución |

Considerando uno y otro métodos, se puede asegurar que:

El método por propiedades, como es razonado paso a paso, está menos expuesto al error, aunque tiene la desventaja de ser más lar go.

El método mecánico, siendo breve en tiempo y esfuerzo, no se analiza, por lo tanto, es de suponer que para utilizarlo se requiere habilidad en el manejo de signos.

Al estar trabajando dentro del conjunto de números reales,éstos constituyen el dominio de la variable, esto significa que existe un subconjunto de números reales, para los cuales sea verdadera la proposición y todos los elementos que pertenezcan a este subconjunto formarán el conjunto solución de la variable.

Cabe recordar que, a diferencia de las ecuaciones en las cuales la solución es única, una desigualdad tiene muchas soluciones, en realidad puede haber un número infinito de números reales para los cuales sea verdadera la proposición.

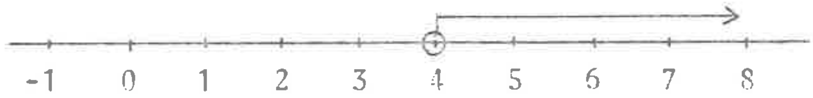
### 2.2.4 GRAFICA DE LA DESIGUALDAD

Una forma práctica de indicar el conjunto solución de una desigualdad es graficar dicho conjunto, para ello es necesario recurrir a una recta numérica graduada convenientemente, señalar en ella el punto dado como solución, por medio de un pequeño circulo, y a partir de él se desplaza una flecha con el sentido que señale la solución.

Ejemplo:

Gráfica del conjunto solución de la desigualdad del ejemplo A

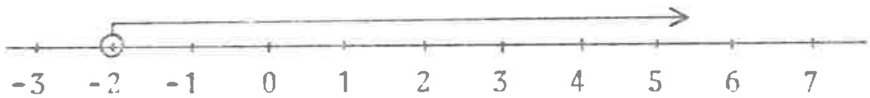
$$x > 4$$




Cabe señalar que el punto 4 no es parte del conjunto solución.

Gráfica del conjunto solución de la desigualdad del ejemplo B

$$x > -2$$




Cabe señalar que el punto -2 no es parte del conjunto solución

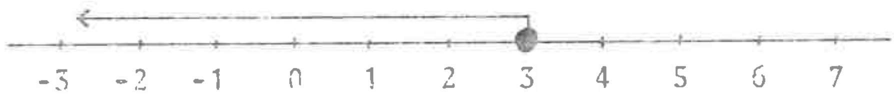
Cuando en una desigualdad de primer grado con una variable se encuentra el signo (menor o igual que), o el signo (mayor o igual que), el conjunto solución incluye el número dado en ésta, porque también satisface la proposición.

Al graficar el conjunto solución de una desigualdad de este tipo, el punto a señalar se indica con el pequeño círculo lleno.

Ejemplo:

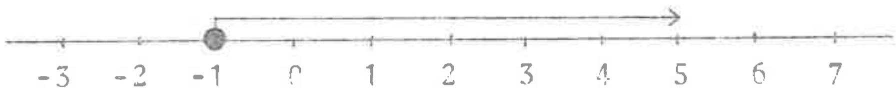
| | |
|---|---|
| $3x + 5 \leqslant 14$ | Conjunto solución: $x \leqslant 3$ |

Gráfica:




| | |
|---|---|
| $8x + 6 \geqslant -2$ | Conjunto solución: $x \geqslant -1$ |

Gráfica:




Aplicación de modelos de desigualdades en la resolución de problemas prácticos.

Problema:

El quíntuplo de la edad de Laura disminuído en diez unidades, es menor que el triple de dicha edad aumentado en seis unidades. ¿Qué edad tendrá a lo más Laura?

| | |
|---|---|
| Planteo de datos:<br>Laura: x años<br>quíntuplo: 5x<br>disminuído: -10<br>triple: 3x<br>aumentado: +6 | Modelo matemático:<br>$5x - 10 < 3x + 6$ |

Solución por propiedades:

$$5x - 10 < 3x + 6$$

$$\underline{\quad + 10 \qquad\quad +10} \quad \text{se suma 10}$$

$$5x \quad < \quad 3x + 16$$

$$\underline{-3x \qquad\quad -3x} \quad \text{se resta 3x}$$

$$\underline{\frac{2x}{2} \quad < \quad \frac{16}{2}} \quad \text{se divide entre 2}$$

$$x < 8$$

Solución mecánica:

$$5x - 10 < 3x + 6$$

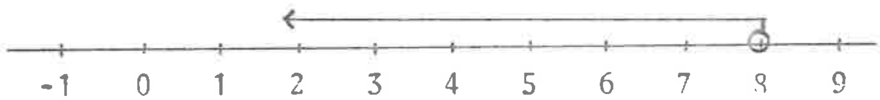
$$5x - 3x < 6 + 10 \quad \text{ordenar}$$

$$2x < 16 \quad \text{reducir}$$

$$x < 8 \quad \text{despejar}$$

conjunto solución: $x < 8$

Gráfica:




Respuesta: Laura tiene a lo más 7 años.

## 2.3 CASOS ESPECIALES

### 2.3.1 SISTEMA DE DESIGUALDADES

En algunos problemas que se resuelven estableciendo proposiciones de desigualdad como modelo, la variable está sometida no únicamente a una condición de desigualdad; entonces es necesario plantear el problema a través de la solución de varias proposiciones simultáneas, por lo tanto, se necesita el conjunto solución de una proposición compuesta.

Ejemplo:

Determinar el conjunto solución de: $x + 4 \geqslant 2$ y $x + 1 \leqslant 4$

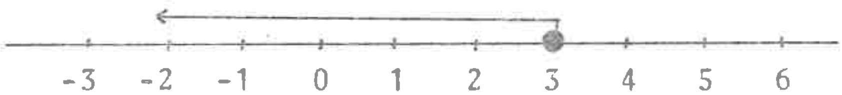
La solución abarca a todos los números reales que satisfagan la primera desigualdad y al mismo tiempo también satisfaga la segunda desigualdad del ejemplo.

| primera desigualdad | segunda desigualdad |
|---|---|
| $x + 4 \geqslant 2$ | $x + 1 \leqslant 4$ |
| $x \geqslant 2 - 4$ | $x \leqslant 4 - 1$ |
| $x \geqslant -2$ | $x \leqslant 3$ |

Gráficamente se interpreta así:

$x \geqslant -2$


$x \leqslant 3$




El conjunto solución de la proposición compuesta está en el intervalo formado por los números reales que se encuentran en la intersección de los conjuntos solución de ambas proposiciones. En el ejemplo expuesto el intervalo es <u>cerrado</u>, porque también se incluyen los números extremos de ambos conjuntos solución, éste tipo de intervalo se puede expresar de varias maneras:

Intervalo cerrado:

| Conjunto solución | Conjunto solución |
| --- | --- |
| $[-2\, ,\, 3]$ | $-2 \leqslant x \leqslant 3$ |

Gráfica del conjunto solución:


Otra clase de intervalo se presenta analizando la siguiente proposición compuesta:

$$x + 1 > 2 \quad y, \quad x - 2 < 1$$

La proposición $x + 1 > 2$ es verdadera para toda x mayor que 1

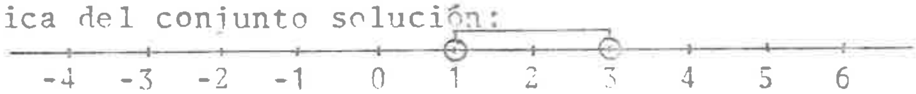
La proposición $x - 2 < 1$ es verdadera para toda x menor que 3

En este caso el intervalo que resulta de los conjuntos solución de ambas proposiciones es abierto, porque no cuentan los números extremos, se puede describir de las siguientes maneras:

Intervalo abierto:

| Conjunto solución | Conjunto solución |
| --- | --- |
| $\langle 1\, ,\, 3 \rangle$ | $1 < x < 3$. |

Gráfica del conjunto solución:



Una tercera clase de intervalo es el que determina el conjunto solución del siguiente sistema de desigualdades,

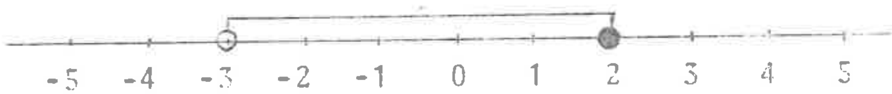
Intervalo <u>combinado</u>:

Dada la proposición compuesta: $5x + 3 \leqslant 13$ y $4x + 5 > -7$

La solución de la primera es $x \leqslant 2$; y la solución de la segunda es $x > -3$

| Conjunto solución | Conjunto solución |
|---|---|
| $\left\langle -3, \quad 2 \right]$ | $-3 < x \leqslant 2$ |

Gráfica del conjunto solución:




Sistema de desigualdades como modelo.

Luis compra tres plantitas y, a pesar del descuento total de 4 pesos, tuvo que pagar no menos de 2 pesos. Antonia compra cinco plantitas y paga menos que María, quien compra tres plantitas y paga 12 pesos más por una maceta. ¿Entre que valores fluctúa el precio de dichas plantitas?

**Planteo:**

Plantas: $X$

3 plantas: $3X$

descuento: $-4$

no menos de: $\geqslant$

Antonia: $5X$

María: $3X$

maceta: $+12$

menos: $<$

Modelo del sistema: $3X - 4 \geqslant 2$

$5X < 3X + 12$

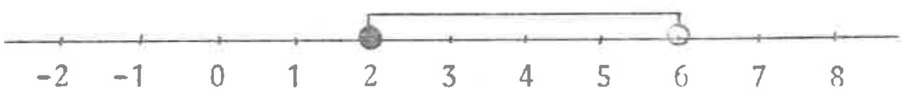
**Solución mecánica**

| | |
|---|---|
| $3X - 4 \geqslant 2$ | $5X < 3X + 12$ |
| $3X \geqslant 2 + 4$ | $5X - 3X < 12$ |
| $3X \geqslant 6$ | $2X < 12$ |
| $X \geqslant 6/3$ | $X < 12/2$ |
| $X \geqslant 2$ | $X < 6$ |

Respuesta: Las plantitas cuestan de 2 a 5 pesos.

$$2 \leqslant X < 6 = \{2, 3, 4, 5\}$$

gráfica:



### 2.3.2 DESIGUALDADES CON DOS VARIABLES

Si en una proposición abierta como, $x + y = 8$, se da el valor de una de las variables, por ejemplo $x = 5$; se obtiene la proposición $5 + y = 8$ que sigue siendo una proposición abierta.

Por consiguiente, este tipo de proposiciones tienen dos variables y hace falta un par de sustituciones, para determinar si una proposición abierta en dos variables es verdadera o falsa.

En general, cualquier proposición de la forma $ax \pm by = c$ recibe el nombre de ecuación lineal o de primer grado, porque, como se verá más adelante, al hacer la interpretación gráfica resultará una recta, y es costumbre considerar las variables como un par ordenado $(x, y)$, y las sustituciones como un par ordenado de números, en el ejemplo sería $(5, 3)$.

Se ha convenido en considerar a la variable "x" como la primera, tomándose el primer número ordenado como sustitución para "x"; la variable "y", se considera como la segunda variable y el segundo número del par ordenado como la sustitución para y. En el ejemplo, $x = 5$, $y = 3$.

Si consideramos la proposición $x + y = 8$, resulta que no únicamente es verdadera para el par de números $(5,3)$ sino que admite también otros pares, por ejemplo: $(1,7)$, $(4,4)$, y otros más.

Al igual que en las proposiciones en una variable, cuando no se especifica un conjunto universal (el dominio de la variable), se considera que éste es el conjunto de los números reales.

Si trasladamos los conceptos vertidos anteriormente, aplicándolos a las proposiciones de desigualdad con dos variables, veremos que sujetan a similares condiciones, es decir, el conjunto solución para una proposición de desigualdad con dos variables, es un conjunto de pares ordenados de números para los cuales la proposición es verdadera.

Para obtener el conjunto solución de una proposición de este tipo se aplica cualquiera de los métodos de resolución de las desigualdades, primeramente para despejar la variable "y", ésta tomará valores, según los valores que se le asignen a "x", por eso a "y" se le denomina variable dependiente o función; a "x", se le atribuyen valores sucesivos para de esta manera señalar los pares de números ordenados que pertenecen al conjunto solución obedeciendo la norma señalada en la sustitución de "y".

Ejemplo:

| Por propiedades | Mecánico |
|---|---|
| $15x + 3y > 6$ | $15x + 3y > 6$ |
| $-15x \qquad\qquad - 15x$ | $3y > 6 - 15x$ |
| $\frac{3y}{3} > \frac{6}{3} - \frac{15x}{3}$ | $y > 2 - 5x$ |
| $y > 2 - 5x$ | |

Conjunto solución:

si x = 0, entonces y = 2 por lo tanto el par de números será (0,2)

si x = 1, entonces y = 3 por lo tanto el par de números será (1,-3)

si x = 2, entonces y = 8 por lo tanto el par de números será (2,-8)

Como se observa, el conjunto solución tiene una serie de pares - de números ordenados que es más fácil de observar en una interpretación gráfica, ya que sería muy laborioso querer enunciar toda lista de números ordenados que hacen verdadera la proposición.

Las proposiciones de desigualdad en dos variables pueden ser representadas gráficamente sobre un plano, en el cual resultará - una línea recta primeramente, de ahí que se denomine a éstas proposiciones como desigualdades lineales.

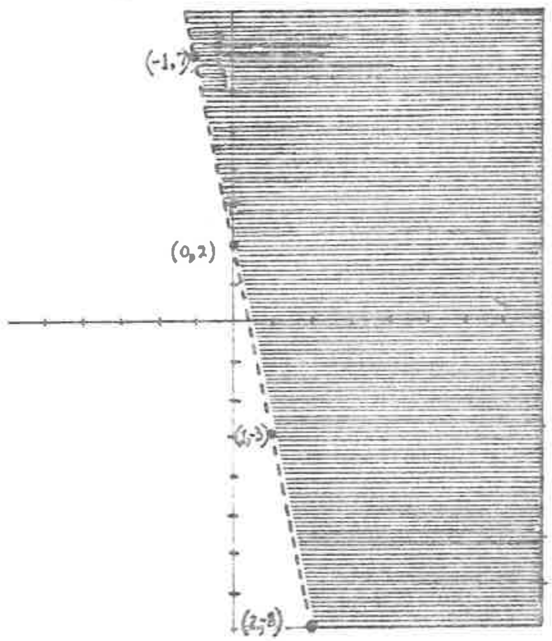
Para obtener la gráfica del conjunto solución de una proposición de este tipo se puede proceder de varias maneras.

1a. Por Tabulación:

Consiste en determinar en una tabla de valores los diversos pares ordenados de números que son soluciones de la proposición, así los del ejemplo son:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y > 2 - 5x$ | x | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 |
| | y | -8 | -3 | 2 | 7 | 12 |

En un plano cartesiano se localizan los puntos correspondientes a cada uno de los pares ordenados de números (x,y) que aparecen en la tabla, pueden entonces representarse gráficamente y unirse entre sí por medio de una recta punteada (dado que sus puntos no forman parte del conjunto solución).




La recta resultante divide el plano en dos semiplanos. Dado que se quiere determinar todos los valores "y" mayores que 2-5x se sombrea el semiplano que está encima de la recta y que representa el conjunto solución.

2a. Por Igualación a 0:

$15x + 3y > 6$

$15x > 6$ Se elimina un término con variable (3y)

$x > \frac{6}{15}$ Se despeja la variable que se tiene

$x > \frac{2}{5}$ Se encuentra el valor que toma 'x' cuando y = 0

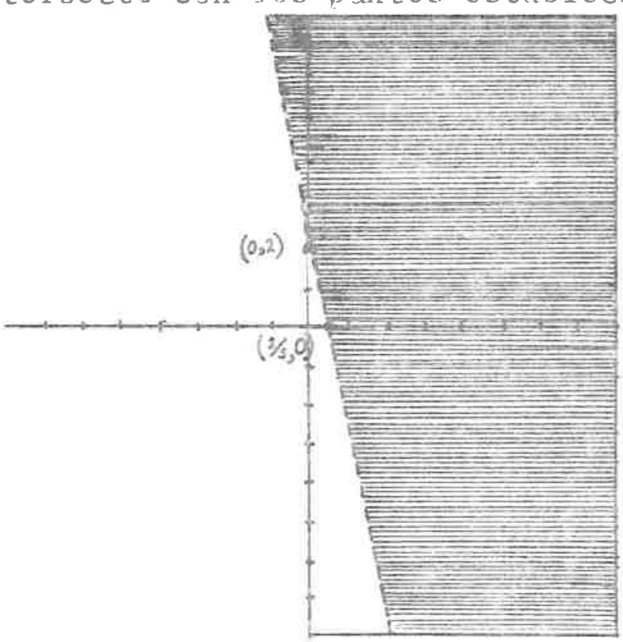
$15x + 3y > 6$

$3y > 6$ Se elimina el término que tiene la otra variable (15x)

$y > \frac{6}{3}$ Se despeja.

$y > 2$ Se encuentra el valor que toma la variable "Y" cuando x = 0

Por lo tanto se obtienen los pares ordenados: (0,2) y (2/5,0) cuyas coordenadas se localizan en un plano cartesiano para trazar una recta punteada (dado que sus puntos no forman parte de la gráfica) que intersecte con los puntos establecidos.



La recta resultante divide el plano en dos semiplanos. Dado que se quiere determinar todos los valores de "y" mayores que 2,se sombrea el semiplano que está por encima de la recta y que representa el conjunto solución.

Cada una de las dos formas explicadas tienen sus particularidades; la primera, aún siendo de un proceso más largo no da lugar a obtener fracciones y por consecuencia sus coordenadas son más fáciles de localizar; sin embargo, la segunda es mucho más breve ya que basta con localizar dos puntos, pero frecuentemente alguno de ellos o ambos se encuentran con valor fraccionario.

Con el ejemplo resuelto se ha ejemplificado un solo caso de gráfica de desigualdades con dos incógnitas, sin embargo, existen otros que se explican a continuación.

### 2.3.3 PLANOS BASICOS

Para describir el conjunto solución de una desigualdad lineal con dos variables las cuatro maneras de expresar una igualdad,que al despojar la variable dependiente que es y se tiene:

| | |
|---|---|
| 1o.) $y \quad ax + b$ | 3o.) $y \quad ax + b$ |
| 2o.) $y \quad ax + b$ | 4o.) $y \quad ax + b$ |

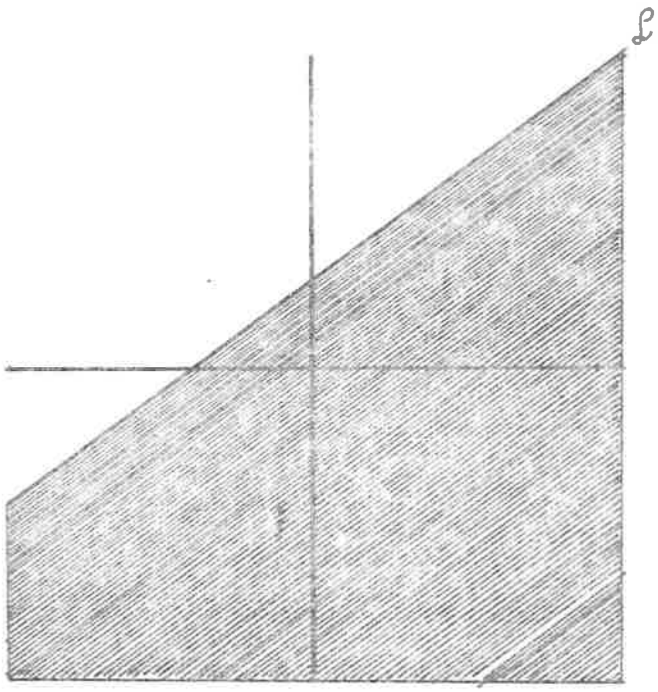
Primeramente se necesita un plano (plano cartesiano), en el cual cada uno de los puntos del plano cartesiano puede representarse por un par ordenado de números reales (sus coordenadas), y cada par ordenado de números reales identifica un punto único del plano.

Para encontrar un conjunto solución de una desigualdad, se graficará en primer lugar el conjunto solución de la ecuación:

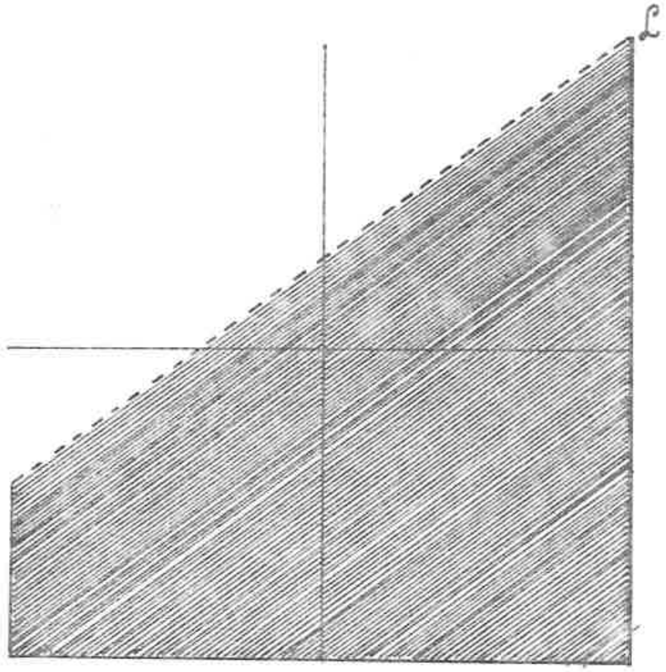
$$y = ax + b$$

con esto se obtiene una recta $\mathcal{L}$ y entonces el conjunto solución de la desigualdad es el siguiente para cada caso:

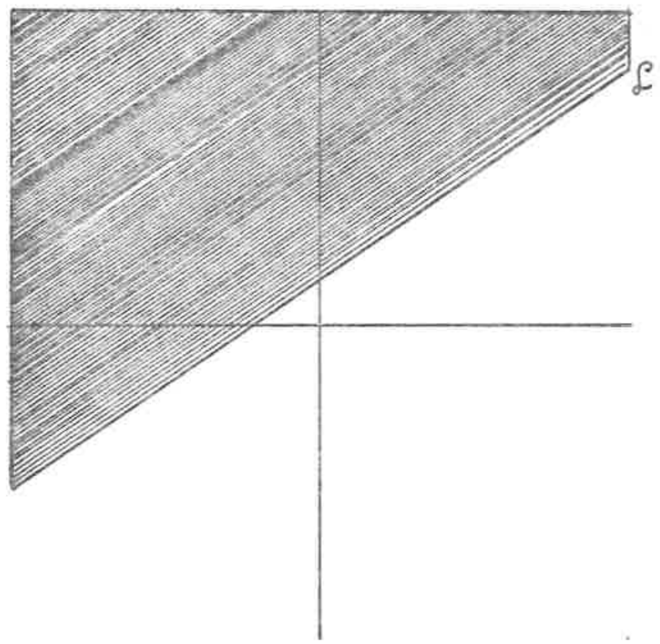
1o.) Si la desigualdad es: $y \leqslant ax + b$, entonces su conjunto solución es el semiplano inferior determinado para la recta $\mathcal{L}$, incluyendo los puntos en ella.



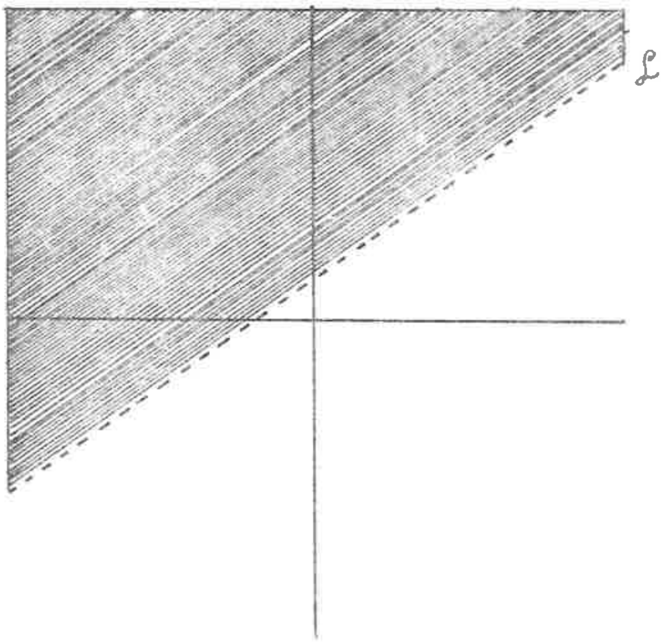

2o.) Si la desigualdad es: $y < ax + b$, entonces el conjunto - solución es el semiplano inferior determinado por la recta $\mathcal{L}$ excluyendo los puntos de ella.




3o.) Si la desigualdad es: $y \geqslant ax + b$ , entonces el conjunto solución es el semiplano superior determinado por la recta $\mathcal{L}$ incluyendo los puntos de ella.




4o.) Si la desigualdad es: $y > ax + b$, entonces el conjunto solución es el semiplano superior determinado por la recta $\mathcal{L}$ excluyendo los puntos de ella.




### 2.3.4 SISTEMA DE DESIGUALDADES CON DOS VARIABLES

Un conjunto de dos o más proposiciones de desigualdad con dos - variables trabajados en forma simultanea recibe el nombre de sistema de desigualdades lineales con dos variables.

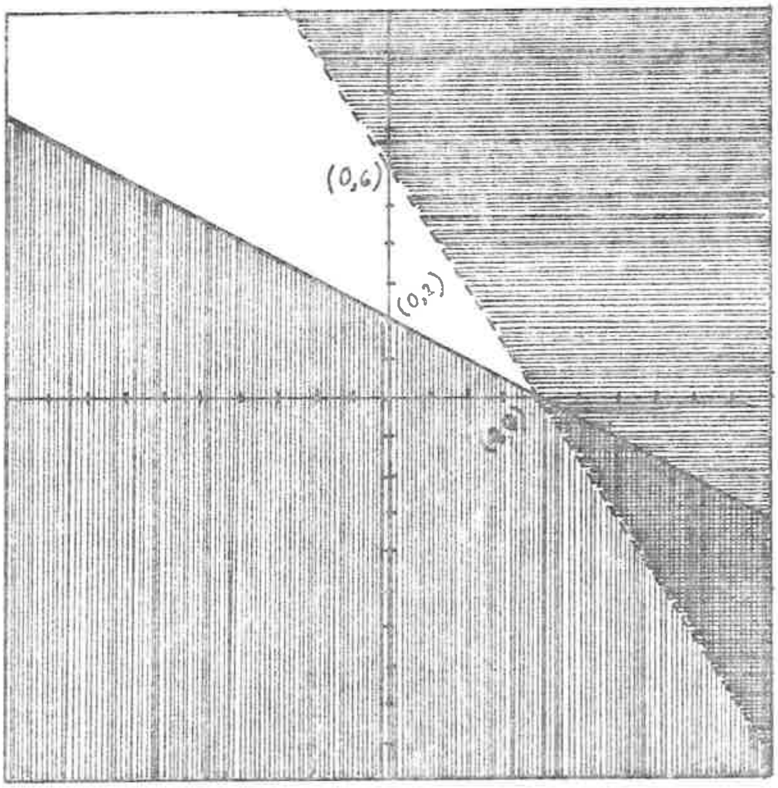
Su solución se encuentra con facilidad por graficación y como ya se explicó, la gráfica de una desigualdad lineal consiste en la totalidad de puntos de un smiplano.

La gráfica del sistema entonces, debe ser la intersección de los semiplanos correspondientes a cada una de las desigualdades.

Ejemplo:

| | |
|---|---|
| Sistema | $3x + 2y > 12$ |
| | $2x + 4y \geq 8$ |

| Primera desigualdad | Segunda desigualdad |
| --- | --- |
| $3x + 2y > 12$ | $2x - 4y \geq 8$ |
| $3x > 12$ | $2y \geq 8$ |
| $x > 4$ | $x \geq 4$ |
| $3x + 2y > 12$ | $2x - 4y \geq 8$ |
| $2y > 12$ | $-4y \geq 8$ |
| $y > 6$ | $-y \geq 2$ |
| | $y \leq 2$ |
| Pares ordenados | Pares ordenados |
| (4,0), (0,6) | (4,0), (0,2) |
| Sentido, despejando "y" | Sentido, despejando "y" |
| $3x + 2y > 12$ | $2x - 4y \geq 8$ |
| $2y > 12 - 3x$ | $-4y \geq 8 - 2x$ |
| $y > \frac{12 - 3x}{2}$ | $y \leq \frac{8 - 2x}{-4}$ |




Para demostrar la solución del sistema se trazan las gráficas de las desigualdades sobre el mismo sistema coordenado. Todos los - puntos de la región que aparece cubierta tanto con líneas hori-- zontales como verticales representan pares ordenados que pertene cen a la solución del sistema. De aquí que, es evidente que la - solución gráfica es muy significativa en este tipo de problemas.

Se observa que en las aplicaciones de las desigualdades rara vez es única la solución, sin embargo, en una situación práctica, al gunas de las soluciones pueden ser mejores que las otras, y en- contrar la mejor solución para una situación en particular es - una meta importante.

En la graficación de un sistema de desigualdades es frecuente -- que el área común (sombreada) de las diversas regiones que son solución para cada desigualdad, resulte ser un triángulo o cuadri latero o algún otro polígono convexo.

La parte de la matemática aplicada que trata con problemas de és te tipo se llama Programación Lineal a cuyo campo de estudio se hace referencia en el siguiente problema, quedando fuera de los límites de éste trabajo, su resolución.

Problema:

> Un fabricante de muebles produce escritorios y sillas. Se necesitan dos máquinas diferentes, A y B, para hacer cada mueble. Ambas máquinas funcionan 24 horas diarias. La fabricación de un escritorio requiere 6 horas en la máquina A y 2 horas en la B. Por su parte, la producción de una silla requiere una hora en la máquina A y 3 horas en la B. El fabricante gana $ 3,000 por escritorio y $ 900 por cada silla. Puede vender tantas unidades de ambos tipos de mueble como produzca. ¿Cuántas unidades de cada tipo debe producir para obtener la máxima ganancia?

# 3. RELFEXIONES MATEMATICAS

## 3.1 BASES FUNDAMENTALES DE LA ENSEÑANZA ACTUAL

La nececidad de vivir de acuerdo al avance de las ciencias y la tecnología ha obligado al ser humano a cambiar su mentalidad en cuanto a buscar soluciones a sus problemas mediante el razonamiento matemático.

Ya no basta en la enseñanza elemental, adquirir habilidad mecánica únicamente en el manejo del cálculo muy preciso (las operaciones básicas, la regla de tres, el porcentaje o el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos y figuras regulares); actualmente en vez de referir el conocimiento a un hecho concreto,se refiere a un conjunto de hechos y se llega a conclusiones sobre lo que ocurrirá a la mayoría de ellos. Con este método, la matemática abarca más en cantidad de situaciones en las que es aplicable,sobre todo, como ciencia auxiliar de otras como: Biología, Geografía, Psicología, etc. aunque pierda parcialmente la característica de ciencia exacta.

Sobre todo al trabajar en el tema de probabilidad en el que se toman las cantidades como aproximaciones y que es en éste campo, donde con más frecuencia se utilizan las desigualdades.

### 3.1.1 NUEVAS ORIENTACIONES DIDACTICAS

Es de suma importancia señalar que, al igual que han cambiado - los contenidos de la enseñanza matemática actualmente, los procesos que se llevan para el aprendizaje de los mismos,tomen otro sentido, porque hay que tener presente que los alumnos que se están preparando son mentes de generaciones futuras, por lo tanto deben estar abiertas a los nuevos conocimientos y enfoques de esta ciencia.

"La situación de los problemas didácticos actuales no se pueden describir, ni superficialmente, si no se contemplan al menos los tres panoramas siguientes:

- el de la construcción actual de la matemática como ciencia
- el de los objetivos que debe tener hoy la enseñanza escolar de la matemática
- el de los estudios en curso sobre el proceso del aprendizaje infantil.

Solo después de una visión de conjunto de lo que es generalmente admitido sobre los tres puntos anteriores, puede tener sentido - la búsqueda de métodos didácticos que aspiren a ser eficaces."(6)

### 3.1.2 OBJETIVOS DE LA MATEMATICA

En la escuela primaria los alumnos están en la edad en que se - quiere recibir el conocimiento a través de los sentidos, a esto ayudan en grán medida los materiales sensoriales, pero ante todo

(6) ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA INVESTIGACION
Volúmen III

se persigue estimular la capacidad de razonamiento matemático para lograr sus objetivos.

"No tiene sentido limitarse a proporcionar al alumno fórmulas, frases, definiciones o recetas, po lo contrario, la intención es la de formar un estilo de actuación frente a situaciones, o sea, la finalidad de un objetivo primordial en la enseñanza de la matemática es "entrenar la capacidad de razonamiento del alumno".

Otro objetivo fundamental es el de conseguir que el alumno sepa pensar en base a estructuras matemáticas para poder distinguir lo escencial y lo secundario en situaciones aparentemente distintas.

Aunado al anterior, otra meta a conseguir es desarrollar la lógica infantil y adquirir métodos de actuación sistemática ante las situaciones.

Un objetivo más es el de darle sentido a la memorización de reglas o mecánica de procesos con la justificación que requieran las circunstancias, no únicamente como mecanización sin sentido concreto (ya que para ello se cuenta actualmente con máquinas computadoras que ahorran tiempo y esfuerzo).

Otro objetivo es el de elaborar el lenguaje oral para interpretar el simbolismo matemático que tiende a ser universal.

Un último objetivo es "conseguir el hábito de la matematización" o sea conseguir la contemplación de las nuevas situaciones con - referencia a las ya conocidas.

### 3.1.3 EXPERIMENTACION Y MATEMATICA

Ya en líneas anteriores se hace referencia a la necesidad de recurrir a objetos y materiales que hacen comprensible un nuevo conocimiento para el niño de escuela elemental.

A este principio de aprendizaje hace referencia Piaget y su escuela que son quienes han llevado a cabo los estudios más extensos sobre la evolución de las estructuras mentales del niño y sobre la relación existente entre ellas y algunas estructuras matemáticas.

"Particularmente, Piaget sostiene que en el niño existen únicamente tres géneros de estructuras elementales a las que, en cierto sentido, hace corresponder, respectivamente, las estructuras matemáticas algebraicas, de órdenes y topológicas".(7)

En cuanto al mecanismo por el que el niño adquiere un nuevo conocimiento, a partir de los resultados de sus acciones sobre los - objetos y de las coordinaciones que ha de realizar entre ellas,- Piaget piensa que la abstracción por la que se llega a un nuevo conocimiento, obliga a realizar una verdadera construcción mental.

Por lo tanto si se admite en el plano psicológico esas tésis de la escuela de Piaget, han de constituir el fundamento de los métodos de la enseñanza de la matemática moderna, pues al fin y al cabo no es posible adoptar un método de enseñanza que no - atienda al conocimiento del proceso de aprendizaje y el conocimiento de la evolución intelectual del niño.

---
(7) ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA INVESTIGACION
Volúmen III

## 3.1.4 EVOLUCION INTELECTUAL Y APRENDIZAJE MATEMATICO

"La evolución intelectual se realiza en el niño en etapas diferenciadas, es algo que admiten en la actualidad, prácticamente todas las escuelas psicopedagógicas. Particularmente las tesis de Piaget partiendo de la edad de 4 años, tales etapas son:

- de 4 a 7 años, que se puede caracterizar por la presencia del pensamiento intuitivo y donde se vislumbran ciertos comienzos de lógica para relacionar las informaciones recibidas.
- de 7 a 12 años, es la etapa de las operaciones concretas;el alumno resulta capaz de una actividad mental dinámica y reversible, pero que actúa solamente respecto a las cosas u objetos concretos. Es la época en que aparece espontáneo el concepto de medida y en que es posible formar el concepto de número natural.
- de 12 a 15 años, en que el niño es capaz de razonar deductivamente sobre hipótesis verbales; es decir, la etapa en que aparece el razonamiento deductivo a partir de hipótesis, y por tanto, la etapa en que el niño es capaz de expresarse en un lenguaje formal.

Como es sabido, las edades que se han señalado son unicamente aproximativas y referida a los países de cierta tradición educativa."(8)

(8) ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA INVESTIGACION
Volúmen III

Aceptando estas u otras etapas del desarrollo intelectual se debe determinar la participación del aprendizaje en el avance de éste último. De aquí se parte a seleccionar el método de enseñanza a seguir y los propósitos de las actividades matemáticas en la escuela.

Hay una corriente que afirma la interdependencia del aprendizaje y el desarrollo; por lo tanto, los efectos del primero dependen del nivel de desarrollo intelectual alcanzado, pero a su vez el acceso a cada nivel se ve facilitado por el aprendizaje.

"Cabe mencionar también la corriente defendida principalmente por Bruner, quien afirma que un aprendizaje realizado adecuadamente puede provocar las estructuras mentales, por lo tanto, no es necesario esperar la aparición espontánea de cada estructura para realizar las actividades adecuadas. Por el contrario, es el proceso de aprendizaje el que permitirá que aquellas estructuras vayan formandose en la mente infantil.

Resulta entonces que cada adquisición, cada conocimiento,o al menos cada sistema de conocimientos, debe ser utilizado, manejado por el niño, en tiempo anterior al momento en que se pretende ser enseñado en profundidad. De manera que los contenidos de la enseñanza escolar pueden ser presentados inicialmente a través de la representación mediante imágen o sobre la acción;o bien mediante otra modalidad simple y sencilla de manejar; y en etapa posterior, el alumno adquirirá el conocimiento en su aspecto simbólico y formal. De este modo se facilita el progreso del niño hacia el dominio de la matemática ya que él mismo no puede realmente analizar lo que previamente no ha construído.

## 3.2 PROCESO ENSEÑANZA APRENDIZAJE

Habiendo tratado los contenidos de la matemática a enseñar y del mejor método para lograr los objetivos marcados, toca en turno reflexionar sobre nuestras actitudes para aceptar los cambios en ambos aspectos.

### 3.2.1 DOS SITUACIONES DIFERENTES

Primeramente se debe analizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática. Se establecerá una comparación entre dos situaciones diferentes en la enseñanza de la matemática.

A) La actividad del profesor frente al grupo: da definiciones y principios, escribe fórmulas, las deduce, luego explica la forma de manejarlas y resuelve ejercicios como ejemplos para dejar otros más a que los resuelvan los alumnos y finalmente menciona algunas aplicaciones. Mientras que sus alumnos reciben indicaciones, copian en sus cuadernos, preguntan sus dudas, resuelven mecánicamente los ejercicios y esperan con temor la llegada de la evaluación.

B) Conjuntamente: profesor y alumnos inician sus actividades reflexionando sobre un fenómeno o situación propuestos, después de comentar sobre el particular, utilizan algunos símbolos que les permiten formar un modelo matemático de este fenómeno, luego proceden a trabajar sobre el modelo establecido y obtienen resultados para, posteriormente reconsiderar el fenómeno ya mejor comprendido y estar en posibilidades de aplicar el conocimiento a situaciones semejantes en cuantas ocasiones lo requieran, una de ellas, la evaluación.

Considerando las dos actitudes descritas, hay que recapacitar en las respuestas de las siguientes preguntas:

- ¿En qué forma participan los alumnos?
- ¿Cuál es el papel del profesor?
- ¿Qué pretende cada profesor?
- ¿Tiene algún valor formativo saber aplicar una regla que ya está establecida con anterioridad?
- ¿Qué valor formativo se concede al dedicar un poco de tiempo a la reflexión sobre una situación concreta que concluye con la deducción de una regla?

Sean las respuestas que fueren, es notorio que en la situación A, el profesor concibe el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática como: una simple definición de principios teóricos, procedimientos de mecanización de tales principios y definiciones, para finalizar con algunas aplicaciones. Por lo tanto, el alumno es un órgano receptor que aprende y repite los procedimientos seculares matemáticos; su actividad se limita a tratar de captar lo que los grandes matemáticos han descubierto, y llegar a poder utilizarlo.

En la situación B, el profesor trabaja bajo la idea de que el logro paulatino de la comprensión, valoración y asimilación interna por parte de los alumnos de un método de: Interpretación humana de la naturaleza, creatividad humano-teórica y posteriormente la transformación indirecta de la naturaleza, le llevarán a conseguir mejores resultados en el aprendizaje." (9)

### 3.2.2 APRENDIZAJE AUTENTICO

La diferencia entre las situaciones didácticas mencionadas está en la forma de como cada profesor concibe el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

De éste análisis se desprende que: es en la situación B donde se conduce al alumno a un auténtico aprendizaje porque participa activamente y con iniciativas propias en el planteo de posibles soluciones, partiendo de una situación concreta, encuentra mayor significado en lo que realiza, de esta forma se ajusta más a la manera de proceder del pensamiento.

Por otro lado, de parte de los maestros y aún más de los alumnos tradicionalmente se ha pensado que la matemática y su enseñanza

---

(9) DIDACTICA DE LA MATEMATICA
ANUIES

son áridas y difíciles por si mismas, y recae en nosotros tomar conciencia de que este concepto, en el que se encasilla la matemática, cambie. Para ello es necesario llegar hasta un análisis de nuestra misma concepción del proceso enseñanza-aprendizaje.

Tomando en cuenta que la matemática es:

- un modo de pensar
- un campo de exploración de la naturaleza
- un campo de creación humana
- un lenguaje simbólico

Y que, lo que pretende actualmente la enseñanza de la matemática es que el alumno:

- dependa conscientemente de su actividad propia
- llegue a concebir la matemática como algo vivo y humano
- se apropie más profundamente de los principios y espíritu matemáticos
- conozca las alternativas que la matemática le ofrece para satisfacción de sus propios problemas.

El maestro debe tener una concepción, ante todo, dinámica del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, que conlleve:

- un flujo de nuevas ideas
- actitudes propicias de modificaciones
- y mejorar constantes en cuanto a planeación, y métodos y procedimientos.

### 3.2.3 APRENDER MATEMATICO

"A manera de conclusión, aprender matemática es:

- Comprender. No solo conocer o recibir pasivamente los conocimientos.
- Valorar. Aceptarla como algo importante, útil y de trascendencia para su vida personal.
- Asimilar internamente. Hacer propios la comprensión y los valores adquiridos de tal manera que pasen a formar parte activa de la misma personalidad".(10)

## 3.3 LA UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Conscientes de la responsabilidad que se contrae al saberse no únicamente conductor, sino educador de una niñez necesitada de bases sólidas para su vida, y queriendo obtener en esta tarea los máximos resultados posibles, es inminente que, para lograrlos, es necesario mantenerse en información y preparación constantes. Esto demanda un cambio de actitudes en los maestros y este cambio es altamente favorecido con las oportunidades de superación que brinda la Universidad Pedagógica Nacional.

### 3.3.1 CREACION

La Universidad Pedagógica Nacional nace el 25 de Agosto de 1978.

(10 DIDACTICA DE LA MATEMATICA
ANUIES

Esta es creada tras el impulso de la organización sindical del magisterio que sosteniendo el interés por elevar la calidad de la educación solicita el establecimiento de una institución de educación superior, lográndolo en la fecha señalada.

Ya antes de la creación de esta Universidad, se impartían cursos encaminados a la superación profesional de los maestros en activo, a través del Instituto de Mejoramiento Profesional del Magisterio, ofreciendo la oportunidad de obtener el grado de Licenciado en Educación Preescolar y Primaria, cursos éstos, que abarca a partir de su creación, la Universidad Pedagógica Nacional cuyos objetivos son:

" 1.- Reclamo del magisterio fundado en su legítima aspiración de ejercer su profesión con responsabilidad y eficacia.

2.- Respuesta a ese reclamo en base a la obligación que tiene el Estado de participar en la planeación educativa y en la formación de los ciudadanos, según las necesidades que el proceso de desarrollo nacional requiere.

3.- Necesidad que tiene el país de contar con maestros a nivel universitario, cada vez más capacitados que participen en la solución de los problemas que México afronta." (11)

### 3.3.2 EDUCACION A DISTANCIA

(11) BELEM GUERRERO RAMIREZ
Boletín Informativo N° 1
Unidad SEAD 241, UPN

Para cumplir con sus propósitos, la U.P.N. ha diseñado una doble estrategia educativa al ofrecer sus servicios:

b) modalidad escolarizada

b) modalidad abierta

A su modalidad abierta o sea un sistema no escolarizado se ha designado con el nombre de "Sistema de Educación a Distancia"cuyas siglas son SEAD. Este viene siendo una estructura académico-administrativa cuya pretención es llevar los servicios educativos a los maestros que no pueden asistir regularmente a las aulas.

Sus principales características son las siguientes:

- es un sistema abierto
- proporciona asesoría
- tiene sus propios planes y programas
- sus estudios tienen validez y reconocimiento
- ofrece servicios académicos y administrativos

Las unidades SEAD, en cuanto a su estructura, manejan dos licenciaturas:

a) Licenciatura en Educación Preescolar y Primaria

b) Licenciatura en Educación Básica

Las unidades SEAD se encuentran distribuídas por toda la República, de esta manera, la UPN cumple con el compromiso de hacer llegar sus beneficios a todo el magisterio nacional. En San Luis Potosí funcionan dos unidades: la 241 en la ciudad capital y la -

242 en Ciudad Valles.

### 3.3.3 AREA DE MATEMATICA

"Quien aprende debe hacer algo más que recibir y archivar datos"(12)

Este es un principio general de la enseñanza actual y esta característica va implícita en los programas de estudio del área de - Matemáticas que se imparten en la UPN, ya que incluye en ellos,- los aspectos, temas y métodos de la Matemática Moderna, es decir, evoluciona y avanza dentro de la investigación científica, creando en el maestro-alumno una serie de hábitos que no solo contribuyen a la superación cultural de él mismo, sino que, ante todo pretende aumentar el interés para que su misión de conductor del aprendizaje sea con la mira de que las generaciones acepten y se ubiquen en el cambio que demanda la realidad de su actualidad - que mucho se ve influenciada por las matemáticas.

Como muestra del cambio que la UPN, y en concreto el SEAD, ha introducido en las matemáticas, anexo a continuación el Programa - de esta área correspondiente al 1° y 2° cursos de la Licenciatura en Educación Básica ofrecida en las Unidades SEAD de la Universidad Pedagógica.

(12)EVA RODRIGUEZ DOMINGUEZ
BOLETIN INFORMATIVO N° 1
UNIDAD SEAD 241, UNP

MATEMATICAS I, VOLUMEN I

UNIDAD I Una aproximación a la intuición matemática.

Tema I ¿Qué es la matemática?

Tema 2 ¿Cuántos hay y cómo están?

Tema 3 La idea de magnitud

Tema 4 Métodos de cálculo

Tema 5 Pasatiempos y acertijos

UNIDAD II Evolución de la matemática.

Tema 1 Empirismo: Mesopotamia y Egipto.

Tema 2 La deducción en Grecia

UNIDAD III Construcciones con regla y compás.

Tema 1 Antecedentes básicos

Tema 2 Interpretación y verificación de proposiciones geométricas.

Tema 3 Problemas de construcción.

MATEMATICAS I VOLUMEN 2

UNIDAD Los números reales.

Tema 1 Interpretación geométrica de los números reales y operaciones

Tema 2 Subestructuras de los números reales

Tema 3 Definición y propiedades del orden en los números reales.

MATEMATICAS I VOLUMEN 3

UNIDAD Divisibilidad.

Tema 1 Divisibilidad y Factorización en Primos.

Tema 2 Exponentes.

Tema 3 Mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

MATEMATICAS II VOLUMEN 1

UNIDAD I Divisibilidad

Tema 1 Divisibilidad. Factorización en primos.

Tema 2 Exponentes.

Tema 3 Mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

UNIDAD II Ecuaciones y desigualdades.

Tema 1 Ecuaciones y desigualdades de primer grado con 1 incógnita

Tema 2 Ecuaciones y desigualdades de primer grado con dos incógnitas.

MATEMATICAS II VOLUMEN 2

UNIDAD III Funciones.

Tema 1 Concepto y definición de función.

Tema 2 Representación algebráica y geométrica de funciones de dominio y contradominio real.

Tema 3 Funciones lineales

Tema 4 Funciones cuadráticas

Tema 5 Funciones exponenciales.

MATEMATICAS II VOLUMEN 3

UNIDAD IV Semejanza y trigonometría.

Tema 1 Características de los ángulos.

Tema 2 Congruencias

Tema 3 El círculo

Tema 4 Semejanza

Tema 5 Razones trigonométricas en triángulos rectángulos.

Cabe hacer notar que en este programa se encuentra el Tema que particularmente se ha desarrollado en el presente trabajo.

# CONCLUSIONES

Con la convicción de que el fin perseguido en la enseñanza de la matemática en la Escuela Primaria, es la plena comprensión de los contenidos de la misma y la aplicación que de ellos deba hacer el niño para resolver problemas que la vida le plantea, al mismo tiempo que lo coloca en posibilidades de continuar la adquisición de nuevos conceptos; y al quedar evidente que el punto de vista de la Matemática Moderna consiste en el aprendizaje de procesos, formando con ellos un enlace de estructuras cada vez más complejas, y que trata de poner al niño en situación de descubrir cuáles son estas estructuras, cómo están constituídas y cómo se enlazan unas con otras, es deber de todo el que se precie de ser profesor, de tratar de cambiar su actitud tradicional de informador frente a su clase, para convertirse en conductor dinámico y despertar en sus alumnos la inquietud constante de investigador.

La Matemática Moderna deja de ser memorista o mecanizada ya que se encamina a que el niño razone y encuentre el camino hacia una respuesta mediante situaciones cada vez más complejas, dejando en segundo plano la "respuesta correcta" para abrirse paso en actividades que poco a poco lo conducirán a la adquisición de un lenguaje universal.

Es precisamente éste, el motivo de haber elaborado el presente trabajo en el tema "desigualdades" porque en él se evidencía con más amplitud las alternativas que presenta la solución de tal o cual situación, sin la presión que lleva en sí una única respuesta, favoreciendo de este modo el análisis de la opción más adecuada.

"Desigualdades", no es del todo un tema recientemente incluído en las Matemáticas, ya que se ha venido estudiando en álgebra a través del concepto "inecuaciones", pero es hasta fechas más recientes, dentro de los temas de Matemáticas Modernas en que se abarca su estudio más temprano, integrándolo en los programas de matemáticas de enseñanza primaria y secundaria y aún en cuadernos de educación pre-escolar, obviamente graduado al nivel de escolaridad, correspondiendo a la Escuela Primaria asentar formalmente el concepto de éstas.

Es también de gran importancia, en cuanto al estudio de las desigualdades, señalar que éstas constituyen una base en la resolución de problemas trbajados en Programación Lineal cuyo tratado corresponde a niveles superiores.

A través de los análisis y actividades diversas que se han encaminado a la realización de este trabajo me conducen a manifestar la necesidad que tenemos los maestros de prepararnos, y sobre todo, actualizarnos en contenidos y métodos del área de Matemáticas, ya que la mayoría de Profesores de Primaria carecemos de información amplia para aplicar y utilizar en toda su capacidad, tanto Programas como Libros de Texto oficiales, al mismo tiempo, que nos falta considerar con más amplitud los Auxiliares Didácticos del área, que son los medios directos de información en cuanto a contenido de conocimientos y metodología adecuada, consecuentemente, a la ligera, los consideramos inadecuados y deficientes, limitando y obstruyendo los avances de nuestros alumnos.

A manera de sugerencia, invito a todos los que sintiéndonos orgullosos de nuestra profesión, a participar en el cambio, a abandonar las actitudes autoritarias y necias de posturas tradicionales y busquemos la superación propia a través de hábitos de investigación y finalmente optemos por las oportunidades que nos brinda la Universidad Pedagógica Nacional.

BIBLIOGRAFIA

ANFOSSI, AGUSTIN
CURSO DE ALGEBRA
Editorial Progreso, México

BIBLIOTECA DE GRANDES TEMAS
LA NUEVA MATEMATICA VOLUMEN 70
Editorial Salvat, Barcelona, 1973

BOLETIN INFORMATIVO No. 1
Unidad SEAD 241, S.L.P., Noviembre 1980

CASTELNUOVO, EMMA
DIDACTICA DE LA MATEMATICA MODERNA
Editorial F. Trillas, México 1970

DIAZ BARRIGA, ALEJANDRO J.
ECUACIONES Y DESIGUALDADES DE PRIMER GRADO
CECSA, México 1979

DIDACTICA DE LA MATEMATICA
Editorial ANUIES

DIENES Z.P.
LA MATEMATICA MODERNA EN LA ENSEÑANZA PRIMARIA
Editorial Teide, Barcelona, 1972

DOLCIANI, BERMAN Y WOOTON
ALGEBRA MODERNA Y TRIGONOMETRIA
ESTRUCTURA Y METODO LIBRO 2
Editorial Publicaciones Cultural S.A., México 1967

ENCICLOPEDIA SALVAT
Salvat Editores de México, S.A., México 1976

ENCICLOPEDIA TECNICA DE LA EDUCACION VOL. 3
Editorial Santillana

KLINE, MORRIS
EL FRACASO DE LA MATEMATICA
Editorial Siglo XXI, México

KUNTZMAN
¿ A DONDE VA LA MATEMATICA ?
Editorial Siglo XXI, México

LOVAGLIA, ELMORE Y CONWAY
ALGEBRA
Editorial Harla, México 1974

MATEMATICAS II Vol. 1 LIBRO DE TEXTO
Licenciatura en Educación Básica
Universidad Pedagógica Nacional, México

MESERVE, BRUCE E. Y SOBEL MAX A.
INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS
Editorial Reverte, México 1976

SANTALO, LUIS A.
LA EDUCACION MATEMATICA, HOY
Colección "Hay que saber"
Editorial Teide

SHARP, EVELYN
COMO COMPRENDER LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA MODERNA
Editorial Paidos, Argentina 1976

TURNER, V. DEAN Y PROUSE HOWARD I.
INTRODUCCION A LAS MATEMATICAS
Editorial Trillas, México 1976