Universidad Pedagógica Nacional

Unidad 092 Ajusco

Licenciatura en Psicología Educativa

Título:

“Estudio sobre los conocimientos matemáticos de los profesores de bachillerato y sus prácticas docentes. Una mirada a través de la psicología educativa”

Informe de Investigación Empírica (Cualitativa) para obtener el título de:

Licenciado en Psicología Educativa

Presenta: Jesús Aldair Martínez Rodríguez

Asesora: Doctora Montserrat García Campos

Enero 2018

Agradecimientos

Con agradecer no basta para expresar todo aquello que siento por ustedes.

Agradezco a mi padre Alejandro Martínez y mi madre Juana Rodríguez, por su apoyo en mi proceso académico y profesional, sin ustedes, nada de esto hubiera sido posible, son las personas más valiosas que pude conocer.

Agradezco a mi hermana Mariana y mi hermano Alejandro, por su compañía y motivación ustedes son personas a las cuales aprecio bastante.

Agradezco a mi sobrino Eleazar, por ser mi inspiración para fortalecer el campo educativo y dejarle un mejor mañana.

Agradezco a todos mis familiares que con su granito de ayuda me apoyaron a concluir mi educación superior.

Agradezco a la Universidad Pedagógica Nacional por acogerme durante mi trayectoria académica y profesional.

Agradezco a mi asesora Montserrat García Campos, por su extensa paciencia y amabilidad, además del gran compromiso que tuvo con el presente trabajo de titulación, también por ser una figura muy importante en mi desarrollo académico y profesional, agradezco haberla conocido.

Agradezco a mis sinodales Rebeca, Francisco e Ivonne, por su compromiso y comentarios que me brindaron para mejorar mi trabajo de tesis.

Agradezco a la profesora Claudia por acogerme en el CETIS No. 13 y demostrar el compromiso que existen con la educación.

Agradezco al profesor Edgar por permitirme realizar este trabajo de tesis en su aula, sin usted no pude haber realizado este trabajo.

Agradezco al profesor Jorge García, por ser un acompañante que se preocupó por mi desempeño académico y profesional, además de motivarme a no rendirme ante la adversidad.

Agradezco a mis amigas, Karen, Berenice, Penélope, Sofía, Ana, Daniela, Karina, Yolanda y Janet, por ser grandes fuentes de ayuda tanto emocional como cognitivamente, también a mis amigos, Diego, Mario, Jesús “Jack”, y Jonathan, por ser fuentes de inspiración y compañerismo.

¡Gracias!

Índice

Índice de figuras.

Índice de Tablas.

Índice de Anexos.

I. Resumen

Se presentan resultados del análisis de los conocimientos matemáticos para la enseñanza que un profesor de bachillerato genera en sus prácticas en el aula cuando incorpora tecnología. Estos conocimientos toman forma y se despliegan como estrategias de enseñanza específicas para gestionar sus clases. A partir de observaciones no participantes de clases cotidianas que fueron grabadas en video y de los registros en diarios de campo, se encontró que los conocimientos matemáticos, didácticos y tecnológicos de este profesor son puestos en acción en varios momentos de la clase y se manifiestan a través de tres estrategias de enseñanza. Lo anterior, depende de una amplia gama de factores entre los que destacan el objetivo de la planeación, el momento específico de la clase, la participación de los estudiantes y el uso de la tecnología. La complejidad de esta puesta en acción no es previsible de manera que pueda formar parte de los contenidos de los programas de estudios de formación inicial, pues para adquirirlos es necesario generarlos en la práctica. Indagar sobre estas estrategias y la interacción entre distintos tipos de conocimientos puede tener implicaciones fructíferas para la formación de profesores y de desarrollo profesional, temas de interés para el psicólogo educativo.

Esta tesis se realizó en el Marco del Proyecto: “Conocimientos matemáticos de profesores y prácticas docentes: un estudio sobre la enseñanza del álgebra con tecnología”, financiado por Prodep dentro de la convocatoria 2016 para el Fortalecimiento de Cuerpos Académicos, con número de registro 23244.

II. Introducción

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en México

El proceso educativo que tiene lugar en las aulas de las instituciones en la modalidad escolarizada en México está cambiando, lo cual lleva a preguntar, ¿cómo se puede iniciar o desarrollar la transformación en este sistema? El Plan Nacional de Desarrollo (PND) 2013-2018 argumenta que por el hecho de haber aumentado el nivel obligatorio de básica media (secundaria) a media superior (bachillerato), no se está dando una respuesta favorable en torno a la producción de conocimientos y capital humano. Aún con el esfuerzo de los profesores, el trabajo que se lleva a cabo por parte de las diversas instituciones involucradas en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en particular de las matemáticas, el sistema educativo mexicano ha obtenido bajos desempeños en esta materia en algunas evaluaciones a nivel internacional, por ejemplo, en el año 2012 (PISA, 2013) y en el año 2015 (PISA, 2016).

Hay que reconocer que las matemáticas son una parte fundamental de la educación integral de los individuos, las cuales han generado gran interés en torno a su enseñanza y a las dificultades que presenta su aprendizaje. Sin embargo, los matemáticos y los profesores de matemáticas no han sido los únicos interesados en los problemas de enseñar y aprender matemáticas, este interés se está generalizado dentro de diversos campos como la filosofía, la psicología o la pedagogía, entre otros, que muestran preocupación por darles solución. Cabe señalar que este interés no es reciente, se pueden encontrar referencias a los problemas de la educación matemática que se sitúan en siglos pasados y que muestran que éste ha persistido a lo largo de la historia.

El psicólogo educativo y la investigación en matemática educativa

La labor del psicólogo educativo, según Mialaret (1999), gira en torno a múltiples escenarios, estudia diferentes particularidades relacionadas con las diversas situaciones educativas que se viven día a día en distintos espacios donde exista algún proceso educativo. Tiene una formación que le permite hacer investigación con respecto a la enseñanza, fortaleciendo los vínculos entre ciencias de la educación y la psicología. Interviene desde la educación preescolar hasta el nivel superior involucrándose en un gran número de situaciones educativas.

Actualmente, el análisis dirigido a la enseñanza de las matemáticas conlleva un proceso de investigación competente al profesional de la psicología educativa, al tener una mirada interdisciplinaria le permite encontrar aquellos factores determinantes de ciertas peculiaridades en la vida académica de un estudiante, un docente, e incluso, del currículum a impartir (Hernández . y Díaz Barriga, 2013). El psicólogo educativo tiene la oportunidad de aportar avances al campo de la educación matemática, área del conocimiento encargada de estudiar los fenómenos y las problemáticas relacionadas con su aprendizaje y enseñanza (Mialaret, 1999).

Específicamente, el profesional en psicología educativa que produce la Universidad Pedagógica Nacional, en particular la unidad Ajusco, "contará con los conocimientos y habilidades para proporcionar asesorías psicopedagógicas a distintos agentes educativos, para mejorar la organización escolar, para la formulación de programas educativos preventivos y podrá colaborar con otros profesionales en la mejora de los procesos educativos" (Plan de estudios 2009). Lo anterior, posibilita al psicólogo educativo indagar en el campo de la matemática educativa y a desarrollarse como un pertinente acompañante, con una postura complementaria al momento de estar presente en el desarrollo de las distintas actividades educativas inmersas en una institución que brinde educación formal.

Para hablar de los conocimientos especializados de los profesores de matemáticas hacemos uso de algunos referentes teóricos del protocolo del proyecto: Conocimientos matemáticos de profesores y prácticas docentes: un estudio sobre la enseñanza del álgebra con tecnología.

Conocimientos especializados de los profesores de matemáticas

Durante más de tres décadas se ha prestado interés en la relación del conocimiento disciplinar de los profesores de matemáticas y la efectividad en el entendimiento de los estudiantes, actualmente los avances en las ciencias sociales han introducido nuevas consideraciones que podrían tener implicaciones profundas en la formación de profesores y en las prácticas docentes. Estas implicaciones no han sido bien entendidas todavía, en particular porque los resultados de algunas investigaciones (Baumert et al, 2010) muestran que el conocimiento del contenido matemático de los profesores permanece inerte en el aula, en términos de sus prácticas docentes, a menos que se acompañe de un repertorio amplio de conocimientos y saberes matemáticos relacionados directamente con el currículo, la instrucción y el aprendizaje de los estudiantes.

Para acercarse al conocimiento matemático del profesor de matemáticas en sus prácticas docentes han surgido diferentes marcos de análisis, metodologías y propósitos que aún siguen en refinamiento (Sandoval, Solares y García-Campos, 2017, citan a Ball, Thames y Phelps, Ponte y Chapman, Gaeber y Tirosh). Ponte y Chapman (2006) sugieren que, para estudiar este tipo de conocimiento se necesita tomar en cuenta su complejidad y su estrecha relación con la práctica, las condiciones de trabajo y los objetivos explícitos e implícitos de dicha labor. Por su parte, Davis (2014) señala que el conocimiento necesario para un profesor de matemáticas es una red compleja en la que interactúan "una mezcla de varias asociaciones/instanciaciones de conceptos matemáticos y una conciencia de procesos complejos en los cuales se producen las matemáticas". De hecho, el conocimiento del profesor es "puesto en acción (*to be enacted*) e implícito" (Sandoval, Solares y García-Campos, 2017).

El uso de la tecnología en el proceso de enseñanza-aprendizaje

La investigación sobre el uso de Tecnologías Digitales (TD) para la enseñanza de las matemáticas es amplia. Se ha encontrado que la incorporación de tecnología a los salones de clases generan cambios en las prácticas matemáticas (Sandoval, Solares y García-Campos, 2017, citan a Pierce y Stacey) y que el papel del profesor es central para proveer condiciones que ayuden a los estudiantes a su comprensión matemática con el uso de estas herramientas (Sandoval, Solares y García-Campos citan a McFarlane, Williams y Bonnett).

Por su parte, Solares, Preciado y Francis (2014) citan a Trouche y sus colegas, quienes señalan que la integración de recursos tecnológicos a las aulas durante las clases de matemáticas requiere la construcción de una cultura digital con nuevos paradigmas que difiera por completo de las formas de cultura precedentes. Estos cambios impactarán en las condiciones en que se lleva a cabo el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas y en las prácticas docentes.

Un estudio sobre las prácticas docentes en la enseñanza de las matemáticas basado en el uso de herramientas tecnológicas es el de Lagrange y Monahan (2009), quienes sostienen que las perspectivas de investigación que intentan modelar las rutinas estables y consistentes de los profesores no dan cuenta de las acciones de éstos durante sus prácticas docentes. Estos autores señalan que las prácticas docentes en un salón de clases cuya actividad se basa en el uso de tecnología están muy lejos de ser estables, pues dependen en gran parte de las creencias y de los conocimientos didácticos y matemáticos de los profesores respecto a los temas específicos que están enseñando en un momento específico a sujetos específicos.

Estudio con profesores de matemáticas

Estudiar las diferentes maneras en que los profesores de matemáticas adaptan los recursos de enseñanza con los que disponen, como libros de texto, programas de estudio, herramientas tecnológicas, entre otros, es un tema de gran importancia para la investigación en diversas áreas. Una tarea fundamental es abordar los problemas relacionados con el desarrollo de recursos y actividades que exploten de manera adecuada los potenciales didácticos de las TD en los salones de clases, así como analizar los procesos de incorporación de estos recursos en los sistemas educativos, particularmente en el mexicano.

En los últimos años la investigación, respecto a la integración de recursos tecnológicos en la enseñanza de las matemáticas, se ha centrado en el quehacer diario de los profesores en el salón de clases, es decir, en la adaptación de los recursos impresos (libros de texto, planes y programas de estudio), y las condiciones en las que incorporan las TD a las actividades de enseñanza y aprendizaje en las clases de ciencias y matemáticas. Por ejemplo, Robert y Rogalski (2005) señalan que entre los factores determinantes de las prácticas docentes se encuentran la historia personal, la experiencia y la historia profesional de los profesores en actividades específicas, sus conocimientos y creencias sobre las matemáticas y la enseñanza.

Si bien en los últimos años se han desarrollado un gran número de investigaciones sobre la integración de Tecnologías Digitales a las prácticas docentes, aún no se cuenta con suficiente información respecto a la articulación del conjunto de materiales curriculares a las prácticas de los profesores de matemáticas, como son libros impresos, programas de estudio y recursos tecnológicos (Remillard, 2005). Es necesario que la investigación desarrolle, desde diversas disciplinas, estudios enfocados en los factores que determinan distintas formas de uso de los materiales a disposición de los profesores de matemáticas de los diferentes niveles educativos.

El bachillerato en México

En el currículo educativo las matemáticas están presentes de forma transversal. El conocimiento matemático curricular inicia en preescolar, donde comienza la alfabetización matemática; con base en el Programa de Estudios en educación preescolar (2011), los estándares curriculares se organizan en dos aspectos: número y forma, espacio y medida. Posteriormente, se introducen conocimientos específicos en el nivel básico primaria, como se menciona en el Plan de estudios para educación básica de 2011, "el estudio de la matemática considera el conocimiento y uso del lenguaje aritmético, algebraico y geométrico, así como la interpretación de información y de los procesos de medición" (Plan de estudios básica, 2011). Después, en secundaria se generalizan estos conocimientos y se potencializa el estudio y desarrollo de nuevos temas, "atiende el tránsito del razonamiento intuitivo al deductivo, y de la búsqueda de información al análisis de los recursos que se utilizan para presentarla" (Plan de estudios educación básica, 2011).

A nivel de bachillerato la situación cambia, el alumno trae consigo conocimientos aritméticos potenciados y nociones del álgebra y la geometría que lo llevan a tener dificultades con las materias del currículo propias de este nivel (Larrazolo, Backhoff y Tirado, 2013). Resulta pertinente realizar estudios que den cuenta de algunas de las dificultades que presentan los alumnos al cursar las materias de matemáticas del bachillerato, así como de las diferentes situaciones a las que se enfrentan los profesores de este nivel desde diversas perspectivas como la ciencia cognitiva, la educación matemática, la psicología educativa, entre otras.

El sistema educativo mexicano contempla, por ley, cursar de forma obligatoria hasta el nivel bachillerato. La Educación Media Superior (EMS) es un proceso educativo y formativo que involucra tres años de dedicación para aquellos jóvenes de entre 15 y 18 años o más, quienes han decidido esta opción de educación formal.

En México, la EMS tiene varias formas o vías para cursarse y en diversas modalidades que pueden ser presencial, abierta o en línea, sin embargo, únicamente giran en torno a dos sistemas: el Bachillerato General y el Bachillerato Tecnológico. Cada uno de ellos capacita a los jóvenes estudiantes para cumplir con competencias disciplinares, genéricas y profesionales, dependiendo la que se elija.

En el sistema general se encuentran instituciones incorporadas al bachillerato propedéutico (tipo de bachillerato general, sin especialidad profesional), como los Colegios de Bachilleres, también están aquellas incorporadas a diversas instituciones de educación superior como la Escuela Nacional Preparatoria y el Colegio de Ciencias y Humanidades, pertenecientes a la Universidad Nacional Autónoma de México. Por otro lado están las instituciones pertenecientes al sistema tecnológico, por ejemplo, la Dirección General de Educación Tecnológica e Industrial (DGETI), en la que se encuentra el Centro de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios (CETIS), Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios (CBTIS), y Colegios de Estudios Científicos y Tecnológicos (CECyTES), mismos que se rigen a partir de un sistema descentralizado.

Pese a las recientes reformas realizadas en el sistema educativo mexicano de educación formal, el tener estudiantes que cumplan con las características propuestas por los planes y programas de estudios sigue siendo un objetivo sin cumplirse, puesto que no ha aumentado el índice de egreso de estudiantes de educación media superior y el campo laboral cada vez exige una mayor preparación.

Los CETIS como parte del modelo educativo para bachillerato

La Dirección General de Educación Tecnológica e Industrial (DGETI) es una dependencia adscrita a la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS), dependiente de la Secretaría de Educación Pública (SEP). Ofrece bachillerato tecnológico con una modalidad presencial y una modalidad de autoplaneado. Está dirigido a jóvenes egresados de nivel secundaría que tengan la posibilidad de ingresar a partir de un examen de selección único aplicado por la Comisión Metropolitana de Instituciones Públicas de Educación Medio Superior (COMIPEMS). La DGETI cuenta con 288 CBTIS, 168 CETIS, además de 812 CECyTES.

En particular los CETIS, al formar parte de las diversas instituciones pertenecientes a la DGETI, en principio buscaba capacitar a jóvenes con herramientas técnicas, sin embargo, a través de las distintas reformas que se han dado en el sistema educativo mexicano, actualmente brinda educación media con un sistema bivalente donde se imparten asignaturas de tronco común (propedéuticas) y asignaturas afines a una especialidad para una carrera técnica.

Según el plan de estudios formará a estudiantes capaces de realizar algún trabajo técnico, operando a partir de dos campos de formación profesional: industrial y de servicio. Esta oferta bivalente de preparatoria permite a los estudiantes seguir estudiando a nivel superior si así lo deciden. Además, el plan de estudios de los CETIS está organizado en seis semestres integrados por asignaturas y módulos propios de la carrera a cursar, están distribuidos en tres componentes de formación: básica, propedéutica y profesional cubriendo un total de 2800 horas por semestre en 16 semanas y un trabajo promedio de 30 horas de trabajo académico por semana. A continuación se muestra la tabla con el plan de estudios:

Tabla 1.

Plan de Estudios del CETIS.

Primer semestre	Segundo semestre	Tercer semestre	Cuarto semestre	Quinto semestre	Sexto semestre
Álgebra	Trigonometría	Trigonometría y geometría analítica	Cálculo diferencial	Cálculo integral	Probabilidad y estadística
Inglés I	Ingles II	Inglés III	Ingles IV	Ingles V	Tema selectos
Química I	Química II	Biología	Física I	Física II	Tema selectos
Tecnologías de la información y la Comunicación	Lectura Expresión Oral y Escrita II	Ética	Ecología	Ciencia, Tecnología, Sociedad y Valores	
Lógica	Módulo I	Módulo II	Módulo III	Módulo IV	Módulo V
Lectura, Expresión Oral y Escrita I					

DGETI (2013).
Nota: los módulos dependen de la especialidad a cursar.

Este sistema de bachillerato tiene una duración de tres años, es un sistema escolarizado lo que significa que se debe acudir a sesiones presenciales, puesto que, se debe cumplir con un total del 80 % de asistencias para acreditar el curso semestral. Al momento de concluir el programa, el estudiante obtendrá un certificado de bachillerato y una carta de pasante, una vez cubiertos los requisitos que la institución precisa, el egresado obtiene el título y la cédula profesional de la carrera cursada registrados ante la Dirección General de Profesiones de la Secretaría de Educación Pública.

Planteamiento del problema

Este estudio tiene como objetivo analizar los conocimientos matemáticos para la enseñanza puestos en acción a través de las estrategias de enseñanza por profesores de matemáticas de bachillerato del CETIS No. 13 en la Ciudad de México (ciclo escolar 2016-2017), para ello se pretende llevar a cabo un estudio de naturaleza cualitativa (Miles y Huberman, 1984) con un análisis de corte descriptivo. Se tomarán como base los registros en diarios de campo de las observaciones de las acciones que los profesores de matemáticas participantes realicen cuando éstos se encuentran en el aula, inmersos en sus propias prácticas docentes.

Del análisis de os datos se pretende identificar que el conocimiento matemático para la enseñanza de los profesores se manifiesta y pone en acción específicamente a través de tres estrategias de enseñanza: *mantenimiento de la planeación de la clase, el rol otorgado a los estudiantes* y *el uso de las tecnológicas digitales* (Sandoval, Solares y García-Campos, 2017), las cuales se describirán más adelante.

Pregunta de investigación

Derivado de la revisión anteriormente descrita se presenta a continuación la pregunta principal que se plantea en este trabajo:

¿Cómo los conocimientos matemáticos para la enseñanza se ponen en acción durante las prácticas docentes de un profesor de matemáticas por medio de sus estrategias de enseñanza?

III. Referentes teórico-conceptuales

Modelo Teórico Local

El enfoque teórico de este trabajo se guía por el Modelo Teórico Local (MTL) propuesto por Filloy (1999), que proporciona una metodología para la investigación y permite apreciar las relaciones de los componentes que entran en juego en la matemática educativa. Se caracteriza por la interconexión entre sus cuatro componentes: modelo de los procesos cognitivos, modelo de enseñanza, modelo de comunicación y modelo de competencia formal, los cuales se citan a continuación:

Modelo de los procesos cognitivos. Durante los procesos de enseñanza y aprendizaje se pueden apreciar los procesos cognitivos del aprendiz. Los procesos cognitivos que se ponen en acción para llevar a cabo las formas del pensamiento matemático y su comunicación con códigos socialmente establecidos van afinando los elementos complejos que se utilizan a) en la percepción –por ejemplo, en el caso del manejo de las formas geométricas y sus transformaciones–, b) en el direccionamiento de la atención y sus relaciones con los procesos de comprensión, c) en el uso cada vez más intensivo de la memoria, d) en el desencadenamiento de procesos de análisis y síntesis cada vez más entrelazados con el uso de la lógica, e) en las concepciones heurísticas utilizadas en la resolución de las situaciones problemáticas, f) en el aprendizaje, muy ligado a los procesos de generalización y abstracción y que requiere de usos novedosos de los Sistemas Matemáticos de Signos (SMS) de la matemática escolar. (Filloy, et al, 2008, p.47).

Modelo de enseñanza. Un texto es el resultado de un trabajo de lectura/transformación realizado sobre un espacio textual, cuya intención no es extraer o desentrañar un significado inherente al espacio textual sino producir sentido. El espacio textual tiene existencia empírica, es un sistema que impone una restricción semántica a quien lo lee; el texto es la nueva articulación de ese espacio, individual e irrepetible, realizada por una persona como consecuencia de un acto de lectura. Además, la distinción entre espacio textual y texto es una distinción entre posiciones en un proceso, porque cualquier texto, resultado de una lectura de un espacio textual, está de inmediato en posición de espacio textual para una nueva lectura –y así ad infinitum. Tanto el trabajo de los matemáticos, como el de los profesores y los alumnos en las clases de matemáticas pueden describirse desde el punto de vista de este proceso reiterado de lectura/transformación de espacios textuales en textos. En particular, desde este punto de vista un Modelo de Enseñanza es una secuencia de textos que se toman como espacios textuales para su lectura/transformación en otros textos al crear sentido los alumnos en sus lecturas. (Filloy, et al, 2008, p.76).

Modelo de comunicación. Permite establecer la diferencia de lecturas dadas por el entrevistador y el alumno o el profesor (Filloy et al, 2008). Este componente trata del intercambio de mensajes entre sujetos de diversos grados de competencia en el uso de los SMS. Los modelos de comunicación sirven para describir las reglas de competencia comunicativa, formación y decodificación de textos. Este intercambio entre sujetos ocurre a través de la interacción social. Aquí el lenguaje tiene un papel importante, ya que es el vehículo que conecta y negocia significados matemáticos entre los agentes que participan en las actividades propuestas (Filloy, et al, 2008, p. 90).

Modelo de competencia formal. Este componente comprende tanto el propio dominio matemático como su correspondiente sistema matemático de signos. Cuando se hace desarrollo curricular para usarse en la enseñanza controlada en un estudio experimental, la secuencia de textos que constituyen el modelo de enseñanza está trazada, para así poder producir sentido, por el modelo de competencia formal que se haya adoptado para poder realizar la observación. Recuérdese que el modelo formal permite al observador de la experiencia contar con un SMS más abstracto que englobe todos los utilizados en el proceso observado. El sentido producido por la secuencia de textos del modelo de enseñanza 1) cambia nuestro lenguaje (nos hace competentes en el uso de un SMS más abstracto); 2) cambia nuestros conceptos; 3) se hacen nuevas conexiones y 4) crea el concepto de esas nuevas conexiones. (Filloy, et al, 2008, p.122).

Un Modelo Teórico Local es recursivo, pues se orienta al significado dado por el uso, desde el cual se mira el problema original con una nueva perspectiva: se parte de la problemática, se plantea el MTL que se va a desarrollar en la experimentación y los resultados de ésta inciden en la manera cómo se va a observar la problemática y a replantear el MTL. Es local porque, sin pretender ser una teoría con un carácter universal ni replicable a cualquier fenómeno educativo, sirve para explicar fenómenos sobre la base de un análisis fenomenológico: tal análisis consiste en describir los fenómenos para los cuales el SMS es un modelo de organización en su relación actual con esos fenómenos; aquí los SMS se consideran como productos cognitivos y sus relaciones con los fenómenos son las ya establecidas; la fenomenología pura se complementa con una fenomenología histórica, pues es indispensable considerar los fenómenos para cuya organización se creó el concepto en cuestión y cómo se extendió a otros fenómenos. Así se define el componente formal. Se continúa el análisis, además, con una fenomenología didáctica, que implica conocer los procesos de enseñanza y aprendizaje, los fenómenos presentes en el mundo de los estudiantes, profesores y lo que se propone en las secuencias didácticas de enseñanza. Los SMS se tratan como materia de enseñanza que va a ser aprendida por ellos. Así se define el componente de modelo de enseñanza. Por último, es también una fenomenología genética, pues los fenómenos se consideran con respecto al desarrollo cognitivo de los niños o los profesores, y así se define el componente de los procesos cognitivos. (Filloy, et al, 2008, p.122).

Filloy (1999) afirma que no hay que hablar de sistemas de signos matemáticos sino de Sistemas Matemáticos de Signos (SMS), y sólo en el interior de tales sistemas matemáticos habrá que estudiar el modo particular de combinación en que se presentan signos cuya materia de la expresión es heterogénea. Filloy introdujo la necesidad de usar una noción de sistemas matemáticos de signos lo suficientemente amplia como para que pueda servir como herramienta de análisis de los textos que producen los alumnos cuando se les está enseñando matemáticas en los sistemas escolares, estos textos se conciben como el resultado de procesos de producción de sentido, así como de los textos matemáticos históricos tomados como monumentos, petrificaciones de la acción humana o de procesos de cognición propios de una episteme.

Tomar en cuenta los cuatro componentes en un MTL y los usos de los SMS permite llevar a cabo con claridad observaciones, experimentos y resultados de un estudio, otorgándole al modelo una confiabilidad por el manejo de ciertos fenómenos que ocurren en la matemática educativa, como el que realiza en este trabajo desde la mirada de la psicología educativa.

Estado del arte

Un área de la investigación en matemática educativa que se ha venido desarrollando a nivel internacional está enfocada a los diferentes procesos que llevan a cabo los profesores de matemáticas de varios niveles escolares, desde un punto de vista cognitivo; así como también a analizar el papel del profesor en la enseñanza de las matemáticas, ya sea cuando éste da uso de las tecnologías digitales para apoyar su enseñanza en el salón de clases o cuando usa un modelo de enseñanza tradicional.

Los profesores cuentan con una red compleja de conocimientos y prácticas en torno a las matemáticas y su didáctica. Sin embargo, las condiciones en la que los profesores ejercen su tarea, son formados y evaluados, requiere de un análisis cuidadoso que permita la comprensión profunda de cómo los profesores se hacen de conocimientos matemáticos y didácticos y les dan sentido para que impacten favorablemente en el objetivo final de sus prácticas docentes, esto es, en el aprendizaje de sus estudiantes.

La relación entre el conocimiento disciplinar de profesores de matemáticas y su efectividad en apoyar el entendimiento de los estudiantes ha sido un tema de intenso interés entre investigadores en educación matemática por más de cuatro décadas. Como es de esperarse, muchos estudios han tendido a enfocarse en el conocimiento matemático formal, pero avances en la neurociencia y las ciencias sociales han introducido nuevas consideraciones que podrían tener implicaciones en la preparación de profesores y en las prácticas docentes. Estas implicaciones no han sido bien entendidas todavía, en particular porque se relacionan con el conocimiento disciplinar en matemáticas de los profesores.

A partir del 2010 el enfoque empezó a cambiar, inspirados por el constructo de “contenido del conocimiento pedagógico” de Shulman (1986), un buen número de investigadores empezaron a ahondar en el tipo de ideas requeridas para traducir estrictas formulaciones matemáticas en formatos accesibles a los estudiantes para profesor.

Por ejemplo, Baumert y colegas (2010) resumieron en una revisión de la investigación empírica, los resultados muestran que el conocimiento del contenido matemático de los profesores permanece inerte en el aula a menos que se acompañe de un repertorio amplio de conocimientos y saberes matemáticos relacionados directamente con el currículo, la instrucción y el aprendizaje de los estudiantes. En esencia, la pregunta principal que guía a la investigación ha cambiado de “¿qué conocimiento formal en matemáticas deben de saber los profesores?” hacia “¿qué conocimientos matemáticos especializados requieren los profesores?” Es así que, las metodologías de investigación han pasado de un enfoque en los cursos de nivel superior de los profesores y los resultados en exámenes estandarizados de sus estudiantes, hacia un enfoque más preciso que cuestiona estructuras de conocimientos matemáticos, capacidad de los profesores para la deconstrucción de ideas abstractas y sus habilidades para estructurar sus ideas en la experiencias de aprendizaje de sus estudiantes.

Una aproximación de algunos investigadores ha sido la de poner más atención a la naturaleza del conocimiento disciplinar del profesor. Ball, Thames y Phelps (2008), por ejemplo, señalan que el conocimiento matemático para los profesores no es estático y argumentan que debería de ser enseñado como un conocimiento en acción. Ellos sugirieron una teoría del conocimiento matemático del profesor basada en la práctica, enmarcada en la pregunta: “¿Qué conocimiento matemático se implica en, y por, el trabajo de enseñar matemáticas?” Esta nueva enmarcación fue significativa ya que implicó un cambio de “saber más matemáticas” hacia “saber matemáticas de forma distinta.”

Como se menciona en la introducción, “numerosas investigaciones han mostrado evidencia sólida de que la tecnología puede ser un elemento activo en la construcción de significados de los conocimientos matemáticos” (Sandoval, Solares y García-Campos, 2017). Además, “se ha encontrado que la incorporación de Tecnologías Digitales (TD) a los salones de clases generan cambios en las prácticas matemáticas y que el profesor es central para proveer condiciones que ayuden a los estudiantes a su comprensión matemática con el uso de estas herramientas” (Sandoval, Solares y García-Campos, 2017).

Este trabajo toma referencias del proyecto citado anteriormente, con lo cual se centra en el estudio de los conocimientos matemáticos y las prácticas docentes en clases cotidianas de matemáticas en las que se usa tecnología. Como se menciona: “se busca profundizar en la comprensión de cómo los profesores movilizan estos conocimientos matemáticos especializados y les dan sentido en términos de sus prácticas”.

Perspectiva teórica: Conocimiento Matemático para la Enseñanza

Para llevar a cabo el análisis, se toma un modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, por sus siglas en inglés, Mathematical Knowledge for Teaching), propuesto por Ball (Ball, Thames y Phelps, 2008). Estas investigaciones se centran en el conocimiento matemático para la enseñanza, en particular en el nivel de primaria, estudiando dicho conocimiento a partir de la práctica del profesor. Ellos proponen un modelo multidimensional adaptado a las matemáticas, en el que hacen un refinamiento a las dimensiones del Conocimiento del Contenido y del Conocimiento Didáctico del Contenido propuesto por Shulman (1986). Ball y sus colegas incluyen el conocimiento curricular en el conocimiento didáctico del contenido, obteniendo así sólo dos grandes dominios que se encuentran, por su parte, cada uno de ellos subdivididos en tres subdominios, como se muestra en la Figura 1.

El conocimiento del contenido queda subdividido en tres subdominios: Conocimiento común del contenido (CCK, por sus siglas en inglés), Conocimiento especializado del contenido (SCK, por sus siglas en inglés) y Horizonte matemático (HCK, por sus siglas en inglés). Y el conocimiento didáctico del contenido queda dividido en: Conocimiento del contenido y estudiantes (KCS, por sus siglas en inglés), Conocimiento del Contenido y Enseñanza (KCT, por sus siglas en inglés) y Conocimiento Curricular (KCC, por sus siglas en inglés).

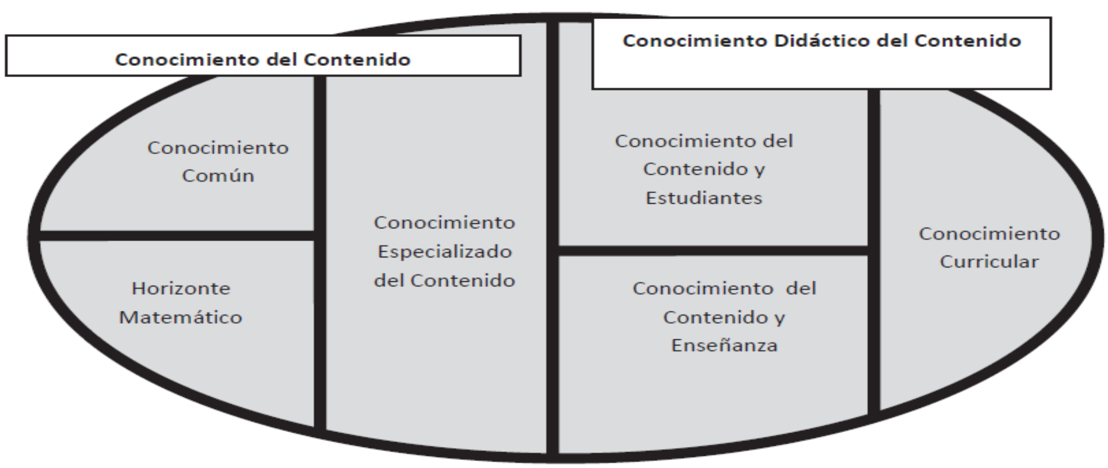

Figura 1. Dominios del conocimiento matemático para la enseñanza MKT (Tomado de Sosa, 2011; con base en Ball et al, 2008).

A continuación se explican brevemente los subdominios del modelo propuesto por Ball (Ball et al, tomado de Sosa, 2011):

Conocimiento común del contenido (CCK): Se refiere al conocimiento matemático y a las habilidades necesarias para resolver las tareas que los estudiantes están realizando, los profesores necesitan ser capaces de hacer las tareas que ellos están asignando a sus estudiantes.

Conocimiento especializado del contenido (SCK): Conocimiento constituido por el conocimiento matemático y las habilidades que son propias de la profesión de los profesores, el SCK incluye el conocimiento que permite a los profesores conocer la naturaleza matemática de los errores que cometen los alumnos y razonar si alguna de las soluciones inesperadas que dan sus alumnos podrían funcionar matemáticamente en general o no.

Horizonte matemático (HCK): Es considerado como el conocimiento de la trayectoria de un contenido matemático a lo largo de las diversas etapas educativas, así como las conexiones dentro y fuera de las matemáticas.

Conocimiento del contenido y estudiantes (KCS): Se refiere a la conjunción del entendimiento del contenido y saber lo que los alumnos pueden pensar o hacer matemáticamente, el KCS incluye las habilidades que tienen los profesores para predecir lo que a los alumnos les parecerá interesante, motivante, fácil, difícil, aburrido o agobiante.

Los profesores se hacen una imagen de lo que posiblemente harán los alumnos en las tareas matemáticas que les asignen, en este tipo de conocimiento se considera también la capacidad que tienen los profesores para escuchar e interpretar el pensamiento que expresan los alumnos en lenguaje natural. El KCS también incluye las habilidades de los profesores para identificar los conceptos previos, las dificultades de aprendizaje y concepciones erróneas que traen los estudiantes acerca de un contenido matemático particular.

Conocimiento del Contenido y Enseñanza (KCT): Se refiere a la conjunción de la comprensión del contenido y su enseñanza, del contenido matemático y su familiaridad con los principios pedagógicos para enseñarlo. El KCT lleva al profesor a buscar las formas más sencillas y eficientes para enseñar un contenido matemático. Lo anterior implica tener presentes diferentes métodos y procedimientos para presentar el tema, de tal manera que la enseñanza sea realmente significativa y entendida por el alumno.

Conocimiento Curricular (KCC): Considera que el profesor conoce a profundidad el programa educativo en el que se incluye a las matemáticas como asignatura y la forma en cómo está estructurada esta asignatura a lo largo de la educación básica. También requiere que conozca los objetivos que persigue la Educación básica y los aprendizajes que se espera conozcan los alumnos al culminar su educación secundaria para continuar con los aprendizajes que se pretenden lograr en la educación media superior.

El interés de este estudio es analizar e identificar específicamente los conocimientos didácticos del contenido que ponen en acción los profesores de bachillerato cuando enseñan contenidos específicos de matemáticas, el supuesto es que las acciones que realizan los profesores por medio de las estrategias de enseñanza son evidencia de dichos conocimientos.

Estrategias de enseñanza como acercamiento al conocimiento didáctico del contenido

Las *estrategias de enseñanza* se refieren al "complejo sistema de métodos, herramientas, estilos organizativos y formas orientadas a lograr objetivos que se posan en una base teórica coherente y que tienen un orden dado de pasos y se realizan en un determinado ambiente de aprendizaje" (Szőke-Milinte, 2013). Las estrategias de enseñanza son "un plan general para una lección que incluyen: la estructura de la lección, el comportamiento deseado del alumno en términos de los objetivos planteados, la instrucción y un esquema de tácticas planificadas necesarias para implementar las estrategias" (Szőke-Milinte, 2013).

Los conocimientos matemáticos de los profesores para la enseñanza toman forma específica y se manifiestan en acciones mediante estrategias de enseñanza durante sus prácticas docentes. Si bien todas las acciones que implican las estrategias de enseñanza se efectúan a partir de los conocimientos de la formación inicial del profesor, de su concepción de las matemáticas, del currículum, de los tiempos administrativos, de la evaluación y de su propia experiencia cotidiana en el aula, en realidad adquieren sentido sobre la marcha, esto es, a partir de la manera en que se desarrollan las clases específicas, con estudiantes específicos. En este sentido, es que no son completamente previsibles para la investigación ni para la propia planeación del profesor. Del análisis de estas prácticas es que se distinguen tres estrategias de enseñanza en términos de la planeación de la clase, el rol del estudiante y del uso de las tecnológicas digitales, que a su vez permiten dar cuenta de subdominios del MKT. A continuación se citan las estrategias de enseñanza propuestas por Sandoval, Solares y García-Campos (2017).

Mantenimiento de la planeación de la clase. Consiste en tomar decisiones para mantener el desarrollo de la clase de tal manera que se cumplan los propósitos de aprendizaje que plantea el profesor considerando el contenido del currículo a enseñar y los recursos a su disposición. Estas decisiones son por ejemplo, elección de soluciones, procedimientos y errores para discutir o mostrar con el grupo completo, recapitulaciones o balances y formalizaciones, etc. Es decir, en esta estrategia se hace énfasis en los conocimientos del profesor en los subdominios KCC y KCT.

Rol otorgado a los estudiantes. Un mismo profesor puede promover distintas formas de participación a sus estudiantes en una misma clase (KCS). Por ejemplo, que exploren sus soluciones, que las expongan, que pasen al pizarrón o usen herramientas tecnológicas para explicar sus procedimientos, soluciones o hipótesis, o que simplemente sigan las instrucciones que él les da, entre otros.

Usos de las herramientas tecnológicas. Los profesores sugieren el uso de los recursos tecnológicos con los que disponen en el salón de clases; por ejemplo, para verificar resultados, explorar procedimientos y soluciones, aplicar técnicas, etc. (KCT y KCS).

Para considerar la especificidad de los conocimientos puestos en acción por un profesor respecto de la enseñanza de la matemática escolar y para efectos de análisis se parte del modelo del MKT (antes referido) el cual dota de referentes para identificar conocimiento del profesor respecto del conocimiento didáctico del contenido. Cabe señalar que, el interés de este trabajo está centrado en identificar conocimientos necesarios, más que en delimitar a qué subdominio o subdominios se asociaría una acción observado.

Planteamiento metodológico

Se considera llevar a cabo un estudio de naturaleza cualitativa (Miles y Huberman, 1984) con un análisis de corte descriptivo, basado en la observación no participativa con registro en diarios de campo de las acciones que los profesores de matemáticas participantes realicen durante su práctica en el aula cuando imparten una clase en la que incorporan tecnología.

Mediante la observación (sin intervención) de las clases cotidianas de los profesores se pretende identificar las diversas maneras en que éstos las gestionan, con lo que se puede obtener información específicamente del rol que otorgan a los estudiantes, del uso de las herramientas tecnológicas y del mantenimiento de la planeación de la clase.

IV. Método

Problematización y objeto de estudio

Hablar de conocimientos matemáticos es un tema muy complejo pero si se toma en cuenta el contexto específico en el que van a ser utilizados, en el campo de los procesos de su enseñanza y aprendizaje, se podrá decir que lo anterior dota a este conocimiento matemático de un carácter especializado y por lo tanto específico de la labor del profesor de matemáticas. El análisis del conocimiento que necesita el profesor supone una profundización en y desde las matemáticas por lo que requiere profundizar en los objetos matemáticos implicados, sus raíces epistemológicas, los fenómenos de los que emergen, sus relaciones con otros objetos matemáticos, la estructura que estas relaciones permiten construir o la forma en que estos entes matemáticos se construyen. Así, siendo las matemáticas la fuente esencial, el enfoque teórico que nos interesa se centra en la aplicación específica de sus procesos de enseñanza y aprendizaje, es decir, en los momentos en que interactúan las matemáticas, los alumnos y los profesores durante sus prácticas docentes.

La mayoría de la literatura relacionada con el MKT está en inglés, sin embargo, se encontró que existen otros modelos que buscan adentrarse en el conocimiento matemático del profesorado desde una perspectiva complementaria, para ejemplificar, existe un modelo desarrollado por investigadores en España. Los investigadores españoles refinaron diversos puntos de vista para ofrecer un modelo que lleva por nombre "mathematics teacher's specialised knowledge" (por sus siglas en inglés MTSK)", dicho modelo brinda otra mirada para el entendimiento de estos conocimientos matemáticos de los profesores (Contreras, Montes, Climent, y Carrillo, 2017). A continuación se describen algunos de estos aportes al campo de la matemática educativa que se encontraron en la revisión de la literatura en español.

Un estudio para analizar el conocimiento especializado del profesorado se llevó a cabo en una investigación de Escudero y colegas (2015), en este trabajo ellos abordan el conocimiento matemático de profesores de secundaria a través de sus prácticas docentes al momento de trabajar el tema "resolución de cuerdas". Entre los resultados de este estudio se muestra la potencialidad del modelo específico como herramienta de análisis para profundizar en la comprensión y caracterización del conocimiento del profesor de matemáticas, en particular, del conocimiento de los temas.

Por su parte, Zakaryan y Ribeiro (2016), evidencian y caracterizan las relaciones entre distintos subdominios del conocimiento matemático especializado del profesor de matemáticas. En su búsqueda por mejorar la práctica del profesor, el estudio hace énfasis en las situaciones matemáticamente críticas, una de las cuales se refiere a la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales. El trabajo de estos autores concluye presentando las relaciones entre la práctica y las situaciones matemáticas problemáticas mediante mapas de conexión entre los subdominios del modelo utilizado en esta investigación.

A su vez, Nuria y colegas (2016), abordan la construcción de conocimiento sobre las características de aprendizaje matemático. Centran su atención en cómo tres estudiantes que aspiran a convertirse en profesores analizan un video en el que una maestra de primaria trabaja contenidos de geometría con sus alumnos. Muestran cómo la discusión del video da a estos tres estudiantes la oportunidad de mirar profesionalmente el aprendizaje de los alumnos que aparecen en el video, movilizando lo aprendido en cursos previos y creando la posibilidad de generar nuevo conocimiento a través de sus intentos por comprender a los alumnos.

De igual manera, Sosa, Flores y Carrillo (2016), muestran evidencias del conocimiento exhibido por dos profesoras de bachillerato en España en relación con el uso de ejemplos y ayudas en la clase de álgebra lineal. Llevaron a cabo un estudio de caso instrumental cualitativo, enfocado desde un paradigma interpretativo. A partir de la observación de las cualidades y tipos de ejemplos empleados por las profesoras los resultados de este trabajo dan cuenta del conocimiento especializado del profesorado, expresando tácitamente la potencialidad y el uso didáctico de los ejemplos. Además, el uso de diversas técnicas de andamiaje permite identificar conocimiento de las profesoras sobre la diversificación y focalización de las ayudas.

Mientras que, Muñoz y colegas (2015), tienen la perspectiva de considerar la didáctica de la matemática como una aplicación de las matemáticas en la búsqueda de significado de un conocimiento profundo de la matemática elemental. Su investigación pretendió identificar qué necesita conocer un profesor de matemáticas para llevar a sus alumnos a razonar, argumentar, conjeturar, refutar, presentar, modelizar y hacer uso con significado del conocimiento matemático. Se persigue, en ese sentido, mostrar cómo responden a esa inquietud, demostrando los antecedentes y la génesis del modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).

Al indagar en la literatura sobre lo que se ha estudiado de los conocimientos matemáticos para la enseñanza de los profesores durante sus clases, resalta el objeto de estudio de este trabajo, es decir, ahondar en el conocimiento especializado del profesor resulta importante al ser uno de los factores involucrados en las problemáticas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Objetivo general

Analizar los conocimientos matemáticos para la enseñanza de los profesores de matemáticas de bachillerato puestos en acción a través de sus estrategias de enseñanza durante sus prácticas docentes.

Objetivos particulares y específicos

- Identificar cuáles son las estrategias de enseñanza que desarrollan e implementan los profesores de matemáticas de bachillerato durante sus prácticas docentes.
    - Describir detalladamente las acciones que los profesores llevan a cabo en sus prácticas docentes en términos de *la planeación de la clase.*
    - Describir detalladamente las acciones que los profesores llevan a cabo en sus prácticas docentes en términos d*el rol otorgado a los estudiantes.*
    - Describir detalladamente las acciones que los profesores llevan a cabo en el aula en términos *del rol de las herramientas tecnológicas*.
- Dar cuenta de las acciones de los profesores por medio de las estrategias de enseñanza para identificar los conocimientos didácticos del contenido matemático.

Tipo de estudio

Se lleva a cabo un estudio inscrito en el paradigma interpretativo con base en la observación no participativa con registro en diarios de campo de las acciones que los profesores de matemáticas participantes realicen durante sus prácticas docentes. Se observará cuáles son y cómo modifican las estrategias de enseñanza para gestionar sus clases. Mediante el análisis de los diarios de campo, describirlas y hacer ver que estas acciones pueden ser evidencia de los conocimientos matemáticos para la enseñanza de los profesores de bachillerato.

Se emplean métodos cualitativos porque los objetivos del estudio son identificar, describir y en consecuencia interpretar las acciones que llevan a cabo los profesores en el aula. Además, se considera un estudio de caso ya que de acuerdo con Stake (1994), permite profundizar en la comprensión de un tema determinado; a su vez, este autor hace notar que el uso del estudio de caso depende de la finalidad que se persigue, en este trabajo la intención es profundizar en la comprensión de los conocimientos matemáticos para la enseñanza.

Contexto

El CETIS No. 13 se encuentra localizado en la Ciudad de México, en la calle Enrico Martínez 25, Colonia Centro, Delegación Cuauhtémoc y comparte las instalaciones con la Escuela Secundaria "Sor Juana Inés de la Cruz". Surge a partir de la necesidad de impartir una preparación técnica a personas de la comunidad, imparte un bachillerato bivalente en el turno vespertino. Ofrece asignaturas de tronco común y de corte especializado teniendo una oferta técnica especializada en 3 carreras: contabilidad, preparación de alimentos y bebidas, y servicios de hospedaje.

La planta docente está compuesta por 60 profesores que atienden a un total de 1233 alumnos (informe de actividades, 2015-2016), en diferentes grados y grupos. A su vez, el departamento de matemáticas está compuesto por 7 profesores que imparten las diferentes asignaturas, cuentan con un grado mínimo de estudios de licenciatura, algunos en ingeniería o áreas relacionadas con las matemáticas.

La línea de matemáticas, con base en el programa de estudios, está divida en álgebra en el primer semestre, geometría y trigonometría en segundo semestre, geometría analítica en tercer semestre, cálculo diferencial en cuarto semestre, cálculo integral en quinto semestre y probabilidad y estadística en sexto semestre. A continuación se muestra la tabla en la que se encuentra el mapa curricular de la especialidad en preparación de alimentos del CETIS No. 13:

Tabla 2.

Estructura curricular del bachillerato tecnológico, especialidad en Preparación de Alimentos y Bebidas.

Primer semestre	Segundo semestre	Tercer semestre	Cuarto semestre	Quinto semestre	Sexto semestre

Álgebra	Trigonometría	Trigonometría y geometría analítica	Cálculo diferencial	Cálculo integral	Probabilidad y estadística
Inglés I	Ingles II	Inglés III	Ingles IV	Ingles V	Tema selectos: Literatura
Química I	Química II	Biología	Física I	Física II	Tema selectos: Biología contemporánea
Tecnologías de la información y la Comunicación	Lectura Expresión Oral y Escrita II	Ética	Ecología	Ciencia, Tecnología, Sociedad y Valores	
Lógica	Módulo I Prepara bases culinarias	Módulo II Prepara alimentos de acuerdo al recetario base	Módulo III Sirve al comensal según estándares de la empresa	Módulo IV Prepara bebidas y cocteles	Módulo V Prepara productos de panadería y repostería
Lectura, Expresión Oral y Escrita I					

Programa de Estudios de la Carrera Técnica en Preparación de Alimentos y Bebidas (2013).

El CETIS No. 13 obtuvo el porcentaje más alto en torno a los conocimientos matemáticos que tienen sus estudiantes en la prueba PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) 2016. Esta prueba busca hacer una evaluación diagnóstica de los conocimientos que tienen los estudiantes en el marco curricular común por medio de una prueba objetiva y estandarizada con el propósito de conocer en qué medida los estudiantes logran dominar un conjunto de aprendizajes al término de la EMS, esta prueba abarca dos campos disciplinares: lenguaje y comunicación y matemáticas. Es así que el CETIS No. 13 resulta un escenario óptimo para desarrollar el estudio sobre conocimientos y prácticas docentes en bachillerato.

La vinculación con el CETIS No.13 se logró gracias al programa educativo que ofrece la licenciatura en psicología educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, mediante este programa se obtienen acuerdos con el mencionado centro escolar para trabajar el presente trabajo y poder hacer las observaciones de las clases de los profesores.

Descripción del trabajo de campo

El trabajo se lleva a cabo por medio de los siguientes pasos:

- Diseño del instrumento de análisis, diseño de los diarios de campo para recabar los datos durante la observación no participante a los profesores de matemáticas.
- Realización del estudio piloto para probar y refinar el instrumento de análisis.

- Selección del sujeto de estudio con base en los resultados del estudio piloto.
- Observación de las clases del profesor de matemáticas seleccionado. Las clases se grabaron en video y se tomaron las notas pertinentes en los diarios de campo.

A continuación se describen cada uno de los puntos anteriores:

- **Diseño del instrumento de análisis**

El diseño del instrumento de análisis está basado en la idea de "registro de campo" propuesto por Bertely (2000), quien a partir de sus avances en la etnografía educativa plantea una forma de llevar a cabo la observación no participante. En este instrumento se rescatan los siguientes datos: fecha, el nombre de la escuela, nombre de los docentes a observar, el grado, tiempo de observación y observador. El registro se llevó a cabo en intervalos de 15 minutos colocando las anotaciones pertinentes en la columna de inscripción.

Tabla 3.

Diseño del diario de campo utilizado durante el pilotaje.

Fecha: Escuela: Maestro: Grado y Asignatura: Tiempo de observación: Observador:	
Hora	Inscripción

Tomado de Bertely (2000).

- **Realización del estudio piloto**

El vínculo con el CETIS No.13 se estableció por medio de la asignatura "taller de prácticas profesionales", es así que, tomando en cuenta que se llevaría a cabo un estudio piloto en el transcurso del mes de septiembre de 2016 por medio de una observación no participativa de las sesiones de varios profesores de los distintos semestres, se asistió a diferentes clases de matemáticas de grupos de primer, tercer y quinto semestre de las asignaturas de álgebra, geometría analítica y cálculo integral respectivamente.

A continuación se describen las sesiones en aula a las que se asistió para realizar el estudio piloto:

En clase de álgebra se observó que el profesor a cargo no utiliza TD en el transcurso de su clase. De manera general se pudo notar que el proceso de compartir conocimientos con sus estudiantes es que ellos no tengan la iniciativa de forjar su propio aprendizaje; como menciona Hernández y Díaz Barriga (2013), el estudiante es considerado como un ser que acude a un centro educativo solo por el conocimiento que puede impartir el docente, es considerado como un sistema de repetición; sin tener que intervenir al momento de forjar sus aprendizajes, el alumno debe de aprender o memorizar lo que el profesor le enseñe. Por ello el rol que desempeña este profesor no demuestra actitudes innovadores respecto a sus prácticas docentes, es decir, no se observa ninguna técnica que hiciera parecer a la clase con algo extra, al parecer es la misma rutina, además de utilizar solo un material didáctico, el pizarrón.

Tabla 4.

Fragmento del diario de campo para el registro de las clases de álgebra.

Fecha: 28/09/16. Escuela: CETIS No. 13 "Sor Juana Inés de la Cruz". Maestro: Docente de álgebra. Grado y Asignatura: Primer grado, Álgebra Tiempo de observación: 50 minutos. Observador: JAldairMR.	
Hora	Inscripción
2:10-3:50	El profesor entra al salón de clases, toma asiento, saca de su mochila una lista, lo enciende y pide silencio al grupo. Comienza a hacer el pase de lista, mientras tanto los estudiantes platican, ríen e inclusive se logra apreciar anotaciones en sus cuadernos… El docente da el tema a trabajar y comienza a dictar. Termina de dictar y pide que copien ejemplos. El docente le niega el uso de calculadora a uno de sus estudiantes. Anota una ecuación en el pizarrón y pide que copien "el ejemplo". Los estudiantes copian, no hay dudas…

En clase de geometría analítica la profesora a cargo del grupo pone en acción sus conocimientos didácticos del contenido por medio de hojas de papel y el juego geométrico, enseña a sus estudiantes las dimensiones de los cuerpos geométricos, al no estar presente el uso de alguna TD resulta no ser útil para analizar el trabajo en su aula. Llama la atención que dada la naturaleza de la asignatura de que se trata, esta profesora no opta por ninguna de las herramientas tecnológicas disponibles específicas para esta materia como por ejemplo, programas de geometría dinámica.

Tabla 5.

Fragmento del diario de campo para las clases de geometría analítica.

Fecha: 30/09/16 Escuela: CETIS No. 13 “Sor Juana Inés de la Cruz”. Maestro: Docente de Geometría. Grado y Asignatura: Primer grado, Álgebra. Tiempo de observación: 50 minutos. Observador: JAldairMR.	
Hora	Inscripción
5:50-6:40	La docente entra al salón de clases, pide silencio. Los estudiantes hacen silencio. Hace anotaciones en el pizarrón. Anota algunos cuerpos geométricos y les pide que copien. Los estudiantes copian, no preguntan. Sigue anotando deja algunas actividades y pide que resuelvan los ejercicios… La profesora solicita los ejercicios y atiende las dudas de forma personal en el escritorio. Precisa que le reciten algunas fórmulas en voz alta. Hace uso de los materiales que había pedido antes, “de tarea”. Algunos estudiantes no traen el material solicitado. La profesora llama la atención y les pide cumplir con el material estipulado. La profesora anota más ejercicios en el pizarrón. Da tiempo para resolver dichos ejercicios. Atiende y resuelve dudas en el escritorio. Solicita las dos actividades para asignar algún sello o firma por haber realizado la actividad…

De la misma manera, para el caso del profesor de cálculo integral se llevó a cabo la recolección de los datos para el estudio piloto, como puede observarse en la siguiente transcripción:

Tabla 6.

Diario de campo profesor de cálculo integral.

Fecha: 30/09/16. Escuela: CETIS No. 13 “Sor Juana Inés de la Cruz”. Maestro: Edgar. Grado y Asignatura: 5 “Cálculo Integral”. Tiempo de observación: 120 minutos aprox. Observador: JAldairMR.	
Hora	Inscripción
15:20-15:35	El docente dicta el tema “Derivadas trigonométricas” al salón de clases, los estudiantes siguen platicando. Dicta brevemente el tema, explica el tipo de variable “u”, explica la definición, sus partes, aplicaciones y fórmula. Pide formulario. … Cuando termina de explicar, presta atención a los estudiantes más cercanos en tanto espacio, los chicos de hasta adelante. Pregunta al grupo si entendió. El grupo responde sí.

	Pide que se copie el ejemplo. … En el transcurso de los ejemplos, los estudiantes utilizan la calculadora para hacer operaciones aritméticas, como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones
15:37-15:52	El profesor plantea un ejemplo, explica y resuelve, pregunta particularidades, como el despeje, explica y resuelve, esto es igual a … … Después desarrolla 4 ejemplos de forma similar a los anteriores, partiendo de una hoja impresa, también solicita hacer uso de ejercicios planteados previamente en la plataforma, los estudiantes sacan hojas impresas con los ejercicios Enseña 4 ejemplos, mismos que transcribe de su propia hoja impresa Escribe el ejercicio y pregunta sus componentes … Resultado, copien el ejemplo Sí o no, pregunta dudas Se levanta una mano, hay una duda Se atiende la duda Da una pauta para resolver dudas de forma personal.

Nota: Fragmento del diario de campo utilizado en el estudio piloto. La transcripción completa se puede consultar en el Anexo 1.

- **Resultados del estudio piloto**

De las clases que se observaron se pudo notar que no todos los profesores usan TD y por lo tanto, en primera instancia, no convendría ser tomados en cuenta para el estudio. De la misma manera se observó que algunos profesores dan una clase sin utilizar algún material innovador, llegan, comparten sus conocimientos y no existe una negociación profesor-estudiantes con los conocimientos impartidos, por lo que no se pudo observar que los alumnos se enfrenten a disonancias cognitivas. Lo anterior llevó a la conclusión de que el rol de los profesores y el de los estudiantes durante estas clases es el tradicional y no cumplen a cabalidad con lo que se define en las estrategias de enseñanza que se pretenden tomar en cuenta para este estudio.

A la par, para refinar el instrumento de análisis, se fue desarrollando un diario de campo que fuera útil para la toma de datos definitiva con los profesores participantes. De todas las clases a las que se asistió también se tomaron notas que servirán de complemento al diario de campo, pues el estudio piloto sirvió para notar que el diario de campo, como se planeó en el primer paso, no sería suficiente para dar cuenta de todas las acciones que suceden durante las clases, por lo tanto, se decidió tomar en otro documento anotaciones temáticas y anotaciones personales (Bertely, 2000) que sirven de complemento al diario de campo.

Tabla 7.

Instrumento refinado para el registro de observación.

Fecha: Escuela: Localidad: Delegación: Maestro: Grado y Asignatura: Tiempo de observación: Observador:		
Hora	Inscripción	Inferencias
Observaciones		

Con base en Bertely (2000)

De la misma manera se llegó a la conclusión de que la toma de video sería indispensable, si es que los profesores participantes aceptaban que esto sucediera, para tener todos los detalles que suceden durante las clases y poderlos revisar en momentos posteriores a fin de realizar el análisis.

- **Selección del sujeto de estudio**

Cuando se observó al profesor Edgar, la clase trató sobre Métodos de Integración; del episodio rescatado del diario de campo de la sesión, se pudo saber que el profesor previamente ha subido actividades a un blog electrónico (actividades que nombra con el número de clase y parcial, por ejemplo: ACTIVIDAD_2_E2, anexo 2), en el que hay una lista de ejercicios que los alumnos tienen que imprimir los correspondientes a la sesión y que se resolverán durante la clase dedicada exclusivamente a resolver ejercicios. La dinámica fue que mientras los alumnos están trabajando el profesor recorre el salón atendiendo a los estudiantes que así lo requieren. Lo anterior dio indicios de que este profesor incorpora diversas TD a sus prácticas docentes. Posteriormente al estudio piloto y del análisis de las notas de campo se concluyó que dos profesores eran los más aptos para continuar con el estudio, sin embargo únicamente uno de ellos estuvo dispuesto a participar por lo que omitimos los detalles del profesor que no participó en el estudio.

El profesor Edgar accedió a participar voluntariamente, cuenta con el grado de ingeniero en Química e imparte clases desde hace 16 años, mientras que en el CETIS No. 13 lleva 6 años como docente y es el titular del departamento de matemáticas. Además es el responsable de la prueba PLANEA en la institución.

De las observaciones y notas del estudio piloto, respecto al profesor Edgar se puede decir, en general, que es un profesor que gestiona su clase por medio de diversas estrategias de enseñanza planeadas y guiadas por él mismo. Durante las prácticas docentes que desarrolla se observó que en sus clases propone el uso de la calculadora a sus estudiantes, al principio se consideró que el uso que el profesor propone para la calculadora es suficiente para llevar a cabo el análisis de los conocimientos matemáticos para la enseñanza que moviliza.

Sin embargo, dado que el profesor compartió sus planeaciones de la clase (anexo 3 y anexo 4) con el investigador, se pudo realizar un análisis somero en las que se aprecia que él cuenta con un blog electrónico: "matematicaintregarlcetis13.blogspot.mx". El blog es una plataforma previamente elaborada por Edgar. En este sitio web se encuentran desde la planeación de clase hasta actividades en donde les pide a sus alumnos que ingresen a múltiples plataformas y realicen diversas actividades, entre ellas ver videos en el sitio web YouTube, completar puntajes en juegos didácticos, entre otras. Cabe señalar que un aspecto interesante es que las actividades que realizan los estudiantes en la plataforma se realizan fuera del aula y cuentan un cierto porcentaje que forma parte del total de la evaluación parcial y final del curso.

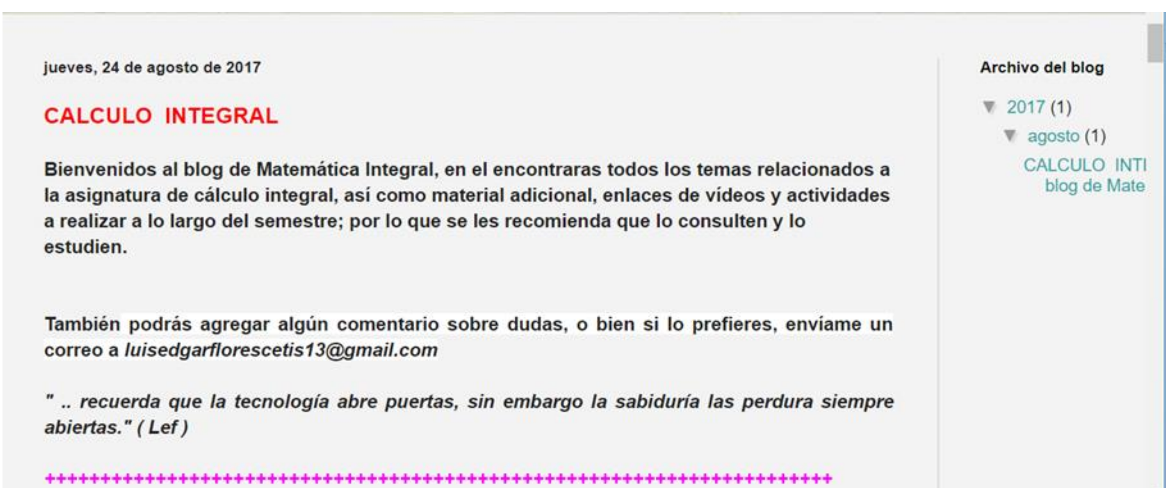

Figura 2. Blog del profesor matematicaintregarlcetis13.blogspot.mx:

Por lo anterior, se decidió que el sujeto idóneo para el estudio de caso es el profesor Edgar. Las observaciones se realizaron en el primer semestre del ciclo escolar 2016-2017 los días viernes en el mes de noviembre donde el profesor imparte la clase de cálculo integral. Además se grabaron en video algunas sesiones con su consentimiento verbal y se recolectaron apuntes en el diario de campo complementado por las notas del investigador.

Categorías de análisis

Conjuntando las perspectivas de Bertely (2000) y Stake (1994) en el estudio de caso se intenta tener todo el provecho posible de las fuentes de evidencia: observaciones en el aula, videograbaciones de las clases, notas de los diarios de campo, la planeación oficial de las clases del profesor, las secuencias didácticas del profesor y acceso al blog electrónico diseñado por el profesor.

En cada clase, para obtener impresiones que complementan la observación, se toman notas de campo *in situ* y *a posteriori* como registros que incluyen aspectos teóricos, puntos de vista y reflexiones personales que subyacen en la observación. Posteriormente, se contrastan los diarios de campo con las videograbaciones de cada clase. Para el análisis, los diarios de campo, las videograbaciones y los materiales aportados por el profesor son fuentes secundarias que ayudan principalmente a la triangulación de la información observada.

Una vez seleccionados los episodios claves de los videos que dan evidencia de las acciones del profesor en términos de las estrategias de enseñanza, se procede a interpretarlas como elementos del conocimiento didáctico del contenido de dicho profesor.

Se da cuenta de las acciones del profesor en términos de la planeación de la clase, el rol del estudiante y uso de la tecnología para dar evidencia de los KCS, KCT y KCC como las categorías que están, todas ellas, presentes en las prácticas docentes del sujeto de estudio.

En el KCS, considera aquellas situaciones de aprendizaje que prevé el profesor.

En el KCT, son las herramientas del profesor que implementa en el salón de clases.

En el KCC, se refiere al conocimiento curricular que deberá de conocer el profesor.

V. Descripción analítica de los resultados

En este apartado se hace la descripción y análisis de los segmentos seleccionados de las videograbaciones que dan cuenta de las acciones de los profesores para gestionar sus clases y que evidencian sus conocimientos matemáticos para la enseñanza por medio de las estrategias de enseñanza. En general, cuando se describe el análisis de las acciones del profesor se considera que éstas pueden ser evidencia de los posibles conocimientos que el profesor manifiesta.

Lo que se describe a continuación son los segmentos claves que se observaron:

Sesión del 4 de noviembre.

En la sesión correspondiente al 4 de noviembre el profesor introduce un tema nuevo (integral por sustitución), además se puede observar que comienza su sesión compartiendo con sus estudiantes la manera en que será la evaluación correspondiente.

Para la estrategia de enseñanza planeación de la clase, Edgar empieza dando a sus alumnos la rúbrica de evaluación del tercer parcial y dedica más de siete minutos a esta acción:

> Profesor: En este tercer parcial hay varias cosas que tenemos que platicar para que evaluemos la parte final, ok, entonces vayan anotando cómo vamos a trabajar en este tercer parcial. A ver pongan atención. Vamos a seguir trabajando khanacademy. A ver, ahora como lo vamos a manejar, fíjense bien, ahora ya no va a haber un puntaje en el blog de la materia, de hecho ya están publicados cuatro videos.
> Alumno: Ah sí, yo ya los vi.
> Profesor: Y una actividad, de acuerdo. Tienen que ingresar a ver esos videos y realizar una actividad, cada semana yo les voy a estar publicando entre cinco y seis videos junto con actividades. Sale.

Transcripción de videograbación 4 de noviembre (Anexo 5).

Contrastando la información del video con las notas en el diario de campo se rescata también la parte de la evaluación que menciona el profesor. A continuación se incluye la transcripción con la parte correspondiente del diario de campo de la sesión:

Tabla 8.

Fragmento de diario de campo 4 de noviembre.

Hora	Inscripción	Inferencias
16:18-	Inicio de la clase, último parcial, modo de	

16:27	evaluación. Tercer parcial, anota en pizarrón: https://es.khanacademy.org/ Blog, videos, serie 10%, pública 4 videos en blog. En lugar de serie se trabajará https://es.khanacademy.org/ Un alumno levanta la mano, dice que tiene una duda. Profesor, dijo que teníamos… Profesor atiende a su duda y negocia con el estudiante.	Parte de la evaluación. ¿Qué es khanacademy? Cada semana se publican entre 5 o 6 videos. A qué se refiere por serie Negocia la calificación del portal, al cambiar serie por plataforma.

Diario de campo 4 de noviembre (Anexo 6).

El profesor hace mención de Khanacademy que es un sitio web en donde se realizan diversas actividades didácticas a través del uso de la computadora, como, ejercicios de práctica, videos instructivos y un panel de aprendizaje personalizado. El docente tiene un nombre de usuario para ingresar. Por medio de este recurso planea las actividades a trabajar en la plataforma, una vez que los estudiantes las realizan se arroja el puntaje al cual tiene acceso el profesor en el panel de control personalizado.

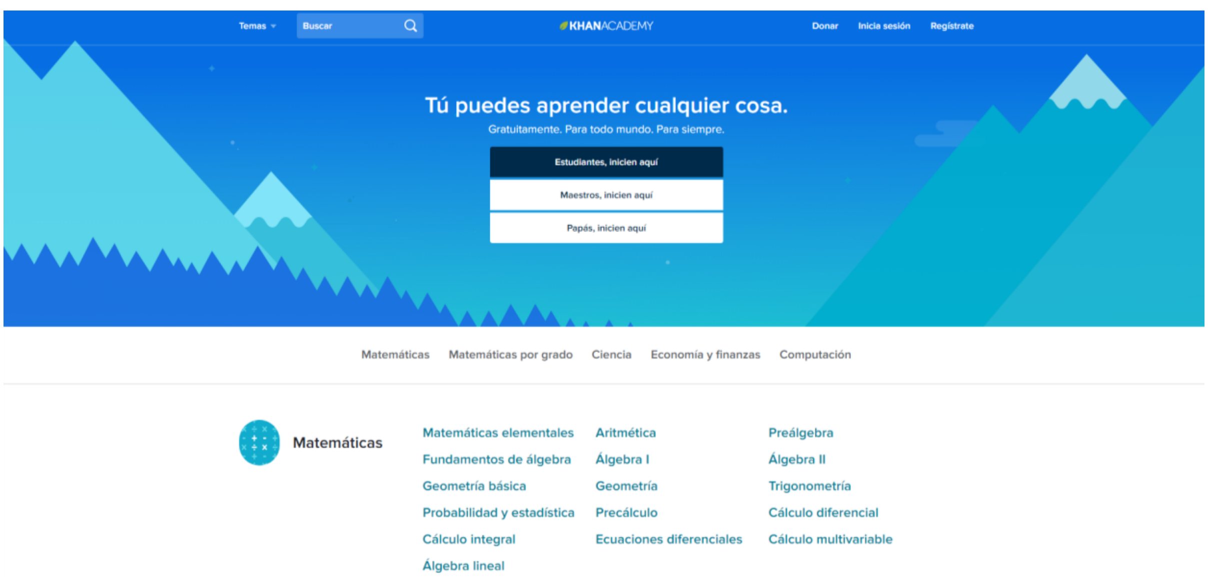

Figura 3. Khanacademy.

Las acciones descritas permiten decir que hay evidencia del KCS, puesto que el profesor tiene idea de lo que a los alumnos les parecerá interesante, motivante, así como, de lo que los alumnos harán en estas tareas, también muestra habilidades para identificar los conceptos previos acerca del contenido matemático particular que va a tratar.

Se destaca que parte de la planeación del profesor, como estrategia de enseñanza, no está dirigida al tiempo en el aula, incluye actividades que los alumnos tendrán que hacer fuera de ésta, es relevante mencionarlo puesto que dichas actividades son parte de la evaluación para acreditar la materia. Las acciones anteriormente descritas, pueden ser muestra del KCT del profesor, ya que se utilizan diferentes métodos y procedimientos para el tema, así como, también se evidencia KCC, en los planes y programas de estudio se solicita el uso de herramientas innovadoras para abordar los temas en clase (Programa de estudios de matemáticas, 2009), sin embargo, estos materiales no pueden utilizarse en el salón de clases al no tener equipos de cómputo, cañones, entre otros. Por esto quizás, Edgar opta por utilizarlas fuera del aula, además de permitirle a sus estudiantes utilizarlas sin tiempo determinado. A continuación se puede ver el fragmento de lo dicho por el profesor:

> Profesor: En lugar de la serie, vamos a trabajar khanacademy, en lugar de la serie, ¿sí?
> Alumnos: Ah, no.
> Profesor: Ósea, hay que revisar el blog (blog electrónico) diario, si, entonces no se les olvide que en el link cuando ustedes entran directamente van a entrar al video, antes de empezar a verlo hay que abrir su cuenta para que se registren los puntos o se registra que viste ese video o que hiciste la actividad, porque si no lo haces, no se registra la actividad. Sí queda claro, ¿sí? Alguna duda de esto. No.
> Alumnos: No.

Transcripción de videograbación 4 de noviembre (Anexo 5).

En términos del rol de los estudiantes, en esta clase el profesor sólo da las instrucciones de las tareas a realizar fuera del aula. Además, se observa que otorga a sus alumnos el uso de las tecnologías de manera autónoma, es decir, no dedica tiempo a explicar cómo acceder al blog, o a la página de khanacademy, únicamente les dice lo que tienen que hacer. Estas acciones pueden ser evidencia del KCS, en contraste con realizar los ejercicios por medio de hojas con lápiz y papel, ellos pueden trabajar en la computadora, lo que quizás les permita tener un mejor entendimiento del tema. A continuación se presenta el fragmento correspondiente a estas acciones:

> Profesor: Este archivo ya en el blog están las instrucciones y el correo al cual lo tienen que mandar, ya está, la fecha de entrega va a ser el primero de diciembre.
> Alumna: ¿Se lo podemos mandar antes?
> Profesor: Si lo tienen antes lo pueden mandar.
> Alumnos: inaudibles.
> Profesor: Vale, bien. ¿Queda claro?
> Alumnos: Sí.

> Profesor: Máximo primero de diciembre ya para el seis tengo que tener las calificaciones de todos del tercer parcial, sale, por favor, dudas de ésto.

Transcripción de videograbación 4 de noviembre (Anexo 5).

Respecto al uso de las herramientas tecnológicas hay que destacar que el aula no cuenta con ningún recurso, sin embargo el profesor sí las propone en su planeación, como estrategia de enseñanza, puesto que se observa toda una estructura de la lección para que los alumnos usen diferentes TD fuera de la clase, como se observó tanto en la transcripción del video como en el diario de campo. Podemos decir entonces, que en estas acciones puede haber evidencia del KCT y KCS del profesor.

Al final del tiempo que dedica a explicar a los alumnos sobre la evaluación se observa que el profesor les pide que envíen a su correo electrónico lo que él llama el portafolio de evidencias, que consta de escanear o fotografiar todas las hojas del cuaderno del curso, puesto que el profesor las firma. Lo anterior se puede ver en la siguiente transcripción:

> Profesor: Bien, el portafolio de evidencias. El portafolio de evidencias es electrónico en formato de power point o pdf, sale y va desde el primer parcial hasta el tercer parcial, ok. Qué tienen que hacer o quien ya lo ha empezado a hacer a través de sus parciales pues es tomarle foto o escanear, como ustedes gusten, todo lo que ustedes tengan desde el primer día hasta el último día de clases […].
> Alumno: Este por ejemplo los ejercicios, ¿le tomamos la foto donde venga la firma de usted o tiene que ser todo?
> Profesor: Todo, tiene que ser todo.
> Alumno: Todo.
> Profesor: Donde venga la firma, donde estén los procedimientos, tiene que estar todos los ejercicios.

Transcripción de videograbación 4 de noviembre (Anexo 5).

Respecto a la estrategia de enseñanza que tiene que ver con la planeación, para el profesor este portafolio de evidencias es parte de la calificación para aquellos alumnos que quieran obtener puntos extras. Lo anterior manifiesta evidencia de KCS puesto que Edgar considera importante que los estudiantes tomen notas del curso, como un complemento para aprender los temas, además posteriormente se verá que los exámenes son en línea, y los apuntes podrían ser de ayuda para que los estudiantes los resuelvan.

En este fragmento del video se observa que el uso de la tecnología no está relacionado con el tema de la clase, y el uso que Edgar propone a sus alumnos es innato, es decir, no dedica tiempo a explicar cómo armar el portafolio de evidencias da por hecho que los alumnos están familiarizados con el uso de estos recursos tecnológicos.

El resto del tiempo de la clase el profesor lo dedica a explicar el tema métodos de integración, en particular esta sesión se trata de integral por sustitución. Empieza dictando en qué consiste este método sin tener un guion, posiblemente esto es muestra de KCC, pues parece tener dominio del tema. Para enseñar este tema Edgar lo hace de manera tradicional, es decir, después de explicar en qué consiste el método resuelve ejemplos en el pizarrón y posteriormente los alumnos resuelven ejercicios. En esta acción el profesor recurre a los conocimientos previos que requiere para resolver los ejemplos, acción que posiblemente refleja KCT.

Finalmente, la sesión transcurre de la misma forma, el profesor resuelve ejemplos en el tiempo restante de la clase.

En términos generales, las acciones que sucedieron en esta sesión evidencian cómo los conocimientos didácticos de este profesor están interactuando y se manifiestan por medio de las tres estrategias de enseñanza.

Sesión del 11 de noviembre

La clase continúa con los temas de métodos de integración, Edgar mantiene la misma rutina de escribir ejercicios en el pizarrón, después, en compañía de sus estudiantes él resuelve estos ejercicios. Mantiene un orden, resuelve paso a paso y coloca diversos colores al procedimiento: rojo y verde para diferenciar cada etapa para resolver el ejercicio. Estas acciones pueden ser evidencia de KCS y KCT, puesto que suponemos que el utilizar diversos colores para etapas específicas, le ayuda a guiar a sus estudiantes en la resolución del ejercicio. Además, tal vez el utilizar diferentes colores al realizar los ejercicios fue parte de su experiencia como profesor, logró detectar que de esa forma los estudiantes aprenden de una forma más estructurada. A continuación se muestra parte del diario de campo donde se observó dicha acción:

Tabla 9.

Fragmento de diario de campo del 11 de noviembre.

Hora	Inscripción	Inferencias
15:28- 15:43	[…]Da indicaciones "antes de comenzar la actividad vamos a poner un ejemplito", anota el ejemplo en el pizarrón. […] Vamos a ver el ejemplo. El método es el mismo. $\int x(5x-4)^{10}\,d$ […] Hace el procedimiento y explica. $\int x(5x-4)^{10}\,dx$ $\mu = 5x - 4$ $\mu = 5dx$ $\frac{d\mu}{5} = dx$ El docente sigue resolviendo el ejercicio hasta concluir […] $\frac{1}{300}\mu^{12} + \frac{4}{275}\mu^{11} + c$ $\frac{1}{30}(5x-4)^{12} + \frac{4}{275}(5x-1)^{11} + c$	Utiliza diferentes colores para resolver paso a paso el proceso de estas actividades.

Diario de campo del día 11 de noviembre (anexo 8).

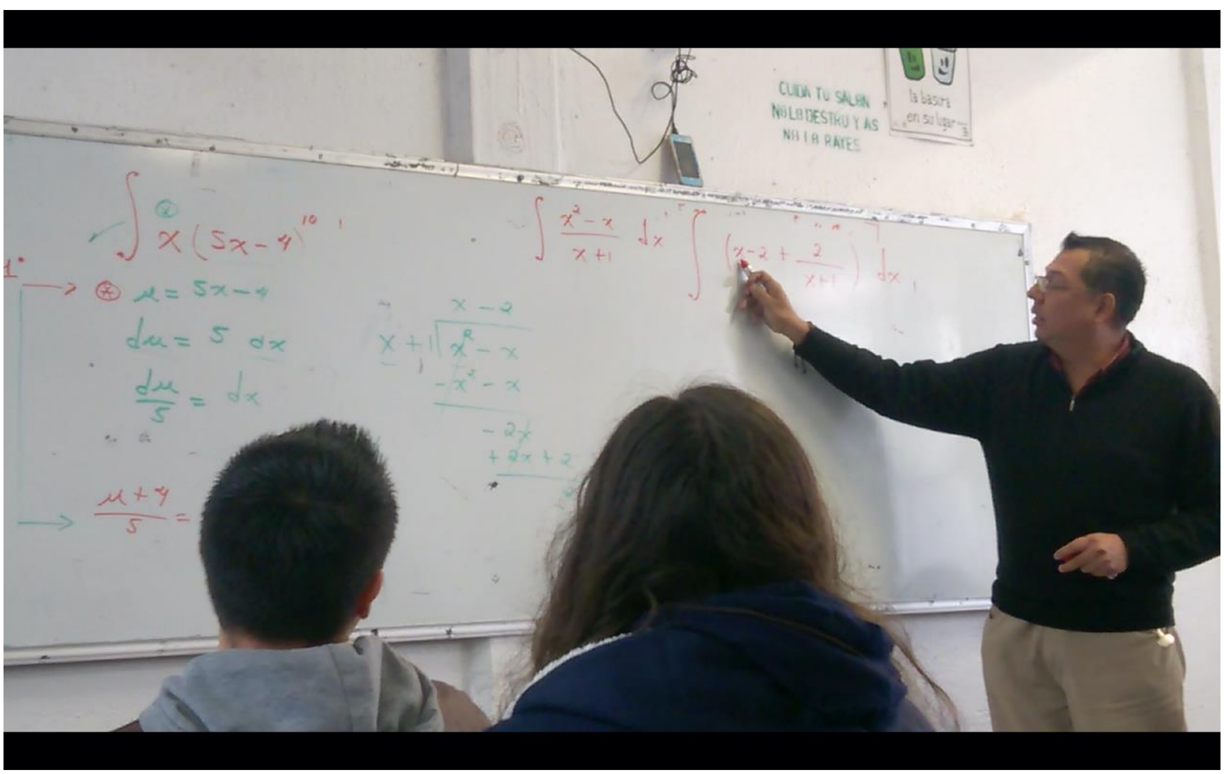

Figura 4. Fotografía de la sesión 11 de noviembre.

Contrastando con la clase del 4 de noviembre, se observa que en esta ocasión mantiene la misma rutina al momento de enseñar. A grandes rasgos, en esta clase se reproducen sus prácticas docentes con excepción de que no vuelve a explicar la forma de evaluar. Demuestra un dominio del tema a tratar, acciones que pueden ser evidencia el KCC que se manifiesta en términos de la planeación, puesto que durante su clase no recurre al uso de libros u otros materiales, suponemos que esto da muestra del dominio de este tema. También se manifiesta su experiencia, pues lleva aproximadamente 6 años impartiendo clases en el CETIS No. 13, conoce los ejemplos, la forma de trabajar y abordar el tema en cada sesión.

El rol otorgado a los estudiantes es similar a la sesión anterior, trabajan de forma individual o por equipo. Se logran apreciar momentos en los cuales un grupo de estudiantes con cuadernos se acercan al escritorio donde está el profesor, sin embargo, en el video no se observa la situación que abordan, pareciera que el profesor dedica este tiempo a resolver las dudas específicas de cada uno de ellos, lo que manifiesta evidencia del KCS. A continuación se muestra parte del diario de campo donde se anotaron estas acciones:

Tabla 10.

Fragmento de diario de campo de la sesión del 11 de noviembre.

15:58	El profesor se sienta en el escritorio, hace señas con las manos, y pregunta quién ya terminó la actividad número uno, los estudiantes se levantan y acuden al escritorio. Hacen filas y el profesor anota en sus cuadernos.	¿Qué coloca en sus cuadernos?, el profesor al preguntar si ya terminaron la actividad número uno.

Diario de campo de la sesión del 11 de noviembre anexo 8.

Llama la atención que mientras los alumnos copian los ejemplos ya resueltos escritos en el pizarrón, algunos copian con lápiz en sus cuadernos, otros toman fotografías con sus teléfonos celulares, sin embargo, el docente había compartido que tienen que escanear o fotografiar el cuaderno para el portafolio de evidencias. Lo anterior muestra que el uso de las TD es libre, aun cuando no se conoce el uso de esas fotografías tomadas al pizarrón, es decir, que no se sabe qué hacen los alumnos con ese material, pudieran ser parte del portafolio de evidencias.

Figura 5. Fotografía de la sesión 11 de noviembre.

En términos generales, en esta clase los alumnos llevan los materiales impresos que bajaron del blog del profesor para trabajar, se dedica tiempo para que el profesor resuelva ejemplos en el pizarrón y para que los alumnos den solución a los ejercicios de las hojas de actividades. Respecto a las estrategias de enseñanza, lo anterior es parte de su planeación, su propuesta didáctica consta de explicar, ejemplificar y resolver ejercicios. El rol de los estudiantes en esta clase es libre, los alumnos pueden trabajar de manera individual o por equipo, incluso el uso de la calculadora también queda en decisión de cada estudiante. Por lo que podemos decir que, las acciones anteriormente descritas muestra evidencia de KCS y el KCT.

Nota 1. Las hojas de actividades que se mencionan en esta sesión, son las mismas que observaron en el estudio piloto y que están en el blog personal del profesor.

Sesión del 18 de noviembre

En la sesión del 18 de noviembre (transcripción de videograbaciones, anexo 9) se observa que al principio de la clase el profesor menciona que es el último tema perteneciente a los métodos de integración y con éste culmina el semestre. En términos de la planeación, Edgar retoma cómo evaluar, cabe destacar que el examen parcial se debe resolver en línea en la plataforma thatquiz, en esta ocasión solamente utiliza alrededor de dos a tres minutos del tiempo de la clase para explicar lo de la evaluación.

La plataforma thatquiz es un sitio web de acceso libre para profesores y estudiantes, facilita generar ejercicios, resolverlos y ver resultados de manera rápida. El profesor se registra y accede al sitio para diseñar un examen, ver las estadísticas de los resultados de los exámenes y llevar el control de los puntajes de cada uno de sus estudiantes.

Para que los alumnos puedan resolver el examen el profesor publica en su blog las fechas cuando está disponible en la plataforma, los estudiantes tienen una clave de acceso que se les proporciono previamente. El profesor determina tiempo y cantidad de ejercicios a realizar, los que se observaron son por medio de preguntas de opción múltiple. Cabe mencionar que el examen se realiza en días sábados, sin colocar alguna hora en específico, esto muestra que el uso de TD es fuera del aula. A continuación se muestra parte de la transcripción correspondiente a la sesión y una captura de pantalla de la plataforma thatquiz:

Tabla 11.

Fragmento de diario de campo del 18 de noviembre.

Hora	Inscripción	Inferencias
15:18	… Avisos, “vayan anotando luego se me olvida”. Primero. Examen en línea, (26/11). Tema Integral por sustitución e integral definida. Revisión de firmas a partir del 28 de noviembre. Khanacademy (27/11). Evidencias (1/12). …	Parte de la evaluación final, retoma algunos de los rubros a evaluar.

Transcripción del diario de campo sesión 18 de noviembre anexo 10.

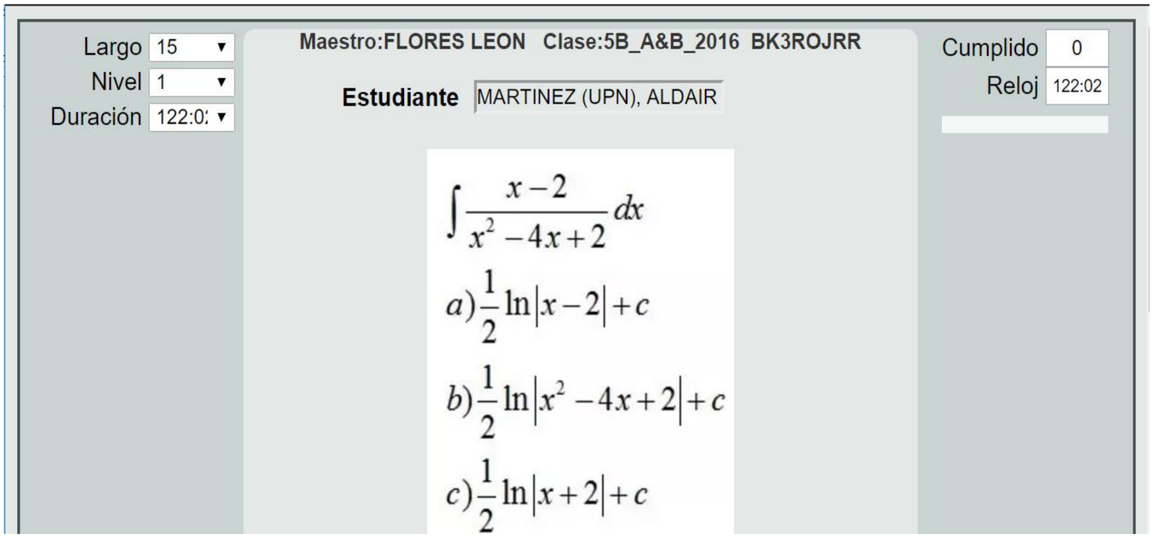

Figura 6. Captura de pantalla de thatquiz.

Una vez que los estudiantes han ingresado a la plataforma con su clave de acceso y resuelven el examen, la misma plataforma genera las estadísticas que incluyen tiempo, ejercicios cumplidos, correctos e incorrectos; a las cuales tiene acceso el profesor, es decir, la plataforma evalúa el desempeño de los estudiantes de manera automática e inmediata. A continuación se muestra una captura de pantalla de la plataforma thatquiz correspondiente a las estadísticas:

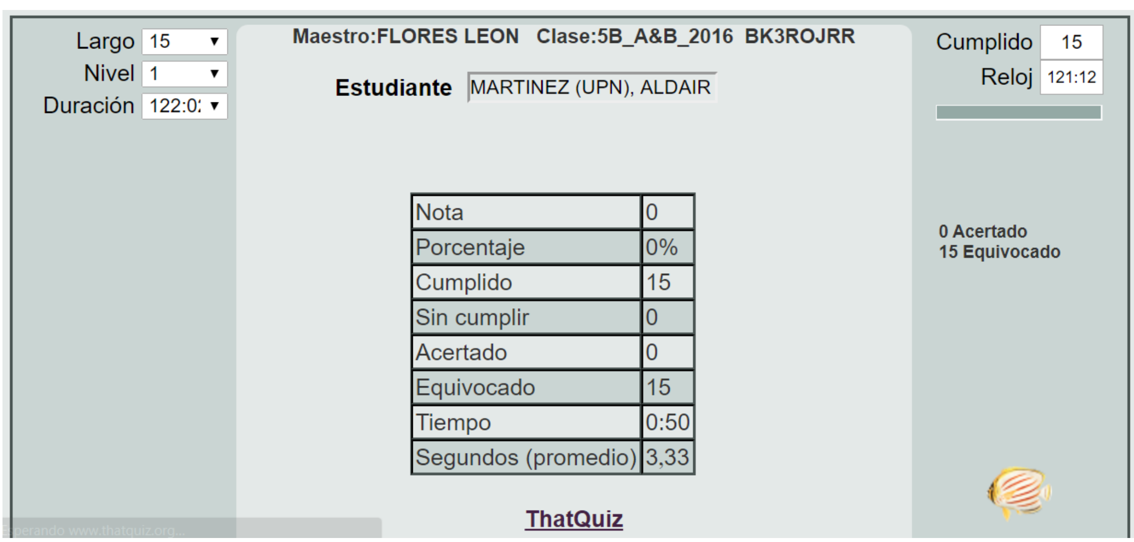

Figura 7. Captura de pantalla de thatquiz.

Cabe destacar que el profesor decide, como parte de su planeación, no dedicarle el tiempo de su clase para que se haga el examen, con lo que suponemos que los alumnos tienen más tiempo para resolverlo a diferencia de si se resuelve el examen a la hora de clase. Quizás limitar el tiempo para realizar el examen puede ser un factor que influye en la calificación que se obtiene, el profesor pretende con esta acción evitar que los alumnos tengan el tiempo limitado. Estas acciones muestran evidencia de KCS y KCT, puesto que se observa que el profesor incorpora herramientas innovadoras para aplicar los exámenes, para crear situaciones de aprendizaje motivantes y atractivas para sus estudiantes.

El profesor procura evitar obstáculos a sus estudiantes para tener una calificación satisfactoria, lo que se refleja en un mejor desempeño, al no dedicar una clase para resolver las pruebas parciales. A su vez tiene más tiempo para dedicarlo a dar las clases. Es pertinente señalar que los alumnos probablemente cuentan con material de apoyo y consulta de los temas correspondientes al momento de realizar el examen en línea, por ejemplo, su notas en el cuaderno, las hojas de actividades, el material del blog, entre otros.

Resulta interesante la manera de evaluar, si bien el profesor muestra una manera tradicional de enseñanza en el aula, parte de la evaluación ya no es tradicional y utiliza diversas actividades para la rúbrica, puesto que el examen en línea no es el total de la calificación. Como se mencionó antes, los alumnos pueden entregar el portafolio de evidencias, realizar actividades en la plataforma Khanacademy, en el blog del profesor, etc., que les permite ir acumulando puntos porcentuales para conjuntar el total de la calificación.

La clase continúa con el tema de integral definida, la dinámica de la clase es la misma que la que se observó en las sesiones anteriores, él dicta en qué consiste el método para resolver las integrales, resuelve ejemplos en el pizarrón y los alumnos resuelven ejercicios.

Un paso para llevar a cabo este método implica que los alumnos hagan la gráfica de la función. Se observa que el profesor usa varios colores al momento de graficar, lo que nos hace suponer que él cree que utilizar estos colores puede ayudar a los alumnos con la compresión del tema, esta acción puede ser evidencia de KCT, puesto que a partir de la experiencia del profesor utilizar colores para graficar ayuda al entendimiento del tema. A continuación se muestra una fotografía de la sesión del 18 de noviembre:

Figura 8. Fotografía de la sesión del 18 de noviembre.

La clase continúa, al momento de dar tiempo para copiar del pizarrón los ejemplos trabajados, el profesor se acerca con una estudiante que trabaja con un teléfono celular. Se logra escuchar en las grabaciones que el profesor la está enseñando a utilizar alguna aplicación para realizar las gráficas de las funciones. Esto se evidencia a través de las grabaciones y el diario de campo:

Tabla 12.

Fragmento de diario de campo del 18 de noviembre.

15:50	… Profesor: anotemos este otro ejemplo. Le explica cómo utilizar la aplicación de su celular a otro estudiante, para hacer la sustitución en su teléfono celular. … Gráfica, retoma información de algún video. Comienza a firmar y comenta: hay que trabajar la actividad 4. ¿Cómo se llama la aplicación?, le preguntan. Las gráficas háganlas con la aplicación: “mathematics”.	¿Cómo funciona la aplicación mathematics?

Diario de campo sesión del 18 de noviembre anexo 10.

La aplicación mathematics es una calculadora que funciona en un teléfono celular. Esta aplicación es gratis, tiene soporte para funciones, álgebra, conversión, probabilidad y hasta teorías como módulos y factores primos, a continuación se muestra una captura de pantalla de dicha aplicación:

Figura 9. Aplicación Mathematics.

Llama la atención en esta sesión que el profesor involucra el uso de TD en el aula, esto se observa en al momento de permitir a sus estudiantes utilizar dicha aplicación para realizar las gráficas, en contraste con las sesiones anteriores en las que las TD se utilizan fuera de la clase.

Se observa en el video que el profesor dedica un par de minutos a explicar a todo el grupo cómo usar la aplicación. Como se puede ver en la siguiente transcripción:

> Profesor: … después que hago el cálculo del área tengo de hacer la gráfica de la función para esto vamos a usar la aplicación que les pedí que bajaran la de mathematics, sale. Meto la función y me da la gráfica, sale, que es algo como esto que le tengo que poner el límite inferior y el superior por donde cruzan los ejes x y, y voy a sombrear la parte donde está el área que sería toda está y está entonces el área bajo esta curva es de seis unidades cuadradas y eso es todo.

Transcripción de la videograbación del 18 de noviembre, (Anexo 9).

Su estrategia de enseñanza, respecto al rol de las tecnologías, es de uso libre, solo se dirige a los estudiantes que terminaron o a quienes al parecer se acercaron a él para resolver dudas sobre el funcionamiento de la aplicación. Se observa que el rol de los estudiantes es de completa autonomía como se ha trabajado en las sesiones anteriores, además llama la atención que aunque el profesor permite a sus alumnos utilizar la aplicación para graficar, no se observó que la utilizaran para resolver los ejercicios de las integrales.

No sabemos si el profesor aprovecha este recurso tecnológico para hacer que los alumnos generen conocimientos, exploren situaciones concretas, resuelvan los problemas, verifiquen los resultados, etcétera.

Cabe señalar que la aplicación mathematics está presente en el aula, ya que Edgar aprovecha que la mayoría de los alumnos cuentan con un teléfono celular. Se observó que explica a unos cuantos cómo usarla, sin embargo, no le explica a todo el grupo, es decir que posiblemente ya la han usado en temas anteriores. Lo que se puede manifestar como conocimientos previos del uso de la tecnología por parte del profesor. Es decir, hacer la gráfica de manera más sencilla, al recurrir a alguna herramienta que sirve de auxiliar a los estudiantes para que no se atoren y puedan continuar con los pasos para resolver la integral. Esto es, Edgar sabe que hacer la gráfica no es el objetivo del tema. Las acciones anteriores puede ser muestra de KCC, pues Edgar aprovecha que ellos quizás ya hayan hecho gráficas en temas anteriores, saber qué se va a ver después, dónde está colocado cierto tema en el currículo y recurrir a temas anteriores.

La sesión continua de forma similar a las demás sesiones, el profesor pide que copien ejemplos, que concluyan sus actividades para firmarlas. Sin embargo, retoma el uso de la aplicación al momento de mencionar que deben de utilizarla para las gráficas de la actividad 4. En términos generales, la clase tradicional deja de serlo al momento de proponer el uso de la aplicación mathematics durante la clase.

Con respecto a la planeación, cabe mencionar que el profesor quiere mantener pendientes a los alumnos a través de los apuntes, estos apuntes con base en lo que se observó, el profesor considera pertinente tenerlos al momento de realizar los exámenes, por ello firma en el cuaderno tareas y actividades durante la clase.

VI. Conclusiones

Derivado del análisis de los datos, podemos dar cuenta como proponen Ball et al (2008), de los distintos subdominios que componen al dominio Conocimiento Didáctico del Contenido. Respecto a la estrategia de enseñanza planeación de la clase, se puede decir en general que el profesor Edgar realiza al menos dos acciones solicitadas institucionalmente, la planeación desarrollada (anexo 3) y las secuencias didácticas (anexo 4). Además se observó que prepara su clase, realiza acciones que no necesariamente están escritas en sus planeaciones institucionales. De las sesiones observadas se puede decir que el profesor gestiona su clase de manera estructurada, esto es, empieza dictando el tema, después resuelve ejemplos y finalmente los alumnos tienen que resolver ejercicios. A partir de esto puede haber evidencia de la manifestación de conocimientos que tienen que ver con los subdominios: Conocimiento del Contenido y Enseñanza y Conocimiento Curricular.

Cabe señalar que en las planeaciones institucionales el profesor hace mención del uso de algunas Tecnologías Digitales, específicamente para el tema de métodos de integración, como videos de YouTube, khanacademy, thatquiz y el blog de la materia que él mismo desarrolló. Se observó que en las prácticas estás TD no están todas presentes en términos de la estrategia de enseñanza, es decir, durante la clase no se utilizan en contraste con lo que dicen las planeaciones institucionales.

Lo anterior confirma lo que dice Davis (2014), respecto a que el conocimiento del profesor es "puesto en acción (*to be enacted*) e implícito" (p. 155). De no haber observado las acciones del profesor para gestionar sus clases, no se hubiera podido dar cuenta de la discrepancia entre la planeación institucional y la estrategia de enseñanza que tiene que ver con la planeación de la clase; donde lo más relevante es el uso que Edgar da a las TD fuera del aula. Esta acción de dejar que los alumnos usen fuera del aula las TD podría ser evidencia del Conocimiento del Contenido y Estudiantes. Lo anterior también se manifiesta en la manera en la que el profesor evalúa esta parte del curso, usando TD específicas para esta acción.

Respecto al rol otorgado a los estudiantes, se puede decir que las acciones del profesor en su mayoría están dirigidas a que los estudiantes sigan las instrucciones que él les da, sin embargo, el rol de los estudiantes es libre respecto a la forma de trabajo en clase, es decir, que son los mismos estudiantes los que deciden cómo trabajar en cada sesión, ya sea de manera individual o en grupos. De la misma manera, el rol de los estudiantes que el profesor otorga respecto al uso de la tecnología en las clases es libre, es decir, los estudiantes deciden si utilizan las TD para realizar las actividades correspondientes a la sesión. Estas acciones pueden considerarse como manifestación de los Conocimientos del Contenido y Enseñanza del profesor. La gestión de sus clases y las decisiones que él toma respecto al rol de sus estudiantes tienen que ver con la estrategia de enseñanza de la planeación, pues al profesor le interesa mantener la estructura que planeó para cada sesión.

Por otro lado, se puede decir que este trabajo ha mostrado evidencia de que la incorporación de Tecnologías Digitales a los salones de clases generan cambios en las prácticas matemáticas como lo sugieren Pierce y Stacey (2004), como se observó en la sesión del 18 de noviembre en la que Edgar propone usar la aplicación mathematics para que los alumnos realicen las gráficas, las cuales son un paso intermedio para resolver las integrales. Con lo cual también se aporta evidencia a lo que McFarlane, Williams y Bonnett (2000) afirman, esto es, que el profesor es central para proveer condiciones que ayuden a los estudiantes a su comprensión matemática con el uso de estas herramientas. Las acciones que el profesor realizó se pudieron observar como parte de la estrategia de enseñanza que tiene que ver con el rol de la tecnología, y pueden considerarse como manifestación de sus conocimientos matemáticos y tecnológicos para la enseñanza.

A pesar de que estos conocimientos matemáticos y tecnológicos no forman parte del modelo del MKT sí se puede decir que tienen que ver con el Conocimiento del Contenido y de los Estudiantes.

Así pues se da cuenta de los Conocimientos Matemáticos para la Enseñanza de un profesor de bachillerato puestos en acción a través de sus estrategias de enseñanza durante sus prácticas docentes, como se planteó en el objetivo.

A su vez, podemos afirmar que el estudio realizado cumple a cabalidad con lo que propone Filloy (1999) respecto al MTL, esto es, es local porque sin pretender ser una teoría con un carácter universal ni replicable a cualquier fenómeno educativo, sirve para explicar fenómenos sobre la base de un análisis fenomenológico.

En este sentido, se puede concluir que se da cuenta de los conocimientos didácticos del contenido matemático que pone en acción un profesor de bachillerato durante sus prácticas docentes por medio de sus estrategias de enseñanza.

Desde el punto de vista del psicólogo educativo se puede decir que a partir de la elaboración de este trabajo, se pueden fortalecer los vínculos entre las ciencias de la educación y la psicología como propone Mialaret (1999), pues se tiene una mirada interdisciplinar que permite encontrar aquellos factores que determinan ciertas peculiaridades en la vida académica de un estudiante, un docente, e incluso del currículum que se imparte (Hernández G. y Díaz Barriga F., 2013).

Los profesores están en constante formación, rescatar lo que sucede en sus aulas al momento de impartir las clases es de vital relevancia. Desde la parte institucional se producen diversos materiales que si bien rescatan algunas situaciones descuidan otras, por ejemplo, incorporar tecnologías al aula como herramientas de infraestructura (cañones, computadoras y demás). Al parecer, desde la perspectiva institucional se toma poco en cuenta la experiencia de los profesores, valdría la pena acompañar todo este proceso para así traer consigo una postura interdisciplinar que involucre a la psicología educativa.

Finalmente, del análisis realizado surgen cuestiones que hace falta indagar, por ejemplo, la componente tecnológica en el modelo del MKT, es decir, se encontró evidencia que manifiesta conocimientos sobre la tecnología y la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que no están contemplados en el modelo, pero que pudieron ser observados durante las clases de Edgar.

Además hace falta indagar sobre el impacto del uso de las Tecnologías Digitales fuera del aula, como parte de la evaluación, y sobre cómo impacta al conocimiento matemático (aprendizaje de los temas) de los estudiantes.

Profundizar en los conocimientos matemáticos para la enseñanza, en el impacto de las TD en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el realizar estudios que den cuenta de lo que pasa en el aula puede tener implicaciones en la formación de profesores y práctica profesional, así como, en contenido curricular. Por lo cual resulta importante que los profesionales de la psicología educativa se interesen en estos temas.

VII. Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 389-407.

Bertely, M. (2000). Construcción de un objeto etnográfico en educación. En Autor, *Conociendo nuestras escuelas* (pp. 63-93). Barcelona: Paidós.

Centro de Estudios Técnico Industrial y de Servicios, No. 13 (2015-2016). *Resumen ejecutivo del informe de actividades y rendición de cuentas del ciclo escolar 2015-2016*. Recuperado de: http://www.cetis13.edu.mx.

Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Carrillo, J., Liñan, M., Muñoz, M. y León F. (2016). Construcción de conocimientos sobre características de aprendizaje de las matemáticas a través del análisis de videos. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *9*, 85-103.

Davis, B. (2014). Teachers'-mathematics-knowledge-building communities. Qué, cómo y por qué: una conversación internacional sobre el aprendizaje de profesores de matemáticas. En Solares, Preciado y Francis (Ed.): *What, How and Why: An international conversation on mathematics teacher learning.* (pp. 147-166). México: Universidad Pedagógica Nacional /Universidad de Calgary, Canadá.

Escudero, D., Carrillo, J., Flores, E., Climent., N., Contreras, L., Motes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA, 10*(1), 53-77.

Filloy, E. (1999). Aspectos teóricos del álgebra educativa. En autor, *Serie Investigación en matemática educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Filloy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 327-342.

Gobierno de la República, (2013). *Plan Nacional de Desarrollo*. Recuperado de: www.snieg.mx/contenidos/espanol/normatividad/MarcoJuridico/PND_2013-2018.pdf.

Hernández Rojas, G. y Díaz Barriga, F. (2013). Una mirada psicoeducativa al aprendizaje: Qué sabemos y hacia dónde vamos. *Sinéctica, revista electrónica de educación*, 1-19.

Mialaret, G. (1999). Ensayo de definición. En Autor, *Psicología de la educación*, (pp. 7-21). México: Siglo XXI.

Miles, M. B. y Huberman, A. M. (1984). Qualitative data analysis: An expanded sourcebook, London: Sage.

Muñoz, M., Contreras, L., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. y Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La gaceta de la RSME*, *18*(3), 1801-1817.

Pierce, R. & Stacey, K. (2004). A Framework for Monitoring Progress and Planning Teaching Towards the Effective Use of Computer Algebra Systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9*, 59-93.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En Ángel Gutiérrez y Paolo Boero, *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education,* (pp.461-495). United Kingdom: Sense Publishers.

Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA, 2012). *Resultados México*. Recuperado de: https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf.

Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA, 2015). *Resultados México*. Recuperado de: https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf.

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research, 75*(2), 211-246.

Robert, A., & Rogalski, J. (2005). A Cross-Analysis of the Mathematics Teacher's Activity. An example in a french 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics, 56*, 269–298.

Sandoval, I., Solares, A. & García-Campos, M. (2017). Conocimientos matemáticos de profesores y prácticas de enseñanza con tecnología. Un caso en álgebra escolar. En *Proceedings of the North American Chapter of the Internatioal Group for the Psychology of Mathematics Education PMENA 37*.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Plan de estudios. Educación Básica.* Recuperado de: https://www.gob.mx/sep/documentos/plan-de-estudios-educacion-basica-en-mexico-2011

Secretaría de Educación Pública (2011). *Programa de estudios. Guía para la educadora. Educación Básica Preescolar*. Recuperado de: https://www.gob.mx/sep/acciones-y-programas/educacion-preescolar

Secretaría de Educación Pública, (2009). *Plan de estudios de la licenciatura en psicología educativa*. Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de: http://www.upn.mx/index.php/estudiar-en-la-upn/preguntas-frecuentes/18-estudiar-en-la-upn/94-psicologia-educativa-plan-2009.

Secretaría de Educación Pública, (2013). *Plan de estudios de la especialidad en preparación de alimentos y bebidas*. Recuperado de: http://www.dgeti.sep.gob.mx/images/multimediaDgeti/OfertaEducativaPlanteles/CarrerasEspecialidades/planesEstudio/333508001-13.pdf.

Secretaría de Educación Pública, (2016). *Resultados del plan nacional para la evaluación de los aprendizajes (PLANEA).* Recuperado de: http://planea.sep.gob.mx/ba/informe_de_resultados_2016/.

Shulman, L. S. (1986). Paradigms and research programs for the study of teaching. En M. C. Wittrock (ed.). *Handbook of Research on Teaching. Macmillan,* (pp. 3-36). Nueva York.

Stake, R. (1998). Investigación con estudios de casos. España: Madrid: Ediciones Morata, S. L.

Sosa, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos.* Memoria para optar por el grado de doctora. Universidad de Huelva, España.

Sosa, L., Flores, E. y Carrillo, J. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *Educación Matemática, 28(*2), 151-174.

Szőke-Milinte, E. (2013). Didactic teaching strategies for successful. En autor, *Didactic Teaching Strategie*s, (pp. 49-58).

Zakaryan, D. y Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. *SP, 24(*3), 301-321.

VIII. Anexos

Anexo 1. Diario de campo profesor de cálculo integral.

Fecha: 30/09/16 Escuela: CETIS No. 13 “Sor Juana Inés de la Cruz” Maestro: Luis Edgar Grado y Asignatura: 5 “Cálculo Integral” Tiempo de observación: 15:00 – 17:30 Observador: JAldairMR	
Hora	Inscripción
15:20-15:35	El docente dicta el tema “Derivadas trigonométricas” al salón de clases, los estudiantes siguen platicando. Dicta brevemente el tema, explica el tipo de variable “u”, explica la definición, sus partes, aplicaciones y formula. Pide formulario. Posteriormente desarrolla un ejemplo, donde explica cómo realizar el procedimiento de la integral. Cuando termina de explicar, presta atención a los estudiantes más cercanos en tanto espacio, los chicos de hasta adelante Pregunta al grupo si entendió El grupo responde sí Pide que se copie el ejemplo Pregunta al grupo si tienen duda alguna después de explicar el ejemplo El grupo responde no El profesor sugiere hacer uso de lo que ya saben. Después explica otro ejemplo, para despejar y después hacer uso de la forma Pide que se copie Se levanta una mano Se atiende la duda En el transcurso de los ejemplos, los estudiantes utilizan la calculadora para hacer operaciones aritméticas, como sumas, restas, multiplicaciones y divisiones
15:37-15:52	El profesor plantea un ejemplo, explica y resuelve, pregunta particularidades, como el despeje, explica y resuelve, esto es igual a … Así de fácil, menciona el docente Atiende dudas de forma personal en el escritorio durante la pauta para copiar el ejemplo Atiende a varios alumnos que levanta sus manos Después desarrolla 4 ejemplos de forma similar a los anteriores, partiendo de una hoja impresa, también solicita hacer uso de ejercicios planteados previamente en la plataforma, los estudiantes sacan hojas impresas con los ejercicios Enseña 4 ejemplos, mismos que transcribe de su hoja impresa propia Escribe el ejercicio y pregunta sus componentes Explica cómo hacer el ejercicio y después como aplicar la formula Simplificar Resultado, copien el ejemplo Si o no, pregunta dudas Se levanta una mano, hay una duda Se atiende la duda Da una pauta para resolver dudas de forma personal.
15:52-16:07	Solicita una actividad. ¿Cuál actividad? Da tiempo para realizar la actividad “Comenzamos a trabajar la primer actividad”.

	Una estudiante se acerca y el profesor le dice algo, le responde y se retira a su lugar. El profesor se retira del aula. Regresa y se siente en un escritorio, ubicado al frente de los estudiantes en la esquina derecha del salón de clases. Regresa una estudiante le dice algo, le pregunta y el profesor responde. Algunos estudiantes se levantan y hacen fila a un costado de del escritorio, el profesor los atiende.
16:08-16:23	Un grupo de tres personas se acercan con el profesor y el, les atiende. Siguen acercándose los estudiantes al docente en su escritorio, el profesor atiende. El profesor se levanta de su silla y atiende a los estudiantes en sus lugares. Algunos estudiantes, se levantan y piden algo al profesor, él presta atención, después escribe en el pizarrón. El profesor pregunta, responden algunos estudiantes.
16:23-16:38	Se siguen acercando los estudiantes al profesor, él explica en el pizarrón a quienes preguntan. Da y brinda atención a cada estudiante. Comienza a utilizar su computadora, sigue prestando atención a los estudiantes que se le acercan y tienen un dialogo. Pasa lista con un computador que traía en sus manos al entrar al salón de clases. Responden los estudiantes al escuchar su nombre.
16:38-16-53	El docente atiende al alumnado en su escritorio.
16:53-17:08	El profesor sigue atendiendo a sus estudiantes en el escritorio, se logran observar diálogos entre el docente y los estudiantes.
17:08-17:23	El profesor atiende dudas en el escritorio.
17:23-17:30	El profesor atiende dudas en el escritorio. Da indicaciones de firmar. Termina y pide traer impresa la actividad 2. Finaliza la clase.

Anexo 2. ACTIVIDAD_2_E2.

CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLOGICOS Industrial y de Servicios N° 13
"Sor Juana Inés de la Cruz"
CALCULO INTEGRAL

ACTIVIDAD_2_E2
PROF. LUIS EDGAR FLORES LEON

Alumno:____Grupo:______Especialidad:_________

Resolver las siguientes integrales por el método de sustitución.

$$1.\int \frac{x^2 - x}{x+1}\, dx$$

$$2.\int \left(sen^2 3x \cos 3x\right) dx$$

$$3.\int \frac{\ln^2 x - 3}{x}\, dx$$

$$4.\int \frac{dx}{(12x-1)^4}$$

$$5.\int x(5x-4)^{10}\, dx$$

$$6.\int \frac{e^{1/x}}{x^2}\, dx$$

$$7.\int \frac{2x^3 + 3x}{\sqrt{x^4 + 3x^2 - 2}}\, dx$$

$$8.\int \frac{1}{x^3}\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}\, dx$$

$$9.\int \frac{senx}{1 - \cos x}\, dx$$

$$10.\int \left(e^{2x} + 2\right)^8 e^{2x}\, dx$$

$$11.\int \left(e^x + e^{-x}\right)^2 dx$$

Anexo 3. Plan desarrollado de la clase de cálculo integral.

11	07 - 11 Nov	1	1.Introducción a las Integral. 2. Reglas de Integración	1. Resolver Problemas y realiza actividades propuestos por el profesor de forma individual y (PE), por el que su solución sea mediante formulas de integral directa . 2. Consultar video en You Tube: https://www.youtube.com/watch?v=5K6NBbsAC_o https://www.youtube.com/watch?v=yhJkqKpys_U	1.Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consiente de sus valores fortalezas y debilidades. 2. Analiza problemas y propone métodos aprendidos para dar solución y desarrollar ideas de manera individual y en equipo, definiendo pasos específicos y sintetizando resultados en lengaje matemático. 3. Articula saberes,destrezas de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida **cotidiana**.	Los alumnos entregaran problemario con procedimiento desarrollado, tareas, cuaderno, participaciones.
		2	3. Integral Directa. 4. Integrales directas con funciones algebraicas y trigonometricas.			
		1	Actividad Construye-T Ver Anexo 9, SD - 3			
12	14 - 18 Nov	2	5.Integral Definida y teorema fundamental del calculo.	1. Conceptos y resolver problemas y realiza actividades propuestos por el profesor que contengan integrales Definidas. 2. Consultar video en You Tube:https://www.youtube.com/watch?v=XC-KKtyTUrE https://www.youtube.com/watch?v=PZ4NF4OUg7w https://www.youtube.com/watch?v=VdDIyJ7dYb4		
		2	6. Integración de funciones algebraicas,trigonometricas, exponenciales y logaritmicas con el metodo de Integración definida.			
		1	Actividad Construye-T Ver Anexo 10, SD - 3			
13	21 - 25 Nov	2	7. Integral por Cambio de Variable.	1. Resolver problemas y realiza actividades propuestas por el profesor, por el metodo de Cambio de Variable (sustitución). 2. Consultar video en You Tube: https://www.youtube.com/watch?v=sho7M5y-rLk https://www.youtube.com/watch?v=kyrELTTeFdM		
		3	8. Integración de funciones algebraicas,trigonometricas exponenciales y logaritmicas, por cambio de variable.			

			Actividad Construye-T Ver Anexo 11, SD - 3			
14	**28 Nov - 02 Dic**	**2**	9. Integral por Partes	1. Resolver problemas y realiza actividades propuestas por el profesor de integración por partes. 2. Consultar video en You Tube: https://www.youtube.com/watch?v=R7S035SBuRs https://www.youtube.com/watch?v=CavjhBTYma8		
		2	6. Integración de funciones algebraicas,trigonometricas, exponenciales y logaritmicas, por partes.			
		1	Actividad Construye-T Ver Anexo 12, SD - 3			
15	**05 - 09 Dic**	**5**	**Evaluacion Tercer Parcial**			PRUEBA OBJETIVA ESCRITA Y EN LINEA www.thatquiz.org

Nota: el plan desarrollado se integra a este documento tal cual como lo proporcionó el profesor.

Anexo 4. Secuencia didáctica de la clase de cálculo integral.

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

sems

SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

INSTRUMENTO DE REGISTRO PARA LA SECUENCIA DIDÁCTICA[1]

<table>
<tr><th colspan="10">A) IDENTIFICACIÓN (1)</th></tr>
<tr><td>Institución:</td><td colspan="9">DGETI</td></tr>
<tr><td>Plantel:</td><td colspan="5">CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS, industrial y de servicios, núm. 13</td><td>Profesor(es):</td><td colspan="3">LUIS EDGAR FLORES LEON
EVA ESTRELLA SIERRA MENDOZA</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Asignatura/
Módulo
Submódulo:
_____</td><td rowspan="2">CALCULO INTEGRAL</td><td rowspan="2">Semestre:</td><td rowspan="2">5o.</td><td rowspan="2">Carrera:</td><td rowspan="2">Bachillerato en Alimentos y bebidas, Contabilidad y Hospedaje.</td><td>Periodo de aplicación:</td><td>Agosto 2016 - Enero 2017</td><td rowspan="2">Fecha:</td><td rowspan="2">Del 07 de Noviembre al 09 Diciembre de 2016.</td></tr>
<tr><td>Duración en horas:</td><td>5hrs/sem</td></tr>
<tr><th colspan="10">B) INTENCIONES FORMATIVAS</th></tr>
<tr><td colspan="10">Propósito de la secuencia didáctica por Asignatura o Competencia Profesional del Módulo: (1)
Adquirir conocimientos y conceptos matemáticos y aplicar estos en situaciones reales permitan desarrollar habilidades, de pensamientos y destreza, utilizandas con sentido critico, tecnológicos, que constituyan una ayuda para el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas.</td></tr>
<tr><td>Tema integrador: (1)</td><td>Areas</td><td colspan="5">Otras asignaturas, módulos o submódulos que trabajan el tema integrador: (1)</td><td colspan="3">• Fisica</td></tr>
</table>

		Asignaturas, módulos y/o submódulos con los que se relaciona: (1)	Fisica, Comunicación, CTS y V

Categorías: (2)

Espacio (X)	Energía ( )	Diversidad ( )	Tiempo (X)	Materia (X)

Contenidos fácticos: (2)

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- Sumas de Riemann
- Integral definida
- Integral indefinida
- Metodos de integración
- Teorema fundamental del calculo

Conceptos Fundamentales:	Conceptos Subsidiarios:
La integral, formulas de integraciòn, integral definida, tecnicas de integraciòn y aproximaciòn de areas.	Comprender y relacionar el concepto de integral con situaciones de la vida real.

Contenidos procedimentales: (2)

Localizar, interpretar, Obtener, Deducir, Comparar, Desarrollar, Imaginar, Clasificar, Resolver, Demostrar y Aplicar, el conocimiento matemático a situaciones reales y comunes en la vida diaria

Contenidos actitudinales: (2)

Generar el interés y la necesidad de que los estudiantes sean solidarios en la aplicación de métodos matemáticos que le permitan resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

Contenidos en competencias profesionales: (3)

Reconocer y valorar la utilidad de las matemáticas en nuestra vida diaria, así como la aplicación de esta en situaciones comunes y extraordinarias, además de reconocer la utilidad de esta en el desarrollo del pensamiento lógico necesario para realizar y resolver actividades en otras disciplinas.

Competencias genéricas y atributos: (1)
1.Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue. 2.Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades. 3.Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones. 4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas. • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas. • Maneja las tecnologías de la información y comunicación para obtener información y expresar ideas. 5.Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. 6.Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. 7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida. • Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento. • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos. • Propone manera de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso en acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera que los de otras personas de manera reflexiva.
Competencias disciplinares: (1)
1. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques. 2. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. 3. Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático. 4. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. 5. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

C) ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE (1)				
Apertura				
Actividades	Competencia(s)		Producto(s) de Aprendizaje	Evaluación
	Genérica(s) y sus	Disciplinar(es)		

	atributos			
Analizar concpeto de notaciòn sumatoria.	Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consiente de sus valores fortalezas y debilidades. Propone manera de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso en acción con pasos específicos.	Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.	Los alumnos entregaran serie de problemas	Entrega de serie de ejercicios.
Definir intgral indefinida.				
Analizar integraciòn por cambio de variable.				
Analizar el teorema fundamental del calculo.				
Analizar el area bajo la curva.				
Desarrollo				
Actividades	**Competencia(s)**		**Producto(s) de Aprendizaje**	**Evaluación**
	Genérica(s) y sus atributos	**Disciplinar(es)**		
Verificar las propieades de la sumatoria.	Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades. Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.	Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.	Los alumnos entregaran serie de problemas	Actividades señaladas en el blog: matematicaintegralcetis13-2016.blogspot.mx
Resolver problemas que contengan integrales definidas.				
Resolver integrales mediante el metodo de cambio de variable.				
Determinar el area bajo la curva y entre curvas.				
Actividades Costruye-T (Ver anexos: 9 - 12)				
Cierre				
Actividades	**Competencia(s)**		**Producto(s) de Aprendizaje**	**Evaluación**
	Genérica(s) y sus atributos	**Disciplinar(es)**		

Resolverán forma individual los problemas propuestos por el profesor.	Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas	Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques. Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos analíticos y variaciónales, mediante el lenguaje verbal y matemático.	Respuestas de solución a los diversos problemas planteados y serie de ejercicios	Evaluación escrita y en linea www.thatquiz.org
Resolver en equipo los problemas propuestos por el profesor y las actividades de aprendizaje.	Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo definiendo un curso de acción con pasos específicos.			

D) RECURSOS		
Equipo	**Material**	**Fuentes de información**
Calculadora científica	Cuaderno de apuntes.	**EL CALCULO POURCELL Edit. Pritice Hall**
Hojas de rotafolio	Cuaderno de trabajo (alumnos)	
Pizarrón y plumones		**EL CALCULO LEITHOLD Edit. OXFORD UNIVERSITY PRESS**
Cañon		**Uso de las TIC en Investigaciòn y desarrollo de productos y evidencias**

E) VALIDACIÓN		
Elabora: **Profesor(es)** ING. EVA ESTRELLA SIERRA MENDOZA	**Recibe:** LIC. GLORIA IVETT ROSILLO DIAZ	**Avala:** ING. LUIS EDGAR FLORES LEON

Nota: la secuencia didáctica se integra a este documento tal cual como lo proporcionó el profesor.

Anexo 5. Transcripción de videograbación: Sesión 4 de noviembre.

Profesor: en este tercer parcial hay varias cosas que tenemos que platicar para que evaluemos la parte final, ok. Entonces vayan anotando cómo vamos a trabajar en este tercer parcial. A ver pongan atención. Vamos a seguir trabajando khanacademy. A ver, ahora como lo vamos a manejar, fíjense bien, ahora ya no va a haber un puntaje en el blog de la materia, de hecho ya está publicados cuatro videos.
Alumno: así yo ya los vi.
Profesor: y una actividad, de acuerdo. Tienen que ingresar a ver esos videos y realizar una actividad, cada semana yo les voy a estar publicando entre cinco y seis videos junto con actividades, Sale. Entonces el número de videos con las actividades que se junten van a equivaler al trabajo de la serie, sale.
Profesor: Si se entiende.
Alumnos: Si, no.
Alumna: Podría repetir.
Profesor: En lugar de la serie, vamos a trabajar khanacademy, en lugar de la serie, ¿sí?
Alumnos: A no.
Profesor: Ósea, hay que revisar el blog diario, si, entons no se les olvide que en el link cuando ustedes entran directamente van a entrar al video, antes de empezar a verlo hay que abrir su cuenta para que se registren los puntos o se registra que v iste ese video o que hiciste la actividad porque si no lo haces, no se registra la actividad. Si queda claro, si? Alguna duda de esto. No.
Alumnos: no.
Profesor: la otra parte muy importante va a ser el portafolio de evidencias.
Alumno: yo tengo una duda profe.
Profesor: voy, dígame. ¿Qué paso?
Alumna: inaudible
Profesor: voy a subir los bloques cada semana de cinco a seis videos
Alumna: y solo una actividad
Profesor: va a hacer de una a dos actividades por semana
Alumnos: a, no, Aaaa.
Profesor: de una a dos, sí.
Alumnos: inaudible
Profesor: bien, el portafolio de evidencias, el portafolio de evidencias, es electrónico, en formato de powerpoint o pdf, sale, y va desde el primer parcial hasta el tercer parcial ok. Que tienen que hacer o quien ya lo ha empezado a hacer a través de sus parciales pues es tomarle foto es escanear como ustedes gusten todo lo que ustedes tengan desde el primer día hasta el último día de clases todas esas fotografías las vas a acomodar en una presentación de power point si, o bien si lo quieres hacer en word, lo puedes hacer, pero lo guardas como archivo pdf, porque si no lo guardas así en pdf va a ocupar mucho espacio y no lo vas a poder mandar por correo electrónico, sale.
Alumno: este por ejemplo los ejercicios le tomamos la foto donde venga la firma de usted o tiene que ser todo.
Profesor: todo, tiene que ser todo.
Alumno: todo.
Profesor: donde venga la firma, donde estén los procedimientos, tiene que estar todos los ejercicios.
Alumno: inaudible
Profesor: este archivo ya en el blog están las instrucciones y el correo al cual lo tienen que mandar, ya está, la fecha de entrega va a hacer el primero de diciembre.
Alumno: se lo podemos mandar antes.
Profesor: si lo tienen antes lo pueden mandar.
Alumnos: cuchicheos inaudibles.
Profesor: vale, bien. Queda claro.
Alumnos: sí.
Profesor: máximo primero de diciembre ya para el seis tengo que tener las calificaciones de todos del tercer parcial, sale, por favor, dudas de esto.
Alumno: cuánto vale.
Profesor: ah esto vale 10.
Alumnos: eee lo de khanacademy es parte de heee.
Profesor: de la evaluación y está.
Profesor: dudas, no hay dudas.

Alumnos: inaudible.
Profesor: queda claro.
Alumnos: maestro eso se lo puedo mandar por power point.
Profesor: sí, dudas, no hay dudas. Bueno esa es la parte.
Profesor: vamos a comenzar con la parte del tema que nos corresponde hoy.
Alumnos: no.
Alumnos: no lo borre.
Profesor: de título le ponemos métodos de integración como subtítulo le ponemos integral por sustitución.
Alumnos: como.
Profesor: integral por sustitución, integral por sustitución. Este método, de integración también se conoce como cambio de variable, el cual consiste en encontrar la primitiva de la función a integrar, mediante la variable auxiliar u. es decir se debe de hacer el cambio de la función en términos de x a términos de la variable u. punto y parte y anotamos ese ejemplo de una vez.
Profesor: listos, anotamos esto.
Alumnos: no, todavía no.
Profesor: listos, ya está.
Profesor: una vez que se realiza el cambio de la variable se procede a resolver la integral, aplicando las formulas básicas de integración de integración coma finalmente el resultado se debe expresar en términos de la variable x punto y aparte para definir u en una integral se debe buscar la función dentro de otra función sale punto a ver fíjense bien, en este método para integrar se aplica la derivada de acuerdo y vamos a aplicar las formulas básicas que hemos usado para integrar cuando teníamos integral que teníamos nada más la raíz de x que es lo que hacíamos.
Alumnos: la pasábamos a fracción.
Profesor: la pasábamos a fracción a un medio y luego que hacíamos.
Alumno: inaudible.
Profesor: la invertida le sumaba uno si, y lo que resultaba lo divida lo acomodaba y lo reducía y ahora aquí por ejemplo ya cambia porque ya tengo tres x entonces es diferente ya no puedo enfriarlo de la misma manera entonces este tipo de integrales se resuelve mediante este método que es el cambio de variables en otras palabras este cambio de variables es prácticamente un cambio de letras, tú vas a tener tu función en términos de x de acuerdo después la vas a cambiar en términos de u y en términos de u vas a resolver esa integral.
Alumno: ósea ya con x.
Profesor: o no ya no con x sino con u, ya cuando tengamos el resultado de esta integral lo volvemos a cambiar a términos de x sí. Primero tienes la letra x luego cambias a la letra u y finalmente lo el resultado lo expresas en x ese es el procedimiento de acuerdo, si queda claro, nuevamente x u y x siempre es así por este método sale ahora cual es el detalle de este método identificar a esta variable u cómo voy a saber de esta función cual es u es muy fácil por eso dice el apunte se tiene que identificar la función de la función o la función que está dentro de otra función en este caso tengo un ejemplo algebraico la raíz como tal es una función si y en tres equis es otra función entonces cual está dentro de cual tres equis está dentro de la función entonces ese va a ser el valor de u si queda claro.
Alumno: sí.
Profesor: cuando tengo una función trigonométrica, logarítmica o exponencial pues es más fácil identificarla porque la función trigonométrica es la primera y lo que está a lado es la función hay no hay tanto problema el detalle esta en este tipo de ejercicios sale. Entonces vamos a identificar u primero, tenemos que u, vamos a hacer con rojo, u es tres x después qué vas hacer vas a dividir la derivada de u, ojo derivada voy a derivar tres equis que nos da tres y lo vas a oponer siempre después de la derivada de x sale. Lo estamos dejando respecto a x el valor de u siempre se pone de dx, sale, vamos bien hasta ahí.
Alumnos: sí.
Profesor: ahora después de esto tienes que observar tu integral, ya tienes u tienes este tres y tienes este dx de que se trata esto el du te tiene que dar como resultado lo que te sobra de la integral lo que no hemos usado. Sí. Termina video dos. Es este tres x la raíz ya la use porque es la primera función la función original este dx ya lo tienes aquí entonces ya tienes todas las partes de esta función en la derivada pero que te estorba aquí.
Alumnos: inaudible.
Profesor: no, no, no este es este que te estorba.
Alumnos: tres.
Profesor: el tres, entonces que vamos a hacer lo vamos a despejar este tres multiplica como pasa.
Alumno: dividiendo.

Profesor: dividiendo entonces va hacer du sobre tres es igual al dx si, entons ya tienes este dx que es este y dx que es este, ahora viene el cambio de la variable el cambio de u. Vamos a ver vamos hacer esto paso la integral la función original es la raíz después voy aponer esta parte pero esta parte es u y el dx se convirtió en quién.
Alumnos: cuchicheos.
Profesor: exacto en du sobre tres, vamos bien.
Alumnos: no.
Profesor: Bueno va de nuevo. La función original es la raíz ahí está el tres x se convierte en u, el dx se convirtió en du sobre tres ya está el cambio de variable esta x esta u resuelvo u y luego paso a x sale vamos a resolver a hora esta partecita, saquen sus formularios, por favor en sus formularios debe de venir esta fórmula.
Alumnos: cuál es profe.
Profesor: véanla búsquenla, donde va la n, u a la n es igual a la n más uno. Si se fijan viene siendo la misma fórmula que usábamos, sale, ahora nos olvidamos un poquito de esta parte y nos enfocamos aquí sí, para integrar esto que tengo que hacer esta parte, la pura integral.
Alumnos: inaudible.
Profesor: no, no, no para integrar, vamos a integrar esta parte como lo pongo esto va a quedar la integral de u a la un medio de un medio de u sobre tres ahora están de acuerdo, entonces se convierte en un tercio es un constante que pasa con las constantes las sacas de la integral entonces te queda, un tercio de la integral de u a la un medio du, sale, y ahora vamos a integrar este de acuerdo a la formula, que simplemente le sumo uno tres medios sobre qué.
Alumnos: tres medios
Profesor: sobre qué.
Al. Tres medios.
Profesor: exacto entonces u sobre tres medios sobre tres medios más quien.
Alumnos: tres.
Profesor: no ya está ahí, más c, la constante de integración ese es el resultado ahora vamos a acomodar.
Profesor: vamos a invertir este, invirtiendo esta parte de aquí quedan dos tercios por un tercio cuanto es, no.
Alumnos: inaudible.
Profesor: dos tercios.
Alumno: a si es cierto.
Profesor: pasando la raíz a como queda.
Alumnos: inaudible.
Profesor: ese es el resultado, el último paso pasarlo otra vez a x. Cuánto vale teres equis al cubo lo puedo simplificar cuanto da.
Alumnos: 27.
Profesor: 27 x al cubo y es el resultado ssss, que pasa. Si queda claro, si se entendió, entonces deben de poner mucha atención.
Alumnos: cuchicheos, discursos inaudible.
Profesor: esto elevado al cubo x al cubo es x cubica.
Alumnos: inaudible.
Profesor: si para hacer el cambio, primero ubicas u para los dos y luego si esta partecita es.
Alumnos: inaudible.
Profesor: vamos a ver otra. Puedo borrar.
Alumnos: ya.
Profesor: la integral en el caso se le llama primitiva porque aquí básicamente estamos encontrando la función de la función pero bueno sería un problema cambiar de término por costumbre se le llama integral, pero estamos encontrando primitivas. Lo contrario a la regla de la cadena. Bien bueno, vamos a borrar acá.
Alumnos: no.
Profesor: vamos a ver acá en esta división cual sería u.
Alumnos: inaudible.
Profesor: aquí también se vale tantito la prueba y el error, si, cual sería u.
Alumnos: inaudible.
Profesor: a ver dicen que u es dos x si yo derivo u cuanto te da pues esto como que no tiene cabida con esto y con esto entonces no puede ser u.
Alumnos: cuchicheos.
Profesor: va de nuevo u es igual a cuatro equis cuadrada menos uno entonces la derivada de cuánto te da.
Alumno: ocho x.

Profesor: ocho, que me da aquí.
Alumnos: x.
Profesor: ahora fíjense bien aquí ya tienes dx pero qué te falta aquí el dos equis, vamos a usar el álgebra, aquí como yo tengo un 8 lo puedo factorizar y va a quedar du es igual yo necesito aquí adentro el dos x que pongo acá afuera cuatro dx ya tengo este que es este este que es este que me estorba, el cuatro que como pasa dividiendo du sobre cuatro es igual a dos x y ya tengo todos los términos ahora vamos a hacer el cambio a ver quedo dos x de u. Du sobre cuatro y abajo tengo u sale aquí a lado del du de uno puedo sacar una constante como queda un cuarto de la integral de du sobre u y esto es una formula cuanto me da du sobre u.
Alumnos: cuchicheos.
Profesor: du sobre u búsquenlo.
Alumnos y profesor: logaritmo de valor absoluto más c.
Profesor: un cuarto de logaritmo natural del valor absoluto más c sale ahí está el resultado solo hay que pasarlo a términos de x nada mas no como queda un cuarto de logaritmo, cuánto vale u.
Alumnos: cuatro equis al cuadrado.
Profesor: cuatro equis al cuadrado más c y ese es el resultado de esta integral.
Alumnos: inaudible.
Profesor: el detalle está aquí sale sí o no.
Alumnos: sí.
Profesor: sssssshh a ver vamos a hacer otra integral ahí está más fácil no.
Alumnos: cuchicheos.
Profesor: listos a esta más fácil obviamente cuales son todo es fácil. cuál es u de aquí, aquí lo puedo separar de acuerdo aquí tengo un uno como quedaría esto uno sobre la raíz de tres por equis cuadrado al derivarlo cuanto te da al derivar u cuanto te da a ver esta es constante esto se pone igual dos equis dx vamos bien aquí vamos bien.
Alumnos: sí.
Profesor: eso se convierte en dos equis sobre raíz de tres dx ahora fíjense bien todo esto es u esta es la función original el diferencial aquí está que te estorba.
Alumnos: la raíz y la división.
Profesor: esto estorba entonces lo tengo que despejar de acuerdo, si este divide como pasa acá.
Alumnos: multiplicando.
Profesor: y si este multiplica como pasa.
Alumnos: dividiendo.
Profesor: entonces va a ser la raíz de tres sobre du es igual a dx sale ahora hago el cambio de variable que va a ser la integral del seno de todo esto, pero todo esto es quien todo eso por la raíz de tres sobre dos equis du obviamente esta es una constante que vamos a hacer con ella la sacas de la integral queda raíz de tres sobre dos equis de la integral del seno de u du.
Alumna: yo tengo una duda.
Profesor: dígame.
Alumna: porque aquí cambio.
Profesor: si divide ahí como pasa acá si multiplica pasa dividendo y luego la integral menos el coseno de u entonces va a quedar menos la raíz de tres dos equis coseno de u más c. ahí terminamos simplemente hay que cambiar la letra u por lo que vale x entons va a hacer menos por lo que va de u qué es esto más esa es la integral que tenemos aquí sale, sale, vale. Vamos pasito a pasito, dudas.
Alumnos: pereme, desde el principio, todo.
Profesor: más o menos.
Alumnos: sí.
Profesor: bueno.

Anexo 6. Primera observación: 04 de noviembre de 2016.

Fecha: 04/11/16
Escuela: CETIS No. 13 “Sor Juana Inés de la Cruz”
Localidad: CDMX
Delegación: Cuauhtémoc
Maestro: Luis Edgar
Grado y Asignatura: 5 “Cálculo Integral”
Tiempo de observación: 16:15 – 17:30
Observador: JAldairMR

Hora	Inscripción	Inferencias
16:18-16:27	Inicio de la clase, último parcial, modo de evaluación. Tercer parcial, anota en pizarrón: https://es.khanacademy.org/ Blog, videos, serie 10%, pública 4 videos en blog. En lugar de serie se trabajará https://es.khanacademy.org/ Un alumno levanta la mano, dice que tiene una duda. Profesor, dijo que teníamos… Profesor atiende a su duda y negocia con el estudiante.	Parte de la evaluación. Qué es khanacademy Cada semana se publican entre 5 o 6 videos. A qué se refiere por serie Negocia la calificación del portal, al cambiar serie por plataforma.
16:28-16:42	Inicia la clase con el tema “métodos de integración, integral por sustitución” Escribe en el pizarrón la función: $\int \sqrt{3x dx}$ y después modifica a: $\int u^n \, dm = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ … dicta: “este método de integración también se conoce como cambio de variable, el cual consiste en encontrar la primita de la función a integrar, mediante la variable auxiliar “*u*”. Es decir se debe de hacer el cambio de la función en términos de “*x*” a términos de la variable “μ”. El profesor termina, después solicita que se haga copia de lo que escribe en el pizarrón: $$\int f(x)\, dx$$ $$\int f(u) \, du$$ Una vez que se realiza el cambio de la variable se procede a resolver la integral, aplicando las formulas básicas de integración, finalmente el resultado se debe de expresar en términos de la variable “*x*”. Para definir “*u*”, en una integral se debe de buscar la función dentro de otra función. Procede a explicar, procura aprendizajes previos por medio de preguntas para llegar al	Hace la modificación sin hacer aviso a sus estudiantes.

fin de explicar un nuevo tema.
Alumnos intervienen y el profesor responde:
“x » u» x”
Si queda claro.
Hay que identificar la variable “μ”, la función que está dentro de otra función.
Posteriormente anota un ejercicio en el pizarrón.

$$\int \sqrt{3xdx}$$

$$\mu = 3x$$

$$d\mu = 3dx$$

$$\int \sqrt{\mu}\frac{d\mu}{3} = dx$$

Pide uso de los conocimientos algebraicos al momento de hacer la operación con signos para hacer el despeje.
Pide formularios.
Anota la formula y les explica “esta es la fórmula”.

$$\int \mu^n d\mu = \frac{\mu^{n+1}}{\mu^{n+1}} + c$$

Les pregunta cómo realizarlo.
Un estudiante responde.

$$\int \sqrt{\mu}\ \frac{d\mu}{3}$$

Les pregunta cómo se debe realizar.
Un estudiante responde, que es por medio de un despeje, el docente en el pizarrón anota:

$$\int \mu^{\frac{1}{2}}\frac{d\mu}{3}$$

Vuelve a preguntar qué sigue.
Varios estudiantes le responden, cómo se debe hacer, él toma el comentario que correcto y anota en el pizarrón.

$$\frac{1}{3}\int \mu^{\frac{1}{2}}\, d\mu$$

Realiza el mismo procedimiento de preguntar a los estudiantes y anotar lo correcto hasta el término de la integral por sustitución.

$$\frac{1}{3}\left(\frac{\mu^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right) + c$$

$$\frac{2}{9}\mu^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{9}\sqrt{\mu^3} + c$$

Anota el resultado final, comenta que llevará a cabo otro ejemplo.

$$\frac{2}{9}\sqrt{(3x)^3} + c$$

	$\frac{2}{9}\sqrt{27x^3}+c$ Preguntan, explica. Esto es… Primero se despeja “x”y luego “y” y después “x”.	
16:49 16:57	“Vamos a ver otro” … “¿Esta ya?” Borra el pizarrón. Anota en el pizarrón y explica. “En realidad se llama primita, por costumbre se utiliza la palabra integral. Contario a la regla de la cadena”. “Borramos”. Los estudiantes le responden “no”, da un tiempo y borra. Anota en el pizarrón otro ejemplo. $\int \frac{2x}{4x^2-1}dx$ “¿Pregunta ahora, cómo le vamos a hacer?” Algunos estudiantes intentan responder, el profesor anota en el pizarrón. $\mu = 2x$ $d\mu = 2dx$ “Indica que se tiene y que pregunta qué falta por realizar”. $\mu = 4x^2 - 1$ $d\mu = 8x\ dx$ “Ahora vamos a hacer uso del álgebra, lo vamos a factorizar”. $d\mu = 4(2x)dx$ $\frac{d\mu}{4}2x\ dx$ $\int \frac{d\mu}{4\mu} \rightarrow \ \frac{1}{4}\int \frac{d\mu}{4}$ “Duda, nadie interviene, aquí tal… Y falta tal”… $\frac{1}{4}\lambda n\vert\mu\vert + c \rightarrow \frac{1}{4}\lambda n\vert 4x^2-1\vert + c$ Pide que copien el resultado final. Borra el pizarrón y anota otro ejemplo. $\int \sin\left(\frac{x^2}{\sqrt{\sqrt{3}}}\right)dx$ “Ahora este ejemplo está muy fácil”. Los estudiantes le responden “No es fácil, es fácil para usted”. El profesor responde: “Que no es fácil”, se queda pensando. Luego pregunta: “¿Cuál es μ?”. Le responden “todo lo que está dentro del	

	paréntesis”. $\mu = \frac{x^2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} * x^2$ $d\mu = \frac{1}{\sqrt{3}} 2x\, dx$ $d\mu = \frac{2x}{\sqrt{3}} dx$ Indica cuales son las partes de esta función, después pregunta, cómo va a seguir. Los estudiantes responden, el profesor anota en el pizarrón. $\frac{\sqrt{3}}{2x} d\mu = dx$ Un estudiante interrumpe al docente, porque tiene una duda. Sin embargo, la resuelve y sigue anotando en el pizarrón. $\int \sin\mu * \frac{\sqrt{3}}{2x} d\mu$ Continúa resolviendo el problema en el pizarrón sin detenerse. El docente utiliza diversos colores de tinta para indicar cuál es μ y x. $\frac{3}{2x} \int \sin(\mu) d\mu$ $-\frac{\sqrt{3}}{2x} \cos\mu + c$ $-\frac{\sqrt{3}}{2x} \cos\left(\frac{x^2}{\sqrt{3}}\right) + c$ Explica de nuevo todo el problema.	
17:06	Actividad 1 del tercer parcial para la siguiente clase: Cuando menos 1 para la pre firma Escribe en el pizarrón: $\int 2x\sqrt{1 + x^2} dx$ $\int \frac{dx}{16x - 8}$ $\int \sin 4x dx$ Da pauta para hacer los problemas. El docente sale del grupo y los estudiantes hacen algo en su cuaderno “Toman nota”, regresa y atiende a los estudiantes en la puerta del salón.	Cuáles son esas actividades
17:16	Una estudiante ajena a la clase interrumpe y dice “en la entrega del seguro facultativo”.	
17:19	Hace anotaciones en algunos cuadernos de estudiantes que ya terminaron.	Qué anota en sus cuadernos, será algún sello preliminar

17:26	Revisa a los estudiantes y los ejemplos.	
17:30	Fin de la clase. Anota en los cuadernos "firmas preliminares".	
Observaciones	Qué es khanacademyc A qué se refiere por serie De donde obtienen los alumnos las actividades para trabajar en clase	Khanacademyc es una plataforma en línea para realizar un proceso de educación en línea por medio de actividades lúdicas

Anexo 7. Transcripciones del 11 de noviembre

Profesor: en algún caso especial puede estar en la actividad dos, sale. Incluso en toda esta actividad tengo que emplear antes de integrar procedimientos algebraicos, sale, para reducir un integrando y después integrar En esta incluso para seguir integrando que me puede resultar, Me puede resultar una sola integral, si, lo que estoy haciendo, me pueden resultar dos o me pueden resultar tres en una misma se derivan dos o tres integrales de acuerdo o sea hay que tener un poquito de cuidado, Vamos a ver este ejemplito que nos va a ayudar un poquito a ver de qué se trata este recurso de integrales, el método es el mismo es cambio de variables de acuerdo lo único que hay que tener cuidado al integrando si no hay problema al integrarlo lo puede haber en u o du sale, bien entonces cópienlo por favor cópienlo para seguir explicando. Bien vamos a empezar, pon atención, En este caso cual sería u.

Alumno: 5x-4

Profesor: eso es, tenemos u 5x-4, bien esta es u, ahora vamos a derivar u, cuál es la derivada de u.

Alumna: sería 5.

Profesor: 5 dx fíjense bien observen bien ya ocupe esta parte que se convierte en u ya derive obtengo el número que no obtuve que tengo en la integral. Va de nuevo observen fíjense bien ya ocupe toda esta expresión que es u al derivar u obtuve el diferencial si aquí que no obtuve que está aquí.

Alumnos: x.

Profesor: x exacto, este cinco me sirve aquí no así es du sobre cinco es igual a x vamos a derivar aquí ojo aquí vamos a poner el cambio de variable como queda esta integral ponemos esta x toda esta es u y dx es du sobre cinco sale, vamos bien hasta aquí.

Alumnos: Sí.

Profesor: aquí que se forma que fracción.

Alumnos: un quinto.

Profesor: entonces queda un quinto de la integral dx igual a du pero aquí me está dando lata esta equis, estamos de acuerdo que tengo que hacer voy a observar u primero eso es lo primero que observo u y me fijo si de u puedo despejar x lo puedo despejar.

Alumno: sí.

Profesor: pues claro no lo pongo acá cómo queda despejada x en esta ecuación.

Profesor: a ver este está restando como pasa al otro lado.

Alumno: dividiendo.

Profesor: no si está restando como pasa.

Alumnos: sumando.

Profesor: entons es u más cuatro este cinco y esta equis están multiplicando como pasan.

Alumnos: dividiendo.

Profesor: dividiendo entonces se pone cinco es igual a equis sale y ahora esta equis la voy a sustituir en la integral entonces queda un quinto de integral sale equis es ahora toda esta expresión entons vamos a ponerla u más cuatro sobre cinco que multiplica u a la diez du y de ahí ya tengo la integral en términos de u que sigue hacer pues resolver, no hemos resuelto nada simplemente hice el cambio de equis a u ahora vamos a resolverla en términos de u sale esta expresión con esta que operación hace.

Alumnos: multiplicación.

Profesor: multiplica no entons vamos a multiplicar este quinto vamos a arrastrarlo entonces tengo un quinto de la integral este u a la diez por u cuanto me da un cuarto más cuatro u sale todo esto quedo dividido sobre cinto pero yo lo puedo expresar como sobre cinco pi y todo esto por diferencial de u estamos en u va si se fijan en esta suma yo voy a tener dos expresiones pero se van a formar dos integrales, entonces vamos a separar la primera un quinto de u a la once sobre cinco más la integral de cuatro u a la diez por cinco, sale ahora voy a resolverla. Aquí qué fracción se forma.

Alumnos: un quinto.

Profesor: tengo un quinto aquí saco este quinto y resuelvo esta integral. Ahora doce sobre dos sale más aquí que fracción se forma cuatro quintos no ponemos cuatro quintos la integral de cuatro diez cuanto es u a la once sobre once más ahí ya termine voy a acomodar primero vamos a multiplicar y esto es la integral de esta función. Sale vale ahora si cópienlo. Bien hagan la actividad dos ok cópienlo, cópienlo quién ya termino la actividad número uno. Antes de integrar hay que hacer una versión sintética la primera es seis más uno de no voy a hacer todo el procedimiento al hacer la división como queda vamos a hacerlo aquí. Equis cuadrada menos equis entre equis más uno si tomamos equis cuadrada la divides entre equis te da equis multiplicas equis por equis cuanto te da positiva la bajamos equis negativa baja negativa sumas menos ahora divides menos dos equis entre equis menos dos se baja el dos multiplicas menos dos por equis menos dos equis menos dos por uno menos dos como baja más dos y vuelves a sumar te queda dos como vas a expresar este resultado va a quedar equis menos dos más dos sobre equis más dos y esto señores es la nueva integral sale de una salieron tres esta es una integral esta es otra integral estas dos son directas y estas las hago por el cambio de variables síganles.

Anexo 8. Segunda observación: 11 de noviembre de 2016.

Fecha: 11/11/16
Escuela: CETIS No. 13 "Sor Juana Inés de la Cruz"
Localidad: CDMX
Delegación: Cuauhtémoc
Maestro: Luis Edgar
Grado y Asignatura: 5 "Cálculo Integral"
Tiempo de observación: 15:28 – 17:19
Observador: JAldairMR

Hora	Inscripción	Inferencias
15:28-15:43	Profesor entra al aula, saluda y pregunta si ya terminaron la actividad 1. Borra el pizarrón, lee copias, el grupo habla. Da indicaciones "antes de comenzar la actividad vamos a poner un ejemplito", anota el ejemplo en el pizarrón. Antes tengo que… Vamos a ver el ejemplo. El docente escribe en el pizarrón un ejemplo, utiliza diferentes colores para resolver paso a paso de estas actividades, él resuelve el primer ejemplo. El método es el mismo. $\int x(5x-4)^{10}\,dx$ Da tiempo para copiar el ejemplo, pasa por los lugares y pregunta a los estudiantes. "Bien vamos a empezar": $\text{y} = 5x - 4$ $\mu = 5dx$ $\frac{\mu + 4}{5} = x$ $\mu = 5dx$ $\frac{d\mu}{5} = Dx$ ¿Cuál es la derivada deµ? Un estudiante responde. Repite, pide atención. "Ojo aquí, pregunta: ¿vamos bien hasta aquí?" Hace el procedimiento y explica. $\int x(5x-4)^{10}\,dx$ $\mu = 5x - 4$ $\mu = 5dx$ $\frac{d\mu}{5} = dx$ $\frac{\mu + 4}{5} = x$ $\int x4^{10}\frac{d\mu}{5}$	Se utilizan diversos colores de marcador para resolver las integrales en el salón de clases

	$\frac{1}{5}\int x^{?}4^{10}d\mu$ $\frac{1}{5}\left(\frac{\mu+4}{5}\right)\mu^{10}\,d\,\mu$ $\frac{1}{5}\int\left(\frac{\mu^{11}}{5}+\frac{4\mu^{10}}{5}\right)d\mu$ El docente sigue resolviendo el ejercicio hasta concluir. $\frac{1}{5}\left[\int\frac{\mu^{11}}{5}d\mu+\int\frac{4\mu^{10}}{5}d\mu\right]$ $\frac{1}{5}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{\mu^{12}}{12}\right)+\frac{4}{5}\left(\frac{\mu^{11}}{11}\right)\right]+c$ $\frac{1}{5}\left[\frac{1}{60}\mu^{12}+\frac{4}{55}\mu^{11}\right]+c$ $\frac{1}{300}\mu^{12}+\frac{4}{275}\mu^{11}+c$ $\frac{1}{30}(5x-4)^{12}+\frac{4}{275}(5x-1)^{11}+c$ Termina y pide que copien.	
15:44	Atiende a los alumnos en el escritorio.	
15:49	Atiende el profesor a los alumnos en el escritorio.	
15:52-15:55	Borra el pizarrón. Explica: “En la primera primero se hace”… Les pide la actividad 1. $\int\frac{x^2-x}{x+1}dx$ Les explica un proceso de la función anterior y les dice. “Síganle ustedes, ya les ayude”. El profesor sale del aula.	¿Cuál es la actividad 1?
15:58	El profesor se sienta en el escritorio, hace señas con las manos, y pregunta quién ya termino la actividad número uno, los estudiantes se levantan y acuden al escritorio. Hacen filas y el profesor anota en sus cuadernos.	Qué coloca en sus cuadernos el profesor al preguntar si ya terminaron la actividad número uno.
16:04	Sigue revisando en el escritorio	
16:10	Atiende a los estudiantes en el escritorio	
16:05-16:35	Atiende a los estudiantes en el escritorio.	
16:35	El profesor se levanta y comienza a asistir a los estudiantes en sus lugares.	
16:40-17:05	Atiende a los estudiantes en sus lugares de forma particular.	
17:10	Coloca pre firma 3.	
17:19	Termina la clase.	
Observaciones: lo que coloca en sus cuadernos es la firma preliminar de los trabajos, si ya se concluyó la actividad entonces les coloca la firma final.		

Anexo 9.Transcripciones del 18 de noviembre

Profesor: a ver pongan atención vamos con el último tema.
Alumnos: que el último, ósea que ya no vamos a venir.
Profesor: a ver listos vallan anotando por favor, primero examen en línea, será el 26 de noviembre y el tema integral por sustitución e integral definida. Bueno, revisión de firmas a partir del 28 de noviembre. 28 de noviembre. Khanacademy, khanacademy, se cierra el 27 de noviembre, evidencias, evidencias, fecha límite primero de diciembre. Sale. Con eso tenemos calificación del tercer parcial. Sale. Y ponemos como subtítulo integral definida.
Alumna: ¿cómo?
Profesor: integral definida. A ver punto y aparte. La integral definida determina el área bajo la curva de una función, empleando el teorema fundamental del cálculo, el cual indica evaluar la función en el límite superior y el límite inferior de la función.
Alumna: el límite de la qué perdón.
Profesor: el límite superior y el límite inferior de la función, dichos límites se representan sobre el eje de las “x”. A diferencia, a diferencia de la integral indefinida, la integral definida carece de la constante de integración y en su lugar se determina el área sobre la curva expresada en unidades cuadradas entre paréntesis pónganle u al cuadrado (u^2). U al cuadrado.
Alumno: en fracciones.
Profesor: no en cuadrados.
Profesor: en la integral definida se obtienen como resultado un valor numérico entero, fraccionario o decimal el cual puede ser positivo o negativo. Además se debe representar gráficamente el área de la función señalando en la gráfica los límites inferior y superior, los cuales delimitan el área encontrada. Para resolver una integral definida se aplican las formulas básicas de integración y/o algún método de integración. Sale, bien.
Profesor: ejemplo copiamos esta integral sencilla para identificar a la integral definida. Sale. Listos. A ver, la diferencia de esta integral con las que hemos hecho de primera son los límites, no, aquí ya vamos a observar los límites de integración, el límite inferior y el límite superior. Estos límites me van a indicar de qué valor voy a evaluar esta función sí, es decir, estos límites me van a determinar el área bajo esta curva. Recordemos que curva le damos el nombre a cualquier expresión gráfica, sí de una función, no necesariamente debe de tener la forma de una curva de acuerdo como en este caso esta función representa una línea recta que finalmente es una curva, cómo la vamos a resolver la podemos resolver de dos formas ya sea de una forma directa o bien empleando el método de sustitución de qué va a depender, de la función que tengas, en este caso cómo puedo resolver esta pues es directa simplemente la voy a separar aquí lo puedo separar, voy a poner que me queda la integral desde menos uno a siete aquí lo pueden separar no, qué fracción se forma.
Alumnos: cuchicheos
Profesor: tres cuartos de equis menos 12 cuartos que equivalen a tres enteros por el diferencial de equis. De acuerdo ya sabemos que tengo que integrar esta parte y luego esta parte, vamos a hacerlo directo. Esto es igual a que pongo tres cuartos, la integral de cuartos cuánto es.
Alumnos: a uno.
Profesor: no la integral, de equis cuadrada sobre tres, la integral del diferencial es.
Alumnos: cuchicheos.
Profesor: equis nada más no voy a acomodar aquí multiplico me queda tres octavos equis cuadrada menos tres equis y esto lo voy a evaluar desde menos uno a siete aquí ya no ponemos la c porque ya solo ponemos los límites de acuerdo el siguiente paso es aplicar el teorema fundamental del cálculo. Cómo lo voy a hacer muy simple voy a sustituir este primero el límite superior en toda la función en otras palabras en lugar de la equis voy a poner el siete y le voy a restar después el límite inferior vamos a ver cómo queda. De a tres octavos en lugar de la equis pongo siete al cuadrado menos tres por siete otra vez y esa es la evaluación del límite superior siempre es menos que ese menos llegue a cambiar depende de la función pero de entrada siempre debemos de poner el menos va, ahora evaluamos el inferior tres octavos que multiplica a menos uno al cuadrado menos tres por menos uno si y esta partecita es el teorema fundamental del cálculo, que me resta hacer pues las operaciones entonces a ver ayúdenme con sus maquinitas cuánto da esta operación, cuánto va a dar
Alumnos: espéreme.
Profesor: es decir siete por siete cuánto da 49 lo multiplico por tres y el resultado lo divido entre ocho cuánto nos da eso a ver háganlo.
Alumnos: cuchicheo.

Profesor: esta parte aquí lo sumo y divido esto cuánto me da.
Alumnos: 375
Profesor aquí ojo menos por menos me da más
Alumnos: cuchicheos
Profesor: aquí se suma entonces es finalmente, signos iguales se suman y se conserva el mismo.
Alumno: seis.
Profesor: seis unidades cuadradas sale por lo tanto el área bajo esta curva con estos límites es de seis unidades cuadradas después que hago el cálculo del área tengo de hacer la gráfica de la función para esto vamos a usar la aplicación que les pedí que bajaran la de mathematics sale meto la función y me da la gráfica sale que es algo como esto que le tengo que poner el límite inferior y el superior por donde cruzan los ejes x y, y voy a sombrear la parte donde está el área que sería toda está y está entonces el área bajo esta curva es de seis unidades cuadradas y eso es todo.
Profesor: si queda claro, dudas.
Alumna: me puede explicar eso.
Profesor: es el final y se le suma uno, a ver una cuestión negativa nada más el signo negativo a quien representa en la integral quiere decir que la mayor parte del área se encuentra en la parte negativa es lo único que quiere decir y el resto está en la parte positiva pero para la representación gráfica siempre el área se pone positiva si queda claro si me puede dar entero me puede dar cero me puede dar infinito me puede dar fracción si todo dependerá de la función está bien dudas.
Alumno: inaudible.
Profesor: lo de la aplicación nada más la copias y lo sombreas el área bajo la curva rapidísimo hay dudas.
Alumno: inaudible.
Profesor: el único fue la suma y la resta. Las gráficas tienen que estar bien hechas, deben de sombrear el área bajo la curva.
Profesor: actividad dos y tres ya deben de estar terminada.
Alumnos: que, que, cuchicheos.
Profesor: anotamos este otro ejemplo por favor.
Alumna: cómo se usa la aplicación.
Profesor: inaudible. Bien, niños, para esta integral como la resuelvo.
Profesor: niñas, cual es u uno menos equis cuadrada de u menos dos equis de equis ya tienes equis de equis que te estorba.
Alumnos: el dos.
Profesor: como baja dividendo du sobre menos dos es igual a equis de equis sale vamos a hacer el cambio me queda la integral desde menos uno a uno esta es la raíz este es u por equis dx es du sobre menos dos du sobre menos dos que fracción se forma aquí.
Alumnos: un medio.
Profesor: Menos un medio que lo sacamos de la integral menos un medio de la integral voy a pasar la raíz a fracción queda un medio de u ahora integro que es igual a tres medios sobre tres medios que va a dar desde menos uno a uno vamos a acomodar al invertirlo y multiplicar por este menos cuánto te da.
Alumnos: Dos.
Profesor: dos que.
Alumnos: cuchicheos.
Profesor: dos sextos, dos sextos es que, un tercio este lo paso otra vez a raíz la raíz cuadrada de u al cubo que va a dar desde menos uno a uno aquí terminamos me queda menos un tercio de la raíz de uno menos equis cuadrada al cubo y lo voy a evaluar desde menos uno a uno, vamos hacer la evaluación la primera parte me queda menos un tercio la raíz de uno menos uno al cuadrado y esto al cubo ya está el límite superior ahora el límite inferior es menos un tercio de la raíz de uno menos uno al cuadrado y todo esto al cubo, sale, cuánto me sale de esa operación.
Alumnos: a pues este.
Profesor: cuánto da.
Profesor: cuanto, uno menos uno cero al cubo cero por esto cero y esto se va, aquí lo mismo uno menos uno cero raíz de cero, cero por esto cero, entonces el área es cero unidades cuadradas la gráfica queda así y voy a sombrear es cero unidades cuadradas, porqué, porque el área negativa es idéntica al área positiva y al momento de aplicar el teorema me queda cero, bien dudas. Bien cópienlo por favor, quien ya termino la actividad dos y tres empiezo a firmar y quienes no por favor apúrense y comienzan a trabajar en la actividad cuatro, las gráficas las hacen con la aplicación.

Anexo 10. Tercera observación: 18 de noviembre de 2016.

Fecha: 18/11/16
Escuela: CETIS No. 13 “Sor Juana Inés de la Cruz”
Localidad: CDMX
Delegación: Cuauhtémoc
Maestro: Luis Edgar
Grado y Asignatura: 5 “Cálculo Integral”
Tiempo de observación: 15:18 – 17:19
Observador: JAldairMR

Hora	Inscripción	Inferencias
15:18	El profesor entra a la clase y pregunta: “¿cómo están?”… Pide atención. Avisos, “vayan anotando luego se me olvida”. Primero. Examen en línea, (26/11). Tema Integral por sustitución e integral definida. Revisión de firmas a partir del 28 de noviembre. Khanacademy (27/11). Evidencias (1/12). “Ahora vamos a comenzar con el tema: Integral definida”. Dicta: “La integral definida determina el área bajo la curva de una función, empleando el teorema fundamental del cálculo, el cual indica evaluar la función en el límite superior y el límite inferior de la función, dichos límites se representan sobre el eje de las “x”. A diferencia de la integral indefinida, la integral definida carece de la constante de integración y en su lugar se determina el área sobre la curva expresada en unidades cuadradas (u^2)”. Un alumno interrumpe, y dice: “en fracciones”. El profesor responde: “no en cuadrados”. Continúa dictando: “En la integral definida se obtienen como resultado un valor numérico entero, fraccionario o decimal el cual puede ser positivo o negativo. Además se debe representar gráficamente el área de la función señalando en la gráfica los límites inferior y superior, los cuales delimitan el área encontrada. Para resolver una integral definida se aplican las formulas básicas de integración y/o algún método de integración. Ejemplo copiamos esta integral sencilla para identificar a la integral definida”. $$\int_{-1}^{7} \frac{3x-12}{4}\,dx$$ El docente explica las diferencias, los límites, ejes, valores, determinan del área bajo la curva. Algunos estudiantes parecen distraídos, otros	Parte de la evaluación,

	prestan atención. El profesor pregunta: ¿Cómo lo puedo resolver? Responden: Ya sabemos cómo se hace… El uno… Pregunta: la integral del diferencial es… Responden: Ya no ponemos la "*c*", pon In barra y los límites. El profesor comenta: El siguiente paso, ¿cómo lo voy hacer? De forma sencilla… Como queda. Se escuchan algunos murmullos. El profesor pregunta y se responde. De entrada poner el inferior. Ayúdenme con sus calculadoras. Escribe en el pizarrón, un plano cartesiano atravesado por una línea, sombrea el espacio que está por debajo de la línea. El docente continúa hablando: Entonces divido. Cuanto me da, (-) * (-) = +, hago esta operación ¿cuánto me da? Los estudiantes responden. Entonces el profesor habla: por lo tanto el área es de -6u^2. Ahora hay que utilizar la aplicación que les pedí que descargaran. Se ponen los límites y esta es el área. Pregunta algo una estudiante y el profesor responde: "hija esto es de primaria". Se escucha un silencio. El profesor dice: "esta re fácil". Explica el signo negativo en el plano que escribió. Y comenta: "lo único, es el signo, los niños de primaria hacen esto, vamos a hacer otro ejemplo, más difícil y más divertido". Actividad 2 y 3, ya deben estar terminadas. Algunos alumnos entran al salón de clases. El profesor permanece sentado en un escritorio mirando a los estudiantes. Una estudiante se dirige al profesor. Él le habla y regresa a su lugar, luego se retira del aula en compañía de otra compañera. El profesor pregunta, "listos", los estudiantes responden "no, no". No borra el pizarrón.	
15:50	El profesor anota otro ejemplo en el pizarrón y borra el resto del pizarrón, se comienzan a escuchar ruidos en el aula. Y anota: $\int_{-1}^{1} x\sqrt{1-x^2}dx$ Profesor: anotemos este otro ejemplo.	

	Le explica cómo utilizar la aplicación de su celular a otro estudiante, para hacer la sustitución en su teléfono celular. Prof.: Bien, aquí va directa, no, debo de utilizar el método de sustitución. Prof.: Ya tienes ¿cómo van acá?, vamos hacer el cambio de la raíz de tal por tal. ¿Qué fracción queda aquí?... vamos a acomodar… hace una serie de sustituciones. Hace la continuación de los problemas escritos en el pizarrón. Prof.: ¿cuánto da la operación?... Gráfica, retoma información de algún video. Comienza a firmar y comenta: hay que trabajar la actividad 4. ¿Cómo se llama la aplicación?, le preguntan. Las gráficas háganlas con la aplicación: "mathematics".	
16:10-16:20	Concluye la clase revisando actividades y colocando la firma final.	
	Observaciones:	La aplicación es mathematics, una aplicación de libre uso.