



**UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL
UNIDAD 242**

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

**EL CONCEPTO DE MULTIPLICACION DE LOS
NUMEROS RACIONALES**

QUINTIN LOPEZ MARTINEZ

**PROPUESTA PEDAGOGICA
PRESTADA PARA OPTAR AL TITULO DE:
LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA**

CD. VALLES, S. L. P.

ENERO DE 1992.

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

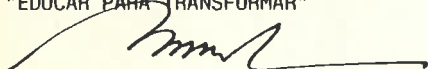
Cd. Valles, S.L.P. 9 de Enero de 1992.

C. PROF. QUINTIN LOPEZ MARTINEZ
P R E S E N T E .

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo Intitulado EL CONCEPTO DE MULTIPLICACION DE LOS NUMEROS RACIONALES, opción PROPUESTA PEDAGOGICA, a petición - de la asesora pedagógica C. LIC. ELIA EDITH GOMEZ FLORES, manifiesto a usted - que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a --- presentar su examen profesional ante el H. Jurado que se le designará.

A T E N T A M E N T E .
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"



Mtro. Bernardo G. Bravo Rodríguez
PRESIDENTE DE LA COMISION DE EXAMENES
PROFESIONALES DE LA UNIDAD UPN 24B.



S. R. P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD SED
CD. VALLES

c.c.p. Departamento de Titulación de LEPEP'85

D E D I C A T O R I A S

A MI ESPOSA:

Eva Olguín Rubio

A MIS HIJOS:

Yared y Eder

A MI MADRE:

Amada Martínez Fuentes

I N D I C E

	PAGINA
INTRODUCCION	1
CAPITULO I. LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION DE NUMEROS RACIONALES.	
A) UN PROBLEMA DIDACTICO	5
B) ALCANCES Y LIMITACIONES DE LA PROPUESTA	12
CAPITULO II. EL CONTEXTO DE LA PRACTICA DOCENTE.	
A) EL CONTEXTO SOCIAL	15
B) EL GRUPO ESCOLAR	16
CAPITULO III. IMPLICACIONES TEORICAS Y METODOLOGICAS DE LOS NUMEROS RACIONALES.	
A) MARCO TEORICO	19
B) MARCO CONCEPTUAL	31
CAPITULO IV. UNA ALTERNATIVA PEDAGOGICA.	
A) IMPLICACIONES PEDAGOGICAS	40
B) ESTRATEGIA DIDACTICA	52
CONCLUSIONES	62
BIBLIOGRAFIA	65

I N T R O D U C C I O N

El conocimiento de las matemáticas desempeña un papel de capital importancia en la vida cotidiana de los individuos. En formaciones sociales con características similares a la nuestra, la escuela es un espacio institucional donde entre otros saberes, se pretende contribuir para que el niño conozca, domine y haga uso de las matemáticas, como instrumento de razonamiento, que permita la interpretación de su contexto. Sin embargo, si se analiza con detenimiento la práctica docente en los centros escolares, podrá detectarse una constante que se manifiesta en forma abierta. Los niños son enfrentados a los contenidos matemáticos, desprovistos de una estructura intelectual adecuada para la apropiación paulatina de esos conocimientos, se limitan a memorizar y mecanizar procedimientos algorítmicos, desconectados de la realidad social y del contenido, y lo más preocupante, no se vincula a la generalización relativa del contenido, no se aplican a situaciones contextuales, que en un momento dado, pudieran suscitar y mantener el interés necesario para aprendizajes ulteriores.

La didáctica de las matemáticas y la pedagogía contemporánea, enfrentan un problema común: la reconceptualización de la práctica docente, en la que se modifique el concepto de educación, aprendizaje y metodología. Está claro que si se desea formar individuos capaces para la invención, el análisis, la crítica, la reflexión y el cuestionamiento; una educación basada en el descubrimiento activo de la verdad, es superior radicalmente, a una educación que se limite a fijar por voluntades ya formadas lo que hay que desear y mediante verdades simplemente aceptadas lo que hay que saber. Lo anterior, es consecuencia de una serie de factores y elementos que se conjugan en una verdad corroborable: la práctica docente y la instrumentación de estrategias didácticas en torno a las matemáticas, es obsoleta e inoperante. El origen de esta realidad subyace en la aplicación de una política educativa inadecuada, la formación de docentes carentes de capacidad analítica, crítica y reflexiva; instrumentación de modelos curri

culares descontextualizados, etc. "...la escuela tradicional ha llevado a la disociación a los niños, a la individualización.. ." ¹ y a la selección escolar en matemáticas. En estas condiciones se aplican estrategias didácticas, en las que no se considera al aprendizaje como un proceso dialéctico; los alumnos son -- considerados objetos moldeables y no seres pensantes. Se intenta justificar una práctica pedagógica, que consiste en hacer de las matemáticas una cadena de demostraciones, sin conexión alguna -- con la realidad, un juego en el que solo algunos aprenden a jugar, cuyo resultado es la memorización de fórmulas sin sentido, lejos de desarrollar la capacidad de juicio crítico.

Las matemáticas tienen siempre un contenido y una aplicación -- real, no han surgido azarosamente de la noche a la mañana, tienen historia, responden a un proceso evolutivo, sus verdades son relativas y susceptibles de descubrir y construir; no son eternas e inmutables, admiten reflexión y crítica; ¿Porqué no permitirle pedagógicamente al niño, que las descubra o reinvente?

La apropiación del conocimiento matemático es un proceso de construcción intelectual que parte del niño; y que además "...no procede del lenguaje, su fuente más profunda es la acción..." ².

La comprensión y la asimilación de las matemáticas, se vinculan a partir del accionar constructivo del sujeto; el niño ha de descubrir el conocimiento lógico-matemático, redescubriendo los conceptos, las leyes y las propiedades matemáticas; ello se logra -- mediante la acción sobre los objetos, la reflexión sobre esa acción y la interacción con sus compañeros. El camino adecuado para favorecer el proceso constructivo de las matemáticas por el -- sujeto, es a partir de lo intuitivo-concreto a lo abstracto-formal. De la intuición al formalismo.

-
- 1) Trang-Thong. Que ha Dicho Verdaderamente Walón. En Desarrollo del Niño. Antología UPN. Pag. 217
 - 2) Phillips Jr. J hn. Los Orígenes del Intelecto, Según Piaget. En la Matemática en la Escuela I. Antología UPN. Pag. 231.

Psicológicamente el aprender no es un acto mecánico, de memorización o recepción de contenidos. si no un acto de construcción y redescubrimiento por el sujeto que la escuela puede favorecer o entorpecer según su metodología.

Actualmente se hace necesario que el docente modifique su práctica, que diseñe sus propias estrategias didácticas, vigilando -- siempre que el contenido, se articule al nivel de desarrollo bio psicosocial del individuo. Es indispensable superar la anacrónica tradición, de que las matemáticas están hechas para ser asimiladas solo por "superdotados" intelectualmente hablando es imperativo lograr que un mayor número de sujetos estén suficientemente familiarizados con el espíritu de las matemáticas, para esgrimir las en un momento dado en sus actividades. Ahora bien, lo anterior, es posible en la medida que el docente elimine ese carácter dogmático tradicional, por una apertura a la pluralidad activa de los niños; frente a las clases expositivas o explicación - exagerada, el trabajo indagativo que arranque de los centros de interés del alumno o de su comunidad; frente a la utilización de manuales y el estatismo libresco, el desarrollo de habilidad y técnicas de trabajo en grupo; frente a la distinción individual, la competencia o el antagonismo, el fomento del cooperativismo y la socialización del contenido en el aula; y por último, en vez de recepción pasiva de conocimientos, la construcción interactiva.

El presente trabajo representa una inquietud por contribuir muy-modestamente, a que se realice en los centros escolares una práctica docente encaminada a pugnar porque los alumnos, se conviertan en usuarios competentes de las matemáticas. Específicamente en relación con los números racionales, es factible partir de una situación problemática significativa y vital. para llegar a la inferencia algorítmica convencional y respectiva aplicación; apoyándose pedagógicamente en el interés natural, espontáneo y la interacción entre los sujetos, además, considerar estrictamente los antecedentes que el alumno debe manejar para llegar a la conceptualización. Para ello es fundamental que se conciba el a-

prendizaje, como un proceso dialéctico, en el cual se manifiestan cambios de conducta molar, como un proceso natural y continuo en que el interés del niño, la significatividad del contenido y su referencia contextual son determinantes; la práctica docente es una actividad en la que coexisten maestro, alumno y contenidos, desarrollada en un contexto social con determinada característica socioeconómica. El alumno es un sujeto que construye su conocimiento, bajo la influencia de su contexto, posee un enorme potencial de creatividad, espontaneidad e iniciativa, actúa movido principalmente por su curiosidad e interés.

El aprendizaje de las matemáticas y su reelevancia, no se logrará con una reformulación del programa explícito o de la presentación de la materia; sino con las transformaciones de las relaciones sociales, que condicionan el aprendizaje en la escuela, con la reconceptualización de la práctica docente y el apego de la metodología a los adelantos de la psicología infantil.

Esta Propuesta Pedagógica está enfocada a la conceptualización de la multiplicación de los números racionales, con el objeto de romper con la tradicionalidad pedagógica, de enseñar el algoritmo a los niños, mecanizarlo y calificarlo; se pretende eliminar esta conceptualización inadecuada y práctica ritual, para dar paso a nuevas formas de acción didáctica, por medio de las cuales el alumno realmente construya su conocimiento.

La construcción del concepto de multiplicación de números racionales, como todo conocimiento matemático, responde a una psicogénesis y a una sociogénesis; es decir, está condicionado a una elaboración cognoscitiva, en la que el individuo utiliza su equipo operatorio o estructura intelectual; por otra parte, es un conocimiento sujeto a las relaciones sociales circundantes que el docente puede potenciar para lograr su apropiación.

C A P I T U L O I

LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION DE NUMEROS RACIONALES

A) UN PROBLEMA DIDACTICO:

Una característica fundamental que distingue al hombre de los animales es la capacidad de razonamiento, para la interpretación y transformación de una realidad inmediata. Este rasgo ha permitido el nacimiento y evolución de una disciplina, promotora del avance científico en todos sus órdenes: la matemática, entendida como una característica de la mente, que permite la aplicación del razonamiento lógico, al acontecer social.

La matemática no es un conocimiento sin importancia, es una actividad estrechamente enlazada a la realidad humana, representa el intento del hombre por dar una explicación sistemática a su acontecer contextual, estudia las relaciones entre los conceptos definidos mediante los procesos de abstracción, enfocados a lo infinitamente pequeño (macro y microcosmos). En el proceso histórico de la naturaleza es corroborable la aplicación esencial de las matemáticas. se han constituido en un instrumento necesario para llegar a niveles de la realidad cada vez más profundos.

Al igual que cualquier ciencia la matemática ha sufrido una intensa evolución a lo largo de la historia, abriéndose continuamente a nuevos descubrimientos; esta característica dialéctica de los contenidos matemáticos demuestra que su evolución obedece al ejercicio del pensamiento eminentemente creativo, no a un proceso de descubrimiento de verdades eternas e inmutables.

En toda formación social, la enseñanza de las matemáticas representa un considerable porcentaje curricular, sin embargo, a medida que crece el nivel académico, los conocimientos se dificultan por su abstracción. debido que a diferencia de las ciencias experimentales, sus descubrimientos o aplicaciones no se basan en hechos observables, si no en demostraciones lógicas, acequibles al pensamiento con una estructura apropiada para tal efecto; ello reafirma el carácter abstrácto que parece difícilmente asimilable por el pensamiento concreto del niño en los primeros grados-

de escolaridad; aún más, si pedagógicamente olvidamos que al igual que el pensamiento infantil, las abstracciones matemáticas tienen su génesis en lo concreto. En efecto, la forma más elemental de cálculo, tanto en los niños como en los pueblos primitivos, consiste en poner en correspondencia a los elementos de un conjunto con los de otro, tomados como patrón. El recurso de la correspondencia término a término, lo encontramos en los inicios de todo pensamiento matemático. Entonces los conocimientos matemáticos provienen de la realidad concreta, para llegar a procesos de abstracción superiores, y para que éstos existan, es necesario que exista algo de lo que se abstrae, y ello es, en las formas más elementales del pensamiento, "...la organización de las acciones, sobre los objetos concretos a los que el niño tiene acceso..."³ o referencia contextual; a partir de aquí, la abstracción tiene una referencia real y el pensamiento se construye sobre bases sólidas. Pedagógicamente, la escuela debe proporcionar al niño la oportunidad de entrar en contacto con el mundo que le rodea, para que los contenidos matemáticos no se construyan en el vacío; debe potenciar aún más los condicionamientos sociales, o bien, proporcionar al niño medios para obtener conocimientos diferentes a los que su contexto le impone, con los que desarrolle su capacidad de comparación, de indagación y de crítica constructiva.

Uno de los contenidos matemáticos que por su relevancia son tratados en la educación primaria, es el de los números racionales, característicos por su dificultad en la conceptualización; hablar de números racionales, invita al maestro a recordar aquel aprendizaje de los "quebrados" que le fue enseñado en la escuela tradicional.

La conceptualización de los números racionales es uno de los problemas existentes en la educación básica, su repercusión no tie-

3) Monserrat Moreno. El Pensamiento Matemático. En La Matemática en la Escuela J. Antología UPN. pag. 68.

ne límites, impiden que el alumno tenga capacidad de aplicación y generalización a situaciones contextuales.

En la práctica, un buen porcentaje de docentes se concretan a enseñar un número racional (no permitir que el niño lo construya) - a través de representaciones gráficas, continúan con la demostración de procedimientos algorítmicos a los alumnos, para su respectiva memorización y/o mecanización, posteriormente en algunos casos, la aplicación a problemas-modelo artificiales impuestos por el maestro. No se le permite que el niño interactúe con el objeto del conocimiento, que se apropie del concepto de número racional, su ubicación en la recta numérica, las relaciones de orden que existen entre ellos, sus propiedades, etc. Cuando se están analizando las operaciones, se parte del algoritmo formal a la conceptualización, cuando debiera ser a la inversa. En estas circunstancias, construir el concepto de multiplicación de números racionales en la educación primaria, representa una seria dificultad para los niños. Es notable que el manejo de las fracciones (números racionales) en los escolares "...es formalista y rígido, responden solamente a cuestionamientos verbales o algorítmicos, sin conceptualización..."⁴.

Esta situación tiene su génesis, en el tratamiento didáctico-metodológico instrumentado por el docente. Definitivamente, la incongruencia pedagógica, entre metodología implantada y capacidad real de construcción cognoscitiva del alumno, puede ser superada si el docente modifica su práctica, si actúa utilizando didácticamente la curiosidad, el interés y la espontaneidad del niño; tratando de partir de la intuición a la formalización matemática, y a la generalización contextual.

Si consideramos la etapa de desarrollo psicológico por la que atraviesan los alumnos que constituyen el marco de referencia, po

4) Avila Alicia y Mancera Eduardo. Memorias Sobre Matemática Educativa. En La Matemática en la Escuela III. Antología UPN. -- pag. 150.

dremos notar que se encuentran en las operaciones concretas, por lo tanto es factible que el maestro en lugar de explicar a los niños las características del concepto de multiplicación de racionales, permita que manipule objetos concretos o situaciones reales, que le posibilitan su construcción.

Abordar pedagógicamente esta problemática, para estar en condiciones de poder sugerir una posible alternativa de solución, implica realizar un análisis detallado de las causas principales que la originan.

La matemática es una de las materias escolares en la que se detecta, un desfase entre el desarrollo intelectual del individuo y el tratamiento didáctico aplicado a los contenidos para su apropiación. Su respectivo aprendizaje, se ha convertido en los últimos años en un espacio impregnado de inadaptación intelectual, de esta manera, el número de sujetos que fracasan en la construcción de conocimientos matemáticos, ha ido en aumento paulatinamente en los diferentes niveles escolares; implicando la necesidad de cuestionar las bases en que se apoyan las estrategias didácticas aplicadas. Frente a todo ello, es congruente analizar la inadecuación didáctica del modelo pedagógico, para proponer soluciones mejores.

La enseñanza de las matemáticas ha caído en la ritualización técnica, producto de conceptualizaciones inoperantes del docente e impuestas por la institucionalidad. Pedagógicamente, los conocimientos que se pretenden adquieran los alumnos, no tienen relación con ningún hecho concreto de su vida real, fuera del ámbito escolar; se abusa del simbolismo abstracto en forma prematura, sin relación alguna con las acciones que el niño realiza cotidianamente, se limita a reproducir mecánicamente procedimientos algorítmicos sin referencia contextual; asisten a la escuela a tratar de interpretar las matemáticas como una obligación impuesta, puesto que, si su aprendizaje no se apoya en el interés absoluto y la curiosidad natural de nada servirá su asistencia consecutiva, los contenidos no se incorporarán a su estructura intelectual, como una herramienta que coadyuve a la inter -

pretación y transformación de su contexto.

En general, los antecedentes reales que sustentan la propuesta, convergen en una situación clara y precisa: los planteamientos didácticos para la apropiación de contenidos matemáticos no coinciden con las características psicológicas del niño, o sea, se pretende que mediante la percepción, la memorización, la mecanización o repetición; la disciplina impuesta por una autoridad unilateral; etc. el alumno llegue al aprendizaje de las matemáticas (interpretado como un cambio de conducta observable); y se olvida o se desconoce, que el niño se encuentra en la etapa de las operaciones concretas, y por lo tanto, es la acción sobre los objetos la que contribuirá determinadamente a la construcción de su conocimiento, es la socialización dentro del aula, el cooperativismo y la interacción, factores socioafectivos que hacen posible la apropiación de contenidos. La consecuencia real de la práctica docente tradicional es el fracaso escolar; la sobrevivencia de los superdotados y la carencia de capacidad de análisis posterior. Para pugnar por un auténtico aprendizaje en el sujeto, para que desarrolle y aplique su potencial cognitivo; se considera indispensable que el diseño curricular de matemáticas, enmarque las necesidades e intereses propios de los niños y acordes a su etapa de desarrollo biopsíquico, además, sean discutidos y sistematizados por los docentes.

En relación a las características específicas de la situación problemática planteada cabe destacar, que los números racionales no son presentados como un conjunto numérico con características y propiedades especiales; no se lleva al alumno en los grados inferiores a la conceptualización adecuada de un número racional y sus diferentes representaciones, se les conduce exclusivamente a la mecanización algorítmica y verbal; sin llegar a la conceptualización que posibilite generalizar y aplicar sus conocimientos a situaciones problemáticas nuevas.

Se considera que un antecedente real a la problemática planteada lo constituye la conceptualización de los números racionales que a los niños traen de grados anteriores, resultado de la metodología

gía implementada por el docente.

La construcción del conocimiento en relación con los números racionales, presenta algunas fallas técnicas, contempladas en los libros de texto o en los programas, que limitan la posibilidad del alumno para llegar a la conceptualización de la multiplicación de racionales.

En primer término, carecen del concepto, "...identifican con mucha facilidad racionales representadas únicamente en círculos o rectángulos..."⁵ calculan algorítmicamente la comparación de dos números racionales, pero conceptualmente no logran hacerlo; ubican números racionales en la recta numérica que no sean mayores que la unidad, en caso contrario les es muy difícil; cuando de - sean colocar dos o más racionales en la recta, tienen muchos problemas a consecuencia de no interpretar la equivalencia o comparación, así como la identidad del sistema.

En la solución de situaciones problemáticas que implican multiplicación de racionales, son enfrentados a problemas en los que señalan partes de un entero, sin embargo, "...tienen dificultad para interpretar las multiplicaciones de números racionales como partes de un conjunto..."⁶.

Se considera que existen diversos factores que contribuyen a que el alumno no conceptualice adecuadamente la multiplicación; no posee la estructura mental apropiada para la asimilación de este contenido, porque es propio de su evolución intelectual o no se le ha colocado didácticamente en condiciones favorables para la construcción intelectual; el maestro abusa de la representación gráfica en forma prematura; se concretan a la mecanización algorítmica sin llegar a la conceptualización. Encuanto a la práctica docente hace falta creatividad para general situaciones didácticas favorables al proceso constructivo del conocimiento; las -

5) Avila Alicia y Mancera Eduardo. Op. cit. Pag. 148.

6) Id.

espectativas del maestro, el partir de supuestos equívocos en relación con el potencial cognoscitivo o equipamiento operativo -- que el niño posee de acuerdo a su desarrollo biopsicosocial y en casos extremos, la falta de dominio del tema por el docente.

Frente a este panorama pedagógico, es indispensable analizar las estrategias didácticas aplicadas, para el tratamiento de contenidos matemáticos a fin de instrumentar nuevas acciones metodológicas, que conjugue armónicamente el contenido curricular matemático, el nivel psicointelectivo del sujeto y el contexto social en el cual están inmersos; con la finalidad de facilitar al alumno la construcción de un pensamiento estructural operativo, que le permita aplicar constantemente el razonamiento lógico, el análisis y la crítica de su entorno social; además, encuentre una explicación a su curiosidad innata e interés natural y tenga la oportunidad de intercambiar puntos de vista con los demás.

Se cree elemental que los contenidos matemáticos sean asimilables por todos los sujetos, que no exista esa selectividad originada por las relaciones pedagógicas tradicionales entre el maestro, el alumno y la institución. Actualmente existen fundamentos suficientes, para sostener que psicopedagógicamente, todos los seres tienen facultades cognitivas adecuadas para el aprendizaje de las matemáticas; el problema real es el método pedagógico abordado por el docente y conceptualización de la práctica.

En cuanto a la problemática planteada, resulta esencial que los alumnos conceptualicen la multiplicación de números racionales, con propiedades o relaciones que se dan y surgen de objetos concretos; que los procedimientos algorítmicos se derivan de situaciones vitales significativas para los niños y sean susceptibles de generalizarse a situaciones contextuales nuevas. Es imperativo pugnar constantemente porque el alumno construya el concepto de la multiplicación de números racionales, descubra y mecanice las relaciones algorítmicas y sea capaz de transpolarlo a situaciones vitales. Lo anterior significa, que el alumno tendrá la estructura intelectual adecuada para asimilar conocimientos ta -

les como: división de números racionales, distribución porcentual, reparto proporcional, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, etc.

En general, se considera de vital importancia, facilitar al alumno la apropiación de conceptos sobre la multiplicación de racionales, que le actúan útiles en la construcción de conocimientos posteriores más complejos, a fin de lograr incorporarlos a su estructura intelectual, incrementando la posibilidad de aplicar la reflexión en su actuar personal.

Pedagógicamente es conveniente que el docente propicie en el alumno, la comprensión y asimilación de contenidos matemáticos como algo útil y sencillo, con un lenguaje claro y preciso con una actitud de confianza y seguridad; nunca como un conjunto de recetas formularias, abstráctas y áridas, envueltas en un lenguaje sofisticado y técnico, acompañadas de la pedantería y prepotencia del docente.

B) ALCANCES Y LIMITACIONES DE LA PROPUESTA:

El presente trabajo representa un esfuerzo e inquietud, por tratar de demostrar que en la actualidad se hace necesaria la implementación de una práctica docente acorde con los requerimientos sociales vigentes; que es necesaria una modificación curricular, en la que, estrictamente, se tomen en cuenta la etapa biopsíquica de desarrollo del niño, el contexto social y las características del contenido.

Específicamente se intenta, proporcionar la comprensión de la multiplicación de los números racionales en forma objetiva, así como su respectiva aplicación a la solución de problemas prácticos de la vida real; pugnar para que estos contenidos matemáticos se conviertan en una estructura cognitiva, como soporte de nuevos contenidos necesarios en su formación académica.

En general, algunas de las limitaciones que condicionan la práctica docente, están constituidas esencialmente por las características socioeconómicas que rodean a la escuela y al alumno; existen niños con capacidad intelectual, pero que asisten en for

ma discontinua a las labores escolares, originando desatírcula--
ciones en la construcción de su conocimiento, debido a que se --
tiene que incorporar prematuramente a la producción para el sus--
tento familiar.

Se carece de un marco teórico adecuado para el tratamiento psico
pedagógico de los contenidos matemáticos. Las instituciones ofi--
ciales no se avocan a la actualización y mejoramiento profesio -
nal del personal en servicio, consecuentemente, se registran vi--
cios en la práctica docente, que repercuten seriamente en el a--
prendizaje de los alumnos.

En la mayoría de los grupos escolares, existe una profunda dife--
renciación social. que la escuela y sus prácticas en ocasiones -
asentúan, la clase social se constituye en un espacio de repro -
ducción de las relaciones sociales del sistema productivo, obsta--
culizando el aprendizaje real del niño; el intento de hacer crí--
tico y reflexivo a un niño, implica el rompimiento del individua -
lismo y la distinción personal en el aula, característico de --
nuestro sistema, para dar paso a la socialización en el aprendi--
zaje, en el que la duda, la perplejidad y el cuestionamiento se--
rán motores naturales del aprendizaje; hacerlo o favorecerlo, re--
presenta una liberación de fuerza ideológica de las clases socia -
les, que pondrá en evidencia al sistema productivo, mismo que es
grime sus condiciones implícitas.

El aspecto didáctico, es un factor determinante que condiciona -
al aprendizaje de las matemáticas. La falta de un marco teórico--
metodológico, que aporte lineamientos didácticos con bases peda--
gógicas sólidas, obliga al docente a caer en la improvisación, a
la instrumentación de diferentes criterios pedagógicos para la -
conducción del proceso enseñanza-aprendizaje. En esta heterogenei -
dad didáctica, es muy posible que el alumno a lo largo de su for--
mación elemental, sea enfrentado y tratado con diferentes enfo--
ques o criterios didácticos, provocando paralizaciones en su for--
mación sistemática, a ello es factible agregar, que se tiene un--
conocimiento preciso de la aplicación de dinámicas encaminadas a

la integración grupal.

Estos y otros factores, comunes en muchos casos, se amalgaman para formar una especie de muro de contención de la práctica docente, provocando una reacción angustiosa del maestro, que se refugia en la improvisación, la rutina, el ausentismo, etc., lesionando gravemente el rendimiento escolar.

C A P I T U L O I I

EL CONTEXTO DE LA PRACTICA DOCENTE

A) EL CONTEXTO SOCIAL:

Toda práctica está rodeada por determinado contexto, cuya influencia es determinante. Covenientemente cada maestro debe analizar las condiciones del medio ambiente físico y social que circunscribe a su práctica, a fin de implementar acciones pedagógicas en función de ellas.

El centro de trabajo donde se desarrolla la labor docente. se llama "Benito Juárez", se encuentra ubicada en la cabecera municipal de Chapulhuacán, perteneciente al estado de Hidalgo. Esta población se sitúa geográficamente al Norte de la entidad federativa. Es una localidad semiurbana, cuenta con algunos servicios-asistenciales básicos. Debido a lo accidentado del terreno se distinguen como actividades principales, la agricultura de temporal (maíz y frijol), el cultivo de café y el comercio en pequeña escala. La mayoría de las familias son de escasos recursos económicos, razón que obliga a los padres de familia a emigrar constantemente en busca de un trabajo mejor remunerado que sostenga o mejore las condiciones de vida. La escasez de fuentes de trabajo y la productividad agrícola de consumo prevaeciente, origina grandes diferencias socioeconómicas con serias repercusiones en la labor docente.

La mayoría de la población practica la religión católica, por ello es muy notoria la influencia ideológica religiosa en la mayoría de los alumnos, creando una barrera significativa que obstruye la práctica escolar.

En general, la población por sus características semiurbanas, posee un alto grado de diferenciación social; unida a una gama de tradiciones en su mayoría religiosas; a pesar de que existe un plantel de educación preescolar, dos de educación primaria, uno de educación media básica y uno de nivel medio superior.

El Centro de trabajo pertenece al sistema federal, mixto, hora -

rio matutino, de organización completa, atendido por doce maestros y un director sin grupo. El inmueble posee la cantidad suficiente de aulas para atender 350 niños que constituyen el total de alumnado. Se puede observar que aproximadamente el 30% de los padres de familia, se preocupan realmente por el aprendizaje de sus hijos y los posibles problemas que enfrentan en la escuela; el resto son apáticos e indiferentes a la problemática que implica la tutela de sus hijos. He de agregar, que la mayoría de los alumnos pertenecen a estratos socioeconómicos bajos, hijos de padres campesinos, artesanos, pequeños comerciantes y un reducido porcentaje de profesionistas e inversionistas.

En este contexto social la escuela intenta cumplir su función; la totalidad del personal docente asiste diariamente a su trabajo; no se enfrentan problemas de ausentismo del docente. tiene la preparación profesional requerida para el desempeño de sus funciones. es muy notoria la preocupación en cuanto a la crítica que esperan de los padres de familia, en relación a su trabajo, sobre todo cuando se comunica el resultado de concursos realizados muy frecuentes, todo ello debido a que existen grupos paralelos, y el prestigio del maestro está en juego.

El desempeño de la función social de la escuela, en relación a la proyección hacia la comunidad, es cumplido; se participa en eventos socioculturales que la escuela o la localidad organiza, en este aspecto, es conveniente destacar, que el plantel goza de amplio reconocimiento. Como responsable de la dirección de la escuela, se encuentra un director sin grupo, destaca en su labor, el intento permanente por favorecer las buenas relaciones entre el personal docente.

B) EL GRUPO ESCOLAR:

El grupo bajo mi responsabilidad, corresponde al quinto grado, integrado por 40 alumnos de ambos sexos, cuya edad fluctúa entre 10 y 11 años; psicológicamente se encuentran en el periodo de las operaciones concretas; algunas de las características más sobresalientes son: su pensamiento operatorio, o sea, son capaces-

de realizar acciones materiales o interiorizadas con la posibilidad de ser reversibles; en el terreno afectivo, es muy significativo el hecho de que al situarseles frente a determinado contenido matemático, se motivan al trabajo escolar, si se les permite la manipulación de objetos concretos, por medio de las cuales descubran las relaciones del objeto del conocimiento llegando a una relativa conceptualización; destaca la voluntad e interés espontáneo que despierta en ellos este tipo de acciones; biológicamente están al principio de la adolescencia y presentan algunas características biopsicosociales inherentes a su edad; cambio de voz y ensanchamiento de hombros y tórax, en los varones, desarrollo del pecho y caderas en las mujeres; en ambos sexos se observa determinado sentimiento de atracción hacia personas del sexo opuesto, sin embargo, en el trabajo académico existe preferencia hacia la actividad en forma individual, no están habituados a interactuar, ni al trabajo en pequeños grupos; este individualismo suscita constantes antagonismos, conflictos y rechazos entre ellos.

Se observa, marcada dependencia de las disposiciones del maestro de grupo, carecen por el trabajo pedagógico que han recibido, de iniciativa y creatividad en cuanto al abordaje de la actividad escolar. Dentro del aula, es notoria la diferenciación, en relación a la interacción relativa entre hombres y mujeres; los niños no aceptan realizar un trabajo en forma conjunta con las mujeres y viceversa.

Individualmente, existen algunos alumnos que presentan un alto grado de desnutrición y parasitosis, que provoca un deterioro orgánico afectando considerablemente los niveles de atención, concentración y disposición para el trabajo escolar. Se detectan diversos casos de introversión, timidez e inseguridad, causados principalmente por las condiciones socioeconómicas en las que habitan, por ejemplo: familias numerosas de escasos recursos económicos, hijos de padres alcohólicos o desadaptados socialmente, hijos de madres abandonadas o solteras, etc. Estos elementos sociológicos, colocan al alumno en grado relativo de desintegra --

ción grupal, que dificulta el trabajo colectivo.

Frente a la heterogeneidad descrita en sus aspectos biológicos, psicológicos y sociológicos, es congruente instrumentar estrategias didáctico-metodológicos que amalgamen estos factores a las características del contenido matemático específicamente tratado aquí.

Tal como se mencionó en el apartado anterior, las condiciones -- reales en que se encuentran los niños para la conceptualización de la multiplicación de los números racionales, es muy limitada, se concreta a un vago concepto de "parte de", en relación a un cuadrado o a un círculo; se hace mención de ello porque se considera un prerrequisito para la elaboración del conocimiento, contemplado en esta propuesta.

Existen algunos aspectos estrechamente vinculados con el tema, - que son tratados en forma ritual y mecánica por el maestro y cuya influencia es determinante para la reconceptualización de los números racionales, algunos de ellos son: se comparan gráficamente números mas pequeños que la unidad, al colocar números en la recta lo hacen con aquellos más comunes y que no presentan ninguna dificultad; y lo más inapropiado; no usan los racionales en forma decimal, aplicados a la vida diaria.

Estas son las condiciones reales en las que se pretende aplicar la presente propuesta, sustentada desde luego, en un marco que - contempla los conceptos y las acciones didácticas susceptibles - de ponerse en práctica.

C A P I T U L O I I I

IMPLICACIONES TEORICAS Y METODOLOGICAS DE LOS NUMEROS RACIONALES

A) MARCO TEORICO:

La actividad educativa en todos los tiempos ha sido sustentada - en múltiples factores, provocando serias implicaciones en la sociedad. De ahí que la educación como fenómeno social, carezca de una estructura sólida y objetiva que le permita apoyarse científicamente, para erigirse como una disciplina científica en la actividad humana. Muy someramente ha surgido la pedagogía, como -- ciencia humana para el apoyo de la educación, y últimamente la -- psicología ha realizado algunas contribuciones de apoyo a la labor docente.

Diversas conceptualizaciones existen en la pedagogía, pero algunas coinciden en afirmar que es el estudio, la disciplina, o con junto de normas que se refieren a un hecho o a una actividad educativa. De la labor docente nace la inquietud por consolidar un marco disciplinario, que rijan las acciones del hombre en materia de educación.

La primera característica que se encuentra en la educación al -- buscar su concepto, es lo que podría llamarse su humanidad, su -- sentido humano, como una actividad propia del hombre, en el que -- es juez y parte. Esto viene a complicar la definición exacta y a -- bre un sinúmero de aplicaciones contextuales de las cuales el -- hombre es el eje. Por lo tanto, las conceptualizaciones de la educación depende de la calidad y la estructura humana del pedagogo, de su ideología, de su contexto, de sus determinaciones históricas; quizá por ello no termina de construirse la ciencia pedagógica como un sistema cerrado.

Etimológicamente la palabra educación "...procede del latín educare, que significa "criar, nutrir, alimentar" y de ex-ducare, que equivale a "sacar, llevar o conducir desde dentro hacia afue -- ra..."⁷. Esta doble etimología, da origen a dos acepciones que a

7) Nassif Ricardo. Los Múltiples Conceptos de Educación. En Me -

primera vista resultan opuestas. Si se acepta la primera, la educación es un proceso de alimentación o acrecentamiento desde fuera, la segunda muestra el encausamiento y conducción de disposiciones interiores ya existentes en el individuo, hacia afuera.-- Los dos sentidos que estas raíces sustentan se consideran acrecentamiento y crecimiento; constituyen los procesos centrales de diversas corrientes interpretativas de la educación y el aprendizaje, que através del tiempo han luchado por imponerse.

La educación no solo responde a influencias eternas del individuo, si no que este tiene un poder intelectual constructivo que es determinante. No se puede usar una acepción y deshechar la otra, las dos se complementan. De aquí nacen los conceptos: heteroeducación y autoeducación; en la primera el hombre es formado, en la segunda el hombre se forma; en ambos casos la educación es un proceso formativo del ser humano, los términos no son opuestos, son situaciones complementarias de una realidad objetiva. - La educación es pues un proceso formativo del hombre, por medio de influencias exteriores (contexto) concientes o inconcientes; - o bien, por un estímulo que tal vez no provenga del individuo -- mismo pero suscita en el, una voluntad de desarrollo autónomo -- conforme a su propia ley.

La realidad enseña que la educación "...es por esencia un acto, - un proceso dinámico que nace con el hombre y muere con él..."⁸ - en la medida que éste es capaz, aunque con diversos matices o -- grados, de formarse o de recibir influencias en su vida. En consecuencia, la educación como un proceso individual, social y cultural; antes que un efecto o producto definitivo o inmutable; es un proceso dialéctico social, que tiene un gran poder de expansión y crecimiento; que en forma sistemática o asistemática, modela al hombre ideológicamente. Es un acto que involucra a la -- instrucción, considerada ésta como se supedita a un bien objeti-

dios para la Enseñanza. Antología UPN. Pág. 149.

8) Idem.

vado..."⁹. Estamos frente a la instrucción, cuando el maestro y el alumno se sujetan a las características del contenido y son - transmitidas y apropiadas, respetando su fondo y forma, práctica - mente es un acto específico de enseñanza aprendizaje, el alumno - y el maestro se relacionan indirectamente, dando prioridad al -- contenido tratado. Se trata de un contacto meramente intelectual y medido, en la que la dirección del proceso, está determinado - por las propias características del contenido.

La educación incluyendo a la instrucción, aspira a una cobertura más amplia, se interesa por el efecto que produce en el indivi - duo la asimilación de un contenido, que puede ser de caracterís - tica valoral o intelectual (respeto, nacionalismo, moral, análi - sis, duda, cuestionamiento, etc.). La educación tiende al fin su preme ideal de la autoeducación, donde el hombre por si solo -- cuestiona, interpreta y transforma su contexto. A través de la - historia del género humano, ésta ha sido la encrusijada de la e - ducación, enfocarse exclusivamente a transmitir conocimientos a - individuos pasivos, confiando solo en la percepción y memoria; a favorecer a un proceso de construcción de conocimientos a indivi - duos activos, que utilicen su experiencia, inquietud e iniciati - va para la apropiación de contenidos.

La educación es un rasgo distintivo, propio y particular del hom - bre; por ello la educación se ha constituido en una característi - ca primordial de las generaciones sociales, para garantizar la - continuidad del pensamiento de los individuos en determinada épo - ca histórica "...en todos los tiempos, los principios filosófi - cos que sustentan la educación, difieren y responden, según las - estructuras políticas, económicas y sociales que prevalezcan en - el contexto..."¹⁰ así, la educación de las comunidades primiti - vas, del esclavismo, del feudalismo, del capitalismo o del socia - lismo, difieren radicalmente. Cada modo de producción tiene una -

9) Ibidem Pág. 155.

10) Ponce Anábal. Educación y Lucha de Clases. Editores Mexica - nos, 8a. Ed. p. 240.

estructura social y en ella se articula la educación de los individuos, que garantice y reproduzca las condiciones económico=sociales convenientes. Sin embargo, aún dentro de este rol de reproducción ideológica que se le atribuye al espacio escolar, la educación ha servido para sembrar la inquietud hacia la transformación constante de la naturaleza y la sociedad. Se puede afirmar que ha contribuido a provocar las contradicciones que se constituyen en el motor de la transformación dialéctica de la sociedad.

En sistemas educativos nacionales con rasgos semejantes al nuestro, la educación se considera sistemática o asistemática; la primera se enmarca en un contexto curricular, adaptada a tiempo y espacio específicos, controlada, vigilada y mediatizada por el estado en cuanto a principios y fines; la segunda, se ubica principalmente en el espacio contextual, condicionada por los principales agentes socializantes (iglesia, medios de comunicación, estado, sindicatos, partidos políticos, etc.) cuya finalidad es la inculcación ideológica de la clase dominante. Por sus características la educación asistemática tiene un radio de acción superior a la sistemática; concretamente ésta se incluye en aquella, de tal manera que la práctica docente no escapa a la inclinación ideológica. La escuela es un espacio social en el cual convergen distintas clases sociales, en ella se dan momentos de resistencia, ruptura y conflicto ideológico que constituyen momentos de aprendizaje; así, la resistencia o adaptación al currículum oficial u oculto, es factor determinante en la práctica docente. En estas condiciones se da el aprendizaje de los sujetos, pero hablar de ello implica realizar un análisis detallado.

La evolución del pensamiento que se ha sucedido a través de los siglos, existen interrogantes que han provocado serias controversias ideológicas, generando a la vez, variadas corrientes de interpretación. Un problema sustancial por el tema que nos ocupa, en el terreno de la filosofía, es el origen del conocimiento (epistemología); todas las teorías, que lo explican coinciden en señalar que intervienen dos factores capitales: sujeto y objeto-

el conocimiento. Los empiristas, filósofos premarxistas, sostienen que el objeto determina al sujeto en la relación del conocimiento el sujeto permanece pasivo. Los racionalistas, filósofos idealistas, afirman que el sujeto determina al objeto; en la relación del conocimiento, el sujeto se apropia del objeto del conocimiento, el cual permanece pasivo. Hasta hace algunos siglos -- prevaleció una u otra corriente, sin más alternativas, sin embargo, la constante curiosidad del hombre, lo llevó a explicar esta inquietud desde otro punto de vista, "...el sujeto realiza una actividad teórico-práctica (praxis) es decir, la actividad permanente se acompaña de una acción, real, objetiva, material y práctica..."¹¹ el objeto del conocimiento es producto de la práctica o de la praxis y el conocimiento, un proceso de construcción de objetos por esa actividad teórico-práctica, la realidad que en cierto sentido es externa al hombre, por la praxis, se convierte en una realidad humanizada, o sea, una realidad social. Esta corriente de interpretación, llamada materialismo dialéctico, sostiene que el sujeto y el objeto interactúan, los filósofos que la enarbolan son seguidores de Carlos Marx. Esta variante filosófica ha originado nuevas conceptualizaciones psicológicas y pedagógicas. Paralelamente a la conceptualización del empirismo, se desarrolla la mentalista o de la disciplina mental, para que -- nes, "...aprendizaje es almacenamiento de información, adiestramiento de la mentalidad..."¹² coinciden con la corriente pedagógica llamada didáctica tradicional, en la que el alumno es un ser pasivo que recibe información, explicada o elaborada por el maestro, como transmisor del conocimiento. Al otorgarle al sujeto epistemológico prioridad en la relación con el conocimiento, se está de acuerdo con el racionalismo filosófico, que origina el conductismo como corriente psicológica; para los conductistas, "...el aprendizaje, se convierte en un cambio de conducta apre --

11) Pérez J. Esther. Problemática General de la Didáctica. En Sociedad y el Trabajo UPN. Pág. 4

12) Pico Herrera L. La Docencia y el Aprendizaje. UPN. Pág. 26.

del conocimiento. Los empiristas, filósofos premarxistas, sostienen que el objeto determina al sujeto en la relación del conocimiento el sujeto permanece pasivo. Los racionalistas, filósofos-idealistas, afirman que el sujeto determina al objeto; en la relación del conocimiento, el sujeto se apropia del objeto del conocimiento, el cual permanece pasivo. Hasta hace algunos siglos -- prevaleció una u otra corriente, sin más alternativas, sin embargo, la constante curiosidad del hombre, lo llevó a explicar esta inquietud desde otro punto de vista, "...el sujeto realiza una actividad teórico-práctica (praxis) es decir, la actividad pensante se acompaña de una acción, real, objetiva, material y práctica..."¹¹ el objeto del conocimiento es producto de la práctica o de la praxis y el conocimiento, un proceso de construcción de objetos por esa actividad teórico-práctica, la realidad que en cierto sentido es externa al hombre, por la praxis, se convierte en una realidad humanizada, o sea, una realidad social. Esta corriente de interpretación, llamada materialismo dialéctico, sostiene que el sujeto y el objeto interactúan, los filósofos que la enarbolan son seguidores de Carlos Marx. Esta variante filosófica ha originado nuevas conceptualizaciones psicológicas y pedagógicas. Paralelamente a la conceptualización del empirismo, se desarrolla la mentalista o de la disciplina mental, para quienes, "...aprendizaje es almacenamiento de información, adiestramiento de la mentalidad..."¹² coinciden con la corriente pedagógica llamada didáctica tradicional, en la que el alumno es un ser pasivo que recibe información, explicada o elaborada por el maestro, como transmisor del conocimiento. Al otorgarle al sujeto epistemológico prioridad en la relación con el conocimiento, se está de acuerdo con el racionalismo filosófico, que origina el conductismo como corriente psicológica; para los conductistas, "...el aprendizaje, se convierte en un cambio de conducta apre -

11) Pérez J. Esther. Problemática General de la Didáctica. En Sociedad y el Tra...ología UPN. Pág. 4

12) Pico Herrera L. La Docencia y el Aprendizaje. UPN. Pág. 26.

ciable, medible y observable..."¹³ que permanecerá si se refuerza mediante la recompensa, esta corriente tuvo y ha tenido gran aceptación, por su concordancia con el modelo de producción capitalista; dió lugar a una diferente conceptualización pedagógica: la tecnología educativa, en ella se destaca la forma de la enseñanza, el maestro supuestamente desaparece, para dejar solo al alumno frente al contenido, estructurado en pequeños objetivos, fragmentados y desconectados de la totalidad. Identificándose con el materialismo dialéctico se distingue una nueva corriente psicológica, perteneciente a los cognoscitivistas (teorías de campo); la teoría psicogenética de Jean Piaget, quien sostiene que el aprendizaje es efectivamente un cambio de conducta, pero una conducta molar, el individuo parte de un estado menor a uno superior de conocimientos, el aprendizaje es un proceso dialéctico, sujeto a marchas, alteraciones y regresiones, el conocimiento se da "...a través de las operaciones cognoscitivas de los sujetos, mediante su acción. El conocimiento busca el equilibrio entre el sujeto y el medio, que se logrará en función de los esquemas adaptativos, generados por la asimilación del contenido y su acomodación al medio..."¹⁴ Piaget sostiene que el sujeto juega un papel interactivo-constructivo en relación al objeto del conocimiento, haciendo uso de sus estructuras operativas y utilizando la experiencia (no en el sentido empirista clásico) física y lógico-matemática que le permite construir su inteligencia. En esta situación el contexto es determinante y la función escolar se limita a ser generadora de situaciones didácticas que le permitan al niño, operar sobre los objetos para construir su conocimiento, "...conocer es asimilar lo real a estructuras de transformaciones, siendo éstas elaboradas por la inteligencia en tanto prolongación de la acción..."¹⁵ la apropiación del objeto del conocimiento, se da en función del accionar constructivo del su-

13) Ibit. Pág. 40

14) Ibit. Pág. 57

15) Piaget Jean. Psicología y Pedagogía. Ed. Ariel. Pág. 56.

jeto. En los primeros años la inteligencia es práctica, sensomotora, las acciones son externas, a medida que se avanza a un grado superior de inteligencia, "...las acciones interiorizadas se convierten en operaciones lógico-matemáticas, motor de todo juicio o razonamiento..."¹⁶, y por las cuales atravieza el desarrollo gradual de la inteligencia del niño: Período sensomotor (0-2 años), período preoperatorio (2-7 años), período de las operaciones concretas (7-12 años) y período de las operaciones formales (12-15 años). Estos períodos no son rígidos en cuanto a tiempo y duración; hay un margen de variación dependiendo del desarrollo biológico, psicológico y social del niño.

Los aportes piagetanos al conocimiento en general, apuntan el nacimiento de la psicología genética; en particular, originan la psicogenética, como una corriente actual dentro de la psicología, revoluciona considerablemente la posición pedagógica, promoviendo una nueva conceptualización: La didáctica crítica; en esta corriente pedagógica, el aprendizaje es un cambio de conducta molar, constituye un punto de reflexión sobre esquemas obsoletos de docencia, proporciona la oportunidad de que el maestro analíticamente su labor docente, proponga alternativas de acción y la enfoque a la formación de alumnos creativos, críticos, reflexivos y participativos. En contraposición, a los conceptos receptivo y activista de las teorías anteriores; la didáctica crítica defiende la posición interactivo-constructivista; el alumno construye su conocimiento en interacción con sus compañeros, con su contexto, por medio de esquemas adaptativos que se traducen en estructuras mentales, y se van sucediendo una a una en la mente del individuo. La escuela nueva se apoya en métodos activos; no en cuanto a la actividad física del alumno; si no en cuanto a su posición frente al objeto del conocimiento.

Los avances en la psicología contemporánea, nos ayudan a inter -

16) Ibit. Pág. 57.

pretar actualmente al aprendizaje como un fenómeno condicionado por múltiples factores, es característico del ser humano y contribuye a que el sujeto interprete y transforme el contexto que le circunscribe. Es también, "...un proceso continuo y fácil, -- tan natural como respirar. Los niños se esfuerzan por evadir situaciones en las que no haya que aprender..."¹⁷ un individuo no tiene que estar lo suficientemente motivado para aprender, de hecho en los niños es tan natural, que estar privado de la oportunidad de aprender, es tedioso y aversivo.

Según la teoría psicogenética, el sujeto construye su conocimiento matemático a partir de la acción sobre los objetos concretos, estructurando su pensamiento con las características de los objetos, utilizando su experiencia física y lógico-matemática. La inteligencia es acción, su función principal consiste en organizar lo real y adaptarlo a sus estructuras, mediante una progresiva e equilibración entre las invariantes funcionales: la asimilación y la acomodación. En el período sensoriomotor a falta de lenguaje y de función simbólica la construcción de la inteligencia es práctica, se efectúa apoyándose en percepciones y movimientos; sin que intervengan la representación y el pensamiento.

Al inicio de las operaciones concretas, en el subperíodo preoperatorio aparece el lenguaje y con él la representación mental; la construcción intelectual, sigue apoyándose en las acciones, pero ahora ya pueden ser interiorizadas, sin llegar a ser operaciones, gracias a la función simbólica; en este subperíodo el niño es prelógico y egocéntrico y en sus inicios es difícil relacionar la acción a la representación mental que acaba de aparecer; o sea el lenguaje y el pensamiento.

De los 7 a los 11 años, subperíodo de las operaciones concretas, aparece la lógica, la reversibilidad y la operación, "...las ope

17) Smith Frank. Comprensión de la Lectura. En Desarrollo Lingüístico y Curricular. Antología UPN. Pág. 14.

raciones, son acciones interiorizadas reversibles..."¹⁸, esta reversibilidad puede consistir en inversiones o reciprocidad, se apoya principalmente en invariantes y éstos en sistemas de transformación, llamados nociones o esquemas de conservación. Los esquemas pueden servir de indicios psicológicos de perfeccionamiento de una estructura operatoria (aditiva, multiplicativa, etc.). Los esquemas o nociones de conservación de la materia a los 7-8 años, del peso a los 9-10 años y los de volúmen a los 11-12 años.

Las operaciones en este nivel son concretas, en virtud de que detectan relaciones y propiedades de los objetos, y son realizadas con objetos y no se refieren a hipótesis enunciadas verbalmente.

En esta etapa, la evolución progresiva de la inteligencia del niño, presenta formas de organización y construcción nuevas, equilibrio más estable, concentración individual y colaboración efectiva en vida común, "...cierta capacidad de reflexión para coordinar sus acciones con los demás..."¹⁹, es capaz de participar en una discusión socializada, externando su reflexión hacia una asimilación racional.

En el período de las operaciones formales, el adolescente se desprende de lo concreto para dar paso a su pensamiento y operaciones hipotético-deductivas.

Como podemos inferir nuestros conocimientos no proceden directamente de la sensación o de la percepción; si no de la totalidad de la acción; como las operaciones consisten en acciones interiorizadas y coordinadas a estructuras de conjunto (reversibles), si queremos analizar este aspecto operatorio de la inteligencia humana, es conveniente partir de la acción y no de la percepción.

18) Piaget Jean. Psicología del Niño. En La Matemática en la ESCUELA I. Antología UPN. Pág. 246.

19) Piaget Jean. Seis Estudios de Psicología. Ed Ariel. Pág. 65

Siempre que operamos sobre un objeto lo estamos transformando; - se puede transformar de dos maneras: Una consiste en modificar - sus movimientos para explorar su naturaleza o sus propiedades, - esta es la acción física. La otra consiste en enriquecer el objeto con las relaciones o propiedades nuevas, conservando las anteriores, pero completándolas con clasificaciones, seriaciones, correspondencias, etc., estas acciones son lógico-matemáticas; de aquí parte nuestro conocimiento, de estas dos acciones que nos - dotan a la vez experiencia (física y lógico-matemática) "...en - este sentido, el origen del conocimiento, no está en la percepción, si no en la acción y la experiencia..."²⁰. En este período se detecta un considerable aumento en la capacidad del sujeto, - en cuanto a operaciones deductivas, con sus caracteres de conservación y reversibilidad, lo que permite la elaboración de una lógica elemental de clases y de relaciones muy incipientes, pero - estos progresos son aún muy limitados, el sujeto no razona a partir de puras hipótesis expresadas verbalmente, tiene la necesidad de deducir en forma coherente, apoyándose en la manipulación de objetos concretos.

La inteligencia se elabora a partir de una progresión constructiva; mientras que la abstracción reflexiva (conocimiento lógico-matemático) no se produce independientemente de la abstracción empírica (conocimiento físico) en los primeros períodos de desarrollo; más adelante será posible que la abstracción reflexiva - tenga lugar independientemente, desde luego en forma paulatina, dependiendo del nivel de madurez del niño, factores internos como externos. Aquí es donde la función del docente, la pertinencia del currículum y los fundamentos psicopedagógicos entran en juego; se hace necesario enfrentar al alumno a experiencias físicas y lógico-matemáticas, que no traen de su contexto; entonces la labor docente implica, generar situaciones didácticas potentes

20) Piaget Jean. El mito del Origen Sensorial de los Conocimientos. En la Matemática en la Escuela I. Pág. 314.

cialmente significativas, para apoyar a los alumnos de contextos desfavorecidos, en la construcción de su conocimiento.

Si se concibe a la matemática como objeto de conocimiento, con características estructurales propias, y al alumno, como un ser potencialmente cognoscitivo; implica instrumentar estrategias didácticas para la apropiación de contenidos matemáticos, en las que se considere al contexto, las estructuras propias del niño y las características del objeto del conocimiento, para favorecer al alumno la construcción de esquemas de asimilación y acomodación que se traduzcan en invariantes operatorios estructurales, indispensables para su progresión intelectual.

La enseñanza de las matemáticas se debe basar en métodos activos, no en cuanto al trabajo escolar, si no en cuanto a la posición del sujeto ante el objeto del conocimiento; que conduzcan al alumno en condiciones de libertad, para que aflore la espontaneidad, la creatividad y la curiosidad, como resultado de su interés natural, "...esto no significa que la educación nueva y activa, exija que los niños hagan todo lo que quieran, sino que reclame especialmente, que los niños quieran y se interesen en todo lo que hacen..."²¹. El rol docente debe ser participativo, consiste en guiar al alumno y lograr con él la apropiación de los conocimientos: matemáticos, generar un ambiente de confianza y libertad para favorecer la iniciativa propia y la confianza en la construcción del conocimiento; debe apoyarse al niño cuando lo solicite; sin caer en el exceso de dirigir verbalmente y unilateralmente el proceso, criticándolo cuando cometa un error o sancionándolo por ello; los errores en el aprendizaje de las matemáticas son parte del proceso dinámico del conocimiento; en el cual los sujetos buscan por si mismos formas adecuadas para comunicar un resultado, es necesario estimular al niño a correr el riesgo de equivocarse, porque pedagógicamente es el camino para-

21) Piaget Jean. Psicología y Pedagogía. Ed. Ariel. Pág. 193.

construir aciertos.

Se considera indispensable que el docente provoque conflictos -- cognoscitivos o desequilibrados en los esquemas adaptativos, para llevar al alumno a apropiarse progresivamente de las características del objeto del conocimiento.

La génesis de los métodos activos, radica principalmente en el descubrimiento de la funcionalidad pedagógica que implica el interés del niño por el contenido; propiciado definitivamente por la relación, maestro-alumno y alumno-alumno, que prive dentro -- del aula escolar o en el momento de la identificación del niño -- con el objeto del conocimiento. El docente con esta metodología, -- está obligado a dirigir las acciones, por una disciplina escolástica, rígida, impuesta y vigilada; si no en un ambiente de cooperación, socialización y respeto mutuo; la mejor disciplina es aquella que surge del trabajo organizado y creativo del niño. Contra el individualismo, la selección intelectual preconizado por la didáctica tradicional de las matemáticas, la socialización y el cooperativismo pedagógico, la actividad intelectual y la interacción entre los alumnos.

Se sugiere la dinámica en pequeños grupos o equipos de trabajo, con métodos activos o dialécticos, en los que la acción y la experiencia sean el motor del aprendizaje; por medio de la discusión, la controversia, el análisis, la crítica, la reflexión, la duda, el cuestionamiento, etc.

La instrumentación de estrategias didácticas acordes con el nivel psicointelectivo del niño, para el aprendizaje de las matemáticas, trae consigo serias implicaciones, algunas de ellas son: -- la reconceptualización de la práctica por parte del docente, su actitud analítica frente a las condiciones curriculares impuestas, el reconocimiento de conflictos y resistencias que se dan en el interior del aula, etc.

En la actualidad es conveniente tomar conciencia, que la sociedad y la enseñanza de las matemáticas no escapa a un proceso dialéctico; por lo tanto ha llegado el momento de superar los con --

ceptos y métodos heredados de otras épocas que en la actualidad son inadecuados; es imperioso deshechar el carácter artificial de lo que se enseña y la manera mecánica de cómo se enseña; es la hora de que el magisterio asuma una actitud crítica y participativa, ante esta problemática que afecta seriamente a la sociedad; consecuentemente se hace necesario que el docente conozca e interprete características teóricas de los contenidos matemáticos.

B) MARCO CONCEPTUAL:

Los números racionales aparecen cuando hay necesidad de fraccionar o dividir la unidad. Si una unidad se divide en partes iguales, cada fracción recibirá un nombre, según el número de partes que se haya obtenido: medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, etc. La idea que genera la creación del número racional es el reparto. Cuando la unidad se divide en partes iguales el resultado es una fracción o un número racional. Estos números fueron representados en la antigüedad por los egipcios, babilónicos y otros pueblos, ante la necesidad de representar partes iguales de las cantidades continuas y con el objeto de hacer reparticiones equitativas y justas; ya fueran alimentos, terrenos o bien para cubrir las necesidades de cálculo en la construcción y la agrimensura. Nuestra actual notación con la raya horizontal, fué introducida por los árabes, generalizándose en el siglo XVI; a los números racionales inicialmente se les denominó rotos o quebrados.

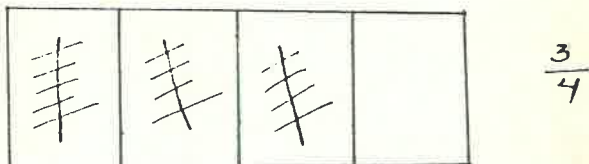
Depurando las ideas generativas anteriores, podemos definir formalmente el concepto de número racional, si partimos de una ecuación simple: $8x = 24$, la solución es $24/8$, o sea 3 enteros (número natural). En cambio si tenemos la ecuación $3x = 2$, el resultado es una racional: $x = 2/3$. Entonces los racionales los haremos depender de una educación multiplicativa; si $bx = a$, entonces $x = a/b$. "...Un número racional es un par ordenado de la forma a/b , en donde a, b son números enteros (a, b) es ordenado, en virtud de que en general consideramos distinto el racional b/a ..."

22) Pérez Castillo Habacuc. Sistemas Numéricos Dos. Ed. Mac Graw. Latinoamericano. 1978. Pág. 12.

El primer término del racional (a) se llama numerador y el segundo (b) se llama denominador. La interpretación física del racional a/b , cuando b es entero positivo, requiere:

- i) Dividir la unidad en b partes iguales.
- ii) Separar esas partes para integrar el racional.

Lo anterior significa, que el numerador indica las partes que se han tomado del reparto, y el denominador, el número de partes en que ha sido dividido el número entero o unidad. Ejemplo:

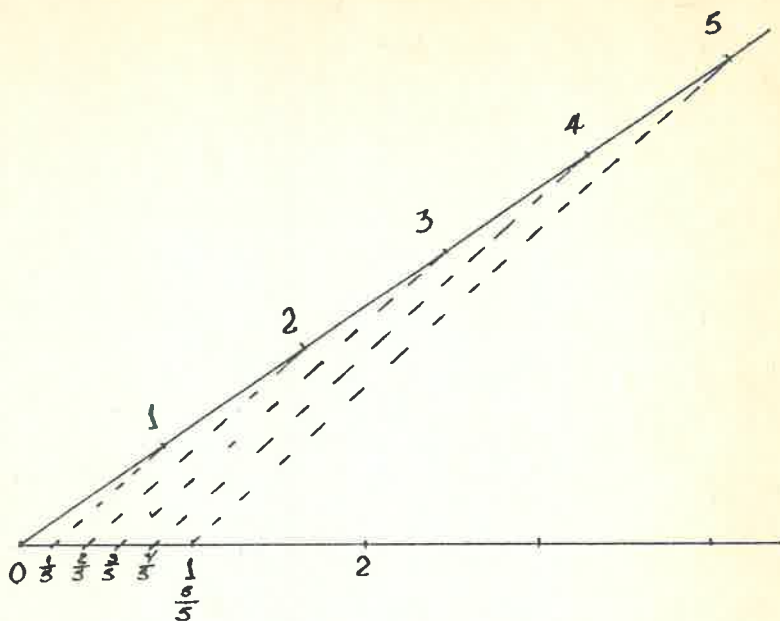


El racional $3/4$ significa, que se han tomado 3 partes de 4 en -- que se dividió el entero. En cuanto al cero como parte de un número racional, ya está establecido que no se concede significación a un racional de la forma $a/0$, en cambio cuando el numerador es cero, el racional adquiere un valor de cero. Así, $0/1 = 0$, $0/2 = 0$, $0/3 = 0$, etc. Sin embargo, $2/0$, $3/0$ no son racionales porque carecen de significado.

DENSIDAD DE LOS NUMEROS RACIONALES

Entre los números enteros, descubrimos una relación de sucesión bien establecida; el sucesor de 5 es 6, el de 7 es 8, etc., esta noción de sucesor se refiere a que de 7 sigue necesariamente 8, de 100 sigue 101; es decir entre ambos números no existe otro entero.

Si nos ubicamos en el conjunto de los números racionales, cabría cuestionarse: ¿Cuál es el racional que le sigue a $2/5$? ingenuamente se podría contestar, $3/5$, sin embargo, analizando la unidad se comprueba si a $2/5$ le sigue exactamente $3/5$.

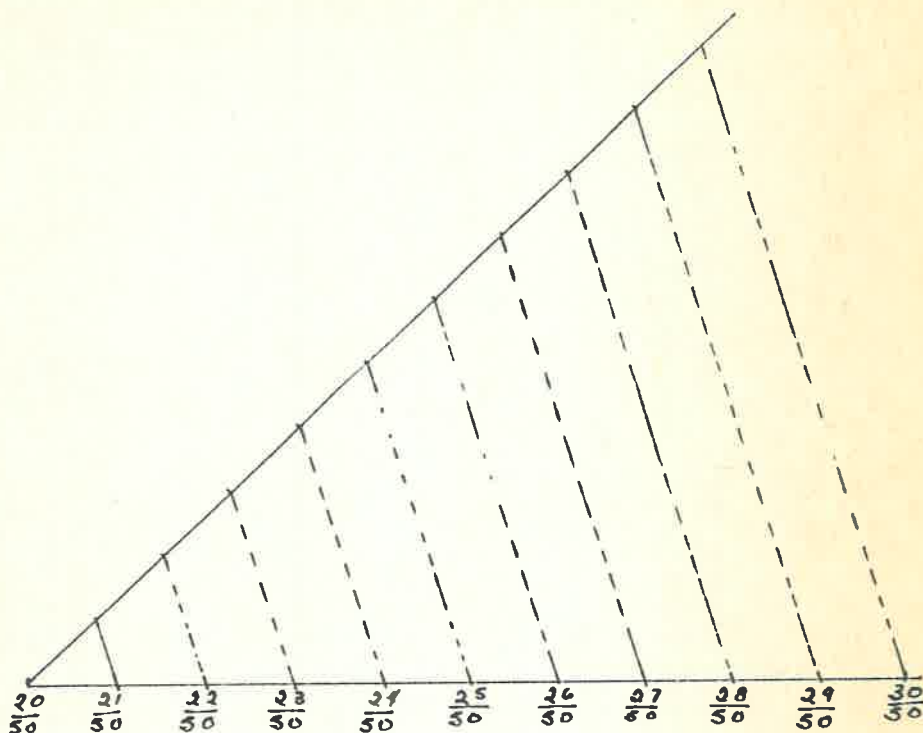


Como podemos observar de $2/5$ continúa $3/5$, pero entre ambos existe un espacio considerable, que proporcionalmente podríamos ampliarlo en forma convencional y convertir los quintos a cincuentavos.

$$2/5 = 20/50$$

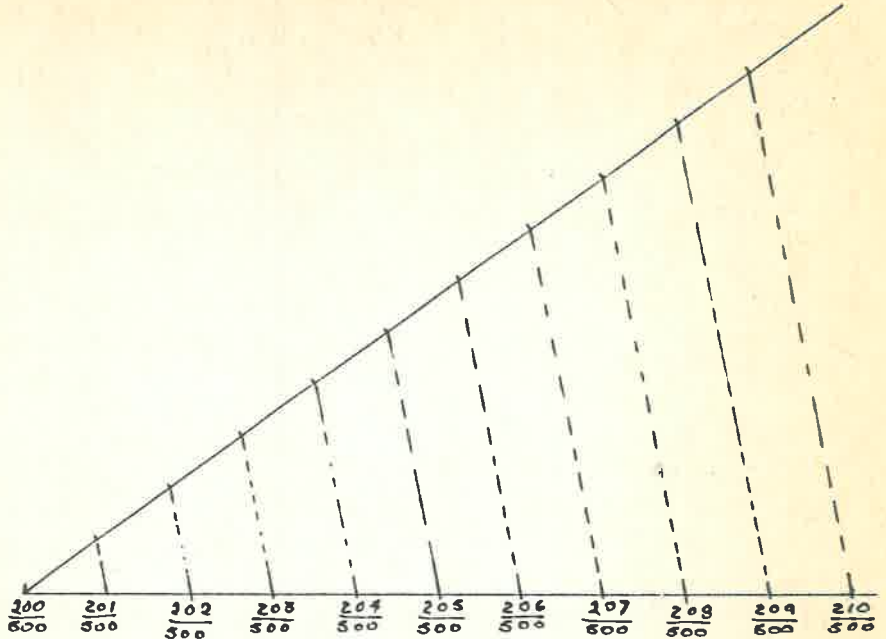
y

$$3/5 = 30/50$$



Desde luego si quisiéramos afirmar que de $\frac{2}{5}$ ($\frac{20}{50}$) sigue ($\frac{21}{50}$), estaríamos nuevamente en un error porque entre ambos hay un espacio; que aún podemos fraccionar si ampliamos las cantidades a sus equivalentes, convirtiéndolas por ejemplo a quinientavos.

$$20/50 = 200/500 \quad \text{y} \quad 21/50 = 210/500$$



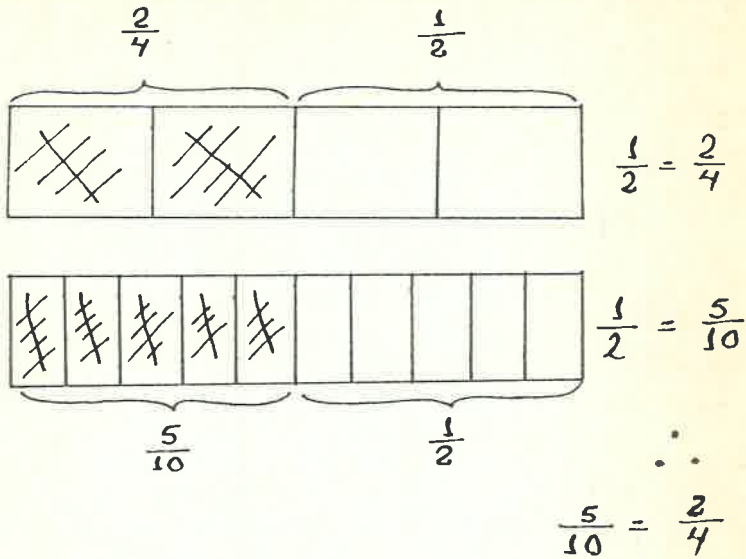
Así, aparentemente a $20/50$ le sigue $201/500$, pero no es así, observemos que entre ambos hay un espacio, en el que existen varios racionales. Pudiéramos seguir ampliando y trabajando con equivalencias y difícilmente llegaríamos al fin. Estas demostraciones nos permiten concluir con la propiedad de densidad de los números racionales, que dice: "...entre dos racionales diferentes siempre existirá otro racional..."²³

IGUALDAD O EQUIVALENCIAS ENTRE NUMEROS RACIONALES

Si consideramos dos congruentes y dividimos el primero en cuatro partes iguales, cada una es $1/4$ del total. Evidentemente $2/4$ señalando la mitad.

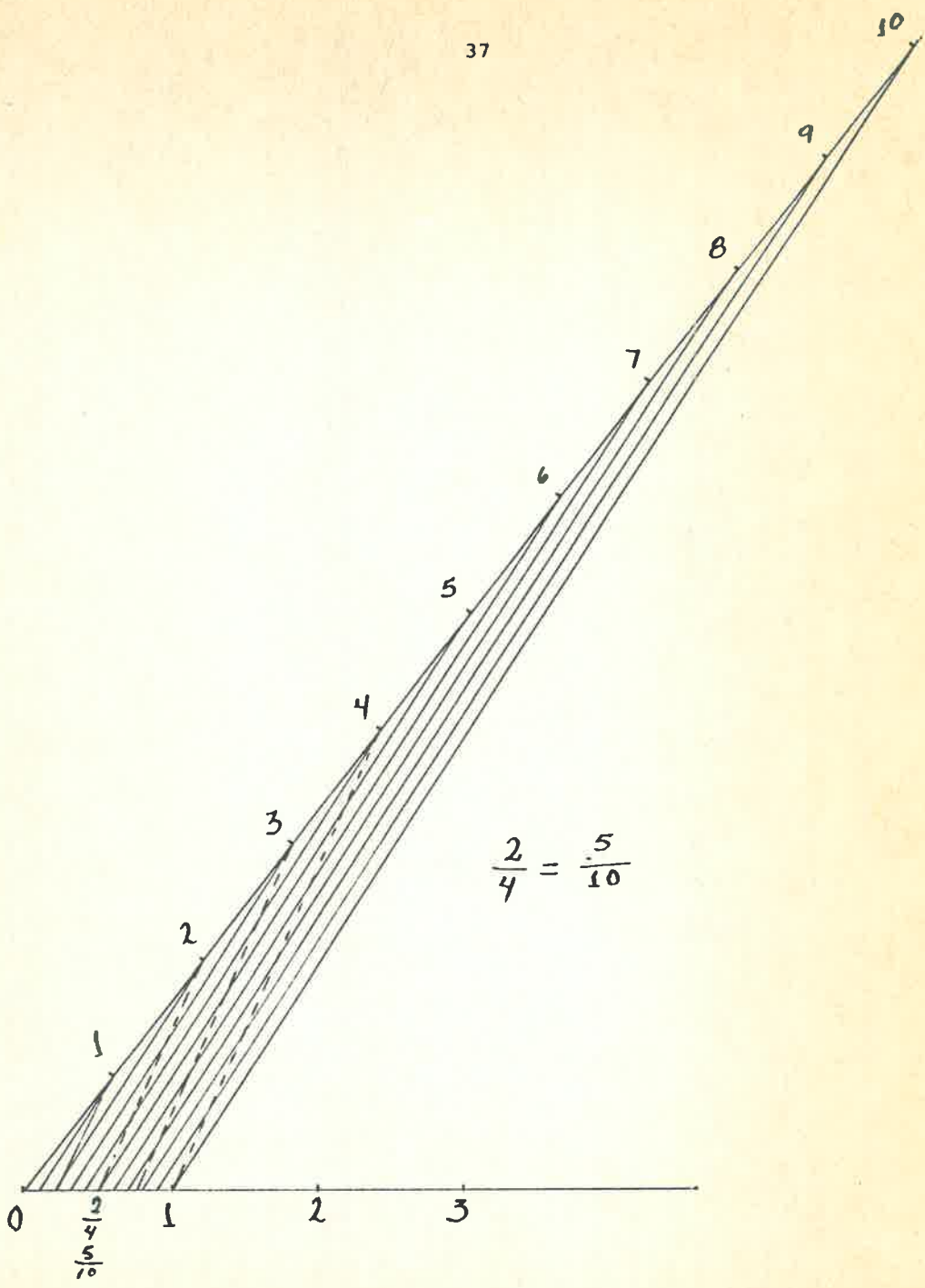
23) Sistemas Numéricos II. Ed. mac. Graw Hill. 1978. Pág. 21

Si dividimos el segundo rectángulo, en diez partes iguales cada una de ellas es un décimo ($1/10$) del total y ($5/10$) es la mitad de la figura indicada.



Se puede observar que los racionales, $2/4$ y $5/10$ representan la misma parte de la unidad, por lo tanto son iguales y se dice que son fracciones equivalentes entre sí o sea, racionales con el mismo valor.

También podremos demostrar la equivalencia de estos racionales - en la recta numérica. Para ello es necesario que nos auxiliemos de la escuadra y el compás, realizar algunos trazos para ubicar- estos racionales y observar las relaciones entre ellos.



Los números racionales $2/4$ y $5/10$, se encuentran en un mismo punto en la recta numérica, por lo tanto se dice que tienen un mismo valor o son equivalentes.

La equivalencia entre dos racionales diferentes, es comprobable utilizando fracciones equivalentes con igual denominador. Ejemplo:

$$2/4 = 4/8 = 6/12 = 8/16 = 10/20 = 12/24, \text{ etc.}$$

$$5/10 = 10/20 = 15/30 = 20/40, \text{ etc.}$$

Si $2/4 = 10/20$ y $5/10 = 10/20$, entonces $2/4$ es igual a $5/10$ es decir, son equivalentes.

Formalizando este proceso para efectos de cálculos posteriores "...si multiplicamos el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, los dos productos son iguales, por lo tanto, dos racionales son equivalentes, cuando sus productos cruzados son iguales..."²⁴. Ejemplo:

$$2/4 = 5/10 \text{ porque } 4 \times 5 = 20 \text{ y } 2 \times 10 = 20$$

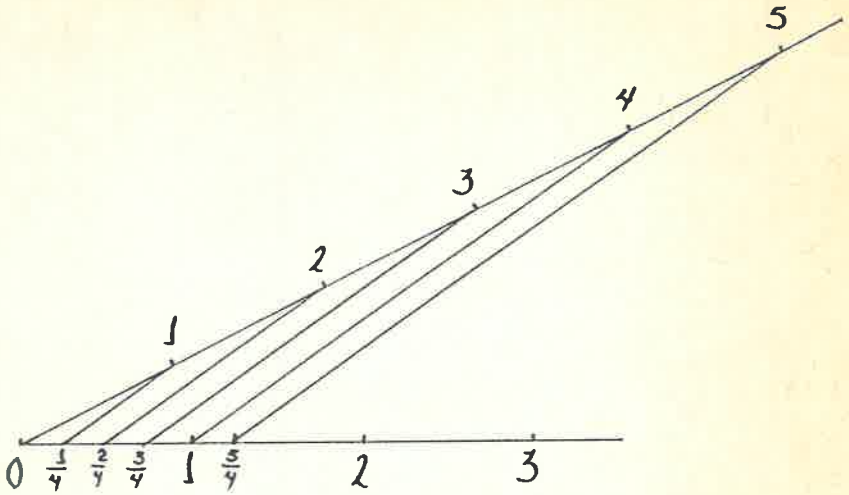
En general al primer numerador al segundo denominador se les llama extremos y a los dos términos restantes, medios. Entonces un número racional es igual a otro, cuando el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Conviene destacar que en forma práctica un racional tiene infinidad de equivalencias, esta característica nos permite realizar algunas operaciones dentro de este sistema. Para encontrar un número equivalente a otro, se multiplica o divide el numerador o el denominador por un mismo número.

EL EJE NUMÉRICO RACIONAL

En el eje numérico los racionales están intercalados entre los enteros. Para ubicar en la recta numérica el racional $5/4$, se divide el eje en segmentos unitarios en 4 partes iguales (denominador), de las cuales contamos cinco partes (numerador). El punto-

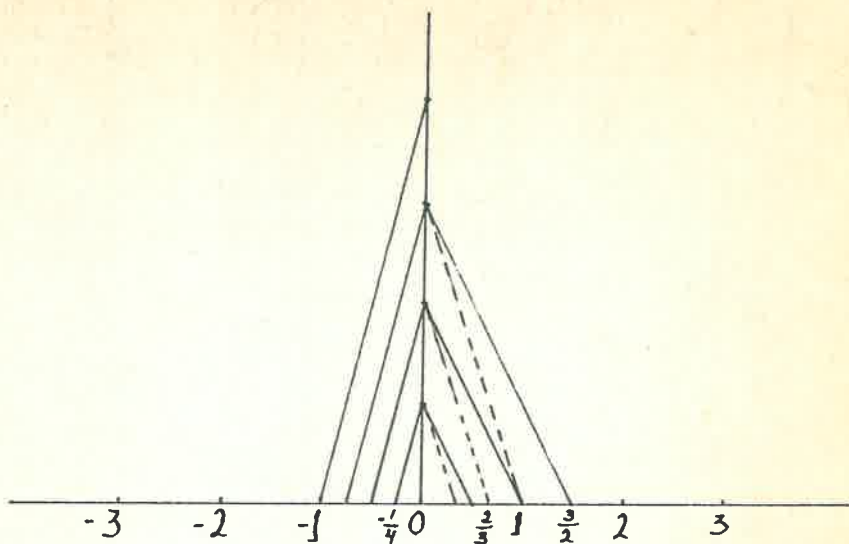
24) Parra Cabrera Luis. Matemáticas I. Ed. Kapelusz. 7a. Ed. --- 1981 Pág. 184.

único donde se encuentra la parte cinco, corresponde al lugar de la ubicación del racional.



Si el numerador es cero, cualquiera que sea el denominador, se coloca en el cero en la recta numérica. Si el denominador o el numerador es negativo, el racional se ubica en el campo negativo. Si el numerador y el denominador son positivos o negativos el racional se coloca en el campo positivo. Ejemplos:

Ubicar en la recta numérica: $-1/4$, $2/3$, $3/2$.



En general se afirma que, "...todo número entero se puede expresar en forma racional, utilizando como denominador un número entero cualquiera..."²⁵. Ejemplo:

$$7 = 21/3, 1 = 4/4, 6 = 12/12, 2 = 10/5, \text{ etc.}$$

Para colocar $35/8$, evitamos la laboriosa tarea de dividir en ocvos 35 veces, si consideramos que cada unidad es igual a $8/8$ y que $35/8$ es igual a $4 \frac{3}{8}$. Si observamos detenidamente, este número está formado por una parte entera y una fracción, se les llama mixtos.

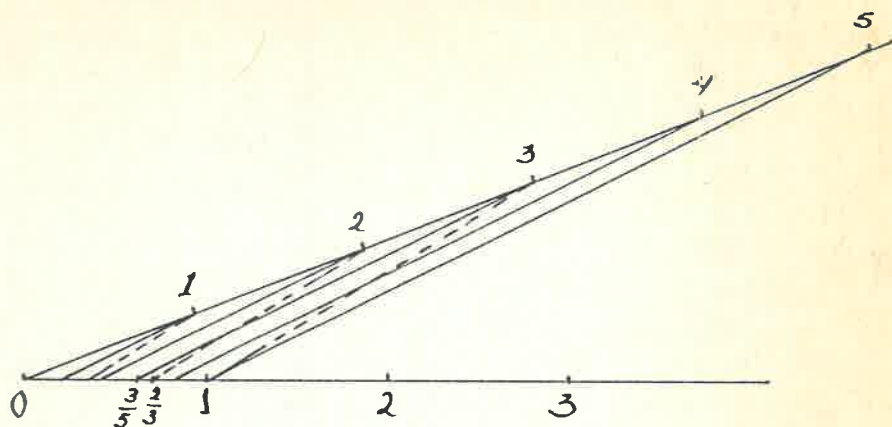
EL ORDEN ENTRE LOS NUMEROS RACIONALES

Al intercalar en el eje numérico los racionales detectaremos, -- que es posible declarar un orden entre ellos. Será mayor el racional que quede a la derecha y menor el que se ubique a la iz -

25) Pérez Castillo H. Sistemas Numéricos II. Ed. M.G. Hil. P. 16

quiera en forma relativa. Ejemplo:

Comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$.



$$\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

Cuando los dos racionales tienen el mismo signo y ocupan un lugar demasiado cercano uno del otro, por razones de espacio probablemente resulte difícil compararlos en la recta numérica; o podemos caer en un error de apreciación dada la cercanía de ambos; se recomienda entonces, utilizar fracciones equivalentes a cada uno de ellos, que tengan el mismo denominador. Ejemplo:

Comparar $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{3}$

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ y $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ entonces...

$\frac{9}{15}$ es menor que $\frac{10}{15}$, por lo tanto, $\frac{3}{5}$ es menor que $\frac{2}{3}$.

"...para lograr una mayor precisión en la comparación de dos números racionales, se procede convirtiéndolos a racionales equivalentes con denominador común..."²⁶.

26) Pérez Castillo H. Sistemas Numéricos II. Ed. M.G. Hill. P.19

Es decir, un racional es mayor, menor o igual que otro; si el -- producto de los extremos es mayor, menor o igual que el producto de los medios. Este criterio que hemos concluido solamente es v lido, cuando el producto de los denominadores es positivo, lo - cual ocurre cuando ambos tienen el mismo signo.

EXPRESION DECIMAL DE UN NUMERO RACIONAL.

Las fracciones (números racionales) decimales, son aquellas cuyo denominador es una potencia de 10 con exponente positivo: 10, -- 100, 1000, 10 000, etc. "...Una fracción decimal es un racional- de la forma $a/10^n$ (siendo "n" elemento de los números naturales- y mayor o igual que uno)..."²⁷. Se expresa en nuestro sistema or- dinario de numeración, mediante una notación especial que consis- te en separar con un punto (decimal) tantas cifras como ceros -- tenga la potencia (o sea "n" cifras del numerador) contadas de - derecha a izquierda. Con una cifra decimal son décimos, con dos- sentesimos, con tres milésimos, etc. Ejemplo:

$8/1000 = 0.008$ - Se separan tres cifras del numerador; como so- lo tiene una, agregamos dos ceros a la iz --- quierda. Se lee ocho milésimos.

$173/10 = 17.3$ - Se separa una cifra del numerador. Se lee die- cisiete enteros, tres décimos.

Todos los números racionales "...pueden expresarse en forma de - fracciones decimales mediante la aplicación del criterio de i -- gualdad..."²⁸. ejemplo:

Expresar $3/5$ en décimos.

$$3/5 = x/10 \quad x = \frac{3 \times 10}{5} = 6/10 = .6$$

$$7/3 = x/1000 \quad x = \frac{7 \times 1000}{3} = 2333 \text{ por lo tanto, } 7/3 = 2333/1000 = 2.333$$

27) Ibit Pág. 23.

28) Id.

Esto justifica el procedimiento que normalmente se aplica, para obtener la expresión decimal de un racional, dividimos el numerador (a) entre el denominador (b). Ejemplo:

Expresar en forma decimal el siguiente racional:

$$5/16 = .3125 \text{ o sea } 5 \text{ entre } 16 = .3125.$$

En los problemas de aplicación de estos conceptos, muchas veces es suficiente con tener un valor aproximado. Según el grado de aproximación requerido, se puede aceptar como equivalente a $5/16 = 0.3$, 0.31 , ó 0.312 pero el valor exacto es 0.3125 .

Algunos racionales dan lugar a desarrollo de cifras decimales infinitos. Por ejemplo: $8/3 = 2.6666\dots$. El resultado exacto está formado por una sucesión infinita de cifras decimales después del entero. Se escribe: $8/3 = 2.6 = 2.666\dots$

Los decimales se clasifican según su desarrollo decimal en dos tipos:

a) Desarrollo decimal finito ($1/8 = 0.125$)

b) Desarrollo decimal infinito o periódico ($4/3 = 1.3 = 1.333\dots$)

En cuanto a estos últimos tienen una propiedad, por ejemplo:

Convertir $8/7$ a fracción decimal:

$$8/7 = 1.142857142857 \qquad 8/7 = 1.\overline{142857}$$

A partir de determinado número de cifras, éstas se repiten y el resultado entra en un ciclo periódico, dado que se ha reproducido una situación idéntica, a la que se tenía en el primer período, esto justifica que se escriba: $8/7 = 1.\overline{142857}$.

La barra indica que las cifras se repiten periódicamente. Podemos concluir que "...el desarrollo de un decimal es periódico..."²⁹ cuando el racional es infinito, el período es 0. El período

29) Ibit. Pág. 124.

de una fracción decimal es el conjunto ordenado de cifras que -- se repite.

OPERACIONES CON NUMEROS RACIONALES

Dentro del conjunto de los números racionales, se pueden realizar las siguientes operaciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación. Para efectos de aplicación de la presente Propuesta, me dedicaré al análisis y conceptualización de la multiplicación enfocada a la enseñanza en la educación primaria.

MULTIPLICACION DE LOS NUMEROS RACIONALES

La conceptualización de las multiplicaciones con números racionales, difiere de la multiplicación de enteros y naturales. Tradicionalmente la enseñanza de la multiplicación ha partido de la definición formal para intentar provocar la intuición en el alumno; ello ha originado la dificultad en la apropiación del conocimiento, la averción, el fracaso en matemáticas y al mismo tiempo la imposibilidad de generalización del aprendizaje a situaciones contextuales.

Se inicia por definir formalmente la multiplicación, para efectos de análisis de contenidos; el tratamiento didáctico para propiciar la intuición se hará en un apartado especial.

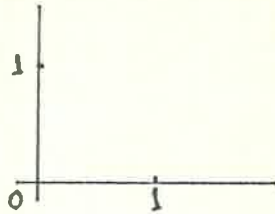
El producto de dos números racionales "...es otro racional que resulta de multiplicar el numerador por el numerador y el denominador por el denominador..."³⁰; algorítmicamente se pueden presentar dos casos:

A) Multiplicación de Fracciones: El producto de dos fracciones (racionales) es otra fracción que tiene como numerador, el producto de los numeradores; y como denominador el producto de los denominadores. Ejemplo:

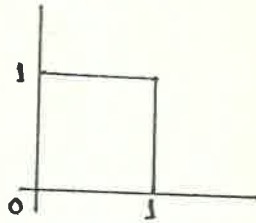
30) Parra Cabrera Luis. Matemáticas I. Ed. Kapelusz. 7a. Edición 1982. Pág. 197.

i) Tomemos una pareja de segmentos, ambos unitarios, es decir, - que nos representan una longitud tomada como unidad y con ellos construyan un figura bajo estas condiciones.

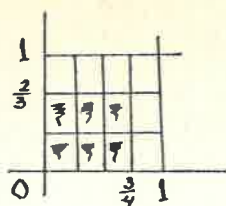
ii) Que los segmentos tengan un extremo común y en él sean per - pendiculares, se marca con cero el extremo común y el otro con - el número uno.



iii) Tracemos paralelas a los puntos marcados con el número uno.



iiii) El área formada podrá ser considerada como unidad 1×1 . - Dividamos nuestros segmentos en tres y cuatro partes respectiva - mente.



El área unitaria quedó formada por $12/12$.

Si en esta área multiplicamos, $3/4 \times 2/3$, encontraremos gráficamente, que las líneas que limitan la porción resultante, son la intersección de dos números racionales y corresponde a $6/12$. Entonces $3/4 \times 2/3 = 6/12$. La fracción resultante, se obtiene de multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador; y gráficamente significa $2/3$ de $3/4$.

En general, multiplicar por un medio significa obtener mitad, -- por un tercio obtener tercera parte, por un cuarto cuarta parte, etc.

B) Multiplicación de un entero por una Fracción: se multiplica el entero por el numerador y la fracción producto conserva el denominador de la fracción factor. ejemplo:

$1 \times 1/2 = 1/2$, significa $1/2$ o mitad de 1 es igual a $1/2$.

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACION DE RACIONALES

Esta operación cumple con las siguientes propiedades:

i) Propiedad de cerradura: "...El producto de dos racionales, es siempre otro racional..."³¹ $a/b \cdot c/d = ac/bd$.

ii) Propiedad conmutativa: "...se puede cambiar el orden de los

31) Robledo Vazquez F. Matemáticas I ed. Trillas. 1987. Pág. 175

factores y el resultado no se altera..."³²

$$a/b \cdot c/d = c/d \cdot a/b$$

iii) Propiedad Asociativa: "...se pueden multiplicar dos o más racionales, afectando los productos parciales de diversas maneras sin que el producto se altere..."³³

$$a/b \cdot c/d \cdot e/f = a/b \cdot c/d \cdot e/f$$

iv) Propiedad Distributiva: Se pueden presentar dos casos:

A) De la multiplicación con respecto a la adición "... el producto de un factor por una adición, es igual a la suma de los productos de ese factor por cada uno de los sumandos..."³⁴.

$$a/b (c/d + e/f) = (a/b \cdot c/d) + (a/b \cdot e/f)$$

B) De la multiplicación con respecto a la sustracción: El producto de un factor por una diferencia indicada, es igual al factor por el minuendo menos el factor por el sustraendo.

$$a/b (c/d - e/f) = (a/b \cdot c/d) - (a/b \cdot e/f)$$

v) Existencia del neutro multiplicativo: "... entre los números racionales existe un elemento ($a/a = 1$. $b/b = 1$) que funciona como neutro multiplicativo..."³⁵. el neutro multiplicativo en la multiplicación de racionales es el número uno. Al multiplicar lo por cualquier racional, no se altera.

$$a/b \cdot 1 = a/b$$

$$c/d \cdot 1 = c/d$$

vi) Existencia del inverso multiplicativo: "...existe en los números racionales, un elemento que al multiplicarlo por otro racional, resulta el neutro multiplicativo (uno), a ese racional se le denomina inverso multiplicativo..."³⁶.

$$a/b \cdot b/a = 1$$

$$c/d \cdot d/c = 1$$

Estas concepciones teóricas expuestas en forma detallada, servirán de marco conceptual para el desarrollo de la estrategia didáctica y sus implicaciones pedagógicas.

32) Id.

33) Id.

34) Id.

35) Id.

36) Id.

C A P I T U L O I V

UNA ALTERNATIVA PEDAGOGICA

Las circunstancias políticas, económicas y sociales que enmarcan la sociedad, implican movimientos dialécticos en la misma; la -- práctica docente, como una actividad eminentemente social, realizada con y para el hombre, no escapa a estas vicisitudes; por lo tanto, actualmente es un imperativo la búsqueda de innovaciones-pedagógicas que respondan a las características del hombre actual.

A) IMPLICACIONES PEDAGOGICAS:

Pedagógicamente la didáctica crítica representa una corriente de interpretación de la práctica docente, óptima en las condiciones sociales actuales, su aceptación de manejo implica considerar: - que el alumno no adquiere pasivamente los conocimientos sino los construye activamente; que está dotado de esquemas adaptativos, - cuyo accionar constructivo le permite asimilar y acomodar a sus estructuras contenidos conoscitivos; en suma, que el niño es un ser potencialmente cognitivo, con el afán natural y espontáneo - por conocer e interpretar lo que se le plantea, con un progresivo avance psicológico que le permite estar apto para cualquier - aprendizaje, de acuerdo a su etapa de desarrollo, por "difícil"- que lo considere el adulto.

Resulta curioso observar que mientras el período sensomotor y -- preoperatorio, el niño presenta una gran habilidad intelectual - con posibilidades de ampliarlas; en la etapa adulta o en períodos posteriores, enfrentan una especie de parálisis entre los contenidos matemáticos; mostrando torpezas en la abstracción de propiedades de objetos concretos, falta de habilidad en el razonamiento, etc. Probablemente esto se deba al desfase curricular en los dos niveles o también a la metodología y tratamiento didáctico aplicado a los conocimientos matemáticos en la educación primaria; lo cierto es que el alumno dando traspiés llega a los grados superiores, donde la mayoría fracasa.

En virtud de que la inteligencia se construye progresivamente, - con el desarrollo psicológico del individuo, es conveniente instrumentar estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas, de tal manera que al inicio de su escolaridad el niño busque, indague y construya sus conocimientos mediante la manipulación de objetos reales y a través de la acción y la experiencia sobre la equilibración funcional, que lo llevará a consolidar su estructura intelectual.

El descubrimiento de las características de los objetos a partir del accionar constructivo de los sujetos, lleva unido que movimientos son o no útiles para operar con ellos; estos intentos de lograr el objetivo que persigue, donde hay acciones exitosas como equivocadas, hacen que el niño vaya descubriendo las relaciones que se dan entre sus propias acciones y los efectos que producen entre los objetos; va desarrollando procedimientos cada vez mejores. Llega a generalizar sus conocimientos; esta generalización, entendida como "...la producción o aplicación de operaciones ya conocidas en un contexto operacional distinto..."³⁷ y según sean las características del problema en cuestión, dará - por resultado formas estables de pensamiento o sean invariantes operatorios, que permitan operar mentalmente y prever cual será el resultado de las acciones sin necesidad de realizarlas materialmente.

Los invariantes operatorios contribuyen a que el niño, coordine las relaciones que existen, entre las diversas características - del objeto problema y sus acciones, permite también efectuar un cálculo relacional, del cual se derivan reglas de acción y previsión eficaces para la apropiación de un contenido o resolución - de una situación problemática.

De acuerdo con algunas investigaciones realizadas en la psicopedagogía actual, la enseñanza de los contenidos matemáticos debe-

37) Delval Juan. Lecturas de Psicología del Niño. En Desarrollo del Niño. antología UPN. Pág. 209.

partir de situaciones problemáticas, vitales, potencialmente significativas para el alumno y generalizables a su contexto. El problema en este sentido es saber cuando una situación es significativa. El punto clave sobre el que hay que trabajar es sobre la determinación del contexto que rodea a la escuela y detectar posibles situaciones con valor didáctico. También se recomienda simplificar las tareas a realizar en un problema y principalmente que se adapte al equipamiento operatorio del niño. Es necesario plantear problemas, para llegar a contenidos matemáticos más abstractos, que impliquen relaciones numéricas o procesales; diferentes al problema clásico, donde se oblique al alumno a problematizar realmente la situación, reflexione sobre los datos, justifique y valide los resultados obtenidos.

Dar a conocer los resultados y justificarlos, no es preocupación espontánea de un niño que cree haber llegado al resultado; conviene elegir situaciones en las que el niño tenga que comunicar situaciones numéricas obtenidas o procesos, que intercambie información, para que se vea obligado a convencer a los demás de la validez. Para ello es necesario que el niño esté situado en condiciones de intercambio e interacción con su grupo de iguales.

En la solución de un problema como preámbulo para la adquisición de un contenido matemático, es necesario que el alumno no llegue a la justificación de la construcción de sus conocimientos y el docente percatarse del dominio y la disponibilidad de estos conceptos, por parte del niño. Ello implica la necesidad de enfrentarlo a situaciones variadas para que generalice su conocimiento, disponiendo de nuevas instrucciones.

El papel que juega la situación problemática en el aprendizaje escolar es determinante, deben ser vitales o significativas, cuidadosamente seleccionadas de acuerdo a la etapa biosicosocial del alumno, para que susciten un interés permanente. El rol del docente no es dar indicaciones que permitan resolver los problemas, sino observar el proceso de apropiación del objeto del co-

nocimiento por parte del niño, para que en un momento dado lo guíe, provocándole conflictos cognitivos o desequilibrados, mediante situaciones especiales que le ayuden a construir su inteligencia.

La comunicación entre los sujetos del aprendizaje (maestro-alumnos) es de capital importancia; en la didáctica tradicional la solución de un problema consistía, en una búsqueda exclusivamente individual, seguida a la corrección colectiva por el docente, en un marco de rigurosa dependencia, orden y disciplina; estas situaciones en las que el alumno solo comunica mediante la corrección no son recomendables. Socializando e inculcando el cooperativismo entre los alumnos, construyen su conocimiento por interacción, además, tienen la oportunidad de justificar, validar, criticar, analizar, comparar, confrontar, cuestionar y construir sus propios conocimientos con ayuda de los demás.

Pedagógicamente el trabajo en equipos es recomendable, sin embargo, no solamente enfocado al trabajo escolar; es necesario integrar al alumno en un ambiente de ayuda mutua. En los intercambios entre los niños, se comparten las informaciones de los aspectos físicos, lógico-matemáticos y sociales del objeto del conocimiento. Es pertinente utilizar las interacciones como contexto posible de adquisición, más que analizar posibles errores o aciertos en cada información perdida. Los conocimientos adquiridos por interacción, no son transmitidos de uno a otro, si no construidos por ellos mismos. el trabajo debe ser organizado para que el niño sea activo y explore, en la construcción de su conocimiento; no obstante no podemos abandonarlos a sus propias fuerzas, si no que la función del maestro será colocarlo en una situación que pueda comprender; de esta manera, en la apropiación de contenidos, siempre habrá descubrimiento relativo por parte del niño.

Si la autonomía constituye el objetivo de la educación, se le debe animar al niño a actuar según su propia decisión y convicción, más que por docilidad u obediencia. Antes de tratar conte-

nidos matemáticos, se recomienda motivar al niño al trato con las cantidades, de tal manera que siempre actúe con interés, con iniciativa propia, con espontaneidad y creatividad; sin embargo, hay que aclarar, que la labor docente tenga la misma característica, además de una adecuada formación profesional del maestro, que se traduzca en un dominio absoluto del contenido.

B) ESTRATEGIA DIDACTICA:

Antes de presentar la secuencia didáctica, conviene reflexionar un poco en relación a la necesidad permanente, de corroborar si la estructura intelectual del alumno es la adecuada, para la apropiación del nuevo contenido. En el caso específico de la presente propuesta, es primordial analizar si el alumno está dotado y utiliza operativamente sus estructuras aditivas y multiplicativas, además, si posee invariantes operatorios indispensables para desarrollar un cálculo racional, de los aspectos implicados en la situación problemática. Lo anterior nos permite determinar si el contenido que se plantea se integrará y será asimilado adecuadamente por el equipo operatorio que posee el alumno.

La apropiación del concepto de multiplicación de los números racionales, es factible si el alumno maneja adecuadamente el concepto de número racional (con sus diversas características), su ubicación en la recta numérica, la comparación, la equivalencia, la adición y sustracción de números racionales y naturales.

El cálculo relacional de las variantes del problema, son el factor inicial en la construcción del concepto multiplicativo, ahora bien, es particularmente indispensable, que el alumno concluya con el dominio algorítmico convencional de la multiplicación de racionales, desde luego en fases progresivas, porque le permitirá una modificación de esquemas de asimilación, que se traducirá en nuevas invariantes, generalizables en construcciones ulteriores.

Para el tratamiento didáctico de la problemática planteada se sugiere lo siguiente:

1. Partir de una situación problemática, planteada por el maestro o sugerida por los alumnos.

En virtud de que la mayoría de los alumnos son de extracción campesina, se considerara conveniente buscar una situación problemática que involucre a factores vitales, potencialmente cognoscitivos y además, contextuales. Es favorable pensar en la agricultura; el cultivo es una actividad consuetudinaria en el área rural, se recomienda vincularlo con la conceptualización de la multiplicación de números racionales.

A manera de sugerencia, se puede partir didácticamente de la necesidad de sembrar maíz y frijol; mediante cuestionamientos grupales destacar la urgencia de disponer de un terreno apropiado para tal efecto; por ejemplo: ¿Qué condiciones debe tener un terreno que se destina a este tipo de siembra? ¿Disponemos dentro del perímetro escolar de algún espacio apropiado? ¿Dónde podríamos ubicarlo? ¿En el ejido? ¿En la huerta escolar? ¿En la propiedad de algún compañero?, etc. En caso de ser necesario es conveniente estar en disposición de abandonar el espacio escolar.

En cuanto a la determinación de la dimensión, se recomienda, una vez localizado el terreno por los alumnos bajo la conducción del maestro, que éste guíe al grupo hacia la elección de determinadas medidas, que por conveniencia didáctica se consideren adecuadas. Para llegar a ello, se puede provocar la discusión entre los niños, mediante el planteo de interrogantes ¿Qué medidas tiene el terreno elegido? ¿Disponemos de la semilla necesaria para sembrar toda la superficie? ¿Disponemos del tiempo necesario para preparar el terreno para el cultivo? ¿Qué medidas serán convenientes?

Como ejemplo se sugiere el siguiente problema para ser planteado a los alumnos.

Se tiene un terreno rectangular destinado al cultivo, cuyas medidas son: 3 metros de ancho y 5 de largo. Durante el presente mes se destina a la siembra del maíz $\frac{3}{5}$ del terreno; de esta super-

ficie $2/3$ se utilizarán para el cultivo de frijol. ¿Qué parte del terreno será utilizado para la siembra de frijol ?

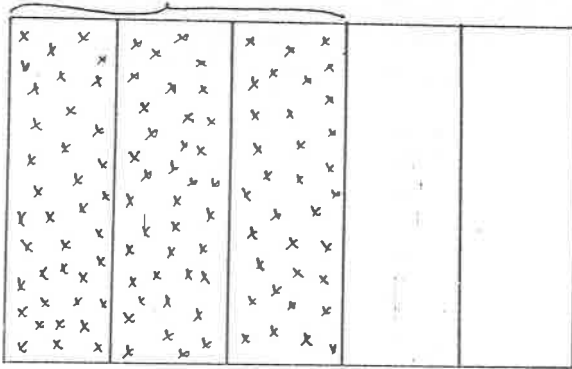
Con la finalidad de provocar en el alumno la intuición, para la solución del problema, se necesita objetivizar la situación.

Se organizará al grupo en pequeños equipos de trabajo, integrados por hombres y mujeres, para distribuirles las actividades a realizar. Algunos se dedicarán a delimitar el terreno con las dimensiones requeridas; para ello, necesitan: machete para el deshierbe o desmonte, metro o cinta métrica para determinar la dimensión. Otro equipo se dedicará a la preparación del terreno para el cultivo, que implica el manejo del azadón, gancho o rastriero u otros elementos que los suplan; para ello el maestro debe promover la participación de los alumnos, en relación a la forma más adecuada de preparación del terreno, considerando la ubicación, el tipo de cultivo, las costumbres de la región y otras recomendaciones que pudieran surgir de la inquietud de grupo.

Corresponde al siguiente equipo la siembra del maíz, necesita -- disponer en primer lugar de la semillas, un morral, una coa o -- sembrador; pero lo más importante a realizar es la determinación con la ayuda del grupo, de la parte del terreno que se destinará al cultivo del maíz. Es conveniente que el maestro vigile las acciones y los guíe a inferir la necesidad de dividir (horizontal o verticalmente) el terreno; perfectamente indicando la división proporcional con estacas o mecate, cal o sencillamente rayar el terreno. Realizando el reparto en quintas partes, simbre con maíz el área indicada en el problema.

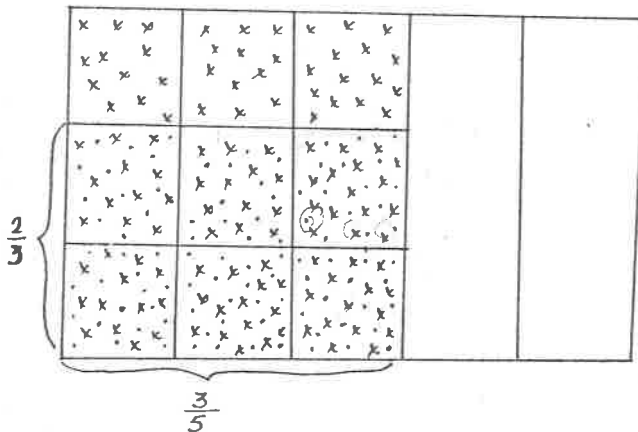
$\frac{3}{5}$

TERRENO PARA CULTIVO



X = MAIZ

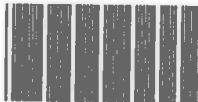
El siguiente equipo le corresponde la división del terreno en --
terceras partes, utilizando las herramientas del equipo anterior
y la semilla de frijol; con la participación y sugerencias del --
resto del grupo. procederá a dividir el terreno en forma horizontal
(Si el equipo anterior lo dividió en forma vertical), en se --
guida se efectúa el sembrado del área indicada en el problema.



X = MAIZ

. = FRIJOL

Una vez preparado y sembrado el terreno; los alumnos en discu --
sión plenaria analizarán el problema bajo la guía del maestro. --



95939

63656

Es necesario que adviertan la necesidad de partir la totalidad - del terreno en terceras partes o tercios como se hizo con los -- quintos; además, que es necesario calcular la superficie destinada al cultivo de frijol, en este caso formada por un rectángulo de $3/5$ de base por $2/3$ de altura (largo y ancho).

Se hace indispensable que se le conduzca a reflexionar mediante cuestionamientos: ¿ en cuántas partes quedó dividido el terreno en total ? ¿ Cómo se llama cada una de esas partes ? ¿ Qué parte está sembrada únicamente de maíz ? ¿ Qué parte del terreno quedó sin sembrar ? ¿Cuál es el numerador y el denominador de la fracción o número racional que se expresa en el área pedida en el -- problema ? ¿ Qué figura forma el área sembrada con frijol ? ¿ Cómo calcular el área de esta figura ?. El terreno quedó dividido en quince partes iguales ($15/15$); para el frijol se destina una superficie formada por 6 partes de quince que forman el terreno; o sea, $6/15$. En virtud de que las partes del terreno sembrados con maíz, forma un rectángulo de $3/5$ de largo y $2/3$ de ancho para calcular el área, debemos multiplicar: largo por ancho (base x altura): $3/5 \times 2/3 =$ área del rectángulo sembrado con frijol.

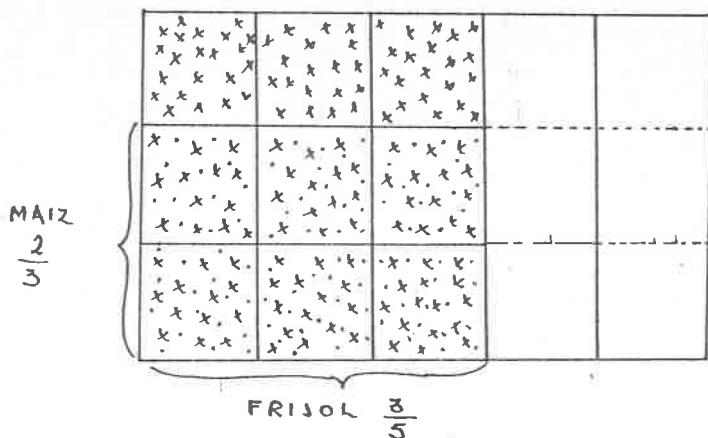
Conviene que los alumnos recuerden que el área esta formada por 6 de 15 partes, o sea $6/15$; lo cual significa $2/3$ de $3/5$.

Por lo tanto , el terreno tiene sembrado de frijol $6/15$ de la superficie total.

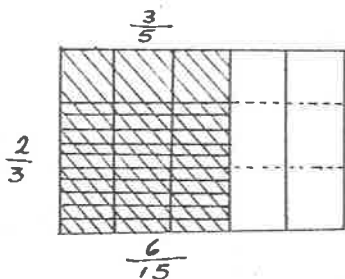
Es conveniente que todos los grupos de trabajo realicen las actividades indicadas; en virtud de encontrarse en la etapa de las operaciones concretas; su poder intelectual se agiliza, cuando -- palpa o manipula objetivamente un planteamiento. Se recomienda -- provocar o estimular a los niños el debate o discusión sobre la -- pertinencia o no de cada acción realizada.

$$2/3 \text{ de } 3/5 = 3/5 \times 2/3 = 6/15$$

$$3/5 \times 2/3 = \frac{3 \times 2}{5 \times 3} = 6/15$$



2. Representación Gráfica del Problema: En el aula los equipos de trabajo, bajo la dirección del maestro, representarán gráficamente el terreno, procediendo a dividirlo en quintos y en tercios; sombreando en forma diagonal $\frac{3}{5}$ y en forma horizontal $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$. Observe que el área donde se intersectan las partes sombreadas, corresponde a la fracción del terreno destinada al cultivo de frijol, o sean $\frac{6}{15}$ del terreno.



$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{3 \times 2}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$

3. Formalización del Contenido: En esta fase es necesario, que mediante la exposición y el interrogatorio, conduzca al alumno a que descubra la relación que guardan los numeradores y los denominadores de las fracciones implicadas. Como resultado de la interacción grupal, concluya una regla formal aplicable a la multiplicación de números racionales: para multiplicar dos números racionales, se multiplican los numeradores y los denominadores respectivamente. $3/5 \times 2/3 = \frac{3 \times 2}{5 \times 3} = 6/15$

4. Evaluación: Esta fase representa una parte del proceso de construcción del conocimiento por parte del niño, por lo tanto el maestro se dispondrá a estimar el grado de apropiación de los conocimientos, con la finalidad de diseñar posibles acciones tendientes a mejorar y superar posibles problemas que se detectan en la construcción del conocimiento de los niños. Se valorará el proceso de apropiación del conocimiento y no el resultado.

Se admite que en la construcción de un concepto en el planteamiento didáctico sugerido aquí, implica una interacción constante del alumno con la situación problemática, interacción dialéctica, en la que utilice conocimientos anteriores, los someta a revisión, los modifique, los complemente o los rechace para formar nuevos conceptos. Por tanto, la evaluación del proceso de construcción conceptual, deberá encaminarse a obtener información del grado de apropiación de los conocimientos en esas circunstancias interactivas de los niños. Para que las evidencias del aprendizaje sean reales y permitan tomar una decisión posterior, es indispensable que el docente se involucre en el proceso evaluativo, practique la observación participante y se convierta en un investigador activo y no espere pasivamente los resultados de un examen escrito, como en la didáctica tradicional.

Evaluar el proceso de apropiación de un contenido matemático, en este caso la conceptualización de la multiplicación de números racionales; implica que el docente instrumente acciones en base a las características de la estrategia didáctica utilizada; se

plantea una construcción cognoscitiva por medio de la interacción y la socialización, entonces se hace necesario evaluar en esas condiciones; para que las acciones pedagógicas que se deriven de la evaluación, se enfoquen principalmente al tratamiento grupal.

Se sugiere que el docente utilice las listas de cotejo, por equipos en el momento de la aplicación de la estrategia didáctica; - en las que se indica la presencia o ausencia de determinadas características del proceso de construcción, considerando al equipo como un grupo de trabajo.

No. del Equipo.	Interacción con el contenido.	Apropiación Algorítmica	Apropiación Conceptual	Generalización	Interacción Grupal.

Interacción con el Contenido: Es necesario verificar si los alumnos manejan los antecedentes indispensables, que les permita interactuar con las características del nuevo contenido o si desconocen por completo los antecedentes elementales que les posibilite el trato con el objeto del conocimiento.

Apropiación del Concepto: Determinar si el equipo interpreta o ha construido el concepto de multiplicación, como resultado de su interacción con él.

Apropiación del Algoritmo: Es necesario indagar si los alumnos han detectado e interpretado las relaciones algorítmicas entre los factores implicados en el producto, de tal manera que se incorpore al invariante operatorio, necesario para la estructura intelectual.

Generalización Conceptual: Este rasgo es de gran importancia para la evaluación, significa apreciar si los equipos de trabajo manejan y aplican a situaciones problemáticas nuevas a la concep

tualización, recientemente construida. Para determinar el grado de generalización del contenido, que implica el manejo de concepto y algoritmo de multiplicación de racionales, se sugiere el siguiente problema:

Del total de la superficie de la losa de una casa, se destinan $\frac{2}{3}$ para cubrir la sala y el comedor; de esta superficie $\frac{2}{4}$ le corresponden a la cocina. ¿Qué parte de la superficie de la losa sirve para cubrir la cocina?

Es conveniente que los equipos de trabajo resuelvan el problema a partir del paso No. 2, sugerido en la estrategia didáctica, o sea, iniciando desde la representación gráfica del problema y su formulación.

Interacción Grupal: Este rasgo evaluativo permite detectar, si la construcción del conocimiento se ha dado en función del cooperativismo y la socialización entre los alumnos; si se da la interacción en el proceso del aprendizaje; qué relación existe entre el grado de generalización y el de interacción de los elementos del equipo, etc.

Este tipo de acción evaluativa, encaminada al proceso de construcción del conocimiento, será posible en la medida que el maestro, se inmiscuya en el trabajo grupal, observando constantemente las marchas o resistencias de los alumnos frente al contenido; al mismo tiempo le permitirá decidir acciones posteriores tendientes a reforzar el aprendizaje grupal.

Una vez construido el concepto, ejercitado y dominado el algoritmo, se puede aplicar a situaciones problemáticas variadas.

Es necesario puntualizar, que los alumnos puestos en situación de trabajo en equipos, después de una investigación eventual individual, pueden encontrar en el trabajo de sus compañeros elementos que completen su propia investigación, además, que describan sus resultados o expresen otros puntos que puedan conducir a buscar convergencias o conciliaciones explicativas. Estas características del trabajo interactivo, enseñan a los niños a problematizar una situación, a reflexionar sobre los datos, a

justificar y validar los resultados obtenidos.

C O N C L U S I O N E S

En la actividad docente, resulta indispensable que el maestro determine con anterioridad a su práctica, el tipo de contexto social y económico que le rodea.

En el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos en la educación primaria, es conveniente que el maestro, guíe al alumno al redescubrimiento de los conceptos y sus relaciones, --partiendo siempre de la intuición al formalismo, como dos acciones complementarias.

Dadas las características psicológicas de los alumnos que cursan los grados superiores de la educación primaria, es recomendable pedagógicamente que el alumno accione operativamente sobre objetos concretos, que lo lleven a abstracciones complejas posteriores.

La construcción del concepto de multiplicación de dos números racionales, evidentemente es un proceso cognoscitivo individual, --sin embargo, está fuertemente condicionado por factores sociales. Resulta conveniente que el docente permuta la interacción del alumno con su grupo de iguales, en la construcción del conocimiento. Compartir acciones y reflexiones con sus compañeros, --permitirá la asimilación y acomodación de los nuevos conceptos.

Se recomienda en forma general, después de que el alumno se ha enfrentado intuitivamente a hechos concretos dentro de una situación problemática; guiarlo a la apropiación del algoritmo respectivo a la multiplicación de racionales, confrontando diferentes procedimientos encontrados, destacando la necesidad de simplificar su procedimiento, discutiendo las diversas formas de representar gráficamente la situación problemática; formalizando el contenido (utilización de signos y lenguaje matemático), descubriendo relaciones que las representaciones gráficas guardan con acciones realizadas para resolver el problema; hasta llegar a la necesidad de proponer representaciones y algoritmos convencionales.

La comprensión juega un papel muy importante en la construcción del conocimiento de la multiplicación de racionales, su aplicación no se puede soslayar. No obstante la mecanización algorítmica en relación al cálculo, es también necesaria, ya que permite la agilización mental, la formación de esquemas o nociones y de invariantes operatorios, además, permite encontrar la solución a problemas en forma rápida. Sin embargo, cuando solo se hace énfasis en el aspecto mecánico del algoritmo, sin comprensión ni relación a un referente conceptual, se cae en la inoperatividad -- del aprendizaje. La ejercitación y/o mecanización en los algoritmos es una etapa necesaria pero no suficiente, el abuso nos lleva al aprendizaje mecánico.

Se cree que un alumno se apropia del concepto de multiplicación de números racionales, cuando domina el algoritmo y es capaz de generalizar su conocimiento a situaciones contextuales.

En la labor educativa, independientemente de las características del contenido del sujeto cognoscente o de la metodología aplicada, juega un papel muy importante, la iniciativa y creatividad del docente. En la presentación de un concepto o conocimiento -- nuevo, el maestro debe ubicar al alumno frente a situaciones de experimentación matemática o problemas, cuidadosamente gradados, ligados a experiencias previas de los sujetos; ayudar a la reflexión y apropiación de conocimientos, con cuestionamientos pertinentes y el fomento al intercambio de experiencias entre los niños.

Se sugiere por su valor pedagógico, que el alumno generalice sus conocimientos, en la solución de problemas con referencia a su contexto o producto de su creatividad.

Solo cuando el alumno encuentre utilidad práctica en los contenidos matemáticos, entenderá que sirven al hombre como instrumento de interpretación y transformación de su realidad. Solo cuando la formación profesional del docente esta encaminada a hacer de él un agente de la transformación dialéctica, esgrimiendo para ello una actitud analítica, crítica y reflexiva; se estará avan-

zando hacia la consolidación de un modelo educativo acorde con -
nuestras características socioeconómicas.

B I B L I O G R A F I A

- CASTELNUOVO, Ema. Didáctica de la Matemática Moderna. Trillas.
- CENTRO de Didáctica de la UNAM. Manual de Didáctica de las Matemáticas. 1. 1a. Edición. Imprenta Ajusco Méx. 1972. 147 p
- DIAZ, Barriga Angel. Didáctica y Currículum. Ed. Nuevomar. 1990.
- HESSEN, J. Teoría del Conocimiento. Ed. unidos Mexicanos. 3a. ed 1978. 183 p.
- NATIONAL Coucil of Teachers Matematics: El Sistema de los Números Racionales. Ed. Trillas. México. 115 pp.
- PARRA, Cabrera Luis. Matemáticas. Ed. Kapelusz. 7a. ed. 1982. México. 446 pp.
- PEREZ, C, Habacuc. Sistemas Numéricos Dos. Ed. Mac. Graw, 75 pp.
- PIAGET, Jean. La Enseñanza de las Matemáticas Modernas. 8a. ed.- Editorial Alianza. 1980.
- PIAGET, Jean. y B. Inhelder. Psicología del Niño. Ed. Morata. -- Ed. 10a. 1981. 172.pp.
- PIAGET, Jean. Psicología y Pedagogía. Ed. Ariel 1969. 226 pp.
- PIAGET, Jean. Seis Estudios de Psicología. 7a. ed. Editorial Gon THIER, Ginebra. 1974. 277 pp.
- PONCE, Aníbal. Educación y Lucha de Clases. Editores Unidos. 1986. 245 pp.
- PICO, Herrera Lidia. La Docencia y el Aprendizaje. UPN. 105pp.
- ROBLEDO, Vazquez Felipe. Matemáticas I. 1978. Ed. Trillas. 288pp
- UPN. Desarrollo del Niño y Aprendizaje Escolar. 1986. 315 pp.
- UPN. Desarrollo Lingüístico y Curricular Escolar. 1989. 262 pp.
- UPN. Evaluación de la Práctica Docente. 1987. 324 pp.
- UPN. La Matemática en la Escuela I. 1988. 370 pp.
- UPN. La Matemática en la Escuela II. 1985. 330 pp.
- UPN. La Matemática en la Escuela III. 1988. 270 pp.

- UPN. La Sociedad y el Trabajo en la Práctica Docente. 1988.
- UPN. Planificación de las Actividades Docentes. 1988. 283 pp.
- UPN. Medios para la Enseñanza. 1988. 310 pp.
- UPN. Política Educativa. 1988. 320. pp.
- UPN. Teorías del Aprendizaje. 1987. 44 pp.