SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD 095 AZCAPOTZALCO

MEDIACIÓN DEL APRENDIZAJE A TRAVÉS DEL NÚMERO PHI Φ (LA PROPORCIÓN ÁUREA), PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS COTIDIANOS EN TERCER GRADO DE SECUNDARIA

PROYECTO DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA

PRESENTA

Lucía Elizabeth Hernández Gutiérrez

Directora: Dra. Karina Rodríguez Cortés

Ciudad de México, abril 2017

SEP
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD UPN 095 DF. AZCAPOTZALCO
095/106/2017

Ciudad de México, a 16 de marzo de 2017.

DICTAMEN APROBATORIO

Mtra. Ericka Alejandra Mejía Carrasco
Subdirectora de Servicios Escolares
Universidad Pedagógica Nacional
P r e s e n t e

En relación con la tesis de maestría: Mediación del aprendizaje a través del número phi Q (la proporción áurea) para la resolución de problemas geométricos cotidianos en tercer grado de secundaria, que presenta **Lucía Elizabeth Hernández Gutiérrez,** a propuesta de la Dra. Karina Rodríguez Cortés, los abajo firmantes, miembros del jurado comunicamos que cumple con los requisitos necesarios para presentar el examen de grado correspondiente.

Presidente:	Dr. Francisco José Ortiz Campos	___
Secretario	Dra. Karina Rodríguez Cortés	___
Vocal:	Dra. Laura Macrina Gómez Espinoza	___
Suplente:	M. en C. Juana Josefa Ruiz Cruz	___

El examen está programado para el 5 de abril del año en curso a las 11:00 hrs. en el salón de exámenes profesionales de esta Unidad.

A t e n t a m e n t e
"Educar para Transformar"

Dr. Nicolás Juárez Garduño
Director

S.E.P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD 095
D.F. AZCAPOTZALCO

C.c.p. Sustentante
C.c.p. Archivo
C.c.p. Minutario

NJG/MAVP/mpg

DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS

A mi padre: Lucio Hernández Tolentino
Por alentarme siempre a seguir y confiar en que alcanzaré mis propósitos.

A mi madre: Consuelo Gutiérrez Moreno
Su apoyo incondicional ha sido importante en cada momento de mi vida.

A mi hermana: Lucero
Gracias por crecer conmigo y cuidarme siempre.

A mi hermana: Vero
Gracias por todo tu apoyo y cada momento compartido.

A mi hermana: Yadira
Gracias por cada aventura, por animarme siempre y estar conmigo en las buenas, pero sobre todo en las malas.

A mi amiga: Fanny
Fue quien me animo a estudiar una maestría. Mi entrañable compañera y amiga de trabajo.

Gracias a toda mi familia.
Gracias a todos mis amigos y amigas con los cuales he compartido momentos maravillosos y he aprendido bastante:
Karen, Yessica, Elena, Laura, Giovanny, Jonathan, Miguel y Eduardo.
A mis alumnos y alumnas:
Sin ellos y ellas este proyecto de intervención no hubiera sido posible.

A la doctora Karina Rodríguez Cortés:
Gracias por aceptar recorrer este camino conmigo, por cada sugerencia e innumerables enseñanzas que me han dejado huella. Agradezco su compromiso y confianza hacia mi persona.

A los maestros de la UPN:
Gracias por todo su trabajo y enseñanzas. Cada uno aportó un grano de arena que provocó la transformación de mi práctica docente.

A mi querido Jovanni
Gracias por ser mi soporte, por tus palabras de aliento, el tiempo y todo tu amor.

A mí:
Este trabajo me lo dedico, agradezco no desfallecer, animarme a continuar y confiar en que puedo lograr lo que mi mente imagina, sin importar los obstáculos que se presenten.

A la maestra Juana Ruiz Cruz:
Gracias por todo el apoyo tanto a la alumna como al ser humano.
Por estar siempre al pendiente de los avances y los tropiezos, pero sobre todo por ofrecerme su mano cuando nada iba bien.

ÍNDICE PÁGINA

CAPÍTULO 4. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Introducción

En este documento recepcional se presentan el diseño, la intervención y los resultados del proyecto de intervención "Mediación del aprendizaje a través del número Phi φ (la proporción áurea), para la resolución de problemas geométricos cotidianos en tercer grado de secundaria”. La propuesta pretende brindar al lector un recorrido sobre la ciencia que modela el mundo que observamos: La Geometría.

Phi φ es un número irracional que aparece en diversos contextos familiares para los alumnos y alumnas de educación básica e interesa destacar que no es un contenido del Programa de Estudios de Matemáticas 2011, dado lo anterior, se tomó la decisión de emplear este número irracional como un contenido mediador, con el objetivo principal de acercar a los y las estudiantes al estudio de la Geometría y mostrar las ventajas de su aprendizaje.

Este documento está integrado por cinco capítulos: en el primero, marco contextual, se explican de manera general, las políticas educativas internacionales que han impactado en la política educativa nacional y como culminó con el acuerdo 592 y la Articulación de la Educación Básica en México. Se da un panorama general de la ubicación de la Geometría dentro del Programa de Estudio, matemáticas 2011 y sus antecedentes. Además de ofrecer información sobre el nuevo modelo educativo y como se relaciona con el proyecto de intervención.

En el segundo capítulo, problematización de la propuesta, por un lado, se acerca al lector a la labor docente y a la importancia de la enseñanza de las Matemáticas, y por el otro, se muestran los resultados de un diagnóstico que aportó elementos que permitieron generar un problema a resolver con lo propuesto en el proyecto de intervención, también, se plantean supuestos y los propósitos que guiaron el trabajo con respecto a qué se pretendía alcanzar con éste; cabe señalar que lo propuesto en la presente intervención es una posible solución al problema, no es la única.

Para analizar el tema se necesitan fundamentos teóricos, éstos se abordan en el tercer capítulo: Aprendizaje de la Geometría y su relación con el número phi (φ), se encuentra todo lo referente a esta rama de las Matemáticas, desde sus antecedentes históricos hasta el número phi (φ), sus propiedades como número irracional y los contextos en los que se encuentra. La didáctica de la Matemática como disciplina científica y sus antecedentes históricos, ya que la reforma de 1970 sigue impactando actualmente.

En dicho capítulo, también se sistematizan algunas propuestas para la mediación de la Geometría, haciendo énfasis en la importancia de fomentar emociones positivas al estudiar Matemáticas, en específico Geometría. Finalmente, las teorías de aprendizaje que sustentan lo realizado en la propuesta de intervención.

La parte central de este trabajo se encuentra en el cuarto capítulo, Propuesta de Intervención, que contiene la propuesta didáctica aplicada a los grupos (I y II) y el análisis de los resultados de cada una de las sesiones, enfatizando los logros y dificultades que presentaron los educandos al trabajar con este contenido.

Por último, se presenta a una serie de conclusiones y sugerencias con el objetivo de destacar los logros, dificultades y, sobre todo, las experiencias adquiridas durante todo el proceso.

CAPÍTULO 1. MARCO CONTEXTUAL

"La educación es el arma más poderosa que puede tener para cambiar el mundo"

Nelson Mandela

El que todos los niños y niñas reciban una educación básica es una preocupación mundial, "definida como la comunicación organizada y sustentada, que está diseñada para producir aprendizaje". (OCDE:2004, p. 1). La educación se basa entonces en la comunicación, pero no cualquier comunicación, sino aquella que logra transformar al individuo en lo conceptual, procedimental, valoral o actitudinal.

1.1 Tendencias internacionales en educación

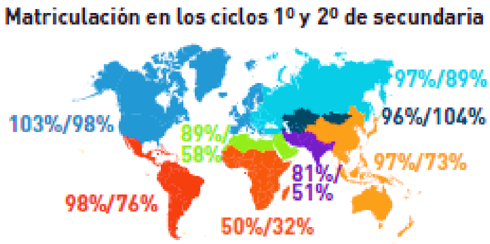
Los denominados organismos internacionales ejercen un dominio preciso en la definición de las políticas educativas de los países subdesarrollados; algunos de manera condicionada al otorgar financiamiento a proyectos, otros realizan estudios y emiten recomendaciones. En el trabajo recepcional, solo se retoma lo realizado por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) debido al impacto directo que tiene sobre Matemáticas, particularmente con el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA).

1.1.1 Educación para todos

En 1990 en Jomtien, Tailandia los organismos de las Naciones Unidas acordaron celebrar la conferencia mundial de la Educación para Todos con el propósito de satisfacer las necesidades de la enseñanza básica, se plantean diez objetivos fundamentales. En el año 2000 se celebra en Dakar (Senegal) un foro mundial, el tema central fue la educación. Con la presencia de 164 países, firmaron los compromisos de una "Educación para Todos". Se concluyó que:

➔ En los países de ingresos bajos y medios todavía un tercio de adolescentes no terminan el primer ciclo de secundaria.
➔ Falta claridad sobre los diferentes tipos de competencias.
➔ El número de adolescentes que trabaja no ha disminuido.
➔ Es necesario aumentar el acceso a una educación de segunda oportunidad.

Progreso a nivel mundial:



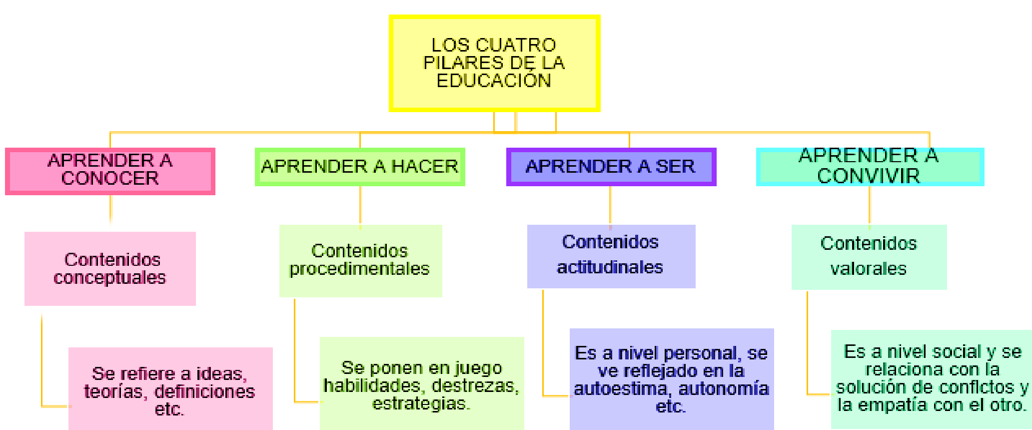
Cabe señalar la situación en México, donde los alumnos que ingresan alcanzan un 98%; sin embargo, al siguiente año la matricula disminuye un 76%. La deserción tiene varias razones explicativas, pero para esta intervención es importante analizar que está sucediendo en el aula.

Fuente: UNESCO (2015), “Educación Para Todos” pp. 24

La conferencia mundial celebrada en Jomtien, y posteriormente en Dakar forman parte de una base sólida sobre lo que se implementa actualmente en educación básica en México. La reforma educativa actual se sustenta además de lo anterior, en el informe de Delors de la UNESCO. Se describe que el desarrollo integral del niño se propicia a partir de cuatro pilares, que describen específicamente lo que pone en juego el estudiante en cada uno.

En el cuadro 1-1 se organiza la información sobre los cuatro pilares de la educación descrita en el documento:

Cuadro 1-1. Los cuatro pilares de la educación



Elaboración propia con base en Delors, Jacques (1994). "Los cuatro pilares de la educación", en La Educación encierra un tesoro. México: UNESCO, p. 91-103.

La enseñanza de Geometría según Barrantes, M., Balletbo, I. y Fernández, M. (2014) se ha caracterizado por una fuerte tendencia a la memorización de conceptos y propiedades (aprender a conocer) lo que dificulta su comprensión. Además de dar paso al mundo de las medidas dejando a un lado lo verdaderamente interesante de su estudio: su relación con el entorno. Se le ha dado prioridad al dominio conceptual, esto es apropiado hasta cierto punto, pues es pertinente sugerir el uso de otras estrategias además de la memorización, con el objetivo de enriquecer y dar sentido a los conceptos.

Asimismo, para que les resulte atrayente su aprendizaje, se debe propiciar un cambio de actitud y percibir su estudio como algo motivador e interesante (aprender a ser). En el tercer capítulo se explica como la enseñanza de una Geometría relacionada con el entorno permite experimentar a los alumnos y alumnas emociones positivas, lo que también impacta en la mediación del profesor o profesora.

1.1.2. Evaluación Internacional de Alumnos (PISA)

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA, por sus siglas en inglés), tiene por objeto evaluar hasta qué punto los alumnos cercanos al final de la educación obligatoria han adquirido algunos de los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad.

La prueba PISA es aplicada cada tres años, examina el rendimiento de alumnos de 15 años en áreas temáticas clave (Lectura, Matemáticas y Ciencias), como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1-1. PISA

Área temática	Año
Lectura	2000
Matemáticas	2003
Ciencias	2006
Lectura	2009
Matemáticas	2012
Ciencias	2015

Se evalúan estas áreas porque se considera a la lectura como una habilidad superior, las matemáticas como la base del pensamiento complejo y ciencias como sustento de la interpretación de la realidad científica y social. Este mismo documento establece que para el 2021 México debe alcanzar el nivel 3 en la prueba PISA. Cabe señalar que se tuvo que agregar el nivel 1 debido a que varios países (incluido México) no alcanzaban el puntaje mínimo que es 2. En la tabla 1-3 se describen los niveles que se proponen en la prueba:

Tabla 1-2. Descripción genérica de los niveles de desempeño

Niveles	Descripción genérica
Nivel 6	Situarse en uno de estos niveles significa que un estudiante tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva: matemática, científica u otras.
Nivel 5	
Nivel 4	
Nivel 3	Por arriba del mínimo necesario y, por ello, bastante bueno, aunque no el deseable para realizar actividades cognitivas más complejas.
Nivel 2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
Nivel 1a	Insuficientes o bajos (en especial el Debajo del nivel 1 o 1b) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.
Nivel 1b	
Debajo del nivel 1 o 1b	

Fuente: OCDE (2015), “Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA)”, recuperado de http://www.oecd.org/centrodemexico/medios/programainternacionaldeevaluaciondelosalumnospisa.htm

La prueba PISA ha influido en la definición del acuerdo 592: Retomando lo explicado en el Plan de Estudios (2011), los estándares curriculares son descriptores de logro que definen aquello que los alumnos demostraran al final del periodo escolar y son equiparables con estándares internacionales. Los aprendizajes esperados son un referente para las evaluaciones nacionales, la planificación y evaluación en el aula, gradúan lo que el alumno debe lograr en términos del saber conocer, saber hacer y saber ser, lo que permitirá alcanzar lo descrito en los estándares curriculares.

Además de lo anterior, PISA propone un análisis con respecto a los procesos, contextos y áreas de aplicación implicadas en el desarrollo de una competencia, por lo que se retomará esto para efectos de la planificación del proyecto de intervención.

Se consideró importante comparar la relación de la competencia matemática y científica, ya que el trabajo con el número phi (φ) favorece relacionarlas de manera más estrecha. En la tabla 1-3 se describe de forma detallada:

Tabla 1-3. Dimensiones de la competencia científica y matemática

DIMENSIONES	COMPETENCIA CIENTÍFICA	COMPETENCIA MATEMÁTICA	RELACIÓN
PROCESOS	φ Explicar científicamente fenómenos φ Usar evidencia científica	φ Conexión (Asociación) φ Reflexión (Demostración)	Para poder explicar científicamente lo que sucede a su alrededor es necesario que en un primer momento asocie con algo que le resulte familiar. Para después poder realizar demostraciones con cierta rigurosidad matemática.
CONTEXTOS	Fronteras de la ciencia y la tecnología (Interés por las explicaciones científicas).	Situada en la comunidad (Forma que los educandos entienden los elementos de su entorno).	Al tratar de entender lo que observan en su entorno necesariamente se irán acercando a explicaciones científicas, esto se relaciona con el pensamiento crítico.
ÁREAS DE APLICACIÓN	Personal	Pública	Las áreas de aplicación dependen de cómo inicie el proceso: es personal si se relaciona con el contexto inmediato de los estudiantes y será pública al trascender a la comunidad.
CONTENIDO	φ De la ciencia (sistemas de la tierra y el espacio) φ Sobre la ciencia (investigación y explicaciones científicas).	Espacio y forma (Mostrar geométricamente y argumentación).	Basta con recordar que etimológicamente la palabra Geometría significa medida de la tierra lo que la convierte en un contenido de la ciencia, mientras que el estudio del número phi (φ) se acerca más un contenido sobre la ciencia en el que las explicaciones científicas se argumentan.

Elaboración propia con base en, INEE (2008), "PISA en el aula: Ciencias y PISA en el aula: Matemáticas", p. 30-36

1.2 Política Educativa Nacional

A continuación, se presenta un análisis de la política pública en educación básica de 1988 a 2018. Haciendo énfasis en el desarrollo que tuvieron las Matemáticas; en particular, la Geometría durante cada uno de los sexenios.

Antecedentes:

En 1974, durante el periodo presidencial de Luis Echeverría se gesta una reforma en los planes y programas de educación media básica (educación secundaria). La cual queda asentada en el acuerdo número 16363 (Anexo 1) y en su momento propuso lo siguiente: "Propiciar, a través de los objetivos de cada área o asignatura, el logro de los objetivos de la educación secundaria. Incrementar actividades que trascienden los límites físicos de la escuela. Todo cambio en el proceso educativo tiende a romper esquemas obsoletos y buscar que el alumno aprenda a observar, analizar, deducir, para desarrollar en él una mentalidad científica, un pensamiento crítico y una actividad dinámica creadora". (Acuerdo 16363: 1974, p. 7-8).

Retomando lo anterior, en ese momento histórico-político se trabajaba por áreas, destinando cuatro horas semanales a la asignatura de Matemáticas, además de trabajar con Geometría en el último año de educación secundaria, lo que dejaba su aprendizaje muy limitado, aun así, esto representó un avance, ya que anteriormente no se trabajaba nada de la rama en cuestión.

1.2.1 Política pública en educación básica en México: 1988-2018

A continuación, se sintetiza la información referente a las políticas internacionales que se han implementado a nivel nacional, esto queda de manifestó en la actualidad con la articulación de la educación básica.

Documento	Geometría
Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (Sexenio 1988-1994)	Se destaca lo siguiente del Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (1989): ➔ Se agrupan los temas en cinco áreas: Aritmética, Álgebra, Geometría (en el tercer grado se agrega trigonometría), Presentación y tratamiento de la información, Nociones de probabilidad. ➔ Aumentan a cinco horas semanales el estudio de la asignatura. ➔ En los programas anteriores, para el primer y segundo grado de la escuela secundaria, la Geometría aparecía solamente en la séptima unidad. Esto no favoreció su aprendizaje, sólo se estudiaba en el tercer grado. ➔ Para remediar esta situación, se propone que la Geometría se estudie durante los tres grados de la escuela secundaria.

Programa de Desarrollo Educativo (Sexenio 1994-2000)	En el Programa de Desarrollo Educativo no se encontró un cambio significativo al anterior, cabe recordar que hubo una reforma educativa en 1993, por lo cual se le dio continuidad a lo siguiente: ➔ El trabajo con trazos y construcciones geométricas, como una forma de explorar y conocer las propiedades y características de las figuras geométricas. ➔ La iniciación gradual al razonamiento deductivo, en situaciones escogidas por el profesor y teniendo en cuenta que la demostración en matemáticas es un objetivo que requiere de tiempo y una preparación cuidadosa. ➔ Se resignifica a la trigonometría, se le considera importante por sus aplicaciones en la ciencia y la tecnología, así como el cálculo de distancias inaccesibles a la medición directa.

Programa Nacional de Educación (Sexenio 2000-2006)	La siguiente información se obtuvo del Programa Nacional de Educación (2001): ➔ Los contenidos se organizan por ejes y no por ramas como en el programa anterior, se revisa el mismo contenido durante los cinco bloques. ➔ Se busca que el alumno desarrolle cuatro competencias: planteamiento y resolución de problemas, argumentación, comunicación y manejo de técnicas. ➔ Por medio de un proyecto en educación básica se intenta fortalecer el pensamiento crítico y el desarrollar competencias matemáticas y científicas. Asimismo, generalizar los modelos de enseñanza de las matemáticas con tecnología (EMAT), diseñar y poner a prueba material didáctico con el cual se cubra el 100% de la curricula en Matemáticas. ➔ Algunos contenidos geométricos se suprimen, por ejemplo, el tratamiento de la raíz cuadrada por el método geométrico.

Programa Sectorial de Educación (Sexenio 2006-2012)	Con respecto al Plan Sectorial de Educación (2007) se encontró que: ➔ Se creó un programa de pensamiento lógico-matemático y aplicación de la ciencia en la vida diaria. ➔ Planearon talleres, con el propósito de elaborar materiales y capacitar a los docentes responsables de impartir matemáticas. ➔ En Geometría se pretende: explorar las características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos, justificar las fórmulas que se utilizan para el cálculo geométrico y aplicar el teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas.

En el siguiente Programa Sectorial (2013) se le da continuidad a lo anterior y no presenta cambios significativos con respecto a la Geometría.

1.2.2 Articulación de la educación básica

a. Antecedentes

La sociedad está en constante cambio debido principalmente a los avances tecnocientíficos[1] y sus efectos. En 1960 se inicia un análisis de las sociedades, denominadas industriales en ese momento histórico, debido a que cambia el modo de producción, de realizarse manualmente a ser efectuado por máquinas, lo que aumentaba la producción y al mismo tiempo disminuía el tiempo de la misma.

Posteriormente, se describe a una sociedad de la información cuya principal característica en su momento fue el acumulamiento de la información, al respecto León Olivé (2005) refiere que la sociedad del siglo XXI se encuentra en una transición de la sociedad de la información a la sociedad del conocimiento, en la cual la información ya no es acumulativa, ahora debe ser útil y servir para transformar.

Al respecto Rodríguez-Ponce (2015) describe que el objetivo primordial es la construcción de conocimiento para generar mejoras en distintos ámbitos de la sociedad, es decir la ciencia no solo debe vincularse con leyes o paradigmas, sino también darle un nuevo significado: un medio que permita a través de la tecnología impactar de manera positiva en la sociedad.

Tanto Rodríguez-Ponce como Olivé coinciden en que la información debe servir para transformar, es decir incorporarla a lo que ya se sabe para convertirla en algo útil; sin embargo, esta transformación ha traído consigo riesgos (sobreexplotación, pérdida de la diversidad, migraciones etc.) que deben ser evaluados antes de que ocurran, desde el trabajo en el aula se puede abordar esta transformación con una mediación que forme ciudadanos críticos que aprecien la diversidad.

El aprendizaje de las Matemáticas beneficia particularmente que las y los estudiantes piensen críticamente, “nos volvemos escépticos respecto a las

[1] Son sistemas de acciones intencionales que se guían por creencias, normas, valores, reglas que están vinculados a sistemas de información, cuentan con una base científica y tecnológica y están ligados a sistemas e instituciones de investigación (Olivé:2005, p. 58)

soluciones rápidas, las respuestas únicas a los problemas, y las apelaciones a la verdad universal" (Brookfield, 1987, en Aprendizaje Basado en Competencias: 2007, p.77). Basta con recordar que la premisa más importante al resolver un problema en Matemáticas es que no existe solución única.

Un propósito central del Programa de Matemáticas 2011es que el alumno aprenda a utilizarlas para resolver problemas, no solamente los que se resuelven con los procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela, sino también aquellos cuyo descubrimiento y solución requieren de la curiosidad y la imaginación creativa.

Se debe propiciar que las y los alumnos se cuestionen, fomentar su curiosidad para buscar soluciones al resolver una situación problemática o en su defecto encontrar alguna diferente a la ya establecida. Es importante el diálogo que se da en el aula entre los actores, dar paso a la argumentación y propiciar una comunicación bidireccional.

Lo anterior exige un docente mejor preparado, resolver problemas no es exclusivo de la asignatura en cuestión, a diario nos enfrentamos a situaciones que requieren de la toma de decisiones de manera comprometida, "los ciudadanos de la sociedad del conocimiento tienen el derecho y el deber de poseer una formación científica que les permita actuar como ciudadanos autónomos críticos y responsables". (Ciencias para el mundo contemporáneo: 2008, p. 36).

Si en México se quiere avanzar hacia una sociedad de conocimiento se debe involucrar al sector educativo, grupos de científicos, tecnólogos y empresarios y "un cambio de actitudes en los responsables de las políticas públicas". Olivé (2005: p. 58).

b. Consecuentes

El enfoque actual de enseñanza es por competencias, denominadas para la vida, son cinco y se describen ampliamente en el Plan de Estudios 2011; son de carácter general y forman parte de lo que se trabaja en las aulas o por lo menos es lo que se pretende, se debe recalcar que, en el Programa de Estudios de Matemáticas

2011, de manera particular, se manejan cuatro competencias (resolver problemas, manejar técnicas, validar procedimientos y resultados, comunicar información matemática) que están relacionadas con las competencias para la vida.

Es importante reflexionar por qué un enfoque por competencias, en la tabla 1-5 se explica cada argumento y su relación con el estudio de las Matemáticas.

Tabla 1-4. Por qué un enfoque por competencias

Argumentos	Relación con el estudio de las Matemáticas
Los niños y niñas necesitan estar preparados para actuar frente a desafíos de una sociedad que se encuentra en constate cambio, tránsito de la sociedad de la información a la sociedad del conocimiento.	El enfoque de la asignatura de Matemáticas hasta el momento, es la resolución de problemas de manera autónoma, éstos deben ser afines con lo que sucede en su entorno, para que adquieran un significado y llegue al nivel de aplicación o transferencia. La enseñanza de esta ciencia debe estar en constante evolución porque así lo demanda una sociedad cambiante como la actual. Se debe tomar en cuenta que la finalidad no es la solución en sí misma, sino aprender durante el proceso.
Es necesario que piensen de manera más crítica y creativa, para que esto les permita manejar y resolver situaciones de su presente y futuro.	
Deben emplear la información de manera crítica a beneficio de una sociedad cambiante.	

Elaboración propia con base en, SEP (2011), "RIEB: Fundamentos de la Articulación de la Educación Básica: 2011", p. 74.

Un enfoque educativo de competencias para la vida requiere de docentes mejor preparados y de cumplir las siguientes condiciones:

- ➔ Un cambio de paradigma en el papel de la educación, debe estar acorde con los cambios de la sociedad actual y en función de sus necesidades.
- ➔ Los contenidos deben ser relevantes tanto para la vida futura de los estudiantes como para sus necesidades presentes, este es un propósito que se comparte con la asignatura de Matemáticas.
- ➔ Los recursos didácticos deben estar más encaminados a la experiencia personal y experimentación.

En los antecedentes ya se describió como las Matemáticas benefician el desarrollo del pensamiento crítico, pero éste no es el único planteado en la reforma, también el pensamiento complejo[2] y el estudio de esta ciencia es la base de su desarrollo, ya que se reconoce como inicio de la complejidad descomponer al todo en sus partes, esto en Matemáticas se llama axioma[3] del todo. En la enseñanza de la Geometría, se emplea este principio de la complejidad, como ejemplo se describe el Modelo Van Hiele en el Capítulo III de este documento. En la tabla 1-6 se explica como el estudio de las Matemáticas influye en el pensamiento complejo:

Tabla 1-5. Relación del pensamiento complejo y matemático

Pensamiento complejo	Pensamiento matemático
Principio de recursividad	
La sociedad es producto de la interacción de los individuos y al mismo tiempo los individuos son producto de la sociedad que retroactúa sobre ellos. El individuo hace la cultura y la cultura hace a los individuos.	La Geometría surge de la curiosidad por explicar fenómenos que ocurren en nuestro diario acontecer, además de la necesidad de sobrevivir. Y al mismo tiempo es la propia Geometría la que le da sentido a los que observamos.
Principio Hologramático	
No reduce el todo en las partes, ni las partes al todo. Se contrapone al reduccionismo que solo ve las partes y al holismo que se centra en el todo.	Lo que le da sentido al número phi (φ) es cada uno de los contextos en los que se emplea y de igual manera cada uno de éstos confieren significado a este número irracional.

Elaboración propia con base en, Columbie, N. (2012), "Principios del pensamiento complejo", p. 3-4

La Reforma Integral para la Educación Básica lo retoma de la siguiente manera:

> El pensamiento complejo es un tipo de pensamiento que no excluye el todo por tener en cuenta la parte, ni la parte por tener en cuenta el todo. Se concentra en desarrollar el diálogo entre orden, desorden y organización; intenta comunicar y entrelazar las dimensiones físicas, biológicas, espirituales, culturales, sociológicas del humano, durante tanto tiempo vistas como independientes. (RIEB: Fundamentos de la Articulación de la Educación Básica: 2011, p. 53).

El ser humano es parte de un entorno en el cual interactúa en forma activa, no es posible definirlo desde una perspectiva. Ese entorno es un "nosotros" dentro de la

[2] La complejidad nació de la interacción de las partes que componen el sistema, apareció como resultado de la organización del todo (Barberousse: 2008, p. 99).
[3] Proposición o enunciado tan evidente que se considera que no requiere demostración

sociedad y la manera de relacionarse dependerá de la autonomía del pensamiento de cada uno y de sus acciones.

c. El Acuerdo[4] 592 para la Articulación de la Educación Básica

Es resultado de tres reformas: Reforma de Educación Preescolar 2004, Reforma de Educación Secundaria (RES) 2006 y Reforma de Educación Primaria 2009. Como consecuencia de éstas, se concretan los documentos “Articulación de la Educación Básica” y el “Plan de Estudios 2011” vigente a la fecha definiendo el Perfil de Egreso de la Educación Básica. Se organizan las asignaturas de los tres niveles, en cuatro campos formativos[5], se busca que haya continuidad entre los tres niveles de educación básica (Anexo 2).

d. Plan de estudios de Educación Básica 2011

En el documento “Fundamentos de la Articulación de la Educación Básica 2011” se define como:

> El documento rector que define las competencias para la vida, el perfil de egreso, los estándares curriculares y los aprendizajes esperados que constituyen el trayecto formativo de los estudiantes y que se propone contribuir a la formación del ciudadano democrático, crítico y creativo que requiere la sociedad mexicana en el siglo XXI. (pp. 79).

De todos los componentes es relevante definir competencia de acuerdo con diversos enfoques, ya que es la parte fundamental de la reforma, se organiza la información en la tabla1-6:

---

[4] Resolución que se toma entre dos o más partes. (Diccionario de la Real Academia Española 2016, Real Academia Española. Recuperado de http://dle.rae.es/?id=0emgorl).

[5] Organizan, regulan y articulan los espacios curriculares; poseen un carácter interactivo entre sí congruentes con las competencias para la vida y los rasgos del perfil de egreso. Son cuatro, Lenguaje y comunicación, pensamiento matemático, exploración y comprensión del mundo natural y social, desarrollo personal y para la convivencia. (Programa de Estudios, matemáticas 2011, p. 55)

Tabla 1-6. Definición de competencia desde diversos enfoques

Enfoque	Descripcion
Empírico Neo-positivista	Son comportamientos clave de las personas para la competitividad.
Funcionalismo	Conjunto de atributos que deben tener las personas para cumplir propósitos laborales en una función definida.
Constructivismo	Son habilidades, conocimientos y detrezas para resolver dificultades desde el marco organizacional.
Pensamiento complejo	Procesos complejos de desempeño ante actividades y problemas, buscando la realización personal, calidad de vida y en equilibrio con el ambiente.

Elaboración propia con base en, Aguerrondo, I. (2009), “Conocimiento complejo y competencias educativas”, p. 8

Asimismo, se retoma la definición que se maneja en el Plan de Estudios 2011, cercana al constructivismo:

Competencia: “Movilizan y dirigen todos los componentes: conocimientos (saber conocer), habilidades (saber hacer), actitudes y valores (saber ser) hacia la consecución de objetivos concretos; se manifiestan en la acción de manera integrada”. (Plan de Estudios, 2011: p. 38). La movilización de saberes se muestra en situaciones comunes y complejas de la vida diaria y ayudan a poner en práctica los conocimientos adecuados para resolverlo, reestructurarlos en función de la situación, así como prever lo que hace falta.

Se puede observar que la definición de competencia según el Plan de Estudios vigente está relacionada con el constructivismo, aunque con el nuevo modelo educativo se busca seguir trabajando el pensamiento complejo y crítico con el fin de que el ser humano viva más en armonía con su medio.

1.3 Programa de Estudios de secundaria: Matemáticas

Es un documento guía que contiene los propósitos, enfoque de la asignatura de matemáticas, competencias, estándares curriculares y aprendizajes esperados; organizados de tal manera que mantienen la gradualidad y coherencia entre los contenidos. A continuación, se describen los antecedentes inmediatos:

1.3.1 La Geometría en Educación Secundaria 1993

Los contenidos se organizan en seis ejes temáticos:

- ➔ Los números, sus relaciones y las operaciones que se realizan con éstos
- ➔ La medición
- ➔ La geometría
- ➔ Los procesos de cambio
- ➔ El tratamiento de la información
- ➔ La predicción y el azar

> El aprendizaje por descubrimiento omite que cada disciplina posee una estructura conceptual y una de sus premisas es que enseñar de manera prematura promueve un entendimiento completo.

El acuerdo señala el propósito de la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria, "desarrollar las habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento de los alumnos". (Acuerdo 182: 1993, p. 33)

Para ello, deben desarrollar sus capacidades para:

1. Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de la solución de problemas.
2. Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema.
3. Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas.
4. Reconocer situaciones análogas (es decir que, desde un punto de vista matemático, tienen una estructura equivalente).
5. Escoger o adaptar la estrategia adecuada para la resolución de un problema.
6. Comunicar estrategias, procedimientos y resultados de manera clara y concisa.
7. Predecir y generalizar resultados.
8. Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo (Acuerdo 182: 1993, p. 35).

1.3.2 Eje: Forma, Espacio y Medida en Educación Secundaria 2006

El programa se estructura en tres ejes temáticos:

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico (S.N.P.A)
2. Forma espacio y medida (F.E.M)
3. Manejo de la información (M.I)

Es importante señalar que en el Programa de Matemáticas los tres ejes se trabajan en cada uno de los cinco bloques (Bloque I, II, III, IV y V) que conforman los tres grados, con el propósito de abarcar todos los temas en forma gradual en los diferentes bloques, ya que con el plan anterior se estudiaban por áreas y no se volvían a revisar estos temas hasta el siguiente ciclo escolar. Se observa que existe una vinculación entre los temas, además de una continuidad en los tres grados de educación secundaria.

Con respecto a la evaluación la reforma propone evaluar los contenidos en lo conceptual, procedimental, actitudinal y valoral. Evidentemente, ya no es simplemente un examen; pero, existe una incongruencia pues en pruebas estandarizadas como el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) solo se evalúa en lo conceptual y procedimental.

1.3.3 Eje: Forma, Espacio y Medida en Educación Secundaria 2011

Un cambio con respecto al anterior, son los conocimientos y habilidades que en programa actual son los aprendizajes esperados[6]. Además, se incluyen propósitos y estándares curriculares[7], para efectos de esta intervención se retoman solo los que son afines a la propuesta:

Propósito:

- Utilizan el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales al resolver problemas.

Estándares curriculares:

- Utiliza la regla y el compás para realizar diversos trazos, como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, etcétera.
- Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos.

El estudio del número phi (φ) permite analizar las características de los números irracionales (por ejemplo, pi π y phi φ), realizar enlaces con otros contenidos (escala, cociente, construcción geométrica, proporción etc.), además relacionar su estudio con otras Ciencias.

---

[6] Indicadores de logro definen lo que se espera en cada alumno y constituyen un referente para la planificación, evaluación en el aula y evaluaciones nacionales. (Plan de Estudios 2011, p. 29)

[7] Son descriptores de logro y definen todo aquello que los alumnos demostrarán al concluir un periodo escolar, es un referente para las evaluaciones internacionales. (Plan de Estudios 2011, p. 29)

1.3.4 El nuevo modelo educativo

En el 2016 la SEP propone un nuevo modelo educativo por lo que se considera pertinente analizar los aportes del proyecto de intervención a éste, la información se presenta en el cuadro 1-2:

Cuadro 1-2. El proyecto de intervención y su relación con el nuevo modelo educativo

Modelo educativo

MODELO EDUCATIVO 2016

- Énfasis en el desarrollo de capacidades de pensamiento crítico, análisis, razonamiento lógico y argumentación
- Las anteriores son indispensables para el aprendizaje profundo y la resolución de problemas.
- Le da mayor importancia al desarrollo personal (apertura intelectual), menciona el aprecio por el arte y la curiosidad intelectual.
- El manejo de emociones (llamado mundo de las emociones) y autoestima aparece como parte fundamental del individuo (perspectiva humanista).
- La función de la escuela no es enseñar lo que no saben, sino lo que necesitan para aprender a aprender.
- Se exige el desarrollo de funciones cognitivas superiores, como el planteamiento y la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la creatividad.
- Los aprendizajes significativos posibilitan la profundidad del conocimiento, permiten transferirlo a nuevas tareas y contextos, y se vuelven sumamente relevantes para el aprendizaje permanente.
- La motivación es requisito necesario para adquirir conocimientos y habilidades de forma significativa.

Proyecto de intervención

Φφ

- Se trabajó el pensamiento crítico como competencia transversal en el proyecto de intervención.
- El estudio del número phi (φ) contribuye a la resolución de problemas que trascienden al contexto del individuo.
- Una de las actividades planificadas en la intervención acerca a los y las estudiantes al arte renacentista y fomenta su curiosidad al realizar un análisis desde el punto de vista matemático.
- En el marco teórico se describe como el adecuado estudio de la matemática, específicamente de la Geometría, beneficia que los alumnos y alumnas experimenten emociones positivas.
- Este número irracional se relaciona con otros contenidos de matemáticas, además de otras ciencias, lo que permite realizar conexiones con situaciones que observan en su entorno inmediato.
- La resolución de problemas es la competencia eje de la propuesta y con base en ésta se propusieron situaciones que pusieran en juego el pensamiento crítico, la creatividad y automotivación.
- Una de las habilidades a desarrollar con el estudio de la Geometría es la transferencia o aplicación, cuando esto sucede el contenido adquiere trascendencia y significado.
- Cuando los alumnos y alumnas observan que los contenidos se acercan a lo que viven diariamente o que algo que les resulta común tiene una explicación matemática se despierta su curiosidad por saber.

Elaboración propia con base en, SEP (2016), “Modelo educativo”, p. 37-53

CAPÍTULO 2. PROBLEMATIZACIÓN DE LA PROPUESTA

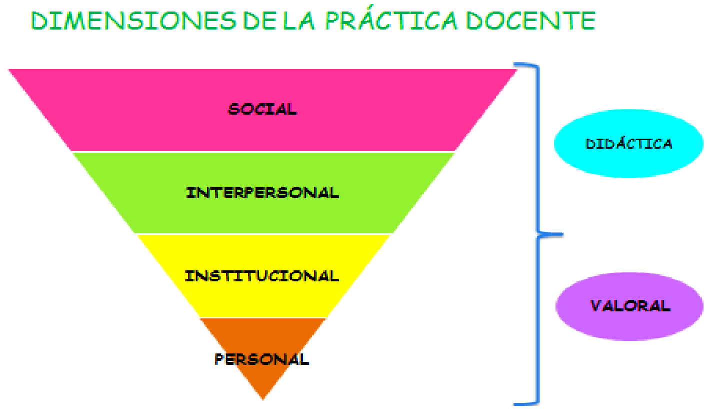
"Cuando inicié mi vida escolar lo que más me agradaba era observar a mi maestra explicarnos a realizar collares con popotes y papeles de colores, además me gustaba el olor de las crayolas y en general el aspecto del salón de clases; fue entonces, cuando me imaginé trabajar en algún lugar así".

Lucía Elizabeth Hernández Gutiérrez

2.1 Un acercamiento reflexivo a mi práctica docente

Me reconozco como una profesora que desde la perspectiva analítica de Fierro, Fortoul y Rosas se desempeña bajo la influencia de las siguientes dimensiones:

Cuadro 2-1. Dimensiones de la práctica docente



Elaboración propia con base en, Fierro, Fortoul y Rosas (1999), "Transformando la práctica docente", pp. 28-38

Soy un ser humano con características que influyen en mi labor como profesora, no solamente en la didáctica también en lo valoral y todo este quehacer docente trasciende a una dimensión social. A continuación, lo describo de forma más detallada.

Desde que comencé mi educación secundaria me encantaron mis clases de Matemáticas; además, aclarar a mis compañeros los contenidos que no entendían me hacía sentir satisfecha, por eso decidí ser profesora.

Estudié en la Preparatoria 10 Anexa a la Normal de Cuautitlán Izcalli, el maestro de Álgebra (Ismael Flores) impactó positivamente, porque él vio en mí "potencial" para entender, desmenuzar y explicar las Matemáticas. Gracias a él pude observar la facilidad de algo que aparentemente es complicado de resolver, esta misma situación me ocurrió con la profesora de secundaria de tercer grado.

Les agradezco a ambos porque experimenté alegría y satisfacción al estudiar Matemáticas.

La segunda decisión fue elegir la Institución en la que estudiaría la licenciatura, mi interés se situaba en la Normal de Cuautitlán Izcalli; sin embargo, en el 2006 el gobierno da un golpe certero a las escuelas normales y no se abren todas las licenciaturas, y algunas, como fue el caso de la normal de Coacalco, no abriría convocatoria ese año.

En la preparatoria que estudiaba solo abrirían la licenciatura en preescolar, así es como llegué a la Escuela Normal Superior de México (ENSM), me incliné hacia la especialidad en Matemáticas por dos razones, intereses personales y al recordar las palabras del maestro de Álgebra. Terminé y presenté mi tesis que lleva por título: "Adición y multiplicación con fracciones comunes, por medio de modelos geométricos, en un grupo de primer grado", encaminada a la explicación del algoritmo por medio de la Geometría.

Lo anterior marco el interés por la Geometría, ya que como lo explicaré posteriormente, es de gran ayuda para explicar temas de cualquier otra rama de las Matemáticas. Observé que para los y las estudiantes es complicado el contenido de fracciones comunes, por lo que el trabajo con modelos geométricos surgió como una posible solución a la problemática. Asimismo, desvincular la Geometría y Álgebra es una posible explicación de la complejidad que entraña el aprendizaje de ciertos contenidos de Matemáticas.

Actualmente, laboro en la Escuela Secundaria Diurna No. 92 "República de Costa Rica", institución en la cual el trabajo es arduo debido a las características de la población estudiantil.

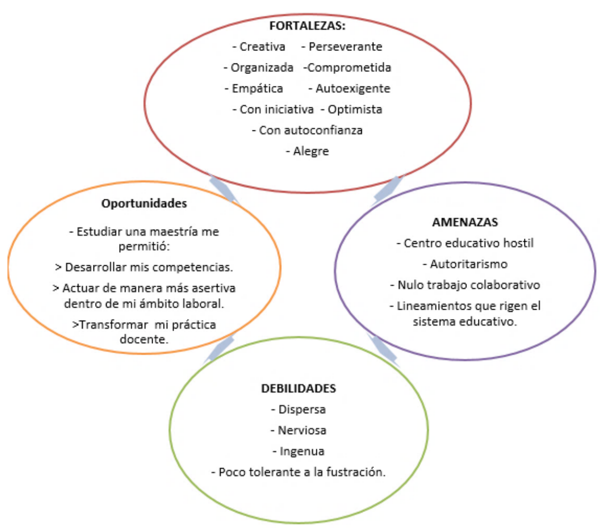
Me apasiona mi trabajo con jóvenes y padres de familia, aunque en ocasiones es complicado por todos los factores que en esta interacción intervienen. Estoy a cargo de cuatro grupos de tercer grado, enfrento con los estudiantes un gran reto, combinando contenidos de segundo y primer grado debido a que sus antecedentes no son lo suficientemente sólidos para abordar contenidos de tercer grado.

Me agrada generar en ellos la duda, con el objetivo de que investiguen, indaguen lo que necesitan saber. Que manipulen objetos, que argumenten a partir de lo que pueden observar, desde luego esto gracias a la Geometría, además, que relacionen todo esto con el contexto en el que se desenvuelven.

Cabe mencionar que el trabajo que desempeño me satisface en todos los sentidos, motivo por el cual mis esfuerzos van dedicados a transformar mi práctica docente. Es trascendental estar consciente de que hay que reinventarse a cada momento y presentar actividades desafiantes a los estudiantes como lo marca el siguiente principio en el Plan de Estudios 2011: Planificar para potenciar el aprendizaje.

A continuación, en el cuadro 2-2, enumero mis Fortalezas, Oportunidades, Debilidades y Amenazas (FODA):

Cuadro 2-2. FODA personal



En ocasiones me decepciona el sistema en el que estoy inmersa, y esto debido a que lo que me piden las autoridades inmediatas se opone por completo a mis ideales, a mi compromiso como profesora y lo percibo como una amenaza latente. Por ejemplo, tener que aprobar a los alumnos solo por asistir a la escuela, justificando que con esta medida se evita el rezago escolar, una de las cuatro prioridades de la educación básica.

Por un lado, considero que mis fortalezas (cuadro 2-2) me han ayudado a tener una muy buena comunicación con los alumnos y padres de familia, asimismo a mantener una imagen de ser una “buena maestra de matemáticas” (Anexo 3). Mi propósito es aportar elementos a los alumnos y alumnas para que amen la vida y lo que hacen, porque esto los llevará a querer transformar su entorno para bien, como me sucedió en algún momento dado.

Por otro lado, estudiar el posgrado me brindó la oportunidad de ampliar mi conocimiento con respecto a lo que realizo diariamente en mi centro de trabajo, resultado de una reflexión de mi práctica docente y trabajar en las aulas todo lo que aprendí. Asimismo, ha beneficiado mi desarrollo de competencias entre las cuales puedo mencionar: Resolver problemas de manera creativa, analizar mi práctica docente de manera crítica y reflexiva.

Mis debilidades representan áreas de oportunidad que debo trabajar. Con mis alumnos soy paciente, pero al mismo tiempo exigente porque sé que pueden dar más de lo que en ocasiones manifiestan.

En la propuesta de intervención intento retomar el enfoque de Matemáticas (resolver problemas de manera autónoma) y relacionarlo con la Geometría, ya que desde mi punto de vista facilita la comprensión de cualquier temática a tratar. A continuación, lo explico de forma más detallada.

El estudio de la Geometría (campo de estudio que modela la realidad) permite el desarrollo de un pensamiento analítico[8] que a su vez se relaciona con uno de los principios del pensamiento complejo: Hologramático ya explicado en la tabla 1-6 del Capítulo I de este documento.

---

[8] Es el modo de pensar que utilizamos para comprender la realidad. Se basa en un enfoque metódico para descomponer situaciones complejas en sus partes constituyentes y valorarlas identificando los elementos significativos. (Poblete, M., Villa, A:2007, p. 61).

Con la intervención pretendo mostrar la importancia de la enseñanza de la ciencia, en particular de las Matemáticas en la educación básica, específicamente educación secundaria. Un alumno que:

Identifica y comprende el papel de la matemática en el mundo actual y utiliza esos conocimientos para adquirir nuevos, de manera que potencialice su habilidad para formular, interpretar y resolver problemas relacionados con su entorno inmediato.

Lo anterior demanda prácticas cognitivas que exigen de un mediador cada vez con mayores habilidades y que se enfrente a los cambios constantes de la actualidad. Olivé (2006) describe cuatro aspectos que deben ser considerados dentro de estas prácticas:

- Agentes (propósitos comunes).
- Medio (interacción con los objetos y de individuo-individuo).
- Conjunto de objetos
- Conjunto de acciones (involucran un todo, lo observo en la planificación de secuencias didácticas).

Se debe reflexionar sobre el profesor y su sistema de creencias, ya que éstas impactarán directamente en su desempeño en el aula. Asimismo, analizar que todo esto afectará no solo el entorno, sino también a los actores que intervienen transformándolos.

En el aula[9] se experimentan diversas emociones, es un microcosmos de la sociedad actual, esto permite aprender a diario gracias a la interacción con los educandos y cada uno de ellos representa un reto distinto para la mediación del profesor o profesora.

Se pretende que los y las estudiantes se interesen por investigar y por relacionarse con su entorno inmediato de una manera distinta a la que están habituados, en síntesis, un ciudadano crítico. Actualmente se ha trastocado el sistema de valores, se ha utilizado para dominar y someter al más débil, pero no todo es negativo, los

[9] Son espacios sociales, complejos y dinámicos en los que continuamente se recrea y produce cultura (Candela, Rockwell & Coll, 2004 en Naranjo 2011, p. 3)

países de primer mundo están trabajando más en armonía con la ciencia, aunque los esfuerzos por mejorar son de muy pocos, “es un error no hacer nada por creer que se hace poco”, buscó que los y las estudiantes se conviertan en un factor de cambio[10]. Existen historias de éxito sobre la ciencia, sus avances y beneficios; no obstante, el ser humano ha desviado las bondades de los avances científicos a beneficios de una minoría.

Con el proyecto de intervención se intenta generar y explotar esa necesidad por saber, promover que descubran los patrones, las formas y como se relaciona todo esto con lo que observan cotidianamente es el propósito de cada sesión, con cada tema.

En ocasiones no da resultado y es que como profesora también eres rebasado y necesitas el apoyo de personas especializadas y de la propia familia. Es un trabajo arduo y difícil, pero puedo afirmar que también se experimentan emociones como felicidad, tranquilidad, satisfacción, al ayudar a los alumnos y alumnas a encontrar un poco de sentido a lo que se enseña en la escuela.

2.2 El diagnóstico

En el presente apartado se aborda el contexto escolar en general, de la ESD No. 92 República de Costa Rica. Se describe el proceso metodológico para la elaboración del diagnóstico, los instrumentos elaborados y los principales resultados que arrojaron, posterior a su aplicación.

[10] Ben Carson un neurocirujano que exitosamente separó a siameses por primera vez en la historia de la medicina. Su objetivo, ayudar a los demás aplicando todo lo que sabía y hasta lo que le faltaba por conocer y comprobar. Es importante que el hombre vuelva a “ser humano” (como lo llama Savater).
Deben convertirse en factores de cambio, como el Dr. Bennet Omalu, neuropatólogo forense que descubrió la Encefalopatía Traumática Crónica (ETC), una lesión cerebral vinculada con el deporte, al hacer la autopsia a un jugador de futbol americano profesional. Gracias a su tenacidad y al no conformarse con “verdades absolutas” ya dichas, logró ese avance que, aunque muy importante científicamente se oponía a grupos políticos y económicos poderosos en Estados Unidos.

a. Acepciones del término diagnóstico socioeducativo

El diagnóstico "es una fase del proceso de intervención social que busca generar un conocimiento en cuanto a que requiere conocer lo que pasa" (Espinoza en Pérez:2002, p.137), según Ketele y Roegiers (1993) es un proceso organizado que se efectúa para obtener información a partir de fuentes múltiples. Asimismo, es importante también conocer las características del contexto para poder delimitar los propósitos y orientar la intervención de acuerdo a las necesidades detectadas.

Retomando a Espinoza en Pérez (2002) las características del diagnóstico son las siguientes:

- Ω El diagnóstico tiene un alcance comunitario, es decir, no se diagnostica a un solo individuo.
- Ω En la realización del diagnóstico hay que incorporar la participación de la gente.
- Ω El diagnóstico expresa una situación inicial que se pretende transformar mediante la realización de un proyecto que apunta al logro de una situación objetivo.

Fases:

- β Pronóstico de la situación.
- β Determinación de prioridades.
- β Análisis de los actores sociales.
- β Identificación de recursos y medios de acción.
- β Identificación de las necesidades, problemas, centros de interés y oportunidades de mejora.
- β Fundamentar y orientar las estrategias de acción que han de servir a las prácticas concretas.

2.2.1 Diagnóstico institucional

El ambiente que permea en la escuela es determinante en los procesos de enseñanza y aprendizaje, razón por la cual se realizó un análisis de la institución.

En lo sucesivo se presentan, por un lado, el análisis del diagnóstico institucional y por otro, los resultados que arrojaron los instrumentos aplicados a los estudiantes.

Asimismo, al tratarse de una intervención centrada en la mediación, se consideró pertinente aplicar un cuestionario al profesor y profesoras de la asignatura de Matemáticas.

a. Ubicación

La escuela secundaria se localiza en la calle privada Ignacio Allende s/n, Colonia Argentina Antigua, Delegación Miguel Hidalgo, Distrito Federal. Entre el metro cuatro caminos y panteones (Anexo 4). Los medios de transporte más utilizados por los alumnos son: el metro, el microbús y el taxi; otra parte de la población escolar se traslada caminando y en automóvil particular.

Los medios de trasporte son suficientes para trasladarse a la institución; sin embargo, la colindancia con el Estado de México y las obras públicas actuales, se relacionan directamente con la puntualidad a la hora de la entrada de los alumnos, pues se registran a diario un número considerable de retardos.

b. Contexto

La escuela se encuentra rodeada por instituciones educativas, culturales y deportivas. Por un lado, estos lugares apoyan el desarrollo integral del adolescente, aunque hay que considerar que su existencia no es garantía de que éste se lleve a cabo satisfactoriamente, pues deben ser utilizados de manera adecuada.

Por otro lado, según datos de la Procuraduría General de Justicia (PGJ), los delitos más recurrentes en la colonia son: robo a casa habitación y a transeúntes. Además, la drogadicción es otro problema de la colonia, debido las escasas oportunidades, producto de un bajo grado de escolaridad y de familias enteras que se dedican a la venta y distribución de drogas en la comunidad.

A continuación, algunos ejemplos de estas instituciones:

Educativas

φ Secundarias Diurnas: La No. 221 “Tlacaelel” y la No. 109 “León Felipe Ángeles”.

- Preparatorias: Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 2 "Miguel Bernard Perales" y el Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos No. 9 "Juan de Dios Bátiz" del Instituto Politécnico Nacional.
- Universidades: Escuela Militar de Enfermeras, Escuela Militar de Odontología, Escuela Militar de Oficiales de Sanidad, Escuela Militar de Ingenieros y Escuela Médico Militar, de la Universidad del Ejército y Fuerza Aérea Mexicanos (UDEFA).

Culturales

- El árbol de la noche triste.
- Diversos museos.

Deportivas

- La fundación EDUCA DEPORTE A.C.

c. Organización

La institución ofrece los siguientes talleres: diseño gráfico, estructuras metálicas, electrotecnia, preparación y conservación de alimentos, corte y confección y belleza. Las actividades que se realizan, tienen como objetivo preparar al alumno para una vida laboral. Además, se tiene un laboratorio de cómputo (sala de red) y audiovisual; sin embargo, algunas máquinas no sirven y no se pueden instalar programas, ya que al siguiente día de ser instalados desaparecen.

Los laboratorios de Ciencias no están equipados adecuadamente, pues hace falta material. Como un servicio adicional, se planificaron actividades de matemáticas en la sala de red, cada grupo tiene una hora a la semana en dicho lugar. Al observar las sesiones en sala de red detecté inconvenientes en la organización de estas actividades:

- La institución no cuenta con un diagnóstico para averiguar los conocimientos previos de los alumnos. Por lo tanto, se presentan dos escenarios: las actividades les resultan tan fáciles que provocan su aburrimiento o son demasiado difíciles que al no poder resolverla dejan la tarea inconclusa.
- La aplicación de las mismas actividades en los tres grados.

- φ Los resultados de las actividades, en ocasiones, son incorrectos.
- φ La mayoría están dirigidas a reforzar Álgebra.

Para combatir estos inconvenientes, se tomó la iniciativa de realizar actividades relacionadas con cada uno de los contenidos, en particular, de tercer grado. Desafortunadamente desde hace casi dos años no hay suministro de energía eléctrica.

Finalmente, existe una sala de lectura en la que predominan libros para trabajar en la asignatura de español, pero no se cuenta con los números necesarios para que cada estudiante pueda trabajar con un ejemplar, se investigó con respecto a libros para trabajar Geometría y solo existe una revista con algunos artículos.

d. Alumnos

La matrícula en la institución es de 512 alumnos, de acuerdo con lo observado y a datos proporcionados por la encargada del archivo escolar existen de 15 a 20 bajas por ciclo escolar, según palabras de la persona encargada de servicio social, una de las razones del cambio de escuela es que son hijos de padres militares, lo que provoca que constantemente cambien de domicilio. En la escuela existen 12 grupos, lo que significa que hay un promedio de 42 alumnos por grupo.

Aunque se puede percibir un contexto desfavorable, el proyecto de intervención pretende mejorar y en la medida de lo posible transformar.

2.2.2 Diagnóstico para la propuesta de intervención

a. Instrumentos

Se retomó el diagnóstico inicial, en el cual además de revisar sobre los contenidos de la asignatura, se averigua sobre el contexto socio familiar del estudiante y el canal de aprendizaje predominante en el grupo (Anexo 5).

Representa la primera fase de la ruta de mejora[11] que se trabaja actualmente en educación básica.

Objetivos:

- Ω Conocer las características generales del contexto en el que se desenvuelve cada estudiante, como: el tiempo de traslado, las actividades que realizan después del horario escolar y la opinión que guardan sobre la escuela.
- Ω Analizar los conocimientos previos que manejan los alumnos con respecto a los tres ejes de matemáticas.
- Ω Identificar el canal de aprendizaje predominante en cada grupo.

Este primer diagnóstico aportó elementos para poder realizar una caracterización de aula, rubro requerido en la planeación argumentada (evaluación del desempeño docente). Tal descripción se encuentra en el Anexo 6 como parte del análisis general de cada uno de los grupos (nombrados como I y II) con los que se trabajó la propuesta de intervención.

Elementos tales como: canal de aprendizaje, contexto socio-familiar, número de estudiantes, nivel de manejo de los contenidos de Matemáticas.

También se realizó otro diagnóstico para la propuesta de intervención, para el cual se construyeron tres instrumentos, dos de estos dirigidos a los alumnos y el otro a los maestros. A continuación, se describen los instrumentos empleados y el objetivo de cada uno de éstos.

1. Cuestionario

Objetivo: Identificar las concepciones de los alumnos con respecto a la Geometría, conocer si están interesados en aprender cómo se relaciona esta rama de las

[11] Es un planteamiento que hace patente la autonomía de gestión de las escuelas, permite al plantel ordenar y sistematizar sus procesos de mejora. El CTE deberá, de manera periódica, revisar avances, evaluar el cumplimiento de acuerdos y metas, así como realizar ajustes en función de los retos que enfrenta y retroalimentar la toma de decisiones. Etapas: Planeación, implementación, seguimiento, evaluación y rendición de cuentas. (SEP:2014, p. 10. Orientaciones para establecer la ruta de mejora escolar).

Matemáticas con su entorno y la opinión que les guarda el desarrollo de la clase de matemáticas y el desempeño de la profesora.

Para tal efecto se construyó una encuesta de once preguntas, nueve de estas son del tipo pregunta cerrada y dos son preguntas abiertas, además, se muestra el propósito de cada pregunta (Anexo 8). El propósito primordial de esta evaluación consistía en verificar la veracidad de la problemática observada.

2. Examen

Objetivo: Conocer las nociones que tienen los alumnos sobre Geometría, conocer los antecedentes que manejan de ciclos escolares anteriores (2013-2014 y 2014-2015), en específico sobre el contenido geométrico que se pretende trabajar.

Se realizó un cuadro para organizar las nociones sobre Geometría que deberían conocer los alumnos (Anexo 9), con base en este se construyó un examen (Anexo 10), el cual fue resuelto por los estudiantes de ambos grupos. Después de aplicar el examen diagnóstico se organizaron los resultados en la matriz de verificación, una por grupo (Anexo 11). Los dos instrumentos se aplicaron el 14 de octubre de 2015, en un horario de 7:30 a.m. a 10:50 a.m.

3. Cuestionario

Objetivo: Examinar las concepciones que tienen los profesores de este centro educativo sobre la enseñanza de la geometría son diez preguntas abiertas (Anexo 12).

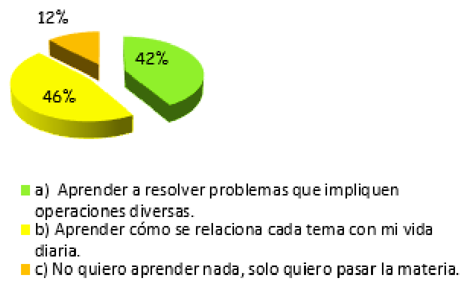
4. Guía de observación

Objetivo: Conocer y analizar la forma de abordar los contenidos geométricos tomando como referente conceptual a Reuven Feuerstein (Anexo 13), además de lo propuesto por la SEP (Anexo 14) y la OEI (Organización de Estados Iberoamericanos para la educación, la ciencia y la cultura) (Anexo 15). Se realizó una matriz de verificación por cada referente conceptual con el fin de analizar la práctica docente de cada uno de los actores.

b. Resultados del cuestionario, grupo I

A continuación, se muestra el comportamiento de cada una de las variables analizadas, de manera general en las tablas (Anexo 16) y de forma particular la información está representada en una gráfica circular.

Gráfica 2-1. Intereses de aprendizaje



Aprender a resolver problemas que impliquen operaciones diversas presenta una mayor frecuencia relativa con el 46%. Muy de cerca le sigue aprender cómo se relaciona cada tema con mi vida diaria con un 42% y finalmente un 12% refiere que no le interesa aprender, su único interés es pasar la materia.

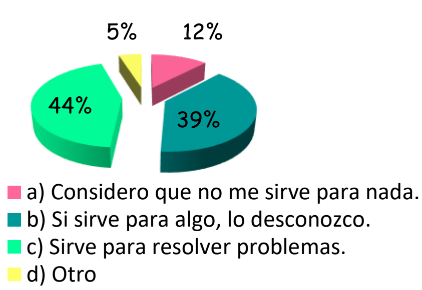
La propuesta didáctica versa sobre el acercamiento de la Geometría al entorno del estudiante, que éste perciba la relación entre ambas, en este grupo hay un elevado porcentaje de estudiantes que se inclinan por esta opción, por lo tanto, se considera pertinente seguir trabajando con él a pesar de no ser la prioridad en primera instancia, ya que al establecer esta relación se proseguirá a la resolución de problemas que evidentemente estén lo más cercanos a su vida diaria.

Gráfica 2-2. La palabra Geometría

Una frecuencia relativa del 88% relaciona la Geometría con figuras geométricas. El 7% lo relaciona con algo complicado de aprender y una minoría del 5% lo relaciona con la resolución de problemas.

El que una gran mayoría relacione Geometría con figuras geométricas tiene una razón que ya ha sido investigada anteriormente: "El predominio de la enseñanza de la geometría métrica (cálculo de perímetros, áreas y volúmenes) formando en los alumnos una falsa concepción de lo que es la geometría" (INEE, 2011:102).

Gráfica 2-3. Utilidad de la Geometría en educación secundaria

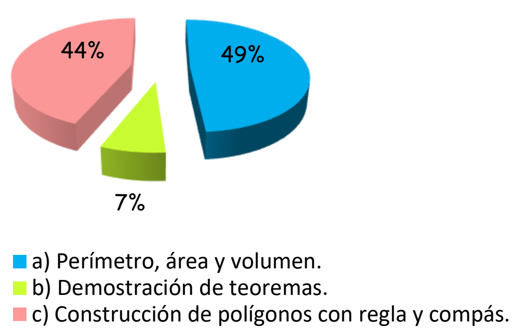


El 44% considera que la Geometría sirve para resolver problemas, esto debido a la concepción que se tiene sobre las Matemáticas, una asignatura en la que solo se resuelven problemas.

Muy cerca de este porcentaje con un 39%, refiere que, si sirve para algo, lo desconoce. El 12% opina que no sirve para nada.

Es importante lograr una transformación en las ideas que se tienen sobre la utilidad de estudiar Geometría, porque, aunque los alumnos refieren la resolución de problemas, no les agrada trabajar bajo esta estrategia. Según refieren los problemas son “aburridos” y además “no los consideran útiles”. Un ejemplo de ello es obtener el área de un terreno en forma triangular, cuando en la vida cotidiana los terrenos tienen formas irregulares.

Gráfica 2-4. Temas de Geometría



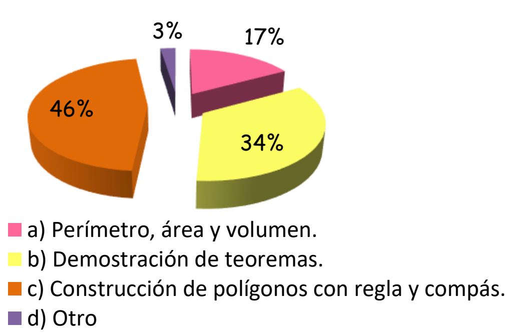
La pregunta está ligada con la anterior; si relacionan geometría con figuras geométricas, de alguna manera se esperaba que el contenido geométrico que más recordaran fuera: perímetro, área y volumen con un 49%.

Un 44% lo vincula con las construcciones con regla y compás.

Solo un 7% recuerda la demostración de teoremas.

Es significativo mencionar que este porcentaje era aún más grande al aplicar por primera vez el cuestionario (76%) y este disminuyó al revisar el contenido “teselados”, fue entonces cuando el porcentaje cambio al relacionar también la geometría con las construcciones con regla y compás.

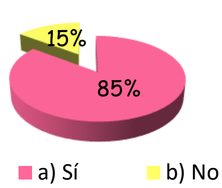
Gráfica 2-5. Temas que te gustaría aprender



Con un porcentaje menor (17%) aparece área, perímetro y volumen. Señalan como prioridad la construcción de polígonos con regla y compás (46%).

En segundo lugar, con un 34% la demostración de teoremas, que como se analizará más adelante en este documento, puede apoyarse de la Geometría para tal efecto.

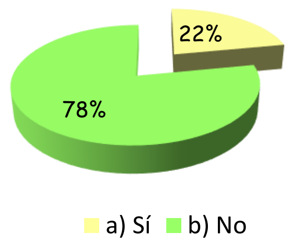
Gráfica 2-6. La Geometría y su relación con el entorno



El 85% está interesado en aprender cómo se relaciona la Geometría con su vida cotidiana y lo que observan a diario.

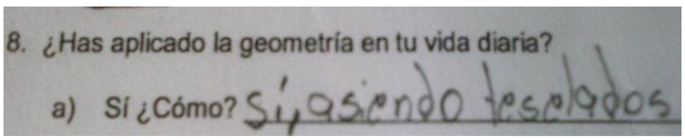
El 15% se muestra reacio, pero uno de los propósitos de la propuesta será mostrar a esta población la importancia de la Geometría en su vida diaria.

Gráfica 2-7. La Geometría en tu vida diaria



En la gráfica 2-4 hubo un antes y un después al aplicar el instrumento en dos ocasiones. Lo mismo ocurrió en esta variable. Al aplicarse la primera ocasión el instrumento arrojó que el 5% había aplicado la Geometría en la cotidianidad. Posteriormente, al trabajar la temática de teselado cambio su perspectiva, aumentó a un 22% el alumnado que identifica haberla aplicado, se espera que este porcentaje aumente al aplicar la propuesta de intervención.

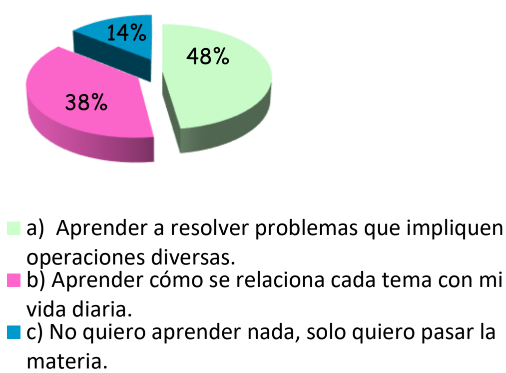
Imagen 2-1 Opinión sobre una aplicación de la geometría.



Fuente: Alumno 13, grupo I

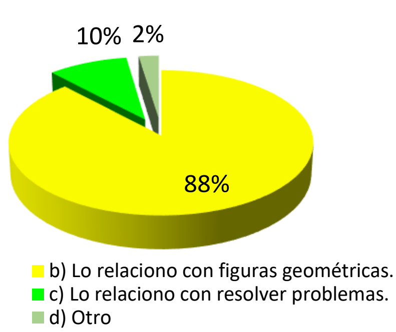
c. Resultados del cuestionario, grupo II

Gráfica 2-8. Intereses de aprendizaje



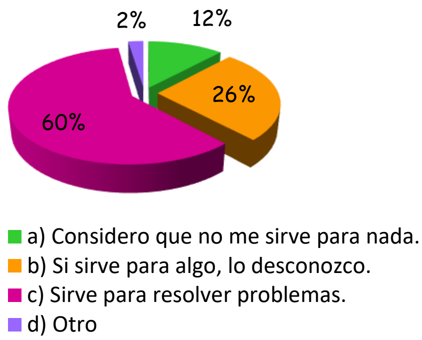
Al igual que en el grupo anterior se inclinan por aprender a resolver problemas con un 48%. En segundo lugar, están interesados en aprender cómo se relaciona cada tema con su vida diaria (38%). Un 14% solo pretende pasar la materia. Uno de los propósitos de la propuesta es cambiar esa concepción acerca de “solo pasar la materia”, mostrar utilidad y el sentido de lo que se enseña sobre Matemáticas.

Gráfica 2-9. La palabra Geometría



Existe una coincidencia con el grupo anterior, relacionan esta rama con figuras geométricas (88%). En el apartado de la problematización se analizarán las razones de esta situación. Solo 10% lo relaciona con resolver problemas.

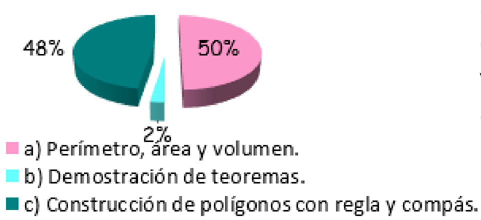
Gráfica 2-10. Utilidad de la Geometría en educación secundaria



El 60% considera que aprender Geometría sirve para resolver problemas, una posible causa explicativa de esto; su experiencia con respecto al contenido de perímetros, áreas y volúmenes.

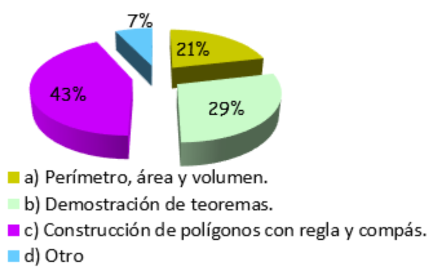
Un 26% desconoce si tiene alguna utilidad su aprendizaje y el 12% refiere que no sirve para nada.

Gráfica 2-11. Temas de Geometría



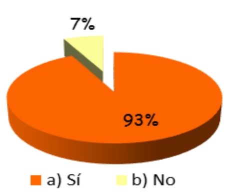
Como ya se mencionó en la gráfica anterior, una posible respuesta de esa concepción con respecto a la resolución de problemas puede ser la relación que hacen de un solo contenido: perímetro, área y volumen (50%). Al igual que en el grupo anterior cambió el porcentaje al revisar el tema de teselar un plano.

Gráfica 2-12. Temas que te gustaría aprender



Marcan como prioridad la construcción de polígonos con regla y compás (43%).
En segundo lugar, con un 29% la demostración de teoremas. Muy cerca le sigue la obtención de perímetros, áreas y volúmenes con un 21%.
Ya se ha iniciado la enseñanza de la Geometría por medio de construcciones geométricas.

Gráfica 2-13. La Geometría y su relación con el entorno



El 93% está interesado en aprender cómo se relaciona la Geometría con su vida cotidiana y lo que observan a diario.

El 7% está renuente; sin embargo, son el punto de partida para planificar mejor cada uno de los contenidos y mostrar a esta parte de población, la importancia de la Geometría en su vida diaria.

Gráfica 2-14. La Geometría en tu vida diaria

Al aplicarse la primera ocasión el instrumento arrojó que el 20% había aplicado la Geometría en la cotidianidad. Posteriormente, al trabajar la temática de teselado cambió su perspectiva, un 38% refiere esta aplicación.

Resultados del examen sobre nociones de Geometría

Una evaluación diagnóstica referente a los contenidos mínimos que debe conocer el estudiante permite tomar algunas decisiones sobre qué y cómo abordar los contenidos.

Se revisaron los contenidos antecedentes y consecuentes; el tema no se encuentra como tal en el Programa de Estudios de 2011; sin embargo, éste tiene relación directa con los contenidos del eje. Se elaboró un cuadro de análisis de contenidos, a partir del cual se construyó el examen diagnóstico.

El cuadro anterior contempla los contenidos que deben manejar los alumnos para poder abordar el contenido del número phi φ. Esto justifica la necesidad de aplicar un examen diagnóstico que ayude a determinar hasta qué punto los y las estudiantes tienen dominio sobre cierta temática; asimismo, evidencia los errores y debilidades más comunes en los estudiantes.

Se muestra el análisis de los resultados del examen diagnóstico. La primera parte se refiere a un análisis general (Anexo 17) y la segunda se centra en cada una de las preguntas; se incluyen evidencias que fortalecen el análisis.

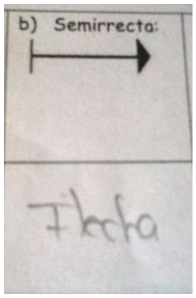
a. Grupo I

2. Definición de los entes geométricos

El 19% del total del grupo define los conceptos, el resto intenta definir por medio de la observación empleando su propio lenguaje o relacionando lo que observa con una imagen familiar. Esto no quiere decir que el resto del grupo los desconozcan, como lo explica Brosseau (1989) puede tratarse de un conocimiento “inadaptado” y si en algún momento fue revisado no fueron capaces de recuperar sus conocimientos previos.

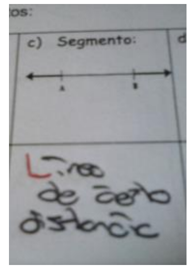
Como el mismo Brosseau lo define “el error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar que uno cree en las teorías empiristas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, pero que, ahora, se revela falso, o simplemente inadaptado". (Brosseau:1989, p.169).

Evidencia 2-1. Relación del ente matemático con un objeto del entorno.



Fuente: Alumno 8, grupo I

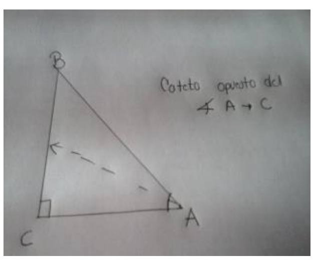
Evidencia 2-2. Definición cercana a segmento.



Fuente: Alumno 13, grupo I

Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados. Es trascendental que el estudiante maneje lenguaje matemático para poder resolver cierto tipo de problemas, además como lo solicita otra de las competencias argumentar y justificar sus procedimientos y el resultado al resolver un problema.

Evidencia 2-3. Segmentos opuestos en un triángulo con respecto a un ángulo.

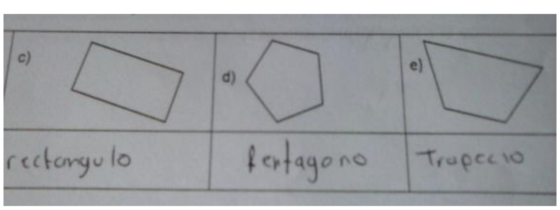


Fuente: Alumna 19, grupo I

Como se observa en la imagen se reconoce el lado opuesto (con una flecha); sin embargo, no se logra asimilar como un todo, una línea con un inicio y un fin (segmento BC), ya que la estudiante señala solo C.

3. Clasificación de polígonos

Evidencia 2-4. Clasificación de polígonos sin identificar la base y la altura.



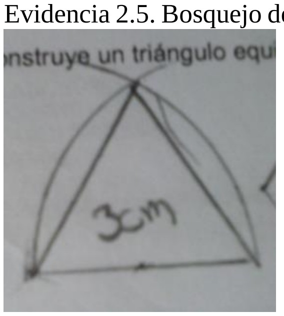
Fuente: Alumna 27, grupo I

En el caso particular de este grupo el 83% identifica al polígono por nombre y solo un 2% señala su base y su altura, específicamente.

4. Construcción de polígonos

Uno de los intereses de los alumnos es utilizar el juego de geometría para construir polígonos, conocen la representación gráfica de lo que se pide; no obstante, un 5% conoce la forma de trazarlo o según sus propias palabras *"recuerdan algunos pasos".* Se propuso una forma de construcción en el examen, pero una alumna sorprendió gratamente empleando otra estrategia.

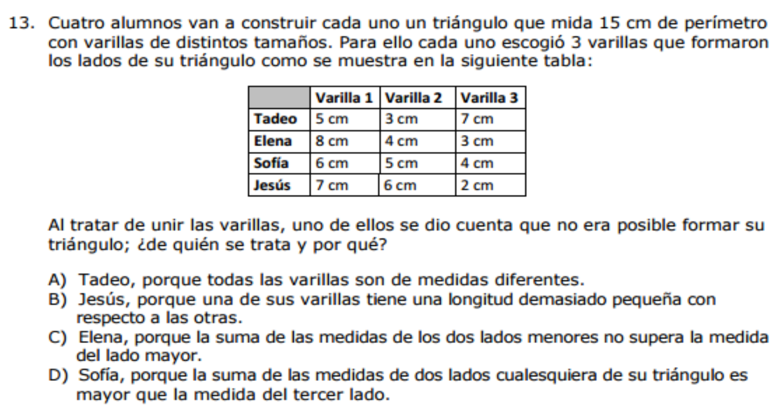
Evidencia 2.5. Bosquejo de la construcción de polígonos.



El enfoque de la asignatura hasta el momento es la resolución de problemas, por ello además de realizar construcciones y conocer las propiedades de las mismas deben aplicarlo al resolver un problema, como lo ejemplifica la siguiente imagen.

Fuente: Alumna 21, grupo I

Imagen 2-2 Reactivo prueba ENLACE 2013



13. Cuatro alumnos van a construir cada uno un triángulo que mida 15 cm de perímetro con varillas de distintos tamaños. Para ello cada uno escogió 3 varillas que formaron los lados de su triángulo como se muestra en la siguiente tabla:

	Varilla 1	Varilla 2	Varilla 3
Tadeo	5 cm	3 cm	7 cm
Elena	8 cm	4 cm	3 cm
Sofía	6 cm	5 cm	4 cm
Jesús	7 cm	6 cm	2 cm

Al tratar de unir las varillas, uno de ellos se dio cuenta que no era posible formar su triángulo; ¿de quién se trata y por qué?

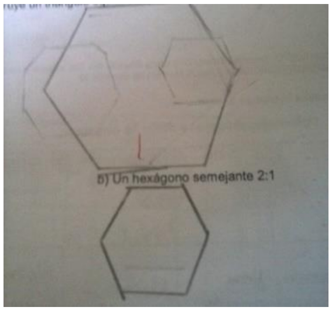
A) Tadeo, porque todas las varillas son de medidas diferentes.
B) Jesús, porque una de sus varillas tiene una longitud demasiado pequeña con respecto a las otras.
C) Elena, porque la suma de las medidas de los dos lados menores no supera la medida del lado mayor.
D) Sofía, porque la suma de las medidas de dos lados cualesquiera de su triángulo es mayor que la medida del tercer lado.

Fuente: Enlace:2013, p. 3, recuperado de http://www.enlace.sep.gob.mx/ba/estructuradelaprueba/descargalaspruebasaplicadas

5. Construcción de polígonos semejantes

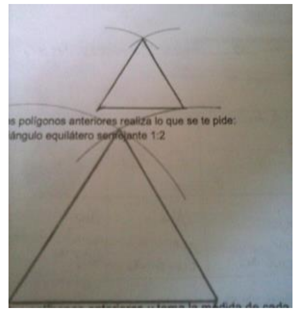
Los alumnos que representan el 5% realizan un dibujo y trazan un polígono más grande que otro, esto significa que tienen clara la idea de que las figuras semejantes se diferencian por su tamaño, aunque en un siguiente nivel del conocimiento deben identificar que esta diferencia de tamaño no se da de manera aleatoria, sino por un factor de proporcionalidad.

Evidencia 2-6. Bosquejo de hexágonos semejantes



Fuente: Alumno 39, grupo I

Evidencia 2-7. Construcción de polígonos semejantes.

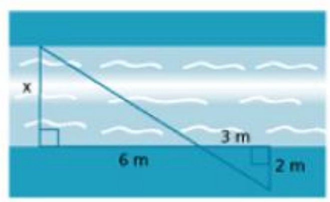


Fuente: Alumna 10, grupo I

El siguiente ejemplo es clásico en libros de texto y el examen de ingreso al bachillerato. Es una clara aplicación de la semejanza de triángulos, aunque alejada de su contexto.

19.- Observa la siguiente figura. ¿Cuál es el ancho del río?

Imagen 2-3. Aplicación de la semejanza de triángulos



a) 8m b) 3m c) 11m d) 4m

Fuente: Guía de ingreso al Bachillerato 2015

6. Identificación de la proporción

El 100% de los estudiantes no contestó el reactivo, se cuestionó al grupo sus razones y contestaron lo siguiente:

- *No sé qué es una proporción.*
- *No lo había escuchado*
- *¿Es como la proporcionalidad directa?*

b. Grupo II

1. Definición de los entes geométricos

A diferencia del grupo anterior, en este, un 83% es capaz de definir a partir de lo que observa y de sus conocimientos previos. Solo un 12% presentó dificultades al expresar desconocer las definiciones y comentar que tenían problemas para definirlo con sus propias palabras, empleando solo la observación.

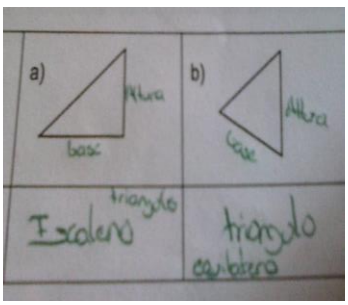
2. Clasificación de polígonos

El que los polígonos aparecieran movidos tenía la intención de verificar una problemática descrita en una investigación sobre la enseñanza de la geometría. La cual menciona que al mover un polígono los estudiantes “no son capaces de identificar la base, ya que están acostumbrados a que la base es el lado horizontal y es el apoyo del polígono” (INEE: 2011, p. 34-102).

Al cuestionar a los estudiantes qué hicieron para identificar la base contestaron lo siguiente:

“Me imaginé el triángulo derecho y así supe cuál era la base y la altura es cualquiera de los otros.”

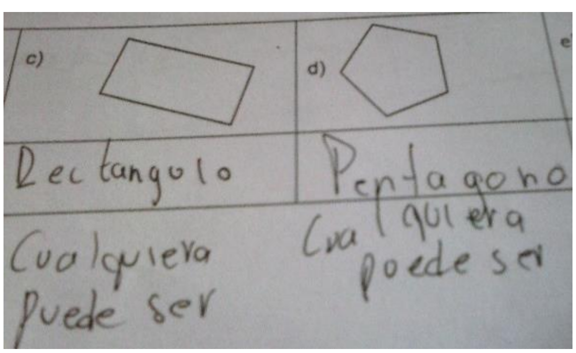
Evidencia 2-8. Clasificación de polígonos identificando la base y la altura indistintamente.



Fuente: Alumno 1, grupo II

Cabe mencionar que uno de los estudiantes argumentó que cualquier lado puede ser la altura o la base, está en lo cierto en su primera afirmación, pero es necesario trabajar el concepto de altura de un polígono.

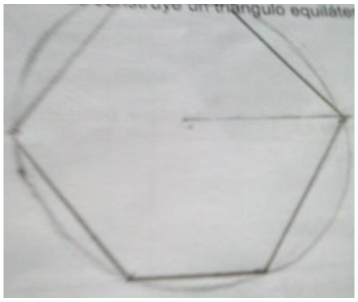
Evidencia 2-9. Identificación de la base y la altura como cualquiera de los lados.

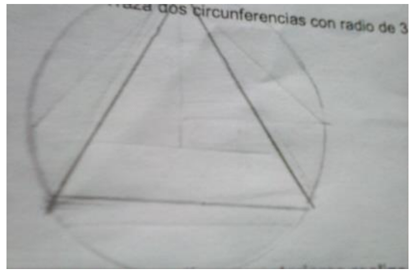


Fuente: Alumno 15, grupo II

3. Construcción de polígonos

Evidencia 2-10. Construcción de polígonos

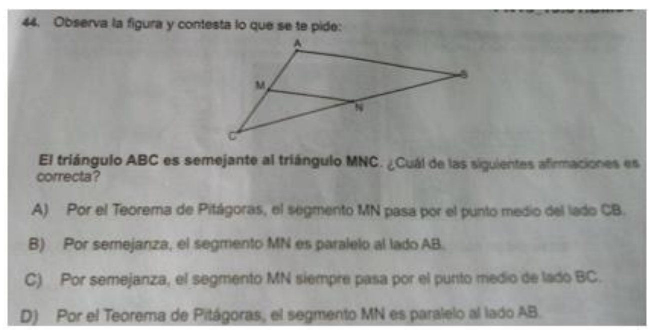




Fuente: Alumna 23, grupo II

El 50%, es decir 21 estudiantes realizan construcciones como la siguiente, emplean sus instrumentos para trazar, sin tomar en cuenta las propiedades que conservan los polígonos cuando se inscriben en una circunferencia.

Una de las habilidades que deben desarrollar los estudiantes en Geometría, es dibujar, para posteriormente analizar sus propiedades como lo propone el programa de estudios, lo anterior se evidencia en este ejemplo:



44. Observa la figura y contesta lo que se te pide:

El triángulo ABC es semejante al triángulo MNC. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

A) Por el Teorema de Pitágoras, el segmento MN pasa por el punto medio del lado CB.

B) Por semejanza, el segmento MN es paralelo al lado AB.

C) Por semejanza, el segmento MN siempre pasa por el punto medio de lado BC.

D) Por el Teorema de Pitágoras, el segmento MN es paralelo al lado AB.

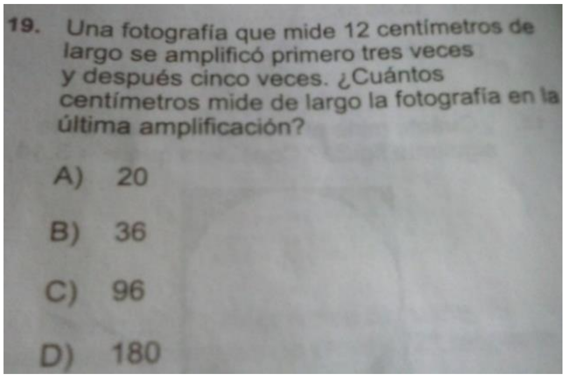
Fuente: Archivo escolar, prueba PISA 2015

4. Construcción de polígonos semejantes

Un 74% realiza un bosquejo sin emplear el juego de geometría, identifican que la semejanza se relaciona con el tamaño, pero al igual que en el grupo anterior, no logran relacionar esta semejanza con un factor de proporcionalidad.

En esta imagen se ejemplifica la utilización de la semejanza con una situación más cercana a su contexto. Además de relacionarse directamente con escalas.

Imagen 2-4. Reactivo PISA 2015 (semejanza)



19. Una fotografía que mide 12 centímetros de largo se amplificó primero tres veces y después cinco veces. ¿Cuántos centímetros mide de largo la fotografía en la última amplificación?

A) 20

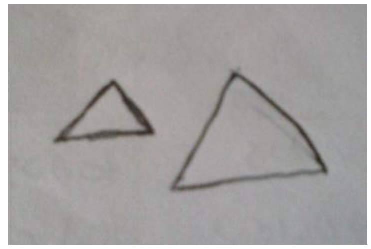
B) 36

C) 96

D) 180

Fuente: Prueba PISA 2015

Evidencia 2-11. Identifica que los polígonos se diferencian por el tamaño.



Fuente: Alumno 4, grupo II

5. Identificación de la proporción

Al igual que en el grupo anterior el 100% no contestó, se les cuestionó sobre la ausencia de respuestas en este reactivo contestaron que *no habían escuchado sobre esa palabra. Pero que les gustaría conocer de qué se trata*.

Con los resultados del diagnóstico se realizó un comparativo de los dos grupos, tomando en cuenta fortalezas y áreas de oportunidad, la información se presenta en la tabla 2-1:

Tabla 2-1 Comparativo entre los grupos I y II

	Grupo I	**Grupo II**
Fortalezas	φ Disponibilidad al trabajo φ Si el manejo de los instrumentos para trazar les resulta complicado pueden realizar bosquejos de lo que observan. φ Buscan diversos procedimientos para encontrar una solución. φ Cuando algo les interesa se empeñan en entenderlo y hacerlo bien. φ Les gusta conocer las razones, preguntan el porqué de las cosas. φ Trabajan mejor entre pares. φ Poseen nociones sobre geometría.	∞ Con solo observar puede acercarse a una definición. ∞ Les interesa aprender cosas nuevas y que representen un reto. ∞ En general, no se les dificulta la utilización de instrumentos para trazar. ∞ Existe una competencia positiva en el grupo. ∞ Poseen nociones sobre geometría. ∞ Trabajan mejor en lo individual.
Áreas de	φ Les resulta complicado definir con la mera observación requieren de otros elementos. φ Falta habilidad para el manejo de instrumentos para trazar. φ Poco autocontrol.	∞ Se distraen con facilidad. ∞ Poco autocontrol. ∞ Aunque buscan diversos procedimientos para encontrar una solución, se desesperan con facilidad. ∞ Es complicado captar su atención.

Resultados del cuestionario a profesores

Es importante conocer las concepciones de los profesores con respecto a la Geometría ya que éstas se verán reflejadas en su práctica docente, se tomaron del cuestionario realizado, tal cual estaban escritas.

a. Profesora I

Para la profesora*, se debe enseñar geometría para que manejen forma y espacio*, los materiales que se utilizan predominantemente en clase son figuras y juego geométrico. La profesora considera que *les cuesta trabajo la geometría debido a que no manejan el lenguaje adecuado*. Las estrategias que le han resultado exitosas según sus propias palabras, son *el empleo de dibujos, mapa conceptual y comparaciones con la realidad.*

No menciona en ningún momento que la Geometría tenga alguna utilidad en contexto inmediato de los alumnos. La observación de la sesión arrojó que predomina la memorización y la repetición.

b. Profesor II

Para el profesor *la geometría son las relaciones entre puntos*, según su apreciación *es importante su enseñanza para que los estudiantes aprendan a medir*, lo anterior, se relaciona con los que considera los contenidos más importantes como: perímetro, área, volumen y el manejo de variables.
Los materiales más utilizados son el juego de geometría y hojas de colores, cree que *los alumnos no manejan lenguaje geométrico, pues la geometría es un tema que no se trabaja constantemente*, el profesor da prioridad a la enseñanza del Álgebra.

La observación de la sesión arrojó que:

- ➔ Prevalece un paradigma positivista en su actuar, es decir "el conocimiento práctico se aprende por observación e imitación" (Mellado: 2004, p.3).
- ➔ Se trata a los estudiantes como pequeños científicos, empleando un lenguaje elevado.

➔ El poco interés del profesor por la Geometría se ve reflejado en la sesión al trabajar solo en el libro y evaluar exclusivamente con las actividades terminadas que ahí se proponen, sin socializar con el grupo.

c. Profesora III

Para la profesora, *la enseñanza y aprendizaje de la Geometría es fundamental, ya que permite el desarrollo de diversas habilidades*. Es importante su enseñanza, ya que acerca a los educandos a problemáticas que observan en su entorno. Retomando lo dicho por ella *más allá de los temas, lo importante es cómo se acerca el contenido matemático al alumno.*

Los materiales más utilizados son el juego de geometría, hojas de colores, imágenes relacionadas con lo que observan los estudiantes, presentaciones en power point etc.

La observación de la sesión proyectó lo siguiente:

➔ Plantea interrogantes a los y las estudiantes y toma en cuenta cada una de sus opiniones o respuestas.

➔ Busca que sus alumnos construyan a través de lo que observan; sin embargo, no se queda solo con esa aproximación.

➔ Intenta guiarlos para que argumenten los resultados obtenidos en cada una de las actividades.

➔ Da prioridad al proceso de construcción más que al resultado.

Con la información anterior se puede afirmar que en la ESD. No. 92 “República de Costa Rica”, lo que se enseña de Geometría:

φ Es un glosario geométrico.

φ Son mediciones y cálculos.

φ Está totalmente alejado de la realidad que observa el estudiante.

φ Son situaciones problemáticas que no presentan relación con el entorno inmediato.

2.3 Planteamiento del problema

El diagnóstico arrojó que una de las inquietudes de los y las estudiantes es aprender a resolver problemas y la segunda es conocer qué relación tiene lo que se les enseña de Geometría con su entorno inmediato. Con respecto a la primera se presentan algunos inconvenientes, entre los que destacan los siguientes:

1. Las situaciones problemáticas planteadas se encuentran alejadas del contexto inmediato del estudiante.
2. Como se observó en el diagnóstico se da prioridad a la Geometría métrica.
3. No se retoman los conocimientos previos lo que provoca dos escenarios:

   - Las situaciones planteadas no representan un reto intelectual para el alumno.
   - Los conocimientos que poseen son insuficientes para poder resolverla y se convierte en un obstáculo.

Existen múltiples investigaciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas y propuestas que tiene como propósito modificar la situación descrita con anterioridad, algunos ejemplos son: El Modelo Van Hiele, la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brosseau y la enseñanza-aprendizaje en el Álgebra de Eugenio Filloy.

Para que lo propuesto en la intervención sea relevante y de los resultados esperados, se debe tomar en cuenta que las limitaciones (Tabla 2-2) que los alumnos manifiestan, sobre su comprensión acerca de temas de Geometría, se deben al tipo de enseñanza que han tenido, y esta a su vez depende de las concepciones que el profesor tiene sobre lo que es Geometría, cómo se aprende, qué significa comprender esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña.

En la tabla 2-2 se realiza un análisis tomando en cuenta los datos obtenidos en el diagnóstico; por un lado, las limitaciones de los alumnos y alumnas y por el otro la concepción que tienen los profesores sobre la enseñanza de la Geometría:

Tabla 2-2. Limitaciones de los alumnos y alumnas

Limitaciones que presentaron los alumnos y alumnas	Concepciones sobre la enseñanza de la Geometría del profesor y profesoras
Relacionan Geometría solo con el mundo de las medidas (49%, grupo I; 50%, grupo II)	• La Geometría solo sirve para aprender a medir, y trabajar la forma y el espacio.
Geometría solo son figuras para un 88% en ambos grupos.	
La utilidad de su estudio radica en la resolución de problemas, relacionados con la obtención de perímetro y área (44%, grupo I; 60%, grupo II). Desconocen su utilidad en un 39%, grupo I, y en un 26%, grupo II. El resto considera que no sirve para nada.	• Es necesaria para obtener área, perímetro y volumen.
Dominio conceptual débil con respecto a los entes geométricos.	• Con el fin manejar el lenguaje geométrico (segmento, recta, punto etc.), se repite la palabra con su significado las veces que se soliciten.
Construcción geométrica como un bosquejo o en su defecto empleando solo la regla graduada.	• Les restan importancia a las construcciones geométricas por considerar a la Geometría como solo medición.
Nulo manejo de la proporción para representar polígonos semejantes.	

Las limitaciones representan un área de oportunidad para trabajar con los y las estudiantes, además del interés que tienen por aprender a resolver problemas y conocer cómo se relaciona la Geometría con su vida cotidiana, todo esto se retomará para planificar la propuesta de intervención, con la cual se busca incidir en las siguientes problemáticas:

- La falta de nociones del eje forma, espacio y medida que formen parte de una base sólida que contribuya al aprendizaje de temáticas cada vez más complejas.
- La carencia de significado y trascendencia de los contenidos geométricos, lo que provoca el desinterés por aprenderla o en su defecto se inclina solamente a lo que tiene que ver con medición, ya que el educando no percibe otra utilidad, esto se observa en el diagnóstico en la gráfica 2-4 y 2-11. Retomando lo analizado con antelación, el problema es el siguiente:

Carencia de una mediación instrumental de la Geometría que vincule el aprendizaje con los problemas que se le presentan al estudiante en la vida cotidiana, lo que podría ser una causa explicativa del por qué la resolución de lo planteado no resulta interesante ni motivador para que el estudiante se involucre e intente presentar posibles soluciones, lo que limita el desarrollo de su pensamiento crítico y complejo.

Como posible solución al problema anterior, se propone emplear el número phi (φ) como contenido mediador, el profesor deberá convertirse en un guía que, con ayuda de éste, favorezca que las y los educandos resuelvan problemas de manera autónoma, lo que beneficiará el desarrollo de su pensamiento crítico y complejo, además de motivarlos al trabajar la Geometría en contextos que le son familiares.

a. Preguntas de investigación

De lo anterior, se desprenden las siguientes interrogantes:

1. ¿Qué antecedentes son necesarios para poder abordar el número phi (φ)?
2. ¿En qué contribuye el estudio de este número phi (φ) a la resolución de problemas?
3. ¿Cuáles son las implicaciones del número phi (proporción áurea) en la resolución de problemas de la vida cotidiana?
4. ¿Cómo implementar estrategias que beneficien la apropiación de las nociones básicas de geometría?

La pregunta tres se responderá en el tercer capítulo, en el cual se presentan los referentes teóricos necesarios para la propuesta de intervención y las restantes en el Capítulo IV. Asimismo, se formuló una pregunta central que será el eje de la intervención y que se responderá al finalizar el análisis de los resultados, después de aplicada la propuesta.

Pregunta central:

¿De qué manera el estudio del número phi (φ) (la proporción áurea) propicia la resolución de problemas geométricos y confiere significado y trascendencia a los contenidos geométricos en el contexto inmediato de los estudiantes de tercero de secundaria?

2.3.1 Justificación de la temática de investigación

> La Geometría “representa una aventura alrededor de la ciencia que modela el espacio que percibimos: polígonos, cuerpos geométricos, rectas paralelas y perpendiculares, ángulos etc., son modelos que encontramos en nuestro entorno. Estudiar Geometría ofrece la oportunidad de conocer a la primera ciencia en la que, a partir de unas cuantas definiciones y postulados considerados verdaderos, se construyen sólidas afirmaciones cuya veracidad puede demostrarse” (INNE: 2011, p. 28).

En la cultura griega se encuentran las primeras demostraciones realizadas geométricamente, información que se retomará en el marco teórico, la importancia de los antecedentes históricos radica en que nos muestran que la Geometría fue utilizada como primer acercamiento a la explicación de diversos fenómenos que se observaban en la antigüedad, incluso antes de emplear demostraciones algebraicas. Sin embargo, desde la observación de la labor docente se ha detectado el abandono que manifiestan profesores y alumnos; respecto a la enseñanza y aprendizaje de la misma.

Es primordial reflexionar acerca de la relevancia que entraña la enseñanza y aprendizaje de la Geometría; asimismo, que su estudio no consiste sólo en la transmisión de los contenidos geométricos, sino que va más allá.

En el documento la enseñanza de la Geometría (INEE: 2011, p. 30) se establecen algunas razones por las cuales estudiar esta rama de las Matemáticas, con las cuales coincido:

- Ω Se aplica en la realidad (en la vida cotidiana, la arquitectura, la pintura, la escultura, la astronomía, los deportes, la carpintería, la herrería, etcétera).
- Ω Se usa en el lenguaje cotidiano (por ejemplo, se dice: calles *paralelas*, tinacos *cilíndricos*, la escalera en *espiral*, etcétera).
- Ω Sirve en el estudio de otros temas de las Matemáticas (por ejemplo, un modelo geométrico de la multiplicación de números o expresiones algebraicas lo constituye el cálculo del área de rectángulos).

- Ω Permite desarrollar en los alumnos su percepción del espacio, su capacidad de visualización y abstracción, su habilidad para elaborar conjeturas acerca de las relaciones geométricas en una figura o entre varias y su habilidad para argumentar al tratar de validar las conjeturas que hace.
- Ω Constituye el ejemplo clásico de ciencia organizada lógica y deductivamente (a partir de axiomas y postulados se deducen teoremas).

Comenio (1922) y Dewey (1998); coinciden en que los contenidos de la asignatura deben acercarse al entorno en el que se desarrolla el educando, ya que si no es así el estudiante no estará interesado en aprender lo que se pretende enseñar; entonces, los procesos de enseñanza y aprendizaje son inexistentes.

En el siguiente Capítulo, se analizarán diversas investigaciones relacionadas con el objeto de estudio como: los obstáculos que intervienen en la enseñanza y aprendizaje desde la teoría de Guy Brosseau, el modelo Van Hiele para la enseñanza de la Geometría y como antecedente histórico la reforma de la matemática moderna de 1970.

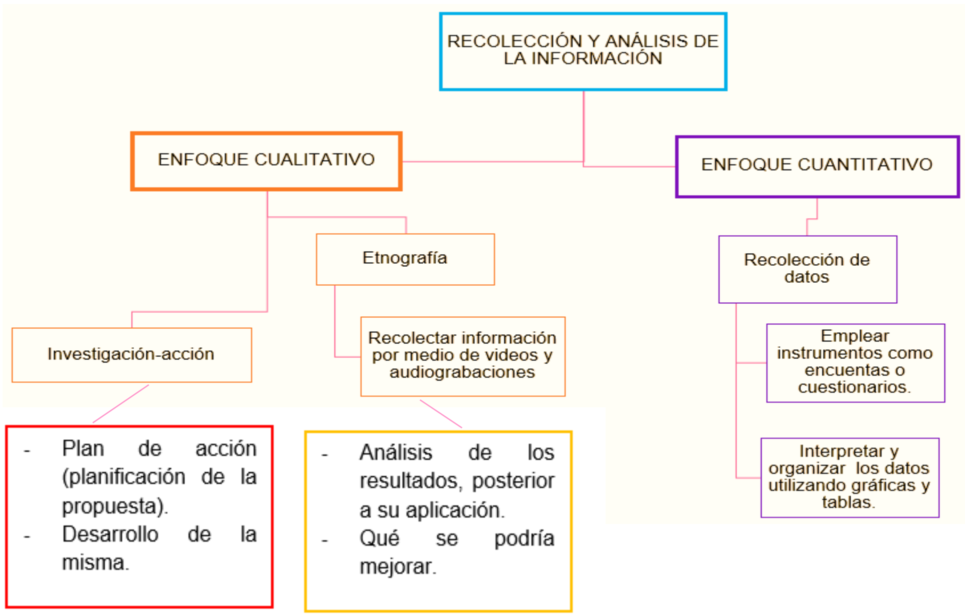
2.4 Los supuestos de intervención

Los siguientes enunciados se organizan como referentes para la comprensión del problema y como elementos que marcan la pauta en la búsqueda de una solución al mismo. En este caso, se propone como posible solución el número phi (φ) como contenido mediador.

- ♦ La enseñanza y aprendizaje del número phi (φ) en secundaria es algo innovador, que motiva a los estudiantes a resolver problemas.
- ♦ La introducción de este contenido contribuye a mirar a la geometría como algo más que fórmulas, áreas y perímetros.
- ♦ La utilización de la proporción áurea como contenido mediador beneficia el tratamiento de otros contenidos.
- ♦ El estudio del número phi (φ) favorece el cambio sustancial del concepto y las emociones negativas que se experimentan al aprender Matemáticas.

Finalmente, para la recogida de datos y su posterior análisis se utilizaron herramientas del enfoque cualitativo y cuantitativo, en el cuadro 2-4 se organiza la información:

Cuadro 2-3. Recolección y análisis de la información



Elaboración propia con base en, Aravena, Kimelman, Micheli, Torrealba, Zúñiga Compilación "Investigación educativa I" (2006), p. 40-44, 121, 140-156.

2.5 Estado del conocimiento

El campo de estudio de las Matemáticas, con lo que respecta a la educación, ha sido sin duda el más investigado. Se efectuó una búsqueda documental en bibliotecas de diferentes Universidades, todas relacionadas con Investigación Educativa, ésta se realizó de forma presencial y virtual. Se sintetiza en la Tabla 2-3 la información encontrada:

Tabla 2-3. Investigaciones realizadas referente a Geometría

TÍTULO	INSTITUCIÓN	GRADO	RELEVANCIA
"Aspectos estéticos de la divina proporción"	Universidad Complutense de Madrid	Doctorado 2001	∑ Reconstrucción histórica. ∑ Relación de la proporción aurea con el entorno.
"Realidad matemática y mediación semiótica en el campo de experiencia de las transformaciones geométricas"	Universidad Pedagógica Nacional (UPN) Unidad Ajusco	Doctorado 2005	∑ El potencial de las trasformaciones geométricas en la demostración de teoremas. ∑ La justificación y explicación matemática. ∑ El discurso en el aula.
"La constante φ y sus implicaciones en el estudio de la proporcionalidad"	Universidad Nacional de Colombia	Maestría 2011	∑ La enseñanza de la proporción aurea en educación media por medio de las TIC.
"El número irracional φ una propuesta didáctica interdisciplinaria"	Universidad de la frontera Chile	Doctorado 2012	∑ El enfoque de resolución de problemas. ∑ Goegebra como recurso para realizar construcciones.
"La credibilidad en procesos de prueba, el caso de la geometría Euclidiana"	IPN CINVESTAV Departamento de matemática educativa	Maestría 2013	∑ Validar situaciones geométricas, utilizando en conflicto cognitivo. ∑ Promover el aprendizaje significativo por medio de la demostración geométrica. ∑ Los objetivos en la enseñanza de la geometría.
"Simetría y semejanza mediante el teselado y la sección áurea, en tercer grado de secundaria basada en el modelo Van Hiele"	UPN Unidad Ajusco	Licenciatura 2014	∑ Implementación del modelo Van Hiele en el aprendizaje de la geometría. ∑ La presencia de la sección aurea en la construcción de teselados.
"La modificabilidad cognitiva para el aprendizaje de los contenidos geométricos: Un modelo de intervención educativa basado en estrategias de metacognición"	Escuela Normal Superior de México (ENSM)	Maestría 2015	∑ La enseñanza de las matemáticas. ∑ Marco teórico de la geometría. ∑ El lenguaje geométrico. ∑ La teoría de la modificabilidad cognitiva

Con el fin de enriquecer la intervención se realizó una búsqueda en revistas electrónicas indexadas, los artículos más cercanos a la temática fueron los siguientes:

Tabla 2-4. Artículos de revistas indexadas relacionados con Matemáticas

ARTICULOS DE REVISTAS EN LÍNEA (Latindex)	
"Mediación pedagógica en el área de geometría en séptimo año: estudio en Costa Rica"	Calderón, C., y Camacho, M. (2014). Mediación pedagógica en el área de la geometría en sétimo año: estudio en Costa Rica. *Intersedes.* Recuperado de http://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2215-24582014000300011&lng=es&nrm=iso
"Análisis Didáctico del proceso matemático de Modelización en alumnos de Secundaria"	Hernández, J., Ruano, Raquel M.ª, y Socas, Análisis Didáctico del proceso matemático de Modelización en alumnos de Secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática Santillana.* Recuperado de http://www.redalyc.org/revista.oa?id=405
"Configuraciones epistémicas asociadas al número irracional. Sentidos y desafíos en Educación Secundaria"	Aitzol L., Reina Luis., y Wilhelmi M. Configuraciones epistémicas asociadas al número irracional. Sentidos y desafíos en Educación Secundaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática Santillana.* Recuperado de http://www.redalyc.org/revista.oa?id=406

De acuerdo con la información encontrada el número irracional phi (φ) ha sido más objeto de investigación en otros países que en México. En los siguientes puntos se describe la información:

- Dentro del catálogo de la biblioteca de la UPN se encontraron tesinas referentes a la enseñanza de la geometría con un programa computacional, en específico (Cabri Geometric), situación que también se presenta en un país como Chile.
- En lo que se refiere al catálogo de la UNAM la gran mayoría de las tesis están encaminadas al estudio del álgebra y el nivel en el que se pilotea la propuesta es bachillerato y licenciatura.
- La página de la UNESCO presenta en línea una tesis de maestría sobre la enseñanza de Geometría a nivel primaria.
- En otros países, como España también se ha implementado el modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría. Además de ocuparse de los profesionales de la educación que están frente a grupo. Lo mismo sucede en Cuba donde se piloteo un programa de profesionalización a distancia (semi-presencial) basado en la resolución de problemas por medio de la Geometría, su especialidad es en ciencias exactas.
- Particularmente en España, se ha trabajado arduamente sobre Matemáticas, específicamente Geometría, teniendo como pionero a un reconocido divulgador Claudi Alsina, del cual se hablará en el Capítulo III.

CAPÍTULO 3. APRENDIZAJE DEL NÚMERO PHI (φ) Y SU RELACIÓN CON LA GEOMETRÍA

“La Geometría es el arte de pensar bien y dibujar mal”

Henri Poincaré

3.1 El campo de conocimiento de la Geometría

A continuación, se definirán conceptos inherentes a la Geometría, según Fuenlabrada (2004: p. 3)

Geometría: Del griego *gē* que significa tierra y *metría* que significa medida; es una rama de las Matemáticas que se encarga de estudiar las propiedades de las formas o figuras. Para su estudio el ser humano utiliza el sentido de la vista, instrumentos de medición, el dibujo y razonamiento.

Medir: Es encontrar la relación que existe entre dos magnitudes donde una de ellas se considera como unidad de medida y se observa cuántas veces cabe ésta en la otra. Pero toda medida es imperfecta, ya que solo es un cálculo aproximado, pues depende de: vista del observador, calidad del instrumento de medición y manejo del mismo.

Asimismo, en el dibujo existe mayor imperfección que en la medida, pues además de las limitaciones señaladas intervienen: pulso del dibujante, punta del lápiz o pluma, colocación, calidad del papel.

El *razonamiento* es la capacidad que posee el hombre para asociar ideas, observaciones o hechos para obtener conclusiones. En Matemáticas el razonamiento se utiliza para establecer la verdad de una proposición.

Hipótesis ⟶ Proposición ⟶ Razonamiento

3.1.1 Datos históricos

La siguiente información fue tomada de (Barrera: 2009, p. 1-53) y contrastada en Boyer, Carl en su libro “Historia de las Matemáticas”.

a. Mesopotamia (2000-500 a.C)

El tema central de esta rama de la matemática es el problema de la medida. En la Mesopotamia se tiene registro de algunos avances en este sentido, tales como: el cálculo de áreas, del cuadrado, del círculo (con un valor aproximado de tres para el número pi), cálculo de volúmenes de cuerpos, semejanza de figuras, e incluso hay autores que afirman que esta civilización conocía el teorema de Pitágoras aplicado a problemas particulares, aunque no, como un principio general.

b. Egipto (2000-500 a.C)

Herodoto y los egipcios fueron los padres de la Geometría. Considerando las grandes construcciones que llevaron a cabo los egipcios se podría esperar una Geometría muy avanzada; sin embargo, con la información disponible a la fecha, no se puede afirmar tal cosa. Se centraron principalmente en el cálculo de áreas y volúmenes, encontrando, por ejemplo, un valor aproximado para el área del círculo, considerando pi con un valor aproximado de 3.1605. Sin embargo, el desarrollo geométrico de los egipcios adolece de teoremas y demostraciones formales.

Grecia (800-400 a.C)

Los problemas prácticos relacionados con las necesidades de cálculos aritméticos, mediciones y construcciones geométricas continuaron jugando un gran papel. Se realizaban operaciones con números enteros, la extracción numérica de raíces, cálculo con fracciones, resolución numérica de problemas que conducen a ecuaciones de primero y segundo grado, problemas prácticos de cálculo relacionados con la construcción, Geometría, agrimensura, inconmensurabilidad etc.

c. India y China

Principalmente hicieron aportaciones sobre la resolución de problemas de distancias y semejanzas de cuerpos. También hay quien afirma que estas dos civilizaciones llegaron a enunciados de algunos casos particulares del teorema de

Pitágoras e incluso que desarrollaron algunas ideas sobre la demostración de este teorema.

3.1.2 El número phi (φ)

"*La Geometría tiene dos grandes tesoros; uno el teorema de Pitágoras y el otro el número áureo. El primero puede compararse a una medida de oro, y el segundo a una piedra preciosa".*

Johannes Kepler

A continuación, se presenta una sinopsis histórica (Sánchez: 2012, p. 10-32) que describe algunas civilizaciones que de alguna u otra manera conocieron y/o utilizaron el número φ.

a. Grecia y Egipto

Las majestuosas construcciones evidencian la primera aproximación a la proporción divina o proporción áurea[12]. El Partenón, es uno de los ejemplos sobre los conocimientos geométricos y arquitectónicos de los griegos.

Imagen 3-1. El Partenón

Fuente: Sánchez Ibáñez Daniel

En el libro de los elementos de Euclides se describe de forma brillante al número phi (φ) sin darle este nombre, lo definen como "la razón que se obtiene de dividir o cortar una recta de tal manera que sus lados se encuentren en una determinada proporción o razón" (Euclides: 1991, p. 268-276).

Los egipcios se basaban en las medidas humanas para proyectar sus construcciones, en la gran pirámide de Keops la relación entre su altura y la mitad

[12] La proporción es una relación entre dos magnitudes cuantificables (en estos casos de alturas, anchuras y/o largos de las construcciones). El nombre de proporción divina se debe a que tales edificaciones justamente proporcionan armonía y majestuosidad, a estos templos asociados a dioses y divinidades en estas culturas (Sánchez: 2012, p. 6).

de un lado de su base es, aproximadamente phi (φ). Fue construida hace 4500 años, y es una de las primeras aplicaciones arquitectónicas en la que se encuentra al número phi (φ).

b. Edad Media y Renacimiento

Durante este periodo existieron personajes que trabajaron el número phi (φ), enseguida se enlistan algunos:

Leonardo de Pisa (1175 - 1240), conocido como Fibonacci, trabajó las sucesiones numéricas, lo interesante es que la razón entre dos términos sucesivos se aproxima al valor de este número.

La sucesión se obtiene de sumar el número inmediato anterior:

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 ...

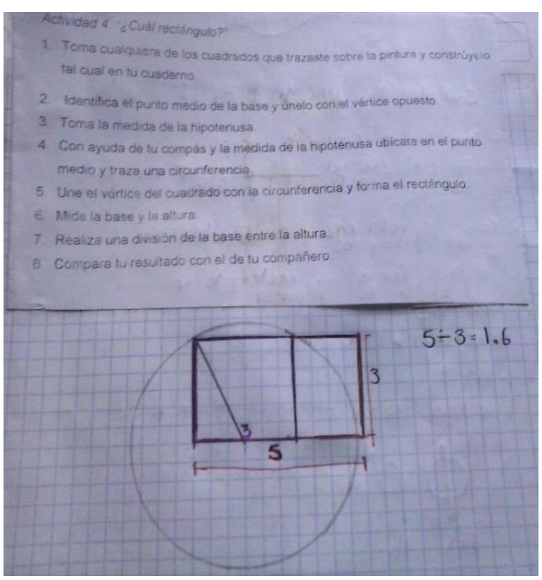
$$\frac{1}{1} = 1 \qquad \frac{2}{1} = 2 \qquad \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.6666667 \qquad \frac{8}{5} = 1.6 \qquad \frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.61538461 \qquad \frac{34}{21} = 1.61904761 \qquad \frac{55}{34} = 1.61764705$$

Con cualquiera de los números de esta sucesión puede construirse un rectángulo áureo, como se muestra a continuación en la imagen 3-3:

Imagen 3-2. Construcción de un rectángulo áureo con regla y compás



Fuente: Alumno 34, grupo II

Cuando se analizan las pinturas del renacimiento y las construcciones se inicia a partir de un cuadrado construido con las medidas que indican cada uno de los términos de la sucesión de Fibonacci y como se muestra en la imagen, tomando este cuadrado se puede construir un rectángulo áureo, además, si se toma solo el rectángulo que es cruzado por la circunferencia y realizamos una proporción, es decir, su largo entre su ancho $\frac{3}{1.8}$=0.6 este número representa la sección áurea.

De acuerdo con lo analizado anteriormente, se puede afirmar que phi φ es un número irracional, es decir un número con cifras decimales infinitas no periódicas, con la particularidad de que se obtiene de una proporción, esta es una de las interpretaciones de los racionales, pero cómo surge este grupo de números, la respuesta se encuentra en la Ciencia.

Inconmensurabilidad:

Entre los diversos paradigmas que explican a la ciencia, está el relativismo, en el cual surge un concepto: Inconmensurabilidad**.** Este se analiza en tres aspectos: semántico, metodológico y ontológico. Feyerabend (1982), define al semántico de la siguiente manera: se refiere a la comparación de teorías y como éstas no pueden ser comparadas al cambiar sus significados, pues no comparten ninguna afirmación empírica.

Ejemplo: Los pitagóricos defendían al número como un ente universal. Al analizar el teorema de Pitágoras en un cuadrado de uno por uno se dan cuenta que la diagonal no puede ser comparada con los lados, ya que el resultado es un número al que ellos llamaron irracional. Su nombre se debe precisamente a que no cabía dentro de lo estudiado sobre el teorema, un ente con infinidad de decimales. Lo que originó una nueva teoría “Los números irracionales” sin que la anterior perdiera validez.

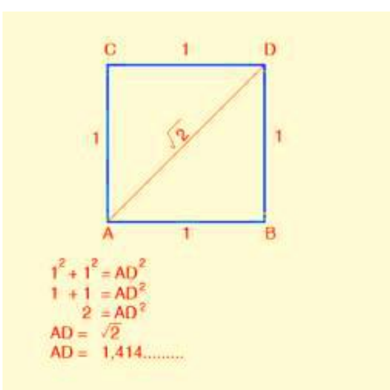
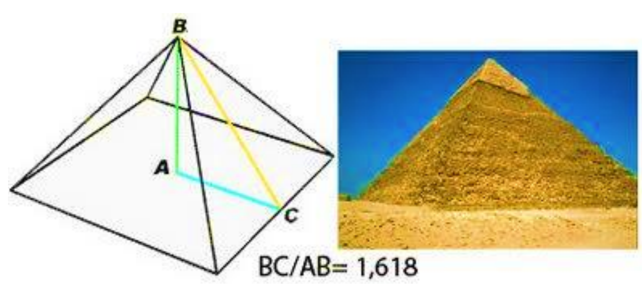


Imagen 3-3. Inconmensurabilidad

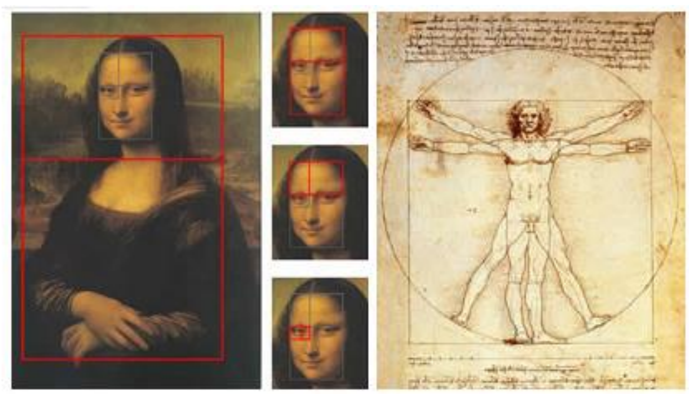
Imagen 3-4. La pirámide de Keops



Fuente: Sánchez Ibáñez Daniel

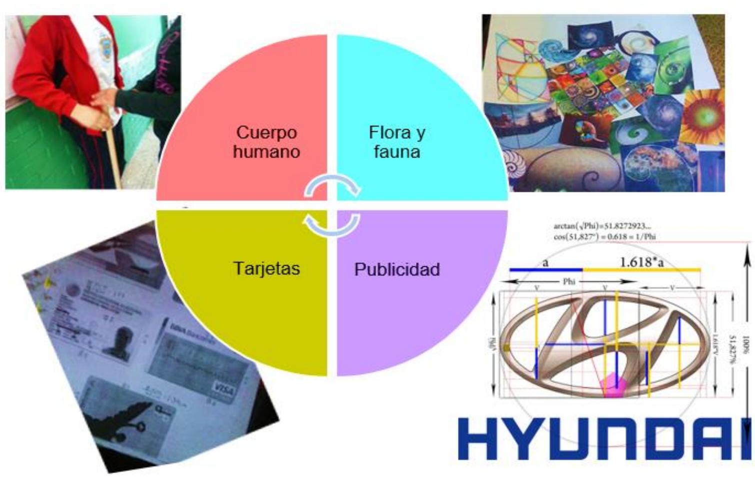
Luca Pacioli, utiliza el número φ en su libro "*De Divina Proportione*" (la Divina Proporción), para numerosos artistas es la máxima expresión de la belleza", apareciendo en innumerables edificios y obras de arte desde la antigüedad hasta la actualidad.

Leonardo Da Vinci, el nombre de número de oro se debe a este notable pintor, las siguientes obras de arte están hechas a partir de la proporción áurea. En el análisis de cada una de las sesiones se explicará detalladamente la manera de obtener el número de oro.



Lo anterior es la base de todas las aplicaciones o entornos en los que actualmente se presentan el número phi (φ).

Cuadro 3-1. Implicaciones del número (φ) en la vida cotidiana.

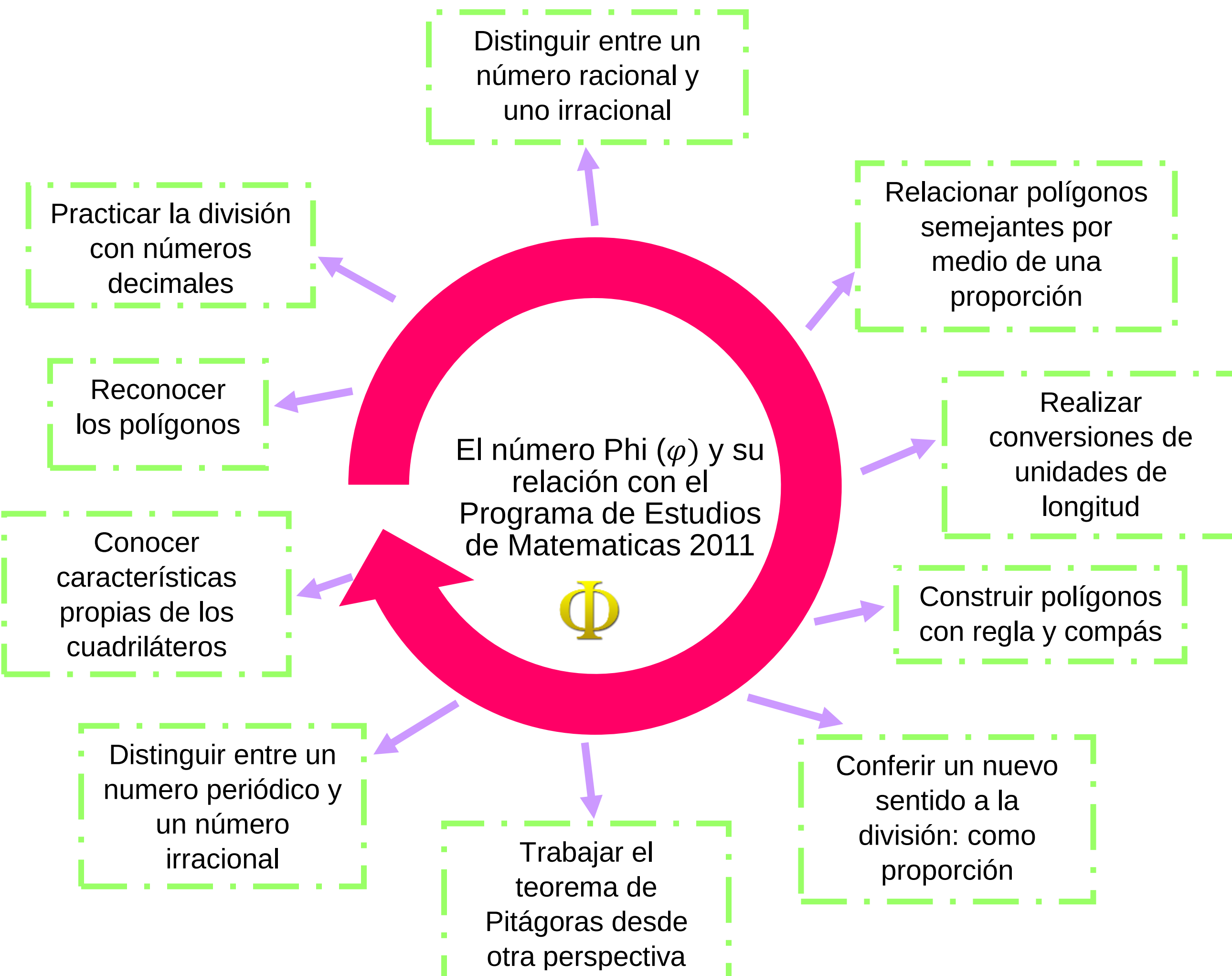


Elaboración propia con base en, Sánchez (2012), "El número irracional φ, una propuesta didáctica interdisciplinaria", p. 10-32

c. El número phi (φ) y su relación con Matemáticas y otras Ciencias

Se puede observar que este número permite acercarse a diversos entornos con los que el estudiante está relacionado, unos más inmediatos que otros, brinda la posibilidad inclusiva de trabajar de manera global en un grupo. En el cuadro 3-2 se muestran los contenidos de Matemáticas con los que se relaciona, ya que se ha mencionado con antelación que esta temática no se encuentra en el programa de estudios vigente:

Cuadro 3-2. Contenidos del Programa de Estudios Matemáticas 2011 y su relación con el número φ

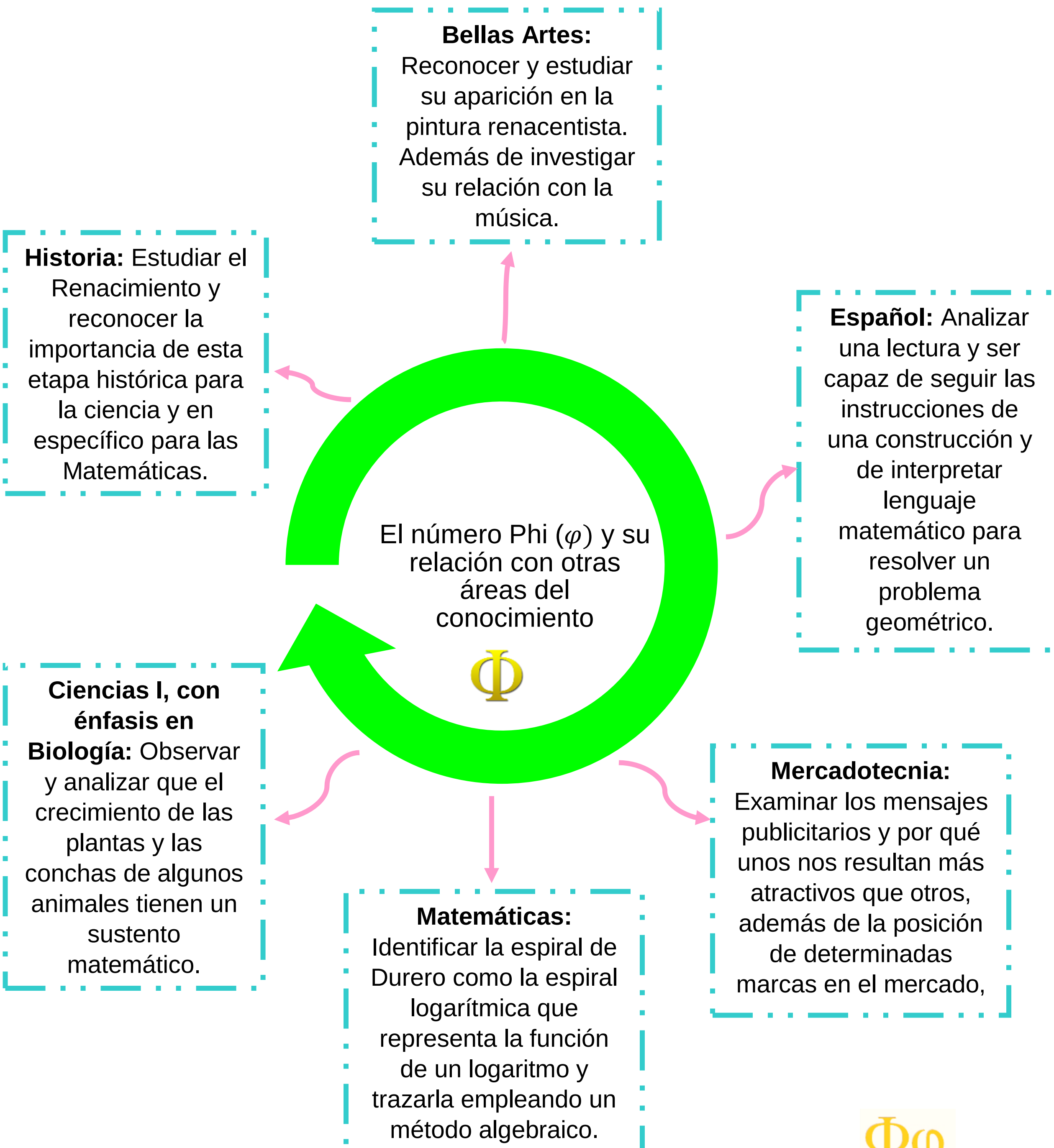


Elaboración propia con base en, SEP "Programa de Estudios Matemáticas 2011", p. 31-48

Además de trabajar ciertos contenidos del Programa su estudio permite pasar a otro nivel, confiriendo un nuevo significado a los conocimientos que ya poseen y construyendo otros.

En este cuadro 3-3 se presentan algunas relaciones que guarda φ con otras áreas del conocimiento, además de Matemáticas.

Cuadro 3-3. Áreas del conocimiento y su relación con el número φ



3.2 Didáctica de la Matemática como disciplina científica

Para Waldegg (1998) la Matemática y la Física son consideradas las ciencias más viejas; sin embargo, su progreso en el terreno educativo es reciente en comparación con su evolución como ciencias duras, algunas de las prácticas más comunes en educación con respecto a su enseñanza son las siguientes:

1. El dominio de los contenidos por parte del profesor no es directamente proporcional al aprendizaje del alumno.
2. El proceder metodológico en el cual se revisa primero la teoría para después corroborar con una práctica en el laboratorio. Los profesores dan por hecho que debe ser prueba fehaciente de que lo que se vio en clase es verdadero y dan más importancia al resultado que al proceso.
3. La exclusión de la tecnología por diversos motivos, como personales (desconocimiento de cómo emplearla o para ahorrarse tiempo y evitar trabajar de más) o por razones fuera de su alcance como la falta de suministro de energía eléctrica o la insuficiencia de equipos de cómputo.
4. El grado de confiabilidad en verdades absolutas y la poca interacción en el aula de clases, es decir no se permite al educando cuestionar lo que dice el profesor, porque él siempre tiene la razón.
5. El tratar a los educandos como investigadores: Existe una discusión actualmente sobre si alfabetizar científicamente o preparar a futuros científicos. Así como en algún momento se convirtió en una necesidad de comunicación aprender a leer y a escribir, lo mismo se intenta con la ciencia, que se convierta en una forma de comunicación.
6. El estudio de la ciencia se va alejando de la realidad próxima del estudiante, conforme se va avanzando en la escolaridad.
7. El error se debe emplear como un medio para enseñar y mejorar, como lo explica Jean Pierre Astolfi (2004) y no como un estereotipo negativo con el que etiquetamos al estudiante.

Lo anterior indica una necesidad de transformar el conocimiento científico para su enseñanza, pero cómo realizar esta transformación, Yves Chevallard propone la

“Transposición didáctica”[13] resultado de una revolución en la didáctica de la matemática, es indiscutible la naturaleza de la Matemática como ciencia, pero qué sucede con la didáctica de la matemática, en los siguientes párrafos se analiza si puede ser considerada como una disciplina científica.

La matemática educativa (didáctica de la matemática por la escuela francesa) presenta dos aspectos: una relacionada con la enseñanza y la otra con el aprendizaje. La teoría de la educación matemática[14] “debe ocuparse de su situación actual y de las perspectivas para su desarrollo futuro como un campo académico y como un dominio de interacción entre la investigación, el desarrollo y la práctica”. (Waldegg:1998, p. 1).

Se afirma que la educación matemática es una disciplina científica que debe tender a lo transdisciplinar[15],es decir no solo se manejan las interacciones dentro de la propia educación matemática como investigación, sino también las que se dan producto de un sistema total entre disciplinas.

Los integrantes de la escuela francesa no están de acuerdo con la aseveración anterior, ya que anhelan construir un área de estudio científico propio que no dependa de otros campos científicos no consistentes.

Steiner (1985) identifica dos problemas en la didáctica de la matemática como disciplina científica, una de éstas se refiere a la enseñanza de la matemática como un arte, por lo tanto, no puede considerarse un saber científico, por el contrario, al

---

[13] Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El "trabajo" que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza es denominado la transposición didáctica (Chevallard: 1988, p.45).

[14] En el V Congreso de la Educación Matemática en 1984 un grupo de investigadores encabezados por el profesor Hans-Georg Steiner preocupados por darle solidez a la disciplina, convocaron a la formación de un área temática con el nombre de Teoría de la Educación Matemática. Waldegg, (1998), “La educación matemática, ¿una disciplina científica?, recuperado de http://cdigital.uv.mx/bitstream/123456789/5804/2/la_educacion_matematica.htm

[15] Entre, a través y más allá de las disciplinas. Conjugación de distintos tipos de conocimientos (disciplinarios y extradisciplinarios) propone la articulación de actores diversos para la producción de un conocimiento. (Carrizo: 2003, p. 5)

considerarlo como ciencia se reduce solo un aspecto, razón por la que defiende la transdisciplinariedad.

Brosseau (1989) al igual que Steiner identifica la educación matemática como el arte de enseñar; sin embargo, distingue dos aspectos de carácter científico lo fundamental y la matemática misma como ciencia, por lo que “la didáctica como área de conocimiento científico, sería el campo de investigación llevado a cabo sobre la enseñanza en el cuadro de las disciplinas científicas clásicas” (Waldegg:1998, p. 14). La didáctica como una teoría unificadora con una fundamentación específica y métodos propios. En México se inició esta discusión con Carlos Imaz, en el cuadro 3-4 se organiza la información sobre las investigaciones realizadas al respecto:

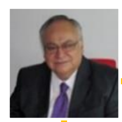
Cuadro 3-4. La investigación en México sobre la naturaleza de la Educación Matemática

Eugenio Filloy (1981)

- Coloca a la educación matemática entre las ciencias y las humanidades.
- Distingue dos influencias: (estadounidense, referente a lo científico y tecnológico, europea con respecto a la metodologia de investigación).

Elisa Bonilla (1989)

- Acuña el término de "objetividad científica" y analiza dos posiciones:
- La que afirma que solo se puede alcanzar el conocimiento a través del método científico.
- La corriente antropológica que afirma que el tema estudiado es elegido dependiendo de los intereses del investigador.



Eduardo Mancera (1990)

- Le da más importancia a reconocer la complejidad de los problemas dentro de la propia disciplina.
- La necesidad de un trabajo interdisciplinario antes que transdisciplinario.

Elaboración propia con base en Waldegg (1998), “La educación matemática, ¿una disciplina científica?”, pp. 14

Por lo que se puede concluir que la didáctica matemática es una disciplina científica, a continuación, se describen brevemente sus orígenes históricos.

3.2.1 Reforma de la matemática moderna de 1970

Tal reforma se gesta en Francia, las primeras investigaciones en matemáticas las realizó Guy Brosseau y Gerard Vergnaud, estas se fortalecerían con lo trabajado por Yves Chevallard.

Razones de la reforma:

- φ En Francia el éxito y fracaso en matemática son fuertes criterios de selección.
- φ La necesidad de modernizar la enseñanza secundaria para minimizar la distancia entre la matemática de este nivel y las de enseñanza superior.
- φ Introducir algo más que habilidades en la enseñanza elemental.
- φ Atraer cada vez más alumnos hacia los ámbitos de la ciencia y la técnica (Laborde y Vergnaud: 1997, p. 64).

Todo lo anterior da origen a la investigación en didáctica de la matemática en Francia. La cual se basa en tres ejes: la epistemología de los conocimientos matemáticos, la génesis, la adquisición de los conocimientos por parte del sujeto (situaciones de enseñanza), en el cuadro 3-4 se analiza la información de cada uno:

Cuadro 3-5. Investigación en didáctica de la Matemática

LOS CONOCIMIENTOS

- Desarrollo de la epistemología de los conocimientos matemáticos (Bachelard 1983).
- La transposición didáctica de Chevallard (conocimiento por enseñar-conocimiento realmente enseñado).
- Campo conceptual (conjunto de conceptos y teoremas) de Gerard Vergnaud.

LA GÉNESIS

- Situación adidáctica y el entorno.
- 1. Nivel de acción (conocimientos y herramentas previas).
- 2. Nivel de formulación (explicar los conocmientos adquiridos en un lenguaje que puedan entender los demas).
- 3. Nivel de convalidación justificar las exliplicitaciones.
- Lo anterior esta intimamente relacionado con los aprendizajes esperados del eje: Forma, espacio y medida, ya explicados en el Capítulo 1.

ADQUISICIÓN DE CONOCIMIENTOS Y SITUACIONES ESCOLARES DE ENSEÑANZA

- Teoría de las situaciones de Guy Brosseau (situación problemática que surja de una necesidad).
- El contrato didáctico (relación maestro-alumno).
- Esta teoría esta relacionada con el Aprendizaje Basado en Problemas (APB) y la teoría de la modificabilidad cognitiva (mediación).
- El profesor y alumno debe compartir el mismo objetivo y trabajar para alcanzarlo, a través de estas situaciones didácticas (problemas).

Elaboración propia, con base en Laborde y Vergnaud (1997), "El aprendizaje y enseñanza de la de la matemática" p. 64

3.2.2 Guy Brosseau y el obstáculo didáctico

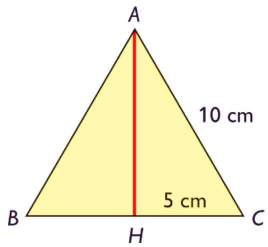
Gaston Bachelard, fue un filósofo (epistemólogo) francés que estuvo interesado por la historia de la ciencia moderna, él explica la naturaleza de la ciencia a partir de los "obstáculos" y de su superación. En su obra: "La formación del espíritu científico" analiza diez obstáculos, para fines de la intervención solo se retoma el obstáculo verbal: la esponja. Extensión abusiva de imágenes familiares.

En efecto, "se conoce en contra del conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza la espiritualización" (Bachelard: 1948, p. 15), es decir, se franquea el obstáculo, destruyendo un conocimiento mal adquirido, cada vez que se supera éste, se convierte en un vehículo para el aprendizaje de un conocimiento más complejo.

Guy Brosseau fue profesor de Matemáticas en Francia y observó una realidad que debe modificarse, propone tres tipos de obstáculo en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Los clasifica de la siguiente manera: ontogénicos, didácticos y epistemológicos. Solo se retoman los del tipo didáctico, porque en éstos radican las situaciones didácticas que proponga el profesor y son relevantes para fines del proyecto de intervención. Sus antecedentes están en lo estudiado por Bachelard (La esponja. Extensión abusiva de imágenes familiares).

Los obstáculos didácticos se refieren al estudio de las estrategias que el profesor utiliza para abordar cierto contenido matemático y cómo estas intervenciones pueden favorecer o no la asimilación de un conocimiento nuevo.
En caso de no beneficiar este proceso, puede convertirse en un obstáculo potencial para la asimilación de otro conocimiento.
Un ejemplo de esto es lo detectado ya en el diagnóstico:
Para explicar la obtención de área de un triángulo suele emplearse una imagen como la siguiente:



Obstáculos que genera el abuso de esta imagen:

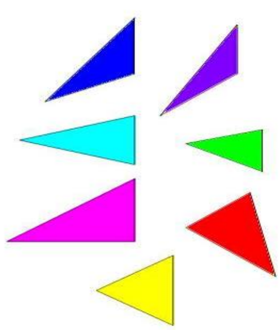
- φ Concebir que la altura del triángulo se encuentra siempre dentro de éste.
- φ Percibir a la altura como una línea vertical que se encuentra al centro de cualquier polígono.
- φ Identificar solo una altura, cuando en realidad son tres.

La situación anterior tiene diversas explicaciones:

- φ Es más cómodo construir un triángulo isósceles y equilátero que uno escaleno, esto debido a los criterios de unicidad para construcción de triángulos.
- φ Trazar una altura requiere el manejo de otros conceptos como: vértice, recta perpendicular, ángulo, lado opuesto y su prolongación. Evidentemente, entre más elementos, aumenta el número de preguntas y dudas por parte de los estudiantes. Lo que demanda una mayor preparación con respecto a los contenidos por parte del profesor y una mejora en el trabajo en el aula.

En Geometría desafortunadamente, se ha priorizado la denominada "enseñanza ostensiva" en la cual el maestro muestra una realidad o una representación cargada de imágenes con el propósito de que los estudiantes sean capaces de apropiarse del contenido. Al respecto Bachelard dice que "la experiencia u observación básica es siempre un primer obstáculo para la cultura científica, se presenta como un derroche de imágenes; concreta, natural y fácil, no hay más que describirla y maravillarse, se cree entonces comprenderla" (Bachelard:1948, p. 22).

Ejemplo: Se pide a los alumnos observar los siguientes triángulos, clasificar y definir.



- φ Generalmente se clasifica y define al triángulo por sus lados.
- φ Se cree que con mostrar diversos triángulos ya podrán apropiarse del concepto; sin embargo, no es así. Se convierte en una imagen conceptual pobre, ya que el triángulo no solo se puede clasificar o definir por sus lados también por sus ángulos y hasta diagonales (este es el único polígono que no tiene).
- φ Se requiere de explorar y trabajar la imagen.

Lo anterior es un abuso de imágenes familiares y puede generar un obstáculo que deberá superarse al trabajar otras propiedades de los polígonos. Asimismo, la comunicación verbal juega un papel preponderante, ya que también puede generar un obstáculo. Queda entonces una tarea difícil para los profesores y profesoras: "poner la cultura científica en movilización permanente, reemplazar el saber cerrado y estático por un conocimiento abierto y dinámico" (Bachelard: 1948, p. 21).

3.3 Propuestas para la enseñanza y mediación del aprendizaje de la Geometría

En este apartado se describen las tendencias actuales en la didáctica de la Geometría, es decir cómo se enseña Geometría y se agregan como ejemplos dos propuestas: una de estas dirigida al razonamiento (Van Hiele) y la otra referente a lo emocional (Claudi Alsina).

Asimismo, se analiza la mediación de manera general, al tratarse de una intervención que propone emplear un contenido mediador, este apartado se considera de absoluta relevancia.

3.3.1 Tendencias en la enseñanza de la Geometría

Como Guzmán (1993) explica: "existe un abandono injustificado de la Geometría intuitiva, hoy se considera una necesidad ineludible, desde el punto de vista didáctico, científico, histórico volver a recuperar el contenido espacial e intuitivo en toda la matemática" (p. 19). Razón por la cual se considera importante retomar algunas tendencias dirigidas a la enseñanza de la Geometría, se presentan en la tabla 3-1:

Tabla 3-1. Tendencias en la enseñanza de la Geometría

Tendencia	Relación con la geometría
El juego	Emplear la exploración, como primer paso para acercarse a la Geometría, acompañada de la intuición y curiosidad, además de provocar emociones positivas con el descubrimiento.
La modelización	Sostiene un aprendizaje con situaciones reales que le dan vitalidad y al mismo tiempo motivan al estudiante. Se debe tomar en cuenta que la Geometría surge como respuesta a la solución de problemas cotidianos que se presentaron en la antigüedad, estos son sus orígenes.
La resolución de problemas	El trabajo del profesor es elegir situaciones que despierten el interés y fomenten la creatividad del o la estudiante. La resolución de problemas, debe partir de una situación real de nuestro entorno, debe cumplir con tres etapas: 1. Motivación (experimentación, ensayos) 2. Resolución (Búsqueda de estrategias, pone en juego la reflexión). 3. Aplicación (Profundizar lo aprendido en otros contextos). El objetivo es desarrollar habilidades o procesos.
El laboratorio	La premisa más importante es “aprender haciendo”, es importante la interacción de los sentidos sobre todo de la vista y el tacto. Se compone de las siguientes etapas: 1. Especificar el trabajo a realizar. 2. El material que se va emplear. 3. Explorar lo construido. 4. Compartir los descubrimientos. El objetivo es la formación sólida de conceptos.

Elaboración propia con base en, Barrantes; Balletbo; Fernández (2014), “Enseñar Geometría en secundaria”, p. 4-10; Guzmán (1993), “Enseñanza de las Ciencias y la Matemática”, p. 14.

Asimismo, se proponen recursos que se pueden emplear para trabajar en cada una de las tendencias, se retoma el arte por sus implicaciones con el número phi (φ), ya que es el eje de la propuesta de intervención. Trabajar la Geometría y su relación con el arte no es tema desconocido, por ejemplo, se trabajaron los cubos e hipercubos a partir del bautismo de Cristo, las dimensiones tomando como referencia los cuadros de Salvador Dalí, teselar un plano desde la perspectiva de Cornelius Escher. Todo lo que tiene que ver con arte está relacionado con el mundo de las emociones, Claudi Alsina analiza la importancia de éstas al estudiar Matemáticas.

a) Geometría cotidiana

Claudi Alsina originario de Barcelona, ha realizado una amplia labor en investigación matemática, innovación educativa y de divulgación, tanto a nivel nacional como internacional. Se refiere a las Matemáticas de la siguiente manera:

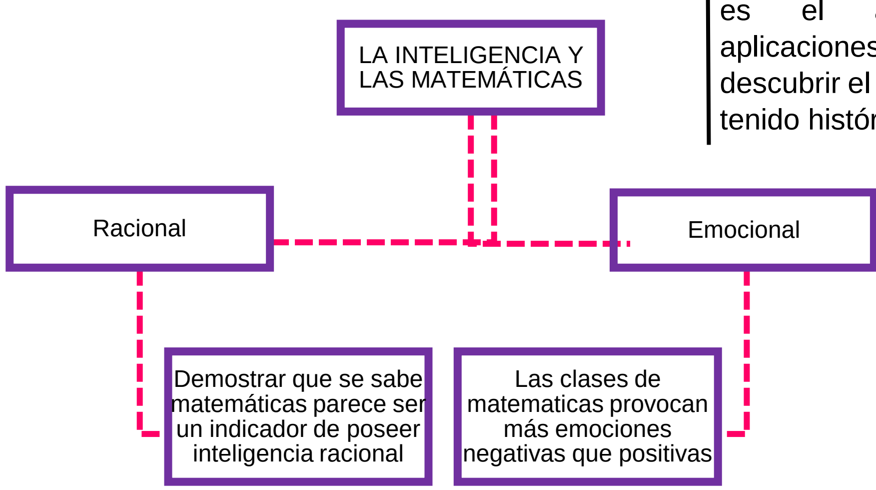
> La "matemática es emotiva" y va dirigida muy especialmente a "corazones pitagóricos", con la esperanza de que sea posible poder juntar, en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, rigor y sentimientos, verdades y emociones, recuperando así para el noble oficio de educar matemáticamente la dimensión pasional que nunca debió perderse" (Alsina: 2006, p. 143).

Esto va más allá del saber conocer o saber hacer, está relacionado con el saber ser, se trata de fomentar el gusto por la matemática en general y específicamente de la Geometría.

Para Alsina la matemática está conectada con las emociones del individuo (saber ser) y existe dos tipos de inteligencias en nuestro cerebro que deben trabajar conjuntamente: la inteligencia racional y la emocional, en el cuadro 3-6 se describe cada una:

Resolver una actividad matemática resulta motivante, como también lo es el apreciar sus aplicaciones, además descubrir el impacto que ha tenido históricamente.

Cuadro 3-6. Inteligencia racional y emocional

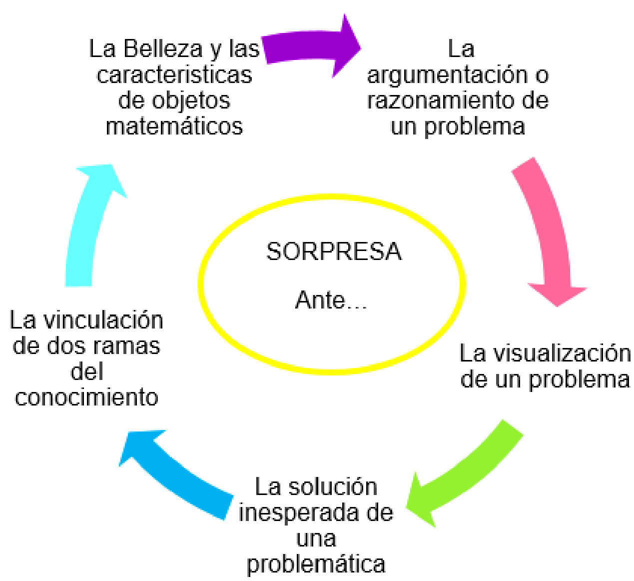


Elaboración propia con base en, Alsina (2000), "La Matemática hermosa se enseña con el corazón y otras conferencias", p. 144

Algunas emociones negativas son: miedo, aversión, tristeza, pesimismo, ansiedad etc., si estas se experimentan en el aprendizaje o la enseñanza de las Matemáticas, las inteligencias del individuo se bloquean y dificultan o detienen su progreso. Por eso debe generarse en el estudiante la necesidad de saber, de comprender lo que observa cotidianamente[16], haciendo más ameno su transitar por los contenidos matemáticos provocando en él la automotivación de aprender.

Esto se pretende con la propuesta de intervención, empleando el número φ como mediador y así acercarlos a una Geometría no métrica. De acuerdo con el autor existen emociones positivas que se deben fomentar en el desarrollo de las sesiones de Matemáticas y puedo afirmar que su estudio adecuado facilita y beneficia que se presenten éstas. En los siguientes cuadros se organiza la información de cada una de las emociones:

Cuadro 3-7. Emociones positivas al estudiar matemáticas: Sorpresa



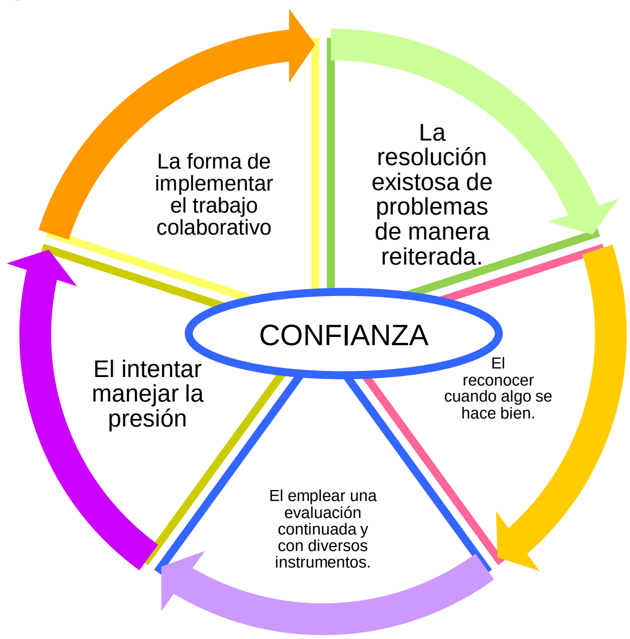
Elaboración propia con base en, Alsina (2000), “La Matemática hermosa se enseña con el corazón y otras conferencias” p. 145

[16] Se define cotidiano como todo tipo de actividades que constituyen, desde cada sujeto particular, procesos significativos de reproducción social y apropiación cultural Heller A. (1977) en Rockwell (1995). “La escuela cotidiana”, p. 7. Contario a rutina, en éste los sucesos son impredecibles.

Cuadro 3-8. Emociones positivas al estudiar matemáticas: Alegría

Elaboración propia con base en, Alsina (2000), "La Matemática hermosa se enseña con el corazón y otras conferencias" p. 146

Cuadro 3-9. Emociones positivas al estudiar matemáticas: Confianza

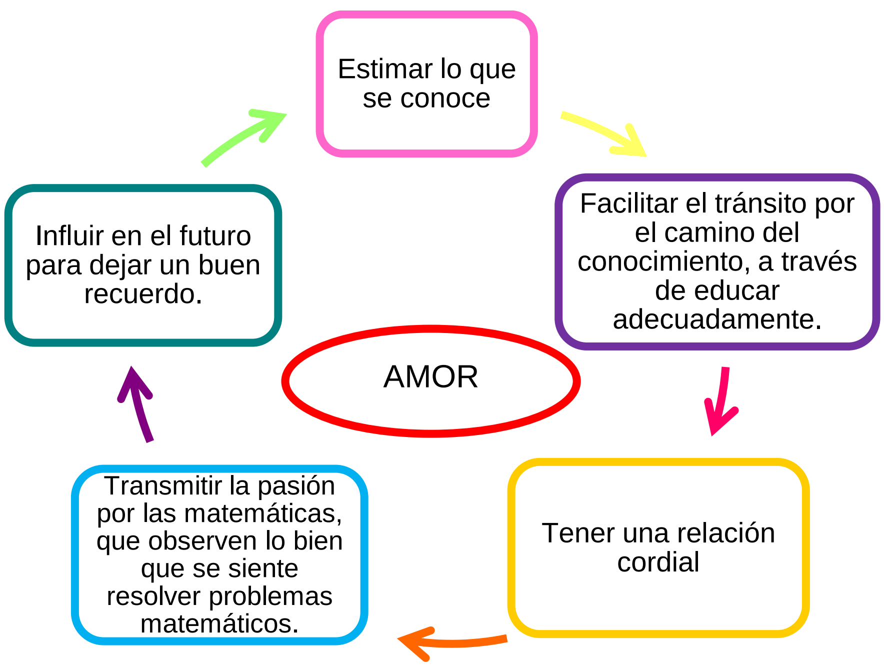


Elaboración propia con base en, Alsina (2000), "La Matemática hermosa se enseña con el corazón y otras conferencias" p. 147

Cuadro 3-10. Emociones positivas al estudiar matemáticas: Satisfacción

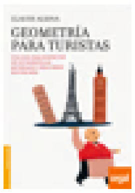
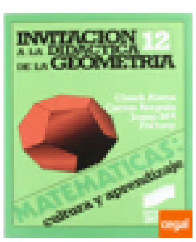
Elaboración propia con base en, Alsina (2000), "La Matemática hermosa se enseña con el corazón y otras conferencias" p. 147

Cuadro 3-11. Emociones positivas al estudiar matemáticas: Amor



Elaboración propia con base en, Alsina (2000), "La Matemática hermosa se enseña con el corazón y otras conferencias" p. 148

El trabajo de este divulgador con respecto a la Geometría es amplio, además de lo ya descrito, están los siguientes textos en los que evidencia la relevancia de relacionar esta rama de las Matemáticas con el entorno:

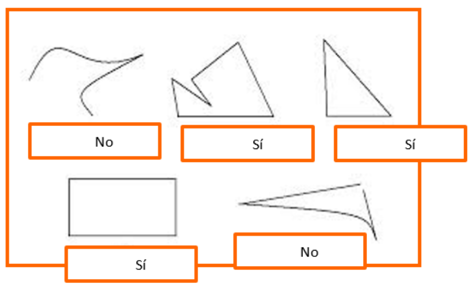
Libro	Sinopsis
	Presenta un placentero recorrido por los secretos, misterios y curiosidades matemáticas que esconden las ciudades y los edificios más emblemáticos del mundo.
	Realiza un análisis exquisito sobre la Naturaleza: Todo lo que nos rodea está lleno de objetos que los hombres han ido diseñando con formas geométricas que sirven para funciones determinadas. Propone un viaje apasionante a la geometría de su propia vida cotidiana, descubriendo por qué muchas de las cosas curiosas que nos rodean son como son.
	Muestra a una de las figuras que destacan en el mundo de los cuerpos geométricos: los poliedros. Viven entre nosotros y nos ofrecen formas artísticas de gran belleza, pero también soluciones funcionales muy útiles. Permite adentrarnos en la historia de los poliedros en las matemáticas, en lo teórico, pero también en sus aplicaciones prácticas y en la fascinación que ha provocado su belleza.
	Explica la finalidad de la enseñanza de la geometría, como primera parte, como segunda parte la geometría relacionada con el entorno (naturaleza, ciencia, tecnología y arte), finalmente el razonamiento deductivo e inductivo, su representación visual, gráfica y los modelos, finalmente el aprendizaje y su enseñanza.

Después de analizar todo lo anterior, se puede afirmar que un adecuado estudio de la Geometría permite un acercamiento más amable al entorno del estudiante y brinda un sentido más exquisito a lo que propone el Programa de Estudios 2011 al respecto, además de trabajar transversalmente otras áreas del conocimiento. La siguiente propuesta didáctica en este apartado se relaciona ampliamente con el razonamiento y el desarrollo del pensamiento analítico.

b) El modelo Van Hiele

Es relevante retomar la propuesta del modelo Van Hiele sobre los niveles de razonamiento en la enseñanza de la Geometría, dirigida al dominio conceptual a partir del desarrollo del pensamiento analítico. El modelo maneja etapas por las cuales debe transitar el estudiante para llegar a una comprensión de un concepto geométrico, ejemplo: ¿Qué es un polígono?

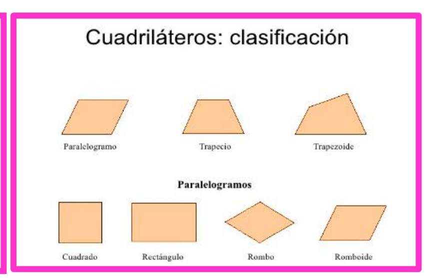
1. Visualización: De acuerdo a lo que conoces cuál de ellos es un polígono.



2. Análisis: Enuncia los elementos que forman un polígono.

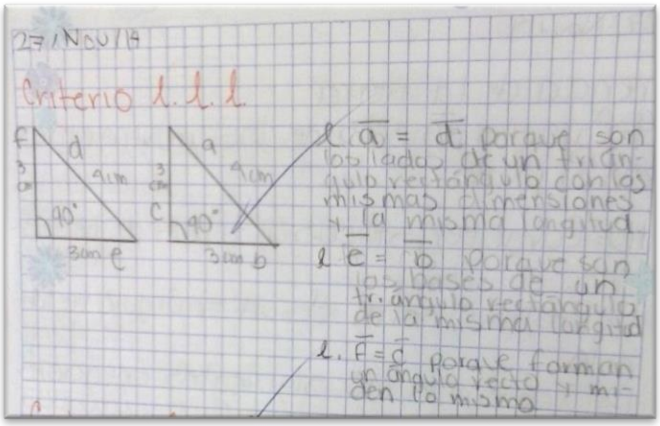
- Ω Segmentos
- Ω Vértices
- Ω Ángulos
- Ω Diagonales
- Ω Lados

3. Clasificación: De acuerdo a sus características cuáles son los tipos de polígonos.



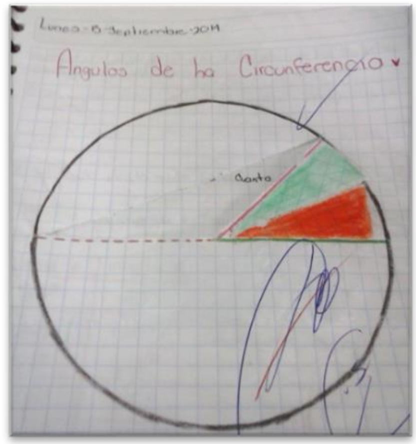
4. Deducción: Con su lenguaje y conocimientos adquiridos son capaces de mostrar algunos teoremas matemáticos.

Imagen 3-5. Mostrar que dos triángulos son congruentes.



Fuente: Alumna1, grupo A

Imagen 3-6. Mostrar que un ángulo inscrito es la mitad de su ángulo central.



Fuente: Alumna, grupo D

5. Rigor: La última etapa no se trabaja en educación secundaria, pues se trata de demostraciones con rigurosidad matemática de mayor dificultad.

Lo anterior nos brinda un referente teórico sobre lo que ya se ha trabajado al respecto de la enseñanza de la Geometría. La mediación del profesor es fundamental, la forma en la que dirija determinado concepto geométrico a los estudiantes establecerá la manera en la que éste asimile y acomode dicho concepto; que posteriormente, puede convertirse en un obstáculo para la asimilación de uno nuevo o que por el contrario facilite este proceso.

3.3.2 Mediación del aprendizaje

Tébar 2009 define que todo ser humano “se construye en un proceso social. El profesor realiza una insustituible misión de agente mediador entre el individuo y la sociedad”. (p. 150).

Pero, qué es la mediación, como tal, es un concepto polisémico, en educación. Eugenia del Valle (2004) la presenta como “un proceso” en la que de acuerdo con Daniel Prieto Castillo (2004) “se promueve y acompaña el aprendizaje de nuestros interlocutores, es decir promover en los otros la tarea de construirse y de apropiarse del mundo y de sí mismos".

Tiene como objetivo lograr la autonomía del individuo, el marco teórico se puede ubicar en Reaven Feuerstein, quien plantea que todo ser es modificable. Describe dos modos de aprender:

a. La exposición directa de los estímulos que vienen del exterior.
b. La experiencia de aprendizaje mediado (EAM).

Las causas más importantes de falta de mediación son:

- El abandono de la identidad, es decir, la carencia para realizar la transmisión de la propia cultura y valores.
- Características socioculturales (familia).

La mediación no se puede entender si no es por la interacción de tres elementos: el docente, el alumno y el saber, la mediación se da en la interacción de estos tres elementos. A decir de Eugenia del Valle (2004) la mediación se puede analizar desde la perspectiva de cada uno de estos elementos, por esta razón en la intervención están estrechamente relacionados, sin perder de vista que la propuesta se centra en un contenido como mediador.

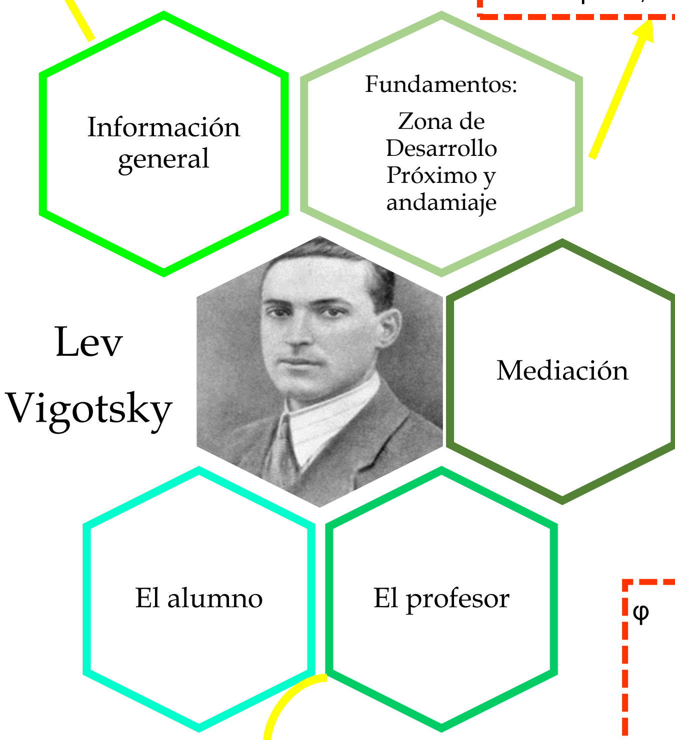
Antes de finalizar, se retoman tres teóricos: Lev Vigotsky, David Paul Ausubel y Reaven Feuerstein, quienes proponen una mediación distinta, cada una igual de válida. El trabajo de cada uno de ellos es extenso, por lo que se consideró pertinente solo retomar un aspecto de su teoría, con el fin de planificar y analizar los resultados de la intervención.

Se organiza la información de cada uno en un cuadro en el que se presenta: información general del autor, el componente de su teoría que servirá como soporte para la propuesta de intervención, así como el papel que desempeña el alumno y docente en cada una, lo que permite analizar el tipo de mediación a la que está orientada su teoría.

Cuadro 3-12. Lev Vigotsky, zona de desarrollo próximo y andamiaje

- φ De origen soviético
- φ Trabaja sobre la esquizofrenia y de ahí se desprende su estudio sobre: El desarrollo de los procesos psicológicos superiores, Pensamiento y lenguaje.
- φ "Teoría socio-histórica"

- φ Define la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como la distancia entre el nivel real de desarrollo y el nivel de desarrollo potencial.
- φ Se entiende por andamiaje una situación de interacción entre un sujeto experto y otro novato.
- φ La actividad se resuelve colaborativamente, pero dejando gradualmente al novato.
- φ El andamiaje debe ser ajustable, temporal, audible y visible.



Intervención
Se emplearán diversos contextos relacionados con el número phi (φ), se analizará al final el impacto que tuvieron en la mediación del contenido con el aprendizaje del alumno.

Intervención
Se organizará a los grupos en equipos como ellos lo considerarán más conveniente.
En cada uno de los equipos se invertían los papeles de novato-experto y se espera avancen de acuerdo a sus características a un nivel superior.

- φ Es una mediación de trabajo colaborativo en la cual es instrumento principal es el lenguaje.
- φ Implica que los sujetos reconozcan la situación y participen en ésta.
- φ Los instrumentos de mediación cobran especial relevancia para que esta sea exitosa.

- φ El papel de cada uno de los actores dependerá de las necesidades de aprendizaje de los individuos y de cómo se vaya desarrollando la interacción entre los mismos.
- φ En un principio el profesor puede tomar el papel del experto, pero puede no ocurrir así y el alumno sea quien tome este rol.
- φ Además, la interacción puede ser alumno-alumno en el que uno de ellos tome el rol del experto y vaya relegando la tarea en su compañero.

Elaboración propia con base en, Baquero (1997), "Vigotsky y el aprendizaje escolar" p. 19-28, 137-159

Cuadro 3-13. David Paul Ausubel, aprendizaje significativo

Intervención

Los contenidos se escogieron lo más cercanos a su contexto con el propósito de motivarlos y que pudieran realizar asociaciones de manera más sencilla relacionando lo que ya saben y lo que observan.

- Φ Existen dos tipos de aprendizajes: El que se refiere al modo en el que se adquiere el conocimiento.
- Φ La forma en la que el conocimiento es incorporado a la estructura cognitiva que ya posee el estudiante.
- Φ No solo se entiende lo que se descubre también lo que se recibe, para que este aprendizaje sea afectivo deben cumplirse dos condiciones: el material que debe tener un significado propio y el mismo material debe ser significativo para el alumno, es decir, debe poseer en su estructura cognitiva ideas con las que pueda relacionar el material.
- Φ Emplear organizadores previos que faciliten la asimilación del conocimiento nuevo.

- Φ De origen estadounidense.
- Φ Cirujano y psiquiatra.
- Φ Principio: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñele consecuentemente".
- Φ "Teoría Psicopedagógica"

Intervención

Uno de los contenidos consecuentes del número phi (φ) es la espiral logarítmica por lo que se espera que lo revisado al respecto sirva de idea anclaje.

Información general

Fundamentos: Aprendizaje significativo

Intervención

Se retomarán los aprendizajes previos de los y las estudiantes en lo conceptual, procedimental actitudinal.

David Paul Ausubel

Mediación

El alumno

El profesor

- Φ El mediador debe aprovechar los esquemas que ya posee el educando.
- Φ Proveer de cierta información que beneficie el descubrimiento de algo nuevo.
- Φ La mediación es profesor-alumno fundamentalmente
- Φ Sí es exitosa las ideas nuevas forman parte de sus conocimientos y se convierten "ideas anclaje" para la asimilación de otros.

Intervención

Los contextos fueron escogidos con el objetivo de motivar al estudiante, promover que experimenten el éxito será el vehículo para intentar que aprendan algo nuevo.

- Φ El alumno debe tener la disposición para el aprendizaje, ya que, si no existe ésta, no importará todo lo demás y el conocimiento será solo mecánico.
- Φ El profesor debe mediar entre la información que ya posee el alumno y la que pretende que aprenda, al proveer de la información necesaria a éste.
- Φ La motivación es importante, pero vendrá inicialmente de un conocimiento aprendido. Así que el profesor solo debe preocuparse de los aspectos cognitivos del educando.

Elaboración propia con base en, Ausubel (2003), "Adquisición y retención del conocimiento", p. 25-51, 169-233

Cuadro 3-14. Reaven Feuerstein, criterios de mediación

- φ El ser humano es modificable a través de una intervención mediada (Experiencia de Aprendizaje Mediado).
- φ El mediador es el responsable de todo el proceso, organiza y toma ciertos estímulos.
- φ La modificación del sujeto debe ser producto de la mediación.
- φ Propone 12 criterios de la mediación, los tres centrales son: intencionalidad - reciprocidad, trascendencia y significado.

- φ Propone el "modelaje", todo a cargo de un mediador que se encarga de organizar los estímulos que considera pertinentes para el aprendizaje.
- φ La mediación se puede presentar en tres formas: profesor-alumno, alumno-alumno y alumno-contenido, sin embargo, el autor recalca de manera significativa la primera.
- φ Además de analizar la medición desde el docente (32 ítems del perfil del profesor mediador) y de la planificación (12 criterios de la mediación), propone tres áreas en las que se debe evaluar la modificabilidad.

Intervención

La profesora como guía se encargará de escoger de manera minuciosa las actividades que desde su punto de vista y con base en lo que sabe de los grupos beneficiarán el aprendizaje.

Fundamentos: "Criterios de la mediación"

Mediación

Intervención

Se empleará como contenido mediador el número phi (φ), por lo que se hará énfasis en la mediación de contenido-alumno.

Información general

Reaven Feuerstein

El profesor

Intervención

En el análisis de los resultados de cada sesión se realizará un comparativo de los propósitos por sesión y los propósitos que enunciaron los alumnos después de realizar las actividades, se toman como base los tres criterios centrales de su teoría.

El alumno

- φ El papel principal lo tiene el profesor, ya que está a su cargo generar una situación de aprendizaje en la que deberá guiar e intervenir para una modificabilidad exitosa. Esto no quiere decir que no haya interacción entre los actores o que al autor proponga una mediación impositiva.
- φ El estudiante compartirá la intencionalidad de la situación de aprendizaje que proponga el mediador.

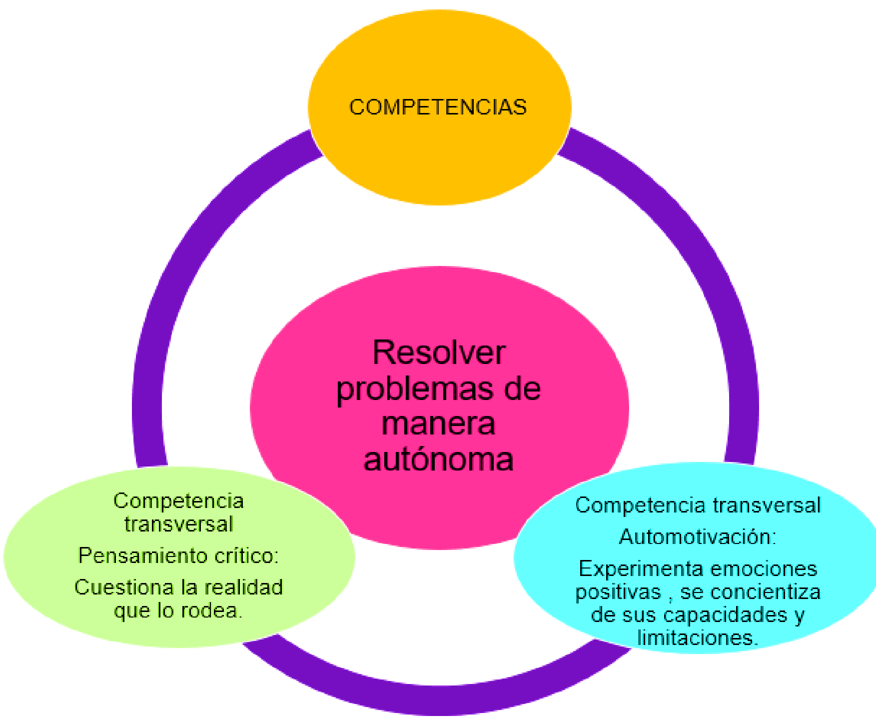
- φ Criado en la comunidad judía.
- φ Su teoría tiene como premisa el creer y dignificar al otro, es decir "creer que puede aprender".
- φ "Teoría de la modificabilidad cognitiva estructural".

Elaboración propia con base en, Tébar (2009), "El profesor mediador del aprendizaje" p. 161-214

3.4. Competencias que se pretenden desarrollar con la propuesta de intervención

En el proyecto de intervención se propone emplear el numero phi (φ) como mediador para la resolución de problemas geométricos, se pretende que con el desarrollo de diversas actividades secuenciadas el alumno o alumna desarrolle principalmente, la competencia de resolver problemas de manera autónoma. Asimismo, beneficiar la vinculación de la competencia principal con dos competencias más, consideradas transversales: el pensamiento crítico y la automotivación. En el cuadro 3-15 se explica de manera breve que se intenta desarrollar con cada una:

Cuadro 3-15. Competencias a desarrollar con la propuesta de intervención



Retomando a Poblete y Villa (2007) las competencias anteriores se denominan genéricas y son:

- φ Transversales ya que su desarrollo permite relacionar varios sectores de la humanidad.
- φ Vehículos que permiten desarrollar niveles de pensamiento superior.

φ Multidimensionales.

Estas competencias se dividen en tres categorías:

- ∞ Instrumentales: Tienen la función de ser un medio, suponen la combinación de habilidades manuales y capacidades cognitivas.
- ∞ Interpersonales: Hacen alusión a habilidades personales y de relación. Conocerse uno mismo para poder entonces comprender a los demás y así colaborar en objetivos o metas comunes.
- ∞ Sistémicas: Habilidad para planificar cambios que pretendan mejorar. Requieren haber adquirido previamente las competencias instrumentales e interpersonales.

A continuación, se explica en qué consiste cada una de las competencias

a. Resolver problemas de manera autónoma

La resolución de problemas es una competencia instrumental, consiste en identificar, analizar y definir los elementos que componen un problema para resolverlo. Existen "problemas cuando apreciamos diferencias entre la situación actual y la situación que consideramos ideal, cuando hay un desfase entre la realidad y los objetivos a lograr, cuando se da una disfunción o desajuste en las cosas que tratamos" (Poblete y Villa: 2007, p. 139).

En el ámbito educativo significa plantear a los estudiantes situaciones fuera de lo común, diferentes a las que usualmente están acostumbrados a resolver, provocando en ellos conexiones nuevas que les permitan acceder a conocimientos más complejos. El problema debe ser interesante para que el individuo esté dispuesto a resolverlo, además se deben retomar los resultados del diagnóstico inicial para proponer problemas que beneficien progresar de un nivel a otro.

Se debe desarrollar "la capacidad para identificar los problemas, para definirlos, para recoger la información necesaria, para seguir una metodología, para elaborar distintas alternativas de solución y para preparar y seguir un plan de acción" (Poblete y Villa: 2007, p. 139). Lo anterior tiene estrecha relación con las fases que propone Polya al resolver un problema.

Polya (1965) clasifica en tres niveles de dificultad la resolución de problemas: uno de éstos en contextos familiares, el siguiente nivel es en donde se pone en juego la reflexión y la experiencia, el último es donde es capaz de resolver problemas en contextos no familiares. Como él mismo lo explica en la solución de todo problema hay un poco de descubrimiento.

> Para la SEP (2011) resolver problemas "implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones. Se trata de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar una o más variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de solución" (p. 23).

Al resolver un problema se desarrollan otros tipos de pensamiento, como el creativo, analítico etc., además implica la toma de decisiones acertadas y se experimenta el éxito si es bien logrado.

Los niveles de dominio de esta competencia según Poblete y Villa (2007):

1. Identificar y analizar un problema para generar alternativas de solución, aplicando los métodos aprendidos.
2. Utilizar su experiencia y criterio para analizar las causas de un problema y construir una solución más eficiente y eficaz.
3. Proponer y construir en equipo soluciones a problemas en diversos ámbitos, con una visión global.

Se propondrán situaciones relacionadas con el número phi (φ), su estudio permite plantear problemas cercanos al entorno inmediato de los estudiantes. Se busca que representen un reto para los educandos, que les permitan el desarrollo de esta competencia, además de un pensamiento divergente.

b. Pensamiento crítico

El pensamiento crítico como una competencia instrumental se refiere según Moya (2005), a las interrogantes que se generan sobre el porqué de las cosas. En la ciencia es importante este tipo de cuestionamientos y el no conformarse con una verdad única[17], sino empezar a buscar si habrá otras soluciones y cuál será la más viable.

Se requiere el desarrollo del pensamiento crítico, pues se logrará construir una mentalidad propia, además es la base esencial para el desarrollo de la automotivación. Se fomenta el pensamiento crítico como una competencia cuando, Poblete y Villa (2007):

- φ Argumenta, formulando juicios propios.
- φ Analiza opiniones de otros.
- φ Fundamenta el análisis que realiza.
- φ Decide tomando en cuenta riesgos y consecuencias para el mismo y los demás.

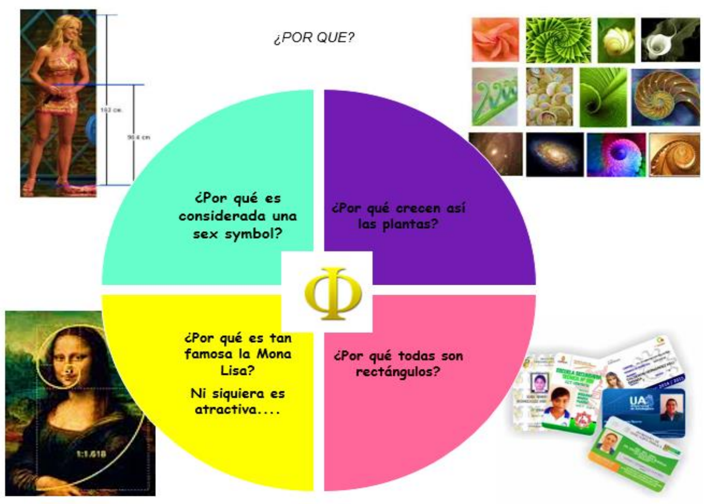
En un inicio el análisis será de su realidad inmediata, pero se busca que al trabajar este tipo de pensamiento alcance niveles superiores como el analizar sus propias acciones y sus implicaciones en lo individual y social. Los niveles de dominio son:

1. Hacerse preguntas sobre la realidad que le rodea.
2. Analizar la coherencia de los juicios propios y ajenos, y valora las implicaciones personales y sociales de los mismos.
3. Argumentar la pertinencia de los juicios que se emiten.

Al emplear el número phi (φ) como mediador se busca que los y las estudiantes se cuestionen situaciones que observan a diario, algunas de éstas se explican en el cuadro 3-16:

[17] La verdad según Feyerabend (2008), no es absoluta, solo tiene validez en el momento histórico y sociocultural que se presenta.

Cuadro 3-16. Pensamiento y su relación con el número φ



Se emplean estos ejemplos porque forman parte de las actividades en la propuesta de intervención.

c) Automotivación

La automotivación es una competencia interpersonal y está estrechamente relacionada con el saber ser, se refiere a la disposición del individuo a realizar una tarea, para ello se debe estar consciente de sus capacidades y limitaciones. Con respecto a ésta, se espera que en un principio se deba animar a los alumnos y alumnas a resolver los problemas, para que posteriormente, ellos se apropien de la situación y ser constantes logrando perseverar.

Se fomenta la automotivación como una competencia cuando, Poblete y Villa (2007):

- φ Realiza un autoanálisis.
- φ Establece metas de acuerdo a sus posibilidades.
- φ Reconoce sus aciertos y errores.
- φ Capaz de adaptarse al entorno.

En la vida estudiantil se experimentan fracasos que generan el desánimo por aprender cosas nuevas, sobre todo en la asignatura de Matemáticas, por considerarla complicada. Además, el contexto familiar en el que se desenvuelve o el ser repetidor que viene de otra escuela, ocasiona poco aprecio por sí mismo y confianza en lo que puede lograr (autoestima).

Al igual que en el pensamiento crítico, el primer nivel de la automotivación está en el plano individual para después alcanzar un desarrollo más avanzado al interactuar con los otros, por ejemplo, el trabajo en equipo y ser capaz de compartir objetivos comunes. Retomando a Poblete y Villa (2007) los niveles de dominio son:

1. Ser consiente de los recursos personales y limitaciones (personales, entorno) para aprovecharlos en beneficio de las actividades a realizar.
2. Superarse en las actividades realizadas.
3. Transmitir motivación a través de entusiasmo y constancia al equipo de trabajo.

Las competencias anteriores se van a evaluar con rúbricas y un registro anecdótico sobre lo que se considere más relevante durante el desarrollo de las actividades.

3.5 El Aprendizaje Basado en Problemas

La metodología de la intervención no está orientada hacia una en particular, pero se tomaron como referentes algunos elementos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), en la tabla 3-2 se describe cada uno de éstos y su relación con la propuesta de intervención:

Tabla 3-2. Elementos del ABP que orientaron la planificación

Criterios	ABP	Propuesta de intervención
Fundamentos	La resolución de problemas.	Resolución de problemas, empleando el número phi (φ) como contenido mediador.
Rol del docente	Es un guía	Es un guía de manera parcial.
Rol del estudiante	Responsable de su propio aprendizaje.	Se responsabiliza de su aprendizaje de forma parcial.
Características	- Es un método de trabajo activo donde los alumnos participan constantemente en la adquisición de su conocimiento. - El método se orienta a la solución de problemas que son seleccionados o diseñados para lograr el aprendizaje de ciertos objetivos de conocimiento. - El aprendizaje se centra en el alumno y no en el profesor o sólo en los contenidos. - Es un método que estimula el trabajo colaborativo en diferentes disciplinas, se trabaja en grupos de siete integrantes.	- Se organizará al grupo en equipos de cuatro integrantes. - Los problemas propuestos están relacionados con el número phi (φ) y su aparición en diversos aspectos de la vida cotidiana de los alumnos y alumnas.
Propósitos	- Promover en el alumno la responsabilidad de su propio aprendizaje. - Contribuir el desarrollo de habilidades para la evaluación crítica y la adquisición de nuevos conocimientos con un compromiso de aprendizaje de por vida. - Fomentar habilidades para las relaciones interpersonales. - Desarrollar el razonamiento eficaz y creativo de los alumnos. - Estimular la colaboración.	Se comparten los siguientes propósitos: - Responsabilidad del alumno de su propio aprendizaje. - Al fomentar la resolución de problemas de manera autónoma, también se beneficiará el desarrollo de la creatividad - Favorecer el trabajo colaborativo y la automotivación al experimentar el éxito.
Cómo se desarrolla	Se trabaja en siete fases: 1. Aclarar conceptos y términos 2. Definir el problema 3. Analizar el problema 4. Realizar un resumen sistemático 5. Formular objetivos de aprendizaje 6. Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual 7. Evaluación	Debido a los tiempos solo se trabajarán cuatro fases: 1. Definir y analizar el problema (inicio). 2. Buscar información adicional, por medio de una lluvia de ideas, para darle solución (desarrollo). 3. Formular objetivos de aprendizaje (cierre).
Evaluación	La información se discute y contrasta para generar conclusiones que se presentaran en un informe. Integrar evaluación, coevaluación y heteroevaluación.	Se entregó al final un portafolio de evidencias.
Ventajas	- Aprendizaje más significativo. - Desarrollo de habilidades del pensamiento. - Mayor retención de la información. - Integración del conocimiento. - Desarrollo de habilidades interpersonales y de trabajo en equipo.	Esta parte se analizará después del desarrollo de la propuesta de intervención.
Dificultades y barreras de la técnica	- Se abarca poco en mucho tiempo. - Problemas para entender el verdadero significado de trabajo colaborativo. - El profesor requiere de más tiempo y no está familiarizado con proponer situaciones problemáticas de este tipo.	

Elaboración propia, con base en Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (2000). "Las estrategias y técnicas didácticas en el rediseño", p. 1-27

CAPÍTULO 4. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

“El arte supremo del maestro consiste en despertar el goce de la expresión creativa y del conocimiento”

Albert Einstein

4.1 Planificación de la propuesta de intervención

La planificación es un proceso que ayuda a organizar las acciones que guían la intervención de cualquier profesor o profesora, en este caso se planificó una secuencia didáctica, con nueve sesiones de 50 minutos cada una, con un enfoque de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), se explicó en el Capítulo III qué rasgos se tomaron de esta técnica de aprendizaje.

La propuesta consiste en emplear el número phi (φ) para mediar la resolución de problemas geométricos, que de acuerdo con el diagnóstico fue uno de los intereses de los y las estudiantes. Se buscará desarrollar la competencia de resolución de problemas, además del pensamiento crítico y la automotivación como competencias genéricas transversales, ya explicadas en el Capítulo III.

Las actividades propuestas se relacionan con el número phi (φ) y su aparición en diversos contextos familiares para él o la estudiante, la profesora se convertirá en una guía que empleando el número de oro como mediador propicie que los y las estudiantes resuelvan problemas de manera autónoma y así analicen la importancia de aprender Geometría en la escuela secundaria.

4.1.1 Propósito y objetivos de la intervención

a) Propósito

Retomando la pregunta central planteada en la problematización el propósito es:

Emplear el número phi como mediador para propiciar la resolución de problemas geométricos en su entorno inmediato y con esto beneficiar que los y las estudiantes de tercero de secundaria confieran de significado y trascendencia a los contenidos geométricos.

b) Objetivos de la intervención

- φ Resolver problemas geométricos que les permitan a los estudiantes desarrollar diversas habilidades, empleando la proporción áurea como mediador.
- φ Dar otro significado al aprendizaje de la Geometría, motivados por el trabajo con la proporción áurea y sus aplicaciones en el entorno.
- φ Interpretar un número racional como una proporción, al construir polígonos semejantes utilizando el arte renacentista.
- φ Disfrutar de emociones positivas, gracias a experiencias exitosas de aprendizaje generadas por los contextos en los que aparece el número φ.

El número de oro no se encuentra como tal en el Programa de Matemáticas 2011; no obstante, su íntima relación con los contenidos que propone el programa permiten su integración. En la tabla 4-1 se realiza una organización de los contenidos antecedentes del que permiten abordar este contenido:

Tabla 4-1. Contenidos antecedentes que se requieren para abordar el número phi (φ)

Bloque	Eje	Tema	Contenido
1	Forma, espacio y medida	Figuras y cuerpos	φ Construcción de figuras congruentes o semejantes (triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades. Así como explicitar los criterios.
3			φ Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas. φ Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales. φ Aplicación de la semejanza en la construcción de figuras homotéticas.

Los consecuentes se localizan en el nivel medio superior, el programa varía de acuerdo a la modalidad de bachillerato; sin embargo, el primer acercamiento que tendrán con la Geometría será en el tercer semestre con la asignatura de trigonometría y posteriormente, en el cuarto semestre con la asignatura de Geometría analítica.

4.2 Desarrollo de las sesiones de intervención

Ya revisados los contenidos antecedentes necesarios para poder abordar el contenido del número dorado, se continuo con el desarrollo de la intervención. En el siguiente formato se organizó lo que pretende alcanzar con la intervención de manera general, asimismo lo que se va evaluar en lo conceptual, procedimental y actitudinal.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
SECUENCIA DIDÁCTICA CORRESPONDIENTE AL TEMA:
"Mediación del aprendizaje a través del número Phi φ (la proporción áurea) para la resolución de problemas geométricos cotidianos en tercer grado de secundaria"

Escuela: Secundaria Diurna No. 92 "República de Costa Rica"		**Sesiones:** 9 de 50 minutos
Ubicación: Privada Allende s/n. Col. Argentina Antigua, Delegación Miguel Hidalgo		**Fechas:** Cuarta semana del 25 al 28 de abril de 2016. Primera semana del 2 al 6 de mayo de 2016
Grado: Tercero	**Grupos:** I y II	**Bimestre:** Quinto

Propósito del estudio de las matemáticas para la educación secundaria: Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas (Programa de Matemáticas: 2011, p. 14).		
Estándar curricular: Utiliza la regla y el compás para realizar diversos trazos, como alturas de triángulos, rotaciones, simetrías etc. Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos (Programa de Matemáticas:2011, p. 17).		
Campo formativo a trabajar: Pensamiento matemático		
Competencia a trabajar: Resolver problemas de manera autónoma		
Competencias transversales vinculadas: Promover el desarrollo del pensamiento crítico como competencia al cuestionarse sobre la realidad que lo rodea. Fomentar el uso de la automotivación como competencia al contagiar de emociones positivas a sus compañeros o compañeras de equipo, además de analizar sus propias habilidades y limitaciones.		
Dominio conceptual	**Dominio procedimental**	**Dominio actitudinal**
φ Maneja lenguaje geométrico. φ Reconoce y trabaja con dos de las interpretaciones de los números racionales. φ Relaciona los contenidos de los ejes temáticos.	φ Resuelve problemas utilizando más de un procedimiento analizando cuál de éstos es el más eficaz. Generaliza procedimientos de resolución.	φ Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas. φ Muestra gusto por comprender y se empeña por lograrlo.

El formato de planificación fue sugerencia del Dr. Raciel Trejo Reséndiz, catedrático en la Escuela Normal Superior de México

En la tabla 4-2 se muestran los contenidos específicos a tratar y su relación con los contenidos curriculares del Programa 2011, aprendizajes esperados, así como la dimensión PISA y las fechas tentativas de desarrollo.

Tabla 4-2. Calendarización de los contenidos específicos

CONTENIDOS PROGRAMÁTICOS: DOSIFICACIÓN Y CALENDARIZACIÓN							
Eje	Tema	Contenido Curricular	Aprendizajes esperados	Contenidos específicos	Dimensiones de acuerdo con PISA	No. de sesión	Fecha
Forma, Espacio y Medida	Figuras y cuerpos/Medida	Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones.	Construye polígonos regulares que cumplen con ciertas condiciones. (Matemáticas I, bloque II)	**Contenido:** De la ciencia Polígonos	**Procesos:** Reproducción (identificar) y Conexión (explicar) **Contextos:** En la comunidad **Áreas de aplicación:** Personal **Niveles de desempeño:** 1	1	25 de abril
		Explicitación y uso del teorema de Pitágoras.	Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras. (Matemáticas III, bloque II)	**Contenido:** Sobre la ciencia El rectángulo áureo y el teorema de Pitágoras	**Procesos:** Reproducción (identificar) y Asociación (explicar) **Contextos:** En la comunidad **Áreas de aplicación:** Personal **Niveles de desempeño:** 3	2-3	26 de abril 27 de abril
		Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen.	Representa sucesiones de números enteros a partir de una regla dada y viceversa. (Matemáticas II, bloque IV)	**Contenido:** Sobre la ciencia La espiral de Durero y las sucesiones	**Procesos:** Reproducción (identificar) y Asociación (explicar) Reflexión (usar y argumentar) **Contextos:** En la comunidad **Áreas de aplicación:** Personal **Niveles de desempeño:** 3	4-5	28 de abril 2 de mayo
			Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o cualquier figura. (Matemáticas III, bloque IV)	**Contenido:** Sobre la ciencia El número phi (φ) en la vida cotidiana	**Procesos:** Reproducción (identificar) y Asociación (explicar) Reflexión (usar y argumentar) **Contextos:** En la comunidad **Áreas de aplicación:** Personal **Niveles de desempeño:** 4	6-7	3 de mayo 4 de mayo
		Aplicar los criterios de semejanza en la resolución de problemas.	Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o cualquier figura. (Matemáticas III, bloque IV)	**Contenido:** Sobre la ciencia El número phi (φ) y los polígonos semejantes.	**Procesos:** Reproducción (identificar) y Asociación (explicar) Reflexión (usar y argumentar) **Contextos:** En la comunidad **Áreas de aplicación:** Personal **Niveles de desempeño:** 4	8	6 de mayo
					Evaluación φ Prueba escrita φ Autoevaluación φ Coevaluación	9	9 de mayo

4.3 Análisis de los resultados por sesión

A continuación, se analizaron los resultados obtenidos en cada sesión, es pertinente aclarar la estructura de dicho análisis:

La intervención se realizó con dos grupos, para mayor información sobre las características generales de cada uno revisar Anexo 6. Las sesiones se muestran de la siguiente manera: planificación, desarrollo y análisis de resultados, en cada una de éstas se presentan:

- Los propósitos de la sesión en una primera columna, para después compararlos con los propósitos a los que llegaron los alumnos y alumnas de cada grupo y finalmente éstos se relacionan con lo propuesto por Feuerstein, específicamente, en la intencionalidad y reciprocidad.
- Las actividades de inicio, desarrollo y cierre. Se recuperaron los aprendizajes previos por medio de la observación, los resultados del diagnóstico y una lluvia de ideas, cada una tiene nombre y su consigna, además se presenta la imagen de la actividad, posteriormente, se describe lo sucedido al realizarla y se refuerza el análisis con evidencias de los y las estudiantes.
- La intervención de la profesora en los aspectos que se consideraron más significativos, se describe de manera general y breve.

Como se muestra en la tabla 4-2, se planificaron nueve sesiones, es importante aclarar que se realizó una sesión cero para dar la oportunidad a los y las estudiantes de formar sus equipos, así como ponerle un nombre con el que se sintieran identificados. Se retomaron algunas de las opiniones sobre la elección de personas que hicieron para formar el equipo.

Grupo I

- *Andrea Vargas: Son mis amigos y quiero trabajar con ellos.*
- *Con él trabajo mejor.*
- *Andrea Reséndiz: Me siento a gusto, Roberto sabe y él me explica.*

Grupo II

- *Víctor: Porque sí, pues porque son chidos.*
- *Con ellos sí trabajo.*
- *Adrián Ortela: Pues son chidas y hacen que trabaje.*
- *Rodrigo: Jocelyn y yo somos los mejores y nuestro equipo va a ser el mejor, aunque este la Guillermina.*

Los y las estudiantes mostraron autoconocimiento de sus potencialidades y limitaciones, con base en éstas, eligieron a las y los compañeros con quienes deseaban trabajar. Durante el desarrollo de las sesiones se observó al participante que tomó esa decisión para mejorar su desempeño y a los que tomaron la decisión solo para socializar.

Sesión 1. Polígonos

a. Planificación

Lo que se propone es una posible solución a la problemática planteada, pero lo trascendental de la intervención no estriba en llenar de soluciones al profesor, como si debiera llevarlas automáticamente al aula, sino todo lo contario, resulta más enriquecedor la reflexión y el análisis de las problemáticas que se presentan en las aulas y centros escolares. En particular las problemáticas que se presentan en torno a la enseñanza y aprendizaje de la Geometría.

TEMA: Figuras y cuerpos **CONTENIDO CURRICULAR:** Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones.	**APRENDIZAJES ESPERADOS:** Construye polígonos regulares que cumplen con ciertas condiciones.
DIMENSIONES: **Procesos:** Reproducción (identificar) y Conexión (explicar) **Contextos:** En la comunidad **Áreas de aplicación:** Personal **Niveles de desempeño:** 1	**COMPETENCIA:** Resolver problemas de manera autónoma. **COMPETENCIAS TRANSVERSALES:** Pensamiento crítico y Automotivación
CONTENIDO ESPECÍFICO: De la ciencia Polígonos	
PROPÓSITOS: φ Identificar los diferentes tipos de polígonos. φ Reconocer algunas de sus características empleando términos como paralelas, perpendiculares etc. φ Realizar una clasificación de acuerdo a sus características. φ Incentivar un trabajo agradable con la geometría a través de las actividades propuestas. φ Trabajar de forma cooperativa con el equipo que decidieron integrar.	

b. Desarrollo

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
INICIO	Actividad 1. "Vitrales"	φ Definen polígono como una figura de cualquier número de lados. φ Identifican como polígonos solo aquellos que son regulares. φ Observan el todo en su conjunto. φ Incluyen en la familia de polígonos al círculo. φ Trabajar en equipo significa asignar tareas en forma individual.	**Conceptual** Retoma sus conocimientos previos **Actitudinal** Comparte con sus compañeros de equipo lo que recuerda sobre la temática. **Procedimental** Realiza sus actividades, primero con apoyo de otro y posteriormente en lo individual.

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
DESARROLLO	Actividad 2. "Formas y más formas"	φ Identifican como no polígonos a los irregulares. φ Dan el nombre de estrellas a los polígonos estrellados.	**Conceptual** Intenta definir lo que observa empleando su vocabulario.
	Actividad 3. "La familia triángulo" "La familia cuadrilátero"	φ Caracterizan por sus lados a los triángulos y cuadriláteros. φ Ubican a cada uno en familias distintas.	**Actitudinal** Respetan el turno de sus compañeros al participar.
CIERRE	Actividad 4. Exposición de resultados por equipos.	φ Conocen la forma de dirigirse al hablar en público.	**Actitudinal** Organizan quien expondrá los resultados de la investigación. Respetan el turno y la explicación de los equipos en la exposición.
	Actividad 5. Formular los propósitos de la sesión.	φ Plantean propósitos de manera breve.	**Actitudinal** Discuten al interior del equipo el posible propósito de la sesión. Escogen de manera organizada quien será el encargado de darlo a conocer. **Conceptual** Explican su propósito y cómo éste se relaciona con las actividades.

d) Análisis

Grupo I		Grupo II	
Asistencia: 38 alumnos		Asistencia: 37 alumnos	
Propósitos de la sesión	**Propósitos a los que llegaron los alumnos**		**Intencionalidad y reciprocidad (Feuerstein)**
	Grupo I	Grupo II	
φ Identificar los diferentes tipos de polígonos. φ Reconocer algunas de sus características empleando términos como paralelas, perpendiculares etc. φ Realizar una clasificación de acuerdo a sus características. φ Incentivar un trabajo agradable con la Geometría a través de las actividades propuestas. φ Trabajar de forma cooperativa con el equipo que decidieron integrar.	Φ *Saber qué es un polígono* Φ *Conocer los tipos de triángulos y cuadriláteros.* Φ *Recordar sobre el trazo de vitrales.* Φ *Identificar los polígonos en un vitral.* Φ *Saber que polígonos no es lo mismo que figuras.* Φ *Reconocer los elementos de un polígono.*	Φ *Identificar los elementos de un polígono.* Φ *Trabajar en los vitrales.* Φ *Reconocer todos los polígonos del vitral.* Φ *Clasificar los tipos de triángulos y cuadriláteros.* Φ *Saber que polígono no es figura geométrica.*	Los propósitos relacionados con lo actitudinal se analizaron al final de la intervención, los relacionados con la asignatura, como se puede observar, coinciden y los dos grupos fueron capaces de relacionar lo revisado en primer grado (vitrales) con la temática de la sesión. Lo que significa que hubo una reciprocidad con respecto a lo que pretendía y lo que percibieron los y las estudiantes, además de una trascendencia, ya que recordaron un contenido de primer grado; específicamente, Rodrigo (II) fue quien grito efusivamente… *¡Ah son los vitrales que vimos en primero!*

Actividades

Actividad 1. "Vitrales". Observa los siguientes vitrales y realiza un listado en tu cuaderno sobre las figuras que observas, comenta con tus compañeros y responde ¿Qué es un polígono?

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Definen polígono como una figura de cualquier número de lados.
- φ Identifican como polígonos solo aquellos que son regulares.
- φ Observan el todo en su conjunto.
- φ Incluyen en la familia de polígonos al círculo.
- φ Trabajar en equipo significa asignar tareas en forma individual.

Construcción conceptual: Polígono

Grupo I

1. La actividad no fue suficiente para que pudieran llegar a la definición así que fue necesario realizar la siguiente al mismo tiempo. Entre las definiciones que dieron están las siguientes:

- Figura de muchos lados.
- Figura que tiene lados y vértices.
- Figura con todos sus lados iguales.
- Preguntaron si el círculo es un polígono, interrogante que se decidió quedara pendiente hasta concluir la siguiente actividad.

Grupo II

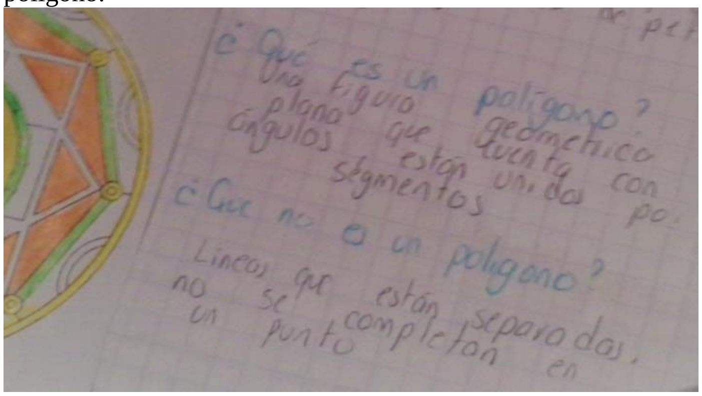
1. Sucedió algo similar al grupo anterior, fue necesario realizar la segunda actividad para llegar a una definición más precisa. Las definiciones que propusieron los equipos fueron las siguientes:

- Figura con cualquier número de lados.
- Figura formada por ángulos, lados y vértices.
- La figura puede ser regular o irregular (*definieron como regular una figura bonita que esta derechita y como irregular que está chueca).*

- Del mismo modo preguntaron sobre el círculo que quedo pendiente hasta resolver la actividad dos.

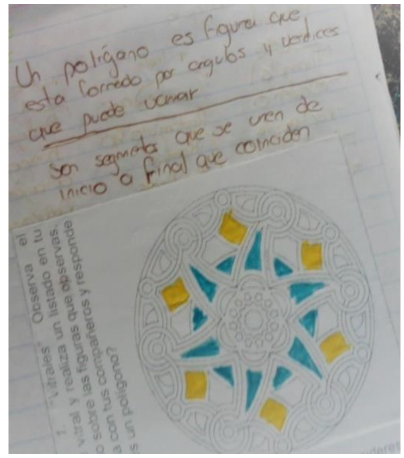
Evidencias

Evidencia 4-1. Aproximación a la definicion de lo que no es un polígono.



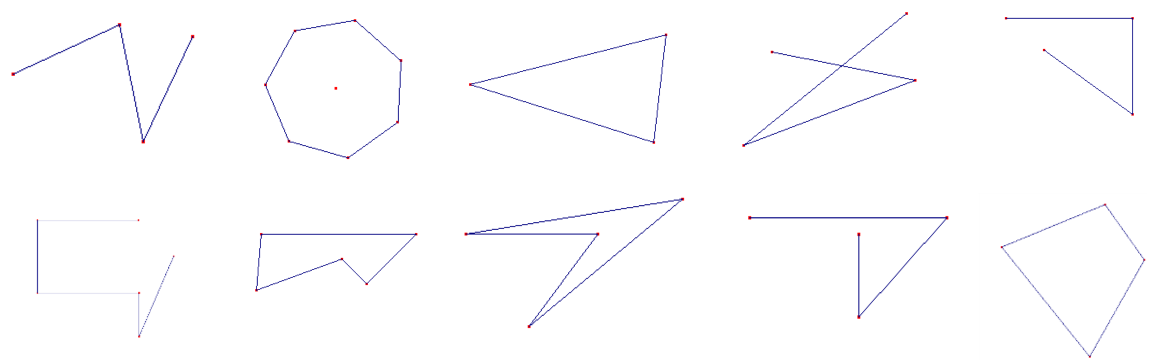
Fuente: Alumna 28, grupo I

Evidencia 4-2. Emplea su pensamiento analítico para intentar definir.



Fuente: Alumno 15, grupo II

Actividad 2. "Formas y más formas". Observa las imágenes y encierra los que consideres que no son polígonos.



Construcciones realizadas con el software "Cabri Geometric

Recuperación de aprendizajes previos

φ Identifican como no polígonos a los irregulares.
φ Dan el nombre de estrellas a los polígonos estrellados.

Construcción conceptual: Que no es un polígono

Grupo I

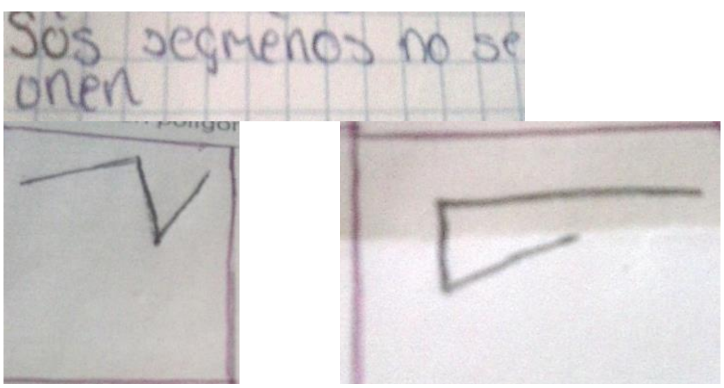
1. En este grupo no identificaron una diferencia entre polígonos regulares y estrellados.
2. Definieron polígono como una: *figura cerrada formada por segmentos, que se une el principio con su final, formada por ángulos y vértices.*
3. Se presentaron inconvenientes por la calidad de la copia, así que los polígonos se dibujaron en el pizarrón.
4. Un logro importante es que analizaron que un segmento se convierte en el lado del polígono. Además de organizarlos en dos grupos: regulares e irregulares.

Grupo II

1. En este grupo identificaron diferencias entre polígonos, regulares, irregulares y estrellados.
2. Definieron polígono como *una secuencia o sucesión de segmentos que se unen en su principio y final y que cuando sucede esto ya están formando ángulos y vértices.*
3. Al igual que en el grupo anterior la copia no salió del todo legible, por lo que se dibujaron en el pizarrón.
4. Clasificaron los polígonos en regulares, irregulares y estrellados y aunque desconocían el nombre de este último grupo, identificaron su principal característica, según sus propias palabras es que *tiene vértices que están como… afuera.*

Evidencias

Evidencia 4-3. Definición y ejemplos de lo que no es un polígono .



Fuente: Alumna 30, grupo II

La profesora como guía

Una de las tendencias en la enseñanza de la Geometría según Barrantes, Balletbo y Fernández (2014) es la de laboratorio, dirigida principalmente a la construcción de conceptos, propósito principal de las dos primeras actividades.

Durante el desarrollo de la sesión, se observó que se tenía que recuperar lo que los alumnos ya conocían y beneficiar con ciertas actividades conexiones que permitieron avanzar a otro conocimiento.

El grupo I presentó más dificultades para enlazar sus conocimientos previos; sin embargo, se acercó de manera considerable a la definición de polígono, mientras que el grupo II observó otra situación con respecto a los polígonos (vértices que quedan fuera), estos conceptos que formaron con sus propias palabras, son “ideas anclaje” Ausubel (2003) y sirven para transitar a otros contenidos.

Asimismo, cabe señalar que conforme transcurrieron las actividades los equipos de cada uno de los grupos avanzaron de manera distinta por lo que en ocasiones se ajustaron estrategias, de acuerdo a las necesidades de los alumnos y alumnas.

Actividad 3. “La familia triángulo y la familia cuadrilátero”

Con ayuda de tu celular investiga las características de un triángulo y un cuadrilátero. De los vitrales de la actividad 1 se colorearán de un tono los triángulos y de otro los cuadriláteros.

Recuperación de aprendizajes previos

- Caracterizan por sus lados a los triángulos y cuadriláteros.
- Ubican a cada uno en familias distintas.

Clasificación de polígonos

Grupo I

1. Tomaron su celular e investigaron sobre los polígonos. Uno de los equipos se mostró interesado en esta forma de investigar “innovadora” para los estudiantes en la clase de Matemáticas. Esto fue importante ya que los integrantes habían experimentado el fracaso durante las sesiones anteriores y esto les permitió sentir emociones positivas con respecto al estudio de las Matemáticas. Uno de ellos comentó: “*Hasta que algo me sale bien, ahora si voy a sacar 10”* este alumno concedió otro **significado** a la actividad, fue **trascendente** para él. Conceptos que menciona Feuerstein en Tébar (2009) en los doce criterios de la mediación.
2. Retomaron sus conocimientos previos adecuadamente. Reconocen perfectamente la clasificación de los triángulos por sus lados y sobre todo el triángulo rectángulo. Como lo dice Ausubel (1983) “El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente" p. 36. Fue evidente que ya había trabajado el triángulo rectángulo contenido del Bloque III de Matemáticas III.

Grupo II

1. En este grupo en particular no fue necesario la utilización del celular para investigar.
2. Los conocimientos previos de los estudiantes fueron suficientes para realizar una clasificación de triángulos y cuadriláteros, fueron capaces de enumerar las características de cada uno.
3. En el momento de revisar las evidencias de los trabajos, algunos estudiantes completaron los polígonos y otros simplemente los dejaron sin color por considerarlos irregulares, las dos opciones son válidas, por lo que coincido con Feyerabend (1982) no existe una sola forma de conocer.
4. La guía con este grupo comenzó a cambiar desde ese momento, a comparación del otro grupo, adquirieron mayor autonomía, aunque siguieron solicitando ayuda de sus compañeros de equipo, de acuerdo con Vygotsky en Baquero (1997) trabajaron en forma colaborativa para organizar sus conocimientos previos y participar en la actividad. Además, concluyeron qué sucede con respecto al círculo.
5. Llegaron a la siguiente conclusión: *“El círculo no es un polígono porque no está formado por segmentos, así que no pertenece a ninguna familia”*

3. En el momento de reconocer los triángulos y cuadriláteros en el vitral algunos alumnos preguntaban si había que completar los polígonos o tomarlos como uno irregular. Se dejó a consideración de cada uno, esto fue algo no considerado en el análisis previo.

Evidencias

Evidencia 4-4. Búsqueda en internet

Fuente: Alumno 13, grupo I

La profesora como guía

Algunos equipos no llevaban teléfono celular, les proporcioné el mío para que pudieran indagar y participar cuando se socializaron los comentarios de manera grupal. Fue evidente la relevancia de los aprendizajes previos, ya que beneficiaron el aprendizaje de otros contenidos. En el grupo I se requirió de una mayor indagación, mientras que en el grupo II, solo se retomó lo que los alumnos y alumnas ya conocían por medio de una lluvia de ideas.

Las actividades de esta sesión estuvieron más encaminadas a retomar la propuesta del modelo Van Hiele, dirigido primordialmente, al dominio conceptual a partir del pensamiento analítico.

La intervención de mi parte no fue necesaria, los equipos se organizaron para investigar. En el momento de la socialización, fue básico recordar las reglas, ya que al inicio se participó de manera desordenada y esto obstaculizó generalizar. Comenté la importancia del orden al participar y las dificultades que provoca si se hace lo contrario. Tomé cada una de las opiniones de los equipos y utilicé el contraejemplo para que los y las estudiantes generalizarán la clasificación de polígonos.

Evidencias

Evidencia 4-5. Organización de los equipos

Fuente: Grupo I

Poco a poco fueron trabajando de manera colaborativa, algunos equipos continuaban asignando tareas individuales o copiaban lo que hacía el compañero de un costado.

Fue complicado para ellos cambiar de concepción sobre el trabajo en equipo.

Sesiones 2 – 3. El rectángulo áureo y el teorema de Pitágoras

a. Planificación

La trasposición didáctica propuesta por Chevallard consiste en transformar el conocimiento de una disciplina en un conocimiento que pueda ser enseñado, como se observará claramente en esta sesión. "El sentido de *Didaktik* se basa en la idea de la *Bildung* y tiene que ver con el proceso analítico que consiste en transponer (o transformar) el conocimiento humano (la herencia cultural) como conocimiento disciplinario específico en conocimiento apto para ser enseñado y capaz de contribuir a la formación mencionada (la *Bildung*) de los jóvenes" (Reinders: 2006, p. 748).

<table>
<tr><td>SEGUNDA SESIÓN
TERCERA SESIÓN</td><td>FECHAS: 26 de abril
27 de abril</td></tr>
<tr><td>TEMA: Medida
CONTENIDO CURRICULAR: Explicitación y uso del teorema de Pitágoras.</td><td>APRENDIZAJES ESPERADOS: Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras.</td></tr>
<tr><td>DIMENSIONES:
Procesos: Reproducción (identificar) y Asociación (explicar)
Contextos: En la comunidad
Áreas de aplicación: Personal
Niveles de desempeño: 3</td><td>COMPETENCIA: Resolver problemas de manera autónoma.
COMPETENCIAS TRANSVERSALES: Pensamiento crítico y Automotivación.</td></tr>
<tr><td colspan="2">CONTENIDO ESPECÍFICO:
Sobre la ciencia
El rectángulo áureo y el teorema de Pitágoras</td></tr>
<tr><td colspan="2">PROPÓSITOS:
φ Analizar el patrón numérico que aparece en algunas pinturas del Renacimiento.
φ Construir rectángulos áureos.
φ Mostrar la relación que guarda el rectángulo áureo con el Teorema de Pitágoras.
φ Reconocer a los números racionales e irracionales.
φ Incentivar un trabajo agradable con la Geometría a través de las actividades propuestas.
φ Trabajar de forma cooperativa con el equipo que decidieron formar.</td></tr>
</table>

b. Desarrollo

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
INICIO	Actividad 1. "El museo"	φ Conocen sobre la etapa histórica del renacimiento.	**Conceptual** Retoma sus conocimientos previos **Actitudinal** Comparten con el resto del grupo sus ideas sobre esta época histórica. Toman acuerdos para escoger dos de las pinturas propuestas.

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
DESARROLLO	Actividad 2. "Patrones"	φ Establecen conexiones con respecto a lo revisado en Historia y Español. φ Construyen los cuadrados de manera adecuada. φ Realizan una lectura de comprensión que les permite hablar de manera general de un texto.	**Conceptual** Relaciona lo estudiado en las asignaturas. **Actitudinal** Toman y justifican acuerdos grupales. **Procedimental** Realiza la construcción geométrica empleando por lo menos un instrumento.
	Actividad 3. "El rectángulo áureo"	φ Obtienen información importante al respecto de la temática con ayuda de su celular. φ Utilizan sus datos para poder conectarse. φ Participan activamente, bajo la premisa: "Toda la información es valiosa".	**Actitudinal** Respetan los objetos personales de otros. Participan compartiendo la información que encuentran en su celular.
	Actividad 4. "¿Cuál rectángulo?"	φ Identifican algunas partes del todo (pensamiento analítico). φ Siguen instrucciones para realizar una construcción de manera parcial. φ Reconocen un triángulo rectángulo y el teorema de Pitágoras.	**Actitudinal** Organizan que cuadrados escoger. Llegan a acuerdos al interior del equipo para no trabajar con el mismo cuadrado. Explican al otro si tiene dificultades para realizar la actividad. **Procedimental** Realiza la construcción con base en la lectura.
CIERRE	Actividad 5. "Magia"	φ Realizan las divisiones con ayuda de su dispositivo electrónico, sin embargo, desconocen como acomodarlos en la calculadora del celular.	**Conceptual** Conocen el algoritmo de la división.
	Actividad 6. Formular los propósitos de la sesión.	φ Plantean propósitos de manera breve.	**Actitudinal** Discuten al interior del equipo el posible propósito de la sesión. Escogen de manera organizada quien será el encargado de darlo a conocer. **Conceptual** Explican su propósito y cómo éste se relaciona con las actividades.

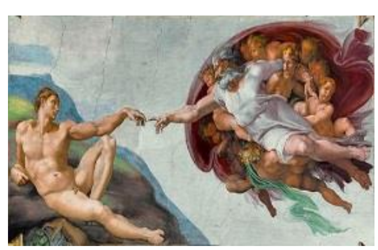
c. Análisis

Grupo I		Grupo II	
Asistencia sesión 2: 38 Asistencia sesión 3: 36		Asistencia sesión 2: 30 Asistencia sesión 3: 32	
Propósitos de la sesión	**Propósitos a los que llegaron los alumnos**		**Intencionalidad y reciprocidad (Feuerstein)**
	Tercero B	Tercero C	
φ Analizar el patrón numérico que aparece en algunas pinturas del Renacimiento. φ Construir rectángulos áureos. φ Mostrar la relación que guarda el rectángulo áureo con el Teorema de Pitágoras. φ Reconocer a los números racionales e irracionales. φ Incentivar un trabajo agradable con la Geometría a través de las actividades propuestas. φ Trabajar de forma cooperativa con el equipo que decidieron formar.	Φ *Relacionar las pinturas con la Geometría.* Φ *Recodar el teorema de Pitágoras.* Φ *Saber hacer un rectángulo áureo.*	Φ *Estudiar la pintura renacentista.* Φ *Ver que las matemáticas aparecen en todo hasta lo que menos te imaginas.* Φ *Recordar a Pitágoras y su teorema.*	De acuerdo con lo observado, lograron realizar ese enlace de la pintura del renacimiento con las Matemáticas y recordar los aspectos básicos del teorema de Pitágoras, pero la diferencia entre los números racionales e irracionales no fue un propósito compartido, algo que resulta natural hasta cierto punto. Una posible razón de esto es que en este momento no les fue relevante o cuando el alumno realiza conexiones arbitrarias “carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativa" (independientemente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga) … (Ausubel, 2003: 37).

Actividades

Actividad 1. “El museo”

Pedí a los grupos llevarán impresa una de las pinturas del Renacimiento, ya revisadas con anterioridad en la clase de historia. Las pinturas más recurrentes fueron las siguientes:



Por lo que decidí utilizarlas para las sesiones.

Actividad* 2. *“Patrones”

Analiza la pintura trazando en éstas, rectángulos áureos, pero qué es un rectángulo áureo, por binas lee la siguiente historia y socializa de manera grupal.

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Conocen sobre la etapa histórica del renacimiento.
- φ Establecen conexiones con respecto a lo revisado en Historia y Español.
- φ Construyen los cuadrados de manera adecuada.
- φ Realizan una lectura de comprensión que les permite hablar de manera general de un texto.

Indagación: El rectángulo áureo

Grupo I

1. La lectura no fue suficiente, se requirió investigar aún más sobre el rectángulo áureo.
2. Fue necesaria una mediación “modelaje” como lo propone Feuerstein, tuve que explicar la forma de construir los cuadrados, esto no quiere decir que sea negativo o inadecuado, ya que como el propio Ausubel (2003) lo explica y concuerdo con él: “No solo se aprende lo que se construye también lo que se recibe” (p. 36).
3. Después de esta intervención les resultó más sencillo continuar con la actividad.
4. Llevé material para compartir con el grupo, como la regla graduada que a un 80% le hizo falta, situación no considerada en el análisis previo.
5. El grupo cuestionó sobre cual rectángulo si se habían trazado

Grupo II

1. Se indagó sobre el rectángulo áureo, pero no por dificultades en la realización de la actividad, sino en otro sentido: saber de qué les estaba hablando, lo que denota una actitud científica: Candela (1991) cita a Giordan al respecto:

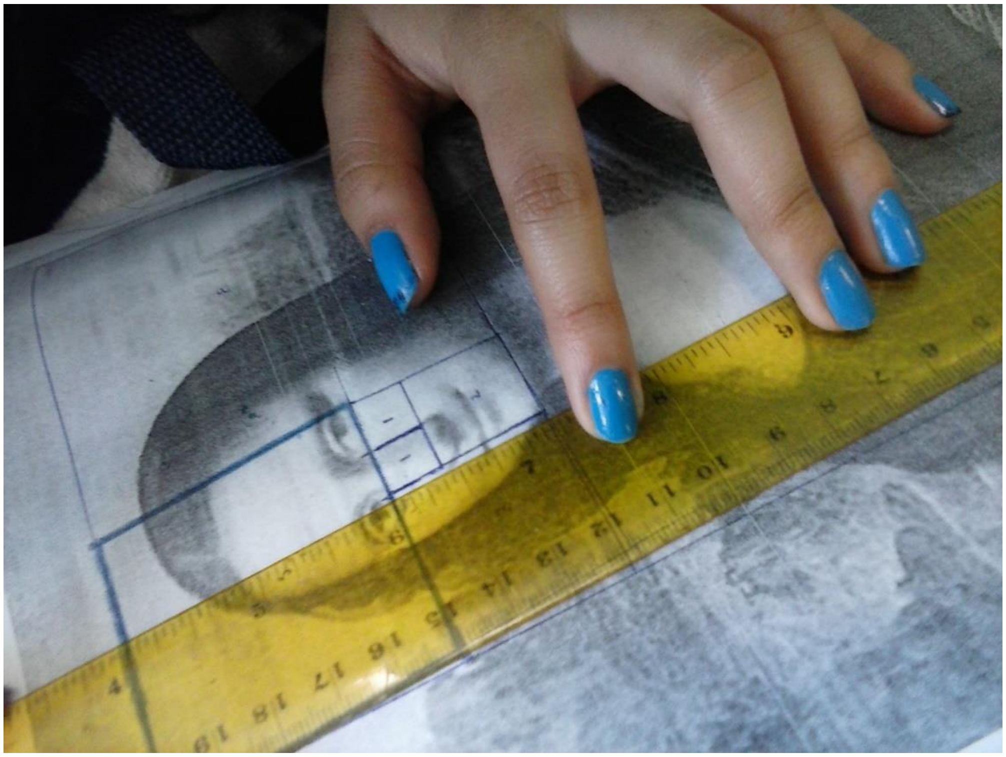
Una actitud científica es un componente importante en este tipo de formación, ya que, con las actividades propuestas dentro de la planificación del proyecto de intervención, se observa que se buscó trabajar con la **curiosidad** del alumnado, con su **creatividad**, generar en ellos la duda y la necesidad de cuestionarse sobre su entorno, dar respuesta a las interrogantes sobre su contexto **(pensamiento crítico)** y generar en ellos **confianza** para compartir toda esta información dejando a un lado respuestas correctas o incorrectas.

cuadrados, lo que permitió seguir con la otra actividad.

5.Sergio levanto la voz y comentó: *"Yo no veo ningún rectángulo"*, lo que dio paso a la siguiente actividad.

Evidencias

Evidencia 4-6. Construcción de cuadrados sobre la Mona Lisa



La alumna está trazando los cuadrados siguiendo un patrón, además los va construyendo en dirección de las manecillas del reloj.

Fuente: Alumna 35, grupo I

Actividad 3. "El rectángulo áureo"

Observa y analiza si pueden dividirse exactamente en rectángulos áureos, en tu celular busca que significó en ese momento histórico la aparición de ese patrón y la explicación que se le da en la actualidad.

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Obtienen información importante al respecto de la temática con ayuda de su celular.
- φ Utilizan sus datos para poder conectarse.
- φ Participan activamente, bajo la premisa: "Toda la información es valiosa".

La profesora como guía

La indagación de los dos grupos fue similar, coincidieron en dos aspectos: Ninguno mencionó el valor de este número y compartieron con el resto del grupo que el número de oro también se encuentra en el Partenón. Cada una de las ideas encontradas fueron tomadas en cuenta y se anotaron en el pizarrón, para después analizar las que de manera grupal se consideraron más importantes.

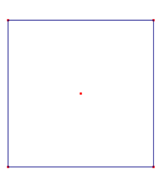
Cambio la dinámica de grupo, los estudiantes que no se animaban a participar, estaban más involucrados con las actividades.

Actividad 4. “¿Cuál rectángulo?”

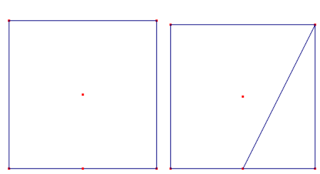
Lee las siguientes instrucciones y realiza la construcción en tu cuaderno, toma cualquiera de los cuadrados que trazaste en la actividad anterior.

1. Toma cualquiera de los cuadrados que trazaste sobre la pintura y constrúyelo tal cual en tu cuaderno.
2. Identifica el punto medio de la base y únelo con el vértice opuesto.
3. Toma la medida de la hipotenusa.
4. Con ayuda de tu compás y la medida de la hipotenusa ubícate en el punto medio y traza una circunferencia.
5. Une el vértice del cuadrado con la circunferencia y forma el rectángulo.
6. Mide la base y la altura.
7. Realiza una división de la base entre la altura.
8. Compara tu resultado con el de tu compañero.

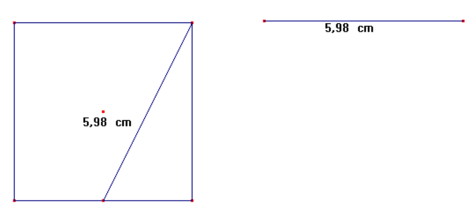
Paso 1



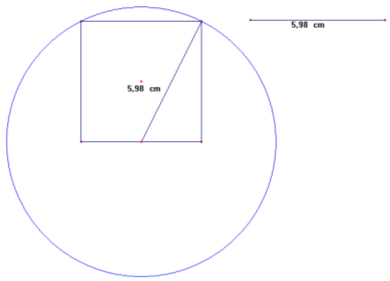
Paso 2

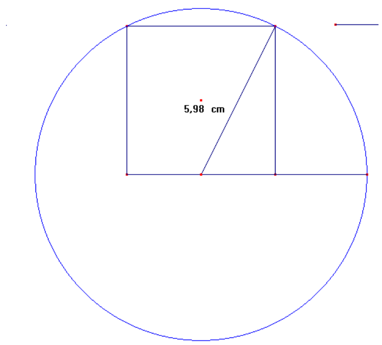


Paso 3.

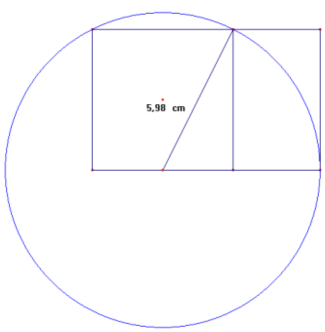


Paso 4.

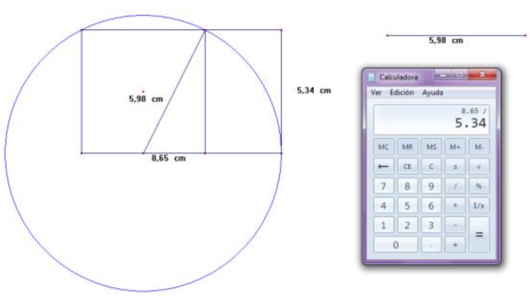




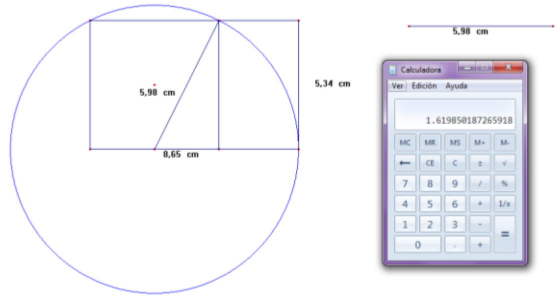
Paso 5.



Paso 6.



Paso 7.



Recuperación de aprendizajes previos

- φ Identifican algunas partes del todo (pensamiento analítico).
- φ Siguen instrucciones para realizar una construcción de manera parcial.
- φ Reconocen un triángulo rectángulo y el teorema de Pitágoras.

Construcción del rectángulo áureo

Grupo I

1. En el punto número 2 en el que se les pide tomar el punto medio de la base y unirlo con el vértice opuesto, sucedió algo muy interesante, no contemplado en el análisis previo, de los diez equipos que se formaron 7 de éstos, ubicaron el punto medio del cuadrado y no sólo eso lo unieron con el lado opuesto.

Decidí no dar la respuesta en automático, les pedí que volvieran a leer y cambie la instrucción *"Une el punto medio del cuadrado con su lado opuesto"* a lo que uno de los estudiantes (Joel) contestó eufóricamente*… ¡Ah ya entendí!* Por lo que le solicité explicará al grupo lo que había entendido:

Joel: *La lectura dice el punto medio de la base, no del cuadrado y la base puede ser esta o esta* (señala los lados horizontales del cuadrado) *y dice únelo con el vértice opuesto. que es el punto que une los lados, no el lado,* esto genera sorpresa ante el descubrimiento como lo explica Alsina (2000) en su estudio sobre las emociones al aprender Matemáticas.

El contraejemplo que utilicé provocó que el estudiante mediara, se convirtió en el experto, como lo describe Feuerstein (2009) el novato alcanza otro nivel.

Para que este intercambio de se diera trabajé solo con aquellos equipos que

Grupo II

1. En cambio, en este grupo paso algo similar, pero en el paso 4 y 5. El primero de éstos dice: Con ayuda de tu compás y la medida de la hipotenusa ubícate en el punto medio y traza una circunferencia, a lo que Jocelyn pregunta: *¿La hipotenusa es el radio?* Itzel de otro equipo contesta: *sí, maestra lo hubiera puesto, nos hacemos bolas.* Las estudiantes muestran la importancia del material, que como lo menciona Ausubel (2003) éste es significativo cuando el alumno posee estructuras que le permitan establecer relaciones.

   En el paso 5 dice: Une el vértice del cuadrado con la circunferencia y forma el rectángulo, lo que provocó confusión, pues Miguel preguntó, *¿Cuál si tiene cuatro?* Este análisis indica que el alumno ha empezado a ver el todo como una composición de partes, relacionado este principio con el pensamiento analítico y complejo. Y no fue el único que hizo esa observación. Como lo analiza Brosseau (2003) fue necesario que "reformulará conocimientos anteriores" el cuadrado ya no es solo un polígono con cuatro lados iguales, tiene vértices, además de otros elementos.

habían errado en la instrucción y a los otros tres los invité a no intervenir y a que continuarán con la actividad. Al comparar sus resultados sucedió que en algunos equipos no coincidió el resultado, así que fue necesario que un compañero de su mismo equipo les auxiliara en esta labor.

2. Después de que la construcción fue terminada obtuvieron el cociente de los lados del rectángulo. A lo que al unísono el equipo de "Escuadrón suicida" gritó: *La profesora es bruja.* Evidentemente el equipo anterior obtuvo el valor de phi (φ) sin saberlo en los diferentes cuadrados que escogieron.

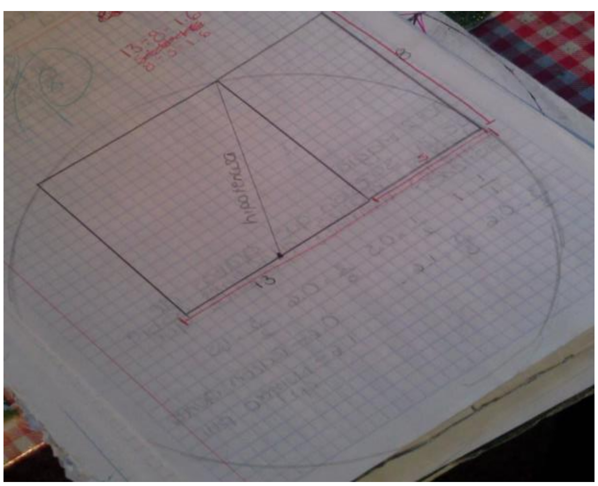
Al comparar sus resultados sucedió que en algunos equipos no coincidió el resultado, como en el otro grupo.

2. Cuando terminaron de realizar la construcción se obtuvo el cociente de los lados del rectángulo. Cuando observaron su resultado se escucharon comentarios como: *"Estas son cosas del diablo".*

Les sorprendió la coincidencia de resultados a pesar de haber escogido un cuadrado diferente. Como lo indica Alsina (2000), se evidencia la emoción de la sorpresa ante un descubrimiento.

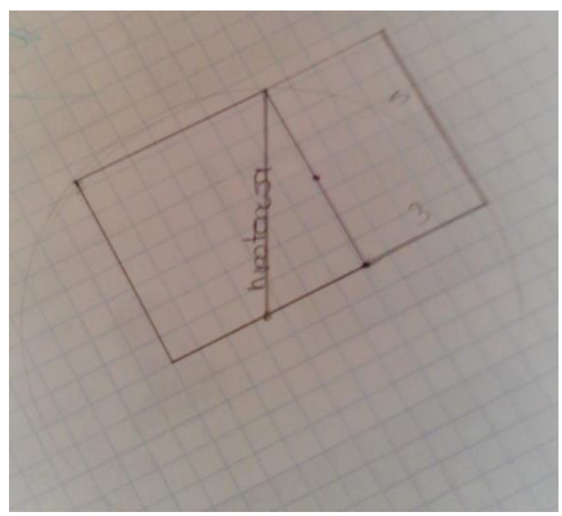
Evidencias

Evidencia 4-7. Construcción del rectángulo áureo tomando como base un cuadrado de 8 cm.



Fuente: Alumna 9, grupo II

Evidencia 4-8. Relación del rectángulo áureo con el triángulo rectángulo.



Fuente: Alumno 7, grupo I

> Identificaron la hipotenusa, pero además observaron que se convirtió en el radio de la circunferencia que trazaron.

La profesora como guía

Una problemática que se presentó de manera general, no contemplada en el análisis previo, fue la falta de material, por lo que fue necesario comprar veinte compases y a pesar de que la escuela cuenta con algunos, se prestan bajo la advertencia de que si alguno se rompe o se pierde debe reponerse. Asimismo, la directora prohibió llevaran este material por considerarlo peligroso, si se percata de que alguien trae alguno inmediatamente es decomisado.

Esto es un claro obstáculo para el trabajo docente, esa no es la solución a la problemática de la violencia generalizada en la escuela, se requiere de un trabajo arduo en lo valoral y actitudinal, que los y las adolescentes se responsabilicen de sus actos, de sus consecuencias y confiar en que harán lo correcto. Les di la oportunidad y respondieron de una excelente manera, cuidando el material proporcionado.

Ausubel (2003) hace hincapié en el aprendizaje significativo, en ambos grupos se promovió el descubrimiento de algo nuevo, utilizando sus aprendizajes previos, como lo analiza este autor.

Actividad 5. "Magia"

Explica por equipo si encuentras alguna relación de la construcción anterior y un contenido ya revisado con anterioridad.

Recuperación de aprendizajes previos

φ Conocen el teorema de Pitágoras.

El teorema de Pitágoras y el rectángulo áureo

Grupo I	Grupo II
1. Realizaron las siguientes conexiones: El ángulo recto, la hipotenusa, (como elementos de un triángulo rectángulo), sin necesidad de revisar sus apuntes.	1. Tampoco fue necesario el uso de sus apuntes y también realizaron conexiones sobre el ángulo recto y la hipotenusa, además de comentar que: *es un triángulo rectángulo, pero también escaleno porque sus tres lados son diferentes (Rodrigo).*

La profesora como guía

Fue importante la transposición didáctica que propone Chevallard (1988), para pasar de los números racionales (los alumnos los conocen como decimales o fracciones), a los irracionales. Se agregó la siguiente actividad, que no estaba planificada en un inicio para que los y las estudiantes pudieran identificar la diferencia entre un número irracional y racional. La intervención que emplee para los dos grupos fue la siguiente:

Observa el número decimal que obtuviste en la primera división que realizaste y ahora construye un rectángulo de 1 centímetros por 3 centímetros y realiza la división correspondiente de la base entre la altura. Analiza la diferencia entre el primer decimal y el segundo:

Identificar un número irracional

Grupo I

Ángel: Sus decimales nunca se acaban.

Profesora: Entonces… ¿no existen diferencias, serian semejanzas?

Zujeyli: Bueno en el primero sus decimales son diferentes y en el segundo no, son iguales.

Ian (que estuvo buscando en la red): Ese (señala el segundo) se llama periódico y se le pone una rayita en el número, arriba.

Profesora: El primer número también tiene decimales infinitos, pero son diferentes y se llama irracional, ¿por qué creen que se llame así?

Andrea 2: Pues no es razonable…

> Respecto al número periódico, solo se aclaró que se llama racional y que existen infinidad de ejemplos de estos números, pero no se exploraron sus propiedades como tal.

Grupo II

Rodrigo: El segundo número se llama periódico y es que cuando haces la división siempre se va repetir el mismo decimal o sea es infinito, nunca se va acabar. El otro no sé

José: Son iguales.

Eduardo: ¡Como van a ser iguales, estúpido, ve ese son los mismos números y este no!

Profesora: El primer número tiene decimales infinitos, pero son diferentes y se llama irracional y el segundo efectivamente es un decimal periódico, ¿por qué creen que se llame irracional?

Abigai: Está fuera de la razón…

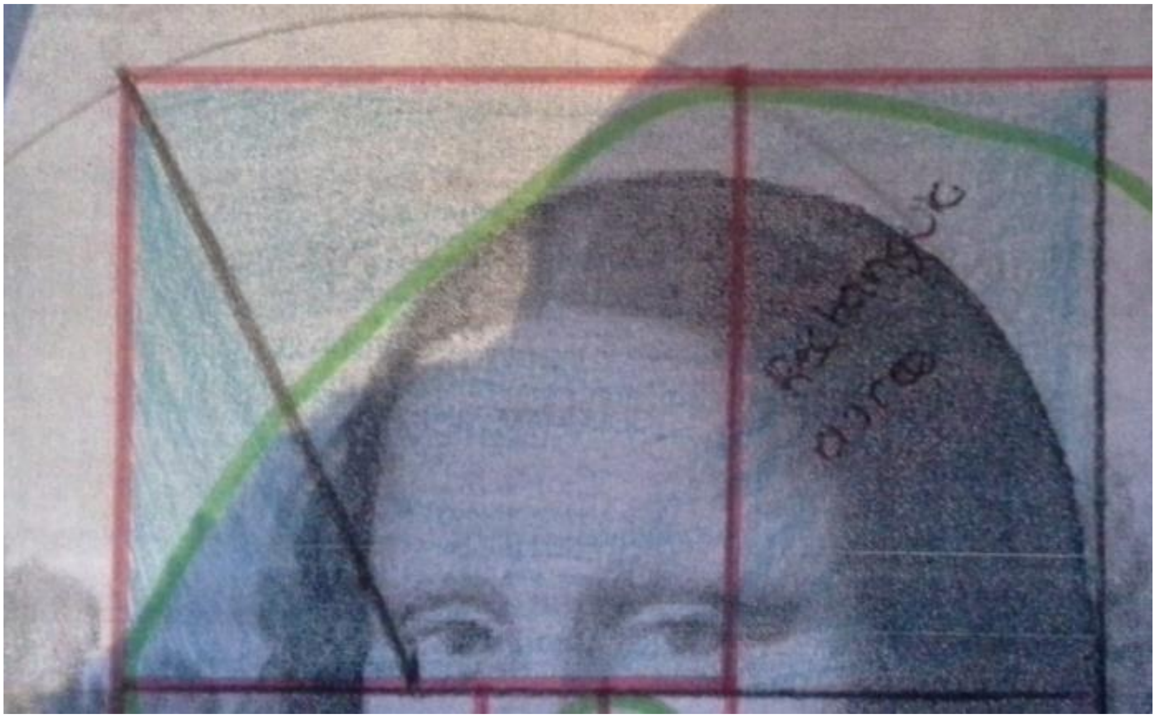
Profesora: ¿Conocen otro número irracional?

Grupo: Al Pi

Rodrigo: ¡Como la película de Richard Parker!

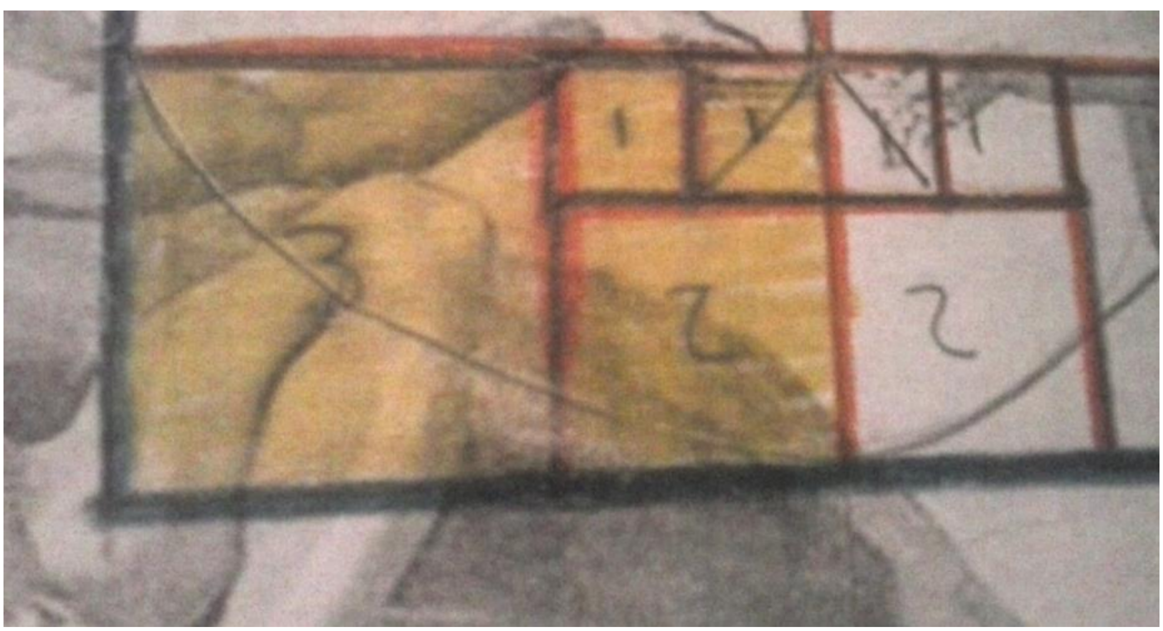
Evidencias

Evidencia 4-9. Construcción con regla y compás del rectángulo áureo sobre la Mona Lisa



Fuente: Alumna 17, grupo I

Evidencia 4-10. Identificación del rectángulo áureo sobre el David, empleando solo la observación



Fuente: Alumno 8, grupo I

Sesiones 4-5. La espiral de Durero y las sucesiones

a. Planificación

Tradicionalmente, los contenidos científicos denotan en su mayoría, conceptos y principios científicos. Sin embargo, opiniones en publicaciones especializadas afirman que "también los procesos científicos, las concepciones de la naturaleza de las ciencias y de su importancia en la vida diaria y en la sociedad deberían recibir una mayor atención en la enseñanza al respecto" (Bybee:1997; en Reinders: 2006, p. 751). Los contenidos dentro del currículo escolar en los años 70´s estaban exageradamente matematizados, sin tomar en cuenta su importancia en la vida diaria y en la sociedad, actualmente se están ocupando al respecto y esto se puede observar claramente (con algunos contenidos) en la reforma vigente (2011).

<table>
<tr><td>CUARTA SESIÓN
QUINTA SESIÓN</td><td>FECHAS: 28 de abril
2 de mayo</td></tr>
<tr><td>TEMA: Patrones y ecuaciones
CONTENIDO CURRICULAR: Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen.</td><td>APRENDIZAJES ESPERADOS: Representa sucesiones de números enteros a partir de una regla dada y viceversa.</td></tr>
<tr><td>DIMENSIONES:
Procesos: Reproducción (identificar) y Asociación (explicar)
Reflexión (usar y argumentar)
Contextos: En la comunidad
Áreas de aplicación: Personal
Niveles de desempeño: 3</td><td>COMPETENCIA: Resolver problemas de manera autónoma.
COMPETENCIAS TRANSVERSALES: Pensamiento crítico y Automotivación</td></tr>
<tr><td colspan="2">CONTENIDO ESPECÍFICO:
Sobre la ciencia
La espiral de Durero y las sucesiones</td></tr>
<tr><td colspan="2">PROPÓSITOS:
φ Identificar la sucesión de Fibonacci y sus implicaciones en el entorno en el que se desenvuelven.
φ Relacionar la espiral de Durero con la sucesión de Fibonacci.
φ Construir la espiral tomando como base un rectángulo áureo.
φ Incentivar un trabajo agradable con la geometría a través de las actividades propuestas.
φ Trabajar de forma cooperativa con las personas que escogieron.</td></tr>
</table>

b. Desarrollo

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
INICIO	Actividad 1. "Pirámide de números"	φ Identifican patrones numéricos de una sola operación. φ Reconocen secuencias numéricas empleando la observación.	**Conceptual** Retoma sus conocimientos previos sobre las sucesiones. **Actitudinal** Analizan en forma colaborativa el triángulo de Pascal. Comparten con el resto del grupo la sucesión que encontraron.

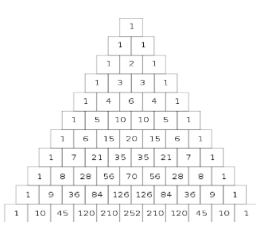
MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
DESARROLLO	Actividad 2. "Al infinito y más allá"	φ Suman o restan los términos de una secuencia como primer acercamiento al análisis de la misma.	**Procedimental** Prueba por medio del ensayo y error la regularidad en las sucesiones. **Conceptual** Realiza un enlace con lo revisado en sesiones anteriores. **Actitudinal** Comparten entre integrantes la solución que encuentran al problema.
	Actividad 3. "¿Qué será, qué será?"	φ Utilizan su celular para buscar la información requerida.	**Actitudinal** Respetan los objetos personales de otros. Participan compartiendo la información que encuentran en su celular.
	Actividad 4. "Espiral"	φ Realizan conexiones con sus conocimientos previos. φ Construyen los cuadrados sin dificultad, respetando la dirección que deben seguir. φ Emplean de manera adecuada el compás para realizar una circunferencia. φ Intercambian información con sus compañeros de equipo sobre los trazos solicitados. φ Comparten su material, en específico, con los integrantes de su equipo.	**Actitudinal** Explican a algún integrante que tenga dificultades para realizar la actividad. Comparten el material. **Procedimental** Muestra la capacidad de buscar otras soluciones al problema geométrico.
CIERRE	Actividad 5. "Observando mi entorno"	φ Reconocen algunos entornos en los que observan esta espiral. φ Intentan analizar más allá de lo evidente. φ Utilizan su celular para buscar información que aclare sus dudas. φ Emplean sus conocimientos previos para realizar la actividad solicitada. φ Conocen las características generales de un collage. φ Asignan roles en el equipo con relación al material, a buscar la información, dibujar, explicar etc.	**Actitudinal** Organizan los roles y se responsabilizan. Cumplen con el material en tiempo y forma. Buscan solucionar alguna dificultad al interior del equipo. **Procedimental** Realizan y entregan su collage en tiempo y forma.
	Actividad 6. Formular los propósitos de la sesión.	φ Plantean propósitos de manera breve.	**Actitudinal** Discuten al interior del equipo el posible propósito de la sesión. Escogen de manera organizada quien será el encargado de darlo a conocer. **Conceptual** Explican su propósito y cómo éste se relaciona con las actividades.

c. Análisis

Grupo I		Grupo II	
Asistencia sesión 4: 38 alumnos Asistencia sesión 5: 35		Asistencia sesión 4: 30 alumnos Asistencia sesión 5: 34	
Propósitos de la sesión	**Propósitos a los que llegaron los alumnos**		**Intencionalidad y reciprocidad (Feuerstein)**
	Grupo I	Grupo II	
φ Identificar la sucesión de Fibonacci y sus implicaciones en el entorno en el que se desenvuelven. φ Relacionar la espiral de Durero con la sucesión de Fibonacci. φ Construir la espiral tomando como base un rectángulo áureo. φ Incentivar un trabajo agradable con la Geometría a través de las actividades propuestas. φ Trabajar de forma cooperativa con las personas que escogieron.	Φ *Conocer los tipos de espirales.* Φ *Trazar la espiral de Durero.* Φ *Realizar un collage*[18] *de las cosas donde aparece la espiral.* Φ *Observar una sucesión y cómo se obtienen sus términos.*	Φ *Ver que la sucesión y la espiral son casi lo mismo.* Φ *Ver que todo viene del rectángulo áureo.* Φ *Observar en dónde aparece la espiral y hacer un collage.* Φ *Trazar la espiral de Durero.*	Se coincidió con los propósitos propuestos y las apreciaciones de los y las estudiantes. La actividad que tuvo mayor impacto fue la realización del collage lo que permitió la **trascendencia** del contenido. Se buscó una **alternativa optimista** que provocará el **compartir los propósitos de la sesión**. Que además se verá reflejado al final del ciclo escolar en el cual se dejó escoger un tema para explicar y algunos estudiantes escogieron la espiral de Durero.

Actividades

Actividad 1. “Pirámide de números”: Observa la siguiente pirámide de números, prestando especial atención a las diagonales, marca cada una. ¿Qué observas con respecto a los números que las forman?



Recuperación de aprendizajes previos

- φ Identifican patrones numéricos de una sola operación.
- φ Reconocen secuencias numéricas empleando la observación.

---

[18] Técnica pictórica que consiste en componer una obra plástica uniendo imágenes, fragmentos, objetos y materiales de procedencias diversas. Diccionario de la Real Academia Española recuperado de http://dle.rae.es/?id=9o3ErmX

Sucesiones en el triángulo de Pascal

Grupo I

1. Rápidamente identificaron como se obtienen las filas de números.
2. Hallaron otras sucesiones.
3. Con el fin de analizar la sucesión de la diagonal, fue necesario prestarles regla para que trazaran el segmento correspondiente.

Están habituados a sucesiones en línea en la que el patrón de la misma es más evidente. Esto es lo que Brosseau (1983) denomina "obstáculo didáctico" el abuso de contextos familiares.

Decidí no dar la respuesta, les pedí que observarán de nuevo la diagonal y de ser necesario ordenar los términos en forma horizontal. Solicité a Juan le dictará los términos para anotarlos en el pizarrón.

4. Inmediatamente Evelyn le dijo a su equipo…*" Es la de la mona lisa y el David".*

De acuerdo con Ausubel (2003) esa "idea anclaje" permitió a esta alumna en particular, observar que esos cuadrados no están construidos al azar, sino que forman parte de una sucesión.

Grupo II

1. Al igual que en el grupo I identificaron como se obtienen las filas de números y fueron capaces de dar cada uno de los equipos una sucesión distinta cada uno, esto no fue algo que se les solicitara.

4. Aunque se les complicó la actividad, los estudiantes se involucraron y participaron en ésta, su arma más poderosa el "lenguaje", se entendieron mejor entre ellos. Vigotsky en Baquero (1997) señala la importancia de un "habla privada", esta favorece que los estudiantes regulen su pensamiento, tiene sentido entonces que comenten y compartan sus apreciaciones entre ellos. A continuación, un ejemplo:

Sheila: ¿Cuál sucesión?

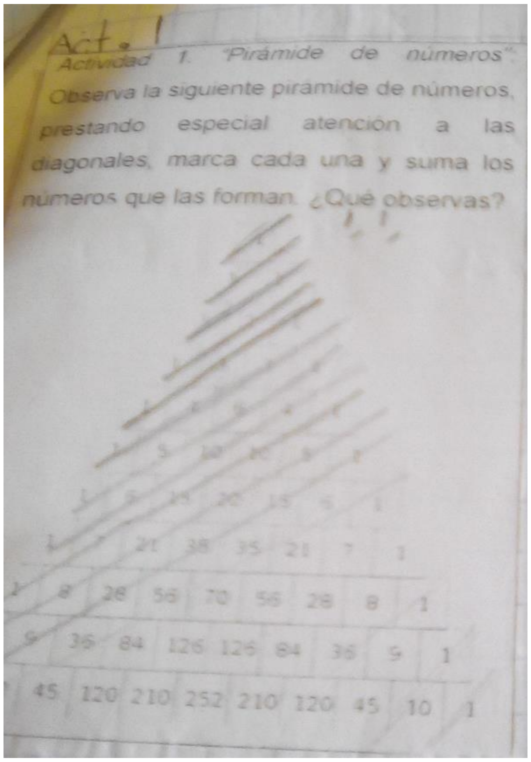
Geli: No mames wey aquí hay una, sumas los de la fila anterior y te van dando los de abajo.

Sheila: ¡Oh! Wey, si cierto.

Identificar la diagonal resultó un obstáculo inesperado. En las siguientes evidencias, se puede observar que tanto el alumno como la alumna están en lo correcto, pues trazaron las diagonales. Esto enriqueció la sesión, ya que encontraron otras sucesiones; sin embargo, tuve que aclarar que me refería a otras diagonales, también presentes en el triángulo.

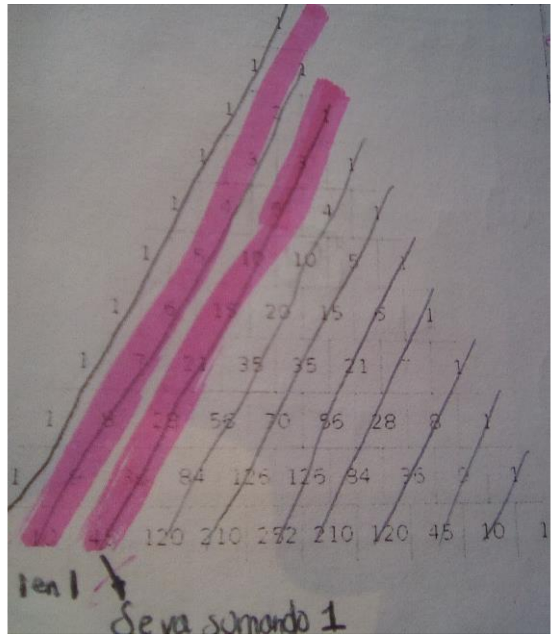
Evidencias

Evidencia 4-11. Identificación de las diagonales en el triángulo de Pascal.



Fuente: Alumno 9, grupo I

Evidencia 4-12. Otras sucesiones en el triángulo de Pascal.

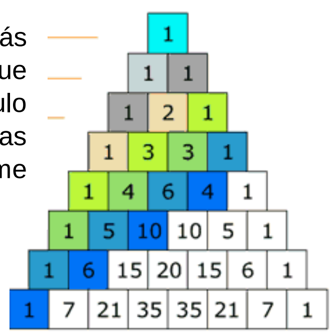


Fuente: Alumna 27, grupo II

Actividad 2. "Al infinito y más allá"

Contesta que regularidad observas en esa lista de números.

Observar estas diagonales fue más complejo, con los dos grupos fue necesario que escribiera el triángulo en el pizarrón y marcará con líneas de color las diagonales a las que me refería.



Esta actividad terminó fusionándose con la anterior debido a las necesidades de los grupos y la dificultad ya mencionada.

Recuperación de aprendizajes previos

φ Suman o restan los términos de una secuencia como primer acercamiento al análisis de la misma.

Actividad 3. "¿Qué será?... ¿qué será?

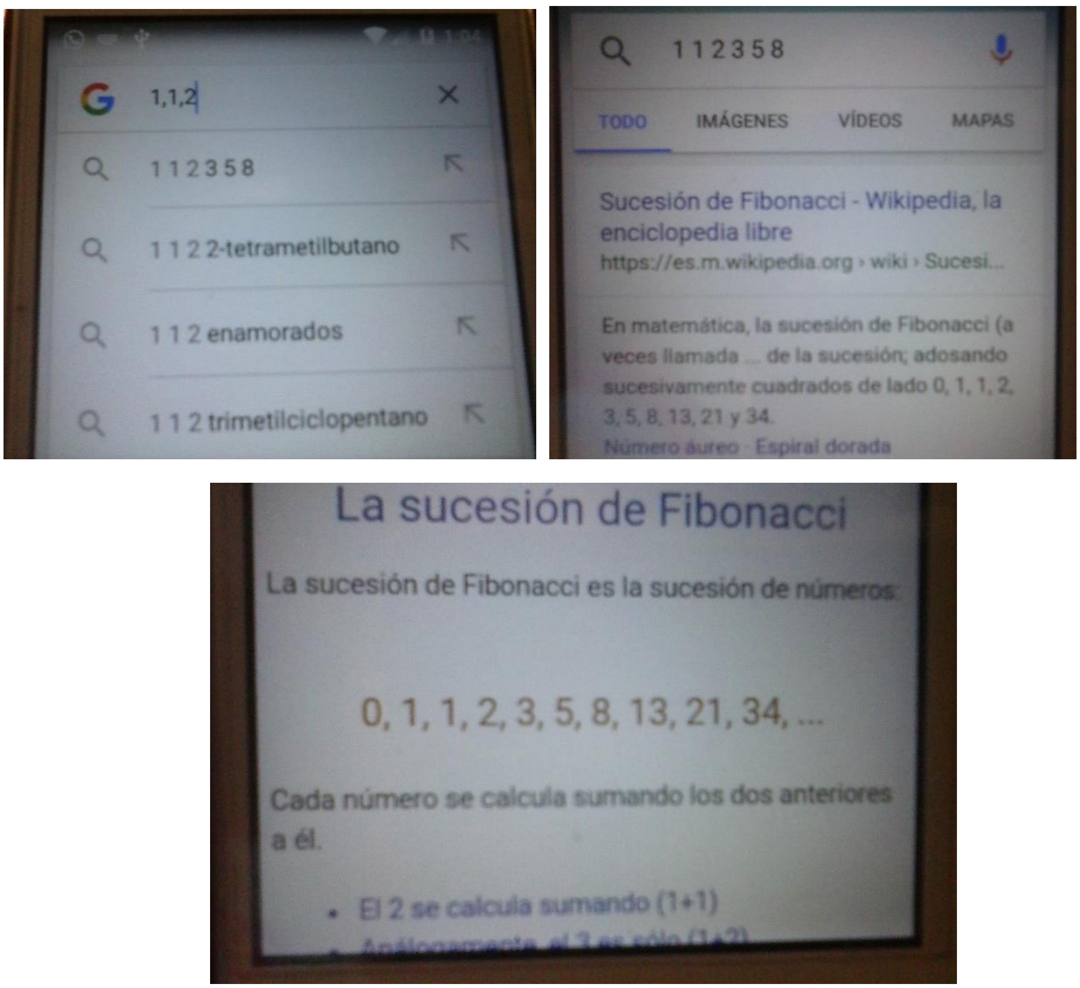
Con ayuda de tu dispositivo móvil investiga qué nombre recibe la sucesión y compártelo con el grupo

Recuperación de aprendizajes previos

φ Utilizan su celular para buscar la información requerida.

Evidencias

Evidencia 4-13. Utilización del teléfono móvil para buscar el nombre de la sucesión.



Fuente: Alumno 36, grupo II

La profesora como guía

La escuela no cuenta con internet, los alumnos se conectaron utilizando sus datos, pero el obstáculo no estriba en este aspecto, sino que está estrictamente prohibido el uso de estos aparatos en las escuelas. Platiqué con los alumnos y alumnas de ambos grupos para que evitaran utilizarlo para otra situación que no fuera la solicitada, a pesar de haber cumplido, una profesora les retiró los celulares.

Debido a sus años de servicio en la escuela se cree con el derecho y obligación de cuidar el orden en la institución y externó que estos aparatos son distractores y que solo provocamos como profesores que los estudiantes nos ignoren. Argumenté con la directora del plantel que lo único que hice fue darle un sentido diferente a lo que se considera un problema en el aula, además de mostrarle la planificación.

Después de arreglar el incidente e identificar esta sucesión por el nombre de Fibonacci, se explicó un poco sobre este matemático y esta sucesión.

Actividad 4. "Espiral"

Con base en lo revisado la sesión anterior y lo visto hasta este momento construye los cuadrados correspondientes a esa sucesión y forma con éstos una espiral.

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Realizan conexiones con respecto sus conocimientos previos.
- φ Construyen los cuadrados sin dificultad, respetando la dirección que deben seguir.
- φ Emplean de manera adecuada el compás para realizar una circunferencia.
- φ Intercambian información con sus compañeros de equipo sobre los trazos solicitados.
- φ Comparten su material, en específico, con los integrantes de su equipo.

Resolviendo un problema: Construcción de la espiral de Durero

Grupo I	Grupo II
1. Seis de los diez equipos decidieron construir su espiral primero en una hoja de cuaderno para después trasladarlo a las pinturas renacentistas ya trabajadas con anterioridad. Mientras que los otros cuatro equipos optaron por construirla sobre la imagen de la pintura.	1. La totalidad del grupo tomó la decisión de construir la espiral sobre la imagen de las pinturas renacentistas. 2. De igual forma se les solicitó investigaran sobre la espiral y el trazo que deberían seguir. Cinco de los equipos tuvieron dificultades sobre la dirección que debería seguir la espiral y a pesar de estar reunidos

2. Se les pidió que buscarán imágenes sobre la espiral y la construyeran a partir de esto. Entre los comentarios que se pudieron rescataran fueron los siguientes:

- φ *Se forma uniendo los vértices de los cuadrados.*
- φ *Es como un caracol.*
- φ *Es como si dibujaras la hipotenusa, pero en lugar de recta curva.*
- φ *Va, así como la sucesión: 1, 1, 2, 3, 5…* esta es una de las etapas del ABP, búsqueda de la información para solucionar el problema.

Los estudiantes "asimilan", lo que se les está pidiendo e intentan a acomodarlo a los esquemas que ya poseen, por asimilación entendemos "el proceso mediante el cual, la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva" (Ausubel: 2003, p. 41) pero en este grupo lo hacen en compañía del otro, donde uno de ellos toma el papel del experto y explica al otro, esto no sería posible sin la disposición del otro de aprender.

> Los equipos que decidieron trazar la espiral sobre las pinturas renacentistas, ya habían identificado que cada cuadrado construido sobre ésta, es uno de los términos de la sucesión.

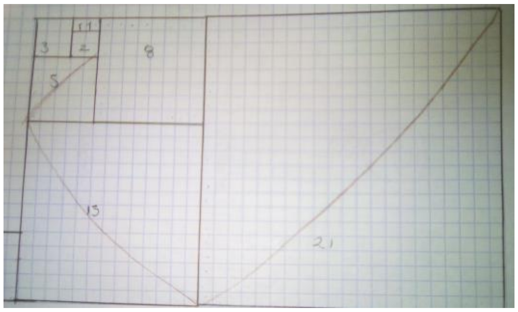
con sus compañeros, solicitaron que personalmente se los explicara. Según Tébar (2009) "esto expresa que respeta los estilos de aprendizaje de los alumnos y destaca la individualidad de cada uno" (p. 173). En esta sesión en particular, fue evidente que cinco equipos necesitaron del modelaje para realizar sus actividades con éxito.

3. Lo anterior está relacionado con la búsqueda de complejidad y novedad (noveno criterio de la mediación, según Feuerstein en Tébar 2009), lo que se hice fue mostrarles una estrategia que les resultara familiar (identificar la hipotenusa de los cuadrados que ya habían trazado y con base en ésta, guiarse para construir la espiral) para ayudar a desaparecer el temor ante el desafío y que adquirieran la suficiente confianza para intentarlo por sí mismos, retomando lo que ya conocen.

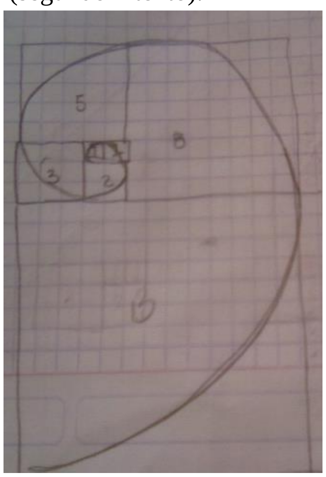
> Retomando a Polya (1965) este problema pertenece al segundo nivel, lo alumnos y alumnas pusieron en juego la reflexión y la experiencia.

Evidencias

Evidencia 4-14 Construcción de la espiral en una hoja cuadriculada (primer intento).

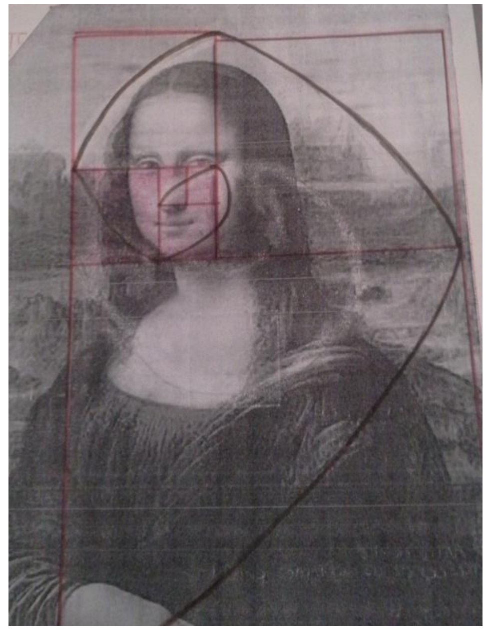


Evidencia 4-15 Construcción de la espiral en una hoja cuadriculada (segundo intento).



Fuente: Alumna 9, grupo II

Evidencia 4-16 Construcción de la Espiral sobre la Mona Lisa.



Fuente: Alumna 9, grupo II

Esta alumna intentó trazar la espiral sin ayuda, primero en una hoja cuadriculada para después realizar el trazo sobre la pintura de la Mona Lisa. Aunque al inicio había decidido trazarla directo sobre la pintura, se dio cuenta que no le dio resultado, así que busco otra estrategia.

La dificultad principal fue la dirección en la que debían trazar los cuadrados, los y las estudiantes están acostumbradas a que les digan si están bien o mal y así corregir, pero en esta actividad se dejó que equivocarán la dirección de los cuadrados, para que cuando tuvieran que trazar la espiral se enfrentaran al problema de cómo hacerlo.

Les pedí a los equipos que ya lo habían logrado, no auxiliarán a sus compañeros, para que ellos junto con su equipo buscarán una solución. Se combinaron el juego y el laboratorio como tendencias de enseñanza, de acuerdo con Barrantes; Balletbo; Fernández (2014) emplearon la exploración y la intuición, provoqué que descubrieran por ellos mismos cómo trazar la espiral a través de los cuadrados y la importancia de la dirección en la que se construyen éstos, aprendieron haciendo. Fue importante tener paciencia con estos equipos y contagiar al resto del grupo para que no cayeran en la tentación de dar la respuesta.

Actividad 5. "Observando mi entorno"

Después de realizar la espiral, muestra en plenaria tu diseño y comenta las dificultades que tuviste para trazarla. De manera grupal y de acuerdo con tus experiencias contesta, si has observado esta espiral en lo que ves a diario y si es así da algunos ejemplos.

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Reconocen algunos entornos en los que observan esta espiral.
- φ Intentan analizar más allá de lo evidente.
- φ Utilizan su celular para buscar información que aclare sus dudas.
- φ Emplean sus conocimientos previos para realizar la actividad solicitada.
- φ Conocen las características generales de un collage.
- φ Asignan roles en el equipo con relación al material, a buscar la información, dibujar, explicar etc.

El desarrollo del pensamiento crítico

Grupo I

1. Los estudiantes se mostraron contentos al participar activamente en los ejemplos donde aparece la espiral, mencionaron los siguientes:

- φ *Las galaxias.*
- φ *El cuerpo del caracol*
- φ *Pinturas del renacimiento*
- φ *El cuaderno,* antes de que pudiera decir algo al respecto *Ángel realiza la observación de que la espiral de Durero va creciendo y la espiral del cuaderno es siempre del mismo tamaño, entonces si es una espiral, pero no de esas. Ricardo contesta, sí es cierto.*

Grupo II

1. En general el grupo participó activamente: *Rodrigo pregunta si la espiral de un tornillo es una Espiral de Durero.* Jocelyn de su propio equipo le contesta, *no porque el tornillo tiene el mismo tamaño en todo y la espiral que vimos se va haciendo grande.*

Los ejemplos fueron:

- *El ojo de un huracán*
- *La formación de hoyos negros*
- *La forma de las galaxias*
- *El cuerpo del caracol*

Ambos grupos emplearon la observación, primera etapa de la actividad científica.

La profesora como guía

La actividad anterior estuvo encaminada al desarrollo del pensamiento crítico, fomenté realizaran conexiones sobre lo que observan y un contenido matemático. Lograron cuestionarse si todas las espirales son espirales de Durero, algo no esperado al momento de planificar, asimismo no fue necesario intervenir para aclarar el punto, entre los mismos alumnos discutieron si esto era posible o no yo solo me encargué de escribir en el pizarrón todas las ideas que iban compartiendo, para después ayudar a generalizar y tomar acuerdos.

Se planificó para dos sesiones; sin embrago, terminaron siendo tres. Estas sesiones fueron las más complicadas para los equipos, se empezó con un contenido sumamente matemático para terminar revisando sus aplicaciones en el entorno inmediato del estudiante, lo que provocó desesperación y aburrimiento en algunas de las etapas. Cada vez que sucedía esto los animaba, comentándoles la sorpresa que se llevarían al descubrir que ese montón de números, quizá sin sentido, cobraría significado más adelante. *"Déjense sorprender por las Matemáticas"*, les comenté.

Les encargué traer imágenes de objetos en los que apareciera la Espiral de Durero para elaborar un collage. De manera general se observó lo siguiente:

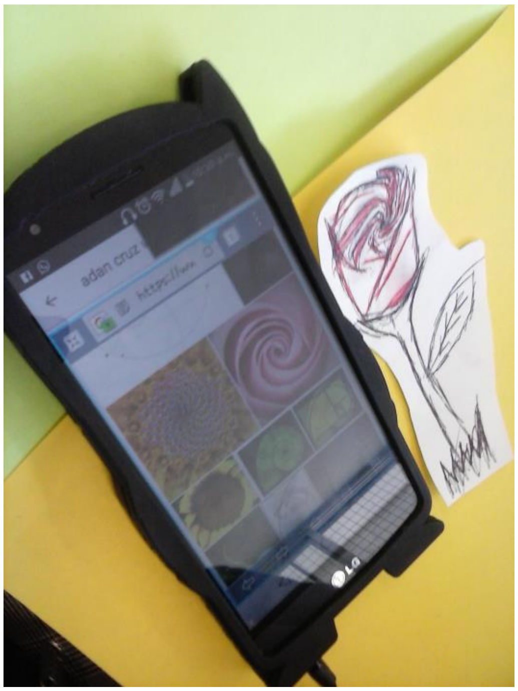
Trabajo colaborativo y automotivación

- φ En los dos grupos asignaron responsabilidades, es decir, quién traía el material, lo que ocasionó problemas, ya que esa persona o lo olvido o faltó a esa sesión. Solo cinco de los veinte equipos se distribuyeron las tareas en forma igualitaria, todos trajeron material por si les hacía falta, lo anterior es muestra de un trabajo colaborativo.
- φ Las estrategias que implementaron para solucionar el problema fueron:
  - Sacar copias en la dirección del material de otros equipos.
  - Intercambiar imágenes con los otros equipos para no repetirlas en el collage.
  - Dibujar los ejemplos, utilizando el celular para ver las imágenes.
- φ Asignaron roles para recortar, decorar su cartulina, pegar las imágenes, etc.

Es importante señalar que se mostraron sorprendidos sobre lo que vieron con relación al crecimiento de las plantas y Abigail (Grupo II) decidió investigar al respecto. Lo que permite aseverar que en una actividad matemática también se experimentan emociones positivas, además de despertar esa curiosidad por saber.

Evidencias

Evidencia 4-17 Investigación sobre el crecimiento de las plantas, empleando su dispositivo móvil.



Fuente: Alumna 30, grupo II

Es importante aclarar que esta alumna trabajó sola el collage, ya que sus compañeros de equipo no asistieron a la escuela.

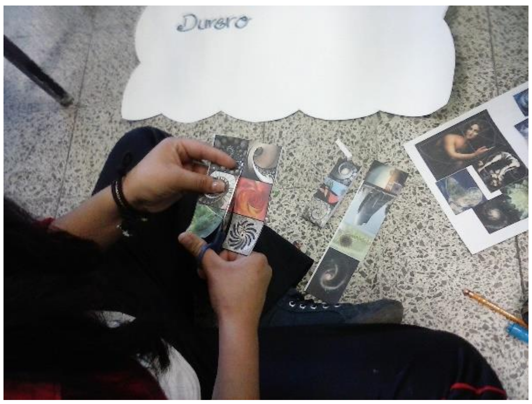
Enfrentó el problema de falta de material y lo solucionó. De acuerdo con Ausubel (2003) esto es posible solo cuando el alumno tiene la disponibilidad y el interés por aprender, es decir está motivado, pero esta motivación vendrá de algo que ya sabe.

Mientras que para Alsina (2000) el uso de material diverso, planificar y proponer actividades diversas es parte de la motivación. El propósito es que el alumno experimente alegría y satisfacción al resolver un problema o realizar algo bien hecho, esto vendrá acompañado de un aprendizaje.

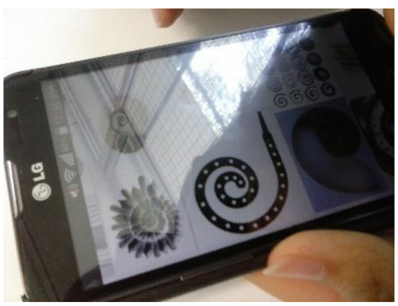
En esta actividad se conjugaron las dos posturas anteriores, por un lado, ya había aprendido algo sobre la espiral lo que le permitió continuar conociendo sobre el tema y por el otro, la actividad propuesta la motivo.

Evidencia 4-18 Collage sobre la espiral de Durero

Este equipo intentó hacer su collage en forma de espiral, lo que denota su creatividad.



Fuente: Equipo “Umizumi”



Como primera etapa este equipo discriminó sobre las imágenes que no pertenecían a la espiral de Durero (habilidad para analizar), después indagaron en uno de los celulares, finalmente, dibujaron otros ejemplos, según sus propias el que más les impactó fue el de la oreja. Así que uno de ellos modeló mientras el otro dibujó la oreja.

Fuente: Equipo “Los cuatro maestros de la Rikura”

Sesiones 6-7. El número phi (φ) en la vida cotidiana

a) Planificación

Retomando las palabras de Pomposo la Geometría no es perfecta, de las ramas de las matemáticas es la más engañosa… "las nubes no son esferas, las montañas no son conos, las costas no son círculos, y la corteza no es uniforme, ni un rayo viaja en línea recta" (Frase: Benoit Mandelbrot). Es cierto que no encontraremos una circunferencia perfecta, pero para que buscarla, solo se sigue relacionando a la Geometría con la medición. El estudio de este número permite trabajar con otros aspectos de esta ciencia no explotados adecuadamente, además de trabajar otros contenidos de manera transversal.

<table>
<tr><td>SEXTA SESIÓN
SÉPTIMA SESIÓN</td><td>FECHAS: 3 de mayo
4 de mayo</td></tr>
<tr><td>TEMA: Figuras y cuerpos
CONTENIDO CURRICULAR: Aplicar los criterios de semejanza en la resolución de problemas.</td><td>APRENDIZAJES ESPERADOS: Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o cualquier figura.</td></tr>
<tr><td>DIMENSIONES:
Procesos: Reproducción (identificar) y Asociación (explicar)
Reflexión (usar y argumentar)
Contextos: En la comunidad
Áreas de aplicación: Personal
Niveles de desempeño: 4</td><td>COMPETENCIA: Resolver problemas de manera autónoma.
COMPETENCIAS TRANSVERSALES: Pensamiento crítico y Automotivación.</td></tr>
<tr><td colspan="2">CONTENIDO ESPECÍFICO:
Sobre la ciencia
El número phi (φ) en la vida cotidiana</td></tr>
<tr><td colspan="2">PROPÓSITOS:
φ Identificar los diferentes contextos en los que aparece el número φ.
φ Reconocer el valor numérico de éste.
φ Practicar el algoritmo de la división con números decimales.
φ Realizar conversiones de longitud.
φ Acercar a los estudiantes a contextos conocidos retomando sus intereses.
φ Incentivar un trabajo agradable con la Geometría a través de las actividades propuestas.
φ Trabajar de forma cooperativa con las personas que escogieron.</td></tr>
</table>

b. Desarrollo

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
INICIO	Actividad 1. "¿Qué tienen en común?" Parte I	φ Contestan de acuerdo a lo que conocen.	**Conceptual** Retoma sus conocimientos previos sobre lo que observa en su entorno. **Actitudinal** Analiza e intenta argumentar sus comentarios. Comparten sus ideas con los integrantes del equipo.

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
DESARROLLO	Actividad 2. "¿Qué tienen en común?" Parte II	φ Identifican el algoritmo de la división con números decimales. φ Determinan un resultado con dos cifras decimales. φ Realizan conexiones retomando lo que observan.	**Procedimental** Toma medidas y realiza el cociente. **Actitudinal** Relaciona la actividad con lo que observa en su contexto. Intenta verificar la veracidad o falsedad de lo que se muestra en la actividad.
	Actividad 3. "Conociendo phi (φ)"	φ Buscan información en su dispositivo electrónico. φ Realizan enlaces con lo revisado en sesiones anteriores. φ Identifican el número phi y su característica principal.	**Actitudinal** Respetan los objetos personales de otros. Participan compartiendo la información que encuentran en su celular.
	Actividad 4. "Quisiera ser celular"	φ Manejan las funciones de su celular. φ Utilizan la regla graduada adecuadamente. φ Emplean diversas estrategias para resolver una situación. φ Identifican la proporción como una división de números.	**Actitudinal** Reflexionan en equipo sobre el texto presentado. Muestra interés por compartir sus impresiones. Busca estrategias para medir sin regla graduada. **Conceptual** Compara los resultados de esta actividad con la primera y los comparte. **Procedimental** Realiza los cálculos necesarios para resolver la situación, diversifica estrategias.
CIERRE	Actividad 5. "A dónde tan guapo" "A dónde tan guapa"	φ Conocen datos de sus artistas favoritos o actuales. φ Forman y operan con proporciones. φ Realizan las divisiones solo cuando ya están ubicados divisor y dividendo.	**Conceptual** Forma la proporción. **Actitudinal** Enriquece la actividad compartiendo algún dato sobre lo que conoce. **Procedimental** Resuelve la división con decimales, reconociendo el divisor y dividendo.
	Actividad 6. "El más guapo del equipo" "La más guapa del equipo"	φ Manifiestan interés por trabajar situaciones fuera de lo habitual.	**Actitudinal** Asignan roles dentro del equipo: quién toma las medidas, quién llenará la tabla con los datos. Muestra su compromiso con el equipo y consigo mismo al cooperar en la actividad. Respeta los resultados de otros. **Procedimental** Llenan la tabla por equipo y obtienen los cocientes de las proporciones en su propio cuerpo.
	Actividad 7. Formular los propósitos de la sesión.	φ Plantean propósitos de manera breve.	**Actitudinal** Discuten al interior del equipo el posible propósito de la sesión. Escogen de manera organizada quien será el encargado de darlo a conocer. **Conceptual** Explican su propósito y cómo se relaciona con las actividades.

c. Análisis

Grupo I			Grupo II
Asistencia sesión 6: 36 alumnos Asistencia sesión 7: 36			Asistencia sesión 6: 37 alumnos Asistencia sesión 7: 38
Propósitos de la sesión	**Propósitos a los que llegaron los alumnos**		**Intencionalidad y reciprocidad (Feuerstein)**
	Grupo I	Grupo II	
φ Identificar los diferentes contextos en los que aparece el número φ. φ Reconocer el valor numérico de éste. φ Practicar el algoritmo de la división con números decimales. φ Realizar conversiones de longitud. φ Acercar a los estudiantes a contextos conocidos retomando sus intereses. φ Incentivar un trabajo agradable con la Geometría a través de las actividades propuestas.	Φ *Conocer que también hay números en el cuerpo.* Φ *Saber por qué todas las tarjetas son rectangulares.* Φ *Jugar con las medidas del cuerpo.* Φ *Conocer si tenemos phi en el cuerpo.* Φ *Saber que los famosos son famosos porque tienen phi en el cuerpo.*	Φ *Saber que las tarjetas son rectángulos porque hay una razón.* Φ *Ver que las matemáticas están en todo hasta lo que no imaginas.* Φ *Saber si tenemos phi en el cuerpo.* Φ *Conocer que las modelos son guapas porque tienen phi.* Φ *Medirnos con el metro y hacer las divisiones para sacar phi.*	Se observó que esta sesión también impactó de manera positiva, los alumnos experimentaron **sorpresa** al descubrir que las medidas de su cuerpo se acercan a la proporción dorada. Además de generar **confianza** con respecto al trabajo con su equipo. Algunos propósitos no se compartieron por lo menos no en forma consiente. Todos los que los alumnos enumeran se relacionan con el número phi y su relación con el entorno. Lo que es importante ya que las actividades fueron planificadas con un enfoque de la enseñanza basado en la **resolución de problemas**, pero también en la **modelización** y el que compartan estos propósitos quiere decir que el contenido **trascendió** a su entorno inmediato.

Actividades

Actividad 1. "¿Qué tienen en común?" (Parte I)

Analiza la siguiente pregunta y contesta: Te has preguntado, ¿por qué las credenciales son rectangulares?

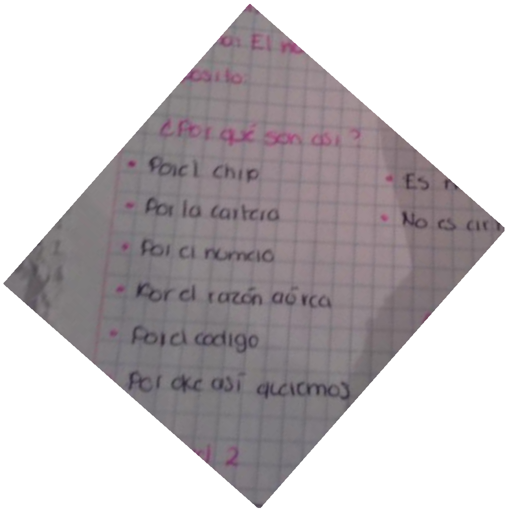
Recuperación de aprendizajes previos

- φ Contestan de acuerdo a lo que conocen.

En general los grupos contestaron que tenían esa forma por comodidad y por la forma de la cartera. Este equipo en particular, señala como posible respuesta la aparición de phi en la forma de las tarjetas, fue notorio que vincularon la construcción del rectángulo áureo.

Evidencias

Evidencia 4-19. Por qué las tarjetas son rectangulares



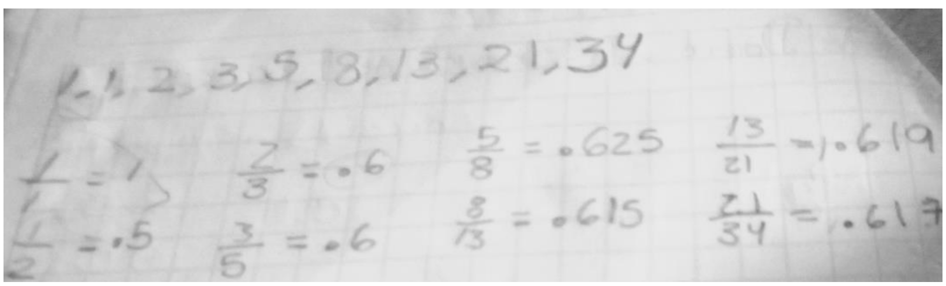
Fuente: Alumna 7, grupo II

Con el fin de enriquecer el análisis de la pregunta y desarrollar el pensamiento crítico, se les pidió que regresaran a la sucesión de Fibonacci y realizarán los cocientes entre los términos de la sucesión:

- Primero de izquierda a derecha.
- Después de derecha a izquierda.

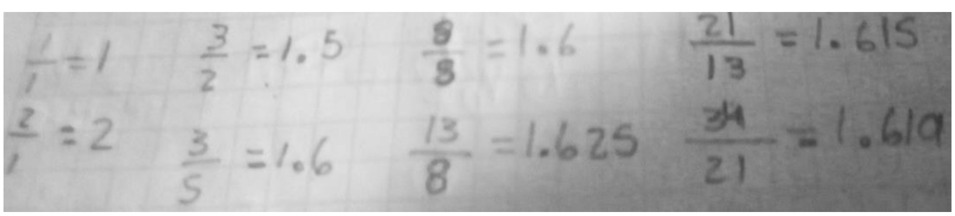
La situación anterior no estaba planificada, pero se consideró conveniente agregarla para que los y las estudiantes observaran las relaciones entre los contenidos.

Evidencia 4-20. Obtención de la razón áurea



Cada vez que se divide se va acercando cada cociente al valor de la razón áurea.

Evidencia 4-21. Obtención del valor numérico de phi (φ)



Los cocientes se acercan al valor del número phi (φ).

Fuente: Alumno 9, grupo I

Mostraron sorpresa al descubrir la vinculación del rectángulo áureo con los cocientes en la sucesión de Fibonacci, situación que Alsina (2000) recalca como una de las emociones positivas que se experimentan al aprender Matemáticas.

Actividad 2. "¿Qué tienen en común?" (Parte II)

Observa las siguientes credenciales y mide el largo y ancho formando con los valores una proporción. ¿Qué sucede con los resultados?

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Identifican el algoritmo de la división con números decimales.
- φ Determinan un resultado con dos cifras decimales.
- φ Realizan conexiones retomando lo que observan.

Construcción conceptual: La división en forma de proporción

Grupo I

1. Les causó gracia observar mi credencial de elector en su actividad.
2. La división con números decimales fue resuelta de dos maneras: en forma manual lo que generó la siguiente pregunta, *¿qué número va adentro de la casita?*

   Al utilizar su dispositivo electrónico la pregunta recurrente fue, *¿Qué número va primero?*

   Esas dudas los obligó a investigar en sus libros de texto y dispositivo electrónico. Resultó complicado, ya que algunos estudiantes están acostumbrados a que se les dé una respuesta y saltar la indagación.

   Para evitar que abandonaran la actividad, se utilizó el ejemplo de $\frac{1}{2}$ empezando por el resultado 0.5 y

Grupo II

1. Les generó sorpresa y cierto grado de confianza observar la credencial de elector de la profesora en su actividad.
2. Al igual que en el grupo anterior se resolvió la división de dos formas y se presentaron las mismas preguntas.

   Por decisión propia investigaron como realizar la división, emplearon su dispositivo electrónico y preguntaron a los compañeros de otros equipos, en el ABP esta es la fase de investigación.

La división presentada como una proporción significó un conflicto para los alumnos y alumnas, que los obligó a indagar para resolverlo.

Este conflicto fue algo de lo que no me percate en la actividad número 1.

preguntando como creían que se pasaba de la fracción al decimal, no interviene de manera directa como lo propone Brosseau en Panizza (2003).

Se les facilitó cierta información para que los alumnos y alumnas descubrieran por qué las credenciales tienen esa forma, con esto se benefició, el desarrollo del pensamiento crítico, y experimentaron emociones como la sorpresa y alegría al darse cuenta que todas las divisiones se acercaban a 1.6

Actividad 3. “Conociendo phi (φ)”

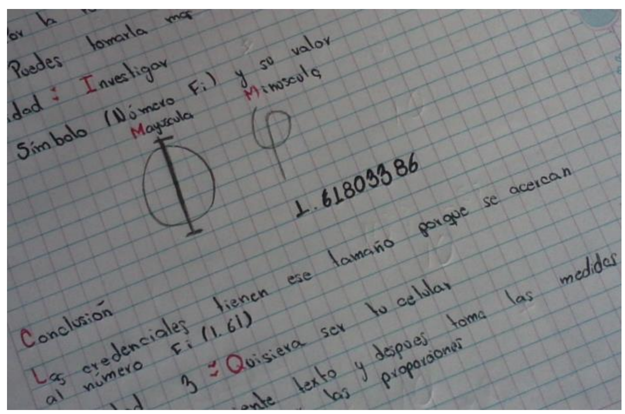
Con ayuda del celular investigar quién es phi, su símbolo y su valor.

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Buscan información en su dispositivo electrónico.
- φ Realizan enlaces con lo revisado en sesiones anteriores.
- φ Identifican el número phi y su característica principal.

Evidencia 4-22. Representación simbólica y valor numérica de phi (φ)

Desde la sesión dos las actividades estuvieron encaminadas a trabajar con el valor de phi (φ) y que poco a poco relacionaran todo lo que había hecho para finalmente ponerle nombre.



Fuente: Alumna 22, grupo I

Actividad 4. “Quisiera ser celular”

- Escucha el texto y externa lo que piensas al respecto, sobre todo la importancia que tiene este aparato en la actualidad.

Básicamente los alumnos y alumnas comentaron que el teléfono celular es su vida, la única manera de comunicarse. Con la lectura del texto se intentó que reflexionaran sobre lo dependiente que se ha vuelto el ser humano respecto a este aparato y que interactuar con los demás de manera presencial ya se ha vuelto poco recurrente.

Mama, papá, me gustaría ser tu teléfono celular!!
porque te gustaría ser eso?
Para que me cuiden de no caerme,
Para que no me suelten de sus manos,
Para que rían cada vez que me vean,
Para que me lleven a todos lados,
Para que vean si tengo energías,
Para que tomen un trapo y me limpien la carita cundo me ensucie,
Para que duerman a mi lado,
Y para ser lo primero que vean al despertar, solo por eso quiero ser su celular.

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Manejan las funciones de su celular.
- φ Utilizan la regla graduada adecuadamente.
- φ Emplean diversas estrategias para resolver una situación.
- φ Identifican la proporción como una división de números.

Estuvo a punto de generarse un debate al respecto del celular; sin embrago, se cerró la discusión. En ambos grupos se platicó sobre otras formas de comunicación y lo emocionante que es platicar con otra persona de frente, ya que puedes leer sus emociones a través de las gesticulaciones de su rostro y de sus movimientos corporales.

- Observa los siguientes celulares y escoge el que te parezca más agradable. Toma las medidas del largo y el ancho y realiza el cociente.

Celular 1

Celular 2

La profesora como guía

El obstáculo principal se presentó con la división de números decimales, además de presentar la división como una proporción y no como habitualmente se hace empleando la galera. De nuevo se evidenció que el abuso de contextos familiares son perjudiciales y generan un obstáculo difícil de superar, es más, explica Brosseau (1983) que puede mantenerse debido a su resistencia, persiste y no se elimina de un solo golpe, asimismo puede resurgir.

Lo que yo hice cuando se presentó, fue poner un ejemplo que les resultará más familiar, por eso utilicé $\frac{1}{2}$ y dejé que dividieran de la forma que ellos considerarán más conveniente para llegar a 0.5, empleando ensayo-error. Fue una estrategia exitosa para ese momento como se verá en la siguiente actividad; sin embargo, con esto no se logrará que profundicen, se necesita de toda una metodología y evidentemente de tiempo, además de la colaboración de cada uno como profesor o profesora frente a grupo.

La trascendencia del número phi (φ)

Grupo I

1. En un 88% escogieron el celular número 1 (presenta phi).
2. Joel tomó las medidas del celular 1, mientras que Rolando las del celular 2. Lo que descubrieron lo compartieron con el grupo.

   Joel: No ma… tiene el phi (ah ya sabía).

   Ariadna: Pues sí, está más bonito.
3. Calcaron su celular en el cuaderno para poder tomar las medidas necesarias.

Grupo II

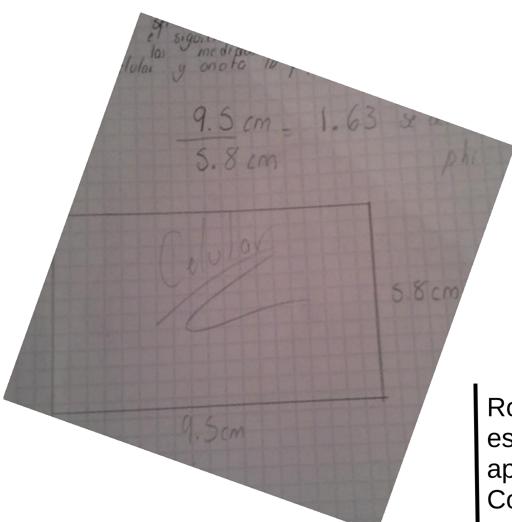
1. En un 85% escogieron el celular número 1 (presenta phi).
2. Irvin tomo las medidas del celular 1, mientras que Miguel las del celular 2, lo descubierto por los dos se socializó en plenaria.

   Irvin: Esta el phi ese.

   Rodrigo: ¡Maestra! O sea que en nuestras cabezas pasa algo y por eso lo escogemos, como una cosa así psicológica.
3. Algunos calcaron su celular en el cuaderno para tomar las medidas y otros solo lo midieron y realizaron la división.

Evidencia

Evidencia 4-23. El número phi (φ) en el celular



Fuente: Alumno 41, grupo II

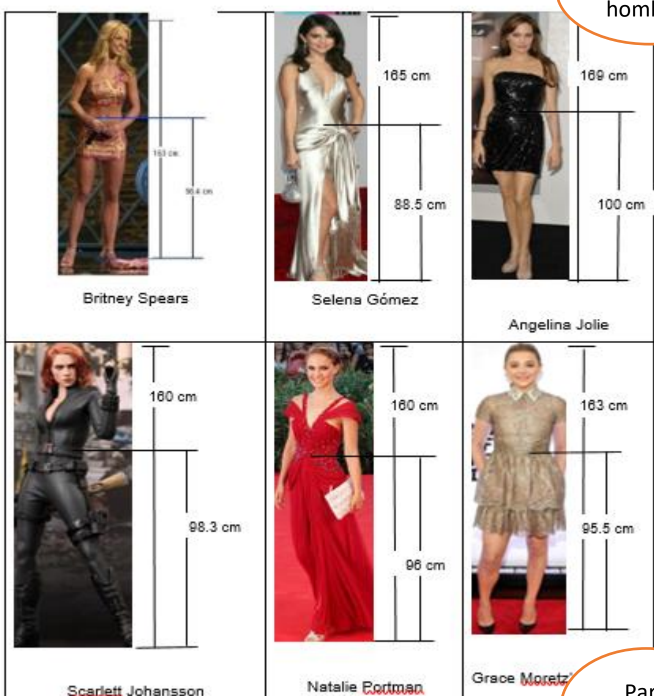
Utilicé un objeto que ellos ocupan a diario para acercarlos a un contenido matemático, analizaron que la forma de algunos objetos no está dada por el azar, sino que existe una justificación matemática. Estas actividades fueron el inicio para que empezaran a preguntarse sobre otras situaciones.

Rodrigo del grupo II investigó que este número irracional también aparece en anuncios como Coca-Cola y Hyundai. Le pedí que compartiera su descubrimiento con el resto del grupo.

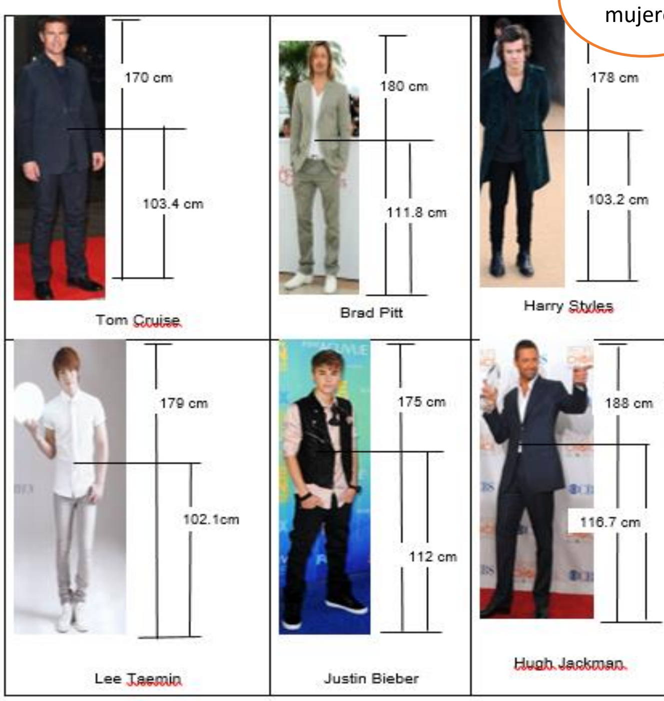
Actividad 5. “A dónde tan guapo / “A dónde tan guapa”

Realiza la proporción entre la medida total y la altura hasta el ombligo. Obtén el cociente, ¿Qué observas?

Para hombres



Para mujeres



Recuperación de aprendizajes previos

- φ Conocen datos de sus artistas favoritos o actuales.
- φ Forman y operan con proporciones.
- φ Realizan las divisiones solo cuando ya están ubicados divisor y dividendo.

Superación de concepciones previas

Grupo I	Grupo II
1. Les pareció divertida la actividad y según sus propias palabras *las Matemáticas están en todo.* 2. Ausubel (2003) menciona la importancia del material utilizado, se apropiaron de éste y le dieron un **significado**. 3. Realizaron las divisiones con menor dificultad que en las primeras actividades.	1. Se emocionaron porque según sus propias palabras sus novios o sus novias *son bellos o bellas, todo por un numerito quién lo iba imaginar.* 3. Realizaron las divisiones con menor dificultad y jugaron de alguna manera con la información. Apostaron quién se acercaría más al número phi (φ), se fomentó su **curiosidad**, esto es básico en la resolución de problemas.

Las Matemáticas pasaron de ser aburridas a divertidas, superaron una concepción previa indicador del desarrollo del pensamiento reflexivo.

La profesora como guía

Estaban contentos por la situación y uno de los equipos preguntó si en la cara también se puede obtener el número phi (φ). Esto fue algo inesperado, pues no se tenía alguna actividad al respecto, pero se adecuo y se trabajó en el grupo II, en este caso la motivación por aprender vino de un conocimiento ya aprendido como lo explica Ausubel (2003).

Es importante buscar la novedad y complejidad como lo explica Feuerstein en Tébar (2009), el resultado de planificar tomando en cuenta este criterio es la modificabilidad del sujeto, ésta fue tal, que en el grupo I decidieron investigar las proporciones en el rostro.

Actividad 6. "El más guapo del equipo" / "La más guapa del equipo"

Ahora es turno de buscar esta proporción en tu propio cuerpo para lo que deberás emplear un metro y medir tu altura total y la distancia de la planta de sus pies al ombligo, con estas dos cantidades forma la proporción correspondiente y llena una tabla como la siguiente:

Nombre del equipo			
Integrantes	Estatura	Medida hasta el ombligo	Proporción

Recuperación de aprendizajes previos

φ Manifiestan interés por trabajar situaciones fuera de lo habitual.

Las emociones y las Matemáticas

Grupo I

1. Esta actividad fue la que más impactó durante el desarrollo de la sesión.
2. Se observó que las y los alumnos estaban bastante interesados en resolver la actividad. El trabajo colaborativo se vio reflejado: mientras unos median otros tomaban notas.
3. En un principio se desanimaron pues los resultados no fueron los esperados, ya que no se previó que debían realizar conversiones de medidas. El total de su estatura esta expresada en metros, mientras que la altura a su ombligo en centímetros. Lo que provocó una sensación de fracaso. Debieron regresar para corregir lo que habían realizado mal, Astolfi (2004), nos muestra otra concepción sobre el error**, como un medio para enseñar**.
4. Cada equipo decidió si presentar los resultados en metros o centímetros.

Grupo II

1. Al igual que en el grupo I esta actividad tuvo mayor impacto, esto se verá reflejado en los resultados finales de la propuesta de intervención.
2. Algunos mostraban pena al medirse hasta el ombligo, pero los o las integrantes del equipo los animaban a continuar con la actividad, esto es parte de la **automotivación**.
3. Sucedió lo mismo que en el grupo I al intentar realizar los cocientes, lo que evidenció la **búsqueda de complejidad** y **novedad**, Feuerstein en Tébar (2009) aunque no lo había concebido de esa manera, resultó interesante
4. Al escoger la manera de presentar sus resultados, ya sea en centímetros o metros demuestra un análisis interno de lo que les resulta más sencillo de acuerdo a sus habilidades (Automotivación) y un sentimiento de capacidad (Feuerstein, cuarto criterio de la mediación).

Evidencias

Evidencia 4-24. Generando una estrategia para medir con mayor exactitud.

Para que las medidas fueran lo más exactas posibles, este equipo decidió realizar marcas en una pared del salón.

Tomaron una decisión y después afrontaron la consecuencia, pues tuvieron que limpiar las marcas que habían hecho.

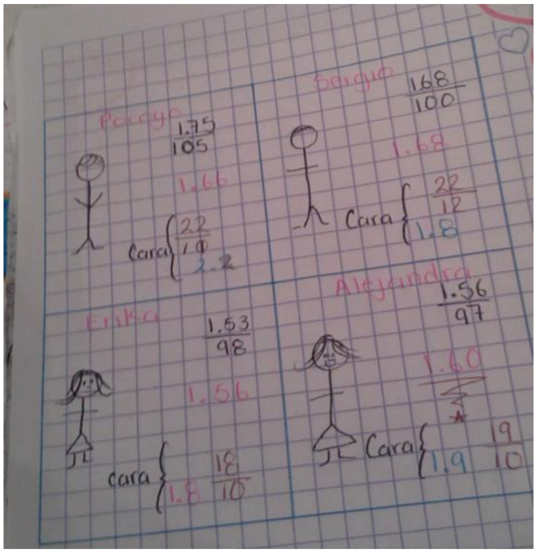
Fuente: Equipo “Las estrellas”

Evidencia 4-25. Tomando la distancia hasta el ombligo

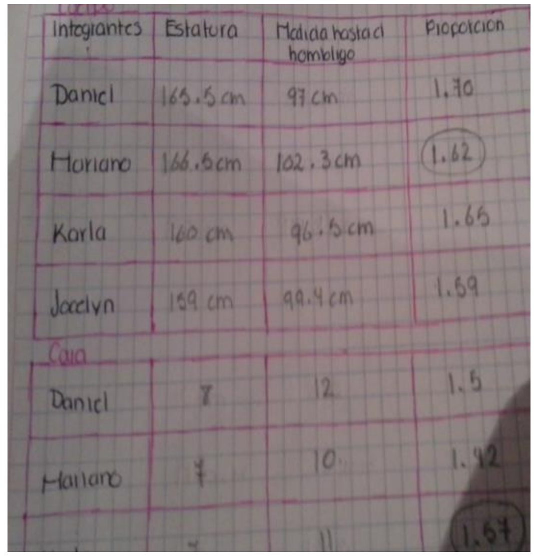
Este equipo se valió de otros objetos para poder determinar la distancia hasta el ombligo y luego de todo el cuerpo.

Fuente: Equipo “La quinta ola”

Evidencia 4-26. Obtencion de phi (φ) en la cara y el cuerpo.



Fuente: Equipo “Los vikingos de Lucy”



Integrantes	Estatura	Medida hasta el ombligo	Proporcion
Daniel	165.5 cm	97 cm	1.70
Mariano	166.5cm	102.3cm	1.62
Karla	160 cm	96.5 cm	1.65
Jocelyn	159 cm	99.4 cm	1.59
Cara			
Daniel	7	12	1.5
Mariano	7	10	1.42
		11	1.67

Fuente: Equipo “Los vikingos de Martín Claus”

La profesora como guía

Fue interesante observar como resolvieron la situación de los centímetros y los metros, retomaron sus conocimientos previos y compartieron entre los equipos sus ideas. Dejé que de alguna manera fracasaran en su primer intento, para que analizaran que no podían comparar dos números con unidades de medida distintas.

Algunos alumnos se expresaron diciendo... *ya dígame cómo* y en algún momento experimentaron el desánimo y estuvieron a punto de abandonar la actividad. Como en otras ocasiones, los animé a continuar, resaltando sus habilidades y lo que podrían lograr. Les pedí que observaran y analizaran la proporción que habían formado y me explicarán porque el resultado del cociente no había sido el esperado.

En un salón de clases tienes tres mundos distintos: los que avanzan de acuerdo a lo que se espera, los que se adelantan y los que tienen mayores dificultades para llegar a lo que se pretende, como profesor o profesora debes dar respuesta a cada uno. Mientras trabajaba con los equipos que tenían dudas, otros equipos indagaron y comenzaron a obtener las proporciones de su rostro, de alguna manera el trabajo en el aula debe ser diferenciado, ya que los aprendizajes previos de cada alumna o alumno son distintos.

Sesión 8. El número phi (φ) y los polígonos semejantes

a. Planificación

El arte como recurso para la enseñanza de la Geometría forma parte de las sugerencias que se pueden emplear en una enseñanza basada en la resolución de problemas o de laboratorio. Permite experimentar a los y las estudiantes la sorpresa ante la belleza y características de los objetos matemáticos y al vincular dos ramas del conocimiento, “la Matemática rigurosa se hace con la mente, la Matemática hermosa se enseña con el corazón” (Alsina: 2000, p. 145).

<table>
<tr><td>OCTAVA SESIÓN</td><td>FECHAS: 6 de mayo</td></tr>
<tr><td>TEMA: Figuras y cuerpos
CONTENIDO CURRICULAR: Aplicar los criterios de semejanza en la resolución de problemas.</td><td>APRENDIZAJES ESPERADOS: Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o cualquier figura.</td></tr>
<tr><td>DIMENSIONES:
Procesos: Reproducción (identificar) y Asociación (explicar)
Reflexión (usar y argumentar)
Contextos: En la comunidad
Áreas de aplicación: Personal
Niveles de desempeño: 4</td><td>COMPETENCIA: Resolver problemas de manera autónoma.
COMPETENCIAS TRANSVERSALES: Pensamiento crítico y Automotivación
HABILIDADES: Visuales, comunicación, dibujo y aplicación.
ACTIVIDAD: Demostración</td></tr>
<tr><td colspan="2">CONTENIDO ESPECÍFICO:
Sobre la ciencia
El número phi (φ) y los polígonos semejantes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">PROPÓSITOS:
φ Reconocer las partes del todo (polígono).
φ Analizar que sucede con las diagonales de un polígono.
φ Trabajar otro aspecto de la semejanza.
φ Construir polígonos de hasta de 20 lados.
φ Realizar conexiones con la asignatura de Historia Universal.
φ Incentivar un trabajo agradable con la geometría a través de las actividades propuestas.
φ Trabajar de forma cooperativa con las personas que escogieron.</td></tr>
</table>

b. Desarrollo

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
INICIO	Actividad 1. “Pentagrama”	φ Unen sin dificultad vértices para formar cualquier polígono. φ Forman proporciones. φ Conocen la forma y característica principal de una estrella. φ Trazan las diagonales.	**Conceptual** Retoma sus conocimientos previos sobre las proporciones y las estrellas. **Actitudinal** Comparte con sus compañeros de equipo lo que recuerda sobre el contenido. Apoya a otro integrante del equipo si tienen dudas en la actividad. **Procedimental** Realiza sus actividades, primero con apoyo de otro y posteriormente en lo individual. Construye un polígono estrellado.

MOMENTOS	ACTIVIDADES	APRENDIZAJES PREVIOS	EVALUACIÓN
DESARROLLO	Actividad 2. "Mi polígono favorito"	φ Manejan triángulos, cuadriláteros y ahora el pentágono. φ Identifican los polígonos por sus lados.	**Conceptual** Escoge un polígono que le resulta conocido. **Procedimental** Intenta trazar las diagonales del polígono que escogió.
	Actividad 3. "De nuevo Leonardo"	φ Generan estrategias para resolver una situación. φ Comunican sus dudas con los integrantes del equipo. φ Preguntan y se apoyan de otros equipos para resolver la actividad. φ Realizan conexiones con respecto a sus conocimientos previos. φ Conocen la característica principal de la semejanza.	**Actitudinal** Comparte con sus compañeros de equipo una estrategia se solución. Apoya a otro integrante del equipo si tienen dudas en la actividad. Toma el error de manera positiva y corrige para mejorar. **Procedimental** Realiza sus actividades, primero con apoyo de otro y posteriormente en lo individual. Construye un polígono estrellado en "el hombre de Vitrubio"
CIERRE	Actividad 4. Formular los propósitos de la sesión.	φ Plantean propósitos de manera breve.	**Actitudinal** Discuten al interior del equipo el posible propósito de la sesión. Escogen de manera organizada quien será el encargado de darlo a conocer. **Conceptual** Explican su propósito y cómo éste se relaciona con las actividades.

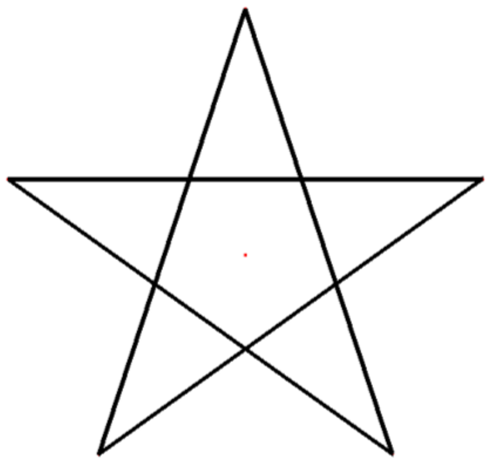
c. Análisis

Grupo I	Grupo II
Asistencia sesión 8: 38 alumnos	Asistencia sesión 8: 37 alumnos

Propósitos de la sesión	**Propósitos a los que llegaron los alumnos**		**Intencionalidad y reciprocidad (Feuerstein)**
	Grupo I	Grupo II	
φ Reconocer las partes del todo (polígono). φ Analizar qué sucede con las diagonales de un polígono. φ Trabajar otro aspecto de la semejanza. φ Construir polígonos de hasta de 20 lados. φ Realizar conexiones con la asignatura de Historia Universal. φ Incentivar un trabajo agradable con la Geometría a través de las actividades propuestas. φ Trabajar de forma cooperativa con las personas que escogieron.	Φ *Trazar las diagonales de un polígono.* Φ *Construir una estrella.* Φ *Ver que la estrella de un pentágono es infinita.* Φ *Trabajar con el hombre que dibujó Leonardo.*	Φ *Conocer las diagonales de un polígono.* Φ *Trabajar con una estrella.* Φ *Ver que solamente en el pentágono la estrella es infinita.* Φ *Revisar que en el renacimiento también están las matemáticas.* Φ *Trazar la estrella en el hombre que dibujó Leonardo.*	Coinciden los propósitos que enuncian los alumnos y alumnas con los que se plasman en la planificación de esta sesión. Es importante señalar que en todas las sesiones los estudiantes solo retoman los propósitos que van encaminados a lo conceptual y procedimental, no perciben alguno relacionado con lo actitudinal, una posible razón de esto es el trabajo diario en el que se le da prioridad precisamente al saber conocer y saber hacer dejando a un lado el saber ser. El arte como recurso para la enseñanza de la Geometría ya se ha utilizado, y como se mostrará en este análisis se logró una **modificabilidad** (amplitud del cambio Feuerstein) tiempo después de la aplicación del proyecto de intervención.

Actividad 1. “Pentagrama”

Une los vértices de la estrella, ¿qué se formó? Mide los lados del polígono y luego sus diagonales, si formas una proporción, ¿qué sucede?



Recuperación de aprendizajes previos

- φ Unen sin dificultad vértices para formar cualquier polígono.
- φ Forman proporciones.
- φ Conocen la forma y característica principal de una estrella.
- φ Trazan las diagonales.

Construcción conceptual. Polígono estrellado

Grupo I

1. Como segunda parte de la actividad se pidió a los alumnos trazar la diagonal, pero esto generó un obstáculo, cabe señalar que ellos mismos dicen que *un polígono tiene diagonales*; sin embargo, con esta actividad queda manifiesto que es un concepto vacío, carente de significado para los y las estudiantes. Esto podría generar confusión al pensarse que efectivamente manejan lenguaje geométrico, pero en el caso del grupo I no tiene significado, ni sentido.

Por lo anterior, retomé a Ausubel (2003), utilicé el concepto de lado que ya manejaban, es decir, un esquema que ya posee y a partir de éste pasar a la diagonal.

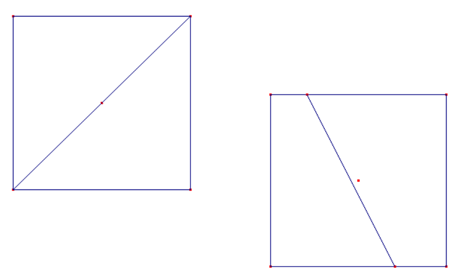
Grupo II

1. En el caso de este grupo sucedió lo siguiente:

Víctor: ¡Maestra! ¿Qué es una diagonal?

Daniel: Una línea inclinada.

Por lo que utilicé el siguiente contraejemplo:



Las dos son líneas inclinadas, entonces… ¿las dos son diagonales? Recuerden que es un lado …

Michelle: Une dos puntitos, bueno vértices, como seguidos.

Maestra: Entonces la diagonal…

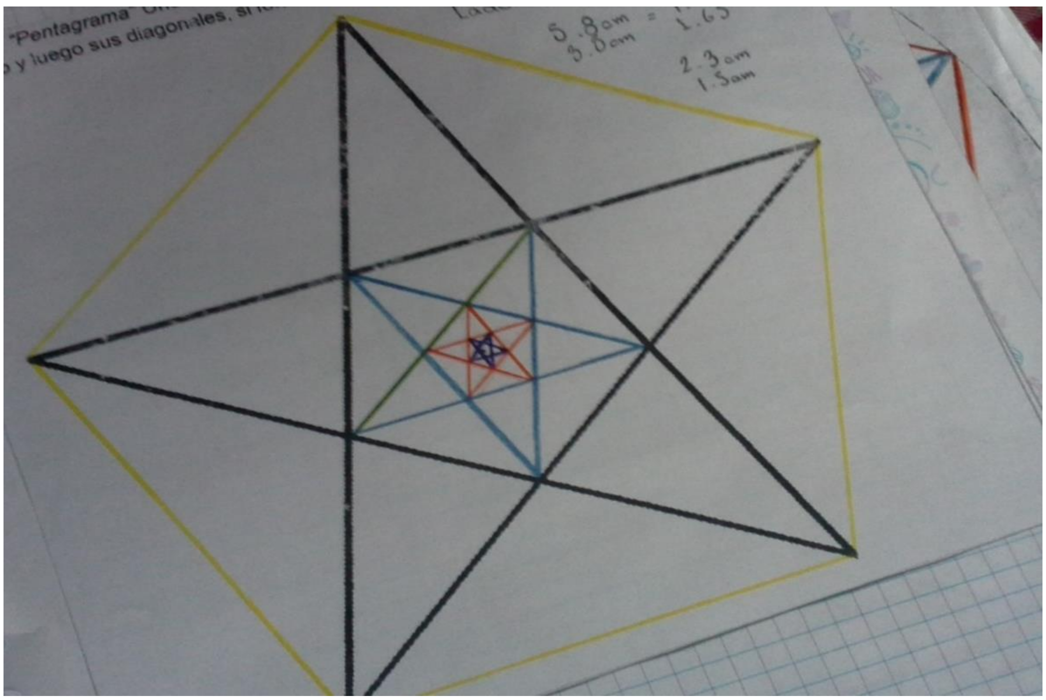
Mauricio: ¡Une dos puntos que están encontrados!

Al trazar las diagonales observaron que estas de nuevo formaban un pentágono, pero ahora más pequeño, por lo que gritaron que era infinito. Algunos estudiantes tuvieron problemas para seguir trazando el pentágono a medida que sus medidas se hacían más pequeñas, sus compañeros de equipo los apoyaron para realizar los trazos, después lo intentaron de manera individual. Para Vigotsky, en Baquero (1997) esto es una mediación colaborativa en la que un alumno toma el papel de experto para explicar a otro que se considera novato, dejando poco a poco que el segundo se apropie de la tarea.

Este es uno de los símbolos de la Geometría sagrada, conocido como pentagrama o estrella pitagórica.

Evidencias

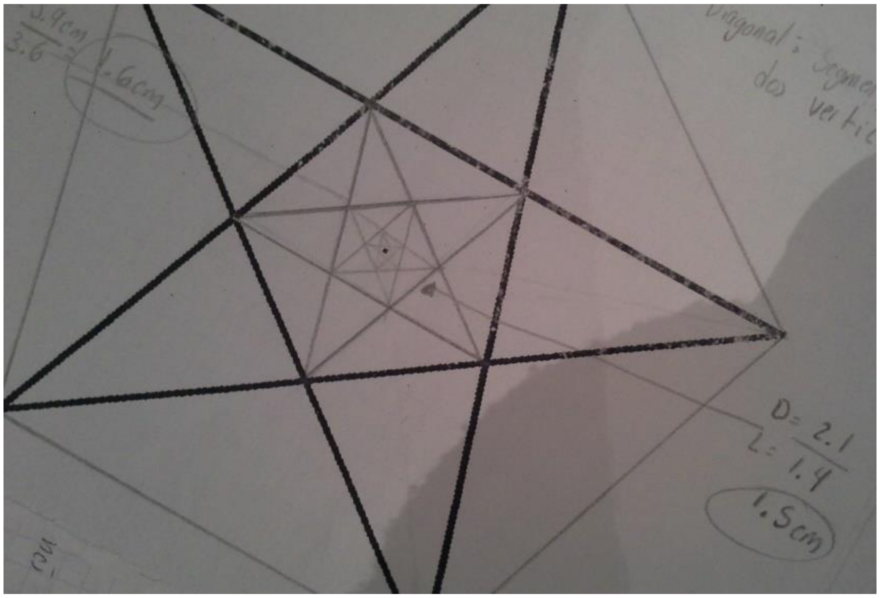
Evidencia 4-27. El polígono estrellado de un pentágono.



Fuente: Alumna 22, grupo I

La alumna construyó el pentágono y sus diagonales el número de veces le fue posible. La utilización de un software como geogebra puede facilitar el análisis de este tipo de construcciones geométricas.

Evidencia 4-28. Cálculo del número phi (proporción diagonal-lado)



Fuente: Alumno 41, grupo II

Concluyeron que al poder trazar infinidad de veces el pentágono y sus diagonales, entonces la presencia del número (φ) también es infinito.

Vincularon la construcción geométrica con los polígonos semejantes, lo que evidencia la asociación que realizaron con sus conocimientos previos.

Actividad 2. "Mi polígono favorito"

Por equipo escoger el polígono que más llama su atención, realizar lo mismo que en el polígono anterior y observar qué sucede.

Recuperación de aprendizajes previos

- φ Manejan triángulos, cuadriláteros y ahora el pentágono.
- φ Identifican los polígonos por sus lados.

Descubriendo otras propiedades de los polígonos

Grupo I

1. Cada equipo escogió un polígono distinto. El equipo Unmizoomii al observar lo que pasó con el número de diagonales en los polígonos de los otros equipos comentaron que *el número de diagonales crece en relación con el número de lados,* sin embargo, no se llegó a la generalización, lo que no fue importante en ese momento porque la conclusión a la que

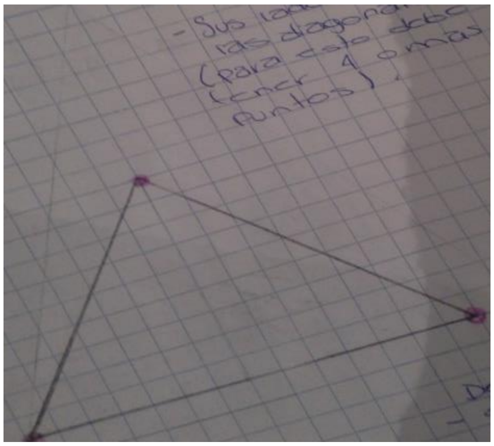
Grupo II

1. Cada equipo escogió un polígono y trazaron sus diagonales la conclusión más importante de esta actividad fue que:
Moisés: El triángulo no tiene diagonales

llegaron les ayudará en un futuro próximo, cuando deban generalizar la obtención de las diagonales mediante una fórmula.

Evidencias

Evidencia 4-29 Otra caracteristica del triángulo

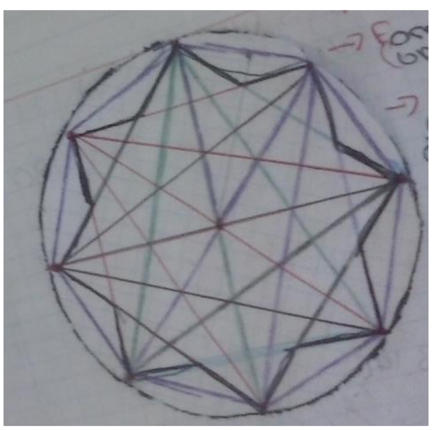


Fuente: Alumno 14, grupo II

Evidencia 4-30 Construccion de otros polígonos inscritos en una circunferencia.

Fuente: Alumno 42, grupo I

Evidencia 4-31 Estrategias para identificar las diagonales.

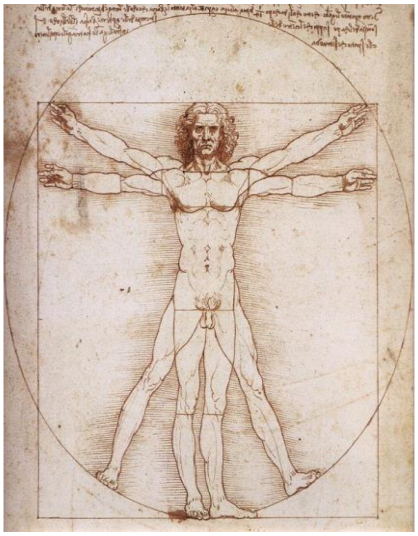


Fuente: Alumna 10, grupo II

Los equipos que escogieron un polígono con un número de lados elevado, se percataron de la dificultad para identificar las diagonales, por lo que sugirieron utilizar colores.

Actividad 3. "De nuevo Leonardo"

Escucha con atención las instrucciones que debes seguir para realizar una construcción geométrica sobre el dibujo.



Recuperación de aprendizajes previos

- φ Generan estrategias para resolver una situación.
- φ Comunican sus dudas con los integrantes del equipo.
- φ Preguntan y se apoyan de otros equipos para resolver la actividad.
- φ Realizan conexiones con respecto a sus conocimientos previos.
- φ Conocen la característica principal de la semejanza.

Sucesos relevantes

Grupo I	Grupo II
1. Las estrategias empleadas por cada equipo fueron variadas: repartieron las instrucciones entre cada uno de los integrantes, con la encomienda de centra su atención solo en esa, todos atendieron las instrucciones del trazo, tomaron notas etc. 2. Realizaron conexiones con respecto a lo realizado con anterioridad, pues se dieron cuenta que trazarían un pentágono.	1. Su forma de organizarse no fue clara, se comprometieron a poner atención, lo que provocó vacíos en las instrucciones, pero esto se convirtió en un área de oportunidad en el momento que entre todos los integrantes del equipo trataron de reconstruir las instrucciones y realizar el trazo, investigaron con otros equipos lo que debían hacer.

La profesora como guía

Después de leer las instrucciones espere a que los equipos se pusieran de acuerdo y compartieran sus ideas. Socializamos de manera grupal que creían que debían trazar sobre el dibujo, su nombre y autor. Después de estar todos de acuerdo en la construcción, pregunté lo siguiente: ¿Cómo probaría que mi construcción está bien realizada?

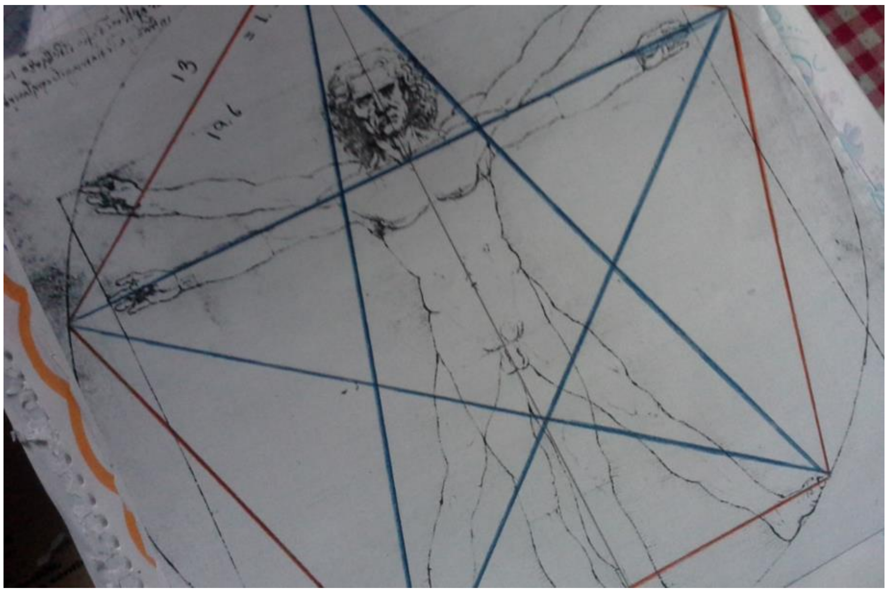
Itzel: Mido con la regla

Profesora: Correcto, pero son 40, tardaría bastante tiempo. Haber otra estrategia
Mauricio: Mmm pues yo dividiría la diagonal y el lado me tendría que dar 1.6.

En el grupo I contestaron algo parecido solamente que emplearon la palabra proporción.

Evidencias

Evidencia 4-32 El pentagrama en "El hombre de Vitrubio"



Quedaron sorprendidos cuando observaron la simetría y la coincidencia de algunos trazos con el dibuio.

Fuente: Alumna 29, grupo II

Sesión 9. Evaluación

a. Planificación

La evaluación permitió analizar los avances de los alumnos y alumnas, aprendizajes y concepciones sobre la Geometría. Además de examinar el nivel del logro en cuanto las competencias: resolución de problemas, pensamiento crítico y automotivación.

<table>
<tr><td>NOVENA SESIÓN
Evaluación</td><td colspan="2">FECHAS: 9 de mayo</td></tr>
<tr><td>Dominio Conceptual</td><td>Dominio Procedimental</td><td>Dominio Actitudinal</td></tr>
<tr><td>φ Maneja lenguaje geométrico.
φ Reconoce y trabaja con dos de las interpretaciones de los números racionales.
φ Relaciona los contenidos de los ejes temáticos.</td><td>φ Resuelve problemas utilizando más de un procedimiento analizando cuál de ellos es el más eficaz. Generaliza procedimientos de resolución.</td><td>φ Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas.
φ Muestra gusto por comprender y se empeña por lograrlo.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Con la finalidad de evaluar los resultados de la propuesta se utilizaron diversos instrumentos:</td></tr>
<tr><td colspan="2">1. Bitácora de observación (DC.DP. DA)
Objetivo:
Narrar los acontecimientos más relevantes durante el desarrollo de las sesiones y retomar éstos en el análisis de resultados.
2. Portafolio de evidencias
Objetivo:
Analizar los procesos de construcción de cada uno de los estudiantes con respecto a los aprendizajes. El instrumento es una compilación de las actividades realizadas durante cada una de las sesiones.
3. Prueba escrita (DC. DP)
Objetivo:
Revisar los avances que tuvieron los alumnos con respecto a sus resultados en el diagnóstico. Se construyó tomando como referencia reactivos tipo PISA, formado con cuatro preguntas (Anexo 18).</td><td>4. Cuestionario (DA)
Objetivo:
Conocer las impresiones de los estudiantes sobre el trabajo realizado durante esas semanas, además de indagar de nuevo su opinión sobre la geometría. Son siete preguntas abiertas (Anexo 19).
5. Rúbricas (DA)
Objetivo:
Examinar lo que opinan los alumnos por medio de cuatro rubricas con escala Likert: Evalúan su actitud, el trabajo en equipo, resolución de problemas y las actividades propuestas (Anexo 20).</td></tr>
</table>

b. Desarrollo

Inicio: Contestaron las rúbricas referentes a la resolución de problemas, trabajo en equipo y su opinión sobre las actividades.

Desarrollo: Respondieron la prueba escrita.

Cierre: Escribieron y externaron su opinión sobre los temas revisados y sobre lo que pensaban en ese momento de la Geometría.

c. Análisis

A continuación, los resultados de la evaluación con base en la bitácora de observación:

Prueba escrita

- Fueron capaces de analizar el problema y descomponerlo en partes manejables.
- En la prueba escrita además de elegir una respuesta correcta, argumentaron porque las otras no cumplían con las características solicitadas y por lo tanto no podía considerarse correcta.
- Se utilizó la modelización (tendencia de enseñanza en la Geometría), relacionaron situaciones problemáticas con su entorno, lo que provocó un aprendizaje en una situación real.

Rúbricas

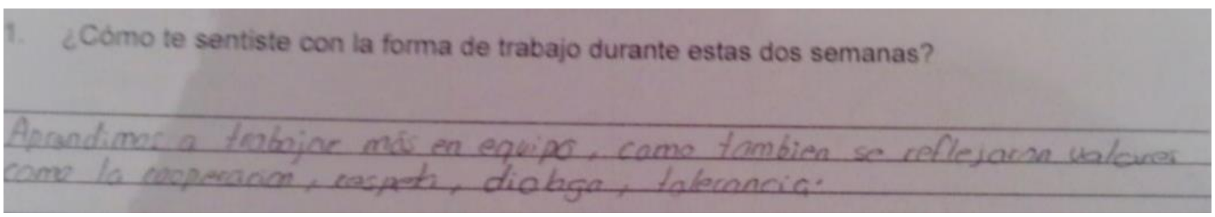
- Las actividades planificadas les parecieron interesantes (75%, grupo I; 84%, grupo II) y también motivadoras (22%, grupo I; 12%, grupo II).
- Con respecto a sus actitudes y valores, por lo menos en la mitad de los equipos seguían relegando el trabajo en algunos integrantes. Por lo demás intentaron explicarse entre ellos cuando algo les generaba dudas.
- Compartieron sus ideas y el material de trabajo.
- Se sintieron cómodos con los equipos que formaron, aunque algunos alumnos trabajaron en forma individual.

Cuestionario

- Los contenidos que les parecieron más interesantes fueron: el cuerpo humano, los polígonos estrellados, la espiral de Durero y el arte renacentista.
- Consideran que el estudio de este número les aportó algo nuevo, específicamente en el arte renacentista y el crecimiento de las plantas (espiral de Durero).
- El conocer los contextos en los que aparece φ les pareció útil y al mismo tiempo interesante (grupo I 75%, grupo II 82%).
- Cambió su opinión sobre la Geometría (98%, grupo I y 100%, Grupo II).

Evidencias

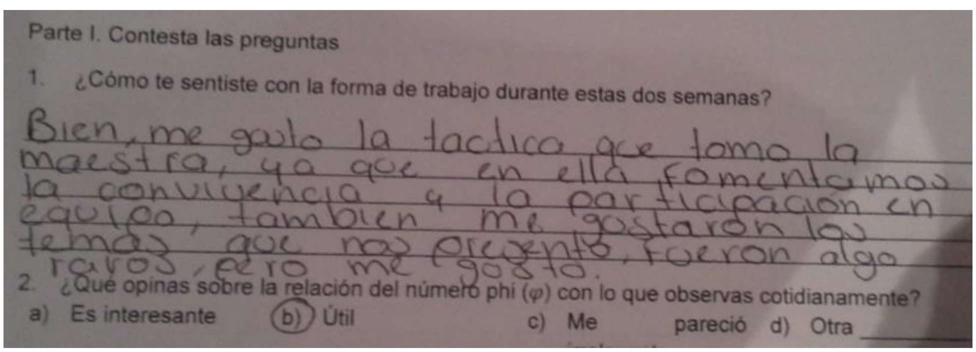
Evidencia 4-33. Que opinan sobre esta forma de trabajo.



1. ¿Cómo te sentiste con la forma de trabajo durante estas dos semanas?

Aprendimos a trabajar más en equipo, como tambien se reflejaron valores como la cooperacion, respeto, dialogo, tolerancia.

Fuente: Alumno 21, grupo II



Parte I. Contesta las preguntas

1. ¿Cómo te sentiste con la forma de trabajo durante estas dos semanas?

Bien, me gusto la tactica que tomo la maestra, ya que en ella fomentamos la convivencia y la participacion en equipo, tambien me gustaron los temas que nos presento, fueron algo raros, pero me gusto.

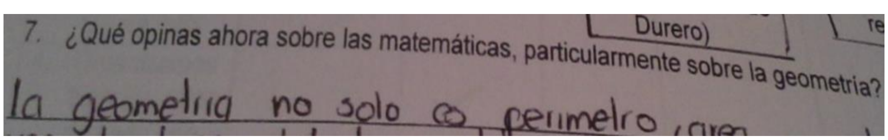
2. ¿Qué opinas sobre la relación del número phi (φ) con lo que observas cotidianamente?

a) Es interesante b) Útil c) Me pareció d) Otra ____

Fuente: Alumna 40, grupo II

Comentarios sobre la forma de trabajo en ese periodo. Resaltaron la puesta en práctica de varios valores.

Evidencia 4-34. Opinión sobre las matemáticas

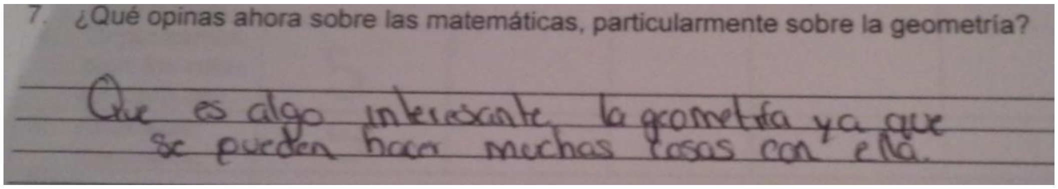


Durero)

7. ¿Qué opinas ahora sobre las matemáticas, particularmente sobre la geometría?

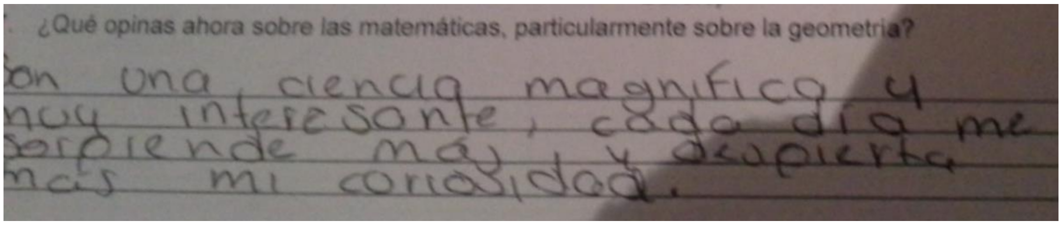
la geometria no solo es perimetro,

Fuente: Alumno 9, grupo I


7. ¿Qué opinas ahora sobre las matemáticas, particularmente sobre la geometría?

Que es algo interesante la geometría ya que se pueden hacer muchas cosas con ella.

Fuente: Alumna 27, grupo II

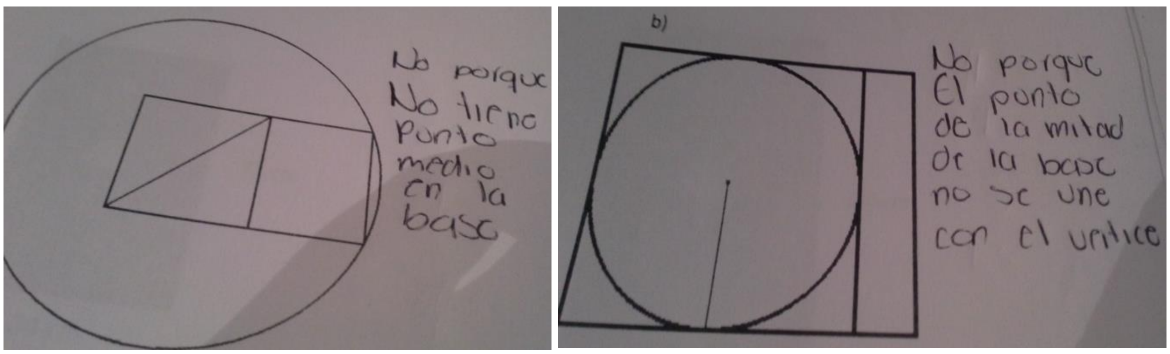

¿Qué opinas ahora sobre las matemáticas, particularmente sobre la geometría?

Son una ciencia magnifica y muy interesante, cada día me sorprende más y despierta más mi curiosidad.

Fuente: Alumna 40, grupo II

Cambios de concepción con respecto a la utilidad de aprender Geometría, indicio del desarrollo del pensamiento reflexivo.

Evidencia 4-35. La utilización de la argumentación al resolver un problema geométrico.



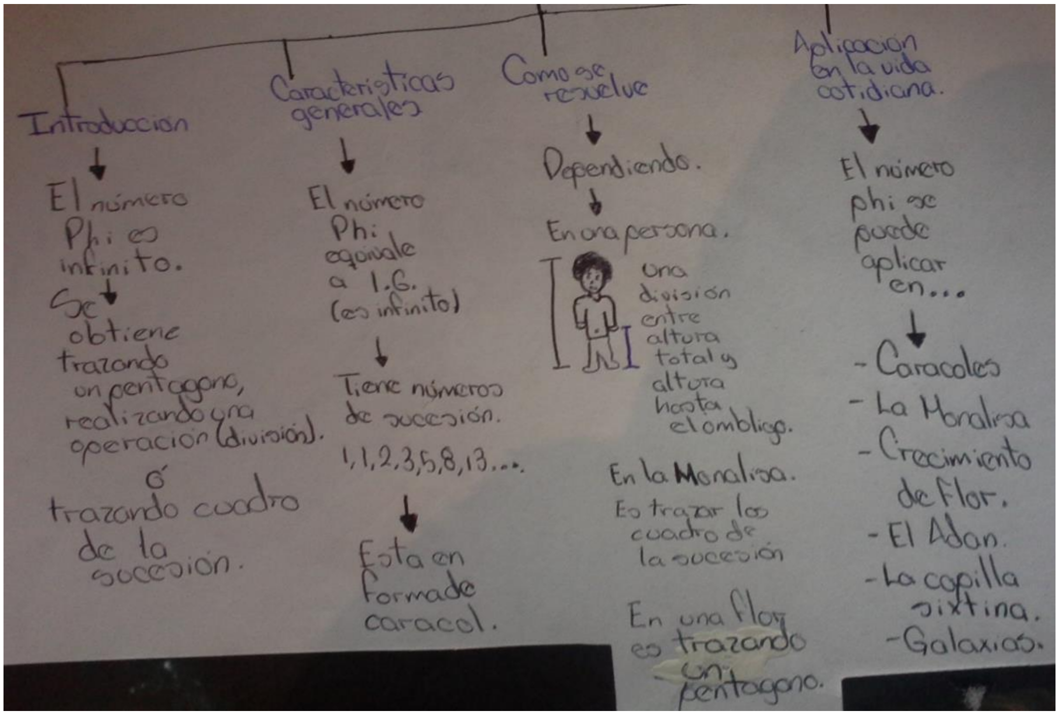
Fuente: Alumno 25, grupo I

Este reactivo puso en juego diversas habilidades en el alumnado:

- Comprensión lectora.
- Manejar el lenguaje básico de la Geometría.
- Capacidad de análisis.
- Argumentación para justificar su respuesta.
- Resolver el problema de manera autónoma.

Después de la intervención algunos alumnos y alumnas mostraron cierta inclinación hacia la indagación con respecto al contenido.

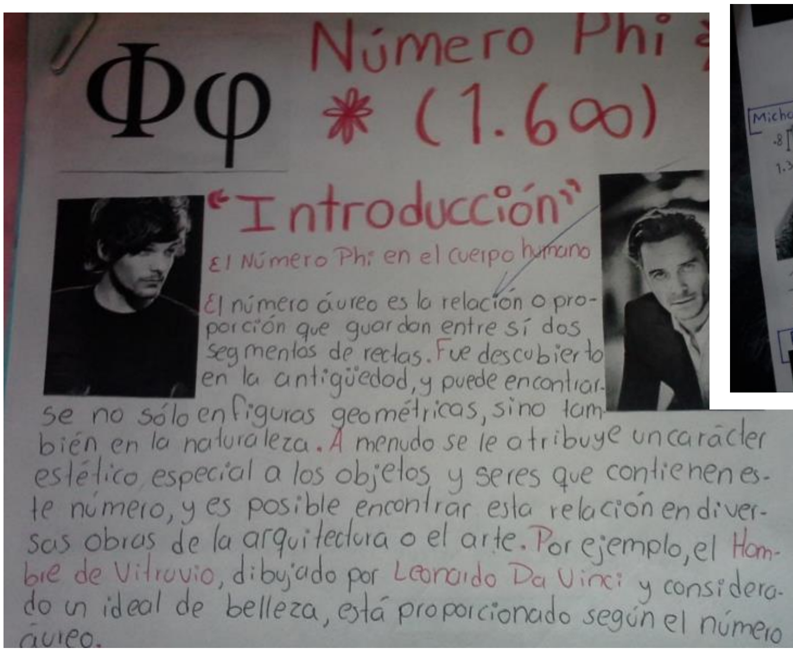
Evidencia 4-36. Explicación sobre phi φ empleando su propio lenguaje

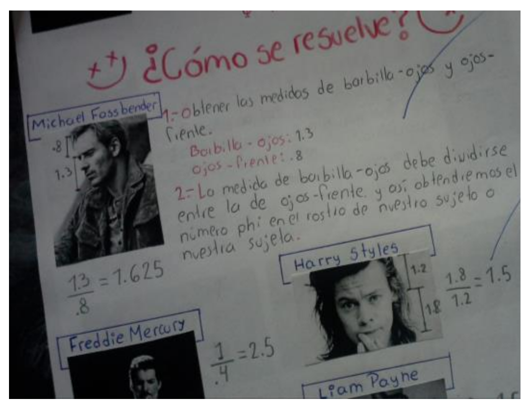


El alumno echo mano de su capacidad de análisis para sintetizar

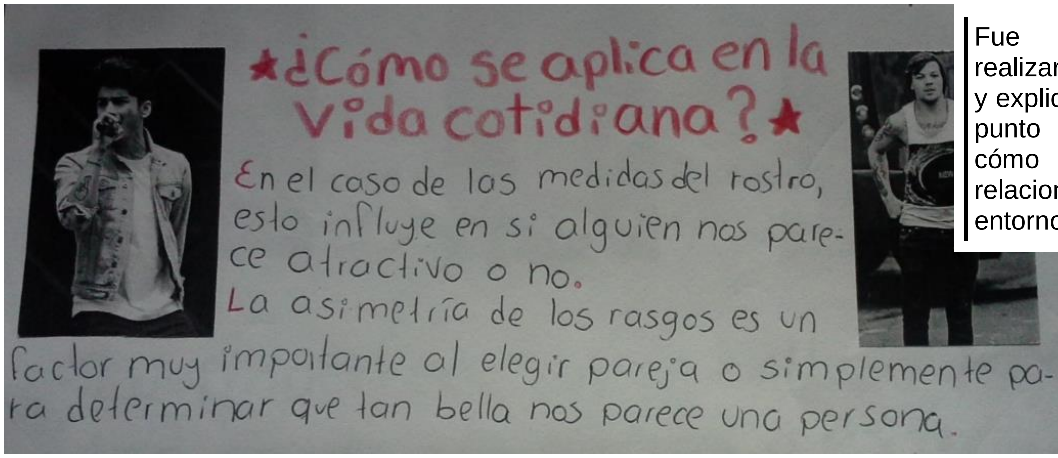
Fuente: Alumno 31, grupo I

Evidencia 4-37. Indagación sobre phi φ en el rostro humano

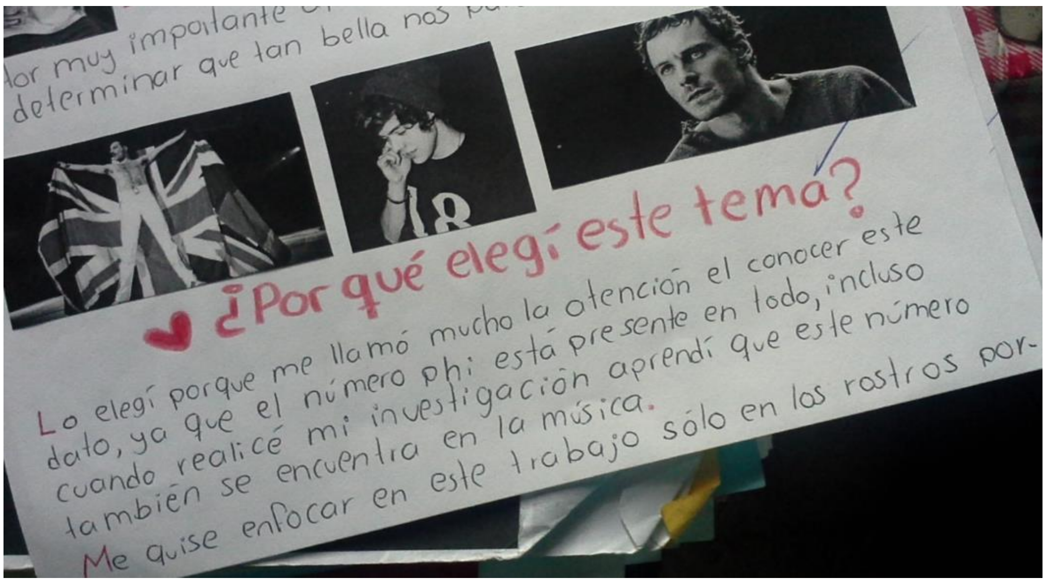




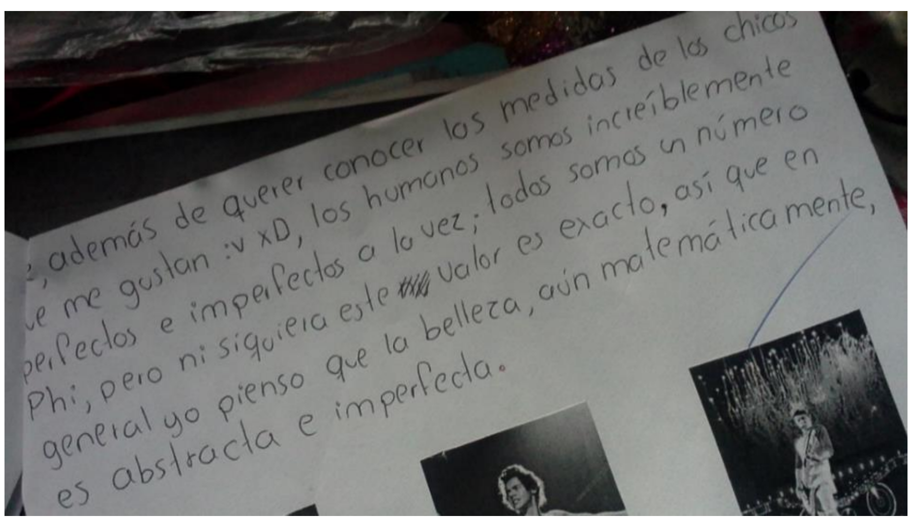
La trascendencia y significado de este número en el cuerpo humano, fue tal, que la alumna decidió realizar este trabajo de indagación.



Fue capaz de realizar conexiones y explicar, desde su punto de vista, cómo se relacionaba con su entorno.



Su curiosidad por saber más la llevo a conocer que el número de oro aparece en otros contextos que no revisamos durante la intervención.



Fuente: Alumna 42, grupo II

4.4 Conclusiones

Como parte final se presentan algunas conclusiones, derivadas de la reflexión de todo el proceso durante la intervención. Por un lado, se retoman los objetivos de la propuesta de intervención, a fin de evaluar los alcances, así como las dificultades que se presentaron, y por el otro, la pregunta central.

a. Objetivos de la intervención

φ Resolver problemas geométricos que les permitan desarrollar diversas habilidades, empleando la proporción áurea como mediador.

Cada una de las actividades planificadas traía consigo problemas implícitos que beneficiaron el desarrollo del pensamiento crítico, reflexivo y creativo.

Asimismo, progresaron en su habilidad para trazar, se comunicaron poniendo en práctica la tolerancia, por lo menos con sus compañeros de equipo. Además, analizaron características y propiedades de conceptos geométricos, finalmente aplicaron lo aprendido en algunos contextos que les resultaban familiares. Resolvieron problemas geométricos de manera autónoma y con ayuda de los integrantes del equipo, lo que puso en juego las habilidades anteriores y también su capacidad para argumentar sus procedimientos. De igual manera generaron estrategias cuando se presentó algún obstáculo.

φ Dar otro significado al aprendizaje de la Geometría, motivados por el trabajo con la proporción áurea y sus aplicaciones en el entorno.

En principio, en el diagnóstico, al responder las interrogantes, un porcentaje elevado relacionó Geometría con la obtención de área y perímetro. Después de la intervención las opiniones cambiaron radicalmente, pudieron relacionar diversas situaciones problemáticas con su entorno inmediato. Entre éstas: la proporción en el cuerpo humano, la espiral de Durero, sobre todo en el crecimiento de la flora y la estrella pitagórica.

φ Interpretar un número racional como una proporción, al construir polígonos semejantes utilizando el arte renacentista.

Faltó trabajar más este propósito o quizá las actividades no fueron las idóneas, para provocar que los y las estudiantes se apropiaran de el y se convirtiera en un objetivo compartido. De acuerdo al análisis fue un objetivo no logrado.

- φ Disfrutar de emociones positivas, gracias a experiencias exitosas de aprendizaje generadas por los contextos en los que aparece el número φ.

Este objetivo fue evidente en cada sesión y aunque también se experimentaron emociones como el fracaso o la frustración, es importante que también las conozcamos, ya que sin éstas no existiría su contraparte, que estuvo muy bien lograda con cada actividad. Evidencia de esto fue la curiosidad de algunos estudiantes por conocer más sobre la proporción áurea.

b. Pregunta central:

¿De qué manera el estudio del número phi (φ) (la proporción áurea) propicia la resolución de problemas geométricos y confiere significado y trascendencia a los contenidos geométricos en el contexto inmediato de los estudiantes de tercero de secundaria?

Con respecto a la pregunta central puedo concluir que:

La enseñanza y aprendizaje del número phi (φ) en secundaria fue algo innovador, que motivó a los estudiantes a resolver problemas y a mí también como profesora, al observar la autonomía que iban adquiriendo en el proceso, puedo decir que se logró en un 70%. Cabe señalar que en las sesiones la consigna nunca fue, "*resuelve el siguiente problema"* y la razón fue para cambiar esa monotonía en la instrucción.

La introducción de este contenido contribuyó a mirar a la Geometría como algo más que fórmulas de áreas y perímetros. Durante toda la propuesta de intervención el eje principal fue la resolución de problemas, se interesaron por la particularidad de las sucesiones, la Geometría en el arte, pero sobre todo los que se enlistan a continuación: *La espiral de Durero, las proporciones en el cuerpo humano y los polígonos estrellados.*

Las proporciones en el cuerpo humano: al medirse con el metro y realizar su proporción tuvieron que realizar conversiones, además de divisiones con números decimales. Uno de los equipos solicitó información sobre las proporciones en la cara, lo que es un indicador de su interés y motivación por saber al respecto. Quiere decir que el contenido trascendió y le dieron un significado muy particular cada uno. La situación no estaba planificada, pero que resultó enriquecedora. Los estudiantes se mostraron interesados en particular en este contexto, por lo que se consideró pertinente platicar sobre la proporción en otras partes del cuerpo (como la palma de la mano o el antebrazo), aunque resultaba atrayente agregar este tipo de situación en la planificación, el material fue un impedimento para realizar la actividad con éxito.

El siguiente fue la espiral de Durero: Rescato que en cada uno de los grupos se llegó a la conclusión de que no cualquier espiral es una espiral de Durero, sin que se buscará como propósito en la sesión correspondiente, lo que evidencia su competencia de análisis. Los estudiantes retomaron sus conocimientos previos, además de observar su entorno y poder realizar un collage relacionado con esta espiral y su aparición en objetos, flora y fauna que le son familiares. Se atrevieron a dibujarse y a intentar trazar la espiral que se forma en su oreja, uno de ellos modelo a otro de sus compañeros. Se convirtieron en investigadores creativos porque la temática los atrapó.

Se les presentaron contextos familiares, pero que al mismo tiempo eran desconocidos para ellos en el campo de la Geometría y como ya se describió anteriormente cada uno de los y las estudiantes se inclinó por un contexto distinto,

El estudio del número phi (φ) favoreció el cambio sustancial del concepto y las emociones negativas que se experimentaban al aprender Matemáticas.

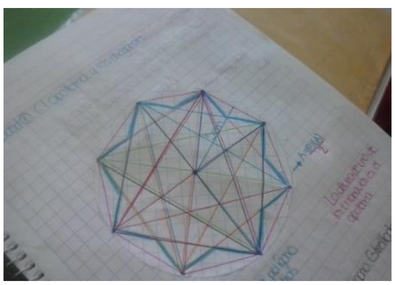
Según palabras de los propios alumnos esta ciencia es aburrida, difícil y no le entienden nada. Los contextos con los que se relacionó al número phi propiciaron cambio de opiniones al respecto, como ya se había mencionado anteriormente, se divirtieron y fueron capaces de resolver diversas situaciones de forma individual y colaborativa. En la parte de análisis de la novena sesión, se mencionan porcentajes al respecto.

Finalmente, los polígonos estrellados, en particular el pentágono, fue el último que se revisó como parte de la propuesta de intervención éste trascendió al final del curso. Una de las estudiantes que no solía entregar nada se mostró fascinada con los trazos y la Geometría al grado de que trabajó arduamente durante la puesta en marcha de la propuesta de intervención y después de ésta.

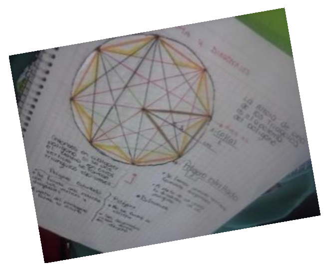
Como profesora experimentas emociones positivas y negativas, producto de situaciones que acontecen en el aula; sin embargo, se debe buscar ser un factor de cambio y no solo el profesor, el propio alumno puede serlo, si se le encamina adecuadamente tomando en cuenta sus intereses y las habilidades que posee.

A continuación, el trabajo de dos alumnas que habían hecho muy poco hasta el día que se puso en marcha la propuesta de intervención:

Evidencia 4-25 Polígonos estrellados



Fuente: Alumna 34, grupo II



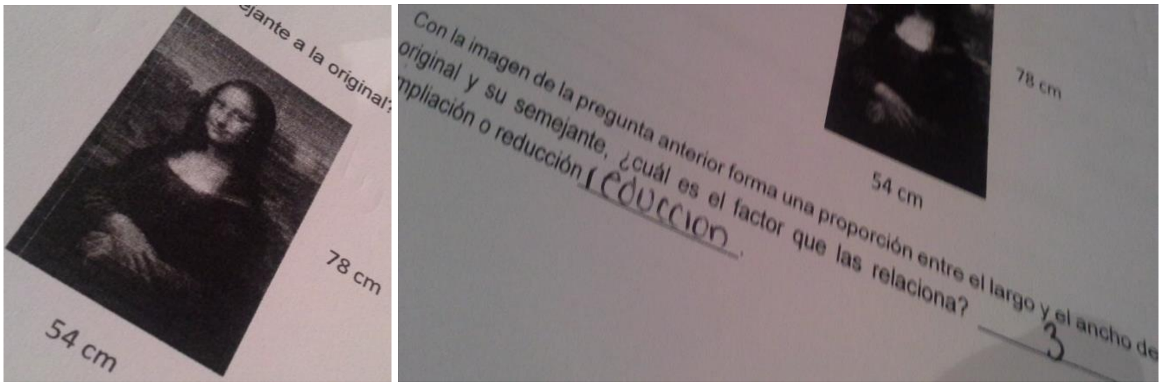
Fuente: Alumna 33, grupo II

Esto es arte y no por eso deja de ser Matemáticas y ciencia

La utilización de la proporción áurea como contenido mediador benefició el tratamiento de otros contenidos, acercó a los estudiantes a un nivel de análisis que no habían mostrado hasta ese momento. En la prueba escrita final, además de discriminar la respuesta correcta de las que no lo eran, explicaron porque las otras no daban respuesta a la interrogante. En particular, congruencia y semejanza de polígonos, al realizar el diagnóstico el 100% de los dos grupos desconocían el término "proporción" al terminar la propuesta de intervención identificaron el factor de proporcionalidad que relacionaba diversas imágenes de la Mona Lisa, aunque no lograron enlazar número racional con proporción, significó un buen avance.

Todo lo anterior da respuesta a la pregunta central: los estudiantes le dieron un significado distinto a los contenidos geométricos y disfrutaron de emociones positivas, gracias a experiencias exitosas de aprendizaje generadas por los contextos en los que aparece el número φ.

Evidencia 4-31 Identificación del factor de proporcionalidad en la semejanza.



Fuente: Alumna 33, grupo I

c. Mediación

- ➔ La mediación que instrumenté en cada sesión se fue adecuando a las necesidades de los grupos, a pesar de que en la actualidad esto es complicado por el número de grupos y alumnos.
- ➔ Los estudiantes no llegan como un pizarrón en blanco que hay que llenar, tienen nociones y conceptos previos que deben utilizarse como punto de partida de lo que se quiere que aprendan, esto fue recurrente durante la intervención, sobre todo cuando algo obstaculizaba su progreso.
- ➔ Los contenidos que se escogen para el currículo en secundaria y cualquier otro nivel deben modificarse para que sean comprendidos por el estudiante, es decir, emplear la transposición didáctica para modificar ese conocimiento científico en uno para ser enseñado.
- ➔ El profesor desafortunadamente está al margen de los contendidos del programa de estudios, no obstante, se debe hacer lo posible por relacionar éstos con el entorno inmediato, además de tomar en cuenta sus habilidades. Sería maravilloso que se observaran sus talentos y con base en esto planificar, seleccionar contenidos etc., pero la organización del sistema educativo dificulta esta tarea, el profesor no puede solo con todo esto, además de la pesada carga administrativa, llega disminuido al salón de clases.
- ➔ La mediación del profesor depende del conocimiento que tenga sobre el contenido que pretende enseñar, si no le encuentra alguna utilidad, difícilmente

lo relacionará con el entorno del estudiante y el contenido carecerá de elementos importantes para su estudio en niveles superiores. Además, el propio estudiante lo observará como algo inútil de aprender y perderá significado para él.

- ➔ El conflicto cognitivo es fundamental, ya que permitirá al estudiante acceder a explicaciones más complejas, es un proceso a largo plazo.
- ➔ No hay un solo tipo de mediación que sea la "fórmula mágica", cada una de éstas es válida dependiendo de los estudiantes, cada uno aprende en forma distinta y a su ritmo.
- ➔ Como profesora o profesor experimentas emociones positivas y negativas, sin embargo, bajo el principio de Feuerstein**, "todo individuo es capaz de aprender"** si se le encamina adecuadamente tomando en cuenta sus intereses y las habilidades que posee.
- ➔ Existen situaciones fuera del alcance del profesor como la falta de energía eléctrica y de internet, pizarrones rotos, pupitres obsoletos, más de cuarenta estudiantes etc., lo que dificulta una atención personalizada y una guía más eficaz.
- ➔ Fungir como guía dentro del aula requiere de paciencia y de poner en juego la capacidad de improvisar ante situaciones inesperadas, ya que les das el control casi absoluto a los y las estudiantes, pero esto a su vez te permite ser juez y parte de lo que sucede, porque en ocasiones te conviertes en un observador.

d. Cómo me transformó mi proyecto de intervención:

La Geometría posee diversas bondades que he defendido y explicado desde que inicié el trayecto formativo en la Universidad Pedagógica Nacional, no obstante, la indagación me acercó a situaciones desconocidas, pero al mismo tiempo enriquecedoras y me permitió estudiar otras áreas del conocimiento. A continuación, explico cómo se fue transformando el proyecto de intervención:

1. Desde el inicio se propuso trabajar con la Geometría.

2. Pensé retomar el lenguaje como eje central.

3. Cambié a retomar la Geometría como una metodología; sin embargo, no lo es, tuve que acotar a un contenido.

4. Tomé la decisión de emplear un contenido como mediador.

5. Pensaba abordar la enseñanza y aprendizaje con el mismo nivel de análisis, pero debido al tiempo decidí enfocar el análisis hacia los logros de los y las estudiantes.

El manejo de tanta información me enseñó a sintetizar y organizar, con el propósito de facilitar la lectura, me acerqué a textos científicos más que por obligación por gusto. Finalmente, conocí otra parte de mis alumnos y de las Matemáticas hasta ese momento desconocida para mí.

4.5 Sugerencias

La labor docente no solo implica dominar los contenidos de la asignatura, sino todo un cumulo de situaciones que se presentan cotidianamente dentro y fuera del aula, lo que en ocasiones repercute en él disminuyendo su ímpetu. Con base en lo anterior, considero pertinente sugerir en torno a la mejora en el tratamiento de los contenidos geométricos:

a. Enseñanza de la Geometría

- Retomar la intuición, observación y curiosidad de conocer; es decir, el juego como parte de la enseñanza en la Geometría.
- Emplear la modelización y la resolución de problemas en la enseñanza, con el objetivo de motivar a los estudiantes a encontrar esa relación entre el contenido geométrico y su realidad.
- Utilizar un software, por ejemplo, geogebra, que permita indagar las propiedades de los conceptos matemáticos. Por medio de una enseñanza de laboratorio favorecer que exploren y descubran.

b. Mediación

- Intencionalidad-reciprocidad (Feuerstein): Retomar intereses de los y las estudiantes con la intención de que maestro y alumno compartan objetivos.
- Evaluación diagnostica: Conocer sus necesidades y las de los contextos

sociales a los que se enfrentan.

- Establecer objetivos a corto plazo.
- Principios pedagógicos: Entender que la planificación es flexible y se puede adecuar si surge algo no previsto.
- Número phi (φ): La indagación me permitió conocer este número irracional y al analizar las relaciones que guarda con innumerables contenidos y la ciencia, propiciaron que decidiera incluirlo como un contenido más del programa, además de explorar junto con los alumnos algunos contextos en los que aparece. El programa de Estudios no es rígido se pueden incluir contenidos que beneficien el aprendizaje de otros.
- Zona de Desarrollo Próximo (Vigotsky): Promover el trabajo individual, pero también colaborativo en pequeños grupos, las explicaciones que surgen entre los propios alumnos y alumnas son enriquecedoras.
- Aprendizaje significativo (Ausubel): Tomar en cuenta los aprendizajes que ya poseen los alumnos y avanzar con base en esto, aunque el número de alumnos en las aulas dificulta esta actividad, se sugiere trabajar en forma diferenciada ocasionalmente y evaluar los avances.
- Inteligencia emocional (Alsina): Comprender que en el aprendizaje de la Matemática se ponen en juego también emociones, y cabe aclarar que han persistido las negativas, pero se pueden experimentar emociones positivas con un tratamiento adecuado de los contenidos matemáticos.
- Aprendizaje Basado en problemas (ABP): Es una técnica de aprendizaje; sin embargo, no es la única. Experimentemos en el aula, busquemos estrategias, actividades que permitan avanzar a los y las alumnas. Se puede modificar de acuerdo a las necesidades de cada grupo, actualmente son los llamados ajustes razonables que deben incluirse en la planificación.
- Tener en cuenta que como profesores también experimentamos emociones, sobre todo el fracaso y la frustración, sin embargo, es necesario dar vuelta a la página y comenzar de nuevo. Tomemos en cuenta que la escuela es nuestra segunda casa.

c. Indagación

- Reconocer que la investigación de lo que sucede en el aula es trascendental para el conocimiento de la interacción de los actores profesor-alumno y el elemento principal, el contenido, relacionado con la enseñanza y su aprendizaje.
- Antecedentes históricos de la Geometría: La historia de las Matemáticas nos muestra que el inicio de esta ciencia fue con la Geometría, entonces, aunque en los Programas de Estudio se inicie con el Aritmética y Álgebra, se puede experimentar empezando con temáticas relacionadas con Geometría, que como ya se ha analizado permite estudiar otros contenidos de otras ramas de la matemática.
- Dominio actitudinal: Promover la práctica de valores, así estaremos formando un ciudadano crítico y responsable. Dejar de temer ante lo inesperado en el aula.

REFERENCIAS DOCUMENTALES

Aguerrondo, I. (2009). *Conocimiento complejo y competencias educativas*, en Revista UNESCO-IBE, no. 8

Alsina, C. (2000). *La Matemática hermosa se enseña con el corazón y otras conferencias*, OMA, Buenos Aires.

Aravena, M. Kimelman, E. Micheli, B. Torrealba, R. y Zúñiga, J. (2006). *La investigación educativa*, Universidad Arcis Chile.

Ausubel, P. (2003). *Adquisición y retención del conocimiento*, Ed. Paidós

Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico*, Siglo XXI.

Baquero, R. (1997), *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Ed. Aique

Candela, M. *Investigación y desarrollo en la enseñanza de las ciencias naturales* Departamento de Investigaciones Educativas Centro de investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, D.F. Revista Mexicana de Física 37 No. 3 (1991) 512-530

Columbie, N. (2012), *Principios del pensamiento complejo: base metodológica para la formación de una cultura medioambiental*, en Revista Desarrollo Local Sostenible, vol. 5, no. 13

Duit, R. *La investigación sobre enseñanza de las ciencias. Un requisito imprescindible para mejorar la práctica educativa*, Revista Mexicana de Investigación Educativa, vol. 11, núm. 30, julio-septiembre, 2006, pp. 741-770 Consejo Mexicano de Investigación Educativa, A.C. Distrito Federal, México. Revista Mexicana de Investigación Educativa ISSN: 1405-6666

Olivé, L. (2005), *La cultura científica y tecnológica en el tránsito a la sociedad del conocimiento*, en Revista de Educación Superior, vol. 34, no. 136.

Olivé, L. (2009), *La ciencia y la tecnología en la sociedad del conocimiento*. Etica, política y epistemología, en Revista CTS, Vol. 4, no. 9, Fondo de Cultura

Económica. Panizza M. (2003), Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB Análisis y propuestas (comp.)

Poblete, M. y Villa, A. (2007). *Aprendizaje basado en competencias, una propuesta para la evaluación de competencias genéricas*, ICE de la Universidad de Deusto, Ediciones mensajero.

Rodríguez-Ponce E. (2015), *La ciencia en la sociedad del conocimiento*, en Revista Interciencia, Vol. 40, no. 9, Universidad Tarapacá, Chile

Ruiz, J. (1999). *Metodología de la investigación Cualitativa*. España, Universidad de Deusto.

UNESCO (2015). *Educación Para Todos*, Ediciones UNESCO

SEP (2011). *RIEB: Fundamentos de la Articulación de la Educación Básica*. México

SEP (2011). *Plan de Estudios 2011*. México: Autor.

SEP. (2011). *Programas de estudio 2011. Matemáticas*. Educación básica. Secundaria. México: Autor.

SEP (2016). *Modelo Educativo*, México: Autor.

Tébar, L. (2009). *El profesor mediador del aprendizaje*. Ed. Magisterio

Vergnaud, G. *Aprendizajes y didácticas.* Buenos Aires: Edicial.

Consultadas:

Brosseau, G. (1999). *Educación y didáctica de las matemáticas*, trabajo presentado en el V Congreso Nacional de Investigación Educativa, Aguascalientes. Traducción de David Block y Patricia Martínez Falcón.

Feyerabend, P. (1982). *La ciencia en una sociedad libre*, Ed. Siglo XXI

Orrú, S. (2015). *Reuven Feuerstein y la teoría de la modificabilidad cognitiva estructural*, Revista de educación

Rojas, R. (2014). *Guía para realizar investigaciones sociales*. Ed. Plaza y Valdés. México.

Sitio web:

Acevedo J., Manassero, A., Acevedo P., Vázquez, A. (2004). Los cuatro paradigmas de la ciencia. Marzo 8, 2016, de OEI, recuperado de http://www.oei.es/salactsi/acevedo20.htm

Aguilar N., Espinosa G., Zamora A., (2002), *El Diagnóstico Socioeducativo y su importancia para el análisis de la realidad social*, recuperado de: http://www.upn291.edu.mx/revista_electronica/NadiaDiagnostico.pdf

Barrantes, Balletbo y Fernández (2014). *Enseñar Geometría en Secundaria*, Congreso iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, recuperado de www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/54.pdf

Barrera, A. (2009). *Antología de historia de las matemáticas*. mayo 22, 2015, de UNAM Sitio web: http://dcb.fic.unam.mx/CoordinacionesAcademicas/Matematicas/GeometriaAnalitica/documents/materialadicional/historia_geom.pdf

Calderón, F. (2007). *Programa de sectorial de educación*. Enero 27, 2015, de Diario Oficial de la Federación Sitio web: www.diputados.gob.mx › Leyes Federales de México

Berritzegune de Donosti. *Modelo Van Hiele*, marzo 20, 2015, http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf

Fox, Vicente. (2001). *Programa nacional de educación*. Enero 27, 2015, de Diario Oficial de la Federación Sitio web: www.diputados.gob.mx › Leyes Federales de México

García S. López O. (2008). *La enseñanza de la geometría en México*. febrero 20, 2015, de INEE. Sitio web:

http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa

Krüger, K. (2006). *El concepto de sociedad del conocimiento*, en revista bibliográfica y ciencias sociales Vol. XI No 683, 25 de octubre. Recuperado de http://www.ub.edu/geocrit/b3w-683.htm

Martínez F, Turegano J. (2008), *Ciencias para el mundo contemporáneo*, recuperado de http://www.itccanarias.org/web/difusion/recursos_didacticos/Energia/Documentacion/PDF/51891989-Ciencias-para-el-mundo-contemporaneo.pdf

OCDE (2015), *Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA)*, recuperado de http://www.oecd.org/centrodemexico/medios/programainternacionaldeevaluaciondelosalumnospisa.htm

Peña, E. (2013). *Programa sectorial educativo*. Enero 27, 2015, de Diario Oficial de la Federación Sitio web: www.diputados.gob.mx › Leyes Federales de México

Salinas, Carlos. (1989). *Acuerdo nacional para la modernización de la educación*. Enero 27, 2015, de Diario Oficial de la Federación Sitio web: www.diputados.gob.mx › Leyes Federales de México

SEP. (1974). *Acuerdo 16363*. Febrero 2 2015, de Diario Oficial de la Federación Sitio web: http://dof.gob.mx/index.php?year=1974&month=09&day=11

SEP. (1993). *Acuerdo 182*. Enero 27 2015, de Diario Oficial de la Federación Sitio web: http://dof.gob.mx/index.php?year=1974&month=09&day=11

Waldegg, G. (1998), *La educación matemática, ¿una disciplina científica?*, Recuperado de http:// cdigital. uv. mx/ bitstream/ 123456789/5804/2 /la_educacion_matematica.htm

Zedillo, E. (1995). *Programa de desarrollo educativo*. Enero 27, 2015, de Diario Oficial de la Federación Sitio web: www.diputados.gob.mx › Leyes Federales de México

ANEXO 1. Acuerdo número 16363 (publicación, 11 de septiembre de 1974).

DIARIO OFICIAL

ORGANO DEL GOBIERNO CONSTITUCIONAL DE LOS ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

Director: MARIANO D. URDANIVIA

Registrado como artículo de 2a. clase en el año de 1884	MEXICO, MIERCOLES 11 DE SEPTIEMBRE DE 1974	TOMO CCCXXVI	No. 8

SUMARIO

PODER EJECUTIVO

SECRETARIA DE HACIENDA Y CREDITO PUBLICO

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO

SECRETARIA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

DEPARTAMENTO DE ASUNTOS AGRARIOS Y COLONIZACION

Año de la República Federal y del Senado

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

ACUERDO número 1636... por el que se autorizan los programas generales de estudio para Educación Media Básica o Educación Secundaria.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.—Secretaría de Educación Pública.

ACUERDO NUMERO 16362

Con fundamento en lo dispuesto por el artículo 25, fracción III, de la Ley Federal de Educación, y

CONSIDERANDO:

PRIMERO.—Que con esta misma fecha la Secretaría de Educación Pública, ha expedido el acuerdo por el que se autoriza, para ser aplicado en todo el sistema educativo nacional, el nuevo plan de estudios de Educación Media Básica o Educación Secundaria, propuesto por la Asamblea Nacional Plenaria sobre Educación Media Básica del Consejo Nacional Técnico de la Educación y dado a conocer ante el Pleno sobre Educación Media Básica celebrado en esta ciudad, el 30 de los corrientes, con la asistencia del C. Presidente Constitucional de los Estados Unidos Mexicanos.

SEGUNDO.—Que el citado plan que entrará en vigor a partir del año escolar 1975-1976 y que, previa y expresa autorización de esta Secretaría, podrá ser aplicado en las escuelas que lo soliciten a partir del próximo año escolar 1974-1975, deberá desarrollarse a través de los programas de estudio que, para la Educación Media Básica o Educación Secundaria, autorice esta Dependencia a mi cargo, he tenido a bien expedir el siguiente

ACUERDO.

1.—Se autorizan los programas generales de estudio para Educación Media Básica o Educación Secundaria.

2.—Las Direcciones Generales de esta propia Dependencia del Ejecutivo Federal, que imparten Educación Media Básica o Educación Secundaria, sujetarán dichos programas generales a un proceso de evaluación permanente.

3.—Publíquese el presente acuerdo en el "Diario Oficial" de la Federación y Cúmplase.

Sufragio Efectivo. No Reelección.

"Año de la República Federal y del Senado".

México, D. F., a 31 de agosto de 1974.—El Secretario de Educación Pública, Víctor Bravo Ahuja.—Rúbrica.

ACUERDO número 16363 por el que se autoriza para ser aplicado en todo el sistema educativo nacional, el nuevo plan de estudios de Educación Media Básica o Educación Secundaria.

Al margen un sello con el Escudo Nacional, que dice: Estados Unidos Mexicanos.—Secretaría de Educación Pública.

ACUERDO número 16363 por el que se autoriza para ser aplicado en todo el sistema educativo nacional, el nuevo plan de estudios de educación media básica o educación secundaria.

Con fundamento en lo dispuesto por el artículo 25, fracción III, de la Ley Federal de Educación, y

CONSIDERANDO:

PRIMERO.—Que la Asamblea Nacional Plenaria sobre Educación Media Básica del Consejo Nacional Técnico de la Educación, que tuvo lugar en la Ciudad de Chetumal, Q. Roo, los días 15, 16 y 17 de los corrientes, presentó a esta Secretaría para su autorización el nuevo plan de estudios para la Educación Media Básica, que fue dado a conocer ante el Pleno sobre Educación Media Básica, celebrado en esta ciudad el 30 del que cursa, con la asistencia del C. Presidente Constitucional de los Estados Unidos Mexicanos, y que reúne las siguientes características:

1.—Ofrece dos estructuras programáticas: por áreas de aprendizaje y por asignaturas o materias.

2.—Representa la consecuencia lógica y armónica de la reforma de la educación primaria.

3.—Propicia la formación de los educandos para ingresar al nivel inmediato superior y para su incorporación a las actividades productivas.

4.—Está de acuerdo con la definición del nivel, en cuanto a que proporciona una educación general y común, dirigida a la formación integral del educando.

5.—Propicia, a través de los objetivos de cada área o asignatura, el logro de los objetivos generales de la educación secundaria.

6.—Incluye actividades que trascienden los límites físicos de la escuela.

7.—Las estructuras se pueden aplicar a modalidades escolares y extraescolares, permiten el tránsito fluido del educando entre tipos, modalidades y grados del sistema, hacen posible la correlación de materias afines, y pueden responder a las características del medio y a los intereses y necesidades de los educandos.

8.—Las modalidades estructurales son equivalentes en sus aspectos formativos y permiten la diversidad de opciones de educación física, tecnológica y artística.

9.—Cumple con la recomendación de proteger los derechos profesionales, laborales y económicos de los maestros en servicio.

SEGUNDO.—Que consecuentemente la mencionada Asamblea ha propuesto que el referido plan se implante en forma gradual, a partir del año escolar 1975-1976; que se autorice su aplicación en las escuelas que lo soliciten, a partir del próximo año escolar 1974-1975; y que, al mismo tiempo, se adopten las medidas necesarias para establecer las coordinaciones que se requieran con los Gobiernos de los Estados y las instituciones comprometidas en la realización de la reforma de la Educación Media Básica.

TERCERO.—Que la reforma de la educación media debe continuar los cambios iniciados en la educación primaria y anteceder a los que, en forma autónomo, propician las universidades y los institutos de educación superior y que todo cambio en el proceso educativo tiende a romper esquemas absoletos y buscar que el alumno aprenda a observar, a analizar, a deducir, para desarrollar en el una mentalidad científica, un pensamiento crítico y una actividad dinámica creadora; por lo que he tenido a bien expedir el siguiente

ACUERDO:

1.—Se autoriza para ser aplicado en todo el sistema educativo nacional el siguiente:

PLAN DE ESTUDIOS DE EDUCACION MEDIA BASICA O EDUCACION SEGUNDARIA

PRIMER GRADO

Estudio por áreas	HS/SC	Estudio por asignaturas	HS/SC
ESPAÑOL	4	ESPAÑOL	4
MATEMATICAS	4	MATEMATICAS	4
LENGUA EXTRANJERA	3	LENGUA EXTRANJERA	3
CIENCIAS NATURALES.—Teoría y prácticas	7	BIOLOGIA	3
		FISICA	2
		QUIMICA	2
CIENCIAS SOCIALES.—Teoría y prácticas	7	HISTORIA	3
		GEOGRAFIA	2
		CIVISMO	2
EDUCACION FISICA, ARTISTICA Y TECNOLOGICA	5	EDUCACION FISICA, ARTISTICA Y TECNOLOGICA	5
	30		30

SEGUNDO GRADO

Estudio por áreas	HS/SC	Estudio por asignaturas	HS/SC
ESPAÑOL	4	ESPAÑOL	4
MATEMATICAS	4	MATEMATICAS	4
LENGUA EXTRANJERA	3	LENGUA EXTRANJERA	3
CIENCIAS NATURALES	7	BIOLOGIA	3
		FISICA	2
		QUIMICA	2
CIENCIAS SOCIALES	7	HISTORIA	3
		GEOGRAFIA	2
		CIVISMO	2
EDUCACION FISICA, ARTISTICA Y TECNOLOGICA	5	EDUCACION FISICA, ARTISTICA Y TECNOLOGICA	5
	30		30

TERCER GRADO

Estudio por áreas	HS/SC	Estudio por asignaturas	HS/SC
ESPAÑOL	4	ESPAÑOL	4
MATEMATICAS	4	MATEMATICAS	4
LENGUA EXTRANJERA	3	LENGUA EXTRANJERA	3

Miércoles 11 de septiembre de 1974 **DIARIO OFICIAL** 9

Estudio por áreas	HS/SC	Estudio por asignaturas	HS/SC
CIENCIAS NATURALES	7	BIOLOGIA	3
		FISICA	2
		QUIMICA	2
CIENCIAS SOCIALES		HISTORIA	2
		GEOGRAFIA	2
		CIVISMO	3
EDUCACION FISICA, ARTISTICA Y TECNOLOGICA	[illegible]	EDUCACION FISICA, ARTISTICA Y TECNOLOGICA	5
	[illegible]		30

2.—El plan de estudios descrito en el apartado anterior entrará en vigor, en forma gradual, a partir del año escolar 1975-1976.

3.—Dicho plan podrá ser aplicado, en las escuelas que lo soliciten, a partir del próximo año escolar 1974-1975; pero, en cada caso, deberá obtenerse, previamente, la autorización expresa de esta Secretaría.

4.—Se convalidan los estudios autorizados por esta Dependencia que, con anterioridad al presente acuerdo, se hayan realizado para experimentar sobre alguna de las estructuras programáticas del nuevo plan de estudios de Educación Media Básica o Educación Secundaria.

5.—La equivalencia de estudios entre el nuevo plan de Educación Media Básica o Educación Secundaria con el plan de estudios de Educación Secundaaria en vigor desde el mes de septiembre de 1960, se hará por grados escolares completos y, por tanto, no procederá la equivalencia por áreas de aprendizaje o materias entre ambos planes.

6.—Las Direcciones Generales de esta Secretaría imparten Educación Media Básica o Educación Secundaria deberán coordinarse con las autoridades e instituciones educativas de las entidades federativas para la mejor aplicación, dentro de sus respectivas jurisdicciones o competencias, del nuevo plan de estudios a que se contrae este acuerdo.

7.—Publíquese el presente acuerdo en el "Diario Oficial" de la Federación y Cúmplase.

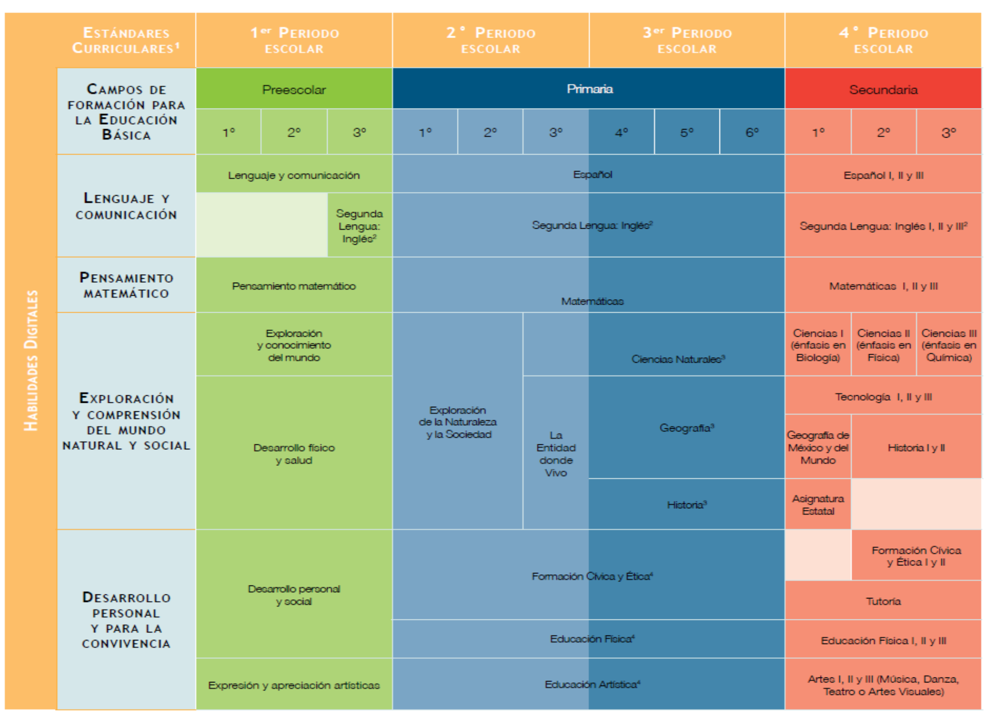
Sufragio Efectivo. No Reelección.

"Año de la República Federal y del Senado".

México, D. F., a 31 de agosto de 1974.—El Secretario de Educación Pública, **Víctor Bravo Ahuja**.—Rúbrica.

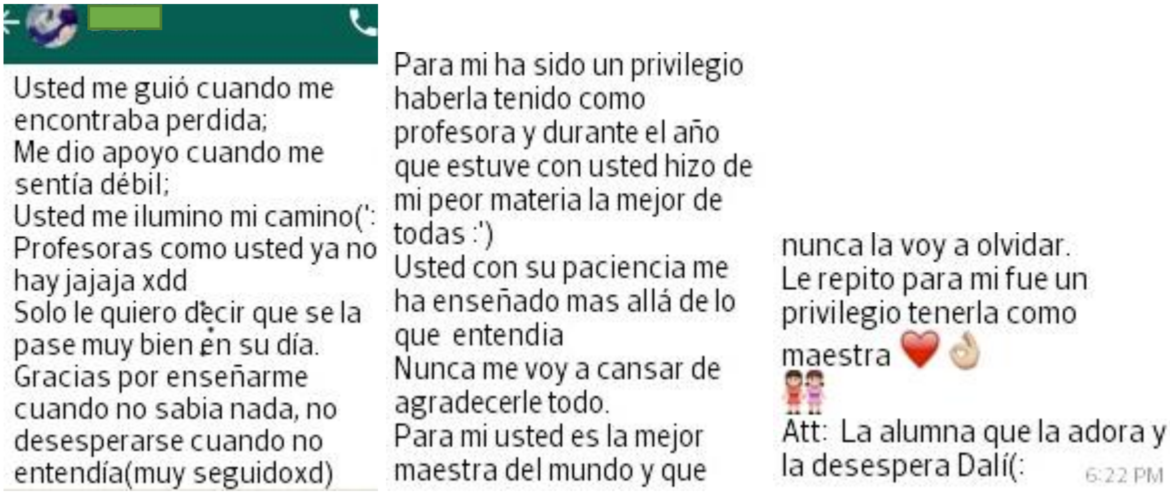
ANEXO 3. Mapa curricular

MAPA CURRICULAR DE LA EDUCACIÓN BÁSICA 2011



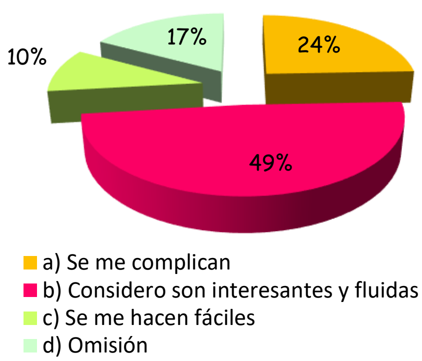
ANEXO 3. Opinión sobre la profesora frente a grupo

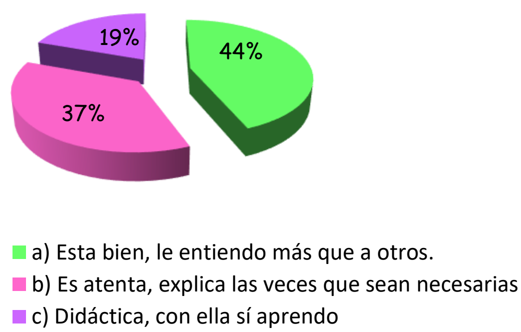
a. Alumna del grupo II



b. Respuestas dadas por los alumnos en el primer diagnóstico, donde las preguntas fueron abiertas.

Hasta este momento, ¿Qué opinas sobre las clases de matemáticas y del desempeño de la profesora? Grupo I

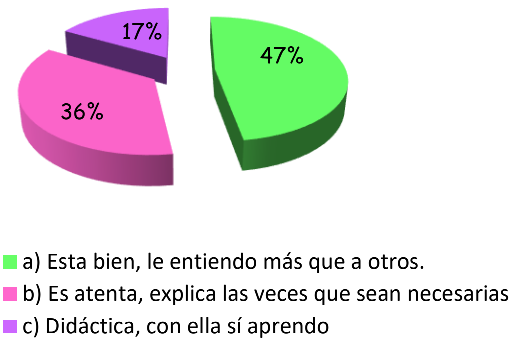


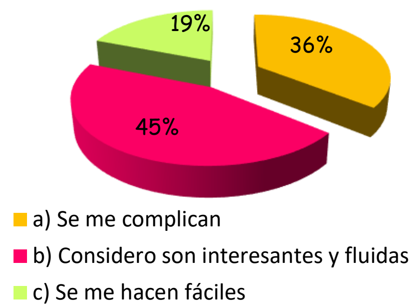


El 49% del grupo considera que las clases de matemáticas son interesantes y fluidas.
Al 24% se le complica el tránsito de la clase, mientras que al 17% se le facilita.
Un 10% omitió su respuesta.
El haber trabajado un tema que marcó un antes y después de la aplicación de los instrumentos, fue enriquecedor para preparar mejor cada una de las sesiones, no solo las referentes a la geometría, sino se intenta también, una modificación en el aprendizaje de los tres ejes que conforman la asignatura.

Las opciones generadas en particular de esta variable, se retomaron del primer diagnóstico, en particular, de los comentarios que dieron los alumnos en la pregunta abierta.
En general fueron comentarios agradables.
Un 44% de la población del grupo dice entender más las matemáticas en este momento que en ciclos anteriores con otros profesores.
El 37% resalta que es atenta y explica las veces que son necesarias, por último, el 19% refiere que sí aprende durante las sesiones.
El propósito es incrementar estos comentarios, sobre todo que un mayor número refiera que entiende mejor y aprende algo en el desarrollo de las clases.

Hasta este momento, ¿Qué opinas sobre las clases de matemáticas y del desempeño de la profesora? Grupo II

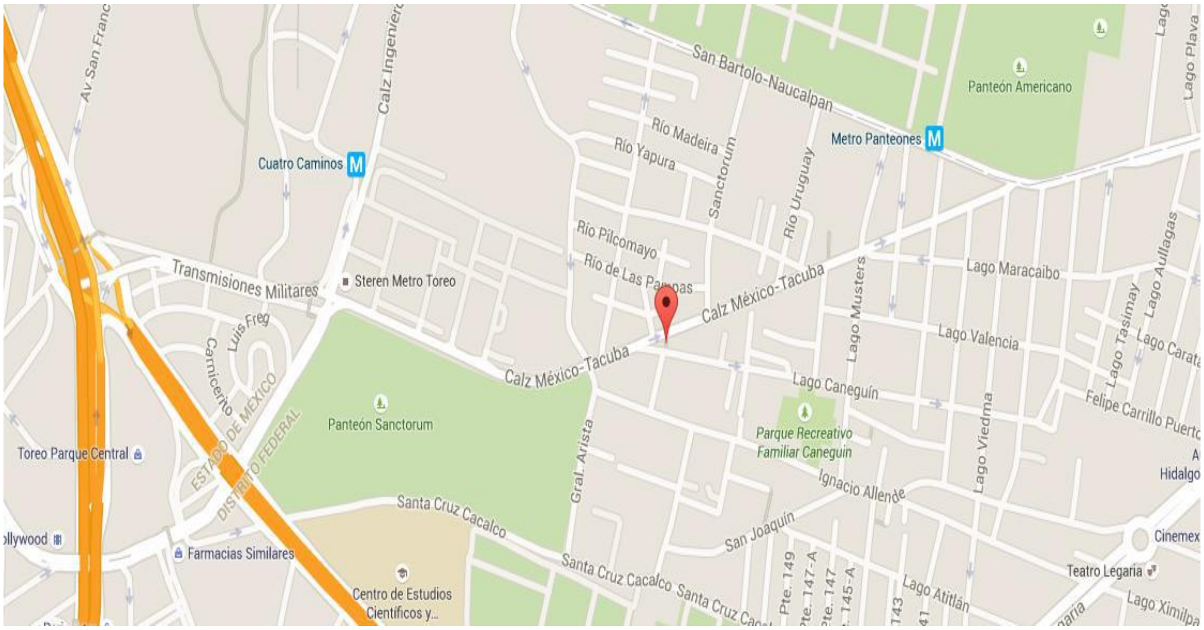




Las opciones generadas en particular de esta variable, se retomaron del primer diagnóstico.
En general fueron comentarios agradables.
Un 47% de la población del grupo dice entender más las matemáticas en este momento que en ciclos anteriores con otros profesores.
El 36% resalta que es atenta y explica las veces que son necesarias, por último, el 17% refiere que sí aprende durante las sesiones.
El propósito es incrementar estos comentarios, sobre todo que un mayor número refiera que entiende mejor y aprende algo en el desarrollo de las sesiones.

El 45% del grupo considera que las clases de matemáticas son interesantes y fluidas.
Al 36% se le complica el tránsito de la clase, mientras que al 19% se le facilita.
El haber trabajado un tema que marcó un antes y después de la aplicación de los instrumentos, fue enriquecedor para preparar mejor cada una de las sesiones, no solo las referentes a la geometría, sino se intenta también, una modificación en el aprendizaje de los tres ejes que conforman la asignatura. Y puedo afirmar que no solo sucede en dos grupos, sino a los cuatro a los que se les imparte matemáticas III.

ANEXO 4. Ubicación de la Escuela Secundaria Diurna No. 92 “República de Costa Rica”.



ANEXO 5. Diagnóstico al inicio del ciclo escolar
Contexto, grupo I

APARTADO I	OPCIONES				TOTALES
Contexto					
1. Tiempo de traslado de tu casa a la escuela.	a) 2-10 min.	b) 11-20 min.	c) 30 min.	d) Más de 30 min.	
F.*	20	10	8	4	42
F.R (%)*	48%	24%	19%	9%	100%
2. Actividades que realizan después de la escuela.	a) Trabajar	b) Jugar	c) Actividades recreativas	d) Otras	
F.	0	34	4	4	42
F.R. (%)	0%	80%	10%	10%	100%
3. Opinión que tienen sobre la escuela.	a) Agradable	b) Desagradable			
F.	30	12			42
F.R. (%)	71%	29%			100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 42

Contenidos de Matemáticas II, grupo I

APARTADO II	CORRECTAS		INCORRECTAS		TOTALES	
	F.*	F.R. (%)*	F.	F.R. (%)	F.A***	F.R.A (%) ****
Matemáticas						
1. Eje: Sentido numérico y pensamiento algebraico.	10	24%	32	76%	42	100%
2. Eje: Forma, espacio y medida.	12	29%	30	71%	42	100%
3. Eje: Manejo de la información.	13	30%	29	70%	42	100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
***** F.A frecuencia absoluta**
******F.R.A frecuencia relativa absoluta**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 42

Canales de aprendizaje, grupo I

APARTADO III	F.	F.R. (%)
Canales de aprendizaje		
1. Visual	22	52%
2. Auditivo	11	26%
3. Kinestésico	9	22%
TOTALES	42	100%

Contexto, grupo II

APARTADO I	OPCIONES				TOTALES
Contexto					
1. Tiempo de traslado de tu casa a la escuela	2-10 min.	11-20 min.	30 min.	Más de 30 min.	
F.*	20	11	8	3	42
F.R (%) **	48%	26%	19%	7%	100%
2. Actividades que realizan después de la escuela	Trabajar	Jugar	Actividades recreativas	Otras	
F.	0	35	4	3	42
F.R. (%)	0%	83%	10%	7%	100%
3. Opinión sobre la escuela	Agradable	Desagradable			
F.	25	17			42
F.R. (%)	60%	40%			100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 42

Contenidos de Matemáticas II, grupo II

APARTADO II	CORRECTAS		INCORRECTAS		TOTALES	
	F.*	F.R (%)**	F.	F.R (%)	F.A***	F.R.A (%)****
Matemáticas						
1. Eje: Sentido numérico y pensamiento algebraico	4	10%	38	90%	42	100%
2. Eje: Forma, espacio y medida	10	24%	32	76%	42	100%
3. Eje: Manejo de la información	7	17%	35	83%	42	100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
***** F.A frecuencia absoluta**
******F.R.A frecuencia relativa absoluta**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 42

Canales de aprendizaje, grupo II

APARTADO III	F.	F.R. (%)
Canales de aprendizaje		
1. Visual	19	45%
2. Auditivo	12	29%
3. Kinestésico	11	26%
TOTALES	42	100%

ANEXO 6. Características de los grupos I y II.

a. Grupo I

- Traslado: Son 42 alumnos de los cuales 20 son hombres y 22 mujeres. El 48% de los alumnos y alumnas viven cerca de la escuela, el 24% de ellos realizan un recorrido de no más de veinte minutos, el 9% se traslada en un tiempo de más de treinta minutos, según sus propias palabras hasta de una hora. A pesar de que gran parte del grupo se traslada en menos de veinte minutos, el reporte de retardos es alto. El horario de la asignatura, en específico, con este grupo es de dos días a la primera hora, por lo que incide directamente en el aprovechamiento de la misma, al no tener los antecedentes de cada tema que generalmente se inicia cada lunes.
- Tiempo libre: El 80% del grupo refiere que se dedica a jugar en su tiempo libre y ninguno de ellos trabaja después del horario escolar. Con la misma frecuencia relativa se presentan las actividades recreativas y otras, ejemplos de estas actividades son: ir al a la iglesia y practicar algún deporte. Es importante conocer que hace el alumno después del horario escolar, pues ello ayudará a tomar decisiones sobre las actividades de la asignatura que pueden realizar

después de clase, además de retomar sus intereses y necesidades para incluirlas durante la planificación de las sesiones, sin que se vea forzada esta relación. Dentro de las actividades recreativas refieren la práctica de alguna disciplina, esto representa una oportunidad para partir de sus intereses y beneficiar el acercamiento a las Matemáticas.

- Definición de escuela: Un 71% opina que la escuela es un lugar agradable, mientras que al 29% le resulta desagradable.

Cabe mencionar que esta opinión positiva que tiene sobre la escuela se debe a que la reconocen como un lugar en el que pueden hacer amigos y convivir con otras personas, mientras que a los que les parece desagradable, la refieren como “la cárcel”. Además de no encontrarle sentido todo lo que en ella se enseña. En general no se tiene la concepción que debería tenerse de la “escuela”.

- Manejo de contenidos: Existe una diferencia mínima entre uno y otro eje. El manejo de los contenidos de los tres ejes es bajo, con una frecuencia relativa del 24%, 29% y 30% respectivamente. En cada uno de estos el manejo es menor al 50%. Aunque un examen no refleja en su totalidad los aprendizajes.
- El canal de aprendizaje predominante es el visual, situación que se verá reflejada posteriormente en el diagnóstico sobre el contenido de Geometría en el cual se pretende incidir. Es importante mencionar que a pesar de que este sea el canal de aprendizaje preponderante en el grupo se debe beneficiar el trabajo con los tres.

b. Grupo II

Traslado: Son 42 en total de las cuales 18 son mujeres y 24 son hombres. El 48%, un poco menos de la mitad de los alumnos se traslada en no más de 10 minutos a la escuela. El 26% ocupa un máximo de tiempo de 20 minutos. Un 19% ocupa exactamente media hora para trasladarse al plantel. Esta variable no incide directamente, pues el horario con este grupo para impartir la asignatura es siempre después de receso.

- Tiempo libre: Al igual que en el grupo anterior, no hay algún alumno que trabaje después del horario escolar, jugar (83%) presenta la mayor frecuencia. Quienes se dedican a otras actividades (7%) comentan en su mayoría practicar deporte, ayudar en los quehaceres de la casa, por mencionar algunas.
- Definición de escuela: El 60% la considera un lugar agradable y el 40% un lugar desagradable, en comparación con el grupo anterior disminuyó el número de personas que tiene una opinión positiva acerca de la escuela.

Es trascendental considerar estas opiniones, ya que esto permitirá tomar algunas decisiones con respecto a la planificación, la manera de manejarse y dirigirse frente al grupo y sobre todo las expectativas del profesor y niveles de logro de cada estudiante.

- Manejo de contenidos: Entre un 70% y un 90% manifestaron, no recordar los cuestionamientos que se plantearon en el examen o no haberlos visto en el ciclo escolar anterior (2014-2015). De cada uno de los ejes resolvieron solo lo elemental.
- Canal de aprendizaje: Coincide con el grupo I en cuanto al canal de aprendizaje preponderante en el grupo, al observar los otros dos canales no se encuentran muy separados uno del otro; cada uno con una frecuencia relativa del 26% y 29% respectivamente.

Conocer e identificar las características de los grupos (llamado ahora caracterización de aula) es importante para tomar las decisiones pertinentes de acuerdo a las necesidades e intereses de cada grupo.

ANEXO 7-8. Instrumento 1. Cuestionario

ESCUELA SECUNDARIA DIURNA No. 92
"REPÚBLICA DE COSTA RICA "
TURNO MATUTINO
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS III
DIAGNÓSTICO I

CONTEXTO: Escuela ubicada en privada Allende, s/n. Col. Argentina Antigua. Delegación Miguel Hidalgo.
CARACTERIZACIÓN DE AULA: Número de alumnos 42
Grupo: ____________ Sexo: _________ Fecha: ________________

Responde las siguientes preguntas subrayando el inciso que consideres se acerca más a lo que piensas.

1. ¿Qué te gustaría aprender en la asignatura de matemáticas?

a) Aprender a resolver problemas que impliquen operaciones diversas. b) Aprender cómo se relaciona cada tema con mi vida diaria. c) No quiero aprender nada, solo quiero pasar la materia. d) Otro __________

Pregunta cerrada, no excluyente.
PROPÓSITO: Identificar el interés que tiene el alumno con respecto a lo que puede aprender en matemáticas.

2. ¿Qué es lo primero que piensas al leer la palabra "geometría"?

a) Lo relaciono con algo complicado de aprender. b) Lo relaciono con figuras geométricas. c) Lo relaciono con resolver problemas. d) Otro _________

Pregunta cerrada, no excluyente.
PROPÓSITO: Conocer la idea que se tiene sobre lo que se enseña en geometría.

3. ¿Para qué te sirve estudiar geometría en educación secundaria?

a) Considero que no me sirve para nada. b) Si sirve para algo, lo desconozco. c) Sirve para resolver problemas. d) Otro ________

Pregunta cerrada, no excluyente.
PROPÓSITO: Conocer lo que piensan los estudiantes sobre la utilidad de lo que estudian en educación secundaria, específicamente la geometría.

4. ¿Qué temas de geometría recuerdas?

a) Perímetro, área y volumen. b) Demostración de teoremas c) Construcción de polígonos con regla y compás. d) Otro ________

Pregunta cerrada, no excluyente.
PROPÓSITO: Identificar los temas de geometría que los alumnos tienen más presente.

5. ¿Cuál de los temas anteriores consideras más importante y te gustaría aprender?

a) Perímetro, área y volumen. b) Demostración de teoremas c) Construcción de polígonos con regla y compás. d) Otro _______

Pregunta cerrada, excluyente.
PROPÓSITO: Reconocer cuál de los temas anteriores es más importante aprender para los educandos.

6. ¿Qué tema consideras más complicado de entender?

a) Perímetro, área y volumen.
b) Demostración de teoremas
c) Construcción de polígonos con regla y compás.
d) Otro __________

Pregunta cerrada, excluyente.
PROPÓSITO: Reconocer cuál de los temas, a consideración de los estudiantes, es más complicado de entender.

7. ¿Te gustaría aprender cómo se relaciona la geometría con lo que observas a diario?

a) Sí
b) No

Pregunta cerrada, no excluyente.
PROPÓSITO:
- Identificar los grupos en los que se podría trabajar la propuesta de intervención.
- Determinar la funcionalidad de lo que se propone como supuesto de intervención y que pretende dar una posible solución al problema.

a) Sí ¿Cómo? ________________________________
b) No

Pregunta cerrada, excluyente.
PROPÓSITO: Determinar si lo observado en la práctica docente diaria es en realidad una problemática.

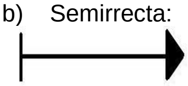
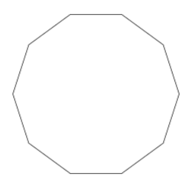
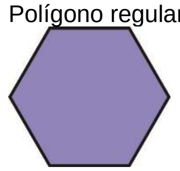
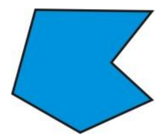
9. ¿A qué te comprometes para aprender matemáticas?
____
____
____

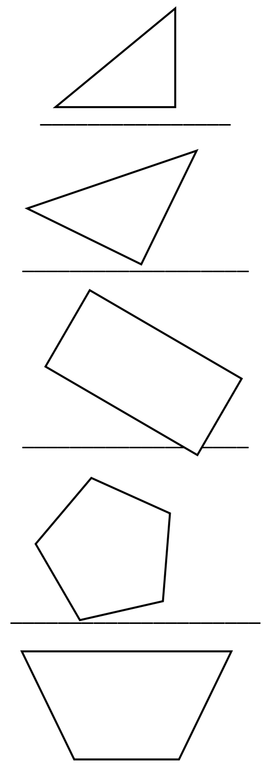
Pregunta abierta.
PROPÓSITO: Conocer el nivel de compromiso que adquieren los estudiantes en el momento de estudiar y adquirir un aprendizaje.

10. Hasta este momento, ¿Qué opinas sobre las clases de matemáticas y del desempeño de la profesora?
____
____

Pregunta abierta.
PROPÓSITO: Conocer lo que piensan los estudiantes sobre las clases que se han impartido hasta el momento y sobre la profesora frente a grupo.

ANEXO 9. Instrumento 2. Cuadro de análisis para la elaboración del examen diagnóstico, nociones de Geometría

EJE	TEMA	CONTENIDOS PROGRAMÁTICOS	CLASIFICACIÓN	PROPÓSITO	PREGUNTA Y/O PROBLEMA
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	FIGURAS Y CUERPOS	Definiciones de los entes geométricos	Conocimiento conceptual	Conocer el dominio de las definiciones sobre algunos entes matemáticos.	1. Observa las imágenes y define los conceptos: a) Recta:  b) Semirrecta:  c) Segmento:  d) Ángulo  e) Polígono  f) Polígono regular  g) Polígono irregular 

		Clasificación de polígonos	Conocimiento conceptual	Explorar si el alumno maneja la clasificación de polígonos regulares.	2. Observa la imagen y escribe el nombre de cada polígono. Indica su base y su altura. 
		Construcción de polígonos	Conocimiento procedimental	Analizar cómo realiza una construcción geométrica con regla y compás.	3. Traza dos circunferencias con radio de 6 cm y en una de éstas construye un triángulo equilátero y en la otra un hexágono.
				Identificar si es capaz de aplicar un factor de proporcionalidad en la construcción de polígonos.	4. De los polígonos anteriores realiza lo que se te pide: a) Un triángulo equilátero semejante 1:2 b) Un hexágono semejante 2:1
	MEDIDA	Construcción de polígonos semejantes	Conocimiento procedimental	Determinar si el alumno es capaz de relacionar por medio de una proporción polígonos semejantes.	5. Retoma los polígonos anteriores y toma la medida de cada uno de los lados, forma las proporciones necesarias que te permitan verificar si el factor de proporcionalidad es el correcto.

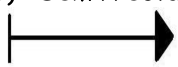
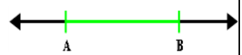
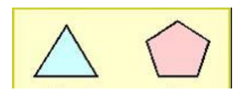
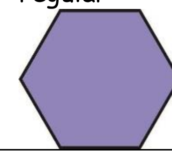
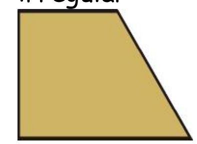
ANEXO 10. Estructura del examen diagnóstico, nociones de Geometría

ESCUELA SECUNDARIA DIURNA No. 92
“REPÚBLICA DE COSTA RICA “
TURNO MATUTINO
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS III
DIAGNÓSTICO II

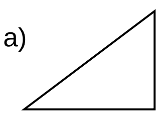
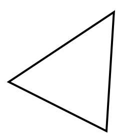
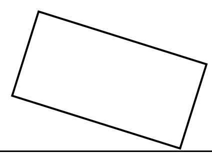
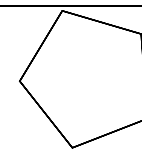
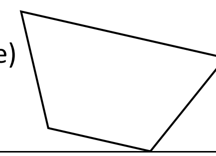
CONTEXTO: Escuela ubicada en privada Allende, s/n. Col. Argentina Antigua. Delegación Miguel Hidalgo.
CARACTERIZACIÓN DE AULA: Número de alumnos 42 Grupo: ___________ Sexo: ________ Fecha: _____________

Realiza lo que se te pide

1. Observa las imágenes y define los conceptos:

	a) Recta:	b) Semirrecta:	c) Segmento:	d) Ángulo	e) Polígono	f) Polígono regular	g) Polígono irregular
IMAGEN							
DEFINICIÓN							

2. Observa la imagen y escribe el nombre de cada polígono. Indica la base y la altura de cada uno.

POLÍGONO	a) 	b) 	c) 	d) 	e) 
NOMBRE					

3. Traza dos circunferencias con radio de 3 cm y en una de éstas construye un triángulo equilátero y en la otra un hexágono.

4. De los polígonos anteriores realiza lo que se te pide:

c) Un triángulo equilátero semejante 1:2

b) Un hexágono semejante 2:1

5. Retoma los polígonos anteriores y toma la medida de cada uno de los lados, forma las proporciones necesarias que te permitan verificar si el factor de proporcionalidad es el correcto.

ANEXO 11. Matriz de verificación

a. Grupo I

INDICADORES																					
ESCALA	TOTALMENTE DOMINADO					CASI DOMINADO					PARCIALMENTE DOMINADO					NULO DOMINIO					
N.P.	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	5
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	5
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	5
6	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	5
7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	5
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
10	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	5
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	5
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
13	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	5
14	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	5
15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	5
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	5
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	5
21	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	5
22	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	5
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	5
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	5
27	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	5
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	5
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	5
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	5
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	5
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	5
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	5
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	5
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	5
38	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
39	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
40	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
41	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
TOTALES	0	0	2	0	0	5	1	8	2	0	3	34	22	23	0	33	6	9	16	41	

TOTALMENTE DOMINADO
A. Define exactamente cada uno de los conceptos.
B. Clasifica los polígonos, identificando que cualquier lado es la base y la altura es el lado perpendicular a la base.
C. Construye con precisión cada uno de los polígonos, empleando regla y compás.
D. Identifica el factor de proporcionalidad que relaciona dos polígonos semejantes y los construye con base en este.
E. Es capaz de formar la proporción que le permite verificar la relación de proporcionalidad entre dos polígonos semejantes.
CASI DOMINADO
A. Define empleando su propio lenguaje sin llegar a la exactitud de la definición.
B. Clasifica los polígonos, identificando la base como el lado horizontal y la altura el lado vertical.
C. Construye cada uno de los polígonos, empleando los dos instrumentos de manera inadecuada.
D. Realiza la construcción que relaciona a los polígonos semejantes. Sin identificar el factor de proporcionalidad.
E. Identifica la proporción, pero no es capaz de verificar por medio de esta la relación entre los polígonos semejantes.
PARCIALMENTE DOMINADO
A. Define con base en la mera observación, relacionándolo con objetos de su entorno.
B. Clasifica los polígonos, sin identificar la base y altura.
C. Realiza un bosquejo sin emplear regla y compás.
D. Realiza un bosquejo sin emplear regla y compás, identificando que los polígonos semejantes se diferencian en tamaño.
E. Identifica la proporción, sin tomar en cuenta cual es el polígono original y cuál la imagen.
NULO DOMINIO
A. No define los conceptos, no es capaz de recuperar conocimientos previos.
B. No identifica polígonos sobre todo aquellos de cinco o más lados.
C. Incapaz de realizar la construcción de un polígono.
D. No reconoce el concepto de semejanza, por lo tanto es incapaz de realizar una construcción con estas características.
E. Desconoce la forma de formar una proporción, no maneja su conceptualización.

b. Grupo II

INDICADOR																					
ESCALA	TOTALMENTE DOMINADO					CASI DOMINADO					PARCIALMENTE DOMINADO					NULO DOMINIO					
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	5
2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	5
3	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	5
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	5
7	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	5
8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
9	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	5
10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	5
11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	5
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	5
14	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	5
15	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	5
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	5
17	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
18	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
19	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	5
20	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	5
21	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
24	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
26	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	5
27	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	5
28	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	5
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
31	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	5
33	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	5
34	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
35	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5
38	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	5
39	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
40	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
41	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
42	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	5
TOTALES	0	2	1	1	0	2	12	21	1	0	35	28	14	31	0	5	0	6	9	42	

TOTALMENTE DOMINADO
A. Define exactamente cada uno de los conceptos.
B. Clasifica los polígonos, identificando que cualquier lado es la base y la altura es el lado perpendicular a la base.
C. Construye con precisión cada uno de los polígonos, empleando regla y compás.
D. Identifica el factor de proporcionalidad que relaciona dos polígonos semejantes y los construye con base en este.
E. Es capaz de formar la proporción que le permite verificar la relación de proporcionalidad entre dos polígonos semejantes.
CASI DOMINADO
A. Define empleando su propio lenguaje sin llegar a la exactitud de la definición.
B. Clasifica los polígonos, identificando la base como el lado horizontal y la altura el lado vertical.
C. Construye cada uno de los polígonos, empleando los dos instrumentos de manera inadecuada.
D. Realiza la construcción que relaciona a los polígonos semejantes. Sin identificar el factor de proporcionalidad.
E. Identifica la proporción, pero no es capaz de verificar por medio de esta la relación entre los polígonos semejantes.
PARCIALMENTE DOMINADO
A. Define con base en la mera observación, relacionándolo con objetos de su entorno.
B. Clasifica los polígonos, sin identificar la base y altura.
C. Realiza un bosquejo sin emplear regla y compás.
D. Realiza un bosquejo sin emplear regla y compás, identificando que los polígonos semejantes se diferencian en tamaño.
E. Identifica la proporción, sin tomar en cuenta cual es el polígono original y cuál la imagen.
NULO DOMINIO
A. No define los conceptos, no es capaz de recuperar conocimientos previos.
B. No identifica polígonos sobre todo aquellos de cinco o más lados.
C. Incapaz de realizar la construcción de un polígono.
D. No reconoce el concepto de semejanza, por lo tanto es incapaz de realizar una construcción con estas características.
E. Desconoce la forma de formar una proporción, no maneja su conceptualización.

ANEXO 12. Cuestionario a profesores

ESCUELA SECUNDARIA DIURNA No. 92
"REPÚBLICA DE COSTA RICA "
TURNO MATUTINO
09DES0092O

Nombre: ____
Último grado de estudios: ________________ Años en el servicio: ________ Años de servicio en esta secundaria: _______ Grado que imparte: _______

1. ¿Qué es lo primero que piensa al leer la palabra "geometría"? ______________________
____

2. ¿Para qué enseñar geometría en educación secundaria? _________________________
____
____

3. ¿Qué contenidos del eje: forma, espacio y medida considera más relevantes y por qué?
____
____
____
____

4. ¿Qué contenidos consideran que podrían omitirse en programa vigente?
____
____

5. ¿Qué recursos y materiales didácticos utiliza habitualmente cuando explica un contenido geométrico?
____
____

6. ¿Cuál es su opinión con respecto al aprendizaje de los estudiantes en relación a cualquier tema de geometría?
____
____
____

7. ¿Manejan sus alumnos lenguaje geométrico? _________ ¿A qué cree que se deba?
____
____
____

8. ¿Cuáles son las estrategias de aprendizaje que le han resultado exitosas para la enseñanza de la geometría?

____

____

____

____

9. ¿Qué cambios ha tenido en su práctica docente desde que inicio su servicio hasta ahora?

____

____

____

10. De los libros de las distintas editoriales ¿cuáles recomienda y por qué?

____

____

____

____

ANEXO 13. Guía de observación,

Escuela Secundaria Diurna No. 92 “República de Costa Rica”
Turno: Matutino
Matemáticas III

Nombre de la profesora: ____
Tema de la clase a observar: _____________________________________ Fecha: ________
Bloque: _________ Eje: ______________________________________Grupo: __________
Observador: ____

Guía de observación de clase

Excelente (E)	Muy bien (MB)	Bien (B)	Regular (R)	Deficiente (D)

CRITERIOS DE LA MEDIACIÓN	E	MB	B	R	M
I. Intencionalidad y reciprocidad.					
1. Conoce y atiende las necesidades e intereses de sus alumnos.					
2. Justifica el tema.					
3. Motiva a los alumnos al presentarles la tarea.					
4. Explica de nuevo cuando no se ha entendido.					
II. Trascendencia.					
1. Indica la relación entre la actividad actual y las experimentadas por los alumnos anteriormente.					
2. Indica cómo aplicar algunos elementos de la actividad en otras circunstancias de tiempo o lugar.					
3. Presenta ejemplos y situaciones hipotéticas.					
4. Trata de ampliar los sistemas de necesidades de sus alumnos con orientaciones que no son familiares ni habituales.					
III. Significado.					

1. Busca nuevos significados en distintos contextos.					
2. Atribuye valor social y cultural a diferentes fenómenos.					
3. Ayuda a descubrir nuevos significados en diferentes objetos y situaciones.					
4. Anima a los alumnos a preguntarse sobre los significados de los fenómenos que encuentran.					
IV. Sentimiento de capacidad.					
1. Selecciona tareas adaptadas a lo que saben los alumnos.					
2. Aprecia los logros de los alumnos, con relación al esfuerzo invertido o exigido por la tarea.					
3. Provee criterios apropiados a sus alumnos para evaluar sus propios logros.					
4. Promueve la participación de la totalidad del grupo.					
V. Regulación y control de conducta.					
1. Focaliza su atención en los educandos con más dificultades para superar la complejidad de la tarea.					
2. Anima a los alumnos a responder cuando están seguros de haber encontrado o que se pide.					
3. Acompaña las reacciones de los alumnos con una evaluación.					
4. Fomenta una participación individual.					
VI. Conducta compartida.					
1. Favorece que los alumnos tomen conciencia de cuanto se ayudan y enriquecen de los demás.					
2. Da oportunidades a los estudiantes para compartir de forma oral y escrita resaltando la importancia del silencio y el respeto.					
3. Anima a los estudiantes ayudarse entre ellos.					
4. Organiza la participación en las actividades.					
VII. Individualización y diferenciación psicológica.					
1. Retoma los canales de aprendizaje (evaluación diagnóstica) para planificar las actividades. .					
2. Estimula a los educandos para potencializar lo que conoce.					
3. Reconoce la pluralidad y acepta las diferentes respuestas de los estudiantes.					
4. Beneficia que se apropien de la tarea y se responsabilicen por ella.					
VIII. Búsqueda, planificación y logro de objetivos.					
1. Estimula a los alumnos en el descubrimiento de los objetivos.					
2. Comparte los objetivos al grupo y explicar por qué se han escogido esos y no otros.					
3. Observa que se ha logrado lo propuesto.					
4. Implica a los alumnos en la planificación de un objetivo.					
IX. Cambio: Búsqueda de novedad y complejidad.					
1. Favorece que adquieran seguridad al enfrentar un nuevo desafío.					
2. Propone situaciones desafiantes y crea un conflicto cognitivo					
3. Beneficia el desdoblar una situación compleja en otras más fáciles.					
4. Estimula la originalidad, creatividad y curiosidad intelectual.					
X. Conocimiento del ser humano como entidad cambiante					
1. Ayuda a constatar los cambios que se producen en cada alumno.					
2. Acompaña a los educandos para que asuman la responsabilidad de los cambios en su personalidad.					

3. Promueve la autonomía del estudiante.					
4. Beneficia un sentimiento de competencia y seguridad personal.					
XI. Buscar alternativas optimistas.					
1. Compara alternativas analizando aquellas que resulten más positivas y enriquecedoras.					
2. Valora las respuestas de los alumnos.					
3. Los implica y motiva a esforzarse en su formación.					
4. Beneficia el reconocimiento entre pares de aquellas respuestas más creativas o que dan mejor rendimiento.					
XII. Sentimiento de pertenencia a una cultura.					
1. Incluye una evaluación valoral y actitudinal.					
2. Despierta la atención a la diversidad					
3. Promueve el respeto al pluralismo.					
4. Cultiva actitudes de estima y aprecio.					

Comentarios finales:
____
____
____
____

Elaboración propia, con base en Tébar (2009) "El profesor mediador del aprendizaje (Reuven Feurstein)"

ANEXO 14. Guía de observación

Escuela Secundaria Diurna No. 92 "República de Costa Rica"
Turno: Matutino
Matemáticas III

Nombre de la profesora: ____
Tema de la clase a observar: _______________________________________ Fecha: _________
Bloque: __________ Eje: ____Grupo: ___________
Observador: ____

Guía de observación de clase

Excelente (E)	Muy bien (MB)	Bien (B)	Regular (R)	Deficiente (D)

INDICADOR	E	MB	B	R	D
I. Planificación de clase					
5. Presenta relación de los aprendizajes esperados con las estrategias.					
6. Propone actividades diversificadas acordes al nivel de los alumnos.					
7. Muestra claridad en los rasgos específicos a evaluar.					
8. Incluye materiales y recursos didácticos variados acordes al contenido.					
II. Organización de la clase					
5. Realiza retroalimentación del tema de la clase anterior.					
6. Demuestra dominio del tema.					
7. Utiliza ejemplos de la vida diaria.					
8. Comprueba que el alumno comprende las explicaciones.					
III. Trabajo del profesor					

5. Aplica actividades que implican habilidades del pensamiento básicas: copiar, repetir, memorizar, parafrasear, explicar.					
6. Aplica actividades que implican habilidades del pensamiento medias: resolución de ejercicios, cálculos, aplicaciones.					
7. Aplica actividades que implican habilidades del pensamiento superiores: reflexionar, evaluar, analizar, tomar decisiones, crear, diseñar.					
8. Estimula la participación de los alumnos, anima a que expresen sus opiniones, discutan, formulen preguntas.					
IV. Actitud del profesor					
1. Mantiene y promueve una buena relación entre alumnos.					
2. Implementa diversas estrategias según las necesidades de los alumnos.					
3. Mantiene la atención de los alumnos.					
4. Promueve el trabajo organizado y productivo de los alumnos.					
V. Gestión del tiempo					
5. Distribuye adecuadamente actividades y tiempos asignados.					
6. Transcurre la clase sin interrupciones externas.					
7. Transcurre la clase sin interrupciones para disciplinar a los alumnos.					
8. Evitan salir del aula el docente y los alumnos.					
V. Logro educativo					
5. Realiza actividades de consolidación del aprendizaje.					
6. Cubre los aprendizajes esperados.					
7. Utiliza diversas formas de evaluar.					
8. Brinda recomendaciones bibliográficas, ejemplificaciones, ejercicios y demás actividades para profundizar el tema.					

Comentarios finales:

____

____

____

____

Elaboración propia, con base en “Guía de observación” proporcionada por la Inspección escolar.

ANEXO 15. Guía de observación

Escuela Secundaria Diurna No. 92 “República de Costa Rica”
Turno: Matutino
Matemáticas III

Nombre de la profesora: ____
Tema de la clase a observar: ___________________________________ Fecha: __________
Bloque: __________ Eje: ____ Grupo: ___________
Observador: ____

Guía de observación estructurada

Excelente (E)	Muy bien (MB)	Bien (B)	Regular (R)	Deficiente (D)

ÍTEM	E	MB	B	R	D
I. Definición, explicitación y orientación de los objetivos					
1. Manifiesta con claridad los propósitos de la clase.					
2. Propicia que los alumnos comprendan el valor del nuevo aprendizaje.					
3. Implica al estudiante en la apropiación del aprendizaje.					
4. Orienta adecuadamente a los alumnos hacia los propósitos propuestos.					
II. Selección, organización y tratamiento de los contenidos					
1. Busca que los contenidos respondan a los criterios de: Actualización, significatividad social y extensión y profundidad.					
2. Promueve que se establezcan relaciones de los contenidos tratados en esta clase con otros contenidos tratados anteriormente.					
3. Ubica adecuadamente la clase en una secuencia didáctica.					
4. Desarrolla los contenidos de acuerdo a las siguientes características: No comete errores de contenido, no incurre en imprecisiones y muestra seguridad.					
III. Utilización de medios de enseñanza					
1. Adecua los objetivos y contenidos de la clase.					
2. Adapta los medios utilizados al desarrollo del grupo y responde a sus intereses.					
3. Permite la mayor aproximación posible al objeto o fenómeno real.					
4. Estimula la búsqueda de conocimientos.					
IV. Tratamiento metodológico					
1. Utiliza esencialmente un método explicativo ilustrativo caracterizado por su activa participación y una posición pasiva de la mayoría de los alumnos.					
2. Emplea un diálogo heurístico construye el conocimiento con una amplia participación de los alumnos.					
3. Dirige el trabajo independiente de los alumnos a partir de brindar una adecuada orientación de las actividades a realizar por estos y propicia su concentración e independencia en la ejecución de las mismas.					
V. Formas de organización de la clase					
1. Desarrolla la clase fundamentalmente: Con el grupo total en una disposición frontal, en pequeños equipos o subgrupos y/o individualizada.					
2. Distribuye a los alumnos de acuerdo a la tarea a realizar.					
3. Facilitar la atención de los alumnos desplazándose por distintos sectores del aula.					
4. Observa y está al pendiente de todo lo que ocurre en el aula.					
VI. Evaluación					
1. Registra información sobre los procesos de aprendizaje.					
2. Utiliza distintos instrumentos de evaluación: Escritos, orales, prácticos, de resolución individual y/o de construcción grupal.					
3. Comunica y analiza con los alumnos sus resultados, ofrece oportunidades para que los alumnos revisen sus trabajos y planteen sus puntos de vista, propicia que los alumnos identifiquen sus progresos y dificultades y propone nuevas acciones en función de los logros y dificultades identificados.					
4. Promueve una actitud de respeto hacia los resultados de los demás.					
VII. Relaciones interpersonales con los alumnos					

1. Muestra cercanía y al mismo tiempo exigencia con sus alumnos.					
2. Utiliza un lenguaje coloquial y afectivo.					
3. Promueve el trabajo cooperativo.					
4. Interpela a los alumnos por su nombre.					
VIII. Actitud del profesor					
1. Estimula y refuerza la participación activa de todos.					
2. Atiende a las diferencias individuales de los alumnos.					
3. Evidencia seguridad en el trabajo en el aula y en relación con los alumnos.					
4. Manifiesta entusiasmo y buen humor durante toda la clase.					

Comentarios finales:

____

____

____

____

Elaboración propia, con base en "Evaluación docente OEI".

ANEXO 16. Análisis general (cuestionario)

a. Grupo I

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Pregunta	Inciso a)		Inciso b)		Inciso c)		Inciso d)			
2		*F	**F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	***F .A	***F.R. A%
3	1. ¿Qué te gustaría aprender en la asignatura de matemáticas?	17	41%	19	46%	5	12%	0	0%	41	100%
4	2. ¿Qué es lo primero que piensas al leer la palabra "geometría"?	3	7%	36	88%	2	5%	0	0%	41	100%
5	3. ¿Para qué te sirve estudiar geometría en educación secundaria?	5	12%	16	39%	18	44%	2	5%	41	100%
6	4. ¿Qué temas de geometría recuerdas?	20	49%	3	7%	18	44%	0	0%	41	100%
7	5. ¿Cuál de los temas anteriores consideras más importante y te gustaría aprender?	7	17%	14	34%	19	46%	1	2%	41	100%
8	6. ¿Qué tema consideras más complicado de entender?	4	10%	23	56%	11	27%	3	7%	41	100%
9	7. ¿Te gustaría aprender cómo se relaciona la geometría con lo que observas a diario?	35	85%	6	15%					41	100%
10	8. ¿Has aplicado la geometría en tu vida diaria?	9	22%	32	78%					41	100%
11	9. ¿A qué te comprometes para aprender matemáticas?	7	17%	7	17%	25	61%	2	5%	41	100%
12	10.Hasta este momento, ¿qué opinas sobre las clases de matemáticas?	10	24%	20	49%	4	10%	7	17%	41	100%
13	¿Qué opinas sobre el desempeño de la profesora?	18	44%	15	37%	8	20%	0	0%	41	100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
*****F.A. frecuencia absoluta**
******F.R. A. frecuencia relativa absoluta**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 41

b. Grupo II

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Pregunta	Inciso a)		Inciso b)		Inciso c)		Inciso d)			
2		*F	**F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	***F .A	***F.R. A%
3	1. ¿Qué te gustaría aprender en la asignatura de matemáticas?	20	48%	16	38%	6	14%	0	0%	42	100%
4	2. ¿Qué es lo primero que piensas al leer la palabra "geometría"?	0	0%	37	88%	4	10%	1	2%	42	100%
5	3. ¿Para qué te sirve estudiar geometría en educación secundaria?	5	12%	11	26%	25	60%	1	2%	42	100%
6	4. ¿Qué temas de geometría recuerdas?	21	50%	1	2%	20	48%	0	0%	42	100%
7	5. ¿Cuál de los temas anteriores consideras más importante y te gustaría aprender?	9	21%	12	29%	18	43%	3	7%	42	100%
8	6. ¿Qué tema consideras más complicado de entender?	4	10%	26	62%	12	29%	0	0%	42	100%
9	7. ¿Te gustaría aprender cómo se relaciona la geometría con lo que observas a diario?	39	93%	3	7%					42	100%
10	8. ¿Has aplicado la geometría en tu vida diaria?	16	38%	26	62%					42	100%
11	9. ¿A qué te comprometes para aprender matemáticas?	12	29%	25	60%	3	7%	2	5%	42	100%
12	10.Hasta este momento, ¿qué opinas sobre las clases de matemáticas?	19	45%	8	19%	15	36%	0	0%	42	100%
13	¿Qué opinas sobre el desempeño de la profesora?	20	48%	15	36%	7	17%	0	0%	42	100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
*****F.A. frecuencia absoluta**
******F.R. A. frecuencia relativa absoluta**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 42

ANEXO 17. Análisis general (Prueba escrita)

a. Grupo I

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Contenidos programáticos	Inciso a)		Inciso b)		Inciso c)		Inciso d)			
2		*F	**F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	***F .A	***F.R. A%
3	1. Definición de los entes geométricos	0	0%	5	12%	3	7%	33	81%	41	100%
4	2. Clasificación de polígonos	0	0%	1	2%	34	83%	6	15%	41	100%
5	3. Construcción de polígonos	2	5%	8	19%	22	54%	9	22%	41	100%
6	4. Construccón de polígonos semejantes	0	0%	2	5%	23	56%	16	39%	41	100%
7	5. Indentificación de la proporción	0	0%	0	0%	0	0%	41	100%	41	100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
*****F.A. frecuencia absoluta**
******F.R. A. frecuencia relativa absoluta**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 41

b. Grupo II

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Contenidos programáticos	Inciso a)		Inciso b)		Inciso c)		Inciso d)			
2		*F	**F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	F	F.R. %	***F .A	***F.R. A%
3	1. Definición de los entes geométricos	0	0%	2	5%	35	83%	5	12%	42	100%
4	2. Clasificación de polígonos	2	5%	12	28%	28	67%	0	0%	42	100%
5	3. Construcción de polígonos	1	3%	21	50%	14	33%	6	14%	42	100%
6	4. Construccón de polígonos semejantes	1	2%	1	2%	31	74%	9	22%	42	100%
7	5. Identificación de la proporción	0	0%	0	0%	0	0%	42	100%	42	100%

***F. frecuencia**
****F.R. frecuencia relativa**
*****F.A. frecuencia absoluta**
******F.R. A. frecuencia relativa absoluta**
Algunos porcentajes fueron redondeados
Total de encuestados 42

ANEXO 18. Prueba escrita

Parte II. Resuelve lo que se te pide

1. ¿Cuál es la diferencia entre la diagonal y el lado de un polígono?

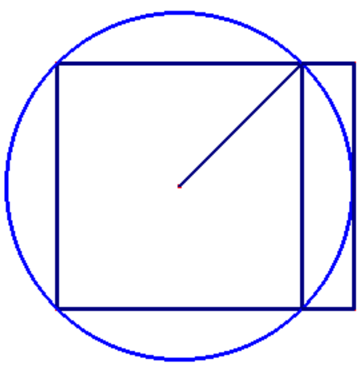
____

____

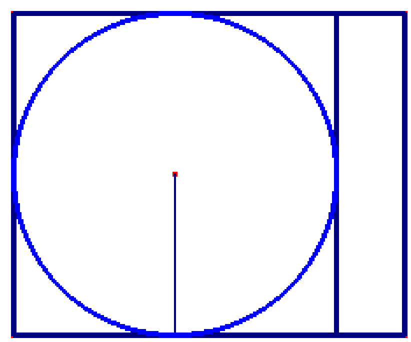
____

2. Lee la siguiente construcción de un rectángulo áureo, encierra la imagen que consideres cumple con esa descripción: Se toma un cuadrado formado por cualquier número de la sucesión de Fibonacci, identifica el punto medio de la base y únelo con el vértice opuesto. Toma la medida de la hipotenusa, con ayuda de tu compás y la medida de la hipotenusa ubícate en el punto medio de la base y traza una circunferencia. Une el vértice del cuadrado (donde está el ángulo recto) con la circunferencia y forma el rectángulo.

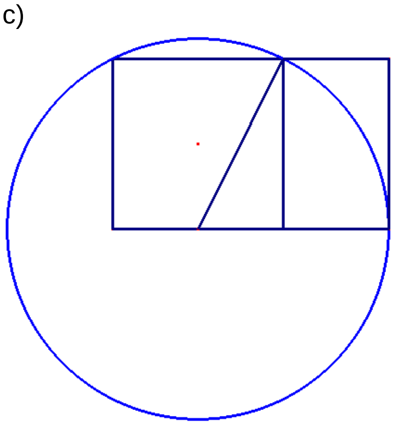
a)



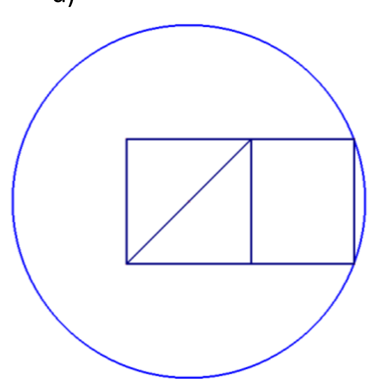
b)



c)



d)



3. ¿Cuál de las siguientes imágenes es semejante a la original?

78 cm

54 cm

a)

70 cm

50 cm

b)

140 cm

100 cm

c)

26 cm

18 cm

d)

78 cm

54 cm

4. Con la imagen de la pregunta anterior forma una proporción entre el largo y el ancho de la imagen original y su semejante, ¿cuál es el factor que las relaciona? _________________ es una ampliación o reducción______________.

ANEXO 19. Cuestionario

ESCUELA SECUNDARIA DIURNA No. 92
"REPÚBLICA DE COSTA RICA "
TURNO MATUTINO
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS III
PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

CONTEXTO: Escuela ubicada en privada Allende, s/n. Col. Argentina Antigua. Delegación Miguel Hidalgo.
CARACTERIZACIÓN DE AULA: Número de alumnos 40 Grupo: __________ Sexo: ___________
Fecha: ______________

Parte I. Contesta las preguntas

1. ¿Cómo te sentiste con la forma de trabajo durante estas dos semanas?

____
____
____
____
____

2. ¿Qué opinas sobre la relación del número phi (φ) con lo que observas cotidianamente?
   a) Es interesante b) Útil c) Me pareció irrelevante d) Otra _________
3. De todo lo revisado sobre el número phi (φ) cuál temática te resultó más interesante y por qué

____
____
____
____

4. De todo lo revisado sobre el número phi (φ) cuál temática te resultó más útil y por qué

____
____
____
____

5. Consideras que el estudio del número phi (φ) te aportó algo nuevo sobre algún contenido de matemáticas u otra ciencia: Sí_____ (pasa a la pregunta 6) No _____ (pasa a la pregunta 7)
6. Escoge uno o varios contenidos:
   a) Sucesiones b) Semejanza y proporciones c) Crecimiento de las plantas (la espiral de Durero) d) La pintura en el renacimiento
7. ¿Qué opinas ahora sobre las matemáticas, particularmente sobre la geometría?

____
____
____
____

ANEXO 20. Rúbricas

Nombre: ____ **Grupo:** ______

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

	ESCALA					
INDICADORES	Siempre (5)	Casi siempre (4)	Algunas veces (3)	Casi nunca Muy pocas veces (2)	Nunca (1)	Puntaje
1. Identifica y analiza el problema.						
2. Reconoce el problema y es capaz de descomponerlo en partes manejables.						
3. Realiza preguntas, lee y escucha						
4. Plantea opciones de solución.						
5. Elige la solución que considera más adecuada						
Total						

Elaboración propia, con base en Deusto Aprendizaje basado en competencias

ACTIVIDADES PROPUESTAS

	ESCALA					
INDICADORES	Siempre (5)	Casi siempre (4)	Algunas veces (3)	Casi nunca Muy pocas veces (2)	Nunca (1)	Puntaje
1. Plantea secuencias interesantes.						
2. Presenta secuencias complicadas, pero no imposibles de resolver.						
3. Incluye secuencias motivadoras.						
4. Considera secuencias fáciles.						
5. Integra secuencias aburridas.						
Total						

ACTITUDES Y VALORES

Nombre de mi compañero: ____

	ESCALA					
INDICADORES	Siempre (5)	Casi siempre (4)	Algunas veces (3)	Muy pocas veces (2)	Nunca (1)	Puntaje
1. Investiga sobre el tema						
2. Comparte información con sus compañeros (as) del grupo						

3. Cumple con las actividades						
4. Participa con el equipo						
5. Escucha a los compañeros del equipo						
Total						

Elaboración propia, con base en PISA en el aula de Matemáticas

TRABAJO EN EQUIPO

Nombre del equipo: ____

	ESCALA					
INDICADORES	Siempre (5)	Casi siempre (4)	Algunas veces (3)	Muy pocas veces (2)	Nunca (1)	Puntaje
1. Siento que soy parte del equipo de trabajo.						
2. Toman en cuenta mis opiniones.						
3. Comparten su material a quien le hace falta.						
4. Organizan bien los roles de cada uno.						
5. Aclaran dentro del equipo las dudas.						
Total						