UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

LICENCIATURA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

UNIDAD AJUSCO

"Estrategias de autorregulación como método para mejorar la eficacia en el estudio independiente en jóvenes que cursan la Preparatoria Abierta"

TESIS

Para obtener el título de Licenciada en Psicología Educativa

Presenta:

Lorena Pérez Hernández

Asesor

Mtro. José Simón Sánchez Hernández

Ciudad de México, octubre del 2016

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Pedagógica Nacional por haber sido la casa formadora de mi profesión. Con gran afecto llevo en mi cada espacio que me ha brindado para llevar a cabo mis estudios de licenciatura que con honor y valores ejerceré.

A mi asesor, Maestro José Simón Sánchez Hernández por acompañarme y guiarme en el proceso culminante de mi carrera. Gracias por el tiempo dedicado a mi trabajo de tesis y por compartir sus conocimientos conmigo. Le admiro y respeto.

A La Sala del Maestro por permitirme intervenir en el proceso de enseñanza aprendizaje de sus estudiantes de preparatoria abierta. Gracias también a los participantes que hicieron posible esta investigación.

A mis maestros, gracias porque sin duda tuve la mejor experiencia universitaria; gracias por todo el apoyo, orientación y conocimiento compartido. Gracias también a mis sinodales por asistir este trabajo de tesis.

A Pablo Alejandro Manzo Allende por acompañarme incondicionalmente durante mi carrera profesional y de vida con paciencia, amor y comprensión. Siempre a mi lado aunque no siempre a fin a mis ideas, gracias por creer en mí y motivarme para no desistir, te amo.

A mi familia porque han sido mi motor; el conseguir su bienestar ha sido tranquilidad para mí. Gracias porque ustedes logran sacar lo mejor de mí.

A mis amigos de generación, gracias por cada momento de esfuerzo, dedicación y compromiso con las tareas, gracias también por las risas, el entusiasmo, y la satisfacción de cada logro.

A todas las personas que contribuyeron para que este viaje de éxitos fuera posible.

DEDICATORIA

Diana, mi pequeña y hermosa hermanita a ti dedico esta tesis ya que eres quien me da la fuerza y valor para lograr mis metas. Desde que llegaste a mi vida asumí el compromiso de amarte, cuidarte y darte un buen ejemplo como ser humano y buena ciudadana, de ahí mi inspiración y dedicación a mi trabajo como estudiante y profesionista. Con este proceso que hoy culmino quiero decirte que no importa cuán grande sea tu sueño, si trabajas en él llegará su momento de realización y yo estaré a tu lado para celebrar cada éxito que tengas así como en cada tropiezo que padezcas para ayudarte a superarlo. Te amo mi niña del alma, se fuerte y valiente.

ÍNDICE

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo mejorar las estrategias de aprendizaje de los estudiantes de la preparatoria abierta, favoreciendo el estudio independiente. La falta de habilidades metacognitivas, lleva a los estudiantes a un proceso de enseñanza aprendizaje, en la mayoría de casos, poco eficaz a la hora de enfrentarse a la tarea y, tratándose del tema de las matemáticas resulta aún más compleja la resolución de un problema matemático. El diseño del presente trabajo se basa en el modelo cuasi-experimental aplicando en dos grupos, uno control y otro experimental que recibieron asesoría en la asignatura *Representaciones Simbólicas y Algoritmos,* siendo el grupo experimental al que se le proporcionó el tratamiento del programa de intervención basado en el uso de estrategias metacognitivas, la muestra total de cada grupo fue de 10 participantes y el diseño se realizó con medidas pretest – postest y fase de intervención. La evaluación inicial permitió conocer las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos en los rubros de los números reales y el lenguaje algebraico, por tal motivo la intervención se basó en estos contenidos, trabajados en dieciséis sesiones con una duración de una hora, utilizando la estrategia metacognitiva y la técnica de modelado. Los resultados obtenidos en la evaluación final se analizaron estadísticamente, indicando una diferencia significativa entre los grupos experimental y control, 8.5 y 2.8 de promedio respectivamente. A consecuencia de la intervención psicopedagógica las medidas pretest (1.95) – postest (8.5) del grupo experimental mejoraron; así mismo se realizó un análisis cualitativo basado en las recapitulaciones que realizaron los estudiantes al término de cada sesión, en las que expresaron que con el uso de la estrategia metacognitiva de resolución de problemas matemáticos su proceso de aprendizaje mejoró. Lo anterior permite concluir que la aplicación de la estrategia metacognitiva de resolución de problemas matemáticos favoreció a los estudiantes de preparatoria abierta en el estudio independiente.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como tema las estrategias de aprendizaje ya que constituyen el marco educativo de la educación no formal, en el cual se contextualiza el desarrollo de la investigación. Las estrategias de aprendizaje desde el enfoque constructivista, el estudiante construye su propio aprendizaje de manera activa a partir de la interacción existente entre el ambiente y su capacidad, habilidad y disposición que posee.

Las estrategias de aprendizaje funcionan como herramientas facilitadoras del desarrollo, toma de decisiones, y puesta en marcha de procesos que permiten adquirir contenidos de manera autorregulada y eficaz, propiciando el estudio independiente.

Con el objetivo de que los estudiantes logren el estudio independiente, resulta de especial utilidad la enseñanza de estrategias metacognitivas, las cuales ayudan a planificar, regular y evaluar el aprendizaje. Se pretende que el alumno sea capaz de autorregular su actuar en respuesta a las demandas de la tarea y de la situación, es decir, que sea capaz de desarrollar aprendizajes significativos.

Lo que se persigue, en definitiva, es que el estudiante aprenda a aprender, estando en concordancia con la Dirección de Sistemas Abiertos (DSA) y La Dirección General de Bachillerato (DGB): la modalidad no escolarizada o abierta delega la responsabilidad del aprendizaje al estudiante, ofreciendo materiales didácticos y asesoría académica.

Desde este panorama es que se realiza la investigación, ya que en ocasiones los estudiantes no han desarrollado o no saben que tienen habilidades estratégicas para aprender, de este modo se plantea que con la enseñanza de estrategias metacognitivas los estudiantes pueden mejorar en el estudio independiente.

La investigación que se presenta fue desarrollada en un espacio público de la Delegación La magdalena Contreras, este espacio es autorizado de manera oficial por la Dirección de Sistemas Abiertos (DSA) y por la Dirección General de Bachillerato (DGB), en el cual se ofrece asesoría académica totalmente gratuita.

La estructura de la investigación se divide en dos partes: en la primera se recogieron referencias de autores que sustentan el trabajo realizado y, la segunda parte consistió en una investigación empírica, aquí se muestran los resultados obtenidos tras la aplicación de un programa de estrategias metacognitivas de aprendizaje con el uso de la técnica instruccional de modelado, pretendiendo que el estudiante aprenda a aprender.

Para realizar la primera parte de la investigación se consultó la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS), la cual señala que la preparatoria abierta busca brindar una formación integral para los estudiantes, a fin de que cuenten con las bases teórico-metodológicas y con habilidades básicas para el buen desarrollo de competencias para la vida, el trabajo y el estudio.

Es importante involucrar a los estudiantes en las actividades escolares a modo de que se sientan parte de la comunidad, Sánchez (2012). En el caso particular de los estudiantes de preparatoria abierta, es aún más relevante, ya que el propio contexto genera poca identidad en ellos con la institución, debido a que sólo asisten esporádicamente a las asesorías, por ello el diseño del programa de intervención no solo consistió en favorecer las estrategias de aprendizaje, sino en beneficiar la motivación de los estudiantes al compartir con sus compañeros y asesor sus propios procesos de respuesta a la tarea, demostrando así que tienen capacidad y habilidad.

Para desarrollar el apartado sobre el estudio independiente se revisó a detalle el contenido académico referente a la asignatura correspondiente al plan modular de la preparatoria abierta, *Representaciones simbólicas y algoritmos,* con la finalidad de estructurar el programa de intervención para enseñar a los estudiantes a aprender a aprender desde el tema de las matemáticas.

El enfoque educativo de la preparatoria abierta es el constructivista, por lo tanto es asumido en la estructura de la investigación. Sánchez (2012), menciona que el estudiante puede llegar a autorregular su aprendizaje a través de la potenciación de habilidades intelectuales y a promover disposición para el aprendizaje permanente, dejando de lado la educación memorística y permitiendo la enseñanza del aprender a aprender.

Entonces el estudiante se sitúa en el papel activo y constructivo, autorregulando su aprendizaje, adquiriendo y fortaleciendo habilidades metacognitivas desde el uso de estrategias que ponen en práctica sus conocimientos previos frente al nuevo conocimiento, lo que le permite generar estructuras mentales y globales cada vez más complejas, es así como lo señala Beltrán (1998a) desde la perspectiva de la instrucción cognitiva.

Las estrategias de aprendizaje para la resolución de problemas matemáticos se abordan desde la técnica instruccional de modelado en tres fases exposición y ejecución del experto, ejecución guiada y, ejecución independiente y autorregulada, con la finalidad de que el estudiante conozca la manera metacognitiva de dar respuesta a la tarea, el asesor auto cuestiona su proceder en la resolución del problema. La educación fija metas y propósitos, dando pie a nuevas formas de aprender, así como también nuevas formas de interacción entre los alumnos, el profesor y el currículum, incluyendo la colaboración entendida como el motor del conocimiento. Pozo (2006).

Por último, los resultados de la investigación demuestran que el uso de estrategias metacognitivas realmente favorece al estudio independiente, ya que los estudiantes que participaron en el grupo experimental de la investigación mostraron una diferencia significativa en el postest después de la aplicación del programa de intervención, no así para los estudiantes del grupo experimental, quienes a pesar de que mostraron una pequeña mejoría en el postest, ésta no es significativa porque sus calificaciones continuaron siendo no aprobatorias, considerando seis de calificación como mínimo para aprobar.

Es así, que se propone a manera de sugerencia, continuar con intervenciones de este tipo para darle un nuevo sentido a la educación y pasar de la enseñanza aprendizaje tradicional basada en planteamientos memorísticos a un aprende a aprender.

JUSTIFICACIÓN

La preparatoria abierta tiene como expectativa el estudio independiente, a fin de combatir el rezago educativo a nivel medio superior, entiéndase éste último término como el resultado generado entre la población que, ya sea por falta de acceso o abandono de los estudios formales, no se encuentra cursando la educación básica; el rezago educativo incluye a los alumnos que no avanzaron al ritmo debido y, en consecuencia, se encuentran en peligro de poder transitar al siguiente grado escolar o nivel educativo. Diario Oficial de la Federación, segunda sección, 2014.

La preparatoria abierta surgió como una propuesta educativa en la República Mexicana en 1973, obteniendo éxito en los primeros años posteriores como programa educativo alterno, por lo que se le otorgó validez oficial de certificación a través de acreditación por materias ante la SEP, ofreciendo a la población juvenil no solo la oportunidad de concluir sus estudios a nivel medio superior, sino la oportunidad de continuar estudiando a nivel superior o de integrarse en el campo laboral con mejores expectativas.

La Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) 2011, ha realizado diversas modificaciones en diferentes artículos referentes a la educación y con ello surge el nuevo plan de estudios de la preparatoria abierta proyectándola como una opción educativa con pleno reconocimiento de la sociedad por su cobertura, flexibilidad, pertinencia y por los materiales didácticos e innovadores que emplea, así como por el servicio de preparatoria abierta en línea que en conjunto favorecen el estudio independiente, promoviendo la excelencia educativa y coadyuvando significativamente en la permanencia y egreso de la educación media superior.

Sin embargo, lo anterior deja de lado la importancia que tiene el contexto de la mayoría de la población a la que se dirige, ya que desde la experiencia previa al desarrollo de esta investigación, resulta poco probable que se logre el estudio independiente, debido a que los materiales oficiales del programa educativo permiten inferir que todos los estudiantes de preparatoria abierta cuentan con habilidades desarrolladas para el estudio independiente, lo cual en el contexto real no es así, por lo menos es lo que se observa en la mayoría de los estudiantes de la Sala del Maestro.

La Sala del Maestro es uno de los espacios públicos autorizados por la Dirección de Sistemas Abiertos (DSB) y la Dirección General de Bachillerato (DGB) y se encuentra ubicada dentro del deportivo Casa Popular en la Delegación La Magdalena Contreras. En la Sala del Maestro se brinda asesoría académica a estudiantes de preparatoria abierta.

Durante la prestación de servicio social y prácticas profesionales como asesor académico en la Sala del Maestro se detectaron diversas debilidades educativas en los estudiantes, por ejemplo la falta de comprensión de textos y de instrucciones, realizar operaciones matemáticas básicas de forma mental o escrita, así mismo presentan dificultades para realizar tareas por iniciativa propia en las diferentes áreas de estudio que comprenden el plan curricular para la acreditación del nivel medio superior

La detección de dichas debilidades surgió a partir de actividades propias de las asesorías en el día a día, donde los estudiantes no cumplían con las actividades solicitadas en el aula ni las asignadas para la casa, argumentando que no entendían lo que leían y menos las matemáticas o que no tenían manera de hacer la tarea por falta de tiempo o de espacio.

Aunado a lo anterior, el comportamiento visible de los estudiantes era desinteresado en las tareas, argumentando que estas eran muy difíciles y que además no iban a presentar exámenes y que solo asistían a la asesoría porque en su casa los obligaban pues de lo contrario tendrían que trabajar. De ahí surge la idea de implementar un programa de intervención para la adquisición y o potenciación de habilidades metacognitivas a través del uso de estrategias de aprendizaje.

MARCO REFERENCIAL

La visión constructivista

El constructivismo como línea actual de interpretación del aprendizaje sostiene que hay un mundo real en el que se experimenta y se le da un significado al aprendizaje, mismo que no es independiente de la experiencia propia del sujeto, es decir, el sujeto se apropia del contexto en el que se desenvuelve a partir de la manera en que lo hace bajo la influencia de diversos factores como la propia cultura que engloba la forma de aprender, de enseñar, de compartir y de hacer, esto parte de experiencias previas similares o no pero que determinan la capacidad de responder ante una situación de aprendizaje.

Díaz Barriga y Hernández (2006a) mencionan que desde la postura de diversos autores como Delval, Vico, Kant, Marx o Darwin, así como los autores actuales del constructivismo en sus múltiples variantes, existe la convicción de que los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre sí mismos, por lo tanto el conocimiento se construye activamente por sujetos cognoscentes más no se recibe pasivamente del ambiente.

Los autores también señalan que el constructivismo postula la existencia y prevalencia de procesos activos en la construcción del conocimiento, donde se habla de un sujeto cognitivo aportante que rebasa a través de su labor constructiva lo que le ofrece su entorno; entendiendo así, el enfoque constructivista como la conjunción del qué y el cómo de la enseñanza, es decir, “enseñar a pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextuados” (Díaz Barriga y Hernández, 2006).

Desde la posición de diferentes tendencias de investigación psicológica y educativa como las teorías de Piaget, Vygotsky, Ausubel y la actual psicología cognitiva, el constructivismo no es unívoco, sino que más bien se cree que puede hablarse de varios tipos de constructivismo. Entonces, según Carretero (2006) y Tovar (2001), el constructivismo básicamente se entiende desde los aspectos tanto cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos del individuo, señalan que es el resultado de la interacción constructiva del día a día entre los factores que se obtienen del ambiente y de las disposiciones internas del sujeto, por lo tanto el conocimiento es una construcción del ser humano y no una copia de la realidad.

Pimienta (2005) dice que las teorías constructivistas deben situarse en un punto medio entre el *innatismo*, conocimientos que posee el sujeto, y el *empirismo*, el conocimiento externo, ya que estas posturas dentro del aprendizaje tienen implicaciones decisivas en la enseñanza, debido a que favorece la adquisición y construcción de nuevos conocimientos.

(1992) Merril. El constructivismo en Jesús Beltrán Llera 1996 a p. 64, señala que la sustancia del constructivismo está en definir el aprendizaje como construcción personal de significados sobre la base de la experiencia personal por lo que ha de realizarse en contextos realistas y situados.

Por otro lado Beltrán (1998a), dice que desde la investigación del aprendizaje como construcción de significado el papel del estudiante corresponde al de un ser autónomo y auto-regulado, que conoce sus propios procesos cognitivos, así mismo tiene en sus manos el control del aprendizaje utilizando su experiencia previa para aprender y moldear el nuevo aprendizaje; mientras que el papel del profesor es participar en el proceso de construir el conocimiento junto con el estudiante y compartirlo.

Instrucción cognitiva

Castañeda y López (1992) mencionan que el surgimiento internacional de la psicología instruccional data a finales de los años 60. Gané, Rower y Glaser citados por los autores señalan que el interés de la psicología instruccional ha sido enriquecer mediante la investigación del desarrollo de una teoría capaz de explicar los procesos de adquisición, representación y aplicación de los conocimientos, así mismo logra el equilibrio del desarrollo entre conocimientos teóricos y su aplicación a situaciones prácticas.

Desde las ciencias psicológicas relacionadas con el aprendizaje escolar existen diferentes teorías e interpretaciones sobre el fenómeno del aprendizaje humano, éstas nacen dentro de un contexto temporal y se formulan a través de metáforas que expresan los principios y consecuencias de cada interpretación sobre todo, lo referido a la instrucción-aprendizaje, Beltrán (1998a).

Siguiendo con el autor, el paradigma de la instrucción cognitiva debe presentar la instrucción explicita de estrategias indicando cómo, cuándo, dónde y por qué usarlas, por lo tanto, se puede decir que la instrucción cognitiva está centrada en el modelo del aprendizaje autorregulado, el cual representa los procesos por los cuales el estudiante adquiere, transforma y utiliza la información, es decir, que aprende de manera activa y constructiva.

Por su parte Bermejo (1996), dice que los estudiantes desarrollan habilidades que ayudan a la construcción del conocimiento y que a medida que pasa el tiempo se vuelven cada vez más exactas, así los estudiantes aprenden a usarlas cada vez de mejor modo planificando la correcta solución de un problema al controlar todo el proceso de resolución y distribuir convenientemente los esfuerzos hasta concluir la tarea, a este proceso el autor le llama auto-regulación.

Así mismo Beltrán (1996a), menciona que desde el enfoque de la instrucción cognitiva, el aprendizaje depende de los conocimientos del sujeto, donde el conocimiento mismo genera nuevos conocimientos a través de modelos mentales que guían la solución de problemas y en consecuencia el aprendizaje.

(1991) Glaser. Instrucción cognitiva en Jesús Beltrán Llera 1996a, p. 77, señala que cuando se produce el aprendizaje surgen organizaciones de conocimiento cada vez más estructuradas, desembocando en nuevos aprendizajes y en una efectiva resolución de problemas, es decir, los estudiantes aprenden haciendo uso de lo ya conocen y así realizan esquemas personales para interpretar la nueva información, formando nuevos modelos mentales sobre fenómenos físicos y sociales.

(1990) Collins. Métodos de la instrucción en Jesús Beltrán Llera 1998b, señalan tres métodos esenciales dentro de la instrucción cognitiva, el primero es el modelado, el segundo el entrenamiento y el tercero el andamiaje, juntos contribuyen a la adquisición de un conjunto de habilidades cognitivas y metacognitivas a través de procesos de observación y práctica guiada.

- *Modelado:* Requiere de la realización de la tarea por parte de un experto para que el estudiante observe y construya un modelo conceptual del procedimiento de la realización. Para ello, es necesario que se externen los procesos mentales que realiza el experto, proporcionando las distintas soluciones a problemas formulados por los estudiantes, la integración de lo que sucede y el por qué, así mismo se hacen visibles los procesos que regularmente no se ven.
- *Entrenamiento:* Ofrecer sugerencias para ayudar a recuperar los conocimientos previos del estudiante, dicha ayuda debe estar dirigida a dificultades reales, en momentos críticos y debe ser suficiente para que genere nuevas perspectivas en el estudiante.
- *Andamiaje:* Es el apoyo que proporciona el profesor al estudiante para realizar una tarea, ayudándolo a resolver y comprender lo que no puede hacer, hasta que éste sea capaz de realizarlo por sí solo. Dicho proceso permite graduar los niveles de ayuda a cada alumno en particular, facilita la internalización y el auto-control del aprendizaje, así mismo favorece el máximo respeto a la personalidad e independencia del alumno.

Por otro lado, Mayor, Suengas y González (1995b) dicen que el ayudar a aprender es enseñar a pensar, desarrollando las distintas funciones del pensamiento dejando de lado el almacenamiento de contenidos enmarcados en el currículo, introduciendo adecuaciones a éste y generando cambios en la actividad.

En este sentido, Bruning (2005) señala que la psicología cognitiva resalta la importancia de las actividades, las estrategias y las estructuras mentales de los estudiantes en la comprensión y creación de significados, para lo cual menciona que el aprendizaje contiene elementos principales: es un proceso activo, constructivo y significativo, en el que toma en cuenta los conocimientos previos del alumno y que dependen de las estructuras mentales logradas.

Castañeda y López (1992) mencionan que el modelo instruccional contiene el desarrollo de habilidades bajo el concepto de *modelamiento cognitivo,* en el cual el desarrollo previo se da a partir de las habilidades del solucionador "novato" en habilidades del solucionador "experto". Para ello, consideran un modelo de solución de problemas en el que convergen cinco componentes:

- Representación del problema
- Procedimientos de resolución
- Reconocimiento de patrones por medio de conceptos perceptuales
- Aplicabilidad del conocimiento
- Las estrategias de autorregulación

Por su parte, Montera (2002) dice que el método instruccional se clasifica en tres tipos de variables vistas como estrategias:

1. *Estrategia organizativa:* Contribuyen a la organización del contenido temático por medio de ejemplos, diagramas, secuencias de contenido y formato.
2. *Estrategia de entrega:* Comunican la instrucción al estudiante y o recibe la información de los resultados logrados del mismo estudiante. Esta estrategia es mediada por el profesor y los materiales didácticos correspondientes.
3. *Estrategia de administración*: favorece la toma de decisiones acerca de los componentes organizacionales y de entrega durante el proceso de la instrucción.

Las estrategias organizativas se dividen en dos, *Micro y Macro,* las primeras son métodos elementales para organizar la instrucción sobre una idea simple como definiciones, ejemplos, prácticas y representaciones, mientras que las segundas, corresponden a los métodos para organizar aspectos de la instrucción relacionados con más de una idea como pueden ser las secuencias, síntesis y resumen.

Desde el enfoque de este trabajo se requiere de las estrategias micro para entender la parte verbal del problema matemático y así tomar la decisión del procedimiento a seguir mientras que las macro permiten la organización de los datos cuantitativos y de la función que tienen dentro del problema. Entiéndase problema verbal como el planteamiento de una situación escrita a la que se le busca dar solución, en este caso nos referimos a una respuesta matemática.

Con intención de aterrizar la instrucción cognitiva al interés particular de esta tesis se considera necesario citar el planteamiento señalado por Bruning (2005), quien dice que existe una estrecha relación entre la comprensión de un texto y la resolución de un problema matemático, basándose en la teoría de procesamiento de textos de Kintsch y Van Dijk, en la que se dice que los lectores entienden un texto dividiendo las oraciones en proposiciones y relacionando éstas con una mayor dentro de la estructura del texto.

En este sentido, la resolución de problemas verbales consta de dos pasos, en primer lugar se encuentra la creación de esquemas para entender el problema verbal y el segundo se refiere a la activación del esquema matemático por medio del esquema verbal, es decir, primero se requiere comprender el texto del problema para poder dar una respuesta matemática. La comprensión implica la construcción de macroestructuras de la información de un texto, ya que ésta es la síntesis del conocimiento nuevo y del conocimiento previo del sujeto.

La educación no formal a nivel bachillerato

La educación no formal o no escolarizada a nivel bachillerato es un servicio educativo público que la Secretaria de Educación Pública y el gobierno ofrecen en todas las entidades de la República Mexicana, a este servicio se le conoce como preparatoria abierta, la cual fue diseñada para atender a la población mayor a 15 años de edad con deseos o necesidad de empezar, continuar o terminar sus estudios comprendidos en este ciclo educativo, así mismo es una opción para quienes por alguna situación en particular, no tienen la oportunidad de asistir a un plantel escolarizado.

La preparatoria abierta surgió en 1973 como una propuesta educativa desde el enfoque conductista. El plan de estudios se conformaba por 30 asignaturas y tres áreas de especialidad para egresar: Ciencias Administrativas y Sociales, Humanidades y Ciencias Físico Matemáticas. Estas últimas asignaturas eran a la elección del estudiante, según su interés académico.

Desde entonces la modalidad no escolarizada ha ido adecuando la normatividad para asegurar la calidad de sus servicios. Es así que a partir de la Reforma Integral Educativa a Nivel Medio Superior (RIEMS) se realiza la integración y regulación de dicha modalidad educativa con el resto de las opciones de nivel bachillerato compartiendo un marco curricular común, a manera de que los estudiantes de cualquier modalidad, cuenten con los saberes y habilidades comunes al concluir sus estudios.

A partir de la definición del marco curricular común en la preparatoria abierta se llevó a cabo la actualización del enfoque pedagógico, poniendo en marcha el nuevo mapa curricular que integra el enfoque por competencias en el año 2011.

La modalidad no escolarizada, preparatoria abierta, ofrece la certificación por evaluaciones parciales y se caracteriza por permitir que los estudiantes desarrollen el estudio independiente. De este modo ellos asumen la responsabilidad de cumplir y acreditar el plan y programas de estudio correspondiente.

Los estudiantes son quienes eligen, de manera libre su trayectoria curricular, en virtud de que se ajuste a sus necesidades, ellos determinan si requieren asesoría académica, también tienen la oportunidad de estructurar sus calendario y horario de estudio.

De acuerdo con la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS), con la estructura curricular de la preparatoria abierta se busca brindar una formación integral para los estudiantes, en función de que cuenten con las bases teórico-metodológicas y con habilidades básicas para el buen desarrollo de competencias para la vida, el trabajo y el estudio.

El plan de estudios modular está integrado por 22 módulos contenidos en dos componentes, el primero es denominado ***Básico*** y se conforma por 21 módulos en los que se obtienen conocimientos, actitudes y habilidades para que el estudiante pueda desempeñarse en las áreas de comunicación, matemáticas, ciencias experimentales, humanidades y ciencias sociales. El segundo componente es el ***Profesional*** y está constituido por un módulo dedicado al estudio de la informática, aquí se desarrollan habilidades, conocimientos y actitudes que pueden apoyar al estudiante en el ámbito laboral.

Así mismo se considera importante señalar los niveles del componente ***básico.*** El nivel 1. *Bases,* es considerado como el punto de partida porque contextualiza el proceso de formación que implica el sistema no escolarizado, el nivel 2. *Instrumentos* induce a un primer acercamiento a la utilización del lenguaje propio de cada uno de los campos; algebraico, español, inglés e informático, el nivel 3. *Métodos y contextos* aquí se consolida la formación teórico-metodológica de las diferentes disciplinas, el nivel 4.*Relaciones y cambios* Consiste en integrar los saberes del estudiante a fin de que logre niveles de análisis más complejos y el nivel 5. *Efectos y propuestas* consolida la formación académica con la reflexión y el análisis de problemáticas, poniendo en práctica las competencias adquiridas por el estudiante.

En virtud de ampliar el panorama sobre el cual se llevó a cabo el presente trabajo se especifica la asignatura que sirvió como recurso, “*Representaciones simbólicas y algoritmos”,* ésta pertenece al nivel 2. Instrumentos, en el área de matemáticas, dando solución a problemas de entornos reales a partir de la aplicación de fórmulas matemáticas, comprendiendo la relación entre expresiones numéricas y algebraicas.

El material didáctico de la asignatura comprende dos unidades, la primera está relacionada con el tema de los números reales y operaciones básicas, suma resta, división, multiplicación y fracciones, así como raíces y números exponenciales. La segunda unidad aborda el tema del lenguaje algebraico en donde se aprende trabaja con polinomios, ecuaciones de primer grado, factorizaciones y ecuaciones cuadráticas.

Cabe destacar que en función de brindar una educación de calidad a nivel medio superior y un mejor servicio a los usuarios de preparatoria abierta y a todo el público que desee conocer con exactitud los resultados del sistema no escolarizado, la Dirección General de Bachillerato inició el proceso de certificación bajo la norma ISO 9001:2000 (Organización Internacional de Normalización) en el año 2002, dicho proceso comienza en la Dirección de Sistemas Abiertos la cual alcanza la certificación el 11 de diciembre del mismo año con base en la misión, visión y valores que orientan sus acciones para el planteamiento de su política de calidad.

De acuerdo con la Dirección General de Bachillerato (2011) la preparatoria abierta en función de garantizar la filosofía de calidad, publica en su portal digital lo siguiente:

Misión de proporcionar a los aspirantes, estudiantes y centros de asesoría en el país, servicios educativos de calidad en el bachillerato general no escolarizado mediante un plan de estudio y materiales didácticos flexibles, diversificados y actualizados, para promover habilidades de estudio independiente con responsabilidad, honestidad, compromiso, disciplina e identidad nacional, contribuyendo así al desarrollo de las personas y de la sociedad.

Visión de la preparatoria abierta, se ha consolidado como una opción educativa de calidad, atiende jóvenes y adultos de todo el país y residentes mexicanos en el extranjero, que requieren de un servicio flexible, accesible y moderno para obtener el bachillerato; ofrece dos planes de estudio con enfoque de competencias, materiales didácticos autoinstruccionales y emplea tecnologías de la información y comunicación para apoyar al aprendizaje; promueve la excelencia educativa y coadyuva significativamente a la permanencia y egreso de la educación media superior.

Valores. Principios en los que se fundamenta el sistema de gestión de calidad y equidad de género en la Dirección de Sistemas Abiertos (2011). Actitud de servicio sin discriminación, compromiso e importancia a nuestras acciones en forma oportuna y eficiente, disciplina ante los lineamientos de los sistemas, métodos y normas de trabajo, honestidad al desempeñar las labores, Identidad nacional, respeto, proporcionando un trato cortés y sin discriminación por último, responsabilidad, asumir todos los anteriores día con día en los tiempos acordados.

Por otra parte, la preparatoria abierta ofrece el servicio de asesoría académica en función de ayudar al estudiante despejando dudas sobre los contenidos en los materiales didácticos y el uso de los mismos. La asesoría de forma gratuita en la Dirección de Sistemas Abiertos y en espacios asignados por la Secretaria de Educación Pública y el gobierno de cada entidad de la República Mexicana.

El estudiante cuenta con dos opciones de asesoría académica, una es la individual, donde se apoya al estudiante de acuerdo a su propio ritmo de aprendizaje, profundizando los temas de interés para el estudiante; la otra opción es la asesoría grupal, aquí se favorece la interacción entre el estudiante, sus compañeros y el asesor, generando un ambiente de discusión como promoción del aprendizaje.

De este modo y para concluir con este apartado, Sánchez (2012), refiere que es importante involucrar a los estudiantes en las actividades escolares a modo de que se sientan parte de la comunidad y así, ayudarlos construir su conocimiento de manera eficaz y autorregulada.

El estudio independiente

Desde esta tesis se plantea que el estudio independiente consiste en que los estudiantes aprendan a aprender, ya que como se señala en el programa educativo por competencias, en la asignatura *De la información al conocimiento*, SEP (2011) correspondiente al componente Básico, dentro del nivel 1.- Bases; el estudio independiente requiere de quien estudia, asumir la responsabilidad principal de su formación, comprometiéndose a aprender con el apoyo de los materiales y recursos que ha preparado la institución educativa sin tener obligatoriamente la supervisión directa y constante de un docente.

En éste sentido, Mayor, Suengas y González (1995a) mencionan que el aprendizaje autorregulado se basa en los procesos de autoesfuerzo, autoinstrucción y autocontrol. (1982) Kopp. El desarrollo de la autorregulación, en Mayor, Suengas y González 1995a P. 102, propone tres fases en el desarrollo de la autorregulación.

1: *Control inconsciente:* desarrollo de mecanismos neurofisiológicos que no requieren de intenciones previas o conocimiento del significado de la situación.

2: *Control:* Pensamiento representacional y capacidad de recuerdo, el autocontrol implica el conocimiento interno de las expectativas y mecanismos adecuados de control.

3: *Autorregulación:* Procesos ejecutivos de mayor flexibilidad que el autocontrol, ya que se adapta al cambio, permite mayor retraso de los acontecimientos e indica el uso de la reflexión y de las estrategias que incluyen introspección, consciencia y metacognición.

De acuerdo con Iglesias y Suárez (2003), el aprendizaje estratégico se puede definir como aquella situación donde tiene lugar un aprendizaje desarrollador, en el que se revela y se utiliza a un nivel consciente las relaciones esenciales que dan cuenta de la lógica en la actividad metacognitiva.

Para Mayor, Suengas y González (1995a) la metacognicion es definida como el conocimiento sobre el propio conocimiento y, éste aumenta a lo largo de la vida de un ser humano conforme su experiencia desde temprana edad, la cual le aporta una base sólida sobre la cual se construye el desarrollo cognitivo, así mismo la interacción del conocimiento ya existente con la operación eficaz y perceptual en nuevos contextos de aprendizaje le dan al sujeto el desarrollo de la metacognicion.

Entonces la metacognición puede dividirse en dos ámbitos, por una parte, la comprensión de las experiencias metacognitivas y, por otro lado, en adquirir conocimientos acerca de las variables de las personas, las tareas y las estrategias. (1987) Flavell. Esquemas de desarrollo y teorías de la mente en Mayor, Suengas y González 1995a, P. 97.

De acuerdo con Justicia (1998), la variable de la persona son los conocimientos del sujeto sobre sus propios conocimientos, capacidades y limitaciones, así mismo sabe y reconoce lo que otros sujetos saben. Es posible adquirir conocimientos intraindividuales, individuales, interindividuales y universales., la variable de la tarea es el conocimiento que un sujeto posee sobre las características naturales de la tarea y la relación de éstas con él mismo, en cuanto a la dificultad o facilidad que le representa, la variable de la estrategia, es el conocimiento que tiene el sujeto sobre las diferentes estrategias y técnicas que posee para distintas áreas cognitivas y al mismo tiempo sabe cómo y cuándo aplicarlas eficazmente.

Por lo tanto, las estrategias de enseñanza metacognitivas contribuyen a estimular una serie de procesos interiores encaminados a desarrollar mecanismos autorreguladores en los estudiantes, que les permiten tener un papel activo en el proceso de su propio aprendizaje y a medida en que van alcanzando mayores niveles de reflexión y control van logrando cierto grado de independencia y motivación en la aplicación de las estrategias cognitivas y metacognitivas, adquiriendo métodos para ir sistematizando las habilidades en dichas estrategias, es decir, alcanzan un estudio independiente.

Las estrategias de aprendizaje

Partiendo de la idea señalada por Beltrán (1998a) de que el aprendizaje es estratégico, resulta necesario contextualizar el concepto de estrategia. De acuerdo con Monereo, (2000) el concepto de estrategia se emplea en diversos ámbitos (político, financiero, comercial, etc) sin embargo, en cualquiera de ellos se encuentran dos palabras clave: acciones y meta. Por lo tanto, define una estrategia como el conjunto de acciones que se realizan para obtener un objetivo de aprendizaje.

Dice también que dentro de la Psicología Educativa existen temas básicos relacionados con las estrategias de aprendizaje que engloban conceptos como capacidades y habilidades cognitivas, hábitos de trabajo intelectual, técnicas y métodos de estudio y resolución de problemas.

Para Mayor, Suengas y González (1995) las estrategias son el conjunto de procedimientos que se instrumentan y se llevan a cabo para alcanzar algún objetivo, plan, fin o meta y así lograr aprender, de este modo su implementación al aprendizaje es la secuencia de procedimientos que se aplican para lograr aprender y el término “estrategia” se relaciona con términos como táctica, destreza, estilo, orientación o proceso.

Los autores señalan tres dimensiones que pueden caracterizar las estrategias de aprendizaje:

1) consciente (controlada) – inconsciente (automática)

2) autodirigida (individual y espontánea) – heterodirigida (interactiva y mediada por la instrucción), misma que se asume en esta tesis

3) genérica (global, utilizable en cualquier situación de aprendizaje) – específica (aplicable a un dominio, campo o tópico restringido a la táctica)

Beltrán (1998a) menciona que las estrategias sirven para mejorar la calidad en el rendimiento de los alumnos, lógicamente apoyadas en alguna concepción del aprendizaje. Así mismo define el aprendizaje como un cambio más o menos permanente de conducta que es producido como resultado de la práctica y con ello se genera una relación funcional entre la ejecución y la práctica así como entre la auto-regulación y el uso de estrategias de aprendizaje.

Beltrán (1998b), realiza una clasificación de las estrategias de aprendizaje, la cual se basa en el reconocimiento generalizado de que los componentes principales del aprendizaje son el conocimiento, la motivación y la metacognición, en la que se hace una diferencia entre la adquisición del conocimiento (procesos atencionales, procesos de codificación de la información "representación" y procesos de reestructuración que posibilitan el uso posterior) y su uso (el manejo del conocimiento, su generalización y su aplicación a diferentes ámbitos).

Entonces, la clasificación de las estrategias se puede dividir a partir de su función y su naturaleza, de acuerdo con esta última, las estrategias pueden ser congnitivas, metacognitivas o de apoyo. Las estrategias metacognitivas promueven la planificación, la auto regulación el auto control y la evaluación, por otra parte, en las cognitivas se emplea la selección, organización y elaboración de la información; para ello es necesario incluir las estrategias de personalización de conocimientos, donde se promueve la creatividad, pensamiento crítico, recuperación y el transfer; en cuanto a las de apoyo se dirigen al servicio de la sensibilización del estudiante hacia el aprendizaje por medio de la tarea.

En ese sentido, la motivación incluye las emociones en una categoría de esfuerzos dinamizadores de los procesos y por último, respecto a la metacognición se hace una diferencia de las estrategias según los componentes de la misma en el proceso global del aprendizaje. A partir de lo anterior los autores plantean que el aprendizaje será más eficaz.

Por su parte, Díaz Barriga y Hernández (2006b) señalan, a partir de diversas coincidencias entre las definiciones de distintos autores que las estrategias de aprendizaje son procedimientos, conjuntos de pasos, operaciones o habilidades, que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumentos flexibles para aprender significativamente y solucionar problemas. De ser así, se puede asumir que la efectividad de la intervención psicopedagógica tuvo resultados óptimos a favor del estudio independiente, mismo que se tiene como objetivo para los estudiantes que participaron en esta investigación.

También señalan que la adquisición de las estrategias de aprendizaje desde una situación de enseñanza se presenta en tres pasos:

1. Exposición y ejecución del procedimiento por parte del enseñante (presentación de la estrategia)
2. Ejecución guiada del procedimiento por parte del aprendiz y o compartida con el enseñante (práctica guiada)
3. Ejecución independiente y autorregulada del procedimiento por parte del aprendiz (práctica independiente)

Por lo tanto, el profesor o enseñante debe ayudar al estudiante a lograr la construcción del conocimiento a través del procedimiento estratégico proporcionándole andamiaje, mismo que el estudiante modificará ajustándose en función de su creciente capacidad para utilizarlo.

De éste modo Díaz Barriga y Hernández (2006b) refieren varios modos o técnicas para el entrenamiento de estrategias de aprendizaje:

- *La ejercitación.* Una vez enseñada la estrategia, la ejercitación consiste en el uso reiterado de la misma ante varias situaciones o tareas.

- *El modelado .*El docente modela ante los alumnos la forma de usar la estrategia haciendo énfasis en los aspectos que generalmente no se exponen al presentar la resolución de alguna tarea, con la intención de que el estudiante la copie y la use a su manera. Desde ésta técnica se puede modelar sobre el uso correcto e incorrecto de resolver la tarea, dando pie a que el alumno observe los pasos en la ejecución y tome un ejemplo a partir de las acciones y reflexiones metacognitivas del modelo.

- *El análisis o discusión metacognitiva.* Busca que los estudiantes exploren sus propios procesos cognitivos al ejecutar una tarea de aprendizaje a fin de que valoren su eficacia a través del actuar reflexivo para que luego realicen modificaciones ante tareas similares.

- *La auto interrogación metacognitiva.* Consiste en ayudar al estudiante a que conozca y reflexione sobre las estrategias usadas con el fin de conseguir mejoras en su uso por medio de esquemas de preguntas que se hace a sí mismo. Estas se identifican en tres fases: a) primero, el profesor propone el modelo de interrogación que emplea y expone varios ejemplos, b) después, el alumno aplica el esquema y comienza con distintas tareas propuestas por el profesor y luego con tareas elegidas por el propio estudiante y, c) por último, se promueve la internalización del esquema y de éste modo lo use en forma independiente.

Entonces las estrategias de aprendizaje son contenidos procedimentales relacionados con el saber hacer a partir de las habilidades que se utilizan para aprender, debidamente enmarcadas en procedimientos que el alumno realiza, utilizándolos como herramientas para optimizar su proceso de construcción de conocimientos.

Es importante tomar en cuenta el cuándo, dónde y por qué del uso de las estrategias de aprendizaje a fin de que los estudiantes logren comprender el valor y la utilidad en diferentes contextos de aplicación.

En virtud de relacionar las estrategias de aprendizaje con los temas de las matemáticas, Barberá (2000) sostiene cuatro apartados:

1. **Comprensión del problema:** El alumno debe preguntarse si entiende el problema, en caso de que no sea así, debe releer el texto matemático, profundizar en las palabras clave, usar dibujos, modelos matemáticos y representaciones, verbalizar el problema concretándolo o generalizarlo según

sea el caso y valorar las modificaciones o variaciones que conlleva el problema y su resolución.

2. **Conveniencia de los datos:** El alumno se pregunta si tiene todos los datos para resolver el problema y cuáles son. Los problemas matemáticos no pueden presentar todos los datos para que el alumno simplemente manipule la información de manera superficial dejando al problema a nivel cotidiano. Para evitar lo anterior es necesario incluir el uso de datos distractores, redundantes o insuficientes para elevar el nivel de problema para que el alumno discrimine o seleccione los datos relevantes o significativos y en algunos casos los busque.

3. **Tipo de resolución:** Se debe preguntar qué le pide el problema y cómo solucionarlo nuevamente, desde el propósito del problema, las condiciones principales del problema, los requisitos para resolver el problema y corroborar que se está resolviendo bien.

4. **Proceso de resolución y alcance del problema:** El alumno se pregunta si el resultado al que llegó es significativo y correcto, debe tener en cuenta los procesos de revisión y comprobación durante todo el proceso de resolución para evitar arrastrar omisiones o errores y malentendidos hasta el final y así aumentar la seguridad en la corrección de la respuesta. El profesor debe proporcionar ayudas reflexivas.

Los cuatro apartados se pueden resumir en la siguiente estructura al responder las preguntas que se pretende se haga el estudiante:

- Comprensión del problema ¿Entiendo el problema?
- Conveniencia de los datos ¿Tengo todos los datos para resolver el problema?
- Tipo de resolución ¿La estructura y el contenido del problema me informan la manera de resolver el problema?

- Proceso de resolución y alcance del problema ¿Qué me pide el problema y cómo puedo resolverlo? Comprobación de la respuesta ¿El resultado al que he llegado es significativo y correcto?

Con intención de lograr la autorregulación en los participantes de esta investigación, se retoma el modelo anterior asumiendo el contexto particular de cada situación planteada en las actividades diseñadas bajo la estrategia instruccional de resolución de problemas matemáticos y para fortalecer la capacidad y potenciar el alcance de los resultados en el siguiente apartado se presentan algunas características sobre la enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

Resolución de problemas matemáticos

Partiendo de lo que señala Beltrán (1998) las estrategas de aprendizaje como constructo psicológico, no son todo el aprendizaje, sino un elemento crucial de éste, de ahí la importancia de la relación entre la objetividad del papel que juegan dentro del aprendizaje y los elementos restantes en el contexto escolar.

Es por ello que desde la matemática, según (1985) De Corte y Verschaffel, Intervención en matemáticas, en Elena Barberá Gregori 2000. p. 231. La resolución de problemas verbales sencillos supone alguna cosa más que el dominio de operaciones aritméticas básicas, siendo el conocimiento conceptual específico en matemáticas esencial para desarrollar los primeros pasos de la resolución de problemas, la comprensión del enunciado y su representación verbal para lo cual el profesor debe proporcionar ayuda que favorezca el aprendizaje y la reflexión metacognitiva del alumno.

En cuanto a la comprensión, (1983) Van Dijk y Kintsch, Procesos, estrategias y calidad del aprendizaje, en Jesús Beltrán Llera 1998a. p. 45, refieren que la comprensión implica la construcción de una macroestructura de la información de un texto, dicha construcción es una síntesis del conocimiento nuevo y del ya existente en el sujeto, manteniendo un aprendizaje significativo.

En el caso de la resolución de problemas (1982) Vergnaud, Intervención en matemáticas, en Elena Barberá Gregori 2000. P. 239. Como la parte central del desarrollo de los contenidos matemáticos es el ambiente más significativo para este aprendizaje porque se consideran los conceptos y las actitudes relacionadas con el área, así entonces, los procedimientos de resolución de problemas están sustentados por los conceptos básicos que generan el conocimiento matemático, es decir, los conceptos y los procedimientos se interrelacionan de una manera dinámica influyéndose mutuamente en su desarrollo.

Para contextualizar el concepto de resolución de problemas matemáticos, es necesario definir qué es un problema. Vega (1998) menciona que un problema es toda situación a la que se enfrenta una persona y no sabe cómo dar respuesta. Entonces, se entiende por resolución de problemas aquellas tareas que requieren de procesos de razonamiento, algunos más complejos que otros, esto depende también de la capacidad y habilidad de cada persona.

Siguiendo con el autor, se engloban tres fases en la resolución de un problema. 1. *La preparación*, análisis e interpretación de los datos disponibles, identificación de la posible solución, obteniendo como resultado la división del problema en otros más sencillos o construyendo un problema más elemental ignorando alguna información, 2. *Producción,* se aplican estrategias que permitan el alcance de una solución, recuperación, exploración y transformación de la información y, 3. *Enjuiciamiento,* aquí se evalúa la solución generada, contrastándola con el criterio de solución.

Bermejo (1996), menciona que para llegar a comprender una tarea y llegar a una solución correcta es de relevancia la representación verbal del problema. También señala que muchos de los errores que cometen los estudiantes al resolver problemas matemáticos no solo provienen del desconocimiento de los principios básicos que fundamentan el concepto u operación, sino de la desvinculación de éstos con los símbolos o sintaxis de los símbolos escritos.

Una manera de representar los problemas verbales es mediante el uso de dibujos esquemáticos. Como ejemplo de ello es el modelo de *cambio, combinación y comparación* de (1998) Willis y Fuson, Estructura semántica y representación gráfica en Vicente Bermejo 1996. P. 580.

Donde el cambio consta de un estado inicial a un final a través de la modificación; la combinación representa un esquema de parte-parte-todo, es decir, separa el problema en otros más pequeños y, la comparación es justamente el comparar el problema global con el esquema parte-parte- todo. Lo anterior facilita el establecimiento de las relaciones entre los términos del problema y la selección del procedimiento de solución más adecuado. Bermejo (1996).

En cuanto a los problemas matemáticos, Saiz (2011) refiere que los métodos activos postulan la importancia de la resolución de problemas en la escuela porque permite a los alumnos enfrentarse a situaciones cotidianas, por lo que los problemas planteados suelen estar relacionados a compras del entorno familiar y que éstos deben ser de interés para el estudiante.

Lago y Rodríguez (1999) señalan que el currículo de la matemática no debe ser organizado únicamente en función de la estructura estricta de sus contenidos y tareas, sino que deben estar presentes los aspectos psicológicos de los sujetos tales como los conocimientos informales que adquieren antes de la instrucción formal, es decir, los conocimientos previos.

Ressia (2003) menciona que a partir de la didáctica de la matemática se da la producción de conocimientos que permiten anticipar y controlar los procesos que tienen lugar en el dominio de la enseñanza escolar de las matemáticas, en la que se recurre a utilizar los números como memoria; cuando el problema planteado requiere la comparación de cantidades y o el cálculo, o cuando la situación donde los números son utilizados como memoria de la posición, entonces se hacen actividades que requieren de la determinación de una posición en una serie ordenada numéricamente como calendarios y agendas, mientras que en situaciones en las que los números son utilizados como recurso para anticipar resultados**,** las actividades deben implicar transformaciones que afecten la cardinalidad de una colección como agregar, reunir, separar, quitar o repartir.

Por otro lado, Block y Dávila (1995), mencionan que el saber matemáticas no sólo se basa en saber contenidos formales, sino también en tener la capacidad de pensar matemáticamente, para lo cual refiere un ejemplo en el que una persona adulta que no sabe leer ni escribir y mucho menos resolver una operación matemática a papel y lápiz, es capaz de dar respuestas correctas a problemas matemáticos de la vida cotidiana.

Dicha persona, realiza un procedimiento estratégico para la resolución, dividiendo el problema en partes pequeñas para controlar los datos, realizando una serie de operaciones aritméticas. Sin embargo, la persona no reconoce saber resolver un problema matemático, es decir no cuenta con un pensamiento metacognitivo.

La metacognición es una valiosa habilidad que tenemos las personas para conocer qué es lo que sabemos y lo que no sabemos y sobre todo para conocer lo que podemos hacer cuando no sabemos algo. Beltrán (1998a) señala que quien piensa en la solución de problemas, quien piensa críticamente y, quien puede aplicar correctamente sus habilidades intelectuales posee habilidades metacognitivas bien desarrolladas.

En este sentido se pretende que los estudiantes no solo se aprendan contenidos matemáticos, sino que aprendan a aprender. Bermejo (1996) menciona que es conveniente centrar la instrucción en la comprensión y construcción del significado de los contenidos específicos, favoreciendo el proceso de aprendizaje a través de la naturaleza activa y constructiva del sujeto.

También señala que los niños poseen un alto desarrollo de conocimientos informales en torno a la aritmética, tales como el saber sumar y restar, por lo tanto la escuela debería promover actividades mentales más relevantes como la representación, razonamiento, toma de decisiones, relacionar, descomponer y componer números, etcétera. A consecuencia, desde 1980, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de EEUU (National Council of Taechers of Mathematics) resaltan que la resolución de problemas debería ser el núcleo de las matemáticas escolares.

En este contexto teórico se enmarca el presente trabajo de investigación empírica, donde las estrategias de aprendizaje instruccionales y metacognitivas juegan un papel importante para que los jóvenes de la preparatoria abierta logren el estudio independiente en la asignatura Representaciones Simbólicas y Algoritmos a través de la práctica en la resolución de problemas matemáticos bajo el procedimiento de modelado, práctica guiada y práctica independiente.

Durante el modelado la responsable de la intervención psicopedagógica realiza una serie de pasos auto cuestionando la toma de sus decisiones, cómo es que realiza cada operación y la conveniencia del uso de los datos matemáticos en cada paso e incluso por qué no usar uno u otro para determinada situación, así mismo al finalizar la resolución del problema se pregunta si el resultado al que llegó es correcto o no y en caso de no serlo analizar el por qué y cómo solucionarlo nuevamente.

Esto con la finalidad de que el estudiante solucione un problema similar auto cuestionándose para que su proceso de aprendizaje se vuelva consciente y el estudiante se apropie de éste. En este proceso el estudiante recibe apoyo tanto de la responsable de la intervención como de sus compañeros, mientras que en la práctica independiente se realiza de modo individual generando el mismo contexto de los dos pasos anteriores en función de que el estudiante autorregule su aprendizaje

A continuación se presenta el desarrollo de la investigación, exponiendo a detalle cada apartado que la integra.

MÉTODO

Objetivo general

- Mejorar las estrategias de aprendizaje de los estudiantes de la preparatoria abierta, favoreciendo el estudio independiente.

Hipótesis

- Se obtendrá una diferencia significativa a favor de los estudiantes del grupo experimental en el postest a partir de la intervención psicopedagógica.
- Los estudiantes del grupo experimental mejorarán significativamente con la estrategia instruccional metacognitiva sobre la resolución de problemas matemáticos relacionados con los temas de la asignatura "Representaciones Simbólicas y Algoritmos".

Variables

- Variable dependiente: Las estrategias de aprendizaje para el estudio independiente

- Variable independiente: programa de intervención para favorecer el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos mediante estrategias metacognitivas.

Diseño

El diseño de esta investigación se basa en el modelo cuasi-experimental aplicando en dos grupos, uno control y otro experimental que reciban asesoría en la asignatura *Representaciones Simbólicas y Algoritmos,* siendo el grupo experimental al que se le proporcionó el tratamiento del programa educativo basado en el uso de estrategias metacognitivas para alcanzar la eficacia en el estudio independiente. La muestra total de cada grupo fue de 10 participantes quienes fueron elegidos al azar.

La investigación se basa en una prueba no paramétrica con comparación de medias, en la que se realizó un pretest ($O_1 \ y \ O_3$) y un postest ($O_2 \ y \ O_4$) en cada grupo por separado, resaltando la diferencia existente del antes y el después de la intervención (X).

Así mismo se realizó una comparación entre ambos grupos en el pretest y en el postest, de antemano se esperaba que en el grupo experimental se obtuviera una diferencia significativa en los resultados de la investigación.

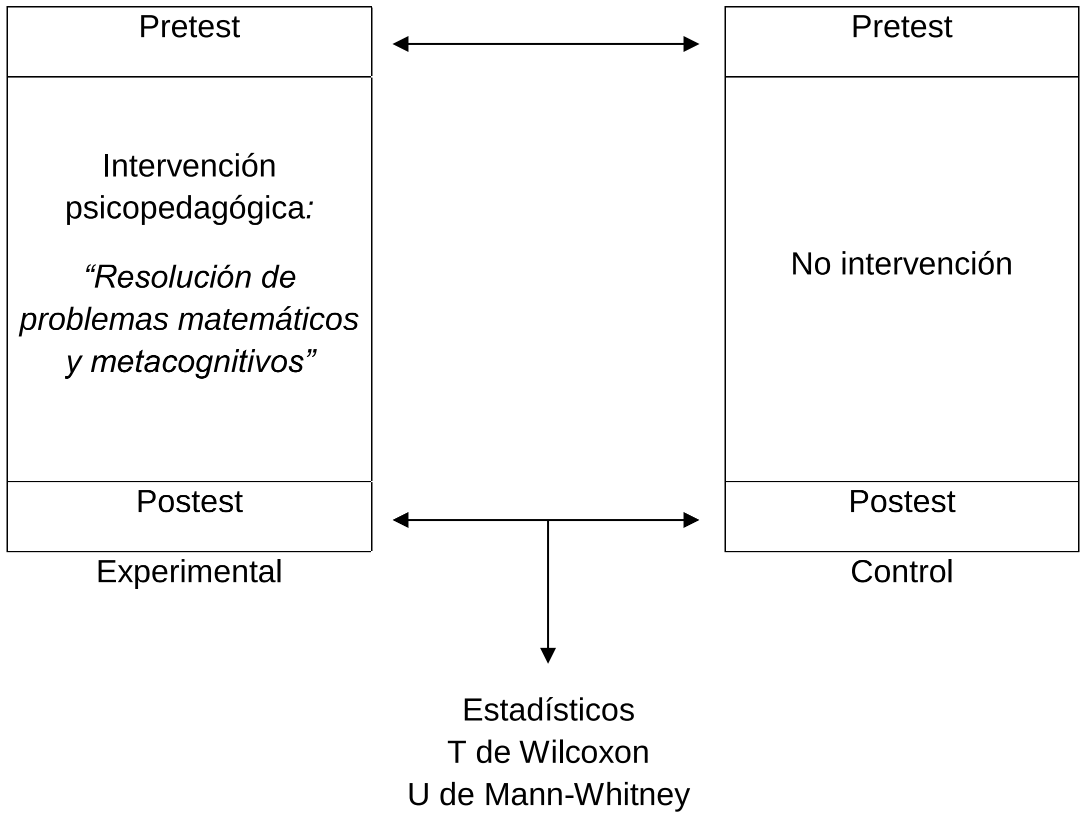
Diagrama:

2 grupos de preparatoria abierta	Grupo asignado al azar	O_1 Pretest	X Programa	O_2 Postest
	Grupo asignado al azar	O_3 Pretest		O_4 Postest

Las pruebas estadísticas que se utilizaron son T de Wilcoxon para comparar los pretest y postest de cada grupo y la U de Mann-Whitney para comparar los pretest y postest entre ambos grupos. Además, se realizó un análisis cualitativo basado en las recapitulaciones que cada estudiante elaboró al finalizar cada sesión con la intención de reflejar su proceso de aprendizaje.

Dichas recapitulaciones, consisten en que el estudiante escriba lo que le resulte más relevante de la sesión, esto puede ser un conocimiento nuevo, la experiencia que obtuvieron o las dudas con las que se quedaron.

Esquema del diseño



Participantes

Los participantes de la investigación son los estudiantes de preparatoria abierta "Sala del maestro" ubicada en el deportivo Casa Popular de la Delegación La Magdalena Contreras. La muestra se constituye por 20 jóvenes de edades entre los 16 y 25 años que por diferentes causas no tuvieron la oportunidad de ingresar al sistema escolarizado. En cada grupo, experimental y control, participaron 10 alumnos del total de la muestra.

Instrumentos de medida

El instrumento de evaluación que se aplicó en el pretest y en el postest es una selección de ejemplos planteados en el libro correspondiente a la asignatura "Representaciones simbólicas y algoritmos"; dicha selección comprende ocho problemas matemáticos con un promedio de dos a tres cuestiones a resolver cada uno, haciendo un total de 20, esta evaluación lleva por nombre *¿Ya estoy* *preparado?* (ver anexo 1), ésta es un simulacro reducido del examen oficial que presentan los estudiantes ante la SEP para acreditar la materia, el cual valora el nivel de competencias que ha desarrollado el estudiante a partir del programa.

Para valorar la puntuación que obtengan los estudiantes, se asigna punto cinco por cada respuesta correcta y cero a la incorrecta. Para calificar la evaluación se tomó en cuenta la escala de valores de 0 a 10.

Escala de calificaciones para la evaluación

Aciertos	Calificación
0	0
1	.5
2	1
3	1.5
4	2
5	2.5
6	3
7	3.5
8	4
9	4.5
10	5
11	5.5
12	6
13	6.5
14	7
15	7.5
16	8
17	8.5
18	9
19	9.5
20	10

Parámetros de calificación

Con la finalidad de obtener resultados cuantitativos en los resultados de la evaluación, se plantea como parámetro una escala de puntuaciones que va de 0 a

10, donde se contemplan las 20 cuestiones a resolver en ocho problemas matemáticos, para lo cual se asigna un valor equitativo de .5 a cada una de ellas.

- Si el procedimiento y el resultado son correctos el valor asignado por cuestión corresponde a .5
- Si el procedimiento y el resultado son incorrectos se asigna cero
- Si el procedimiento o el resultado son incorrectos se asigna cero

Como ya se mencionó antes, el programa de intervención se aplicó en el grupo experimental, trabajando los temas de la asignatura “Representaciones simbólicas y algoritmos” con la intención de mejorar las estrategias de aprendizaje favoreciendo la eficacia en el estudio independiente, por lo que se desarrollaron actividades potenciadoras de las competencias necesarias para dar cuenta de la eficacia esperada.

Procedimiento

Para lograr el objetivo de la investigación, el procedimiento se dividió en tres fases.

Esquema general del procedimiento

Fase 1 **Pretest**	**Fase 2** **Programa de Intervención**	**Fase 3** **Postest**
Evaluación “Representaciones Simbólicas y algoritmos” SEP (2011). **Actividad 1** Lectura de las instrucciones de la evaluación diagnóstica.	**Actividad 1** Explicación de objetivos y procedimiento de la estrategia “resolución de problemas matemáticos”. **Actividad 2** Enseñanza de la estrategia Procedimiento paso a paso:	Evaluación “Representaciones Simbólicas y Algoritmos” SEP (2011). **Actividad 1** Lectura de las instrucciones de la evaluación final.

Actividad 2 Contestar la evaluación, desarrollo de los reactivos en hojas extra.	• Comprensión del problema. • Conveniencia de los datos. • Tipo de resolución. • Proceso de resolución y alcance del problema, comprobando las respuestas. **Actividad 3** **-** Modelado de la estrategia “resolución de problemas matemáticos”. **-** Práctica guiada, solución de problemas matemáticos relacionados con el lenguaje algebraico. **-** Práctica independiente, solución de problemas matemáticos relacionados con el lenguaje algebraico.	**Actividad 2** Solución de la evaluación final, desarrollo de los reactivos en hojas extra. **Actividad 3** Calificación de evaluaciones: Si el procedimiento y el resultado son correctos el valor asignado por cuestión corresponde a .5. Si el procedimiento y el resultado son incorrectos se califica con cero. Organización y codificación de información y datos obtenidos de las evaluaciones. Análisis de resultados para corroborar si se cumplió o no la hipótesis.

Primera fase: pretest

En esta primera fase se aplicó la evaluación diagnóstica a modo de pretest para explorar los conocimientos de los estudiantes de ambos grupos, control y experimental de la preparatoria abierta de la Delegación La Magdalena Contreras.

Objetivo:

- Explorar los conocimientos previos de los estudiantes de la preparatoria abierta en el área de matemáticas en el contenido de resolución de problemas siguiendo los temas de la asignatura Representaciones Simbólicas y Algoritmos.

Temas del libro “Representaciones simbólicas y algoritmos”:

Unidad 1. Números Reales

- Clasificación de los Números Reales
- Postulados de orden para los números reales
- Operaciones con signos de agrupación
- Las leyes de los signos
- Las partes de las operaciones básicas
- Criterios de divisibilidad
- Propiedades de igualdad
- Razones y Proporciones
- Raíces y Potencias
- Leyes de los exponentes

Unidad 2. Lenguaje Algebraico

- Lenguaje Algebraico (Traducción)
- Términos semejantes
- Valor numérico
- Polinomios (suma, resta, multiplicación y división)
- Ecuación de primer grado con una incógnita
- Reducción de ecuaciones de primer grado con una incógnita
- Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
- Métodos de solución (reducción, sustitución e igualación)
- Factorización
- Factorización por factor común
- Factorización de trinomios cuadrados perfectos
- Factorización de una diferencia de cuadrados
- Factorización de la forma $x^2 + bx + c$
- Factorización de la forma $ax^2 + bx + c$
- Ecuaciones cuadráticas (Ecuaciones de segundo grado)
- Clasificación de las ecuaciones de segundo grado

Segunda fase: Intervención

Objetivo:

- Favorecer el estudio independiente por medio de la estrategia instruccional de resolución de problemas matemáticos enfocados en los temas de la asignatura Representaciones simbólicas y algoritmos.

El programa consta de 16 sesiones (ver anexo 2), interviniendo de lunes a viernes durante una hora cada día con el grupo experimental y en el grupo control se mantuvo durante el mismo tiempo, la forma habitual de trabajar la asignatura, es decir, se manejó por temas y se trabajó con sus propios medios de aprendizaje para la resolución del libro. A consecuencia de las quejas de los estudiantes sobre la falta de claridad del libro, se diseñó una guía temática abordando los temas del libro con ejercicios resueltos y explicados.

Con respecto al programa de intervención, las sesiones están diseñadas de manera ordenada a partir de la complejidad de los temas, tomando como referencia la planeación oficial del libro de la asignatura Representaciones simbólicas y algoritmos.

Objetivo para los participantes

- Adquirir y mejorar las estrategias de aprendizaje de resolución de problemas matemáticos, a fin de que alcancen una práctica eficaz de estudio independiente en la asignatura Representaciones simbólicas y algoritmos.

Las actividades se enfocan en la resolución de problemas matemáticos abordando dos grandes rubros: Los números reales y el Leguaje algebraico.

A continuación se puede observar el programa de intervención de forma general a través de un cuadro explicativo.

Estrategia de enseñanza metacognitiva de aprendizaje basada en la resolución de problemas

PRETEST
Evaluación "Representaciones Simbólicas y Algoritmos" SEP (2011) **Actividad 1.** Lectura de las instrucciones de la evaluación diagnóstica **Actividad 2.** Contestar la evaluación, desarrollo de los reactivos en hojas extra
GRUPO EXPERIMENTAL **Actividad 1**. Explicación de objetivos y procedimiento de la estrategia "resolución de problemas" **Actividad 2**. Enseñanza de la estrategia. Modelado de la estrategia "resolución de problemas" - Comprensión del problema, conveniencia de los datos, tipo de resolución, proceso de resolución-alcance del problema y comprobación de la respuesta **Actividad 3**. Práctica guiada, solución de problemas matemáticos relacionados con el lenguaje algebraico **Actividad 4.** Práctica independiente, solución de problemas matemáticos relacionados con el lenguaje algebraico **GRUPO CONTROL** **Actividad 1**. Explicación de objetivos **Actividad 2**. Enseñanza de contenidos específicos sobre ejercicios matemáticos. Números reales y lenguaje algebraico: realización de ejercicios matemáticos, el docente explica los conceptos y el procedimiento, el estudiante hace anotaciones para aprenderlo y como apoyo utiliza la guía temática. **Actividad 3.** Los estudiantes realizan ejercicios matemáticos de manera independiente revisando sus apuntes y la guía, el docente evalúa si es correcto o no el resultado
POSTEST Evaluación "Representaciones Simbólicas y Algoritmos" SEP (2011) **Actividad 1**. Lectura de las instrucciones de la evaluación final **Actividad 2**. Solución de la evaluación final, desarrollo de los reactivos en hojas extra **Actividad 3**. Calificación de los instrumentos: Si el procedimiento y el resultado son correctos el valor asignado por cuestión corresponde a .5, si el procedimiento y el resultado son incorrectos se asignará cero. Organización y codificación de información y datos obtenidos de las evaluaciones. Corroborar si se cumplió o no la hipótesis.

Para llevar a cabo la estrategia de enseñanza aprendizaje basada en la resolución de problemas, en este caso matemáticos, se usa el método de enseñanza directa, para lo cual se realiza una descripción general de la intervención.

En las primeras tres sesiones se trabajó la unidad 1 “Los números reales” a manera de reforzamiento de los contenidos, ya que se consideran la base conceptual de la resolución de problemas matemáticos.

A partir de la cuarta sesión se trabajará mediante el modelado de los temas correspondientes a la unidad 2 “Lenguaje algebraico” basados en la estrategia de resolución de problemas, siguiendo la estructura:

- **Modelado**

El docente resolverá un problema matemático explicitando los pasos que lleva a cabo con detalles sobre la toma de sus decisiones de modo que autocuestione cada paso que realiza, con la finalidad de que el estudiante aprenda a resolver un problema de la misma manera. Cabe señalar que las preguntas no son una fórmula a seguir de manera estricta pues cada problema matemático es distinto así como la comprensión de cada sujeto.

Para que la resolución del problema sea eficaz se deben tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- Comprensión del problema
    - ¿Entiendo el problema?
    - ¿Qué me pide el problema?
    - ¿Sé que operaciones debo realizar?
    - ¿La información es suficiente para planear la solución del problema?
- Conveniencia de los datos
    - ¿Tengo todos los datos para resolver el problema?

- ¿Cuáles son los datos que me proporciona el problema?
- ¿Cuál es la incógnita del problema?
- ¿Qué relación existe entre los datos que proporciona el problema con la incógnita?
- ¿Alguno de los datos que proporciona el problema es un distractor?

- Tipo de resolución
    - ¿La estructura y el contenido del problema me informan la manera de resolver el problema?
- Proceso de resolución y alcance del problema
    - ¿La estructura y el contenido del problema me informan la manera de resolver el problema?
    - ¿Puedo predecir el resultado?
    - ¿Qué tipo de operación es viable?
    - ¿Por qué se elige un proceso de resolución y no uno distinto?
    - ¿Considero que es la única manera de resolver el problema?
- Comprobación de la respuesta
    - ¿El resultado al que he llegado es significativo y correcto?
    - Si el resultado es correcto, ¿Qué me llevo a este resultado?
    - ¿Algún compañero tiene un procedimiento distinto?
    - ¿Qué procedimiento siguió ese compañero?
    - Si el resultado no fue correcto, ¿En qué parte del proceso de solución se encuentra el error?

- ¿Entendí el problema?
- ¿El proceso de solución coincide con lo que me pide el problema?
- ¿Debo replantear el proceso de solución o considerar algún dato más? ¿Cuáles?

- **Práctica guiada**

Los estudiantes resolverán un problema poniendo en práctica lo aprendido durante **el modelado,** mediante este proceso el estudiante recibirá ayuda por parte del docente a fin de que se promueva la reflexión y el autocuestionamiento de lo que está trabajando y se logre una mayor y mejor construcción del conocimiento siguiendo los mismos aspectos y cuestiones antes mencionados.

- **Práctica independiente**

Aquí los estudiantes resolverán un problema de manera independiente, es decir, lo resolverán a partir de sus conocimientos previos, siguiendo los aspectos y cuestiones modeladas autocuestionando su propio proceso de resolución y toma de decisiones y finalmente corroborar que haya llegado a una respuesta correcta sin importar el tipo de procedimiento que elija.

- **Evaluación**

La evaluación será por medio de recapitulaciones por sesión, a fin de dar cuenta de la propia percepción del estudiante sobre su aprendizaje y la mejora que se pretende obtener con la intervención psicopedagógica.

Tercera fase: postest

Al finalizar la intervención se realiza la evaluación final, se aplica a los estudiantes de ambos grupos, control y experimental de la preparatoria abierta de la Delegación La Magdalena Contreras.

Objetivo:

Conocer si hubo cambios significativos en la resolución de problemas matemáticos después de la enseñanza de la estrategia instruccional.

RESULTADOS SOBRE EL ESTUDIO INDEPENDIENTE

Análisis Cuantitativo

Una vez calificados los instrumentos de evaluación pretest y postest, se registraron los datos en las siguientes tablas (Tabla 1 grupo control y tabla 2 grupo experimental) las cuales muestran las calificaciones obtenidas por los 20 estudiantes. Además se presentan seis gráficas para un mayor y mejor entendimiento de los datos.

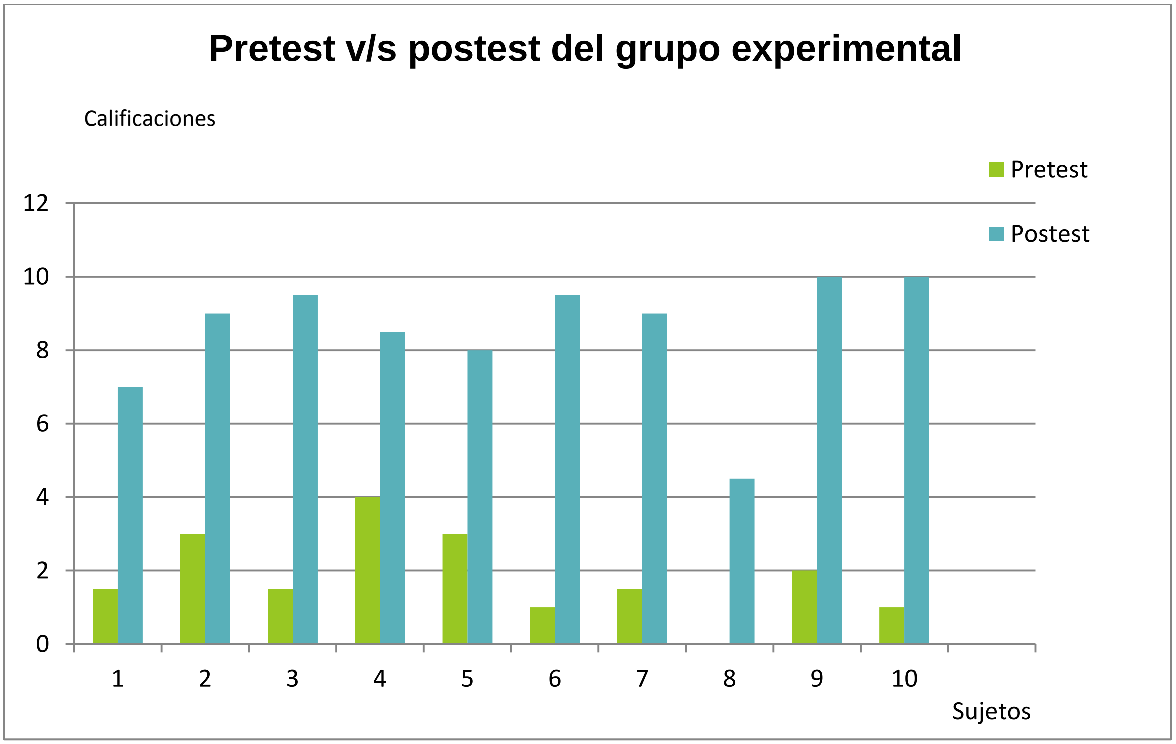
La tabla 1 muestra el resultado de las calificaciones del grupo control en el pretest y en el postest, se puede observar como la mejoría es mínima, lo cual indica que los estudiantes no alcanzaron un avance significativo en la resolución de problemas matemáticos, debido a que trabajaron de manera cotidiana.

La tabla 2 muestra el resultado de las calificaciones del grupo experimental en el pretest y en el postest, en ella se puede ver la notable mejoría que tuvieron los estudiantes en sus calificaciones después de la aplicación del programa de intervención, mostrando así que los objetivos de ésta se cumplieron.

Tabla 1 Grupo control		
Sujeto	**Pretest**	**Postest**
1	1	1.5
2	1	.5
3	2	3
4	1.5	4.5
5	0	2
6	0	0
7	1	5
8	1.5	2
9	2.5	3
10	3	6.5

Tabla 2 Grupo experimental		
Sujeto	**Pretest**	**Postest**
1	1.5	7
2	3	9
3	1.5	9.5
4	4	8.5
5	3	8
6	1	9.5
7	1.5	9
8	0	4.5
9	2	10
10	2	10

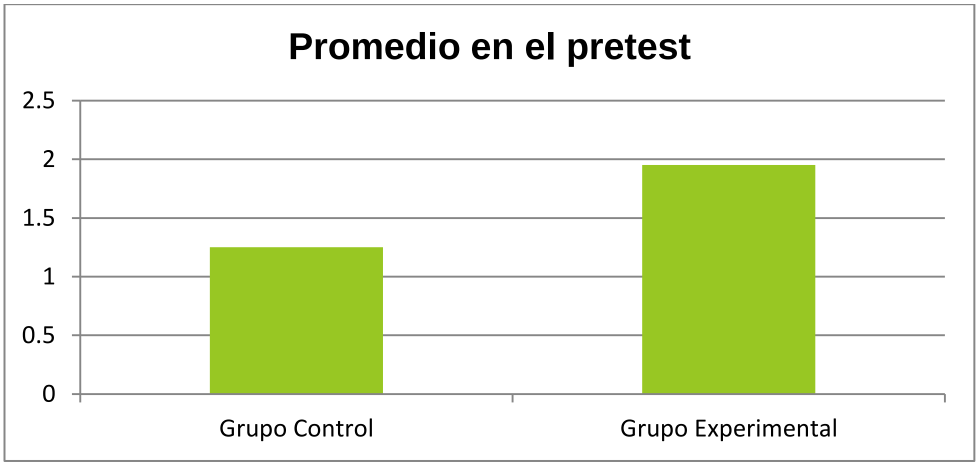
Gráfica 1



La gráfica 1 representa las calificaciones individuales de los estudiantes del grupo experimental, en la cual se muestran los cambios en la puntuación del antes y el después de la intervención (con una muestra de 10 participantes). Es de señalar que todos los estudiantes obtuvieron una calificación reprobatoria en el pretest.

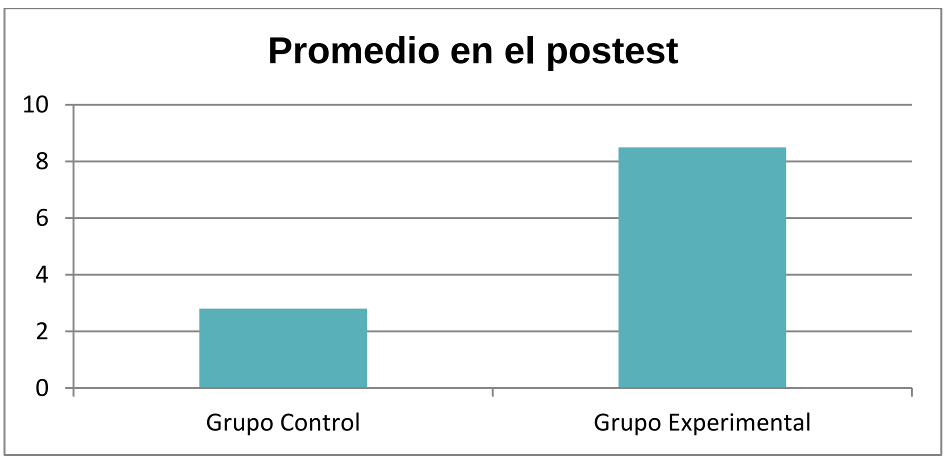
Después de la intervención psicopedagógica las calificaciones mejoraron considerablemente, ya que sólo un estudiante de los 10 obtuvo una calificación reprobatoria en el postest, dejando como evidencia que la estrategia instruccional de resolución de problemas matemáticos les ayudó a mejorar en el estudio independiente.

Gráfica 2



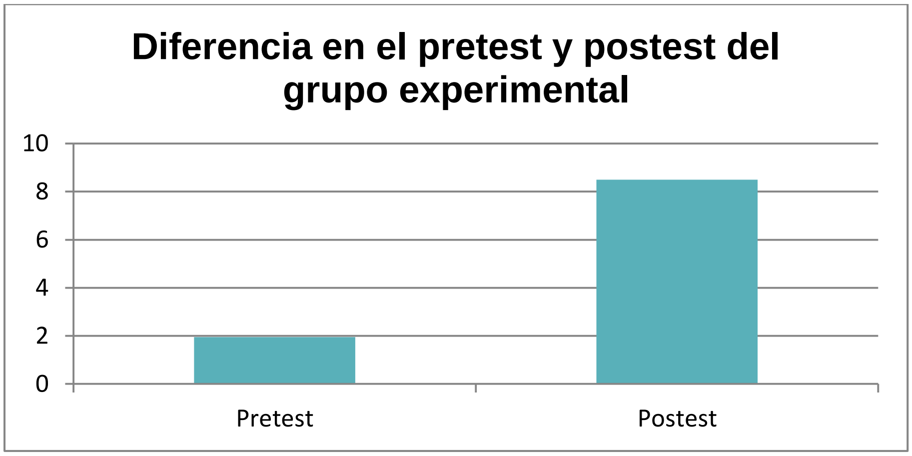
La gráfica 2 indica que las calificaciones de los estudiantes de ambos grupos en el pretest estaban por debajo de la media (calificación de 5); el grupo control obtuvo un promedio de 1.25 y el grupo experimental 1.95 en una escala del 0 al 10.

Gráfica 3



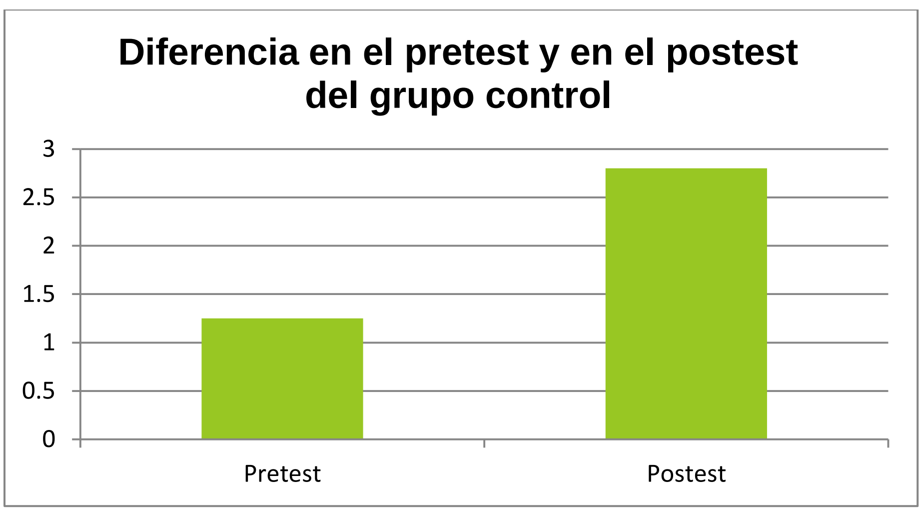
La gráfica 3 muestra la diferencia en las calificaciones obtenidas en el postest del grupo experimental respecto al grupo control, 8.5 y 2.8 respectivamente, se puede apreciar que las calificaciones se encuentran por debajo de la media (calificación de 5), en éste último, mientras que en el grupo experimental están por encima de la media a consecuencia de la intervención psicopedagógica realizada. Lo anterior demuestra que ha sido eficaz la enseñanza aprendizaje por medio de la estrategia instruccional de resolución de problemas matemáticos.

Gráfica 4



La gráfica 4 muestra los cambios en la calificación promedio del pretest (1.95) al postest (8.5) en el grupo experimental después de la intervención psicopedagógica donde es considerable la mejoría. Los estudiantes obtuvieron calificaciones aprobatorias por encima de la media, a partir de la intervención psicopedagógica.

Gráfica 5



La gráfica 5 muestra que los cambios en el promedio de las calificaciones del pretest (1.25) al postest (2.8) en el grupo control después de la intervención a base de un tratamiento cotidiano en la resolución de problemas matemáticos no tuvo mejoría significativa.

Para conocer los efectos de la intervención, los datos fueron analizados estadísticamente por medio de las pruebas *T de Wilcoxon* para comparar las calificaciones en el pretest y el postest de cada grupo, así como los promedios de los mismos, *y U de Manwitney* con la finalidad de conocer si hubo una diferencia significativa entre el grupo control y el grupo experimental después de la aplicación del programa de intervención psicopedagógica.

Tabla 3

Grupo Experimental	**CALIFICACIONES**		
	Pretest	**Postest**	**Diferencia**
Media	1.950	8.500000	10
Desviación Estándar	1.141393	1.683251	0
Varianza	1.303	2.833333	6.5500
Z (K-S)	0.1825290	0.216784	0.222867
P - VALOR	.200000	0.200000	0.173331
T de Wilcoxon			
Hipótesis	H_0 : La calificación de los estudiantes postes **NO** difiere de la evaluación pretest de la intervención psicopedagógica H_1 : La calificación de los estudiantes postest difiere de la evaluación pretest de la intervención psicopedagógica		
Nivel de significancia	$\propto$ 5% = 0.005		
Valor de "W"	-2.812205 Se basa en rangos negativos Interpretación: La calificación de los estudiantes postest difiere de la evaluación pretest de la intervención psicopedagógica		
Valor de "P"	0.004920 Como es menor al nivel de significancia se acepta la hipótesis alterna. Interpretación: Con una probabilidad de error de 0.004920, podemos concluir en que las calificaciones de los estudiantes postest difieren de la evaluación pretest		

En la Tabla 3 se encuentran los resultados estadísticos bajo la prueba T de Wilcoxon con un nivel de significancia de .05, en el cual el valor de "W" es de -2.812205 y el valor de "P" muestra una probabilidad de error de 0.004920, esto implica que la calificación de los estudiantes en el postest difiere a favor de ésta en el pretest a partir de la intervención psicopedagógica, cumpliendo así los objetivos de la misma.

Tabla 4

Grupo Control	CALIFICACIONES		
	Pretest	**Postest**	**Diferencia**
Media	1.250000	2.800000	-1.550000
Desviación Estándar	1.006920	2.043961	2.047356
Varianza	1.013889	4.177778	4.191667
Z (K-S)	0.198042	0.161026	0.141657
P - VALOR	0.200000	0.200000	0.200000
T de Wilcoxon			
Hipótesis	H_0 : La calificación de los estudiantes postest **NO** difiere de la evaluación pretest de la intervención psicopedagógica H_1 : La calificación de los estudiantes postest difiere de la evaluación pretest de la intervención psicopedagógica		
Nivel de significancia	$\propto$ 5% = 0.005		
Valor de "W"	-1.944249 Se basa en rangos negativos Interpretación: La calificación de los estudiantes postest **NO** difiere de la evaluación pretest de la intervención psicopedagógica		
Valor de "P"	0.051865 Como es menor al nivel de significancia nos quedamos con la hipótesis nula. Interpretación: Con una probabilidad de error de 0.004920, podemos concluir en que las calificaciones de los estudiantes postest **NO** difieren de la evaluación pretest		

En la Tabla 4 se encuentran los resultados estadísticos bajo la prueba T de Wilcoxon con un nivel de significancia de .05, en el cual el valor de "W" es de -1.944249 y el valor de "P" muestra una probabilidad de error de 0.051865, esto implica que la calificación de los estudiantes en el postest **NO** difiere del pretest.

Tabla 5

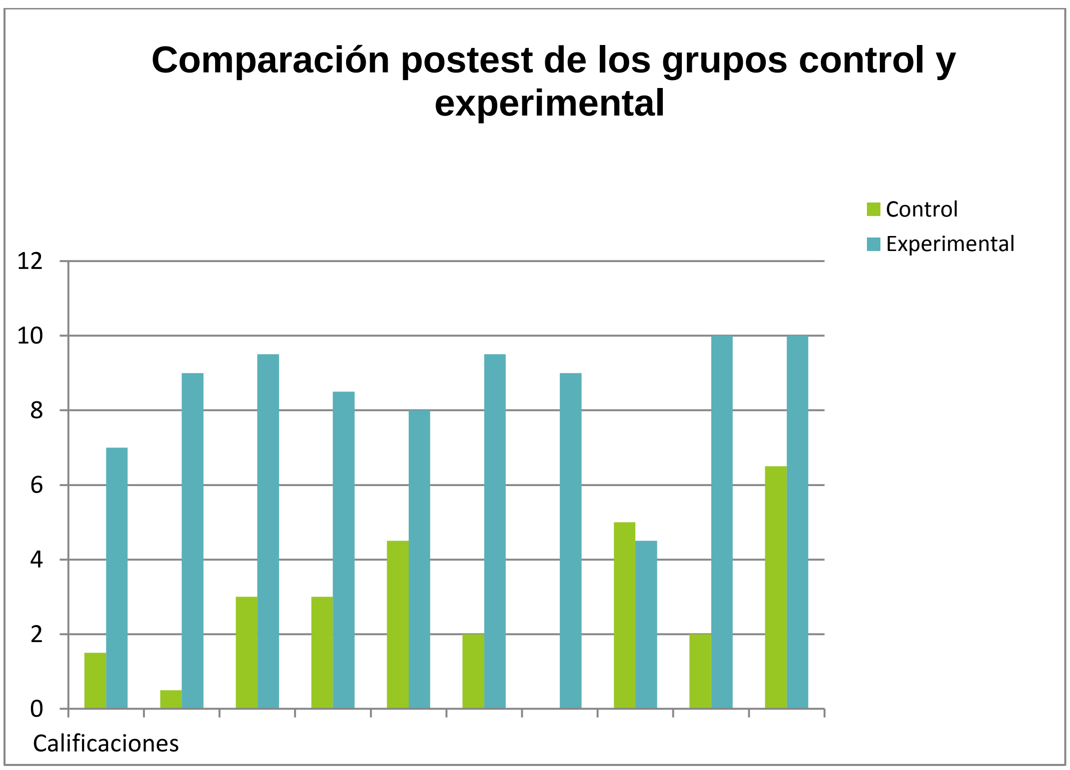
Estadístico U de Mann Whitney			
Postest Grupo Experimental	**Rangos Postest Grupo Experimental**	**Postest Grupo Control**	**Rangos Postest Grupo Control**
7	12	1.5	3
9	15.5	.5	2
9.5	17.5	3	6.5
8.5	14	3	6.5
8	13	4.5	8.5
9.5	17.5	2	4.5
9	15.5	0	1
4.5	8.5	5	10
10	19.5	2	4.5
10	19.5	6.5	11
	$\boldsymbol{R_2}$ **= 2.5**		$\boldsymbol{R_1}$ **= 97.5**
Hipótesis	$\boldsymbol{H_{inv}}$ **:** La tendencia central del postest del grupo experimental, es mayor que la del postest del grupo control $\boldsymbol{H_0}$ **:** La tendencia central del postest del grupo experimental, es menor que la del postest del grupo control $\boldsymbol{H_a}$ **:** Las tendencias centrales del postest del grupo experimental, son mayores que las del postest del grupo control		
Valor Experimental	"U" = (97.5, 2.5) Interpretación: Como U_2 es menor que U_1 se puede decir que hay una diferencia estadísticamente significativa en la resolución de problemas matemáticos y metacognitivos en el grupo experimental respecto al grupo control con un 95% de confianza		
Valor de la normal	"Z" = -3.598789		
Nivel de significancia	$\propto$ 5% = 0.005 Valor de "P" = 0.000320 Interpretación: Como el valor de "P" es menor al del nivel de significancia nos permite aceptar la hipótesis alterna con una probabilidad de error de 0.000320		

En la tabla anterior se muestran los resultados de la prueba de “U de Mann-Whitney” de los grupos experimental y control en el cual se comparan las calificaciones en el postest entre ambos grupos sobre la realización de problemas matemáticos y metacognitivos.

Como ya observamos los resultados en la tabla 5, la relación inter grupal en el postest refleja un notable avance en el grupo experimental, siendo mayores las calificaciones respecto al grupo control, por lo que la hipótesis de la investigación se comprueba.

Entonces, se puede decir que la aplicación de la estrategia instruccional de resolución de problemas matemáticos y metacognitivos fue efectiva porque hubo una mejoría considerable en el grupo experimental a diferencia del grupo control. Cabe mencionar que ambos grupos iniciaron con un nivel de desempeño igual, considerando que los promedios fueron menores a 2.

Gráfica 6



La gráfica 6 muestra los resultados comparativos de las calificaciones del postest de los grupos control y experimental, los cuales denotan que son mayores en el grupo experimental, por lo que se asume que han adquirido estrategias de aprendizaje para lograr el estudio independiente.

Análisis Cualitativo

En este apartado se presentan los resultados de la intervención desde la perspectiva cualitativa a partir de las recapitulaciones diarias que realizaron los estudiantes al finalizar cada sesión. Para ello se han elegido al azar dos ejemplos de cada grupo. La manera en que se eligieron las recapitulaciones fue sacando un papel con el número correspondiente a cada una y para tener una visión más amplia del caso se presentan el pretest y postest por estudiante, así como el ejemplo resuelto durante la práctica independiente de la sesión elegida.

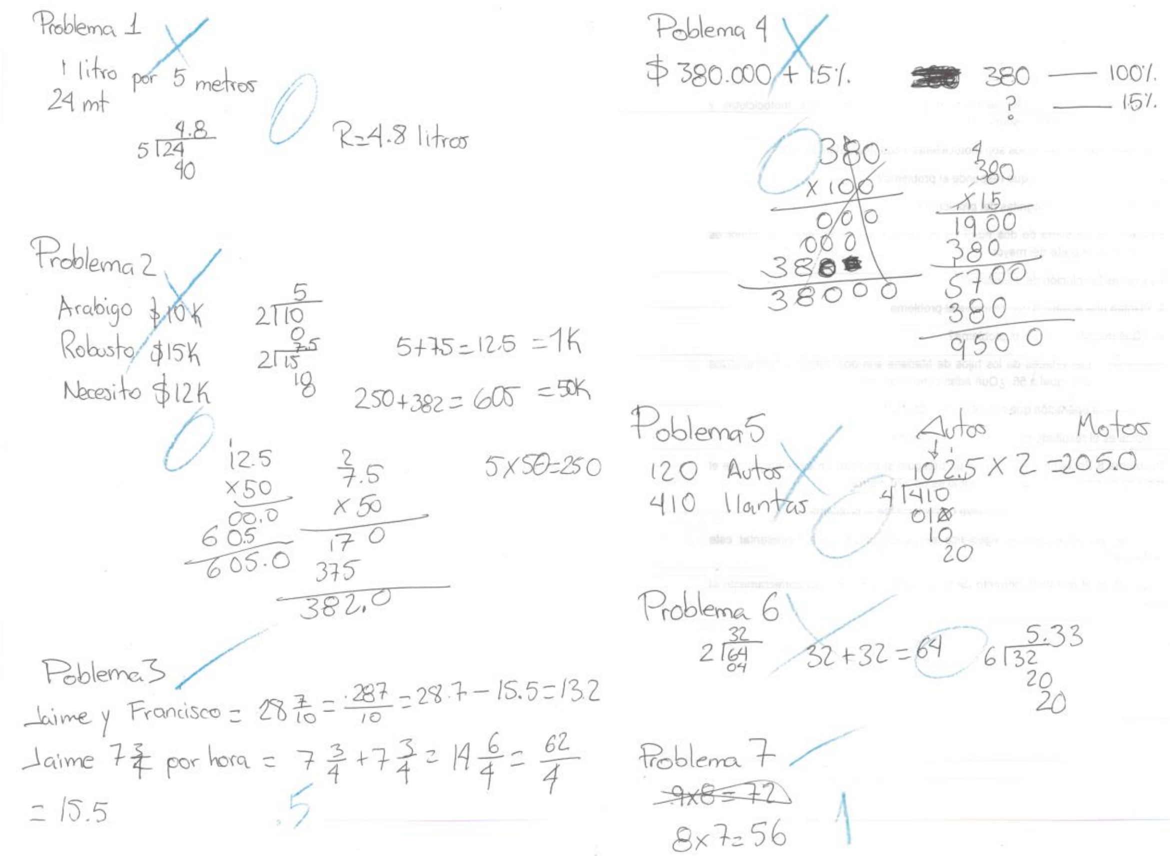
Resulta indispensable mencionar que los estudiantes que participaron en la intervención psicopedagógica contaban con escasos recursos académicos para resolver los problemas matemáticos correspondientes a la asignatura Representaciones simbólicas y algoritmos, esto se puede observar en la comparación del pretest de ambos grupos y como evidencia de ello se muestran algunos ejemplos de los cambios que tuvieron los estudiantes beneficiados con la estrategia metacognitiva de resolución de problemas matemáticos en contraste con los del grupo control.

Los siguientes ejemplos corresponden a los sujetos 1 y 9 de cada grupo, control y experimental, según el orden de las tablas de calificaciones, estos fueron elegidos al azar, al igual que los ejemplos de sesiones trabajadas. Por cada participante se presenta el pretest, una sesión del programa de intervención junto con la recapitulación correspondiente y el postest; la sesión seleccionada es la misma para ambos grupos, control y experimental, a fin de resaltar las diferencias en el proceso de aprendizaje y uso de estrategias de aprendizaje.

Entonces, por grupo se presenta el pretest de los sujetos 1, la sesión número 14 junto con la recapitulación del mismo día y el postest, mientras que para los sujetos número 9 se presenta la sesión número 9 con su recapitulación y pretest. Cabe señalar que en la sesión número 14 se realizó un cambio en el orden de los problemas, el que correspondía al modelado se invirtió con el de la práctica independiente, ya que los estudiantes expresaron inconformidad, argumentando que era más fácil el primero que el último. La acción se llevó a cabo en ambos grupos para que coincidiera el protocolo.

Es de relevancia mencionar que en algunos casos solo se presentan los resultados del pretest o el postest, debido a que los estudiantes respondieron en hojas aparte. Para obtener la información del instrumento de evaluación favor de ver el anexo 1.

Figura 1: Pretest del sujeto 1 del grupo experimental


Problema 1
1 litro por 5 metros
24 mt
5 ⟌24 = 4.8
R=4.8 litros

Problema 2
Arabigo $10K
Robusto $15K
Necesito $12K
5+7.5=12.5 =1K
250+382= 605 =50K
12.5 × 50 = 605.0
7.5 × 50 = 382.0
5×50=250

Problema 3
Jaime y Francisco = 28 7/10 = 287/10 = 28.7 − 15.5 = 13.2
Jaime 7 3/4 por hora = 7 3/4 + 7 3/4 = 14 6/4 = 62/4
= 15.5

Problema 4
$ 380.000 + 15%.
380 —— 100%
? —— 15%
380 × 100 = 38000
380 × 15 = 5700
9500

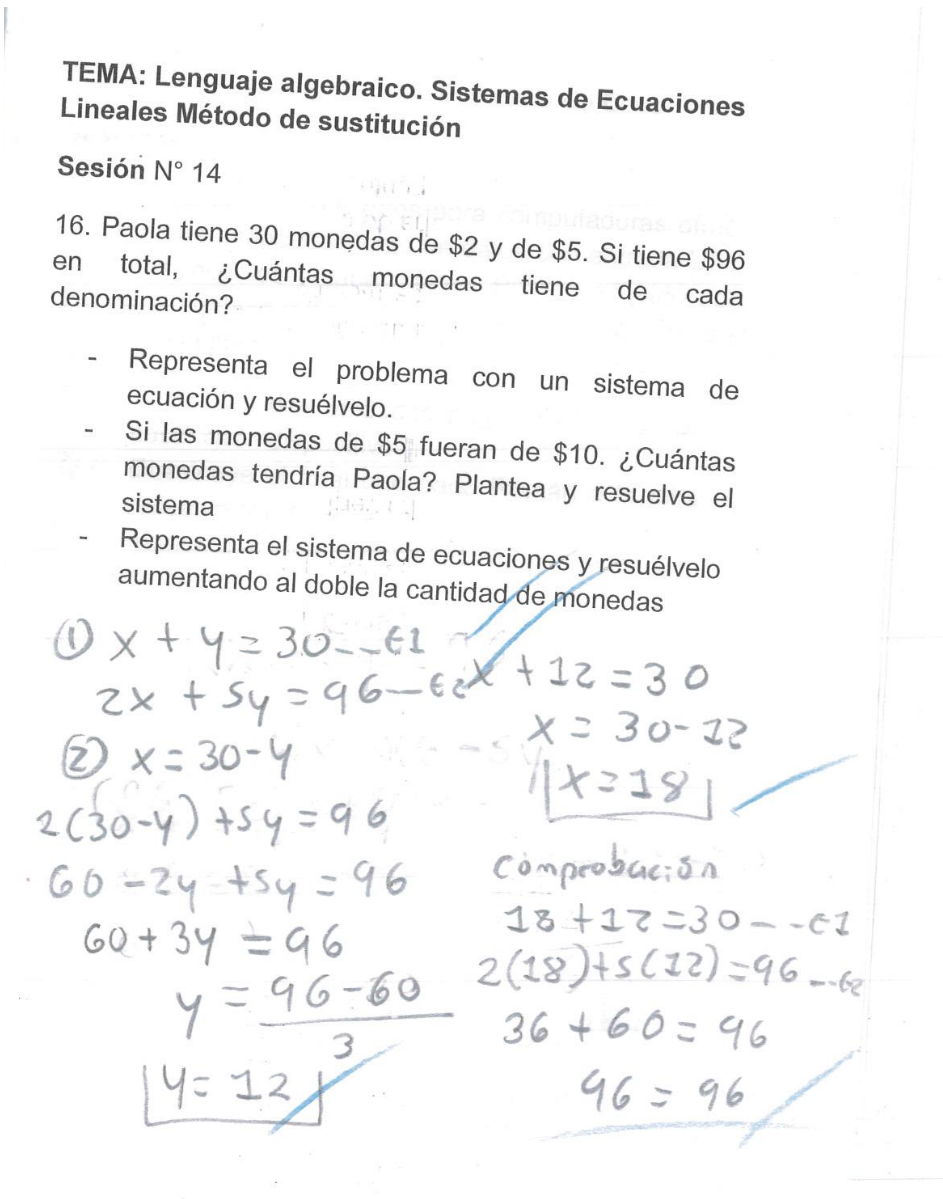
Problema 5
120 Autos
410 llantas
Autos Motos
102.5 × 2 = 205.0

Problema 6
2 ⟌64 = 32
32+32=64
6 ⟌32 = 5.33

Problema 7
~~9x8=72~~
8x7=56

Como se puede observar el sujeto 1 del grupo experimental obtuvo 1.5 de calificación en el pretest. El sujeto resuelve los problemas haciendo uso de operaciones básicas de aritmética, Esto refleja un nivel de conocimientos bajo, ya que los problemas no solo requieren de operaciones aritméticas, sino también de operaciones algebraicas, como ecuaciones o polinomios.

Figura 2: Sesión 14 del sujeto 1 del grupo experimental



TEMA: Lenguaje algebraico. Sistemas de Ecuaciones Lineales Método de sustitución

Sesión N° 14

16. Paola tiene 30 monedas de $2 y de $5. Si tiene $96 en total, ¿Cuántas monedas tiene de cada denominación?

- Representa el problema con un sistema de ecuación y resuélvelo.
- Si las monedas de $5 fueran de $10. ¿Cuántas monedas tendría Paola? Plantea y resuelve el sistema
- Representa el sistema de ecuaciones y resuélvelo aumentando al doble la cantidad de monedas

(1) $x + y = 30$ — e1

$2x + 5y = 96$ — e2

(2) $x = 30 - y$

$2(30-y) + 5y = 96$

$60 - 2y + 5y = 96$

$60 + 3y = 96$

$y = \frac{96-60}{3}$

$\boxed{y = 12}$

$x + 12 = 30$

$x = 30 - 12$

$\boxed{x = 18}$

Comprobación

$18 + 12 = 30$ — e1

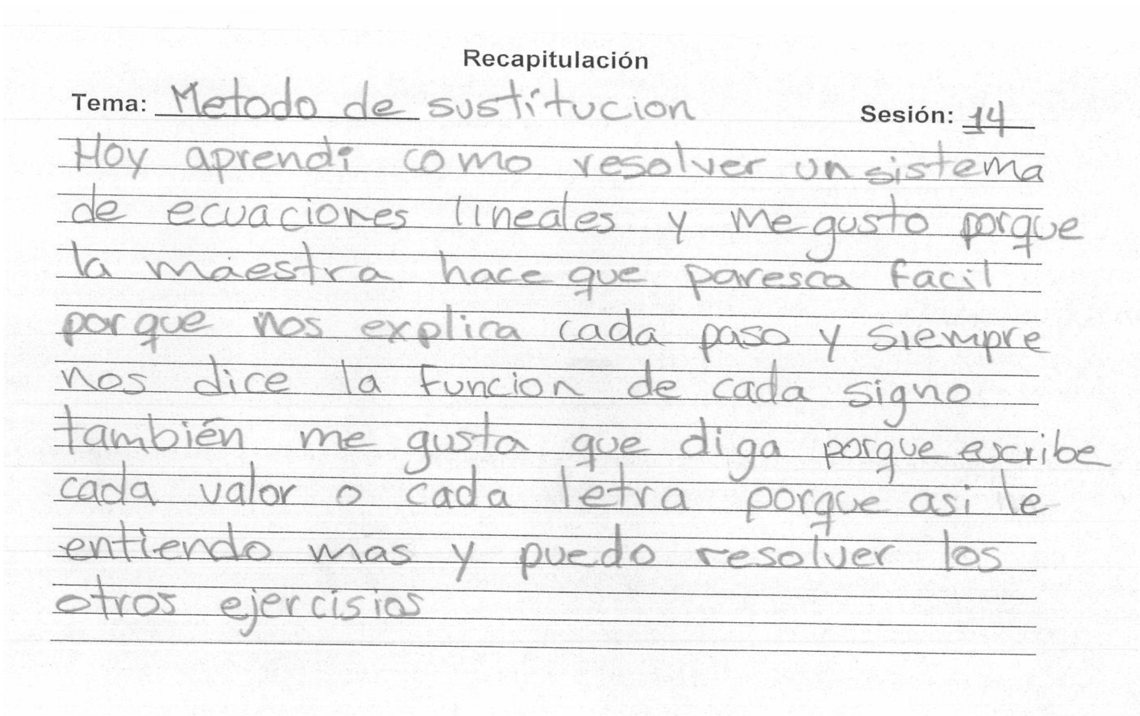
$2(18) + 5(12) = 96$ — e2

$36 + 60 = 96$

$96 = 96$

El ejemplo corresponde al problema de práctica independiente realizado durante la sesión 14; en él se puede ver que el estudiante ha adquirido la habilidad para plantear un sistema de ecuaciones y resolverlas con el método de sustitución. El estudiante ha definido claramente las incógnitas y da respuestas correctas en todo el procedimiento que realizó. Se puede decir que en este caso el estudiante obtuvo una mejoría en el estudio independiente, contrastándolo con los procesos de resolución que planteó en el pretest.

Figura 3: Recapitulación 14 del sujeto 1 del grupo experimental



Recapitulación

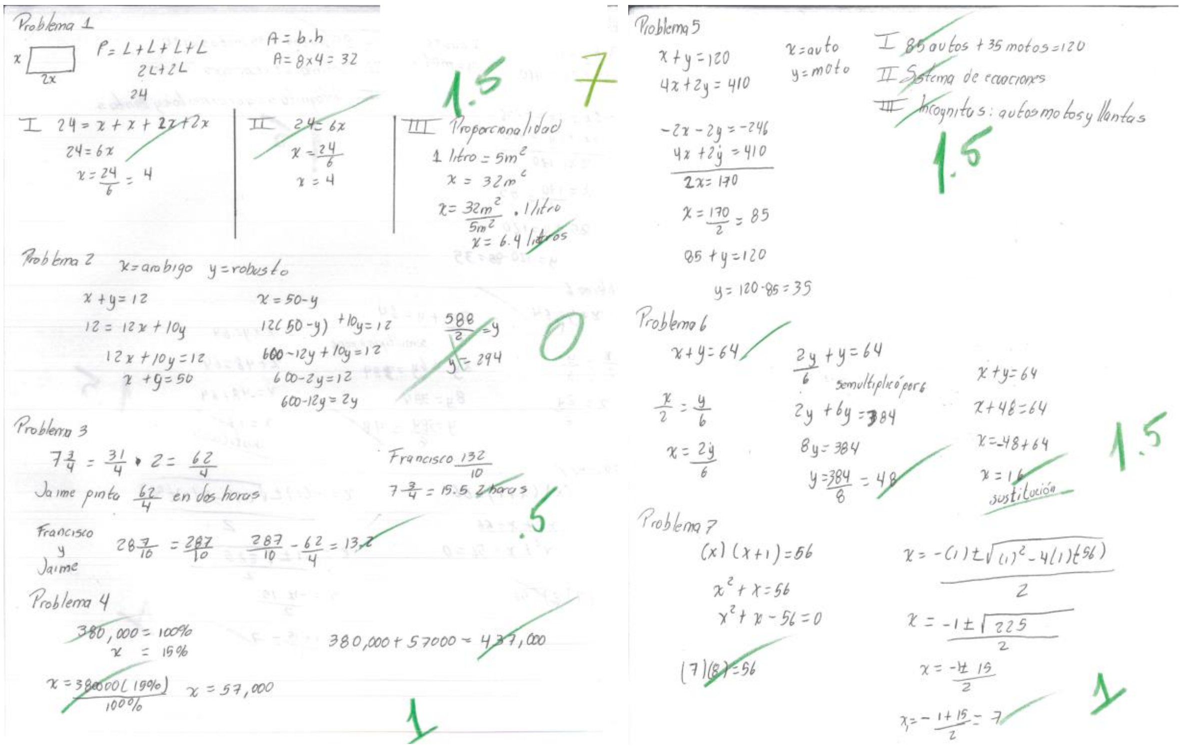
Tema: Metodo de sustitucion Sesión: 14

Hoy aprendi como resolver un sistema de ecuaciones lineales y me gusto porque la maestra hace que paresca facil porque nos explica cada paso y siempre nos dice la funcion de cada signo también me gusta que diga porque escribe cada valor o cada letra porque asi le entiendo mas y puedo resolver los otros ejercisios

La imagen corresponde a la recapitulación elaborada por el estudiante al final de la sesión 14, en la que se abordó el tema de sistemas de ecuaciones lineales con el método de sustitución para solucionarlo. Como ya se observó en la figura 2, el estudiante es capaz de plantear un proceso de solución utilizando el método de sustitución, así mismo tiene el conocimiento y la habilidad de resolverlo correctamente.

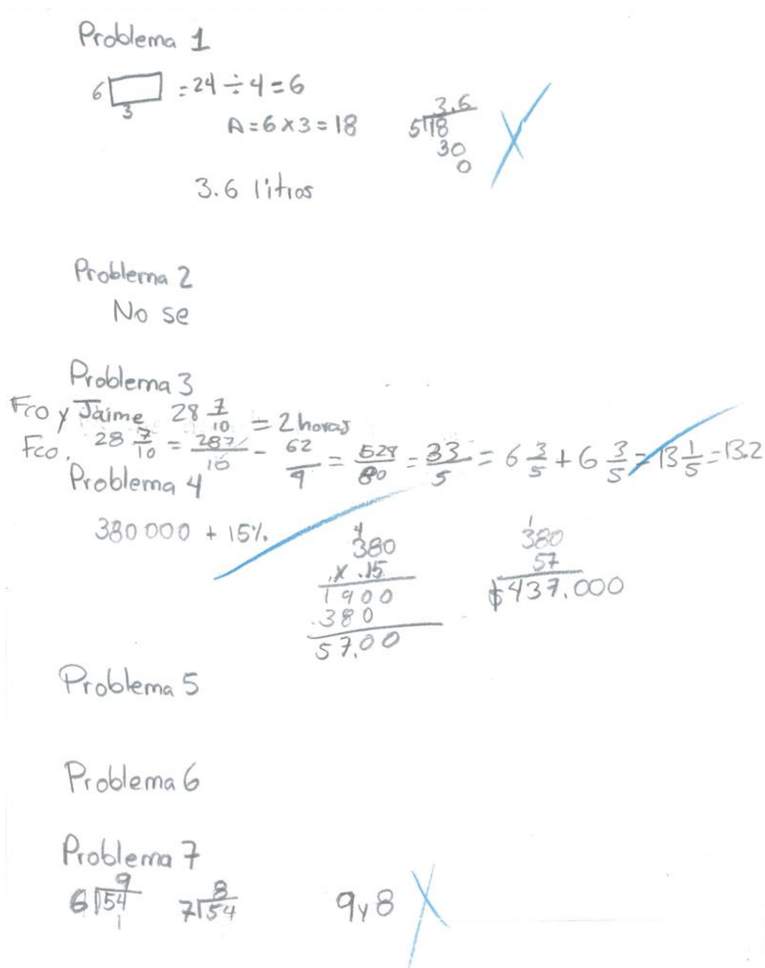
El estudiante menciona en su recapitulación que se le facilita la resolución de los problemas después de las explicaciones que lleva a cabo la maestra al resolver un problema similar, también señala que la maestra dice el porqué de su proceder en la resolución explicando la función que tienen los signos en las operaciones.

Figura 4: Postest del sujeto 1 del grupo experimental



El estudiante da respuesta a los problemas matemáticos, utilizando ecuaciones y expresiones algebraicas a diferencia de la manera en que lo hizo en el pretest. Lo cual indica que la estrategia metacognitiva de resolución de problemas matemáticos fue efectiva beneficiándolo de manera significativa pues la diferencia en puntuación es de 5.5 con respecto al pretest, dando sustento a lo expresado por el estudiante en la recapitulación de la figura 3 en la que menciona que ha aprendido la función de los signos y como darle un valor a las letras en una ecuación.

Figura 5: Pretest del sujeto 9 del grupo experimental


Problema 1

$6 \boxed{}_{3} = 24 \div 4 = 6$

$A = 6 \times 3 = 18$

3.6 litros

Problema 2

No se

Problema 3

Fco y Jaime $28\frac{7}{10} = 2$ horas

Fco. $28\frac{7}{10} = \frac{287}{10} - \frac{62}{4} = \frac{528}{80} = \frac{33}{5} = 6\frac{3}{5} + 6\frac{3}{5} = 13\frac{1}{5} = 13.2$

Problema 4

380 000 + 15%

$380 \times .15 = 1900 + 380 = 57.00$

$380 + 57 = \$437.000$

Problema 5

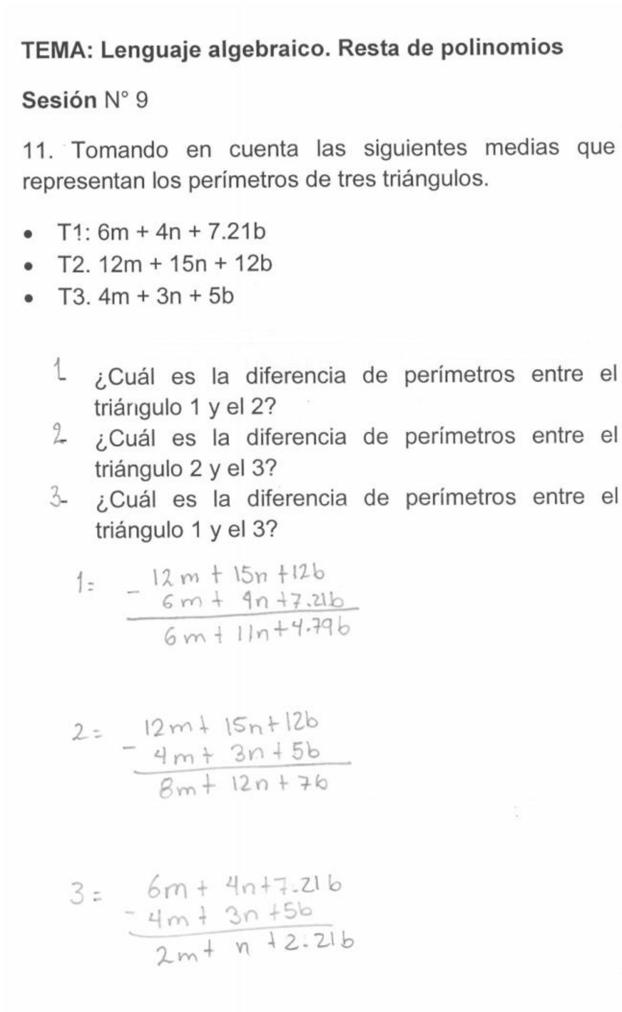
Problema 6

Problema 7

9 y 8

En la figura 5 se presentan las respuestas que proporcionó el sujeto 9 del grupo experimental en el pretest. Se observa que el estudiante intenta resolver el instrumento de evaluación, sin embargo no logra responder todos los problemas incluso en algunos de ellos responde con “no sé”, lo cual deja ver que tiene dificultades para comprender lo que se le pide en el instrumento de evaluación.

Figura 6: Sesión 9 del sujeto 9 del grupo experimental



TEMA: Lenguaje algebraico. Resta de polinomios

Sesión N° 9

11. Tomando en cuenta las siguientes medias que representan los perímetros de tres triángulos.

- T1: 6m + 4n + 7.21b
- T2. 12m + 15n + 12b
- T3. 4m + 3n + 5b

1. ¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 1 y el 2?
2. ¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 2 y el 3?
3. ¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 1 y el 3?

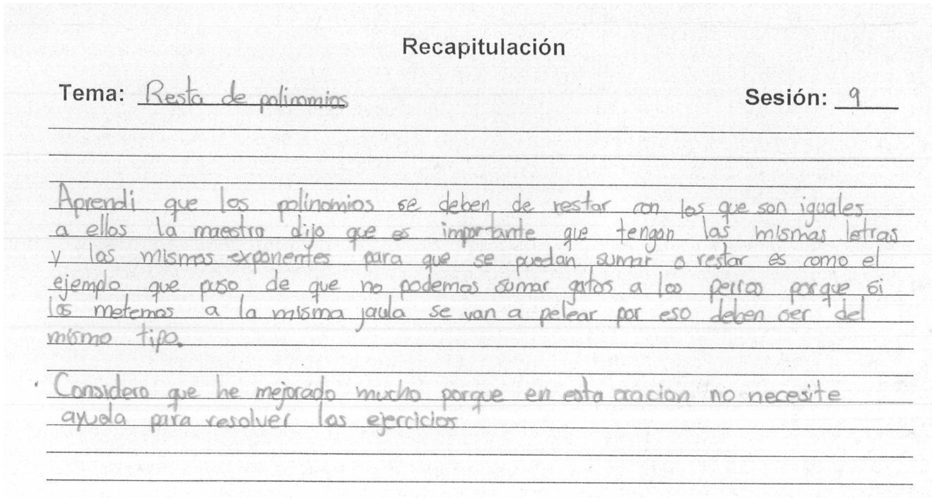
1: $\begin{array}{r} 12m + 15n + 12b \\ - \quad 6m + 4n + 7.21b \\ \hline 6m + 11n + 4.79b \end{array}$

2: $\begin{array}{r} 12m + 15n + 12b \\ - \quad 4m + 3n + 5b \\ \hline 8m + 12n + 7b \end{array}$

3: $\begin{array}{r} 6m + 4n + 7.21b \\ - \quad 4m + 3n + 5b \\ \hline 2m + n + 2.21b \end{array}$

El estudiante demuestra habilidad para resolver un problema matemático relacionado con el tema resta de polinomios. El proceso de solución de los planteamientos de la sesión 9 realizada por el estudiante 9 del grupo experimental reflejan que éste conoce lo que conoce, es decir, que el estudiante cuenta con el conocimiento necesario para resolver una resta de polinomios y además comprende la parte verbal del problema, dando así una respuesta correcta a cada cuestión.

Figura 7: Recapitulación 9 del sujeto 9 del grupo experimental



Recapitulación

Tema: Resta de polinomios Sesión: 9

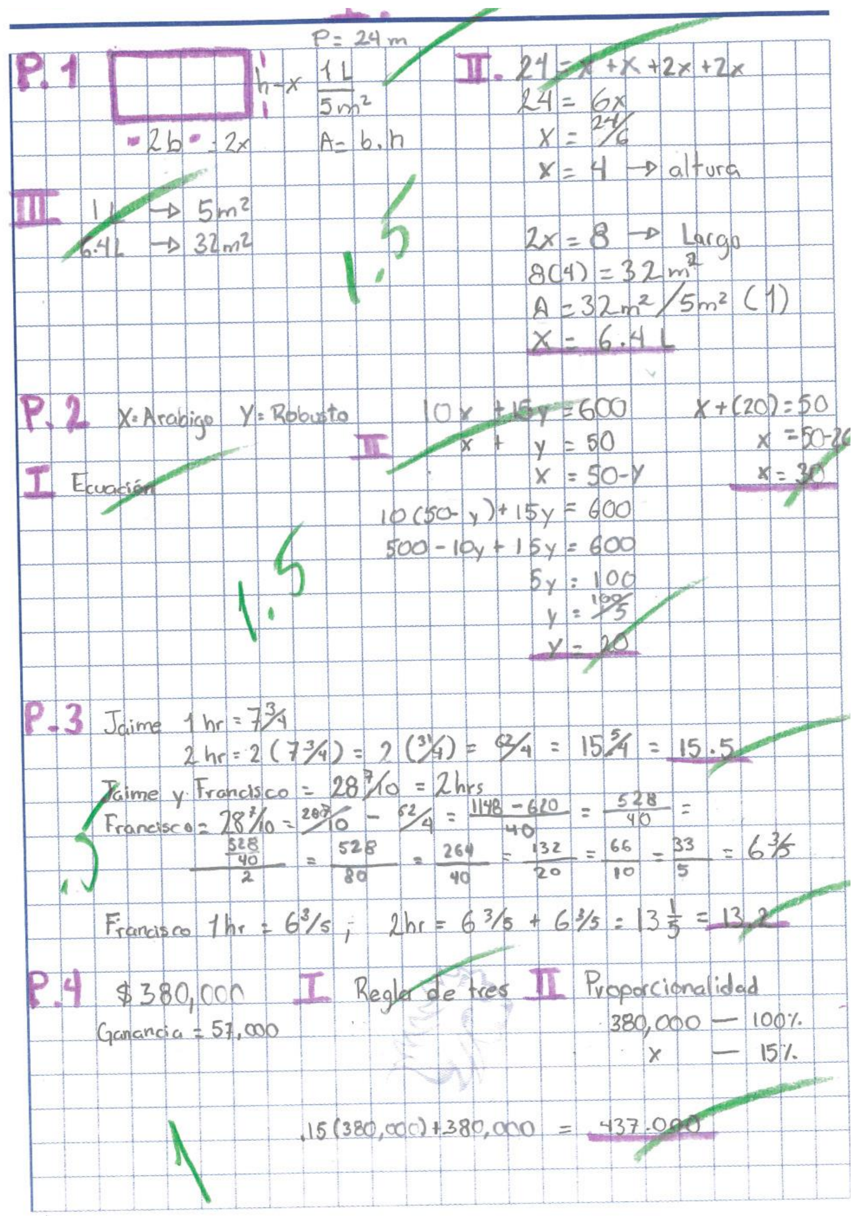
Aprendi que los polinomios se deben de restar con los que son iguales a ellos la maestra dijo que es importante que tengan las mismas letras y los mismos exponentes para que se puedan sumar o restar es como el ejemplo que puso de que no podemos sumar gatos a los perros porque si los metemos a la misma jaula se van a pelear por eso deben ser del mismo tipo.

Considero que he mejorado mucho porque en esta ocacion no necesite ayuda para resolver los ejercicios

La recapitulación escrita por el estudiante 9 al final de la sesión 9, en la que se trabajó con el tema resta de polinomios; el estudiante expresa que considera que ha mejorado mucho porque en esta ocasión no requirió ayuda para resolver los problemas planteados, lo cual se puede asumir como una mejoría del uso de estrategias metacognitivas en el proceso de aprendizaje, del mismo modo se puede decir que en esta sesión el estudiante logro eficazmente el estudio independiente.

Cabe resaltar el ejemplo que menciona el estudiante sobre el porqué no es correcto sumar o restar polinomios con diferentes literales o exponentes, él expresa que la maestra hizo una analogía sobre meter perros y gatos a una mima jaula, en el caso de una suma, relacionándola con la de monomios con literales y exponentes distintos, por ejemplo $4m^2$ (gatos) más $7n^5$ (perros) éstos no pueden sumarse porque el resultado no sería adecuado pues que literal es la que aparecerá en el resultado, ni son m ni son n, en cambio gatos con gatos sí y perros con perros también, en el sentido de que la misma clase o especie pertenecen a un mismo conjunto. Este ejemplo es una de las formas de auto cuestionarse, es decir, dar una respuesta al porque sí o no realizar un procedimiento.

Figura 8: Postest del sujeto 9 del grupo experimental



P. 1 $h = x$ $2b = 2x$

P = 24 m

$\frac{1L}{5m^2}$

A = b . h

II. $24 = x + x + 2x + 2x$

$24 = 6x$

$x = 24/6$

$x = 4 \rightarrow$ altura

III $1L \rightarrow 5m^2$

$6.4L \rightarrow 32m^2$

1.5

$2x = 8 \rightarrow$ Largo

$8(4) = 32m^2$

$A = 32m^2 / 5m^2 \ (1)$

$X = 6.4 L$

P. 2 X: Arabigo Y: Robusto

I Ecuación

II

$10x + 15y = 600$

$x + y = 50$

$x = 50 - y$

$10(50 - y) + 15y = 600$

$500 - 10y + 15y = 600$

$5y = 100$

$y = 100/5$

$y = 20$

$x + (20) = 50$

$x = 50 - 20$

$x = 30$

1.5

P. 3 Jaime 1 hr = $7\frac{3}{4}$

2 hr = $2(7\frac{3}{4}) = 2(\frac{31}{4}) = \frac{62}{4} = 15\frac{2}{4} = 15.5$

Jaime y Francisco = $28\frac{7}{10}$ = 2 hrs

Francisco = $28\frac{7}{10} = \frac{287}{10} - \frac{62}{4} = \frac{1148 - 620}{40} = \frac{528}{40} =$

$\frac{\frac{528}{40}}{2} = \frac{528}{80} = \frac{264}{40} = \frac{132}{20} = \frac{66}{10} = \frac{33}{5} = 6\frac{3}{5}$

1.5

Francisco 1 hr = $6\frac{3}{5}$; 2 hr = $6\frac{3}{5} + 6\frac{3}{5} = 13\frac{1}{5} = 13.2$

P. 4 \$380,000 I Regla de tres II Proporcionalidad

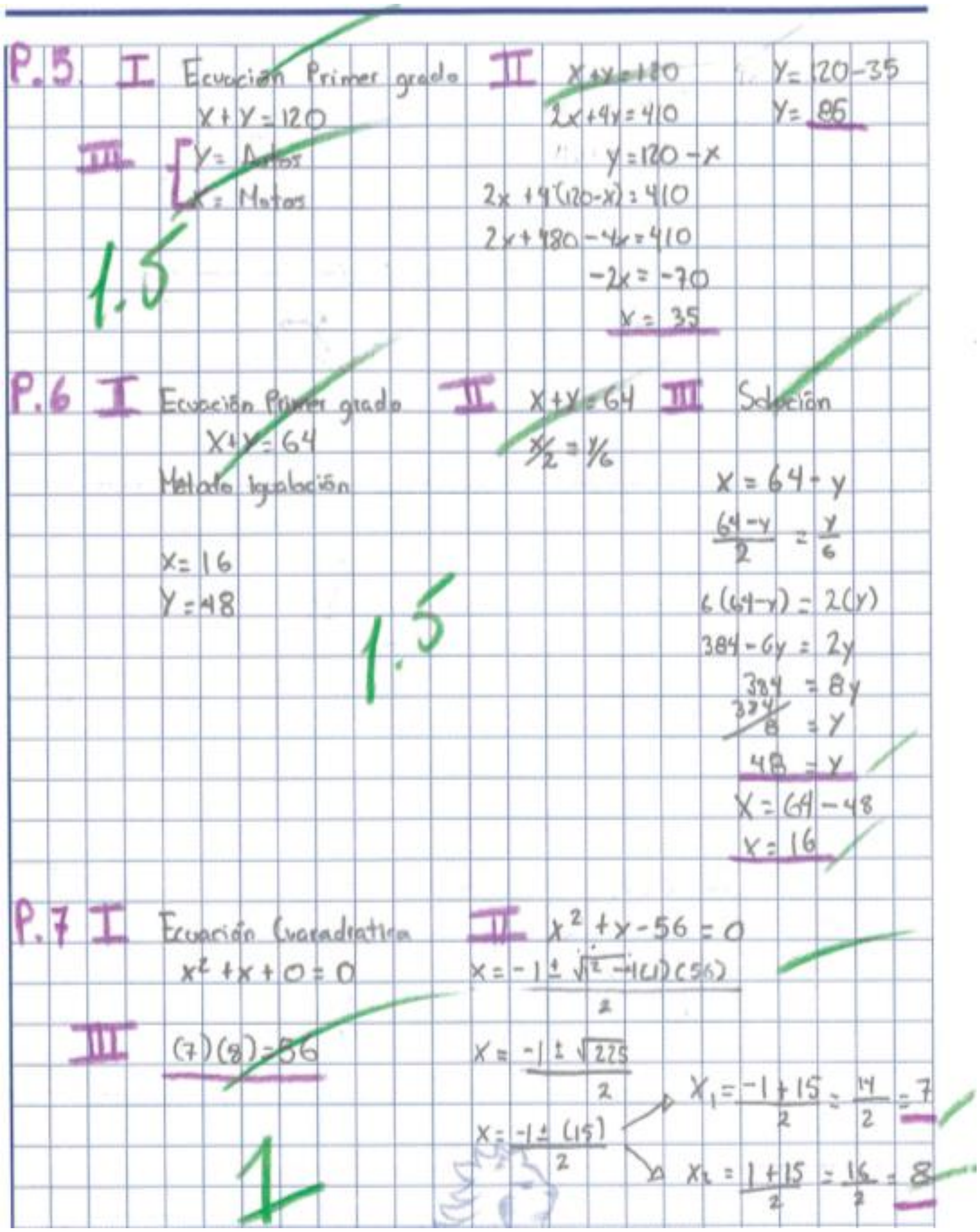
Ganancia = 57,000

380,000 — 100%

x — 15%

.15 (380,000) + 380,000 = 437,000

1



P.5 I Ecuación Primer grado

$X+Y=120$

II $x+y=120$

$2x+4y=410$

$y=120-x$

$2x+4(120-x)=410$

$2x+480-4x=410$

$-2x=-70$

$x=35$

$Y=120-35$

$Y=85$

III $\begin{cases} Y= \text{Autos} \\ X= \text{Motos} \end{cases}$

1.5

P.6 I Ecuación Primer grado

$X+Y=64$

Metodo Igualación

$x=16$

$Y=48$

II $X+Y=64$

$\frac{x}{2}=\frac{y}{6}$

III Solución

$x=64-y$

$\frac{64-y}{2}=\frac{y}{6}$

$6(64-y)=2(y)$

$384-6y=2y$

$384=8y$

$\frac{384}{8}=y$

$48=y$

$X=64-48$

$x=16$

1.5

P.7 I Ecuación Cuadrática

$x^2+x+0=0$

II $x^2+x-56=0$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4(1)(56)}}{2}$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{225}}{2}$

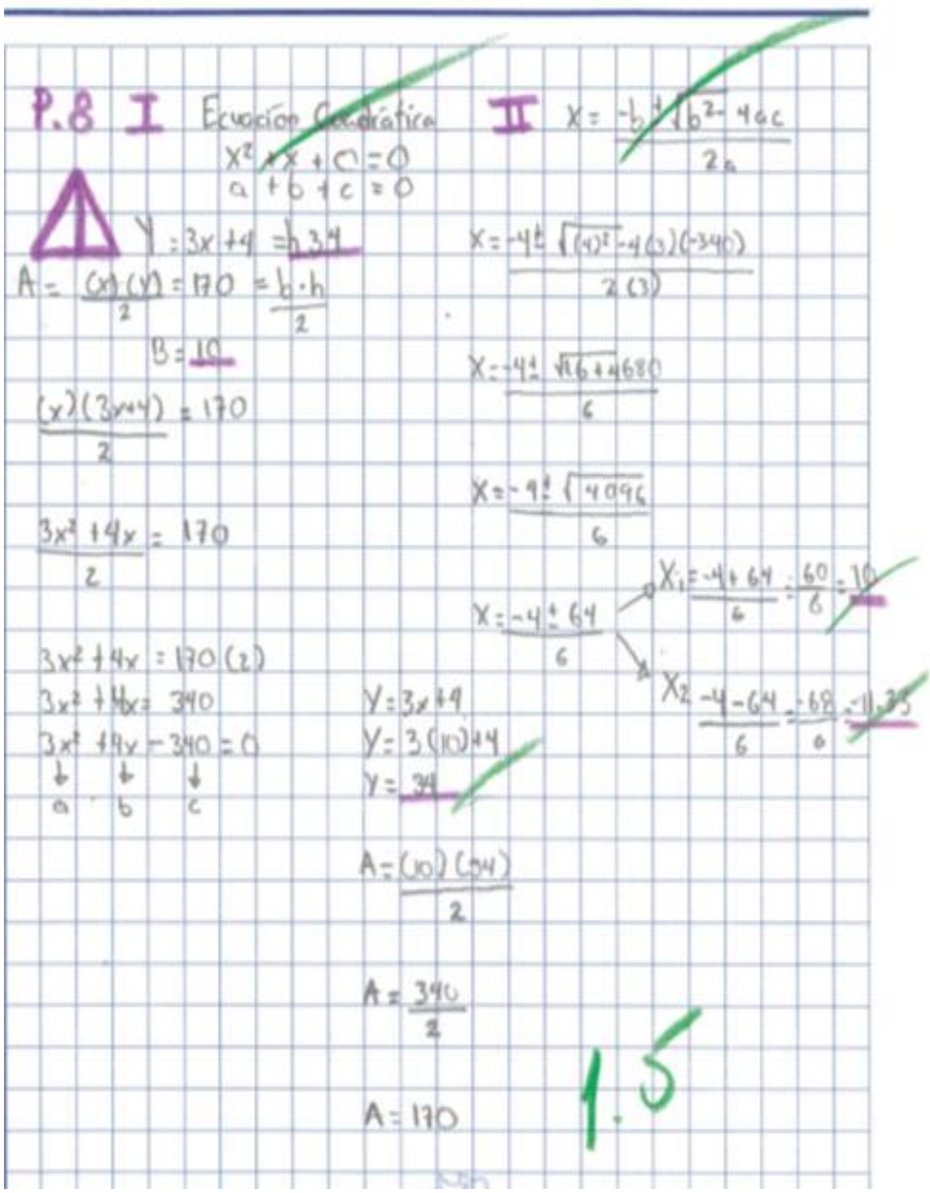
$x=\frac{-1\pm(15)}{2}$

$x_1=\frac{-1+15}{2}=\frac{14}{2}=7$

$x_2=\frac{1+15}{2}=\frac{16}{2}=8$

III $(7)(8)=56$

1



El estudiante 9 del grupo experimental obtuvo la máxima calificación que es 10, ya que resolvió todos los problemas de manera correcta. Este es un claro ejemplo de que la estrategia metacognitiva de resolución de problemas matemáticos benefició al estudiante, quien en su recapitulación de la sesión 9, mostrada en la figura 7, reconoce haber mejorado mucho en su proceso de aprendizaje.

Como se puede ver, la diferencia en la calificación con respecto al pretest de este estudiante es de 8 puntos, lo cual permite inferir que el estudiante ha logrado el estudio independiente.

Figura 9: Pretest del sujeto 1 del grupo control

Problema 1. Una pared rectangular tiene un perímetro de 24 metros. El largo (*l*) de la pared es el doble del alto (*a*). ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar la pared, si se utiliza 1 litro por cada 5 metros cuadrados? 4|24

I. ¿Cuál es la solución para el problema? 8x2=16

4x2=8

II. ¿Cuál es la ecuación que puede representar algebraicamente este problema?

III. ¿Cómo puede escribirse la relación de proporcionalidad que existe entre la pared y los litros de pintura que se necesitan para pintarla?

Problema 2. En un expendio de café se requiere vender una mezcla que cueste \$12 por kilogramo y que combine dos tipos de grano: arábigo, que cuesta \$10 por kilogramo y el robusto \$15

I. ¿Cuántos kilogramos de café de cada tipo se deben mezclar para obtener, a ese costo, 50 kilogramos de dicha mezcla?

II. ¿Cuál es la solución a este problema?

III. ¿Cuáles son las cantidades desconocidas en el problema anterior?

Problema 3. Jaime pinta una pared a una rapidez de $7\frac{3}{4}$ metros cuadrados por hora. Si entre él y Francisco, pintan $28\frac{7}{10}$ metros cuadrados en dos horas,

I. ¿Cuántos metros cuadrados pinta Francisco?

Problema 4 ¿En cuánto debo vender un terreno si quiero obtener una ganancia del 15% sobre el precio de costo, y lo compre en \$380.000?

I. ¿Cuál es la solución del problema? Una regla de tres 1

II. Expresa la relación de proporcionalidad entre el costo y la ganancia

380.000 —— 100%
X —— 15%

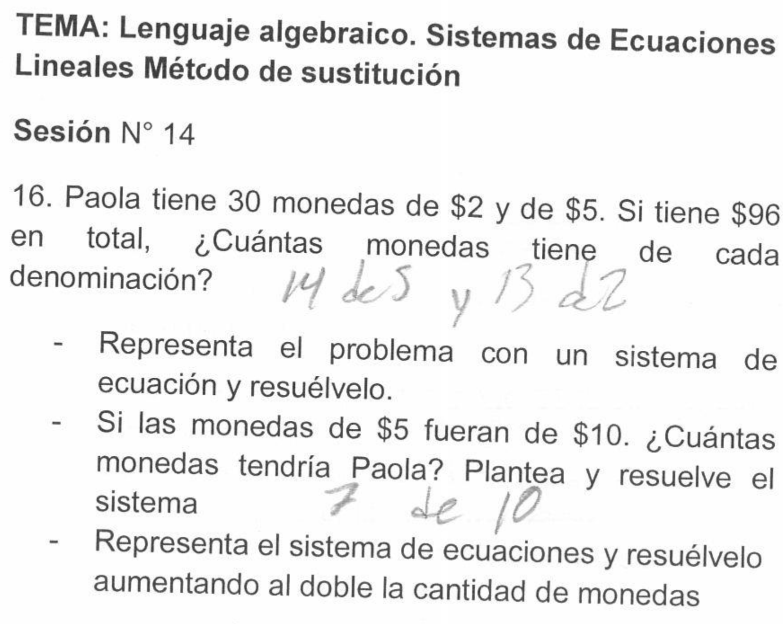
.15 (380.000) + 380.000 = 457.000

Su ganancia es de 57

Esta imagen corresponde al pretest del sujeto 1 del grupo control, quien obtiene una calificación de 1 en el instrumento de evaluación. El estudiante responde correctamente uno de los problemas planteados en el pretest e intenta resolver otro de ellos pero el procedimiento y resultado que proporciona son incorrectos.

A pesar de que el tiempo para resolver el instrumento de evaluación fue de 1 hora, el estudiante no intento responder más problemas, por lo que se infiere que no sabe ni comprende lo que se le pide que realice.

Figura 10: Sesión 14 del sujeto 1 del grupo control



TEMA: Lenguaje algebraico. Sistemas de Ecuaciones Lineales Método de sustitución

Sesión N° 14

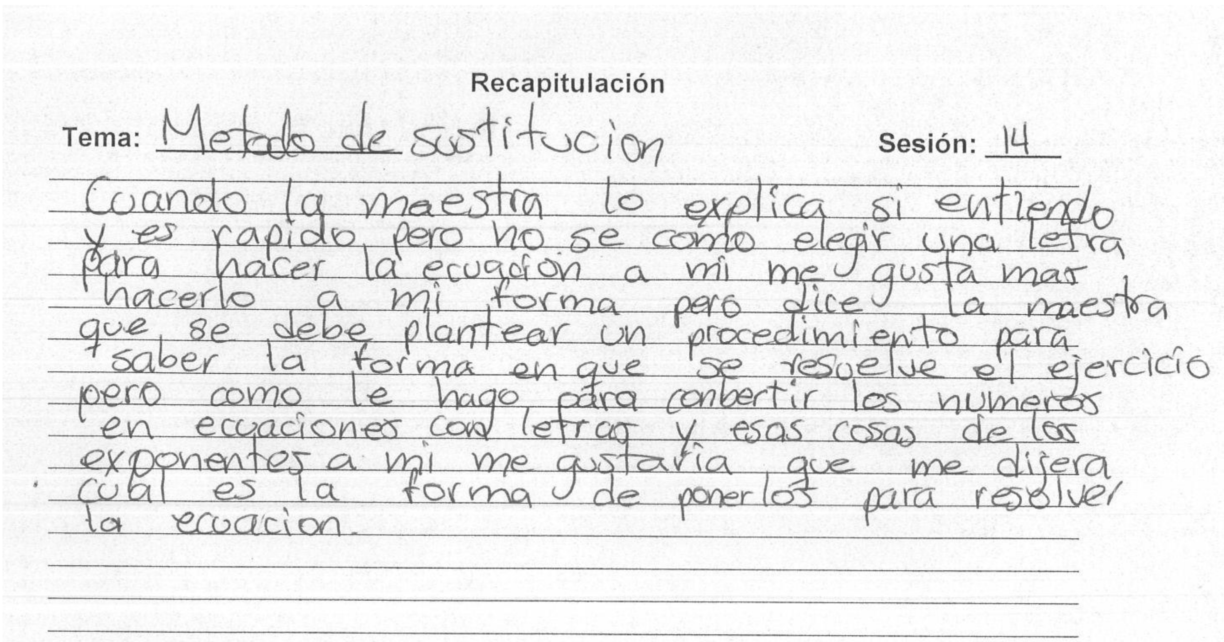
16. Paola tiene 30 monedas de $2 y de $5. Si tiene $96 en total, ¿Cuántas monedas tiene de cada denominación? 14 de 5 y 13 de 2

- Representa el problema con un sistema de ecuación y resuélvelo.
- Si las monedas de $5 fueran de $10. ¿Cuántas monedas tendría Paola? Plantea y resuelve el sistema 7 de 10
- Representa el sistema de ecuaciones y resuélvelo aumentando al doble la cantidad de monedas

En la sesión 14 se trabajó con sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método de sustitución para resolver los problemas matemáticos. El sujeto 1 del grupo control, de quien se muestra en la figura 10, los problemas resueltos durante dicha sesión no muestra mejoría en el proceso de aprendizaje ya que no se notan evidencias del uso de estrategias metacognitivas ni procedimientos matemáticos correctos,

El estudiante no cumple con lo que se le solicita en el problema pues en lugar de plantear y resolver un sistema de ecuación lineal escribe cantidades numéricas, las cuales parecieran haber sido planteadas al tanteo pues no realiza ningún procedimiento que sustente sus respuestas, además de ser incorrectas porque 14 monedas de 5 pesos más 13 de 2 pesos cumplen la condición de sumar 96 pesos pero no la de ser 30 monedas

Figura 11: Recapitulación 14 del sujeto 1 del grupo control



Recapitulación

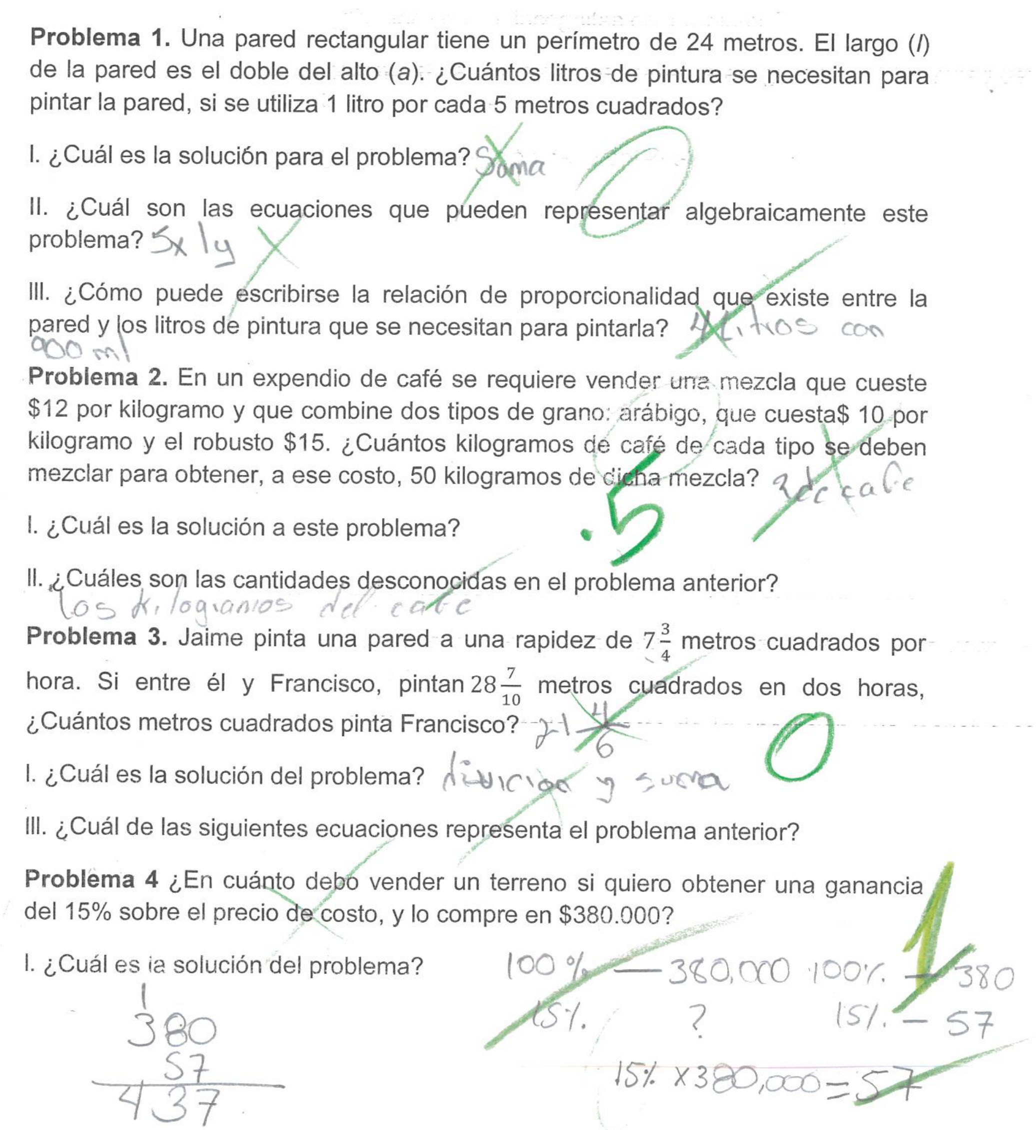
Tema: Metodo de sustitucion Sesión: 14

Cuando la maestra lo explica si entiendo y es rapido pero no se como elegir una letra para hacer la ecuacion a mi me gusta mas hacerlo a mi forma pero dice la maestra que se debe plantear un procedimiento para saber la forma en que se resuelve el ejercicio pero como le hago para conbertir los numeros en ecuaciones con letras y esas cosas de los exponentes a mi me gustaria que me dijera cual es la forma de ponerlos para resolver la ecuacion.

En la recapitulación de la sesión catorce el estudiante 1 del grupo control expresa no saber cómo categorizar los datos para plantear ecuaciones y hace referencia a la necesidad de recibir apoyo continuo donde se le ordene cada paso que debe realizar. Lo anterior refleja dependencia a un docente y falta de auto control en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Por lo anterior se asume que el estudiante no ha desarrollado la capacidad del estudio independiente, contrario al estudiante 1 del grupo experimental quien señala que se le facilita la resolución de los problemas, eso se ve reflejado en los resultados obtenidos en con las respuestas proporcionadas por el estudiante en la sesión correspondiente.

Figura 12: Postest del sujeto 1 del grupo control



Problema 1. Una pared rectangular tiene un perímetro de 24 metros. El largo (*l*) de la pared es el doble del alto (*a*). ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar la pared, si se utiliza 1 litro por cada 5 metros cuadrados?

I. ¿Cuál es la solución para el problema? Soma

0

II. ¿Cuál son las ecuaciones que pueden representar algebraicamente este problema? 5x 1y

III. ¿Cómo puede escribirse la relación de proporcionalidad que existe entre la pared y los litros de pintura que se necesitan para pintarla? 4 litros con 900 ml

Problema 2. En un expendio de café se requiere vender una mezcla que cueste \$12 por kilogramo y que combine dos tipos de grano: arábigo, que cuesta\$ 10 por kilogramo y el robusto \$15. ¿Cuántos kilogramos de café de cada tipo se deben mezclar para obtener, a ese costo, 50 kilogramos de dicha mezcla? 3 de cafe

.5

I. ¿Cuál es la solución a este problema?

II. ¿Cuáles son las cantidades desconocidas en el problema anterior?
los kilogramos del cafe

Problema 3. Jaime pinta una pared a una rapidez de $7\frac{3}{4}$ metros cuadrados por hora. Si entre él y Francisco, pintan $28\frac{7}{10}$ metros cuadrados en dos horas, ¿Cuántos metros cuadrados pinta Francisco? $21\frac{4}{6}$

0

I. ¿Cuál es la solución del problema? dividir y suma

III. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa el problema anterior?

Problema 4 ¿En cuánto debo vender un terreno si quiero obtener una ganancia del 15% sobre el precio de costo, y lo compre en \$380.000?

1

I. ¿Cuál es la solución del problema?

100 % — 380,000 100% — 380
15% ? 15% — 57

15% x 380,000 = 57

1
380
57
437

II. ¿Qué ecuación expresa la relación de proporcionalidad entre el costo y la ganancia? 380,000 — 100%
X 15%

Problema 5 En un estacionamiento hay 120 vehículos entre motocicletas y automóviles, y sus llantas suman 410. ¿Cuántos de los vehículos son motocicletas y cuantos automóviles? motos = 41 autos = 82

I. ¿Cuál es la respuesta al problema?

II. ¿Cuál es la operación que responde el problema? Multiplicación con suma

III. ¿Cuáles son las incógnitas del problema?

Problema 6 La suma de dos números es igual a 64. Si la mitad del menor es igual a la sexta parte del mayor.

I. ¿Cuál es la solución del problema?

II. Plantea una ecuación que resuelva el problema+

III. ¿Qué método resuelve el problema?

Problema 7 Las edades de los hijos de Mariana son dos números consecutivos cuyo producto es igual a 56. ¿Qué edad tiene cada uno?

I. ¿Cuál es la operación que resuelve el problema?

II. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación? 28

Problema 8 Encuentra la altura de un triángulo si es cuatro metros mayor que el triple de su base, y el área del triángulo es de 170 metros.

145.7

I. ¿Cuál es la operación que resuelve correctamente el problema?

II. ¿Qué tipo de expresión algebraica se puede utilizar para representar este problema?

III. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación que resuelve correctamente el problema? 145x7

El estudiante 1 del grupo control resuelve el postest respondiendo la mayoría de los problemas sin embargo no logra hacerlo de manera correcta, lo cual permite asumir que sus estrategias metacognitivas no fueron aplicadas correctamente o bien que aún no las ha desarrollado.

La diferencia en la calificación del postest respecto al pretest de este estudiante es de .5, siendo ambas no aprobatorias, considerando 6 de calificación como mínimo para hacerlo. Por lo tanto, se puede decir que el estudiante no obtuvo mejoría en el uso o adquisición de estrategias de aprendizaje.

Figura 13: Pretest del sujeto 9 del grupo control

Problema 1. Una pared rectangular tiene un perímetro de 24 metros. El largo (*l*) de la pared es el doble del alto (*a*). ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar la pared, si se utiliza 1 litro por cada 5 metros cuadrados?

I. ¿Cuál es la solución para el problema? 4.8 litros se necesitan para pintar la pared

II. ¿Cuál son las ecuaciones que pueden representar algebraicamente este problema?

III. ¿Cómo puede escribirse la relación de proporcionalidad que existe entre la pared y los litros de pintura que se necesitan para pintarla? 1 litro = 5 metros
2 litro = 10 metros
k = 5

Problema 2. En un expendio de café se requiere vender una mezcla que cueste \$12 por kilogramo y que combine dos tipos de grano: arábigo, que cuesta\$ 10 por kilogramo y el robusto \$15. ¿Cuántos kilogramos de café de cada tipo se deben mezclar para obtener, a ese costo, 50 kilogramos de dicha mezcla?

I. ¿Cuál es la solución a este problema?

$x + y = 50$
$10x + 15y = 600$
$10x + 15(50 - x) = 600$
$10x + 750 - 15x = 600$
$-5x = -150$
$(x = 30)$ $(y = 20)$

II. ¿Cuáles son las cantidades desconocidas en el problema anterior?
Cuanto kilogramos son de arabigo y robusto

Problema 3. Jaime pinta una pared a una rapidez de $7\frac{3}{4}$ metros cuadrados por hora. Si entre él y Francisco, pintan $28\frac{7}{10}$ metros cuadrados en dos horas, ¿Cuántos metros cuadrados pinta Francisco?

$7\frac{3}{4} + x = 28\frac{7}{10}$
$28\frac{7}{10} - 7\frac{3}{4} \rightarrow \frac{287}{10} - \frac{31}{4}$
$\frac{1148}{40} - \frac{310}{40}$
$\frac{838}{40}$
$= 20.95$

I. ¿Cuál es la solución del problema? 20.95 metros cuadrados

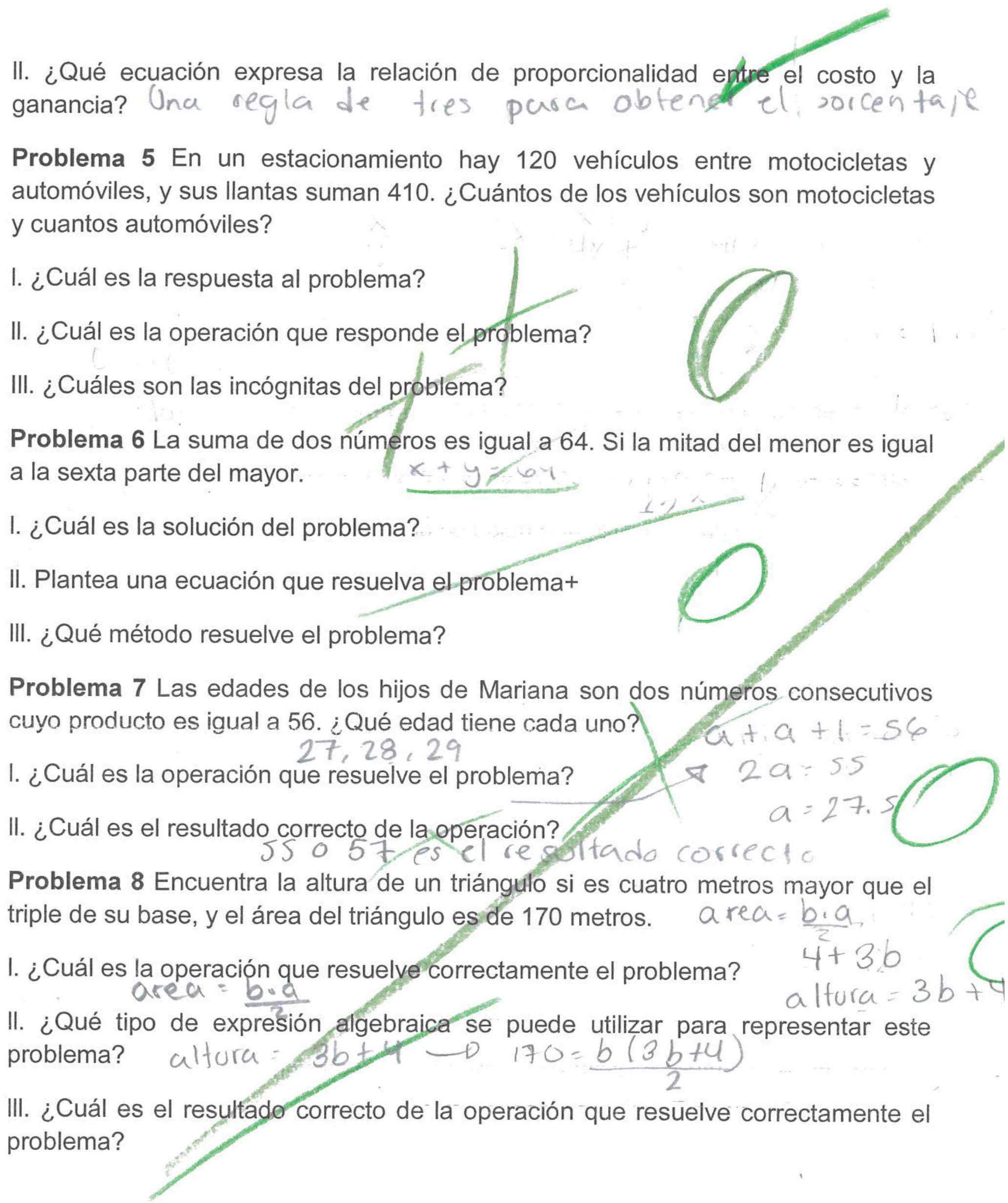
III. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa el problema anterior? 20.95 metros cuadrados

Problema 4 ¿En cuánto debo vender un terreno si quiero obtener una ganancia del 15% sobre el precio de costo, y lo compre en \$380.000?

I. ¿Cuál es la solución del problema?
Lo debe vender a \$437.000

100% — 380
15% — ?

100% — 380
15% — 57



II. ¿Qué ecuación expresa la relación de proporcionalidad entre el costo y la ganancia? Una regla de tres para obtener el porcentaje

Problema 5 En un estacionamiento hay 120 vehículos entre motocicletas y automóviles, y sus llantas suman 410. ¿Cuántos de los vehículos son motocicletas y cuantos automóviles?

I. ¿Cuál es la respuesta al problema?

II. ¿Cuál es la operación que responde el problema?

III. ¿Cuáles son las incógnitas del problema?

Problema 6 La suma de dos números es igual a 64. Si la mitad del menor es igual a la sexta parte del mayor. $x + y = 64$

I. ¿Cuál es la solución del problema?

II. Plantea una ecuación que resuelva el problema+

III. ¿Qué método resuelve el problema?

Problema 7 Las edades de los hijos de Mariana son dos números consecutivos cuyo producto es igual a 56. ¿Qué edad tiene cada uno?

27, 28, 29

$a + a + 1 = 56$

$2a = 55$

$a = 27.5$

I. ¿Cuál es la operación que resuelve el problema?

II. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación?

55 o 57 es el resultado correcto

Problema 8 Encuentra la altura de un triángulo si es cuatro metros mayor que el triple de su base, y el área del triángulo es de 170 metros.

$area = \frac{b \cdot a}{2}$

$4 + 3b$

$altura = 3b + 4$

I. ¿Cuál es la operación que resuelve correctamente el problema?

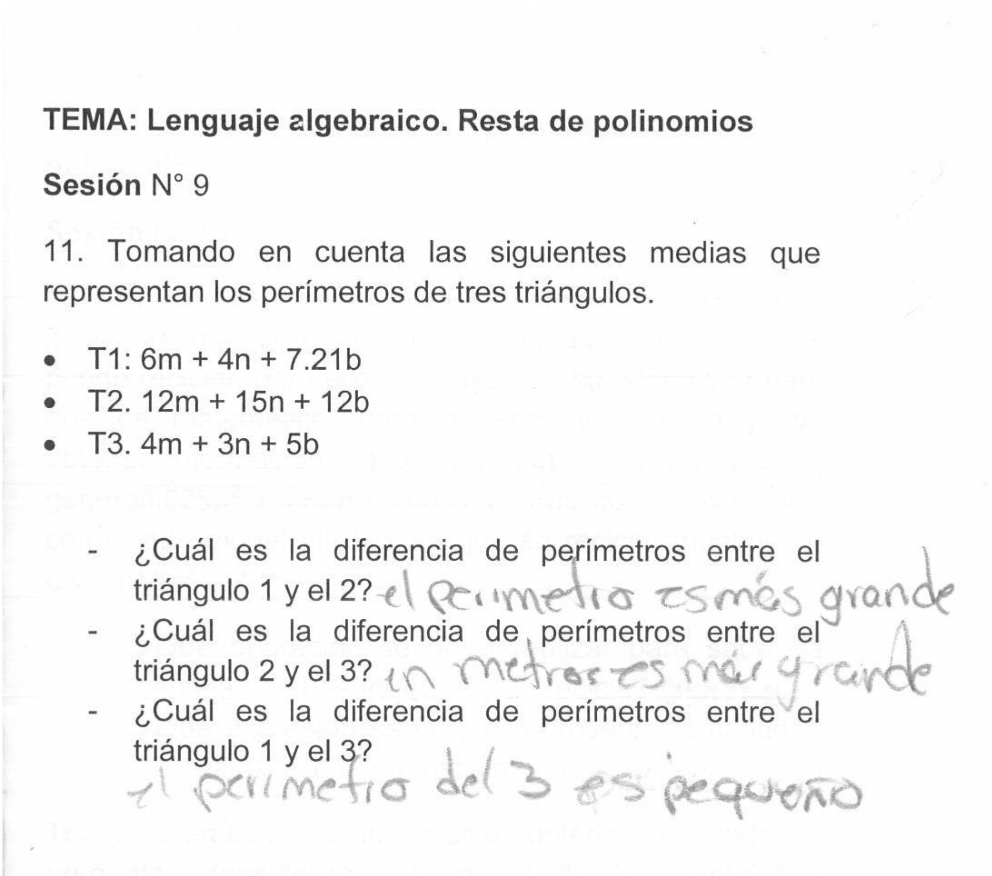
$area = \frac{b \cdot a}{2}$

II. ¿Qué tipo de expresión algebraica se puede utilizar para representar este problema? $altura = 3b + 4 \rightarrow 170 = \frac{b(3b+4)}{2}$

III. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación que resuelve correctamente el problema?

En la figura 13 se muestra el pretest del estudiante 9 del grupo control, quien intentó dar respuesta a la mayoría de los problemas planteados utilizando términos y algoritmos adecuados para la materia pero no fue suficiente para resolverlos correctamente, excepto dos de ellos. Lo anterior se puede interpretar como la falta de conocimiento sobre el conocimiento del propio estudiante ya que demuestra que es capaz de plantear operaciones matemáticas para resolver un problema sin embargo es notoria la falta de comprensión del mismo, lo cual lo lleva a un proceso de resolución erróneo.

Figura 14: Sesión 9 del sujeto 9 del grupo control



TEMA: Lenguaje algebraico. Resta de polinomios

Sesión N° 9

11. Tomando en cuenta las siguientes medias que representan los perímetros de tres triángulos.

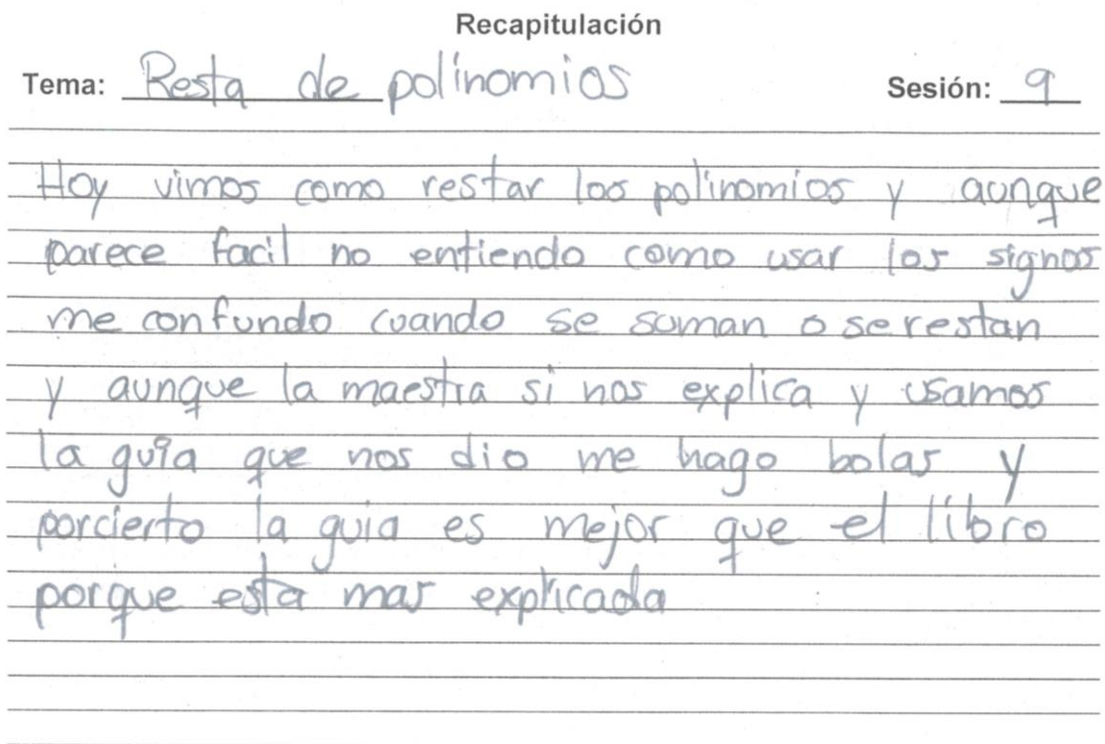
- T1: 6m + 4n + 7.21b
- T2. 12m + 15n + 12b
- T3. 4m + 3n + 5b

- ¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 1 y el 2? el perimetro es más grande
- ¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 2 y el 3? en metros es más grande
- ¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 1 y el 3?
el perimetro del 3 es pequeño

Como se puede observar en las respuestas realizadas por estudiante 9 del grupo control en la sesión 9, en la que se abordó el tema de resta de polinomios, es notable la dificultad que presenta el estudiante para plantear las operaciones correspondientes al tema.

Las respuestas del estudiante son realizadas de manera lógica basadas en las cantidades expresadas en el problema matemático, lo cual permite inferir que no cuenta con el conocimiento para responder con un proceso adecuado para la resolución del problema, haciendo uso del contenido temático trabajado.

Figura 15: Recapitulación 9 del sujeto 9 del grupo control


Recapitulación

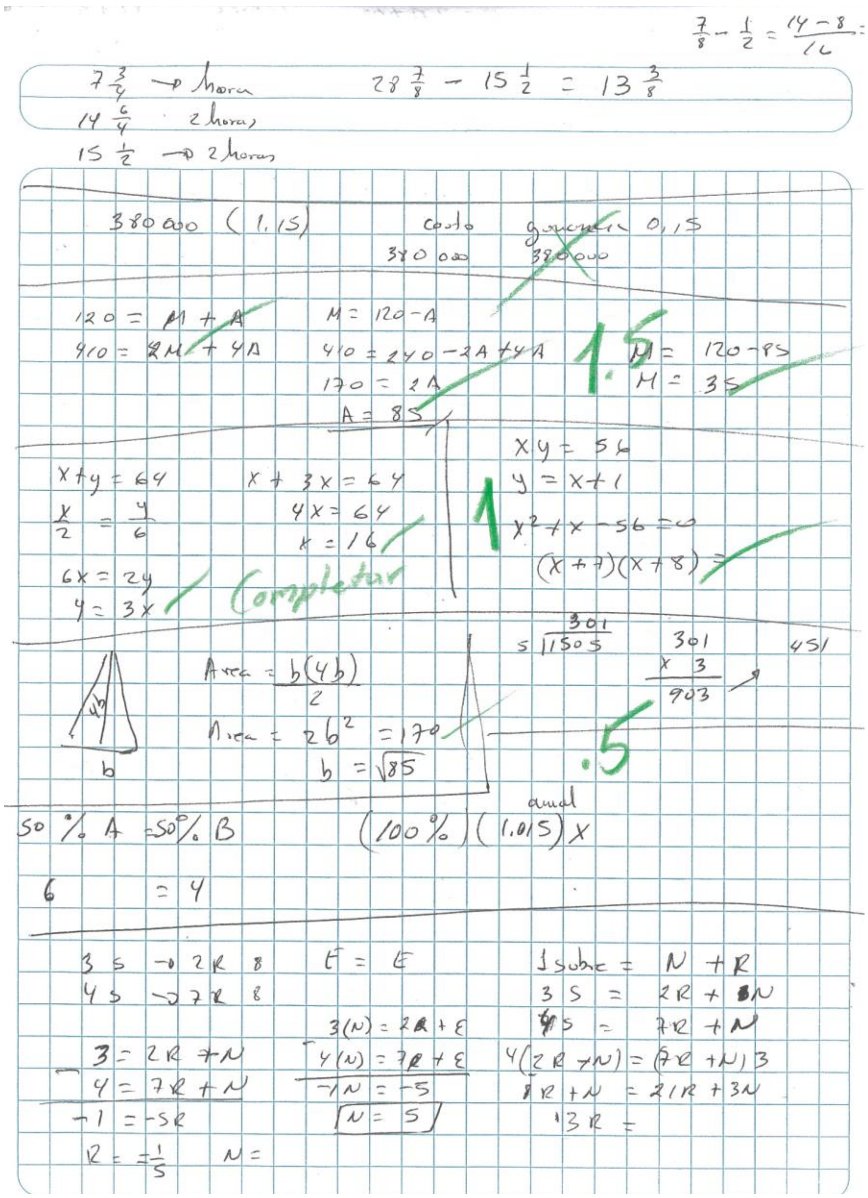
Tema: Resta de polinomios Sesión: 9

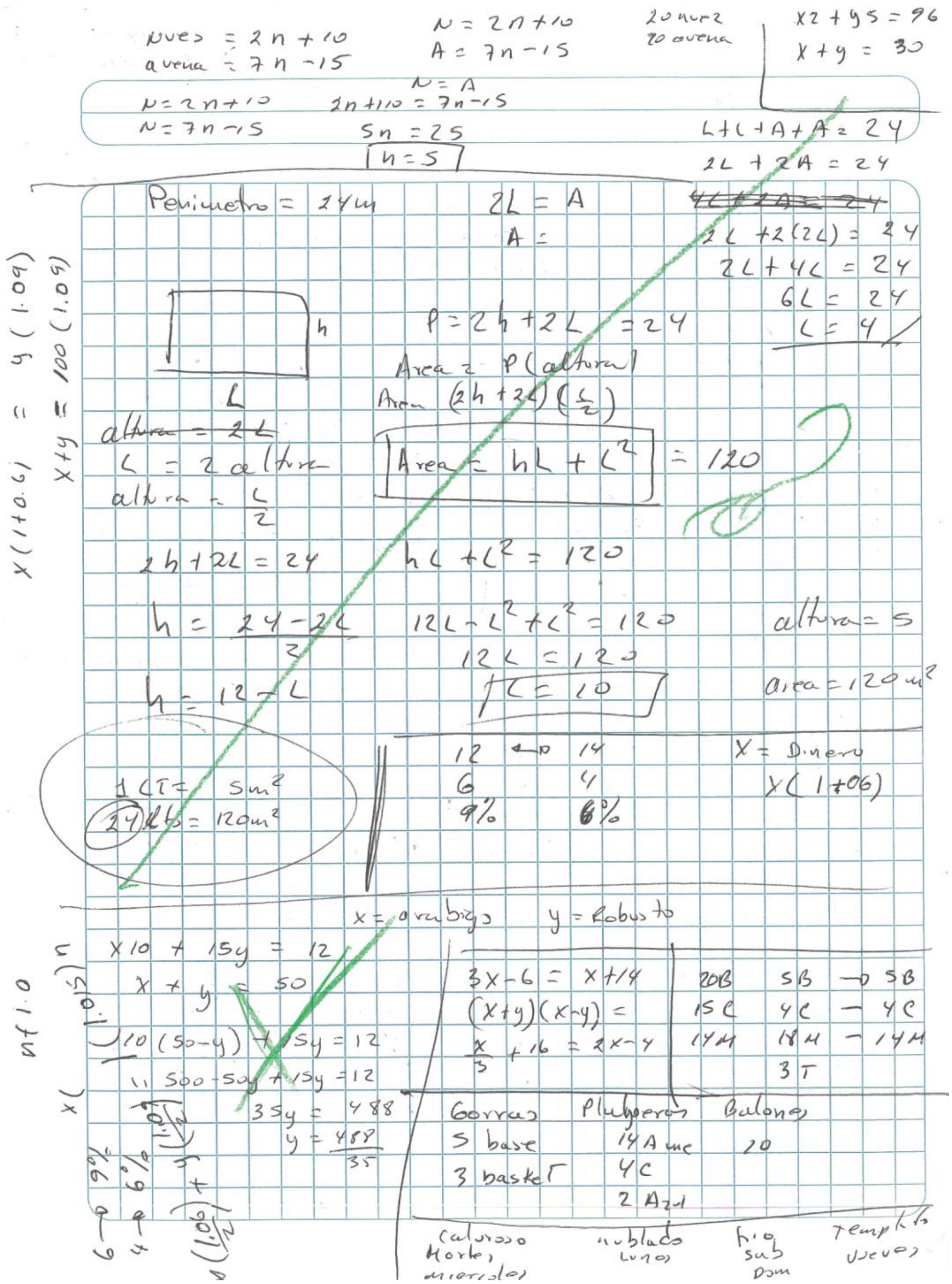
Hoy vimos como restar los polinomios y aunque
parece facil no entiendo como usar los signos
me confundo cuando se suman o se restan
y aunque la maestra si nos explica y usamos
la guia que nos dio me hago bolas y
porcierto la guia es mejor que el libro
porque esta mas explicada

Lo antes descrito en la figura 14 correspondiente a la sesión 9, donde se asume que el estudiante no cuenta con el conocimiento suficiente para llevar a cabo un proceso de resolución de problemas matemáticos adecuado al tema resta de polinomios, se puede confirmar con lo que expresa en su recapitulación correspondiente a dicha sesión.

El estudiante expresa que se hace bolas porque no sabe cómo usar los signos, menciona que a pesar de que parece fácil el proceso, se confunde pues no sabe la función que tienen los signos en la resolución de la resta de un polinomio. Entonces, se puede decir que el estudiante no tiene la habilidad metacognitiva de estudio independiente.

Figura 16: Postest del sujeto 9 del grupo control





En el postest del estudiante 9 del grupo control se observa .5 de calificación como diferencia cuantitativa respecto al pretest. En este caso llama la atención que los problemas resueltos correctamente en el pretest no lo son en el postest pero si otros de mayor complejidad, sin embargo no reflejan mejoría en el uso de estrategias metacognitivas suficientes en el proceso de resolución de problemas matemáticos ya que no alcanza una calificación aprobatoria ni refleja auto control en dicho proceso.

DISCUSIÓN

Los resultados de la intervención psicopedagógica son los esperados en función de lo planteado en los objetivos de la investigación, lo cual indica que el programa basado en la enseñanza de la estrategia instruccional de resolución problemas matemáticos fue útil para los estudiantes de la preparatoria abierta.

Para que los estudiantes alcanzaran el estudio independiente, fue indispensable la enseñanza y aprendizaje de estrategias metacognitivas. En primera instancia, la presente investigación fue pensada y creada para ayudar a los estudiantes de la preparatoria abierta porque no mostraban habilidades de estudio independiente, el cual es necesario en la modalidad no escolarizada, misma que asume que los estudiantes inscritos en sus planes de estudio cuentan con estrategias de aprendizaje para lograrlo.

Sin embargo, no es así pues a partir de las evaluaciones en el pretest se marca un claro déficit en la resolución de problemas matemáticos en ambos grupos, control y experimental. De ahí surge la segunda instancia, y es por la que en este apartado se hace hincapié, en que las autoridades reguladoras de la modalidad no escolarizada en conjunto con la SEP y el gobierno promuevan intervenciones de este tipo para coadyuvar en desarrollo permanente de estrategias de aprendizaje y autorregulación en los procesos académicos de los estudiantes.

Es por ello que en el desarrollo de esta intervención se mantuvo un seguimiento específico en cuanto al uso de estrategias metacognitivas en el grupo experimental, ya que como señalan Díaz Barriga y Hernández (2007) las estrategias de aprendizaje se adquieren mediante la exposición de la ejecución, la ejecución guiada y la ejecución independiente y autorregulada. Para ello se aplicaron por sesión problemas matemáticos sobre el mismo tema en cada uno de los tres pasos planteados por los autores.

Los estudiantes aceptaron de manera rápida la forma de trabajo, ya que les resultó sencillo el procedimiento, no obstante en las primeras sesiones mencionaron que era un poco repetitiva pero conforme fue avanzando la intervención psicopedagógica, ellos señalaron que era mejor trabajar de este modo porque el cuestionarse y expresar en voz alta o incluso mentalmente cada paso a seguir, así como los motivos que llevan a tomar la decisión del procedimiento operativo en la resolución de un problema matemático les ayuda a concientizar la función de cada carácter, esto se puede observar en las recapitulaciones del grupo experimental en el apartado de análisis cualitativo.

El programa fue basado en el ejemplo de Barberá (2000) quien sostiene que el aprendizaje de contenidos matemáticos mejora a través de la comprensión del problema verbal y para aterrizarlo propone lo siguiente: que el estudiante se cuestione sobre si comprende el problema o no en el momento inicial de la resolución de éste, luego preguntarse si cuenta con todos los datos para hacerlo, después sobre el tipo de resolución y el por qué al corregirse así mismo en caso de ser necesario y por último debe corroborar si el resultado al que llegó es correcto o no.

Limitaciones de la intervención

Se pueden destacar las siguientes limitantes en el proceso de la intervención psicopedagógica. La primera está relacionada con el poco compromiso que asumen los estudiantes de la preparatoria abierta, debido a que el sistema oficial de la Secretaria de Educación Pública no exige asistencia obligada ni establece horarios fijos para las asesorías.

Para dar solución a ello, se realizó una sesión con la coordinadora y secretarias de la Sala del Maestro, lugar donde se llevó a cabo la intervención psicopedagógica, en dicha sesión se presentaron puntos relevantes sobre el fracaso escolar y las ventajas de contar con un respaldo académico en el área laboral y personal, como conclusión los estudiantes se comprometieron a asistir a las 16 sesiones programadas en los horarios correspondientes, ser puntuales, cumplir con sus materiales y asumir responsabilidad sobre la participación y disposición de aprender.

La segunda limitante se encuentra en la falta de reconocimiento que tienen los estudiantes respecto a sus conocimientos previos, ellos expresan que no saben nada y que las matemáticas nunca les han gustado porque son complejas y no las entienden. Sin embargo ellos se fueron dando cuenta de que en realidad las matemáticas están inmersas en el día a día de sus vidas por lo que no están ajenos a contenidos vistos durante la intervención, ello les llevó a auto conocerse y les representó una mejoría en la realización de los problemas matemáticos, ya que lograron utilizar sus conocimientos previos como coadyuvante en el proceso.

Por último, otra de las limitantes fue el contexto en el que se ubica La Sala del Maestro, ya que se localiza junto a las canchas de futbol del deportivo Casa Popular en la Delegación La Magdalena Contreras. El ruido generado por los partidos de futbol y entrenamientos de los equipos de juego, permitía la fácil distracción de los estudiantes, quienes querían observar dichas actividades por las ventanas que daban a las canchas.

Sin embargo, la situación se pudo controlar por medio de la interacción voluntaria que se daba a partir de los procedimientos propios en la resolución de los problemas matemáticos donde debían cuestionarse sobre su actuar y solicitar apoyo en la práctica guiada, este momento se planteó como el lapso de escuchar voces sobre el trabajo, para el cual se determinaba como límite cuando la mayoría terminaba este proceso, dando espacio a la aclaración de dudas en forma grupal para continuar con la práctica independiente.

CONCLUSIONES

En la investigación se ha podido comprobar el importante papel de las estrategias de aprendizaje. Se trata de un aprendizaje que dentro de la corriente cognitiva persigue el objetivo de aprender a aprender, proporcionando al estudiante la capacidad y habilidad de estudio independiente. De este modo el concepto de aprendizaje entendido desde una perspectiva mecanicista, pasa a otro de tipo constructivista, el cual se caracteriza por la funcionalidad de los aprendizajes y el enseñar a pensar a los estudiantes.

En este sentido, el estudiante es visto desde el papel activo que busca respuestas en la interacción de sus conocimientos previos con la información nueva que le proporciona una situación específica en la resolución de un problema. De esta manera el aprendizaje del estudiante es individual, es decir, cada persona aprende, conoce y recuerda la información de manera diferente. Por otro lado, el profesor es más que un transmisor de conocimientos, es un mediador en la tarea de aprender.

El aprender a aprender y aprender a pensar, a elaborar juicios y a ser capaz de auto regular su proceso de aprendizaje, haciendo uso de estrategias que faciliten y favorezcan la construcción del aprendizaje, es lo que da significado a la educación académica y, en definitiva, al programa de intervención elaborado e implementado en esta tesis para que los estudiantes de preparatoria abierta logren el estudio independiente.

En esta investigación, la técnica de modelado sirvió para enseñar una forma de solucionar problemas matemáticos, también ayudó a los estudiantes a fortalecer su seguridad y confianza para realizar la tarea. Al principio ellos mostraron desinterés y poca habilidad para solucionar los problemas matemáticos pero al paso de las sesiones, esas conductas fueron cambiando, hasta lograr la participación y colaboración.

La formulación de preguntas como estrategia para la resolución de problemas matemáticos mejoró el proceso metacognitivo de los estudiantes. Para ello el profesor promovió el auto cuestionamiento en el estudiante, ayudándolo a plantearse auto preguntas para comprender mejor el texto y para dar una posible respuesta matemática; por ejemplo: ¿Capto las ideas principales del texto? ¿Soy capaz de relacionarlo con algo que ya conozco? ¿Puedo ejemplificarlo? ¿Qué datos me proporciona el texto?, etcétera.

La descripción anterior evita que el estudiante adopte comportamientos rutinarios o mecánicos a la hora de resolver un problema matemático pues cada uno tiene un contexto diferente, en cuanto a los conocimientos previos del estudiante y la relación que éste genera en cada situación, de este modo el estudiante se vuelve capaz de desarrollar su creatividad, toma de decisiones y auto control de su proceso de aprendizaje, encontrando significado en el contenido del problema matemático.

En la intervención se realizó la aplicación de un programa de estrategias metacognitivas en un centro de asesoría académica de la preparatoria abierta, Sala del Maestro, partimos de una muestra de 10 participantes en cada grupo, control y experimental, formados conforme se fueron integrando. Se recurrió al diseño cuasi experimental, pretest y postest.

El programa de intervención constó de 16 sesiones, elaboradas a modo de dar seguimiento a los contenidos curriculares de la asignatura "Representaciones simbólicas y algoritmos", correspondiente al primer nivel en el área de matemáticas, según el plan modular de la preparatoria abierta. Cada sesión fue diseñada con la técnica de modelado, en la que se trabajó la exposición y ejecución por parte del profesor, la ejecución guiada, en la que el estudiante realiza la tarea con apoyo del profesor y de sus compañeros y la ejecución independiente, en la que estudiante da respuesta a la tarea con sus propios medios.

Por variable dependiente se consideraron las estrategias de aprendizaje para el estudio independiente y la variable independiente fue el tratamiento consistente en un programa de estrategias metacognitivas para la resolución de problemas matemáticos aplicado, únicamente, al grupo experimental para contrastar los resultados con el grupo control, el cual trabajó de manera regular con materiales de la preparatoria abierta.

Cabe señalar que se elaboró una guía temática, abordando los contenidos de los materiales de la preparatoria abierta en la asignatura antes mencionada para los participantes del grupo control, ya que ellos argumentaron que no les gustaban los materiales porque no se entendían los contenidos y no podían resolver los problemas planteados. La guía está elaborada con ejemplos aritméticos y algebraicos ya resueltos y explicados, en virtud de que el estudiante tenga una posible solución para los materiales oficiales.

Para obtener los resultados cualitativos de la intervención se utilizaron los estadísticos de prueba T de Wilcoxon, con el que se realizó la comparación de medias del pretest con el postest de ambos grupos, control y experimental y, la prueba U de Mann Whitney para conocer la relación que tiene la intervención psicopedagógica con la mejoría del estudio independiente de los estudiantes de preparatoria abierta.

Tras la intervención se analizaron los datos obtenidos que demuestran diferencias significativas en cuanto a que el uso de estrategias de aprendizaje mejora el estudio independiente. Resulta relevante, mencionar que se dio un caso dentro del grupo experimental que no obtuvo una mejoría significativa, ya que su calificación en el postest no fue aprobatoria. Sin embargo el resto de los estudiantes lograron diferencias desde 4.5 hasta 8 puntos respecto a sus pretest.

A diferencia de ello, los estudiantes del grupo control no lograron obtener calificaciones aprobatorias excepto uno de ellos. Lo anterior se hace evidente en el proceso de resolución de problemas matemáticos durante las sesiones del programa de intervención, es notoria la diferencia en el desarrollo de respuestas que realizaron los estudiantes del grupo experimental respecto al grupo control.

En síntesis se puede afirmar, en esta tesis, que el uso de estrategias de aprendizaje para el estudio independiente, aunque las diferencias no siempre fueron significativas desde el punto de vista estadístico, favorables para todos los participantes tras la intervención, pero si en la mayoría, siendo 9 de 10 los estudiantes beneficiados.

Es así que desde la concepción de esta investigación, es preciso señalar la necesidad de que la práctica docente debería ser orientada permanentemente a la integración de las estrategias metacognitivas como parte de la enseñanza de los contenidos curriculares.

En cuanto a la experiencia profesional que se adquirió al realizar la investigación, ha dejado un cambio significativo en la trayectoria de la carrera porque los conocimientos teóricos y metodológicos que implica la asesoría psicopedagógica a estudiantes se complementaron con la práctica, abarcando aspectos como el diseño de materiales, la planeación curricular, el currículo oculto que conlleva la práctica docente, la evaluación continua, entre otras.

Llevar a cabo las actividades antes mencionadas, representó un reto profesional y personal porque de cierto modo, ese fue el momento de auto evaluar el propio conocimiento y las capacidades adquiridas en el transcurso de la carrera como psicóloga educativa, además de haber abordado temas matemáticos para la enseñanza de las estrategias de aprendizaje. Es de relevancia señalar que en el caso personal, esa es un área de conocimientos que están fuera de dominio.

La satisfacción de haber compartido con los participantes los conocimientos adquiridos sobre las matemáticas, es indescriptible porque más allá de haber obtenido resultados que aprobaron la hipótesis de la investigación, los resultados cualitativos en los estudiantes del grupo experimental fueron maravillosos, ya que de los diez participantes que integraban este grupo, seis presentaron el examen oficial de la preparatoria abierta referente a la asignatura, y cuatro de ellos lo pasaron.

Ese hecho generó comentarios positivos para el trabajo que se realizaba en la intervención, por lo que varios estudiantes que asistían a otras asesorías, incluso de otras asignaturas, se acercaron para solicitar apoyo, mismo que se les brindó y, como resultado dos de tres estudiantes que fueron constantes en sus asesorías, también aprobaron su examen oficial; es lamentable no contar con evidencias de ello pues los registros y acreditaciones de exámenes son confidenciales. Esto le otorgo un valor añadido a la experiencia profesional y personal durante la elaboración de la presente tesis

Con lo anterior, queda de manifiesto que el aprendizaje no tiene fin, que el concluir con un nivel educativo no es la meta definitiva a lograr. Se requiere de formación continua para adquirir los conocimientos y herramientas adecuadas para poner en práctica las capacidades y cumplir nuestras expectativas.

REFERENCIAS

Barberá (2000). *Las estrategias en el área de matemáticas*. En: Estrategias de aprendizaje. Madrid. España. Cap. 6. Pp. 219-244.

Beltrán (1996b), *Estrategias de aprendizaje*. En: Psicología de la instrucción I. **Variables y Procesos Básicos.** Madrid. Alianza. Cap 11. Pp. 383-428

Beltrán (1996a), *Concepto, desarrollo y tendencias actuales de la psicología de la instrucción.* En: Psicología de la instrucción I. **Variables y Procesos Básicos.** Madrid. Alianza. Cap. 1. Pp. 19-85.

Beltrán (1998a), *Aspectos generales del aprendizaje*. En: Procesos estrategias y técnicas de aprendizaje. Madrid. Alianza. Síntesis Psicológica. Cap 1. Pp. 15-71.

Beltrán (1998b), *Aprender a aprender*. En: Procesos y técnicas de aprendizaje. Madrid. Alianza. Síntesis Psicológica. Cap 8. Pp. 317-359.

Bermejo (1996) *Enseñar a comprender las matemáticas.* En: Psicología de la instrucción I. **Variables y Procesos Básicos.** Madrid. Alianza. Cap 14. Pp. 571-587.

Bruning (2005) *Planteamientos cognitivos para las matemáticas.* En: Psicología cognitiva de la instrucción. Madrid. Pearson Educación. Cap. 14. Pp. 370-391.

Carretero, M. (2006) *Desarrollo Cognitivo y Aprendizaje.* En: Constructivismo y Educación. Buenos Ares. Aique Didáctica. Cap. 2. Pp. 33-62.

Castañeda y López (1992) *La psicología institucional mexicana.* Revista internacional de psicología y educación. Vo. 5. No. 1. 57-97

Díaz Barriga, F. y G. Hernández (2006a) *Constructivismo y Aprendizaje Significativo.* En: Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación Constructivista. México McGraw Hill, Cap.2. Pp. 23-61

Díaz Barriga, F. y G. Hernández (2006b) *Estrategias para el aprendizaje significativo: fundamentos, adquisición y modelos de intervención.* En: Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación Constructivista. México McGraw Hill. Cap.6. Pp. 233-267.

Iglesias y Suarez (2003) *El papel de la sistematización de las habilidades cognitivas.* Universidad de Oriente. Santiago de Cuba. CUBA. Pp. 1-6.

Justicia (1998) *El desarrollo de la metacognicion: El conocimiento del conocimiento.* En: Psicología de la instrucción I. **Variables y Procesos Básicos.** Madrid. Alianza. Cap. 10. Pp. 359-381.

Lago, O; Rodríguez, M. (1999). *Procesos Psicológicos implicados en el aprendizaje de las matemáticas*. En: Psicología de la Instrucción II. Áreas curriculares. Madrid. España. Síntesis Psicológica. Cap. 4. Pp. 75-95.

Mayor, Suengas y González (1995b) *Adquisición y desarrollo de las habilidades metacognitivas.* En: Estrategias metacognitivas, aprender a aprender y aprender a pensar. Madrid. España. Síntesis Psicológica. Cap. 6. Pp. 13-47.

Mayor, Suengas y González (1995a) *Campos de la aplicación de las estrategias metacognitivas.* En: Estrategias metacognitivas, aprender a aprender y aprender a pensar. Madrid. España. Síntesis Psicológica. Cap. 13. Pp. 191-209.

Mayor, Suengas y González (1995c) *El conocimiento en el aprendizaje y el pensamiento.* En: Estrategias metacognitivas, aprender a aprender y aprender a pensar. Madrid. España. Síntesis Psicológica. Cap. 2. Pp. 21-31.

Monereo, C. (2000) El asesoramiento en el ámbito de las estrategias de aprendizaje. En Estrategias de Aprendizaje. Madrid. España. Cap. 1. Pp. 15-45.

Montera, F. (2002) *El diseño Instruccional.* En: Educación a Distancia y Diseño Instruccional. México. Sociedad Cooperativa de Producción “Taller Abierto” S. C. L. Cap. 2. Pp. 71-120.

Pimienta. (2005) *El constructivismo.* En: Metodología Constructivista. México. Pearson Educación Apartado 1. Pp. 1-11.

Pozo, J.I. (2006). *La nueva cultura del aprendizaje en la sociedad del conocimiento.* En: Pozo, I., Shever, N., Pérez, M, Mateos, M., Marín, E de la Cruz M. **Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje. Las concepciones de profesores y alumnos.** Barcelona Grao. Cap I. Pp 29-53.

Ressia de Moreno. B. (2003). “Enseñanza del número y del sistema de numeración en el nivel inicial y el primer año de la E. G. B”. En: Panizza, M. (comp.). *Enseñar matemáticas en el nivel inicial y el primer año de la E.G. B.* Buenos Aires: Paidós. Pp. 73-130.

Saiz, I. E. (2011). *La resolución de problemas en aprendizaje de la matemática*. En: El lugar de los problemas en la clase de matemática. Buenos Aires. Novedades Educativas. Cap. 2. Pp. 44-62.

Sánchez J. S. y Salas, O. (2012). *Enseñar a pensar.* En: J. Mendoza; J. S. Sánchez, M. Tejeda; Coord. **La construcción del conocimiento: Miradas desde la psicología educativa**. México. Horizontes Educativos.

SEP. (2011), De la Información al Conocimiento. Pp. 21-23. México. DGB/SEP

SEP. (2011), Representaciones Simbólicas y Algoritmos. México. DGB/SEP

Tovar, A. (2001). *El constructivismo.* En: El Constructivismo en el proceso de enseñanza –aprendizaje. IPN. México. Cap 2. Pp. 49-73.

Vega (1998). *Procesos cognitivos complejos.* En: Introducción a la psicología cognitiva. Alianza Psicología. Madrid. España. Cap. 9. Pp. 439-512.

Fuentes electrónicas

Diario Oficial de la Federación (2014), *ACUERDO número 28/12/14 por el que se modifican los Lineamientos de Operación del Programa Escuelas de Excelencia para Abatir el Rezago Educativo, emitidos mediante diverso número 05/06/14, publicado el 18 de junio de 2014.* Disponible en:

http://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5377405&fecha=26/12/2014

DBG (2011). *Portal de la Preparatoria Abierta en el Distrito Federal*. México: SEP. Disponible en:
http://www.prepaabiertadf.sep.gob.mx/preparatoria_abierta/index.php

DGB (2011). *Documento Base de la Preparatoria Abierta*. México: SEP. Disponible en: http://www.prepaabiertadf.sep.gob.mx/plan_estudios/documentobase-pa-nuples.pdf

(2011). Subsecretaría de Educación Media Superior 2011. ¿Qué es la reforma? (RIEMS) México: SEP. Disponible en:

http://www.reforma-riems.sems.gob.mx

ANEXOS

Anexo 1

Instrumentos de evaluación

Pretest y Postest

Pretest y postest: *¿Ya estoy preparado?*

El pretest y postest es una evaluación planteada en el libro oficial para la preparatoria abierta de la asignatura Representaciones Simbólicas y Algoritmos de la Secretaria de Educación Pública, a fin de valorar el aprendizaje de los estudiantes y obtener información sobre el dominio de las competencias relacionadas con la asignatura.

Sin embargo, la principal intención en esta investigación es corroborar que los estudiantes del grupo experimental obtengan mejores calificaciones que los del grupo control, cumpliéndose así la hipótesis planteada.

Cabe mencionar que la evaluación fue modificada en algunos aspectos, tales como: omitir las respuestas de opción múltiple y la cantidad de reactivos totales reduciéndola a 8 problemas con 20 cuestiones a resolver en total, cada problema implica entre dos y tres cuestiones en promedio. Dicha reducción se consideró a partir de los temas tratados en la intervención. La evaluación original comprende 15 problemas con 38 cuestiones a resolver y como ya se mencionó, está diseñada en formato de opción múltiple.

¿Ya estoy preparado?

Instrucciones

Lee con detenimiento cada uno de los problemas y resuélvelos aplicando tus conocimientos y procedimientos propios, anotándolos en una hoja de papel adicional.

Problema 1. Una pared rectangular tiene un perímetro de 24 metros. El largo (*l*) de la pared es el doble del alto (*a*). ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar la pared, si se utiliza 1 litro por cada 5 metros cuadrados?

I. ¿Cuál es la solución para el problema?

II. ¿Cuál es la ecuación que puede representar algebraicamente éste problema?

III. ¿Cómo puede escribirse la relación de proporcionalidad que existe entre la pared y los litros de pintura que se necesitan para pintarla?

Problema 2. En un expendio de café se requiere vender una mezcla que cueste $12 por kilogramo y que combine dos tipos de grano: arábigo, que cuesta $10 por kilogramo y el robusto $15.

I. ¿Cuántos kilogramos de café de cada tipo se deben mezclar para obtener, a ese costo, 50 kilogramos de dicha mezcla?

II. ¿Cuál es la solución a este problema?

III. ¿Cuáles son las cantidades desconocidas en el problema anterior?

Problema 3. Jaime pinta una pared a una rapidez de $7\frac{3}{4}$ metros cuadrados por hora. Si entre él y Francisco, pintan $28\ \frac{7}{10}$ metros cuadrados en dos horas,

I. ¿Cuántos metros cuadrados pinta Francisco?

Problema 4 ¿En cuánto debo vender un terreno si quiero obtener una ganancia del 15% sobre el precio de costo, y lo compré en $380,000?

I. ¿Cuál es la solución del problema?

II. Expresa la relación de proporcionalidad entre el costo y la ganancia

Problema 5 En un estacionamiento hay 120 vehículos entre motocicletas y automóviles, y sus llantas suman 410.

I. ¿Cuántos de los vehículos son motocicletas y cuantos automóviles?

II. ¿Cuál es la operación que responde el problema?

III. ¿Cuáles son las incógnitas del problema?

Problema 6 La suma de dos números es igual a 64. Si la mitad del menor es igual a la sexta parte del mayor.

I. ¿Cuál es la solución del problema?

II. Plantea una ecuación que resuelva el problema

III. ¿Qué método resuelve el problema?

Problema 7 Las edades de los hijos de Mariana son dos números consecutivos cuyo producto es igual a 56. ¿Qué edad tiene cada uno?

I. ¿Cuál es la operación que resuelve el problema?

II. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación?

Problema 8 Encuentra la altura de un triángulo si es cuatro metros mayor que el triple de su base, y el área del triángulo es de 170 m^2.

I. ¿Cuál es la operación que resuelve correctamente el problema?

II. ¿Qué tipo de expresión algebraica se puede utilizar para representar este problema?

III. ¿Cuál es el resultado correcto de la operación que resuelve correctamente el problema?

Anexo 2

Programa de intervención Psicopedagógica

Programa de intervención

El presente programa de intervención está basado en la estrategia de enseñanza aprendizaje para la resolución de problemas matemáticos y metacognitivos, en el cual se usa el método de enseñanza directa. El programa está dirigido a estudiantes de preparatoria abierta que desean aprobar el primer módulo correspondiente al área de matemáticas, mismo que la Secretaria de Educación Pública y la Dirección General de Bachillerato (2011) asumen como tal, la asignatura “Representaciones Simbólicas y Algoritmos”.

La intervención psicopedagógica tiene como finalidad lograr que los estudiantes aprendan a aprender, alcanzando el estudio independiente y eficaz, ya que el sistema educativo en su modalidad abierta requiere del estudiante habilidades y competencias en dicho rubro, sin embargo los estudiantes presentan limitantes en el uso de estrategias metacognitivas.

Es por ello, que el objetivo general de la intervención psicopedagógica pretende mejorar las estrategias de aprendizaje de los estudiantes favoreciendo el estudio independiente por medio de la estrategia instruccional de resolución de problemas matemáticos enfocados en los temas del libro oficial ante la SEP de la asignatura Representaciones Simbólicas y Algoritmos.

El programa de intervención consta de 16 sesiones interviniendo de lunes a viernes durante una hora con el grupo experimental y manteniendo en el grupo control el mismo tiempo bajo la forma habitual de trabajar la asignatura, es decir, se maneja por temas y se trabaja con sus propios medios de aprendizaje para la resolución de los problemas. Las sesiones están diseñadas de manera ordenada a partir de la complejidad de los temas, tomando como referencia el libro de dicha asignatura.

Las actividades se enfocan en la resolución de problemas matemáticos y metacognitivos abordando dos grandes rubros: Los números reales y el leguaje algebraico; al finalizar las actividades por sesión, los estudiantes realizaron recapitulaciones, escrito en el que el estudiante expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión, mientras que la evaluación del programa de intervención psicopedagógica es a través de un pretest y postest, en función de conocer si existe alguna diferencia significativa entre los grupos y dentro de cada grupo.

Horas en total de duración del programa de intervención: 16

<table>
<tr><td colspan="4">TEMA
Los números reales: Operaciones básicas y criterios de divisibilidad</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="6">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 1</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="4">Objetivo: Reforzar las operaciones básicas y los criterios de divisibilidad para lograr un mejor y más rápido proceso de resolución de problemas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td colspan="2">RECURSOS</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3">1.- Explicar las partes de las operaciones básicas

2.- Explicar los criterios de divisibilidad

3.- Resolver ejercicios con operaciones básicas y criterios de divisibilidad

Problema: Julián guarda monedas de $5, al contarlas tiene $1505.

¿Qué operación te permite saber la cantidad de monedas que tiene Julián? ¿Cuántas monedas tiene Julián? ¿Cuántas monedas tendrá Luisa, si guarda el triple de monedas de $5 que Julián? Pablo tan sólo tiene la mitad de monedas que Luisa, ¿Cuánto dinero tiene en total? ¿Qué operaciones realizaste?</td><td colspan="2">- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">TEMA

Los números reales: Propiedades de igualdad y de los exponentes</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="6">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 2</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="4">Objetivo: Reforzar las propiedades de igualdad y de los exponentes para alcanzar mayor eficacia en la resolución de problemas</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td colspan="2">RECURSOS</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3">1.- Explicar los conceptos que abarcan los temas de propiedades de igualdad y exponentes
2.- Realizar ejercicios sobre las propiedades de igualdad y los exponentes
Problema: Dalia y Javier juegan a escribir el número mayor posible, usando tres veces el mismo número y utilizando cualquier representación matemática. Determina con cuál opción se obtiene el número mayor.
• $5 \text{ x } 5 \text{ x } 5$
• 5^{55}
¿Qué operación se usa en el primer ejemplo?

¿Cómo puedes obtener el mismo resultado utilizando potencias?

¿Qué significado tiene la notación empleada en el segundo ejemplo?

¿Con cuál de las dos representaciones se obtiene el número mayor?</td><td colspan="2">- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="5">TEMA

Los números reales: Razones y proporciones</td><td>Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="6">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 3</td><td>Duración:
1:00hr</td><td colspan="4">Objetivo: Reforzar las razones y proporciones para favorecer la recuperación de información en la solución de problemas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td>RECURSOS</td><td colspan="2">EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3">1.- Explicar los conceptos de razones y proporciones
2.- Ejercitar los contenidos sobre los temas
- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia: Problema: La compañía de seguros Estrella, tiene que pagar a las hijas de un asegurado la misma cantidad de dinero cuando ambas cumplan la mayoría de edad, la compañía se queda con el dinero, abonando 1.5% de interés compuesto anual. A la muerte del asegurado, las hijas tienen las edades de 12 y 14 años respectivamente.

Si cumplen la mayoría de edad a los 18 años, ¿qué cantidad ha de recibir cada una?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente.</td><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td><td colspan="2">La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
</table>

Ejemplo para la práctica guiada Si a la muerte del asegurado, las hijas tuvieran 6 y 7 años respectivamente, ¿cuánto recibiría cada una al cumplir la mayoría de edad? **- Práctica independiente**: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente** Calcula la cantidad que recibirían las hijas si tuvieran 10 y 12 años a la muerte de su padre.		

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Expresiones algebraicas</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 4</td><td>Duración:
1:00hr</td><td colspan="3">Objetivo: El estudiante será capaz de convertir el lenguaje común a algebraico a partir de una situación de la vida cotidiana.</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td>RECURSOS</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3">- Explicar los conceptos de razones y proporciones

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:

El triple de un número disminuido en 6 equivale al número aumentado en 14:

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada

El producto de la suma por la diferencia de dos números cualesquiera.

- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente.</td><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
</table>

Ejemplo para la práctica independiente La tercera parte de un número incrementado en 16, equivale al doble del número disminuido en 4:		

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA
Lenguaje algebraico: Términos semejantes</td><td>Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 5</td><td>Duración:
1:00hr</td><td colspan="2">Objetivo: Que el estudiante aprenda los conceptos relacionados con el tema “términos semejantes” y su aplicación matemática ante problemas reales</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado.

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:

Pablo tiene una colección de juguetes, 20 son balones, 15 carros y 14 muñecos de acción, mientras que la colección de Martin es de 5 balones, 4 carros, 18 muñecos de acción y tres trompos. Si Pablo y Martin juntan sus colecciones de juguetes, ¿Qué juguetes tienen en común?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada

En una tienda de ropa deportiva se venden al día, 5 gorras de baseball y 3 de basketball, playeras de equipos de football: 2 de cruz azul, 4 de las chivas y 14 del América más 10 balones de football Clasifica los productos vendidos según la categoría de uso.</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

-Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

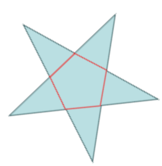
- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente** El clima de la semana pasada se presentó de la siguiente manera: lunes nublado, martes caluroso, miércoles caluroso, jueves templado, viernes caluroso, sábado frio y domingo frio. Indica los días que representan términos semejantes.	

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Suma de monomios</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 6</td><td>Duración:
1:00hr</td><td colspan="3">Objetivo: Que el estudiante practique la estrategia instruccional de resolución de problemas mediante una situación compleja</td></tr>
<tr><td colspan="4">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar por medio de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia: Rogelio tomó la foto de una flor en forma de estrella. Su hermano Emilio la reprodujo en su cuaderno usando triángulos equiláteros, para después diseñarla en papel, como se muestra.

 
$\frac{1}{3}x$

¿Cuál es el perímetro del pentágono que se forma en la construcción de Emilio?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada

¿Cuál es el perímetro de cada triangulo?</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
</table>

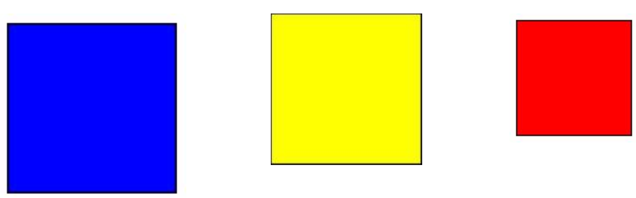
	RECURSOS
- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente** La suma del perímetro de los cinco triángulos, ¿Es mayor o menor que 7x?	- Cuadernillo de problemas y lápiz - Pizarrón y marcadores

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Resta de monomios</td><td>Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 7</td><td>Duración:
1:00hr</td><td colspan="2">Objetivo: Que los estudiantes identifiquen mediante el modelado de la estrategia instruccional de resolución de problemas el procedimiento necesario para después resolver una situación similar</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3">Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:



x^2y^2 $4x^2y^2$ $9x^2y^2$

¿Cuál es la diferencia entre las áreas de los cuadrados azul y rojo?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento recibiendo apoyo del docente</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

Ejemplo para la práctica guiada ¿Cuál es la diferencia entre las áreas de los cuadrados amarillo y rojo? **- Práctica independiente**: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente** ¿Cuál es la diferencia entre las áreas de los cuadrados amarillo y azul?	

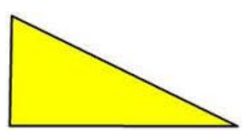
<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Suma de polinomios</td><td>Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 8</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="2">Objetivo: Que los estudiantes aprendan los conceptos básicos de las operaciones con polinomios y su aplicación matemática mediante situaciones apegadas a la vida real</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3">
- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:

Las imágenes representan dos terrenos, cuyas medidas son las que se muestran



</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

¿Cuál es la expresión que representa el perímetro del terreno en forma de trapezoide? Resolver la operación - **Práctica guiada:** El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente **Ejemplo para la práctica guiada** ¿Cuál es la expresión que representa el perímetro del terreno triangular? Resolver la operación **- Práctica independiente**: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente** ¿Cuál es la suma de los perímetros de ambos terrenos?	

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Resta de polinomios</td><td>Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 9</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="2">Objetivo: Que el estudiante aprenda a resolver problemas de polinomios aplicando la estrategia instruccional</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:

Tomando en cuenta las siguientes medidas que representan los perímetros de tres triángulos.
T1: 6m + 4n + 7.21b
T2. 12m + 15n + 12b
T3. 4m + 3n + 5b
¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 1 y 2?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada:

¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 2 y 3?

- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

Ejemplo para la práctica independiente ¿Cuál es la diferencia de perímetros entre el triángulo 1 y 3?	

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA
Lenguaje algebraico: Operaciones con polinomios</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 10</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="3">Objetivo: Que el estudiante retome la resolución de operaciones con polinomios mediante un problema</td></tr>
<tr><td colspan="4">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:

Armando es un ambientalista que lleva un registro de la basura que se genera en su ciudad y de lo que se puede reciclar, para ello pidió ayuda a su amigo Germán, que es matemático, para generar un modelo y así obtener información anual. Germán ha dicho que se genera $0.025\mathrm{p}^2 + 4.68\mathrm{p} + 2000$. Mientras que la expresión con la que modela la basura que se recicla anualmente es: $0.012\mathrm{p}^2 + 4.6\mathrm{p} + 1000$

¿Qué operación se debe realizar para saber la cantidad de basura que no se recicla?

¿Qué expresión es la que representa la cantidad de basura que no se recicla?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

Ejemplo para la práctica guiada: Tomando en cuenta la información anterior, responde las preguntas considerando la mitad de las cantidades señaladas ¿Qué expresión es la que representa la cantidad de basura que no se recicla? **- Práctica independiente**: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente:** ¿Es posible reducir o simplificar la expresión $0.025\mathrm{p}^2 + 4.68\mathrm{p} + 2000$? ¿Por qué?	

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Ecuaciones lineales de primer grado</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 11</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="3">Objetivo: Que el estudiante aprenda los conceptos relacionados con las ecuaciones lineales para facilitar el planteamiento y la resolución de un problema que implique ecuaciones lineales de la forma $ax + b = cx$</td></tr>
<tr><td colspan="4">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:

Observa las fichas de dómino, éstas representan una ecuación con dos lados iguales pero con valores distintos, ahora toma en cuenta la ficha de nueve puntos morados de un lado y uno verde con tres morados del lado derecho, para lo cual debes considerar los puntos morados como los valores constantes positivos, los que tienen una raya roja son valores constantes negativos y el punto verde representa la incógnita. El signo de igual</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>recursos</td></tr>
<tr><td>- Libro de la asignatura

“Representaciones Simbólicas y algoritmos”

- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

se representa con la división de la ficha.

Si tenemos la ecuación x + 3 = 9, se coloca la representación en la segunda parte de la ficha: x + 3. En la primer parte de la ficha, se representa el segundo miembro de la ecuación: 9.

Si se quitan puntos del lado izquierdo (puntos con raya roja), también se quitan del lado derecho.

¿Por qué piensas que debe hacerse así?

Cada punto vale 1, si la ficha verde es x, entonces

Es decir, $x = 6$

- **Práctica guiada:** El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada:

Si modificas la ficha de dómino, elevando al cuadrado la cantidad de puntos morados, ¿Qué valor tiene x?

- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente

Ejemplo para la práctica independiente: Si modificas la ficha de dómino, elevando al cubo la cantidad de puntos morados, ¿Qué valor tiene x?

<table>
<tr><td colspan="3" align="center">TEMA

Lenguaje algebraico: Ecuaciones lineales de primer grado</td><td colspan="2" align="center">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 12</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="3">Objetivo: Que el estudiante aprenda a resolver problemas matemáticos basados en ecuaciones lineales de la forma ax + b = cx</td></tr>
<tr><td colspan="4" align="center">ACTIVIDADES</td><td align="center">EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia: Carlos tiene tres sobres de estampas, de las cuales dos están repetidas. Andrés tiene cuatro sobres con siete estampas repetidas. Si en total tienen la misma cantidad de estampas sin repetir, ¿Cuántas había en cada sobre? ¿Cuántas estampas sin repetir tienen Carlos y Andrés? ¿Qué pasaría si una de las estampas del sobre de Andrés fuera repetida, se conserva la igualdad? ¿Por qué?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada:

Incrementa la cantidad de estampas al doble de lo planteado al inicio y resuelve respondiendo las mismas preguntas</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td align="center">RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente:** Responde las mismas preguntas, ajustando las cantidades cinco veces más que al inicio	

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Ecuaciones lineales de primer grado</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 13</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="3">Objetivo: Que los estudiantes recuerden como resolver un problema matemático de ecuaciones lineales con la estrategia instruccional</td></tr>
<tr><td colspan="4">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia:

Sofía horneó galletas para repartirlas entre sus amigas. Tiene dos bolsas de galletas de nuez, 10 sueltas y siete bolsas de galletas de avena. Antes de terminar de empacar las bolsas notó que 15 de las galletas de avena se rompieron, así que no podrá entregarlas como regalo. Si queda la misma cantidad de galletas de cada tipo y quiere que todas las bolsas tengan el mismo número de galletas, ¿Cuántas galletas debe haber en cada bolsa?

¿Qué cantidad representarían con la literal n?

¿Cuál es la ecuación que se puede utilizar para resolver el problema?

¿Cuántas galletas hay en cada bolsa?

¿Cuántas galletas enteras hay de cada tipo?</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
</table>

	RECURSOS
- **Práctica guiada:** El estudiante resuelve un problema similar con apoyo del profesor, en caso de ser necesario **Ejemplo para la práctica guiada:** Duplica todas las cantidades (bolsas y galletas) para resolver el problema **- Práctica independiente**: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente **Ejemplo para la práctica independiente:** Triplica todas las cantidades de bolsas y galletas para resolver el problema	- Cuadernillo de problemas y lápiz - Pizarrón y marcadores

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA
Lenguaje algebraico: Sistemas de Ecuaciones Lineales Método de sustitución</td><td>Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 14</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="2">Objetivo: Que el alumno aprenda a solucionar problemas que impliquen el planteamiento y solución de sistemas de ecuaciones</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia: Paola tiene 30 monedas de $2 y de $5. Si tiene $96 en total, ¿Cuántas monedas tiene de cada denominación?

Representa el problema con un sistema de ecuación y resuélvelo.

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento y recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada: Si las monedas de $5 fueran de $10. ¿Cuántas monedas tendría Paola? Plantea y resuelve el sistema

- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente

Ejemplo para la práctica independiente: Representa el sistema de ecuaciones y resuélvelo aumentando al doble la cantidad inicial de monedas</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA
Lenguaje algebraico: Sistemas de Ecuaciones</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 15</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="3">Objetivo: Que el alumno aprenda a solucionar problemas con sistemas de ecuaciones lineales a través del método de sustitución</td></tr>
<tr><td colspan="4">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia: Una tienda de accesorios para computadoras ofrece unidades de almacenamiento de datos con entrada USB, en varios modelos y capacidades. Román adquirió dos, una de 1 gigabyte (Gb) y otra 8 Gb; esta última cuesta el doble que la primera.

Si por las dos unidades pagó $540.00, ¿Cuánto costó cada dispositivo?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada: Disminuye el total que pagó Román a la mitad y resuelve el problema

- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente

Ejemplo para la práctica independiente: Aumenta al triple la cantidad inicial y resuelve el problema</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">TEMA

Lenguaje algebraico: Método de igualación algebraica</td><td colspan="2">Fecha:</td></tr>
<tr><td colspan="5">Responsable de la asesoría: Lorena Pérez Hernández</td></tr>
<tr><td>Sesión
N° 16</td><td>Duración:
1hr</td><td colspan="3">Objetivo: Que el estudiante sea capaz de comprender y dar solución a problemas más complejos</td></tr>
<tr><td colspan="4">ACTIVIDADES</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td colspan="4" rowspan="3">- Explicación de los conceptos clave de la sesión y la estrategia a trabajar a través de la solución de problemas matemáticos en cada apartado

- Modelado de la estrategia: El docente desarrolla un problema en el pizarrón, explicando paso a paso el procedimiento a seguir:

Ejemplo para el modelado de la estrategia: El empleado de la tienda de cómputo vendió cuatro dispositivos de 2Gb y ocho de 4Gb, en total cobró $2800. Por la tarde vendió 16 de 2Gb y 24 de 4Gb, por ellos cobró $9 280. ¿Cuánto cuesta cada dispositivo?

- Práctica guiada: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento recibiendo apoyo del docente

Ejemplo para la práctica guiada: Si el dueño de la tienda hubiera vendido tan sólo la mitad de dispositivos por la tarde ¿Cuánto habría cobrado? Plantea las ecuaciones y resuélvelas

- Práctica independiente: El estudiante resuelve un problema similar, siguiendo el procedimiento, en caso de ser necesario, recibe apoyo del docente

Ejemplo para la práctica independiente: Si el dueño de la tienda vendiera el triple de dispositivos por la tarde y por la mañana ¿Cuánto cobraría? Plantea las ecuaciones y resuélvelas</td><td>La evaluación es por medio de recapitulaciones por parte del estudiante en la que expresa su propio proceso de aprendizaje durante la sesión</td></tr>
<tr><td>RECURSOS</td></tr>
<tr><td>- Cuadernillo de problemas y lápiz

- Pizarrón y marcadores</td></tr>
</table>

Anexo 3

Guía Temática

Guía temática

A partir de la observación y trabajo durante algunos meses de prestación de servicio social y desarrollo de prácticas profesionales dentro de la Sala del Maestro, ubicada en el deportivo Casa Popular en la Delegación La Magdalena Contreras, fungiendo como asesora de la asignatura Representaciones Simbólicas y Algoritmos, entre otras, surge la necesidad de elaborar el presente material, debido a que el libro diseñado por la SEP (2011) no es comprendido por los estudiantes.

Los estudiantes muestran poco interés en resolver los ejercicios del libro, ellos argumentan que requieren de un ejemplo similar para saber cómo resolver el resto, también señalan que no le encuentran sentido a los problemas que plantean ya que todo el bloque 1 está enfocado a una misma situación y del mismo modo el bloque dos.

Se observa que los estudiantes tienen dificultades para comprender los procedimientos matemáticos así como la estructura de los problemas y ejercicios planteados en el libro, ya que éste se encuentra diseñado con dos estilos de enseñanza aprendizaje, el tradicional y por competencias, por un lado plantea problemas de la vida cotidiana y el por otro solicita resolver ejercicios y operaciones básicas para los cuales no establece ninguna explicación previa, delegando toda la responsabilidad al estudiante, dando por hecho que él sabe cómo resolver los problemas y además cuenta con conocimientos conceptuales matemáticos, cabe resaltar que lamentablemente los estudiantes carecen de conocimientos básicos matemáticos, tales como fracciones, divisiones, multiplicaciones, entre otros.

Considerando lo anterior y tomando en cuenta a diferentes autores mencionados en el marco teórico de esta investigación, se diseñó el siguiente material a manera de guía con ejemplos resueltos y explicados para obtener una posible forma de solucionar problemas matemáticos, a fin de que los estudiantes mejoren su proceso de aprendizaje y cuenten con apoyo en casa para resolver el libro.

GUÍA TEMÁTICA

REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS Y ALGORITMOS

Este material está dirigido a estudiantes de preparatoria abierta, fue diseñado a manera de guía con ejemplos resueltos y explicados para obtener una posible forma de solucionar problemas matemáticos, a fin de que los estudiantes mejoren su proceso de aprendizaje.

Elaborado por: Lorena Pérez Hernández

14/02/2014

TABLA DE CONTENIDO

REPRESENTACIONES SIMBÓLICAS Y ALGORITMOS

En ésta guía se encuentran explicados los contenidos conceptuales a trabajar en la asignatura Representaciones Simbólicas y Algoritmos con la finalidad de potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje del estudiante.

Unidad 1: **Números Reales**

Los números reales (R) incluyen tanto los racionales (positivos, negativos y el cero) como los irracionales, trascendentales y algebraicos, todos estos se pueden representan en la recta numérica.

Clasificación de los números reales

- Reales
  - Racionales
    - Enteros
      - Naturales (Positivo)
        - Primos
        - Compuestos
      - Cero
      - Negativos
    - Fracciones
  - Irracionales

Racionales Q: Se les conoce como fracciones comunes, las cuales representan una división. Las fracciones comunes se clasifican en fracción propia (Su valor es menor que la unidad, en cuanto a números positivos nos referimos), fracción impropia (su valor es igual o mayor a la unidad) y fracción mixta (Se forma de un entero y una fracción propia).

Las fracciones comunes se componen de 2 elementos, numerador y denominador. El denominador representa la cantidad de partes en que se divide la unidad y el numerador es la cantidad que se toma de estas: $\frac{4}{5}$ $\frac{Numerador}{Denomiador}$

Las fracciones equivalentes son aquellas que tienen la misma cantidad aunque parezcan diferentes: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ puedes comprobarlo haciendo una división en cada una de las fracciones,

$3 \div 4 = .75 = \frac{3}{4}$, $\quad 6 \div 8 = .75 = \frac{6}{8}$

Fracciones con denominadores diferentes. Es necesario obtener el común denominador o mínimo común múltiplo de los denominadores, que se divide por cada uno de los denominadores y el resultado se multiplica por su respectivo numerador, los números que se obtienen se suman o se restan según sea el caso. Ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{7}{4}$$

Solución: Se obtiene el mínimo común múltiplo de 3, 4 y 6, para hacerlo, se descomponen simultáneamente en sus factores primos hasta que cada uno de ellos sea la unidad, se puede realizar el procedimiento sin importar que no todas las cantidades tengan el mismo divisor.

$$\begin{array}{ccc|l}
3 & 4 & 6 & 2 \\
\hline
3 & 2 & 3 & 2 \\
3 & 1 & 3 & 3 \\
1 & 1 & 1 & \text{MCM } = 12
\end{array}$$

Por consiguiente, el común denominador de la fracción es 12. Ahora debes reducir la fracción dividiendo tanto al numerador como al denominador por el mismo número entero, en este caso es el 3 $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{2(4)+5(3)-1(2)}{12}=\frac{8+15-2}{12}=\frac{21}{12}=\frac{7(3)}{4(3\ )}\ \frac{7}{4}$

A diferencia del mínimo común múltiplo, el máximo común divisor si requiere de un mismo divisor para todas las cantidades.

8	12	16	2
4	6	8	2
2	3	4	2
1	3	2	2
1	3	1	3
1	1	1	MCM=48

8	12	16	2
4	6	8	2
2	3	4	MCD=4

- **Naturales N:** Son aquellos números que se utilizan para contar (1, 2, 3, 4...)

Números primos: Son números que tienen únicamente 2 divisores, la unidad y el propio número (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19…)

Números compuestos: Son números que tienen más de 2 divisores (4, 6, 8, 9, 10, 12…)

- **Enteros Z:** Su conjunto se forma de números negativos, cero y positivos Z= (…-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4…)

Irracionales Q´: Son todos aquellos números cuya parte decimal se conforma de una serie infinita de dígitos pero no existe periodo y por lo regular son resultado de raíces no exactas. Por ejemplo la raíz cuadrada de 2 es 1,4142135623730950488016887242097, este número no es posible escribirlo en forma de fracción por lo tanto es irracional.

Postulados de orden para los números reales

Tricotomía. Si a, b ϵ R, entonces al comparar estos números, solo puede ocurrir uno de los 3 casos siguientes: $a > b$, $a < b$ o $a = b$

Transitivo. Establece la comparación entre 3 números de la siguiente manera: Sean a, b y c ϵ R, si $a > b$ y $b < c$ entonces $a > c$

Aditivo. Dados 2 números reales que cumplen con el postulado de tricotomía, si se suma otro número a los dos primeros se conserva el postulado: Sean a, b y c ϵ R, si $a > b$ entonces $a + c > b + c$

Multiplicativo. Dados 2 números que cumplen con el postulado de tricotomía, si se multiplica por otro número positivo a los 2 primeros se conserva el postulado y si se multiplica otro número negativo a los dos primeros el postulado cambia. Sean a, b y c ϵ R, si $a > b$ c (con $c > 0$) y a c $> b$ c (con $c > 0$)

Operaciones con signos de agrupación:

Son operaciones que involucran signo de agrupación, los cuales se suprimen al multiplicar por el número o signo que le antecede, en caso de existir varios signos de agrupación se procede de dentro hacia afuera. Los signos de agrupación delimitan operaciones entre números y se representan con los siguientes símbolos:

Llave { }   Corchete [ ]   Paréntesis ( )

Leyes de los signos:

Multiplicación		División	
(+)(+)= +	(+)(-)= -	(+)(+)= +	(+)(-)= -
(-)(-)= +	(-)(+)= -	(-)(-)= +	(-)(+)= -

Suma y Resta: Números con signos iguales se suman y se le coloca el signo de los sumandos (-4 -7 -9 = -20) o (6 + 8 + 3 = 17))

Números con signos diferentes se restan y al resultado se le coloca el signo del número mayor (5 – 8 = -3) (-17 + 21 -14 -7 + 18 = 39 – 38 = 1)

Multiplicación y división: Se aplican las leyes de los signos y se realiza la operación con los coeficientes (-5) (4) = - 20, (7) (-2) (-3) = 42

Las partes de las operaciones básicas

Multiplicación	Multiplicando x Multiplicador } o factores Producto
Suma	Sumando + Sumando Suma
División	Cociente divisor | Dividendo Residuo
Resta	Minuendo - Sustraendo Resta o diferencia

- **Criterios de divisibilidad**. Los criterios de divisibilidad son reglas que sirven para saber si un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división, sólo se presentan los más comunes.

Divisores y múltiplos:

Divisible por	Condición	Ejemplo
2	Si termina en 0 o digito par	38 porque acaba en número 8 120 porque acaba en 0
3	Si la suma de sus dígitos es un múltiplo de 3	1596 porque 1+5+9+6=21 (3x7)
5	si el último digito es 0 o 5	258980 porque acaba en 0
9	si la suma de sus dígitos es múltiplo de 9	9361845 porque 9+3+6+1+8+4+5=36 (9x4)
12	si lo es por 3 y por 4	828, porque es múltiplo de 3 8+2+8=18 (3x8) 28, porque es múltiplo de 4 (4x7)

Propiedades de igualdad. La igualdad es una relación que se define entre números. Las tres propiedades más importantes de la igualdad se resumen en una estructura matemática que se conoce como relación de equivalencia. La relación de equivalencia está dividida en tres partes.

1. **Reflexiva:** Expresa que un número es igual a sí mismo: Si a=a → 5=5
2. **Simétrica:** Expresa que un número es igual a un segundo número. Entonces el segundo número es igual al primero:

Si a = b entonces b = a   Si x = 2 → 2 = x

3. **Transitiva:** Expresa que un número es igual a un segundo número y éste es igual a un tercer número, el primero y el tercero son iguales:

Si x = 2 y 2 = w → x = w

Propiedad de igualdad para la suma

Si a es igual a b, entonces, a + c = b + c

X = 5 → X + 3 = 5

Propiedad de igualdad para la resta

Expresa que si a es igual a b, entonces, a - c = b - c

Si X = 5 → x-3 = 5-3

Propiedad de igualdad para multiplicación

Expresa que si a = b, entonces, (a) (c) = (b) (c)

Si X = 5 → 7x = (7) (5)

Propiedad de igualdad para la división

Expresa que si X = Y y Z ≠ 0, entonces, $x/z = y/z$

Propiedad de igualdad para la potencia

Expresa que si a es igual a b, entonces, a elevada a la potencia n, b también es elevado a la potencia n

Si a = b → $a^n = b^n$

Si x = 5 → $x^2 = 5^2$

Propiedad de igualdad para la raíz

Expresa que si a es igual a b, entonces la raíz de a es igual a la raíz de b

Si a = b → $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b}$

Si x = 5 → $\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{5}$

Ecuación: La ecuación es una expresión algebraica donde se tienen constantes y variables y se encuentran unidas por un signo de igualdad. El signo de igualdad señala que lo que se encuentra del lado izquierdo debe ser igual a lo que se encuentra del lado derecho del mismo.

- **Constantes:** son números en una ecuación y no cambian su valor
- **Variables:** son números representados con letras a las que se les asignan distintos números según se requiera

Variable → X + 3 = 5

↓

Constantes

Ejercicio de solución: Resolver una ecuación es encontrar un valor para la variable x que satisfaga la ecuación, es necesario tomar en cuenta la regla de la igualdad que dice que toda operación que se realiza del lado izquierdo del signo de igualdad se debe realizar del lado derecho.

Para despejar a x se necesita dejarla sola en alguno de los dos lados de la igualdad, usualmente es el izquierdo, del otro lado se colocan los valores de las constantes.

X + 3 = 5

X + 3 – 3 = 5 – 3

X = 2

Luego se verifica si es correcta o no la ecuación, debes sustituir el valor de x, en este caso es 2, desde el inicio de la operación: 2 + 3 = 5

- **Razones y Proporciones.** Razón es el cociente de dos cantidades, donde al numerador se le llama antecedente y al denominador consecuente

$$\frac{3}{2} \qquad \frac{Antecedente}{Concecuente}$$

Un tren viaja a 70 $\frac{km}{h}$ y un automóvil recorre 150 metros en 5 segundos. Si ambos tienen rapidez constante, ¿Cuántas veces es más rápido el automóvil que el tren?

a) 3.5 veces b) 2.5 veces c) 1.5 veces d) 0.5 veces

Solución: Se transforman las velocidades a las mismas unidades.

Para el tren: $\frac{70\ km}{1h}$=$\frac{70\ km}{1h} \cdot \frac{1h}{360\ s} \cdot \frac{1000\ m}{1\ km} = \frac{70(1000)m}{3600\ seg} = \frac{70000\ m}{3600\ s} = 19.4\ \frac{m}{s}$

Para el automóvil: $\frac{150\ m}{5\ s} = 30\ \frac{m}{s}$

Entonces, las veces que el automóvil es más rápido que el tren es:

$$\frac{30\ \frac{m}{s}}{19.4\ \frac{m}{s}} = 1.5\ veces$$

Por lo tanto, la opción correcta es el inciso **c**

La proporción muestra los tamaños relativos de dos o más valores. Las proporciones pueden mostrarse de diferentes maneras. Usando el "**:**" para separar los valores o como un solo número dividiendo un valor para el total. **Ejemplo:** si hay un niño y tres niñas la proporción podría escribirse así:

1:3 (por cada niño hay 3 niñas)
1/4 son niños y 3/4 son niñas
0.25 son niños (dividiendo 1 por 4)

Entonces se le denomina proporción a la igualdad de 2 o más razones; una razón es la relación que existe entre dos magnitudes. En la medida en que una de éstas varia, la otra deberá variar también para que la relación entre ellas se mantenga $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ o $a{:}b :: c{:}d$ Se lee: a es a b, como c es a d.

- Términos de una proporción: En la relación $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, a y d reciben el nombre de extremos y b y c medios.

Ejemplo: El valor de x en la proporción $\frac{x}{3}=\frac{12}{4}$ es:

a) 9 b) 8 c) 11 d) 12

Solución: En toda proporción el valor de un extremo equivale al producto de los medios divido por el extremo restante.

$$\frac{x}{3}=\frac{12}{4} \;---\!\!\rightarrow\; x=\frac{(3)(12)}{4}=\frac{36}{4}=9$$

Por lo tanto, la opción correcta es el inciso a.

- Proporción directa o regla de tres directa: Una es directa al aumentar o disminuir una de las cantidades, la otra también aumenta o disminuye en la misma proporción. Si *m* es a *n* como *c* es a *d,* entonces $\frac{m}{n}=\frac{c}{d}$

Ejemplo: Un comerciante vende un artículo en $112 y gana 40% sobre el costo del artículo, ¿Cuál es costo real del artículo?

a) $80.00 b) $78.00 c) $70.00 d) $33.60

Solución: Sea *x* el costo que representa el 100% y $112 el 140%, entonces: $\frac{x}{100}=\frac{112}{140} \;---\!\!\rightarrow\; x=\frac{(100)(112)}{140}=\frac{11200}{140}=\$80$

Por lo tanto, la opción correcta es el inciso a.

- Proporción o regla de tres inversa: Una proporción es inversa si al aumentar una de las cantidades, la otra disminuye en la misma proporción y viceversa. Si *m* es a *n* como *c* es a *d,* entonces (*m)(n) = (c)(d)*

Ejemplo: Un automóvil viaja a razón de 60 $\frac{km}{h}$ y tarda 3 horas en ir de una ciudad a otra. ¿A qué velocidad debe regresar para cubrir dicha distancia en 2 h?

a) 30 $\frac{km}{h}$ b) 45 $\frac{km}{h}$ c) 120 $\frac{km}{h}$ d) 90 $\frac{km}{h}$

Solución: La proporción es inversa, ya que a mayor velocidad menos tiempo tardará en recorrer cierta distancia. Se establece la proporción: 60 $\frac{km}{h}$ es a 3 horas como *x* es a 2 h, entonces: $(60)(3) = 2x \quad ---\rightarrow \quad x = \frac{(60)(3)}{2} = \frac{180}{2} = 90\frac{km}{h}$

Por lo tanto, la opción correcta es el inciso d.

Raíces y Potencias

- Potencia es la representación del producto de una base por sí misma, un cierto número de veces: a^n = (a)(a)(a)…… --> n veces

Donde, *a* = base y *n* = exponente.

Ejemplo: $(3)^4 = (3)(3)(3)(3) = 81$

Ley de los exponentes. A la hora de evaluar y simplificar exponentes, utilizamos la Ley de los Exponentes, una serie de reglas que nos sirven para hallar el valor de una expresión más rápida.

Ley	Ejemplo	Cuántas veces multiplicas a "X"
$\boldsymbol{X^1 = X}$	$6^1 = 6$	Son parte de la sucesión natural de exponentes. Ve la tabla de abajo
$\boldsymbol{X^0 = 1}$	$7^0 = 1$	Son parte de la sucesión natural de exponentes. Ve la tabla de abajo. Todo número elevado al exponente 0 es 1
$\boldsymbol{X^{-2} = 1/X}$	$4^{-2} = 1/4^2$	Son parte de la sucesión natural de exponentes. Ve la tabla de abajo. Representa una fracción común donde el numerador es la unidad y el denominador es la potencia con exponente positivo
$\boldsymbol{X^m X^n = X^{m+n}}$	$X^2X^3 = X^{2+3} = X^5$	"m" veces y "n" veces se suman "m + n" veces
$\boldsymbol{X^m/X^n = X^{m-n}}$	$X^4/X^2 = X^{4-2} = X^2$ $x^2/x^2 = x^{2-2} = x^0 = 1$	A "m" veces se le resta "n" veces porque estás dividiendo, en total "m-n" veces. Recuerda que x/x = 1
$\boldsymbol{(X^m)^n = X^{mn}}$	$(x^3)^4 = x^{3\times4} = x^{12}$	Multiplicas "m" veces por "n" veces en total m × n veces

		Así que: $(x^3)^4 = x^{3\times4} = x^{12}$
$(\mathbf{XY})^{n} = X^{n}Y^{n}$	$(\mathrm{xy})^3 = x^3y^3$	Ordenar las "x" y las "y" $(xy)^3 = (xy)(xy)(xy) = xxxyyy = (xxx)(yyy) = x^3y^3$
$(\mathbf{X}/\mathbf{Y})^{n} = X^{n}/Y^{n}$	$(\mathrm{x}/\mathrm{y})^3 = x^3/y^3$	Ordenar las "x" y las "y" $(x/y)^3 = (x/y)(x/y)(x/y) = (xxx)/(yyy) = x^3/y^3$
$X^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{X^{m}}$	$X^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{X^2}$	Recuerda de las fracciones que m/n, n es el índice de la raíz a obtener y m es la potencia a la que se elevara la raíz obtenida.

Las tres leyes ($x^1 = x$, $x^0 = 1$ y $x^{-1} = 1/x$) son parte de la sucesión natural de exponentes.

Ejemplo: potencias de 5		
	∞	
5^2	1 × 5 × 5	25
5^1	1 × 5	5
5^0	1	1
5^{-1}	1 ÷ 5	0.2
5^{-2}	1 ÷ 5 ÷ 5	0.04
	∞	

- **Raíz o radicación:** Operación que permite encontrar un número que multiplicado por sí mismo tantas veces como lo indica el índice, da como resultado el radicando.

Radical

índice

$$\sqrt[n]{a} = \text{raíz}$$

radicando

En los números reales la raíz con índice par se aplica a números positivos y su raíz es tanto positiva como negativa.

Ejemplos: $\sqrt[4]{\mathbf{81}} = \pm\mathbf{3}$ $\sqrt{\mathbf{4}} = \pm\mathbf{2}$

La raíz con índice impar se aplica a números positivos como negativos y su resultado conserva el signo del radicando.

Autoevaluación "Para repasar"

1. ¿Qué son los números reales?
2. ¿Cómo se clasifican los números reales?
3. ¿Qué sentido tienen para ti las operaciones con los números reales?
4. ¿Cuáles son las partes de la suma, la resta, la multiplicación y la división?
5. ¿Qué es potencia?
6. ¿Qué es radicación?
7. ¿Qué son las fracciones?
8. ¿Cómo se clasifican las fracciones?
9. ¿Cómo simplificar las fracciones?
10. ¿Qué es divisibilidad?
11. ¿Qué son las ecuaciones lineales?
12. ¿Qué significa razón?
13. ¿Qué significa proporción?
14. ¿Cuáles son los signos de agrupación y cómo funcionan?
15. Explica la ley de los signos
16. Explica las leyes de los exponentes

Unidad 2: **Lenguaje Algebraico**

El lenguaje algebraico expresa oraciones de lenguaje común en términos algebraicos utilizados para generalizar una cantidad, también se le denomina monomio y sus elementos son: coeficiente, base y exponente.

Término	Coeficiente	Base	Exponente
X	1	x	1
$2\boldsymbol{m^3}$	2	m	3
$-\boldsymbol{4x^2y^5}$	-4	x, y	2, 5
$\boldsymbol{\frac{1}{3}ab^2}$	$\frac{1}{3}$	a, b	1, 2

Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico

Para traducir el lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa es necesario comprender las siguientes palabras

Suma	Resta	Multiplicación	División
• Aumentar • Mayor • Más • Incrementar • Más grande que	• Menos • Menor que • Diferencia • Disminuir perder	• Producto • Múltiplo • Veces • Doble, triple, etc.	• Cociente • Entre • Razón • Mitad, tercera, etc.

Ejemplos:

1. La representación matemática del enunciado, **el doble de x**, es:

Solución: El enunciado “el doble de x” significa que “x” se multiplica por dos, entonces la representación matemática es 2x.

2. La representación matemática del enunciado “el triple de m aumentado en el producto de 5 veces n”, es:

Solución: Lee con detenimiento, "el triple de m", significa 3 veces m, o sea, 3m aumentado significa sumar en el producto (multiplicar) 5 veces "n", entonces la expresión algebraica correcta es 3m+5n

3. La representación matemática de "la tercera parte de c disminuido en el cuadrado de b", es:

Solución: La tercera parte de c, implica una división, en este caso es c entre 3, la palabra disminuido requiere de una resta del cuadrado de b, el cuadrado indica que b se eleva al exponente 2, entonces la expresión algebraica correcta es $\frac{c}{3} - b^2$

Términos semejantes

Los términos semejantes son aquellos cuyas bases son iguales y están elevadas a los mismos exponentes.

Términos semejantes	No son términos semejantes
• 2x con 3x	• 2x con $3x^2$
• $5x^2y$ con -$4x^2$y	• $5x^2y$ con -$4xy^2$
• $\frac{1}{2}m^2n^3p$ con $6m^2pn^3$	• $\frac{1}{2}m^2n^3p$ con $6p^2m^3n$

Reducción de términos semejantes. Si se suman o restan dos o más términos semejantes, únicamente se realizan las operaciones con los coeficientes y queda la misma base en el resultado. **Regla: En la suma o resta de términos semejantes NO se alteran los exponentes de las bases.**

Ejemplos:

1. El resultado de reducir la expresión 10x+9x-12x-4x, es:

Solución: Todos los elementos son términos semejantes, por consiguiente se realiza la simplificación solo con los coeficientes:

10x+9x-12x-4x= (10+9-12-4)x = **3x**

2. El resultado de reducir la expresión $5x^2 + 6x - 9x^2 - 2x$ es:

Solución:

$$\mathbf{5x^2} + 6x - \mathbf{9x^2} - 2x$$

$$\mathbf{5x^2} - \mathbf{9x^2} = (5-9)x^2 = \mathbf{-4x^2}$$

$$+6x - 2x = (6-2)x = 4x$$

$$(5x^2 + 6x - 9x^2 - 2x) = \underline{-4x^2 + 4x}$$

Valor numérico. Dada una expresión algebraica, su valor numérico se obtiene al sustituir las bases por un valor determinado.

Ejemplo: Si *y* = *-3 y x* = 1, ¿Cuál es el valor numérico de 3x+2y?

Solución: Se sustituye cada una de las bases por su valor respectivo

3x+2y = 3(1) + 2(-3) = 3 – 6 **= -3**

Polinomios. Un polinomio es el resultado de sumar o restar 2 o más términos algebraicos no semejantes; en específico, será binomio si son 2 términos algebraicos y trinomios si son 3 términos.

Expresión algebraica	**Nombre**
2x + 3y	Binomio
$a^2 + 2ab + 3a^2$	Trinomio

Suma de polinomios. Al sumar 2 o más polinomios se simplifican los términos semejantes entre los polinomios.

1. El resultado de $(4a^2 - 5a + 7)$+$(-2a^2 + 3a - 4)$ es:

Solución: Se acomodan los términos semejantes en forma vertical y se representan los signos de términos algebraicos que forman cada uno de los polinomios. Se procede a la simplificación de los términos algebraicos.

$$\begin{array}{r} 4a^2 - 5a + 7 \\ \underline{-2a^2 + 3a - 4} \\ 2a^2 - 2a + 3 \end{array}$$

2. La suma de $8x + 7y - 11$ con $-5y + 12x - 2 + 3z$ es:

Solución: Este tipo de operaciones también se pueden realizar de manera horizontal, primero se agrupan los términos semejantes y luego se simplifica al máximo.

$$\boldsymbol{8x} \cancel{+ 7y} - 11 \cancel{- 5y} + \boldsymbol{12x} - 2 + 3z = \boldsymbol{8x} + \boldsymbol{12x} \cancel{+ 7y - 5y} - 11 - 2 + 3z$$
$$= 20x + 2y - 13 + 3z$$

Resta de polinomios. Se identifican el minuendo y el sustraendo para realizar la operación: Se cambia el signo a cada uno de los elementos del polinomio al cual le antecede el signo menos.

1. El resultado de $(4x + 3y - 5) - (2x + y - 3)$ es:

   Solución: Se eliminan los paréntesis y se simplifican los términos semejantes.

   $(\boldsymbol{4x} + 3y - 5) - (\boldsymbol{2x} + y - 3) = \boldsymbol{4x} + 3y - 5 - \boldsymbol{2x} - y + 3 = (\boldsymbol{4} - \boldsymbol{2})\boldsymbol{x} +$
   $(3 - 1)y + (3 - 5) = \boldsymbol{2x} + 2y - 2$

2. Al restar $2x + 3y - 1$ de $5x - 7y + 7$, se obtiene:

Solución: (5x-7y+7) – (2x+3y-1) = 5x - 7y + 7 - 2x - 3y + 1=3x-10y+8

Multiplicación de polinomios. Para realizar esta operación se consideran la regla de los signos en multiplicación y la ley de los exponentes para el producto de bases iguales.

- **Regla de los signos**

(+)(+) = + (-)(-) = + (+)(-) = - (-)(+) = -

- **Ley de los exponentes**

Cuando se multiplican las bases iguales, la base permanece y los exponentes se suman.

Ejemplo de monomio por monomio:

El resultado de (x^6) (x^2) es:

Solución: Aplicar la ley de los exponentes para el producto de bases iguales:

$(x^6)(x^2) = x^{6+2} = x^8$

Ejemplo de monomio por polinomio: Se realiza el producto del monomio con cada uno de los términos algebraicos que conforman el polinomio.

El resultado de $2x^2(x^2+3x-4)$ es:

Solución:

$2x^2(x^2+3x-4) = 2x^2 \ (x^2) + 2x^2 \ (3x) + 2x^2 \ (-4) = 2x^{2+2} + 6x^{2+1} - 8x^2$

$= 2x^4 + 6x^3 - 8x^2$

Ejemplo de polinomio por polinomio. Cada uno de los elementos del primer polinomio multiplica al segundo, los elementos que resulten términos semejantes se simplifican.

El resultado de $(2x+5y)(3x-7y)$ es:

$(2x+5y)(3x-7y) = 2x(3x-7y) + 5y(3x-7y) = 6x^2 - 14xy + 15xy - 35y^2 =$

$6x^2$+xy-35y^2

División de polinomios. Para realizar esta operación se consideran las leyes de los signos para la división y la de los exponentes para la división de bases iguales.

- **Ley de los signos**

$\frac{+}{+} = +$ $\frac{-}{-} = +$ $\frac{+}{-} = -$ $\frac{-}{+} = -$

- **Ley de los exponentes**

Se dividen las bases iguales, la base permanece y al exponente del numerador se le resta el exponente del denominador.

$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$, para todo x es ≠ 0

Ejemplo de monomio entre monomio:

El resultado de $\frac{-108x^6}{-12x^2}$ es:

Solución: $\frac{-108x^6}{-12x^2} = \frac{-108}{-12} x^{6-2} = 9x^4$

Ejemplo de polinomio entre monomio. Se divide cada uno de los elementos del polinomio entre el monomio.

El resultado de $\frac{4x^3+8x^2-12x}{4x}$ es:

Solución:

$$\frac{4x^3+8x^2-12x}{4x} = \frac{4x^3}{4x} + \frac{8x^2}{4x} - \frac{12x}{4x} = \frac{4}{4}x^{3-1} + \frac{8}{4}x^{2-1} - \frac{12}{4}x^{1-1} = 1x^2 + 2x - 3x^0$$

Pero todo número elevado a la cero potencia es la unidad y toda base equivale a 1 pero no es necesario escribir el número pues se da por entendido, entonces:

$$=1x^2 + 2x - 3(1)$$
$$=1x^2 + 2x - 3$$

Polinomio entre polinomio. Se ordenan los términos del dividendo y del divisor en orden decreciente, se divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor, el cociente que se obtiene se multiplica por el divisor, el resultado se resta del dividendo y así sucesivamente, hasta obtener un residuo cero u otro cuyo grado sea menor que el divisor.

$$\begin{array}{l|l} & \text{Cociente} \\ \hline \text{divisor} & \text{Dividendo} \\ & \text{Residuo} \end{array}$$

Ejemplos:

El cociente de $\frac{x^2+5x+6}{x+3}$ es:

Solución:

$$\begin{array}{r|l} & x+2 \\ \hline x+3 & x^2+5x+6 \\ & -x^2-3x \\ \hline & \quad 2x+6 \\ & \quad -2x-6 \\ \hline & \qquad 0 \end{array}$$

Ecuaciones de primer grado con una incógnita. Una ecuación de primer grado con una incógnita es una igualdad entre 2 expresiones, que involucran constantes y una incógnita cuyo grado es 1; se conforma de 2 miembros. Al resolver una ecuación de primer grado con una incógnita, se obtiene el valor de la incógnita que satisface la igualdad. **Es necesario retomar las propiedades de igualdad**.

Primer miembro = Segundo miembro

Ejemplo:

El valor de x que cumple con la ecuación 3x + 2 = 8

Solución: Como el primer y segundo miembro deben ser iguales, se buscan dos números que multiplicados den como resultado la diferencia de 8 menos 2

Si x =? 3x + 2 = 8

3(2) + 2 = 8

6 + 2 = 8

Entonces x = 2 8 = 8

Reducción de una ecuación de primer grado con una incógnita. Para la resolución este tipo de ecuaciones se aplican los despejes, los cuales permiten obtener el valor de la **incógnita** mediante las operaciones inversas.

Operación	**Operación inversa**
Suma	Resta
Resta	Suma
Multiplicación	División
División	Multiplicación

El valor de x que cumple con 5x + 7 = 12 es:

Solución: Los elementos que no contengan a la incógnita se pasan al segundo mimbro con la operación viceversa.

$$5x + 7 = 12 \rightarrow 5x = 12 - 7$$

$$5x = 5$$

Luego el miembro que multiplica a la incógnita pasa con la operación inversa, que es la división, y conserva su signo, entonces:

$$x = \frac{5}{5}$$

$$x = 1$$

Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se les denomina sistemas de ecuaciones a aquellas que se satisfacen para valores iguales de las dos incógnitas. Existen diversos métodos para resolver un sistema de ecuaciones, de los cuales, destacan el de reducción (suma o resta) y el de sustitución.

Ejemplos:

Los valores de *x* y *y* que satisfacen el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$

Solución: La solución del sistema son aquellos valores que, al sustituirlos en ambas ecuaciones, satisfacen las igualdades, si en una ecuación no se cumple la igualdad, entonces no es solución del sistema. Si x = 5, y = 2

$2x + 3y = 16$	$x - 2y = 1$
$2(5) + 3(2) = 16$	$5 - 2(2) = 1$
$10 + 6 = 16$	$5 - 4 = 1$
$16=16$	$1=1$

- **Método de reducción.** Consiste en sumar ambas ecuaciones y eliminar una de las variables, así se obtiene una ecuación de primer grado con una incógnita.

Ejemplo:

El valor de x y y que satisface el sistema $\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$

Solución: Se elige una incógnita a eliminar, en este caso es x, por tanto, los coeficientes deben ser iguales pero de signo contrario, entonces la primera ecuación se multiplica por el coeficiente de x de la segunda ecuación, y la segunda ecuación se multiplica por el coeficiente de x de la primera ecuación de signo contrario.

$$3(2x + 5y = 7) \rightarrow 6x + 15y = 21$$
$$-\underline{2(3x + 2y = 5)} \quad \underline{-6x - 4y = -10}$$

Luego las ecuaciones resultantes se suman:

$$\underline{\cancel{6x} + 15y = 21}$$
$$\cancel{-6x} - 4y = -10$$
$$11 = 11$$

$$y = \frac{11}{11}$$

$$y = 1$$

El valor de y = 1 ahora se sustituye en cualquiera de las ecuaciones iniciales, en este caso se elige la ecuación 2x + 5y = 7 para determinar x, entonces:

2x + 5y = 7 → 2x + 5(1) = 7 → 2x + 5 = 7

2x = 7 – 5

2x = 2

$x = \frac{2}{2}$

x = 1

La solución del sistema es x = 1, y = 1

- **Método de sustitución.** Consiste en despejar una incógnita de cualquiera de ambas ecuaciones para sustituir en la ecuación restante y obtener una ecuación de primer grado con una incógnita**.**

Ejemplo:

¿Cuáles son los valores que satisfacen el sistema? $\begin{cases} 5a + 2b = -5 \\ 7a + 3b = -6 \end{cases}$

Solución: Se despeja una incógnita de cualquiera de las ecuaciones, en este caso *a,* de la primer ecuación.

5a + 2b = - 5 → 5a = - 5 – 2b → $a = \frac{-5-2b}{5}$

El despeje que se sustituye en la segunda ecuación.

7a + 3b = - 6 → $7\left(\frac{-5-2b}{5}\right) + 3b = -6$

Entonces, la nueva ecuación se resuelve:

$7\left(\frac{-5-2b}{5}\right) + 3b = -6$ → $\left(\frac{-35-14b}{5}\right) + 3b = -6$

Recuerda que al despejar una incógnita, debes pasar los términos de un solo lado de la ecuación, generalmente es el lado derecho, con la intención de dejar sola la incógnita y así, encontrar su valor para ello es necesario tomar en cuenta que al momento de despejar, los términos pasan realizando la operación contraria a la de origen.

$$\frac{-35-14b}{5}=-6-3b$$

-35 – 14b = - 30 – 15b

-14b + 15b = - 30 – 35

b = 5

Por lo tanto, el valor de *b = 5* ya se puede sustituir en el despeje de *a.*

$$a=\frac{-5-2b}{5}=\frac{-5-2(5)}{5}=\frac{-5-10}{5}=\frac{-15}{5}=-3$$

Entonces, los valores que satisfacen el sistema son: **a = - 3 y b = 5**

- **Método de igualación.** El método de igualación es una variante del método de sustitución. Para resolver un sistema de ecuaciones usando este método debemos despejar una incógnita, la misma, en ambas ecuaciones e igualar las expresiones resultantes, así se obtiene una ecuación de primer grado.

Ejemplo:

¿Cuáles son los valores que satisfacen el sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ -x + 5y = 16 \end{cases}$

Solución: Primero se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones, puede ser x o y, luego se igualan las expresiones, obteniendo una ecuación de primer grado, es decir, que tiene solo una incógnita. Ahora se resuelven las operaciones para encontrar el valor de la incógnita (x o y), después se sustituye el valor encontrado para la incógnita elegida en las expresiones originales y por último, se calcula el valor de la segunda expresión, el resultado de la ecuación es el que puedes graficar en un plano.

$3x + 2y = 3$ $\qquad$ $-x + 5y = 16$

$2y = 3 - 3x$ $\qquad$ $5y = 16 + x$

$y = \frac{3 - 3x}{2}$ $\qquad$ $y = \frac{16+x}{5}$

Se igualan las ecuaciones: $y = \frac{3 - 3x}{2} = y = \frac{16+x}{5}$

Se realiza una multiplicación entre ambas ecuaciones para despejar, entonces:

$y = \frac{3 - 3x}{2} = y = \frac{16+x}{5}$ Productos cruzados

$(5)3 - 3x = (2)16 + x$

$15 - 15x = 32 + 2x$ Se despeja a x

$2x - 15x = 32 - 15$

$-17x = 17$

$x = \frac{17}{-17}$ (al cambiar de operación pasa con su signo original)

$x = -1$

Se elige una de las dos ecuaciones de primer grado resultantes del despeje para reemplazar el valor de *x* y así encontrar el valor de *y*, puedes elegir la que te parezca más fácil de resolver. Recuerda, según la ecuación el valor de x es -1.

$y = \frac{16 + x}{5}$ $\qquad$ $y = \frac{3-3x}{2}$

$y = \frac{16 + (-1)}{5}$ $\qquad$ $y = \frac{3-3(-1)}{2}$

$y = \frac{15}{5}$ $\qquad$ $y = \frac{3+3}{2}$

$y = 3$ $\qquad$ $y = \frac{6}{2}$

$y = 3$

Entonces la solución del sistema de ecuación es: **y = 3** y **x = -1**

Factorización: Operaciones que permiten representar a un polinomio como el producto de 2 o más expresiones algebraicas y se clasifican en:

- Factorización por factor común
- Factorización de trinomios cuadrados perfectos
- Factorización de diferencias de cuadrados
- Factorización de la forma $x^2 + bx + c$
- Factorización de la forma $ax^2 + bx + c$

Factorización por factor común. Se obtiene el máximo común divisor de los coeficientes y se toman las bases que se repitan en todos los términos que conforman al polinomio de menor exponente.

Ejemplo: Al factorizar la expresión $6x^3 + 8x^4 - 10x^2$

Solución: Se obtiene el máximo común divisor de 6, 8 y 10:

$$\begin{array}{c|l} 6\ \ 8\ 10 & 2 \\ \hline 3\ \ 4\ \ 5 & \\ & \text{MCD} = 2 \end{array}$$

La base que se repite en todos los términos es x siendo x^2 la de menor exponente, el factor común es, $2x^2$, por lo tanto:

$$6x^3 + 8x^4 - 10x^2 = 2x^2(3x + 4x^2 - 5)$$

Los elementos dentro del paréntesis son los resultados de dividir cada uno de los términos del polinomio por el factor común.

Factorización de trinomios cuadrados perfectos. Al factorizar un trinomio cuadrado perfecto se obtiene un binomio al cuadrado.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad ; \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Para determinar si un trinomio es cuadrado perfecto, observa que el doble producto de las raíces cuadradas de los extremos debe ser igual al término central del trinomio, cabe mencionar que se deben acomodar a los extremos aquellos elementos cuya raíz cuadrada sea exacta.

Ejemplo: Al factorizar $x^2 + 6x + 9$ se obtiene:

Solución: Se obtienen las raíces de los extremos $\boldsymbol{x^2}$ **y 9:**

$$\sqrt{x^2} = x \quad ; \quad \sqrt{9} = 3$$

$$(x)(x) = x^2 \quad ; \quad (3)(3) = 9$$

Se comprueba que el **doble** producto de las raíces sea igual al término central 6x:

$$2(x)(3) = 6x$$

Entonces, $x^2 + 6x + 9$ es un trinomio cuadrado perfecto y su factorización es:

$$x^2 + 6x + 9 = (\mathbf{x} + \mathbf{3})^{\mathbf{2}}$$

Factorización de una diferencia de cuadrados. Una diferencia de cuadrados es una resta de elementos algebraicos que tienen raíz cuadrada y al realizar su factorización se obtiene de una multiplicación de binomios conjugados.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplo: Al factorizar $x^2 - 9$ se obtiene:

Solución: Se obtienen las raíces de $x^2 - 9$

$$\sqrt{x^2} = x \quad ; \quad \sqrt{9} = 3$$

Entonces: $x^2 - 9 = (\boldsymbol{x} + \mathbf{3})(\boldsymbol{x} - \mathbf{3})$

Factorización del trinomio de la forma $x^2 + bx + c$. Al factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, se obtiene una multiplicación de 2 binomios con término común y se identifican porque el coeficiente del término cuadrático es 1.

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x - n)$$

Ejemplo: La factorización de $x^2 + 5x + 6$ es:

Solución: Se abren 2 paréntesis con la raíz del término cuadrático x^2 :

(x)(x)

En el primer paréntesis, se coloca el signo + del término central y en el segundo el signo que resulte de multiplicar el signo + del tercer término, en este caso es (+)(+) = +

(x +) (x +)

Se buscan 2 números que multiplicados den el tercer término, en este caso es 6 y que a la vez sumados den como resultado el coeficiente del término central, que es 5.

(4)(2) = 8 y 4 + 2 = 6 no cumple con la condición
(6)(1) = 6 y 6 + 1 = 7 no cumple con la condición
(3)(2) = 6 y 3 + 2 = 5 sí cumple con la condición, los números buscados son 3 y 2

En el primer paréntesis se coloca el número mayor, en éste caso es 3 y en el segundo se coloca el número menor, que es 2, por lo tanto la factorización es:

$$x^2 + 5x + 6 = (\boldsymbol{x + 3})(\boldsymbol{x + 2})$$

Factorización del trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$. Este trinomio se identifica porque el coeficiente del término cuadrático es diferente de la unidad.

Ejemplo: La factorización de $3x^2 + 5x + 2$ es:

Solución: Se multiplica y se divide el trinomio por el coeficiente del término cuadrático, en este caso es 3.

$$3x^2 + 5x + 2 = \frac{3(3x^2 + 2)}{3} = \frac{9x^2 + 5(3x) + 6}{3}$$

Se abren 2 paréntesis con la raíz cuadrada del término cuadrático $9x^2$

$$\frac{(3x \quad)(3x \quad)}{3}$$

En el primer paréntesis se coloca el signo + del término central y en el segundo se coloca el producto del signo del término central por el signo del tercer término, en este caso ambos son positivos; esto es (+) (+)=+

$$\frac{(3x+\quad)(3x+\quad)}{3}$$

Se buscan 2 números que multiplicados den 6 y sumados den 5:

(3)(2) = 6 y 3 + 2 = 5

Se coloca el número mayor en el primer paréntesis y el menor en el segundo para realizar la división. Para hacer la división es necesario que se busquen dos números que multiplicados den como resultado el valor del divisor, entonces el primer número divide al primer término y el segundo al otro, en este caso 3 solo puede dividirse entre 1, o sea, 3(1).

$$\frac{(3x+3)(3x+2)}{3} = \frac{(3x+3)(3x+2)}{3(1)} = \frac{(3x+3)}{3}\frac{(3x+2)}{1} = (x+1)(3x+2)$$

Ecuaciones cuadráticas

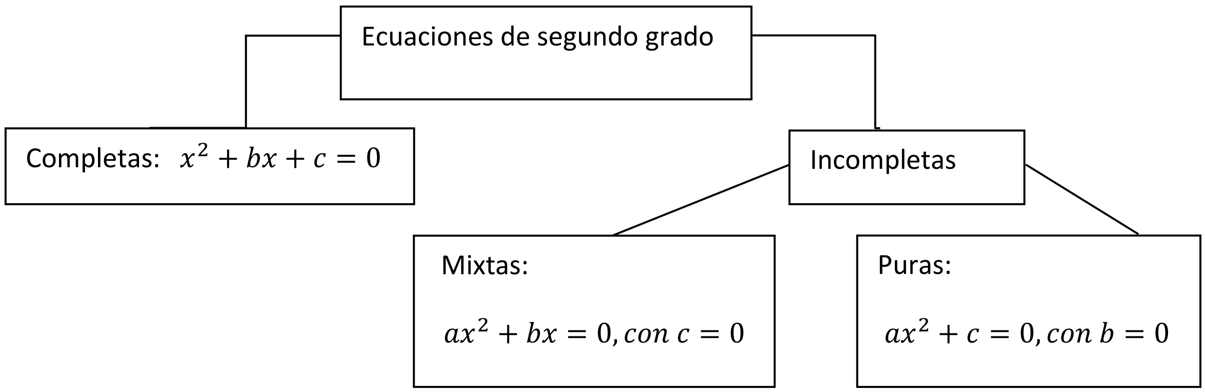
Factorización de la forma $ax^2 + bx + c$. Una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c =$ 0, con *a, b* y *c* ϵ *R* y *a* ≠ 0, se le llama ecuación de segundo grado. Los valores que satisfacen la ecuación se llaman raíces o soluciones de la ecuación.

Ejemplo: Las raíces de la ecuación $x^2 + 2x - 8 = 0$ son:

Solución: Se sustituyen los valores de proporcionados.

$$\begin{aligned} x^2 + 2x - 8 &= 0 & x^2 + 2x - 8 &= 0 \\ (2)^2 + 2(2) - 8 &= 0 & (-4)^2 + 2x - 8 &= 0 \\ 4 + 4 - 8 &= 0 & 16 - 8 - 8 &= 0 \\ 0 &= 0 & 0 &= 0 \end{aligned}$$

Clasificación de las ecuaciones de segundo grado.



Solución de una ecuación de segundo grado. Existen diversos métodos para resolver una ecuación de segundo grado, entre los que destaca la formula general que se define por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con esta fórmula se resuelve cualquier tipo de ecuación de segundo grado, también está el método por factorización, que se aplica mediante los diversos métodos.

Para aplicar la **formula general** se deben obtener los valores de *a, b* y *c* en el orden de una ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, donde:

a: coeficiente del término cuadrático
b: coeficiente del término lineal
c: término independiente

- En la ecuación de la forma $ax^2 + bx = 0$, se sustituye *c* = 0
- En la ecuación de la forma $ax^2 + c = 0$, se sustituye *b* = 0

Ejemplo 1: Las raíces de la ecuación $x^2 + 4x + 3 = 0$ son:

Solución: Primero se obtienen los valores de *a, b* y *c* de la ecuación:

a = 1, b= 4 y c = 3

Estos valores se sustituyen en la fórmula general *x* = $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(4)\pm\sqrt{4^2-4(1)(3)}}{2(1)} = \frac{-4\pm\sqrt{16 \ \ - 12}}{2} = \frac{-4\pm\sqrt{4}}{2} = \frac{-4\pm 2}{2} =$$

$$x = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x = \frac{-4-2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Entonces, las raíces de la ecuación son: -1 y -3

Ejemplo 2: Los valores que satisfacen a la ecuación $x^2 + 5x = 0$ son:

Solución: Primero se obtienen los valores en la formula general

a = 1, b= 5 y c = 0

Recuerda la fórmula general *x* = $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x = \frac{-(5)\pm\sqrt{5^2-4(1)(0)}}{2(1)} = \frac{-5\pm\sqrt{25 \ \ - 0}}{2} = \frac{-5\pm 5}{2} =$$

$$x = \frac{-5+5}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$x = \frac{-5-5}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Solución de una ecuación de segundo grado por factorización. Se igualan a 0 los factores resultantes y se resuelven las ecuaciones para obtener las raíces o soluciones de la ecuación. Se pueden utilizar cualquiera de los distintos métodos de factorización para resolver una ecuación de segundo grado.

Ejemplo 1: Las raíces de la ecuación $x^2 - 9x + 20 = 0$ son:

Solución: Se aplica factorización del trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

$x^2 - 9 + 20 = 0$ → (x - 5)(x - 4) = 0

x – 5 = 0, x – 4 = 0

x=0+5, x=0+4

x = 5, x= 4

Ejemplo 2: Una solución de la ecuación $3x^2 - 4x = 0$ es:

Solución: Se debe factorizar la expresión al aplicar factor común:

$3x^2 - 4x = 0$

x(3x - 4) = 0 → x = 0, 3x – 4 = 0 → x = 0, x = $\frac{4}{3}$

Ejemplo 3: La solución de la ecuación $4x^2 - 9 = 0$

Solución: Se factoriza la ecuación aplicando diferencia de cuadrados:

$4x^2 - 9$ =0 → (2x + 3)(2x - 3)= 0

2x+3=0, 2x – 3= 0

$x = -\frac{3}{2}$, $x = \frac{3}{2}$

Autoevaluación “Para repasar”

1. ¿Qué es el lenguaje algebraico?
2. ¿Para qué sirve el lenguaje algebraico?
3. ¿Qué es un polinomio?
4. ¿Cómo hacer operaciones con polinomios?
5. ¿Qué es una ecuación de primer grado con una incógnita?
6. ¿Qué es un sistema de ecuación lineal con dos incógnitas?
7. ¿Cuáles son los principales métodos de solución de las ecuaciones con dos incógnitas?
8. ¿En qué consisten los principales métodos de solución de las ecuaciones con dos incógnitas?
9. ¿Qué es una ecuación cuadrática?
10. ¿Cuál es la clasificación de las ecuaciones cuadráticas?
11. ¿Qué significa factorización?
12. ¿Qué tipos de factorización conoces?