



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL**

**UNIDAD AJUSCO**

**PSICOLOGÍA EDUCATIVA**

**TESIS**

**Material Educativo de apoyo para la enseñanza de la  
transitividad en la escuela primaria**

**MODALIDAD: MATERIAL EDUCATIVO**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**LICENCIADO EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA**

**PRESENTA:**

**PÉREZ ISIDRO GÉNESIS MONSERRATH  
VARGAS MONTES IVETH MARIANA**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**MTRO. PEDRO BOLLÁS GARCÍA**

**MÉXICO, D. F., 2015**

**Dedico esta tesis:**

A Dios y la Virgen de Guadalupe por permitirme llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y protección.

**A mi Mamá:** Gracias por apoyarme desde el primer día de estudio, por las cosas que aconsejas, por tener siempre un plato puesto por si algún día pienso regresar a casa, pero más que nada, por su amor.

**Gracias Papá:** por el apoyo económico desde que tomamos la decisión de venir a estudiar lejos de casa, por los ejemplos de perseverancia y constancia que lo caracterizan, por el valor mostrado para salir adelante, por preparar en el banco un presupuesto por si algún día llego a necesitar y por su amor infinito.

**A mi Esposo:** que ha sido el impulso de este proyecto de vida y el pilar para la culminación de la misma, que sin tu apoyo constante y amor incondicional has sido amigo y compañero inseparable. Gracias a tu paciencia, comprensión y consejo en todo momento, preferiste sacrificar tu tiempo para que yo pudiera cumplir con el mío. Por tu bondad y sacrificio me inspiraste a ser mejor para ti, ahora puedo decir que esta tesis lleva mucho de ti, TE AMO MUCHO, ERIK CESAR.

**Hermanos:** Brenda y Pedro Antonio, a pesar de que tenemos nuestras eventuales batallas, nos unimos para lograr nuestros proyectos de vida. Gracias por los momentos que pasamos y apoyarme siempre, los quiero mucho.

**Maestro:** Pedro Bollás García, por darme la oportunidad de ser parte de esta experiencia en las Matemáticas, así como de guiarme y nunca desistir al enseñarme, aun sin importar que muchas veces no ponía atención en las asesorías.

A los sinodales quienes estudiaron y la aprobaron el proyecto presente.

**Compañera de tesis:** Mariana, quien si tú ayuda nunca hubiera podido terminar esta tesis. Te agradezco desde el fondo de mi alma y te quiero mucho.

A esas personas importantes en mi vida, que siempre estuvieron listas para brindarme toda su ayuda. Con todo mi cariño esta tesis se las dedico a ustedes: Mis tíos Gloria, Nohemí y Fidel, Abuelita Esperanza y Quechu, mis Suegros Guadalupe Vega y Jesús Márquez y mis amigos que nunca me fallan.

Todo este trabajo ha sido posible gracias a ustedes. Les agradezco con toda mi alma el haber llegado a mi vida y el compartir momentos agradables y momentos tristes, pero esos momentos son los que nos hacen crecer y valorar a las personas que nos rodean. Los quiero mucho.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi compañera de tesis Monserrath, por su perseverancia, esfuerzo y dedicación. Gracias por confiar y darme la oportunidad de ser parte de este proyecto.

A nuestro asesor de tesis Mtro. Pedro Bollás García, por sus enseñanzas, por la orientación, ayuda y apoyo.

A mis padres, por su guía, desvelos y por los valores que me han inculcado. Sobre todo, por creer siempre en mí y apoyarme en todo momento. Gracias por ser mi mayor ejemplo de vida.

A mi esposo y compañero de vida, por acompañarme en este camino, por apoyarme en las buenas y en las malas, sobre todo por su comprensión y amor incondicional.

A mi hija, por ser el motor de mi vida y mi mayor motivación para concretar esta tesis.

A mi hermano por su apoyo constante y su cariño.

A mi tía Guadalupe, por sus consejos y por motivarme a siempre seguir adelante.

A mi mejor amiga Itzel, porque a pesar de la distancia, siempre ha estado presente en mi vida, sobre todo por apoyarme en la revisión del presente trabajo.

Gracias a todos por ser parte importante de mi vida, por ayudarme, impulsarme y apoyarme a terminar este proyecto, sobre todo por alentarme a nunca desistir.

## ÍNDICE

1.- INTRODUCCIÓN.....	3
2.- REFERENTES CONCEPTUALES. ....	5
2.1. TRANSITIVIDAD DENTRO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN MÉXICO.....	5
2.2. DIFERENCIACIÓN ENTRE <i>MEDICIÓN</i> Y <i>COMPARACIÓN</i> DE LONGITUDES. ....	49
2.3. COMPARACIÓN DE LONGITUDES. ....	50
2.4. TRANSITIVIDAD Y SITUACIONES EXPERIMENTALES. ....	53
3.- PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACIÓN DEL MATERIAL. ....	61
3.1 DISEÑO DEL MATERIAL EDUCATIVO.....	64
3.1.1. ELABORACIÓN DEL GUIÓN TÉCNICO Y LA ESCALETA.....	65
3.1.2. ELABORACIÓN DEL CD INTERACTIVO. ....	68
3.2. MATERIAL. ....	71
3.3. PILOTEO DEL MATERIAL.....	78
3.3.1 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA EVALUACIÓN INICIAL (PROBLEMAS ESCRITOS) DE LOS TRES GRUPOS (3º, 4º Y 5º).....	83
3.3.2 ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN INICIAL DE LOS TRES GRUPOS (3º, 4º Y 5º). 92	
3.3.3 DIFICULTADES DEL CD INTERACTIVO PROBLEMAS DE TRANSITIVIDAD. ....	95
3.3.4. DIFICULTADES DE LOS SUJETOS ANTE EL CD.....	96
3.3.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA EVALUACIÓN FINAL DE LOS TRES GRUPOS (3º, 4º Y 5º).....	97
3.3.6. ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS DE FALSA TRANSITIVIDAD.....	111
3.3.7. ANÁLISIS DE LA EVALUACIÓN FINAL DE LOS TRES GRADOS (3º, 4º Y 5º). 113	
3.3.8. SOLUCIONES A LAS DIFICULTADES OPERATIVAS DEL CD INTERACTIVO PROBLEMAS DE TRANSITIVIDAD.....	115

<b>3.4 CONSIDERACIONES FINALES.....</b>	<b>116</b>
<b>A) ALCANCES, APORTACIONES Y LIMITACIONES DEL MATERIAL EDUCATIVO .</b>	<b>116</b>
<b>B) CONCLUSIONES. ....</b>	<b>118</b>
<b>4.- REFERENCIAS.....</b>	<b>123</b>
<b>5.- ANEXOS. ....</b>	<b>126</b>

## 1.- INTRODUCCIÓN.

Comparar longitudes es un procedimiento común en diversas situaciones, tanto dentro como fuera de la escuela y constituye una base para comprender otros contenidos matemáticos como la medición. Este tema debe estar incluido desde los primeros años de la Educación Primaria, sin embargo, el concepto de comparación de longitudes es abordado pobremente, pues la Educación Matemática en México se centra principalmente en la enseñanza de las magnitudes en general. De esta manera, la escuela abandona parte de esta enseñanza, asegurando que los alumnos acabarán aprendiendo ciertas cosas por su cuenta, con experiencias propias al margen del sistema escolarizado.

El estudio sobre la comparación de longitudes es importante porque permite analizar las relaciones de orden (mayor que, menor que e igual que) en las longitudes que están en juego, además, permite comprender las nociones de transitividad y resolver distintos problemas matemáticos dentro y fuera de la escuela. Es importante que en los Planes y Programas de Estudio de Educación Básica, se planteen contenidos sobre transitividad, para que el niño logre desarrollar habilidades como la inferencia y la comparación indirecta de longitudes, mismas que pueden ayudar a favorecer el aprendizaje de la medición.

Particularmente, Fluckiger y Brun (2005) así como Bollás (2010) han estudiado, en distintos contextos, la forma en cómo los alumnos de Educación Primaria resuelven distintos problemas relacionados con la transitividad (de la igualdad, de la desigualdad, falsa transitividad, etc.). En estos estudios se ha encontrado que los procedimientos utilizados por los niños son diversos, unos más efectivos que otros, por ejemplo el uso de un cordón (intermediario) para comparar dos longitudes que no se pueden comparar directamente es más efectivo que la estimación visual, dado que la comparación con un intermediario nos permite realizar inferencias más eficaces. En el presente trabajo consideramos que un CD Problemas de Transitividad, puede favorecer el uso de un intermediario (para comparar) y realizar inferencias en la resolución de problemas asociados a la transitividad.

El material educativo que proponemos, tiene como propósito apoyar la enseñanza y el aprendizaje de distintos problemas que implican un razonamiento transitivo. Se trata de un material interactivo que promueve la comparación de longitudes con el uso de

un intermediario y lleva a los alumnos a elaborar inferencias. Este CD cuenta con un instructivo, que está dirigido al docente, en donde se describe paso a paso su uso.

El propósito didáctico del material es el siguiente:

Que los alumnos de 3º, 4º y 5º grado de primaria comparen longitudes con el uso de un intermediario e infieran el resultado de la comparación en problemas de transitividad (de la igualdad, de la desigualdad, falsa transitividad, etc.)

Nuestro trabajo está dividido en cinco apartados: Los Referentes Conceptuales, Procedimiento para la Elaboración del Material, Material, Consideraciones Finales, Referencias y Anexos.

En el primer apartado se desarrolla el tema de la Educación Matemática en México, el papel que se le da a la comparación de longitudes y a la transitividad en el currículo de matemáticas, mediante un análisis de los Planes y Programas de Estudio (1993, 2008 y 2011, SEP.) de Educación Básica. Se hace una diferenciación entre medición y comparación de longitudes. Se plantea el concepto de comparación de longitudes, se presenta la definición de transitividad y las situaciones experimentales creadas por diferentes autores sobre el tema.

En el segundo apartado, presentamos y desarrollamos el procedimiento para la elaboración de nuestro material; la elaboración del guión técnico, elaboración de la escaleta (pantallas y características del CD interactivo) y la elaboración del CD Problemas de Transitividad (diseño del juego).

En el tercer apartado se presenta el material (descripción de sus características), el piloteo (evaluación inicial y final) y su análisis.

En el cuarto apartado se desarrollan las consideraciones finales, alcances, aportaciones y limitaciones del material educativo. El apartado termina con las conclusiones sobre lo aprendido en el diseño, elaboración y validación del material.

Finalmente en el quinto apartado se plantean las referencias y los anexos de este trabajo.



## **2.- REFERENTES CONCEPTUALES.**

### **2.1. Transitividad dentro de la Educación Matemática en México.**

Este apartado se hará un análisis sobre la Educación Matemática en México, la cual está basada en Planes y Programas de Estudio, con el fin de que en “todas” las escuelas se impartan los mismos temas. En este caso se hablará de las Reformas Curriculares desde el Plan 1993 hasta el Plan 2011 de Educación Básica; específicamente los contenidos de “Comparación de longitudes y transitividad”, por lo que es conveniente ofrecer un panorama general acerca de estos Programas y los Libros de Texto.

En el currículum, para la enseñanza de las matemáticas se propone que los alumnos desarrollen: “ 1) Una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales. 2) Técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas. 3) Una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes” (p. 78).

Para que estos conocimientos y aprendizajes sean posibles, es necesario que el ambiente de desarrollo sea el adecuado, es decir, que cuente con las herramientas que determinen una actividad matemática exitosa.

Nuestro trabajo se ubica en el eje temático “forma, espacio y medida”, en donde se abordan contenidos específicos sobre la medición, particularmente sobre la comparación de longitudes.

En los Libros de Texto de Educación Básica de Matemáticas de 1º a 6º de las Reformas 1993 a 2011, revisados no está presente la transitividad; los intermediarios son propuestos para comparar dos longitudes, o bien, para comparar una longitud con la regla graduada pero no para inferir relaciones de orden entre longitudes (transitividad de la igualdad y la desigualdad). Incluso en los programas de estudio (SEP, 1993), la transitividad no está señalada como un contenido a enseñar.

## **Reformas Curriculares.**

Para tener un panorama de los contenidos matemáticos relacionados con nuestro tema (comparación y transitividad de longitudes), en las últimas Reformas (1993 y 2011) que ha habido en nuestro país, así como los Planes de Estudio que han surgido en dichas Reformas. A continuación presentamos las actividades propuestas en los Libros de Texto y en los Planes y Programas, para el tratamiento de dichos contenidos.

### **Reforma Curricular de 1993.**

Esta Reforma tiene el propósito que los niños adquieran y desarrollen actividades intelectuales que les permitan aprender permanentemente y con independencia, así como actuar con eficacia e iniciativa en las cuestiones prácticas de la vida cotidiana (SEP, 1993).

En el Plan de Estudios de esta Reforma, la adquisición de conocimientos está asociada con habilidades intelectuales de reflexión. Se trabaja con una guía para el maestro y un Libro de Texto para el alumno.

En esta Reforma, se plantean problemas que llevan a los alumnos a decidir las acciones que realizarán para resolverlos, no se trata de dar instrucciones al alumno (guiarlo), paso a paso, para la solución de un problema.

Así mismo el Plan de Estudios de 1993 tiene como propósito que los niños adquieran y desarrollen habilidades intelectuales que les permitan aplicar las matemáticas a la realidad.

En el enfoque en el área de matemáticas se destacan las siguientes ideas centrales (SEP, 1993):

- Poner énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas.
- La solución de problemas como medio para el aprendizaje de las matemáticas.
- El reconocimiento de que los niños cuentan con conocimientos previos que permiten dar soluciones iniciales a los problemas planteados y la evolución de éstos para la resolución de problemas más complejos.
- La interacción y la confrontación de puntos de vista con los compañeros y el maestro favorecen el aprendizaje matemático.

Los contenidos están organizados en torno a seis ejes temáticos: Los números, sus relaciones y sus operaciones, medición, geometría, procesos de cambio, tratamiento de la información y predicción al azar.

Sobre el eje de “medición”, el Plan y Programa plantean lo siguiente:

El interés central en relación a la medición, es que los conceptos que se encuentran ligados a ella, se construyan a través de acciones directas sobre los objetos, mediante la reflexión sobre esas acciones y la comunicación de sus resultados.

Los contenidos de este eje contemplan tres aspectos:

- 1.- “El estudio de las magnitudes.
- 2.-La noción de unidad de medida.
- 3.-La cuantificación, como resultado de la medición de dichas magnitudes” (SEP, 1993, p. 46).

En el eje “medición”, se trabajan los siguientes contenidos relacionados con la comparación de longitudes y la transitividad, por grado escolar:

**Para Primer Grado se plantea:**

Comparación de longitudes, de forma directa y utilizando un intermediario.

**Para Segundo Grado se plantea:**

Comparación y ordenamiento de varias longitudes.

**Para Tercer Grado se plantea:**

Comparación y ordenamiento de longitudes y áreas utilizando medidas convencionales.

**Para Cuarto Grado se plantea:**

Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro como unidades de medida.

**Para Quinto Grado se plantea:**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

**Para Sexto Grado se plantea:**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

**Libros de Texto.**

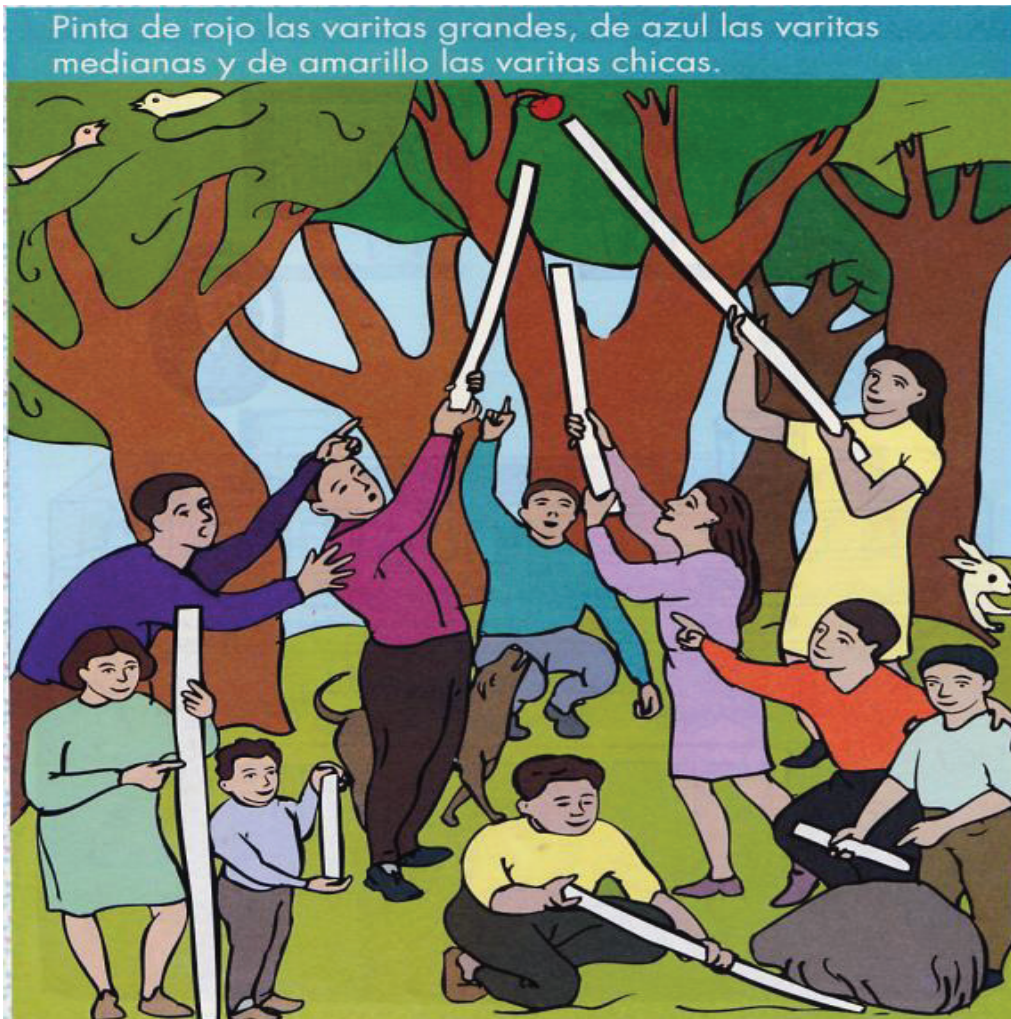
En la Reforma Curricular de los noventa, en los Libros de Texto para los alumnos de Primero y Segundo grado, las lecciones están centradas en la comparación (perceptual, directa e indirecta) de longitudes y en el establecimiento de relaciones entre ellas, así como, el uso de unidades de medida arbitrarias. Se promueve también el uso de intermediarios para comparar dos o más longitudes. Al final del Segundo grado se introduce el uso de una unidad de medida (arbitraria) que los mismos niños van construyendo. Para Primer grado, en el Libro de Texto (1993) para los alumnos se presentan lecciones en donde los alumnos efectúan comparaciones de longitudes, primero de manera perceptual y después de manera directa con el uso del material recortable.

Los contenidos y las actividades sobre comparación de longitudes y transitividad, que se plantean en los Libros de Texto, son los siguientes:

**Libro de Texto de Primer Grado.**

Se proponen actividades a través de las cuales los alumnos efectúan comparaciones perceptuales para establecer relaciones entre longitudes.

Al respecto se propone la siguiente actividad "Grandes, medianas y chicas (lección 15, p. 23).



Fuente: (SEP, Libro de Texto. Primer grado. 1993, p. 23).

En esta lección el uso de intermediarios no se sugiere de manera explícita, a través de la situación los niños pueden utilizarlo “espontáneamente” para establecer la relación entre dos o más longitudes. La situación está diseñada para favorecer el uso del intermediario; ya sea como comparación directa (entre el intermediario y distintas longitudes), o para verificar las estimaciones previstas.

En la lección 15 “El camino más corto” sucede lo mismo que en el caso anterior, se pide a los alumnos que corten un estambre tan largo como uno de los caminos: “corta un estambre tan largo como el camino de las hormigas” después se pide: “corta un estambre tan largo como el camino del oso hormiguero”.

En esta lección no se indica explícitamente que los alumnos deben usar el estambre como intermediario para comparar dos longitudes ¿Qué camino es más corto, el de las hormigas o el del oso hormiguero? La lección está diseñada para que los alumnos

resuelvan el problema con sus propios recursos, Ellos podrían, por ejemplo, comparar los dos estambres de manera directa, o bien, con un sólo estambre comparar los dos caminos.



Fuente: (Bollás, 2012, p. 64).

En esta lección, no se indica de manera explícita el uso del estambre como intermediario, pero la intención de la lección es que los alumnos comparen los distintos caminos con su uso. Bollás (2012) resalta que en el Libro para el maestro se pide que: "Si el alumno no se le ocurre cómo resolver un problema, el docente puede sugerir una solución". Así mismo, los objetos que se utilicen como intermediarios deben ser de mayor a la longitud que se desea comparar.

En la lección 17 pp. 26 y 27 "Los caminos del puma y del león", se pide a los niños que comparen los caminos utilizando un estambre (intermediario) y que determinen cuál de los dos es el más corto. En esta actividad se utiliza la comparación directa con un intermediario.

## Los caminitos del puma y del león

Corta un estambre tan largo como el camino del puma.



Corta un estambre tan largo como el camino del león.



¿Qué camino es más corto, el del puma o el del león?  
Pinta de azul el camino más corto.

The image shows two side-by-side activity cards. The left card features a black silhouette of a puma at the top left and a green cave entrance at the bottom right. A long, winding black line represents the path from the puma to the cave. Above the puma is a teal banner with the text 'Corta un estambre tan largo como el camino del puma.' The right card features a brown lion at the top left and a grey cave entrance at the bottom right. A long, winding black line represents the path from the lion to the cave. Above the lion is a teal banner with the text 'Corta un estambre tan largo como el camino del león.' Below the lion's path is another teal banner with the text '¿Qué camino es más corto, el del puma o el del león? Pinta de azul el camino más corto.'

Fuente: (SEP, Libro de Texto. Primer grado. 1993, pp. 26 - 27).

En Primer grado, las lecciones y actividades están centradas en la comparación (perceptual, directa e indirecta) y el establecimiento de relaciones entre diferentes longitudes, así como, el uso de unidades arbitrarias de medida.

### **Libro de Texto de Segundo grado.**


En el Libro de Texto para Segundo grado, la mayoría de las lecciones destinadas para la medición de longitudes se centran en el uso de unidades de medida arbitrarias. Adicionalmente se proponen actividades sobre la estimación y verificación, así como, comparación de longitudes y el uso de intermediarios.

Ejemplo de las actividades sobre comparación de longitudes:

En la lección 14, p. 25 “Las partes planas de los objetos”, los alumnos deben hacer comparaciones directas de varios objetos, usando sus propios medios (usando intermediarios), “¿Qué parte plana es más grande, la del cuaderno o la de la caja?”. Y al final de la actividad se les pide que hagan una comprobación (utilizando medidas convencionales).

*Las partes planas de los objetos*

- Observa la fotografía.  
¿Quiénes están comparando la parte plana de un cuaderno con la parte plana de una caja? \_\_\_\_\_
- ¿Qué parte plana es más grande; la del cuaderno o la de la caja? \_\_\_\_\_



- Compara la parte plana de tu cuaderno con la parte plana de otros objetos del salón y escribe tus resultados en la tabla.

Objetos que tienen una parte plana más chica que la del cuaderno	Objetos que tienen una parte plana más grande que la del cuaderno

- ¿Qué es más grande, la parte plana del pizarrón o la parte plana de la puerta de tu salón? \_\_\_\_\_  
¿Qué puedes hacer para estar seguro de tu respuesta? \_\_\_\_\_

Fuente: (SEP, Libro de Texto. Segundo grado. 1994, p. 25).

### Libro de Texto de Tercer grado.

En el Libro de Texto de Tercer grado, se encuentran actividades referidas al uso de unidades de medida arbitrarias (cuarta, lápiz), así como, la estimación y la verificación de longitudes. Estas actividades están destinadas a la medición de longitudes, usando el metro y el centímetro como unidades de medida.




El uso de intermediarios está presente en este grado, pero con una variante en la que la comparación es realizada con una regla graduada. Las lecciones destinadas para favorecer la transitividad están ausentes en este grado.

**Lección 6. Medimos listones.**

**Actividad:** Comparación y medición de longitudes.

**6. Medimos listones** / Itzel, Luis y Mónica adornan su salón con listones de colores. Quieren poner una tira de listón arriba del pizarrón.



**1** Lee lo que dicen los niños y **contesta** las preguntas.

¿Qué medida obtuvo cada uno? \_\_\_\_\_

¿Por qué obtuvieron distintas medidas? **Coméntalo** con tus compañeros.

**2** **Organízate** con tu equipo y midan, cada quien con su lápiz, el largo de la pared donde está el pizarrón. **Anoten** sobre las líneas de abajo el nombre de cada uno y las medidas que obtuvieron.

Nombres	Medidas
_____	_____
_____	_____
_____	_____


¿Obtuvieron todos la misma medida? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

**Comenta** con tus compañeros de equipo, ¿qué tendrían que hacer para obtener la misma medida?

**3** Recorta y pega las 4 tiras del material recortable número 2. **Compara** con el metro que tiene tu maestro la tira que formaste. ¿Cuánto mide la tira? \_\_\_\_\_  
Una unidad que no cambia, y que muchas personas utilizan para medir longitudes, es el metro.

**4** **Organízate** con tu equipo y **contesten** lo siguiente:  
¿Cuántos metros crees que mide de largo la pared de tu salón en donde está el pizarrón? \_\_\_\_\_  
¿Cuántos metros crees que mide de largo la pared de tu salón en donde está la puerta? \_\_\_\_\_  
**Midan** con el metro para ver si acertaron.  
Si quieren poner una tira de listón para adornar la pared de atrás del salón,  
¿cuántos metros de listón necesitan? \_\_\_\_\_  
Si quieren poner una tira de listón alrededor del salón,  
¿cuántos metros de listón necesitan? \_\_\_\_\_

**5** ¿Cuántos metros crees que mida una cadena que formen 10 niños de tu salón tomados de las manos? **Busca** con tu equipo una manera de averiguarlo y luego **anota** aquí tu respuesta.  
\_\_\_\_\_



Si todos los niños de tu salón forman una cadena,  
¿cuántos metros medirá esa cadena? \_\_\_\_\_

**6** **Mide** con el metro el largo y el ancho del patio o de la cancha de tu escuela. **Haz** aquí un dibujo del patio y **anota** sus medidas. luego calcula lo que mide su contorno.  
\_\_\_\_\_

En el dibujo que hiciste, agrega las medidas que se indican:  
En la cocina: 1 mesa, 4 sillas, 1 estufa y 1 refrigerador.  
En la recámara: 1 cama y, enfrente de la cama, 1 escritorio y 1 silla.  
En la sala: 1 sillón largo y 2 sillones más cortos.  
Has en tu cuaderno el dibujo de una casa que sea así:  
[con el refrigerador y el escritorio y un escritorio y una silla enfrente de la cama.]



Fuente: (SEP, Libro de Texto. Tercer grado. 1993, pp. 18 -19).

En esta actividad “Itzel, Luis y Mónica quieren poner una tira de listón arriba del pizarrón.” Los niños tienen que saber el tamaño del pizarrón para poder decir de qué tamaño debe ser el listón y para ello, en un primer momento, deben hacer comparaciones usando medidas arbitrarias (cuarta, lápiz y tiras de papel). Después

tienen que hacer una verificación usando medidas convencionales (metro) y medir el pizarrón, la pared y el listón.

## Lección 60. Juguetes de madera.

**Actividad:** Comparación y medición de longitudes.

Se usan tiras del material recortable para comparar tiras de listón y después se pide a los niños que se diga cuánto mide cada tira. En un principio se hacen comparaciones directas y luego se pide que midan el resultado de sus comparaciones.

**2** Usa el material recortable número 15. Con la tira roja mide las otras tiras y completa lo que dicen los niños.

Yo tengo la tira roja.

La tira verde mide \_\_\_\_\_ de la tira roja.

Yo tengo la tira amarilla, mide un cuarto de la tira roja.

Yo tengo la tira azul y cabe 3 veces en la tira roja. Mide \_\_\_\_\_ de la tira roja.

Yo tengo la tira café. Mide \_\_\_\_\_ tiras rojas.

La tira es la tira morada. Mide \_\_\_\_\_ tiras rojas.

**3** Lee lo que hicieron Ricardo y Mario para medir la tira verde con la tira roja.

Yo doblé a la mitad la tira roja y vi que la verde mide la mitad de la roja.

Yo vi que la tira verde cabe 2 veces en la tira roja. Por eso la verde mide la mitad de la roja.

¿Es cierto o no es cierto que la tira verde mide la mitad de la tira roja? \_\_\_\_\_

¿Cuántas veces cabe la tira amarilla en la tira verde? \_\_\_\_\_

¿Por qué la tira amarilla mide un cuarto de la tira roja? \_\_\_\_\_

¿Es cierto que la tira amarilla mide la mitad de la tira verde? \_\_\_\_\_

Fuente: (SEP, Libro de Texto. Tercer grado. 1993, p. 139).

## Libro de Texto de Cuarto grado.


En el Libro de Texto para Cuarto grado, se proponen actividades sobre comparación directa de longitudes mediante un intermediario. En este grado **no** aparecen contenidos relacionados con la transitividad.

Ejemplo de las actividades relacionadas con la comparación de longitudes.

#### Lección 4. La tienda del pueblo.


**Actividad:** Comparación y medición de longitudes.

**4. LA TIENDA DEL PUEBLO**



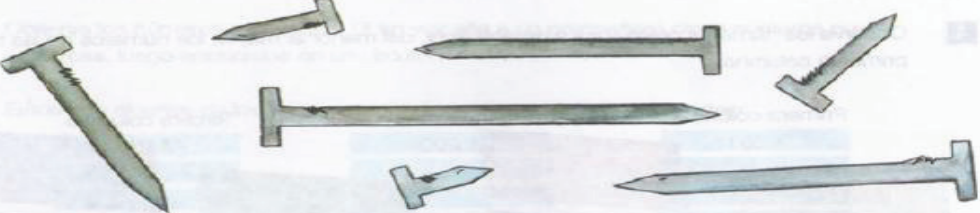
En la tienda del pueblo hay de todo un poco, así, las personas no tienen que ir tan lejos para comprar lo que necesitan.

**1** Don Rodolfo encargó unos clavos a su sobrino Juan, le dio dinero para comprarlos y una tira de papel para medirlos.

La tira era de este tamaño: 

En la tienda Juan pidió clavos de tres tamaños:  
de una tira  
de media tira  
de una tira más un medio de tira

El dueño de la tienda le mostró clavos de varios tamaños para que Juan escogiera.




Marca los clavos que debió escoger Juan.

**2** Observa cómo algunos niños encontraron los clavos que debió escoger Juan:

Yo marqué la longitud de la tira en la crilla de una hoja de papel y así pude medir los clavos.

Yo construí una tira igual a la que está dibujada y con ella medí los clavos.

Yo nada más al tantoo vi cuáles eran.



Y tú, ¿cómo supiste cuáles clavos debió escoger Juan?  
Comenta tu respuesta con otros compañeros y con tu maestro.

Fuente: (SEP, Libro de texto. Cuarto grado. 1994, p. 14).

En la actividad “en la tiendita del pueblo”, Don Rodolfo encargó unos clavos a su sobrino Juan, le dio dinero para comprarlos y una tira de papel para medirlos. En la tienda Juan pide clavos de tres tamaños, de una tira, de media tira y de una tira más un medio. El dueño de la tienda le da clavos de diferentes tamaños para que escoja. En esta actividad los niños tienen que comparar directamente la longitud de una tira modelo con la longitud de los clavos, para saber cuáles son los que deben elegir.

### **Libro de Texto de Quinto grado.**

En este grado **no** aparecen contenidos relacionados con la comparación mediante el uso de un intermediario para realizar inferencias de relaciones de equivalencia entre longitudes (transitividad).

### **Libro de Texto de Sexto grado.**

En este grado **no** están presentes los contenidos sobre comparación de longitudes y tampoco hay contenidos sobre transitividad.

### **Plan y Programas de Estudio 2008 / 2011.**

Con el propósito de articular los niveles de Educación Preescolar, Primaria y Secundaria; en 2008 se diseñaron las primeras versiones del Plan y Programas de Estudio para la Educación Primaria.

Este nuevo plan tiene como propósito elevar la calidad de la educación para que los estudiantes mejoren su nivel de logro educativo, cuenten con medios para tener acceso a un mayor bienestar y contribuyan al desarrollo nacional.

El Plan y los Programas de Estudio de Educación Primaria contemplan tres elementos (SEP, 2008):

La diversidad y la interculturalidad, propuesta para lograr una mejor comunicación y convivencia entre comunidades con distintas características.

El desarrollo de competencias y definición de aprendizajes esperados.

El Plan y los Programas de Estudio propician que los alumnos utilicen sus conocimientos dentro y fuera de la escuela; para aplicar lo aprendido en situaciones cotidianas, para lo cual plantea el desarrollo de competencias.

Incorporación de temas que se plantean en más de una asignatura favorece en los alumnos la integración de saberes y experiencias.

Dentro de este currículum, para la enseñanza de las matemáticas propone que los alumnos desarrollen:

- 1) “Una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales.
- 2) Técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas.
- 3) Una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes” (SEP 2008, p. 78).

Para que estos conocimientos y aprendizajes sean posibles, es necesario que el ambiente de desarrollo sea el adecuado, es decir, que cuente con las herramientas favorables que determinen una actividad matemática exitosa.

De acuerdo con el currículum, los contenidos matemáticos para la Educación Primaria están organizados en tres grandes ejes (sentido numérico y pensamiento algebraico, forma, espacio y medida, manejo de la información) y mismos que se desarrollan a lo largo de los seis grados escolares (SEP, 2008).

Nuestro trabajo se ubica en el eje “forma, espacio y medida”, donde se abordan contenidos específicos sobre la medición, particularmente sobre la comparación y medición de longitudes.

Dentro de los ejes temáticos para la Educación Primaria se encuentran los aprendizajes esperados, en los cuales, se presentan los conocimientos y las habilidades que todos los alumnos deben alcanzar en cada grado y en cada asignatura. Los conocimientos esperados para este eje (Forma, espacio y medida) se muestran a continuación por grado escolar:

**Para Primer grado se plantea:**

Los contenidos que se plantean en este grado están enfocados en:

La comparación de longitudes de forma directa: Se compara de forma directa dos o más varillas, o bien determinar la lejanía de un objeto dado respecto a otro empleando, por ejemplo un hilo, o anticipar si un objeto cabe en un espacio determinado.

### Para Segundo grado se plantea:

La comparación de longitudes mediante un intermediario: Comparar longitudes entre dos objetos o a distancia entre dos objetos que no están unidos físicamente, usando un hilo u otros objetos como intermediarios.

“Comparación de forma directa y ordenación de longitudes: Ordenar tres a cinco varillas, intercalar otra en un orden dado, favorecer experiencias de ordenamiento de varillas por su longitud donde la transitividad permita anticipar cuál es la varilla de mayor (o menor) longitud.

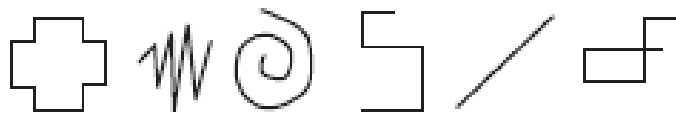
Por ejemplo, dadas tres varillas (una roja, una verde, una amarilla) los niños podrán comparar por pares, y en algunos casos podrán anticipar un orden y en otros no: la roja es más larga que la amarilla y la roja es más larga que la verde, ¿qué relación hay entre la amarilla y la verde? No se puede anticipar, hay que establecerlo “a ojo” si es posible, y si no experimentalmente. **En este caso, el problema que se plantea es un caso de falsa transitividad** (SEP, 2008, p. 106)”.

### Para Tercer grado se plantea:

Comparación de longitudes mediante un intermediario: Actividades donde se conceptualiza la longitud, que lleva al alumno tener la necesidad de elegir un instrumento adecuado y determinar cuál es el trazo más largo, previa a la estimación visual.

Ordenación de longitudes e intercalar otros: Dada una colección de objetos dibujados en una hoja, comparar distancias entre dos de ellos. Plantear preguntas del tipo: ¿que está más cerca o más lejos? Elegir un instrumento adecuado, para determinar la longitud más larga.

Los trazos pueden ser del tipo:



**Para Cuarto grado se plantea:**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

**Para Quinto grado se plantea:**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

**Para Sexto grado se plantea:**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

**Libros de Texto.**

A continuación se presentan los contenidos y las actividades sobre comparación de longitudes y transitividad, que se plantean en los Libros de Texto.

**Libro de Texto de Primer grado.**

Se presenta una actividad que implica comparar longitudes en forma directa y usando intermediarios, así como, el uso de expresiones “más largo que”, “más corto que”.

Por ejemplo en la actividad de la p. 116, “del más corto al más largo” se pide a los niños que comparen de manera directa las longitudes que la maestra les proporciona (palitos de diferentes tamaños), que identifique cuál es el más corto y cuál es el más largo y que los ordenen (seriación) del más corto al más largo.



## Del más corto al más largo

Utiliza los palitos que te proporcione tu maestra o maestro para responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuál palito es más largo, el negro o el rojo? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es más corto, el blanco o el amarillo? \_\_\_\_\_
- ¿Cuál es más largo, el negro o el azul? \_\_\_\_\_
- De todos los palitos, ¿cuál es el más corto y cuál es el más largo?  
\_\_\_\_\_
- Ordena los palitos del más corto al más largo y dibújalos.



116

Eje temático: FEM

Apartado 3.9

Plan 1/2

Fuente: (SEP, Libro de Texto. Primer grado. 2008, p. 116).

En esta actividad, los alumnos comparan los palitos de manera directa y después responden las preguntas indicadas en su Libro de Texto bajo la guía del docente.

### Libro de Texto de Segundo grado.

Se presentan actividades en las que se trabaja la comparación, pero con datos numéricos, y otras en las que se ordenan longitudes (seriación).

### Libro de Texto de Tercer grado.

Se presentan actividades que conducen a los alumnos a comparar y ordenar (seriar) distintas longitudes de manera directa (dibujadas en papel). Se propone también el

uso de longitudes intercalares en las seriaciones realizadas. Se presentan también actividades en las que se tienen que medir distancias y se reflexiona sobre la elección de los intermediarios más adecuados para determinar la longitud de distintos trazos (cuarta, lápiz, tiras de papel).

El uso de la regla graduada, así como la medición, el registro y comparación de los resultados de la medición con unidades convencionales también están presentes en las actividades de este grado.

Las actividades están destinadas para estimar longitudes y verificar con la regla, también para identificar objetos cuya longitud se encuentre en un rango de longitud.

#### **Libro de Texto de Cuarto grado.**

Los contenidos destinados para la comparación de longitudes son tratados escasamente en este grado. Y los contenidos destinados para el aprendizaje de la transitividad **no** están presentes.

En el Programa de 2008, en las orientaciones didácticas se menciona que la resolución de problemas es un eje rector de la Reforma, sin embargo, para el caso de la comparación de longitudes, se observa una escasa problematización en las actividades propuestas.

#### **Libro de Texto de Quinto grado.**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

#### **Libro de Texto de Sexto grado.**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

#### **Reforma Curricular 2011.**

En este Plan de Estudios se concretan las Reformas Curriculares en cada uno de los tres niveles que integran la Educación Básica, que iniciaron en 2004 con la Reforma

de Educación Preescolar, continuó en 2006 con la Educación Secundaria y en 2009 con la de Educación Primaria, y se consolida este proceso, con una propuesta formativa, permanente, significativa, orientada al desarrollo de competencias y centrada en el aprendizaje de los estudiantes.

El Plan de Estudios 2011 de Educación Básica, es el documento que define las competencias para la vida, el perfil de egreso, los estándares curriculares y los aprendizajes esperados que constituyen el trayecto formativo de los estudiantes.

Reconoce que cada estudiante cuenta con aprendizajes para compartir y usar, por lo cual, busca que éstos sean responsables de sus acciones y actitudes para continuar aprendiendo. El aprendizaje de cada alumno y del grupo se enriquece con la interacción social y cultural, con retos intelectuales, sociales, afectivos y físicos. Se trabaja con el libro “Desafíos Matemáticos” para el alumno y con el libro para el maestro.

En cuanto al campo “Pensamiento Matemático, este plan propone el uso de diferentes formas para la solución de problemas mediante el razonamiento. En este campo se plantea la solución de problemas, la formulación de argumentos para explicar resultados y el diseño de estrategias y procesos para la toma de decisiones.

Los contenidos se organizan en 4 ejes:

- 1.-Sentido numérico y pensamiento algebraico.
- 2.-Forma, espacio y medida.
- 3.-Manejo de la información.
- 4.-Actitud hacia el estudio de las matemáticas.

Nuestro tema se ubica dentro del eje “forma, espacio y medida”.

A continuación se presentan los contenidos que se plantean en el eje “forma, espacio y medida” y que tienen que ver con comparación de longitudes y la transitividad, por grado escolar.

**Para Primer Grado se plantea:**

Comparación y orden entre longitudes, directamente, a ojo o mediante un intermediario.

Medición de longitudes con unidades arbitrarias.

**Aprendizajes esperados:** Que el alumno utilice unidades arbitrarias de medida para comparar, ordenar, estimar y medir longitudes.

**Para Segundo Grado se plantea:**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

**Para Tercer Grado se plantea:**

Estimación de longitudes y verificación usando la regla.

**Para Cuarto Grado se plantea:**

En este grado **no** se plantean contenidos sobre comparación indirecta de longitudes con el uso de intermediarios, ni de la transitividad.

**Para Quinto Grado se plantea:**

En este grado **no** están presentes contenidos ni actividades sobre la comparación con el uso de intermediarios y tampoco sobre transitividad.

**Para Sexto Grado se plantea:**

La comparación de longitudes con el uso de intermediarios y la transitividad, **no** son contenidos a tratar en este grado.

**Libros de Texto.**

Para la Reforma del 2011, se trabaja con el Plan y Programas de estudio que se viene concretando desde 2009, por tal motivo, los Libros de Texto que se manejan en las escuelas están basados en dicho plan y fueron impresos en 2009.

En el Ciclo Escolar 2014-2015, la SEP realizó adecuaciones al Libro de Texto de Matemáticas, creando así el libro “Desafíos matemáticos”, cabe mencionar que este libro también está basado en el Plan y Programas del 2011.

A continuación se presentan los contenidos y las actividades sobre comparación de longitudes y transitividad, que se presentan en los Libros de Texto.

### Libro de Texto de Primer Grado.

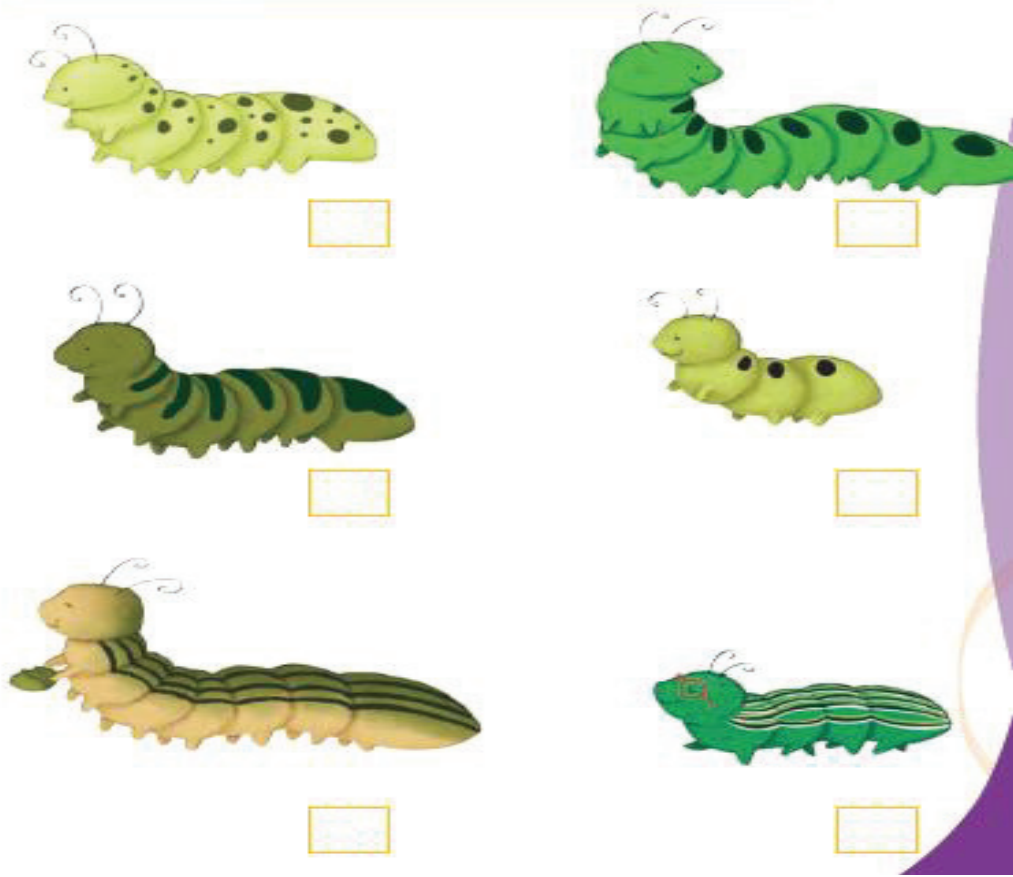
En el Libro de Texto para el alumno (SEP, 2011) de Primer grado, las lecciones se centran en la comparación directa e indirecta, y el ordenamiento de longitudes, estimación de distancias, en el establecimiento de relaciones, “más lejos de”, “más cerca de”.

Un ejemplo de las actividades que se encuentran en este grado se presenta a continuación:

### Lección 15 ¿Cuánto mide?

#### Ordenación de longitudes.

**1.** Utilizando los números ordinales, numera los gusanos del más largo al más corto.



En la actividad 1, se comparan visualmente las longitudes de las orugas y los niños las tienen que ordenar de acuerdo a su tamaño (de menor a mayor). Cabe mencionar, que aunque la actividad de llama ¿Cuánto mide?, en realidad se están comparando longitudes, se ordenan de menos a mayor y se usan los números ordinales.


**2. ¿Qué puedes medir en la imagen de la jirafa y con qué?**  
Llena la tabla.

¿Qué puedo medir en la imagen de la jirafa?	¿Con qué?

Ahora observa la imagen de la jirafa y subraya lo que mide más:

- ♦ Una pata o la cola.  
¿Cómo lo sabes? \_\_\_\_\_
- ♦ El cuello o una pata.  
¿Cómo lo sabes? \_\_\_\_\_
- ♦ La altura o el largo.  
¿Cómo lo sabes? \_\_\_\_\_

Compara tus respuestas con las de tus compañeros.



En la actividad 2 se comparan las longitudes de las diferentes partes del cuerpo de la jirafa, para determinar qué parte es más grande que la otra. En esta actividad no se especifica que unidad de medida deben usar los niños, por lo tanto, estos pueden utilizar los recursos que tengan a la mano.

**3. Mide y completa.**

Escribe *más*, *menos* o *igual*, según corresponda.

- ♦ Yo mido \_\_\_\_\_ que mi compañero pero \_\_\_\_\_ que mi compañero de sexto.
- ♦ El largo de mi salón mide \_\_\_\_\_ que el largo de la dirección pero \_\_\_\_\_ que el largo del salón de segundo.
- ♦ Mi lápiz es \_\_\_\_\_ largo que el lápiz de mi amigo.

Comenta con tus compañeros qué instrumento utilizaste para saber cuánto miden.

**4. En tercias, un jugador elija un objeto y muéstrelo.**

Los otros jugadores observen el tamaño del objeto y busquen algo del mismo tamaño.

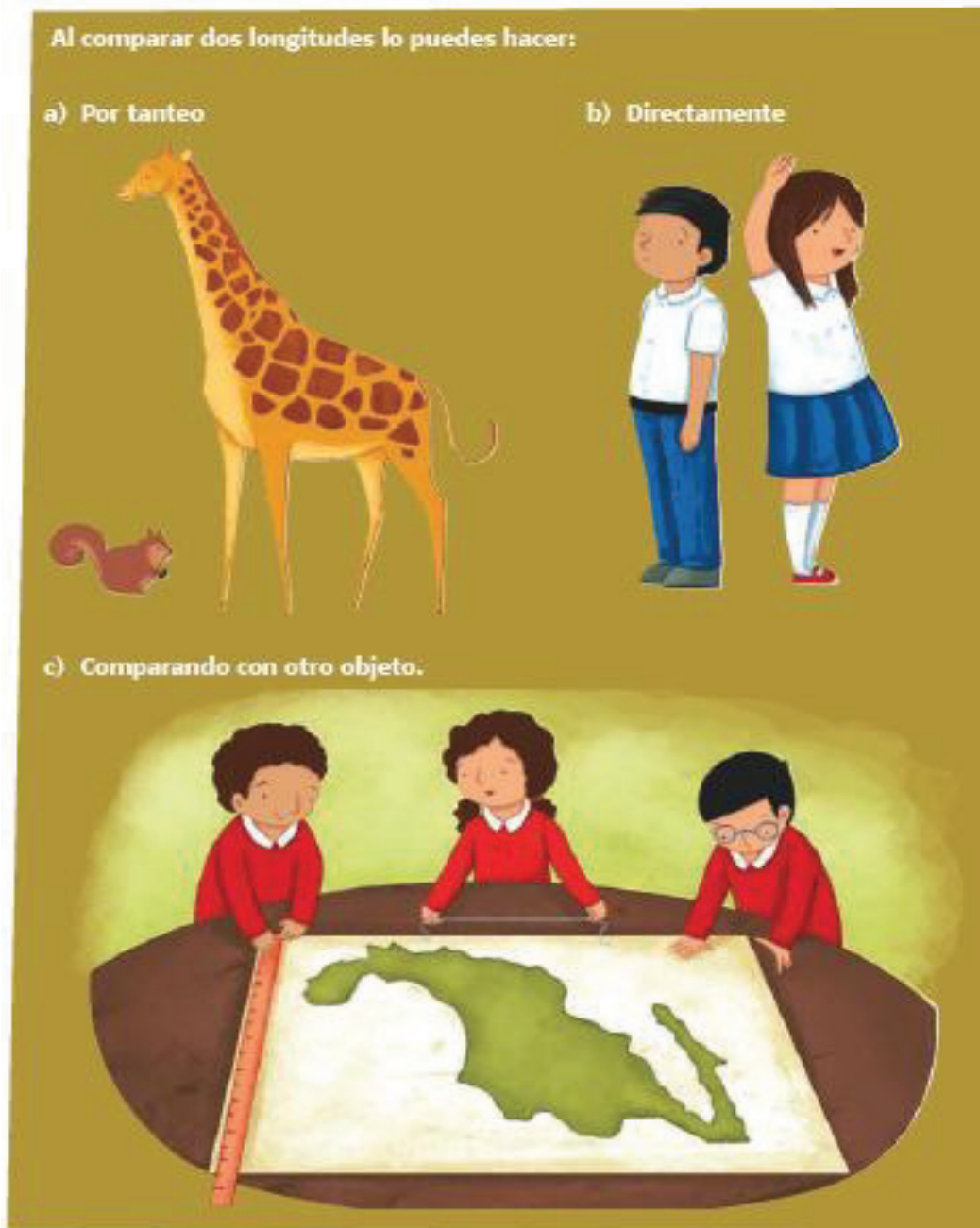


Comparen el tamaño de los objetos con el tamaño del objeto mostrado.



Quien se aproxime más gana un punto. El juego dura tres rondas y gana el que tenga más puntos.

En la actividad 3, se pide a los niños que hagan comparaciones y que determinen si las longitudes (objetos, personas, etc.) son más grandes, menos grandes o iguales.



Fuente: (SEP, Libro de Texto. Primer grado. 2010, pp. 105 - 109).

En la página 109 se les menciona a los niños los tipos de comparaciones que existen.

### **Libro de Texto de Segundo grado.**

En este grado **no** se presentan contenidos sobre comparación de longitudes ni sobre transitividad.



## Libro de Texto de Tercer Grado.

En este grado se introduce el término longitud, pero las actividades que se proponen sobre comparación de longitudes están centradas en la medición con regla graduada.

Ejemplos de las actividades que aparecen en el Libro de Texto:

### Lección 22 ¿Qué tan largo es?

#### Compara, ordena e intercala longitudes.

En la actividad 1, se pide a los niños que comparen las longitudes de un punto a otro, utilizando un intermediario (hilo) y después deben ordenar las longitudes de menor a mayor.


**22** **Medida** **Conceptualización**  
Compara, ordena e intercala longitudes.

# ¿Qué tan largo es?


**Lo que conozco.** En la imagen de la estrella, ¿cuánto miden los lados más cortos y cuánto los más largos?

Lados cortos: \_\_\_\_\_

Lados largos: \_\_\_\_\_



**1.** Formen equipos de tres integrantes. Utilicen un hilo de 10 centímetros de largo para llevar a cabo la siguiente actividad. Auxiliándote con el trozo de hilo determina la distancia o longitud del segmento que une al punto azul con los otros puntos.




Ordena las longitudes de menor a mayor y escríbelas.


- \* Longitud del punto azul al punto \_\_\_\_\_
- \* Longitud del punto azul al punto \_\_\_\_\_
- \* Longitud del punto azul al punto \_\_\_\_\_
- \* Longitud del punto azul al punto \_\_\_\_\_


71

En la actividad 3, en un primer momento se pide que los niños comparen las longitudes de las figuras (utilizando un intermediario, hilo) y después deben comprobar sus estimaciones utilizando una unidad de medida convencional (regla graduada).

**3.** Estima cuál de las siguientes figuras es la más larga. \_\_\_\_\_  
Después, determina la longitud de cada figura y comprueba tu estimación.

**Figura 1** 

**Figura 2** 

**Figura 3** 

- \* ¿Cuál es la longitud total de la primera figura? \_\_\_\_\_
- \* ¿Cuál es la longitud total de la segunda figura? \_\_\_\_\_
- \* ¿Cuál es la longitud total de la tercera figura? \_\_\_\_\_
- \* ¿Cuál figura es la de mayor longitud? \_\_\_\_\_
- \* ¿Qué diferencia hay entre la medida de la figura más larga y la medida de la más corta? \_\_\_\_\_

**La longitud es la medida de la distancia que hay de un punto a otro.**

Fuente: (SEP, Libro de Texto. Tercer grado. 2010, pp. 71 - 73).

#### **Libro de Texto de Cuarto grado.**

Los contenidos relacionados con la comparación de longitudes son escasos en este grado. Y los contenidos destinados para el aprendizaje de la transitividad **no** están presentes.

### **Libro de Texto de Quinto grado.**

Los contenidos relacionados con la comparación de longitudes y los destinados para el aprendizaje de la transitividad **no** están presentes en este grado.

### **Libro de Texto de Sexto grado.**

En este grado **no** hay contenidos sobre comparación de longitudes y tampoco sobre transitividad.

### **Adecuación al Libro de Texto de Matemáticas 2014-2015.**

En 2014-2015 la Secretaria de Educación Pública realizó adecuaciones al Libro de Texto de Matemáticas y creó el Libro Desafíos Matemáticos.

### **Libro de Texto Desafíos Matemáticos de Primer grado.**

En este grado, sólo se presenta un desafío de comparación con varias actividades.

Ejemplo de la actividad propuesta para este grado:

**Tema de la actividad:** Cerca o lejos, ¿de qué?

**Intención didáctica:** que los alumnos estimen distancias entre objetos para identificar el que se encuentra más cerca de y más lejos que, y después lo comprueban midiendo con un objeto como intermediario.

**Ejemplo:**

### Consigna 1

Todo el grupo camine en diferentes direcciones al ritmo de la música del pandero, y cuando deje de sonar, todos se detienen. Por turnos contesten las preguntas que les haga el maestro.



Cuando se deje de tocar el pandero, el maestro preguntará: ¿quién está más cerca del escritorio? ¿Quién está más lejos de la puerta del salón? ¿Quién está más lejos de la ventana?, etcétera.

Si se llega a obtener diferentes respuestas, entonces se les preguntará a los alumnos: ¿Cómo podemos saber quién tiene razón?

El Libro Desafíos Matemáticos para el maestro de este grado, plantea que es posible que los alumnos decidan medir la distancia con pasos o con algún objeto (intermediario) y si este es el caso se propone registrar en el pizarrón el resultado de las dos mediciones para determinar cuál es la correcta.

Así mismo se sugiere que antes de medir, es conveniente que los alumnos hagan y registren estimaciones de las longitudes y después las comparen con los resultados de las mediciones.

**Consigna 2**

¿Sabías que existen estrellas de diferente color? Todas se ven iguales por lo lejos que se encuentran de la Tierra y por lo luminosas que son. Individualmente, colorea las estrellas de acuerdo con las siguientes instrucciones:

- Colorea de rojo la estrella que esté **más lejos** de la Luna.
- Colorea de verde la estrella que esté **más cerca** de la Luna.
- Colorea de anaranjado la estrella que esté **más cerca** de la estrella amarilla.
- Colorea de morado la estrella que esté **más cerca** de la estrella gris.
- Colorea de café la estrella que esté **más cerca** de la estrella de cuatro picos.
- Colorea de guinda la estrella que esté **más lejos** de la estrella rosa.

Fuente: (SEP, Libro de Texto Desafíos Matemáticos. Primer grado. 2013, pp. 71 - 72).

Para la segunda actividad, se observará si los alumnos toman en cuenta la actividad anterior para identificar la estrella que tiene que colorear.

### **Libro de Texto Desafíos Matemáticos de Segundo grado.**

En este grado **no** hay actividades propuestas para la comparación de longitudes con el uso de intermediarios, ni para transitividad.

## Libro de Texto Desafíos Matemáticos de Tercer grado.

En el Libro de Texto de este grado las actividades propuestas para la comparación de longitudes se realizan en un primer momento mediante la comparación directa con el uso de intermediarios (tiras, regla). Pero dichas actividades están centradas en la medición de longitudes con el uso de un instrumento de medición (regla graduada).

Ejemplos de las actividades propuestas en este grado:

### Ejemplo 1.

**Tema de la actividad:** Orden por tamaño.

**Intención didáctica:** que los alumnos busquen recurso para comparar longitudes o distancias.

### Actividad 1:

#### Consigna 1

En equipos, realicen lo que se solicita. Deben utilizar la tiras del material recortable, página 181.

1. Ordenen, de acuerdo con su longitud, las tiras de papel que tienen en la mesa y escriban las letras en el orden en que las acomodaron.

---

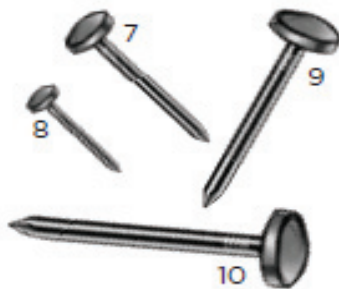
---

2. Escriban en orden, del menos largo al más largo, los números de los clavos de la imagen de la derecha.

---

---

---



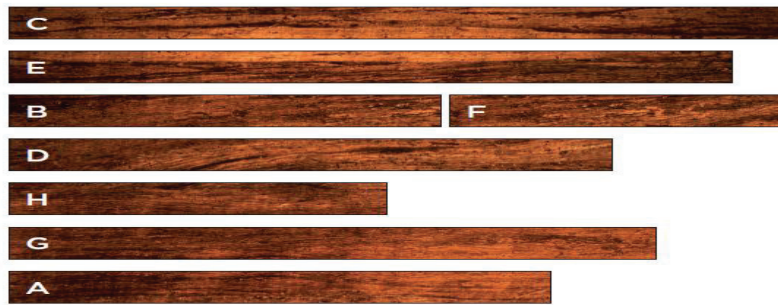
3. Si a los clavos anteriores se aumentan los de la imagen de la izquierda, ¿cuál sería el orden? Escriban su respuesta.

---

---

---

**Material recortable del ejemplo 1.**



En la consigna 1, los niños deben, en un primer momento, ordenar las longitudes (tiras de papel), enseguida deben ordenar los clavos que se les presentan, del menos largo al más largo; y por último, comparar y ordenar las longitudes de los clavos.

**Actividad 2:**

En equipo, observen la imagen y contesten las siguientes preguntas.



a) ¿Qué está más cerca del niño, el gusano o la paloma?	
b) ¿Qué está más cerca del niño, la maceta o el gusano?	
c) ¿Qué está más cerca del árbol, el gusano o la paloma?	
d) ¿Qué distancia será mayor, la del gusano al niño o la del niño al árbol?	
e) ¿Qué está más lejos del niño, la canasta de fruta o el gusano?	
f) ¿Será igual la distancia entre la maceta y el niño, que la de la maceta a la canasta de fruta?	

Fuente: (SEP, Libro de Texto. Segundo grado. 2013, pp. 51 -52).

En la consigna 2 de la p. 52, los niños tienen que hacer comparaciones indirectas de dos longitudes y determinar que objeto está más cerca, que objeto está más lejos, y que distancia es mayor que, menor que o igual.

En el primer problema de la consigna 1, el material se puede manipular, por lo cual los alumnos compararán de manera directa la longitud de las tiras y no tendrán ninguna dificultad en colocarlas en el orden que se solicita.

En los siguientes problemas, los alumnos no tendrán la oportunidad de mover los clavos para compararlos, así que posiblemente recurran a la medición con la regla o tal vez se les ocurra usar alguna de las tiras.

En la consigna 2, puede suceder que los alumnos tomen puntos de referencia distintos y esto haga que sus respuestas sean diferentes. Por ejemplo, cuando se pregunta que está más cerca del árbol, las palomas o el gusano, pueden tomar la distancia del gusano a la base del árbol y la de las palomas a la rama que se encuentra frente a ellas, por lo que esta sería mejor que la del gusano al árbol.

## **Ejemplo 2.**

### **TEMA DE LA ACTIVIDAD: DIFERENTES BORDADOS**

**Intención didáctica:** que los alumnos asocien el concepto de la longitud con el uso de un instrumento de medición, específicamente, la regla graduada.

En esta actividad, se les pide a los alumnos que estimen y elijan el diseño que usa más hilo y el que utiliza menos, para que después los constaten con la estrategia que decidan emplear.

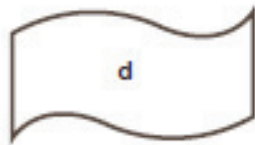
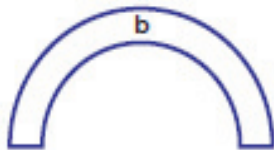
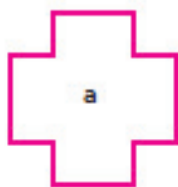
Es probable que los alumnos usen tiras de estambre para sobreponerlas en los dibujos, y después las extiendan para medirlas con la regla y establecer la comparación; otros intentarán algo semejante con las de papel, otros decidirán medir directamente con la regla; sin embargo, se darán cuenta de que los diseños curvos no pueden medirse así, por lo que será interesante conocer la estrategia que emplearán.



En esta actividad, como en todas las que tienen que ver con medición, lo importante es la búsqueda de recursos para resolver la situación que se plantea, no la exactitud de las medidas.

### Consigna 1

En parejas, contesten las preguntas con base en los diseños que María borda en sus servilletas. Tomen en cuenta que sólo borda la orilla de la figura.



a) ¿En qué diseño ocupa más hilo?

---

b) ¿En cuál utiliza menos?

---

c) Ordena los diseños del que necesita más hilo al que lleva menos.

---



Fuente: (SEP, Libro de Texto. Segundo grado. 2013, p. 53).

### **Conceptos y definiciones que usó el Libro de Texto de Tercer grado:**

*La longitud es la distancia que hay entre dos puntos y se puede calcular utilizando unidades de medida entre las cuales encontramos: Milímetros, centímetros, metros y kilómetros.*

### **Libro de Texto Desafíos Matemáticos de Cuarto grado.**

En el Libro de Texto de este grado, **no** hay actividades propuestas para la comparación de longitudes, ni para el aprendizaje de la transitividad.

### **Libro de Texto Desafíos Matemáticos de Quinto grado.**

**No** hay actividades que impliquen la comparación de longitudes, ni el aprendizaje de la transitividad.

### **Libro de Texto Desafíos Matemáticos de Sexto grado.**

En este grado **no** hay actividades que impliquen la comparación de longitudes, ni el aprendizaje de la transitividad.

### **Análisis de las Reformas Curriculares 1993 (Plan de Estudios 2008-2009) y 2011 (adecuación al libro de matemáticas 2014-2015).**

Como habíamos mencionado anteriormente, la transitividad es un contenido importante que debe enseñar en la escuela primaria, ya que favorece el desarrollo de la medición y comparación de longitudes.

En la Reforma Curricular de 1993, los contenidos que se proponen sobre comparación de longitudes y transitividad son los siguientes:

#### **Primer Grado:**

Comparación de longitudes, de forma directa y utilizando un intermediario.

Comparación de la superficie de dos figuras por superposición y recubrimiento.

Las actividades que se plantean sobre dichos contenidos en el Libro de Texto son 3 y tienen que ver con la comparación directa e indirecta de longitudes

### **Segundo Grado:**

Comparación y ordenamiento de varias longitudes y áreas.

En el Libro de Texto solo se plantea una actividad que tiene que ver con comparación de longitudes y el uso de intermediarios. Los niños estiman primero y después verifican (comparando) utilizando un intermediario.

### **Tercer Grado:**

Comparación y ordenamiento de longitudes y áreas utilizando medidas convencionales.

Se plantean dos actividades sobre comparación de longitudes en el Libro de Texto, utilizando unidades de medida arbitrarias (cuarta, lápiz), estimación y verificación usando la regla graduada.

### **Cuarto Grado:**

Resolución de problemas que impliquen la medición de longitudes utilizando el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro como unidades de medida.

Se presenta una actividad en el Libro de texto relacionada con la comparación directa y con el uso de un intermediario.

### **En Quinto y Sexto Grado:**

No hay actividades relacionadas con la comparación de longitudes, ni con la transitividad en los Libros de Texto. Y tampoco se presentan como contenidos a enseñar en el Plan y Programa de Estudio.

Como hemos podido observar, en la Reforma Curricular de 1993, la transitividad no está presente como contenido a enseñar. En el Plan y Programa de Estudio no se encuentran actividades específicamente relacionadas con la transitividad, pero si hay actividades relacionadas con la comparación de longitudes directa e indirectamente en 1º, 2º, 3º y 4º sin embargo, no hay un seguimiento de este contenido en los años escolares posteriores.

En la Reforma Curricular de 2008 - 2011, los contenidos que se proponen sobre comparación de longitudes y transitividad son los siguientes:

### **Primer grado:**

La comparación de longitudes de forma directa: Comparar de forma directa dos o más varillas, o bien determinar la lejanía de un objeto dado respecto a otro empleando, por ejemplo un hilo, o anticipar si un objeto cabe en un espacio determinado.

En el Libro de Texto solo se plantea una actividad que implica comparar longitudes de forma directa (“más largo que”, “más corto que”) y ordenación de longitudes (seriación).

### **Segundo grado:**

La comparación de longitudes mediante un intermediario.  
Comparación de forma directa y ordenación de longitudes.

En el Libro de Texto no se encuentran actividades relacionadas con comparación de longitudes y con transitividad, lo que representa una incongruencia ya que en el plan de estudios estos temas si se plantean como contenidos a enseñar.

### **Tercer grado:**

Comparación de longitudes mediante un intermediario.  
Ordenación de longitudes e intercalar otros.

Se plantean actividades en el Libro de Texto que implican comparar y ordenar distintas longitudes dibujadas en papel, el uso de longitudes intercalares en seriaciones. Se estiman y verifican las longitudes con la regla graduada.

**En Cuarto, Quinto y Sexto grado:**

**No** se trabaja con comparación de longitudes y tampoco con transitividad, ni en el Plan y Programa de Estudio, ni en Libros de Texto.

En la Reforma de 2008-2011, únicamente en los grados de 1º, 2º y 3º se presenta el tratamiento de la comparación de longitudes de forma directa e indirecta y no hay un seguimiento de dicho contenido en los años posteriores. La transitividad se plantea en 2º, en el Plan y Programas de Estudio, pero en los Libros de Textos no se trabaja. Así mismo, no se vuelve a plantear en los años posteriores.

En la Reforma Curricular de 2011, los contenidos que se proponen sobre comparación de longitudes y transitividad son los siguientes:

**Primer Grado:**

Comparación y orden entre longitudes, directamente, a ojo o mediante un intermediario.

Medición de longitudes con unidades arbitrarias.

En el Libro de Texto solo se presenta una lección con 3 actividades centradas en la comparación directa e indirecta de longitudes, ordenamiento de longitudes, estimación de distancias y establecimientos de relaciones (“más lejos que, más cerca de”). Sin embargo no hay actividades relacionadas con la transitividad.

**Tercer Grado:**

Estimación de longitudes y verificación usando la regla.

Se plantea en el Libro de Texto una actividad relacionada con la estimación de distancias y la verificación con un intermediario.

**En Segundo, Cuarto, Quinto y Sexto grado:**

Los contenidos y actividades sobre la comparación de longitudes y la transitividad **no** están presentes en los Libros de Texto.

Tanto en el Plan y Programas de Estudio del 2011 (Reforma 2011), como en los Libros de Texto si hay una congruencia, ya que en 1º y 3º si se presenta el tratamiento de la comparación de longitudes.

En la **Adecuación al Libro de Texto de matemáticas 2014-2015**, los contenidos que se proponen sobre comparación de longitudes y transitividad son los siguientes:

**Primer grado:**

Se plantea una lección con 2 actividades sobre estimación de distancias (“más cerca de, más lejos que”) y verificación con la regla graduada.

**Tercer grado:**

Se presentan 2 actividades sobre comparación de longitudes con el uso de un intermediario, ordenación de longitudes y verificación con regla graduada.

**En Segundo, Cuarto, Quinto y Sexto grado:**

**No** se presentan actividades en el Libro de Texto sobre comparación de longitudes con el uso de intermediarios, ni para transitividad.

Tanto en los Planes y Programas como en los Libros de Texto de las Reformas 1993 y 2011, no se contempla la transitividad. Las actividades que se plantean para la comparación de longitudes, solo se presentan en los primeros grados de educación

primaria, y son escasas, además no hay un seguimiento de dicho contenido en los grados posteriores, por lo tanto, se da un salto brusco al tratamiento de la medición.

Es en el Plan de Estudios 2008 (específicamente en Segundo grado) en donde se plantea la transitividad como contenido a enseñar, sin embargo, en los Libros de Texto no se presentan actividades para su enseñanza. Es importante también mencionar que a pesar de que se incluye la transitividad en este grado, no hay un seguimiento del contenido en los grados posteriores.

Las actividades que se plantean en los Libros de Texto en estas Reformas, sobre comparación de longitudes, están centradas en la comparación directa o indirecta con el uso de intermediarios, pero no necesariamente plantean inferencias (lo cual supone un razonamiento transitivo).









<b>3º</b>	Lección 6 (pp. 18-19) "Medimos Listones".	Comparación directa usando intermediarios y después verificación usando medidas convencionales (regla graduada).
	Lección 60 (p.139) "Juguetes de madera".	Comparaciones directas usando intermediarios (tiras de papel y listones) y el resultado de la comparación se pide en números (cuántas veces caben, iteración).
	Lección 4 (p. 14) "La tiendita del pueblo".	Se compara directamente usando un intermediario (tira de papel).
<b>5º y 6º</b>	<b>No hay actividades sobre comparación de longitudes.</b>	
<b>Plan y Programas de Estudio 2008-2011</b>		
<b>Grados</b>	<b>Actividades sobre Comparación de Longitudes</b>	<b>Tratamiento de las Actividades</b>
<b>1º</b>	"Del más corto al más largo" (p.116).	Comparación de longitudes (palitos) de manera directa. Ordenación de longitudes, del más corto al más largo (seriación).
<b>2º, 3º, 4º, 5º y 6º</b>	<b>No hay actividades sobre comparación de longitudes.</b>	
<b>Reforma Curricular 2011</b>		
<b>Grados</b>	<b>Actividades sobre Comparación de Longitudes</b>	<b>Tratamiento de las Actividades.</b>
<b>1º</b>	Lección 15 "¿Cuánto mide?" (pp. 105-109) Con tres actividades.	Ordenamiento de longitudes. Comparación de longitudes para determinar cuál es más grande. El niño tiene que hacer comparaciones con sus propios medios. Comparación con intermediarios (los niños los eligen).
<b>3º</b>	Lección 22 "¿Qué tan largo es?" (pp.71-73)	Comparación de longitudes, utilizando un intermediario (hilo)

	Con dos actividades.	Ordenamiento de longitudes.
<b>2º, 4º, 5º y 6º</b>	<b>No hay actividades sobre comparación de longitudes.</b>	
<b>Adecuación al libro de texto: Desafíos Matemáticos.</b>		
<b>Grados</b>	<b>Actividades sobre Comparación de Longitudes</b>	<b>Tratamiento de las Actividades</b>
<b>1º</b>	“Cerca o lejos, ¿de qué? (pp.71-72) Con dos actividades.	Estimación de distancias entre objetos para determinar qué se encuentra más cerca o más lejos qué y después comprobar los resultados de las comparaciones con un intermediario.
<b>3º</b>	“Orden por tamaño” (pp.51-52) Con dos actividades.	Comparación de longitudes mediante intermediarios. Ordenación de longitudes. Estimación de distancias entre objetos para determinar qué se encuentra más cerca o más lejos qué.
<b>2º, 4º, 5º y 6º</b>	<b>No hay actividades sobre comparación de longitudes.</b>	Estimación de longitudes mediante un intermediario, para determinar el más corto o más largo qué.

Un tema fundamental para comprender de manera integral lo antes planteado es diferenciar la medición de longitudes de la comparación de longitudes, esto con la finalidad de evitar confusiones entre un término y otro.

## **2.2. Diferenciación entre *medición* y *comparación* de longitudes.**

Desde la antigüedad la necesidad de medir es esencial para las actividades humanas, en el transcurso de la historia cada grupo social, ha utilizado sus propias unidades de medida, adaptándolas a sus necesidades y a sus tareas de la vida cotidiana.

Estas unidades de medida han ido evolucionando gracias a las transacciones comerciales y las facilidades de comunicación, dando paso a la adopción de unidades de medida convencionales (hoy en día el sistema métrico decimal). En la actualidad y en todo el mundo, la importancia de la medición es un tema reconocido socialmente. Medir implica saber qué cosas pueden ser medidas, por ello debemos reflexionar sobre las cualidades o atributos que tienen las cosas o las personas. Al plantearse la posibilidad del tratamiento numérico de una cualidad (de medirla) se deben considerar los diferentes comportamientos que pueden presentarse, así como el hecho de que existen cualidades que no son medibles comúnmente (por ejemplo, el color, el dolor, lo amargo, la dulzura) y cualidades que sí lo son (la longitud, el peso, la masa, el tiempo, la capacidad, el área, el volumen). Estas magnitudes<sup>1</sup>, en los objetos o las personas, se comportan de modo diferentes ante la adición: por ejemplo, al agregar la longitud de dos cuerdas, tenemos una nueva longitud mayor que ambas. (Castro, 1990).

En una situación de comparación, los objetos tienen que ser de una misma clase, (“de la misma naturaleza”), tomando en cuenta una determinada magnitud (longitud, peso, volumen, etc.).

Brousseau (2009) señala que comparar una magnitud por medio de otra (de la misma clase), es una **medida analógica** (comparación de los objetos sin que se use una estructura numérica).

---

<sup>1</sup> Aristóteles menciona que una magnitud es una cantidad que pueden medirse.

Nuestro trabajo está enfocado específicamente en la comparación de longitudes, particularmente de la noción de transitividad, de la cual hablaremos en el siguiente apartado.

### 2.3. Comparación de longitudes.

En la comparación de longitudes podemos encontrar distintas relaciones de orden, por ejemplo, que dos longitudes sean equivalentes o una sea mayor que la otra. Para comparar dichas longitudes es necesario identificarlas como magnitudes de los objetos y establecer una relación (de igualdad o desigualdad). En la comparación, no sólo se está percibiendo una cualidad física en ellos, sino que “la relación de orden” es creada por el propio sujeto que compara ambos objetos. La actividad de seriación, por ejemplo, lleva a la comparación de objetos, a efectos de determinar si tienen el mismo tamaño respecto a su longitud (Castro, 1190).

Se usan los términos, “más que”, y “menos que”, para indicar la relación de orden (“**A** es más largo que **B**”) y el término equivalencia para establecer una relación de igualdad (“**C** es equivalente a **D**”). En estas comparaciones el término adecuado es equivalencia, sin embargo en este trabajo utilizaremos el término “igualdad” porque es más usual para los alumnos de primaria.

Belmonte y Chamorro (1991) mencionan que la comparación de dos o más objetos puede realizarse de varias formas:

- **Estimación sensorial (estimación visual):** Es la comparación de objetos mediante medidas perceptivas, es decir, se forma a partir de apreciaciones sensoriales, que no siempre son posibles.
- **Comparación Directa:** Es aquella que se lleva a cabo comparando directamente con los objetos en cuestión mediante el desplazamiento de los mismos. En el caso de la longitud, el desplazamiento permite superponer o poner juntos los objetos de modo que se puedan comparar los extremos. Las comparaciones directas entre dos objetos ayudan a percibir las propiedades de una relación que puede ser equivalente o no.
- **Comparación Indirecta:** En ocasiones no es posible realizar una comparación directa entre dos objetos, ya sea porque no es posible el desplazamiento del que se está hablando o por diversas razones, por lo cual es necesario recurrir a un **intermediario**. Por ejemplo: comparar el ancho de dos puertas de una casa,

el procedimiento supondría desmontar una de ellas para llevarla junto a la otra, es decir un gran esfuerzo. En todas estas ocasiones, en donde **NO SE** pueden superponer los dos objetos a comparar, se realiza una comparación indirecta mediante un intermediario.

Vergnaud (1991) expone un ejemplo referente al problema del intermediario: “Supongamos que queremos comparar la altura de una ventana y el ancho del pizarrón de un salón de clases, sin que sea posible saber cuál es el más grande por la sola estimación visual. Evidentemente no podemos compararlos en forma directa porque el pizarrón está fijo en el muro; es necesario entonces utilizar un intermediario” (p.118).

Este tipo de comparación puede utilizar tres formas con el uso de intermediarios:

“1.- Utilizar una banda de papel, cuerda o hilo que puedan estar graduados. Se coloca la cuerda sobre las longitudes a medir y se hacen marcas distinguibles, de forma que basta con observar las disposiciones de las marcas en la cuerda para decidir que longitud es mayor (continuidad).

2.- Se dispone de una cantidad suficiente de objetos de igual longitud (cerillos, lápices, palillos, etc.). Cada longitud a comparar es cubierta por estos objetos y basta después comparar el número de objetos utilizados, de esta manera, la comparación se reduce a una de tipo numérico (conteo).

3.- Uso medidas antropométricas tales como pies, palmas, dedos, codo, etc.” (Belmonte y Chamorro, 1991, p.60).

Brousseau citado por Bollás (2012) plantea que si un sujeto realiza una comparación de objetos, debe existir en él un conocimiento, que se manifiesta como un instrumento de decisión anticipada. Al respecto este autor propone el siguiente ejemplo:

“Un sujeto que desea bajar una pelota de un árbol, utiliza una vara en proporción a la distancia entre él y la pelota, si la vara no es suficiente, toma otra que le permita alcanzar la pelota. Esto no quiere decir que el sujeto conoce la medida de la distancia, sino que está comparando longitudes a partir de un conocimiento que ya posee.” (Bollás, 2012, p. 10)

Este mismo autor propone la comparación por pares (comparación de dos en dos entre varias longitudes), para ejemplificar el conocimiento de la magnitud que un sujeto posee.

Ejemplo:

'...supongamos que el sujeto tiene ante él un conjunto de cajas idénticas que contienen cada una un fósforo. Las longitudes de los fósforos son diferentes. El sujeto sólo tiene el derecho a abrir a la vez dos cajas, y puede entonces comparar dos fósforos colocándolos uno contra el otro. A continuación, los vuelve a poner en su caja antes de hacer nuevas comparaciones' (Bollás, 2012, p. 10).

Con este ejemplo se puede solicitar al sujeto que encuentre el fósforo más largo. Supongamos que la relación de orden entre las distintas longitudes es  $A > B > C$ , de las cuales el sujeto tiene que elegir la más larga, ante esto se presentan dos casos:

“El sujeto compara **A** con **B** y elige **A**, compara **B** contra **C** y elige **B**, suponiendo que **B** es el más largo sin establecer la relación con **A**. En este caso, el sujeto no posee los conocimientos necesarios para elegir entre **A**, **B** o **C**, el conjunto de los elementos no constituyen un orden total para él, es decir, una magnitud.

En este caso el sujeto no establece las relaciones de orden entre las tres longitudes, sólo compara dos de ellas (**A** con **B** y **B** con **C**) y nunca compara **A** con **C**. Por lo tanto no contempla las tres longitudes como un conjunto que debe comparar entre sí (Razonamiento transitivo).

“El sujeto compara **A** contra **B** y elige **A**, descartando **B**, compara **A** contra **C** y elige **A** (al mismo tiempo que descarta **C**) en este caso, se establece una relación antisimétrica al separar los objetos “más pequeños” y una relación transitiva (si  $A > B$  y  $B > C$  entonces  $A > C$ ) que le permiten al sujeto establecer un orden total y elegir el objeto más largo” (Bollás, 2012, p. 10).

“La estrategia característica de una concepción mínima de una “magnitud” es la siguiente: el sujeto toma un primer objeto, lo compara a otro, luego otro, hasta que encuentre un objeto mayor, quien sustituye al primero y el proceso sigue. El último objeto que no se elimina es el más grande de la colección. La relación debe ser transitiva y debe también ser antisimétrica” (p. 8)

En cuanto a la comparación de longitudes, Rouche (1992) menciona que las relaciones de orden y equivalencia de un conjunto de objetos (de la misma clase), que



pueden ser comparados, para establecer si son “iguales” o “desiguales”, pueden ser analizados a partir de varios axiomas.

Para tal propósito Bollás (2012), citando a Rouche, menciona los 5 axiomas siguientes:

“Siendo  $X$  un conjunto de objetos y  $\sim$  una relación de equivalencia en  $X$ . Que se interpreta como  $a \sim b$  diciendo:  $a$  tiene la misma magnitud que  $b$ . La relación  $\sim$  tiene las siguientes propiedades:

Cualesquiera que sean los elementos  $a, b, c$  de  $X$ :

$$a \sim a \quad (\text{reflexiva})$$

$$a \sim b \text{ si } b \sim a \quad (\text{simétrica})$$

$$\text{si } a \sim b \text{ y } b \sim c \Rightarrow a \sim c \quad (\text{transitiva})$$

Además, se considera en  $X$  una relación de orden que se escribe como  $<$  y se lee: *más pequeño que*. Esto permite definir las dos propiedades siguientes:

Sea cualquier cosa  $a$  y  $b$  en  $X$ , uno tiene solo una de las tres situaciones:

$$a < b, a \sim b \text{ o } b < a,$$

Sea cualquier cosa  $a, b$  y  $c$  en  $X$ ,

$$\text{Si } a < b \text{ y } b < c \Rightarrow a < c”.$$

Como se puede observar en los axiomas III y V muestran un razonamiento transitivo, tema del que se hablará en el siguiente apartado

## 2.4. Transitividad y situaciones experimentales.

La transitividad es una propiedad fundamental para comprender las relaciones de orden entre las magnitudes. Consiste en que, si una longitud  $A$  se compara directamente con una longitud  $B$  y son iguales (equivalentes) y la longitud  $B$  es igual que otra longitud  $C$ , entonces la longitud  $A$  es igual que la longitud  $C$  sin necesidad de compararlas directamente,  $A = B$  y  $B = C \Rightarrow A = C$ <sup>2</sup>. La transitividad se encuentra en

---

<sup>2</sup> Recordemos que se trata de relaciones de equivalencia (Si  $a \sim b$  y  $b \sim c \Rightarrow a \sim c$ ) que se lee como:  $a$  es equivalente a  $b$  y  $b$  es equivalente a  $c$ , entonces  $a$  es equivalente a  $c$

cualquier proceso de comparación de longitudes en el que dicha comparación no se haga mediante superposición de los objetos sino usando una longitud que funciona como un intermediario, como en las comparaciones indirectas.

De acuerdo con la literatura (Bollás, 2012; Chamorro y Belmonte, 1991; Fluckiger y Brun, 2005 y Rouche, 1992), se distinguen tres formas básicas de transitividad: a) Transitividad de la igualdad, b) Transitividad de la desigualdad y c) Falsa transitividad.

Transitividad de la igualdad: Si dos magnitudes son iguales a una tercera, entonces todas las magnitudes serían iguales entre sí:

$$\mathbf{a = b \text{ y } b = c, \Rightarrow a = c.}$$

Transitividad de la desigualdad, consta de 2 cosas:

Desigualdad estricta, la cual consta de 2 desigualdades.

$$\mathbf{Si a < b \text{ y } b < c, \Rightarrow a < c.}$$

$$\mathbf{Si a > b \text{ y } b > c. \Rightarrow a > c.}$$

Desigualdad por sustitución, la cual consta de 1 desigualdad y una igualdad.

$$\mathbf{Si a < b \text{ y } b = c, \Rightarrow a < c.}$$

$$\mathbf{Si a = b \text{ y } b < c, \Rightarrow a < c.}$$

Falsa transitividad. Consta de dos desigualdades, lo cual representa una engañosa transitividad, es decir, las dos longitudes que se desean comparar son menores o mayores que una tercera longitud, lo cual representa dos posibilidades:

$$\mathbf{Si a < b \text{ y } b > c \Rightarrow a < c}$$

$$\mathbf{Si a > b \text{ y } b < c \Rightarrow a > c}$$

Para el estudio de la transitividad, Bollás (2010) reporta una investigación realizada por Fluckiger y Brun con alumnos franceses (de 2º a 5º de educación primaria), en la cual se presentan problemas de comparación indirecta a través de problemas verbales.

En el estudio realizado por Fluckiger y Brun, se presentan a los alumnos de forma escrita nueve “problemas de comparación” (uno a la vez y en orden aleatorio). Ejemplos del tipo de problemas presentados:

1. Annie quiere comparar la anchura del cartel que quiere pegar en la puerta de su armario. Toma una barra y encontró que esta barra es más grande que el cartel y más pequeña que la puerta. ¿Qué puede decidir?

2. Charles quiere comparar la anchura del cartel que él pega en la puerta de su armario. Toma una barra y encontró que esta barra es más grande que el cartel y, al mismo tiempo, igual a la puerta. ¿Qué puede decidir?

Para poder resolver los nueve problemas, los alumnos tienen que determinar (concluir) cual es la relación entre  $a$  y  $p$ . La tarea que se presenta a los alumnos se refiere a la comparación indirecta de la longitud de una barra con la longitud del cartel y la longitud de la puerta para determinar si se puede pegar o no el cartel en la puerta. Las respuestas a esta cuestión pueden ser de tres tipos: “**SÍ**, se puede clavar el cartel sobre la puerta” o “**NO**, se puede clavar” o también “**No se puede saber**”.

Se presentan las siguientes comparaciones:

$$b > a, b < p \Rightarrow p > b > a$$

$$b > a, b = p \Rightarrow p = b > a$$

Por su parte, Bollás (2010) diseña situaciones didácticas para la enseñanza de la transitividad en alumnos mexicanos de 3º y 4º de primaria.

En la situación “La puerta, la vara y el muñeco” este autor señala:

“Supóngase tres longitudes; una puerta (**P**), una vara (**V**) y un muñeco (**M**), se trata de averiguar si el muñeco (parado) pasa por la puerta, como estos se encuentran separados y no se pueden comparar directamente, se recurre al intermediario para hacer la inferencia.

Por ejemplo, si **P = V** y **M = V** entonces se infiere, por transitividad, que **P = M**, es decir que el muñeco no pasa por la puerta” (Bollás, 2010).

Este mismo autor menciona que las posibles relaciones de **P** con respecto a **V** y de **M** con respecto a **V** son las siguientes:

**Cuadro 3. Posibles relaciones.**

Posible relación de <b>P y M</b>	Posible relación de <b>V y M</b>
$P = V$	$V = M$
$P < V$	$V < M$
$P > V$	$V > M$

Tomando en cuenta estas relaciones se pueden encontrar varios tipos de transitividad según (Bollás, 2010).

**Cuadro 4: Clasificación de problemas.**

Distinta dificultad lógica		Orden de los datos en el texto		Comparación entre M y P (Conclusión)
Transitividad	de la igualdad	$V = M$ y $V = P$	$[M = V = P]$	$M = P$
	de la desigualdad	$V > M$ y $V < P$	$[M < V < P]$	$M < P$
		$V < M$ y $V > P$	$[M > V > P]$	$M > P$
Sustitución		$V > M$ y $V = P$	$[M < V = P]$	$M < P$
		$V = M$ y $V < P$	$[M = V < P]$	
		$V = M$ y $V > P$	$[M = V > P]$	$M > P$
		$V < M$ y $V = P$	$[M > V = P]$	
Falsa Transitividad		$V > M$ y $V > P$	$[M < V > P]$	$M ? P$
		$V < M$ y $V < P$	$[M > V < P]$	

Fuente: Bollás 2010, p. 9.

Tomando como referente las investigaciones de Bollás (2010) y Fluckiger y Brun (2005) presentamos los siguientes problemas que serán tomados para la elaboración del material educativo CD Problemas de transitividad.

Cabe señalar que inicialmente se tomó en cuenta la transitividad de la igualdad teniendo en cuenta la investigación de Fluckiger y Brun, en donde se compara una barra (baguette), un cartel (affiche) y una puerta (porte), estas tres longitudes son iguales, por lo tanto el cartel si cabe en la puerta (si se puede pegar en ella). Este tipo de transitividad no puede ser utilizado en nuestro material CD problemas de transitividad, ya que si el muñeco es del mismo tamaño que la puerta no pasa, el muñeco debe ser ligeramente más pequeño que la puerta para poder pasar y en este caso no sería transitividad de la igualdad.

Esta observación fue hecha por uno de nuestros lectores y por ello, el problema 8 será retirado del presente trabajo.

Sean las siguientes longitudes representadas por:

**P:** Puerta

**V:** Vara

**M:** Muñeco

**1.-  $P < V = M \Rightarrow P < M$**

Si la puerta es menor que la vara y la vara es igual que el muñeco, entonces la puerta es menor que el muñeco. Por lo tanto, el muñeco **No** pasa por la puerta.

**2.-  $P > V = M \Rightarrow P > M$**

Si la puerta es mayor que la vara y la vara es igual que el muñeco, entonces la puerta es mayor que el muñeco. Por lo tanto, el muñeco **Sí** pasa por la puerta.

**3.  $P < V > M \Rightarrow P > M$**

**$\Rightarrow P < M$**

**$\Rightarrow P ? M$**

Si la puerta es menor que la vara y la vara es mayor que el muñeco, entonces no se puede decidir.<sup>3</sup> Por lo tanto, no se sabe si el muñeco pasa por la puerta ya que hay tres posibilidades (**Sí pasa, No pasa o No se sabe**).

**4.  $P = V > M \Rightarrow P > M$**

Si la puerta es igual que la vara y la vara es mayor que el muñeco, entonces la puerta es mayor que el muñeco. Por lo tanto, el muñeco **Sí** pasa por la puerta.

**5.  $P > V < M \Rightarrow P > M$**

$$\Rightarrow P < M$$

$$\Rightarrow P ? M$$

Si la puerta es mayor que la vara y la vara es menor que el muñeco, entonces no se puede decidir. Por lo tanto, no se sabe si el muñeco pasa por la puerta ya que hay tres posibilidades (**Sí pasa, No pasa o No se sabe**).

**6.  $P < V < M \Rightarrow P < M$**

Si la puerta es menor que la vara y la vara es menor que el muñeco, entonces la puerta es menor que el muñeco. Por lo tanto, el muñeco **No** pasa por la puerta.

**7.  $P > V > M \Rightarrow P > M$**

Si la puerta es mayor que la vara y la vara es mayor que el muñeco entonces la puerta es mayor que el muñeco. Por lo tanto, el muñeco **Sí** pasa por la puerta.

---

<sup>3</sup> En los problemas de falsa transitividad (problemas 3, 5, 9 y 11) se presentan tres posibilidades de respuesta, ya que las dos longitudes que se desean comparar pueden ser menores, mayores o no se puede determinar (ya que no se sabe cuánto más grande o más pequeño) puede ser la tercera longitud con respecto a las otras dos. Estas relaciones de orden se repiten, pero en términos de tamaños son diferentes.

$$8. P = V = M \Rightarrow P = M$$

Si la puerta es igual que la vara y la vara es igual que el muñeco, entonces la puerta la puerta es igual que el muñeco. Por lo tanto el muñeco **No** pasa por la puerta.

$$9. P > V < M \Rightarrow P > M$$

$$\Rightarrow P > M$$

$$\Rightarrow P ? M$$

Si la puerta es mayor que la vara y la vara es menor que el muñeco entonces no se puede decidir. Por lo tanto, no se sabe si el muñeco pasa por la puerta ya que hay tres posibilidades (**Sí pasa, No pasa o No se sabe**).

$$10.- P = V < M \Rightarrow P < M$$

Si la puerta es igual que la vara y la vara es menor que el muñeco, entonces la puerta es menor que el muñeco. Por lo tanto el muñeco **No** pasa por la puerta.

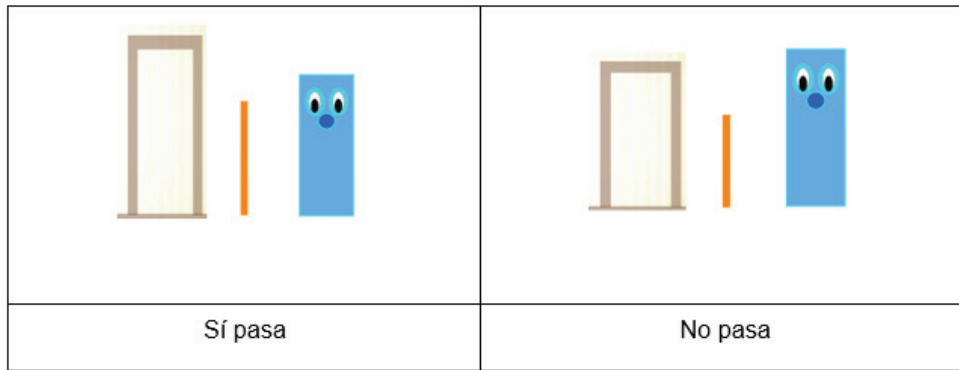
$$11.- P > V < M \Rightarrow P < M$$

$$\Rightarrow P > M$$

$$\Rightarrow P ? M$$

Si la puerta es igual que la vara y la vara es menor que el muñeco, entonces no se puede decidir. Por lo tanto, no se sabe si el muñeco pasa por la puerta ya que hay tres posibilidades (**Sí pasa, No pasa o No se sabe**).

En los problemas de falsa transitividad no se puede saber con seguridad, si el muñeco pasa o no por la puerta. En el problema donde la vara es, al mismo tiempo, más chica que la puerta y el muñeco ( $P > V < M$ ) **no se sabe que tan chica** es la vara en relación con las otras dos longitudes. Una respuesta adecuada es que no se sabe, sin embargo, otras dos respuestas son posibles como se ilustra abajo:



De esta manera, se le da al niño la opción de elegir una de las tres posibilidades de respuestas “**Sí pasa, No pasa o No se sabe**”, sólo a través de una evidencia empírica se puede saber qué tan grande o chica es una longitud con respecto a las otras dos.

Estas posibilidades se pueden dar, si los sujetos tienen la posibilidad de comparar directamente las longitudes (Juego 1 del CD Problemas de Transitividad). Pero cuando no se pueden hacer las comparaciones, como en el caso de los problemas escritos (Juego 2) el sujeto no puede saber con exactitud la respuesta, pues las longitudes no son visibles para él.

En el Juego 2, en los problemas de falsa transitividad, decidimos que las tres respuestas son correctas, pues dependiendo de las longitudes que el niño se imagine elegirá una de ellas, aquí será conveniente pedirle que justifique dicha elección.

El objetivo de tomar como correctas las tres respuestas, es poder observar el razonamiento que llevan a cabo los niños. Para esto se pretende que los profesores hagan un ejercicio de retroalimentación, después de jugar con el CD, en el que pidan a los niños que expliquen sus respuestas. Con la retroalimentación se puede ver qué tanto están entendiendo el contenido los alumnos, qué procesos están llevando a cabo para hacer sus comparaciones y sus inferencias. El docente puede solicitar a los alumnos que dibujen las distintas relaciones de orden entre los objetos (las longitudes) y comparar (confrontar) aquellos dibujos donde **sí pasa** con los que **no pasa** el muñeco.

Aunque en el Juego 1, los tamaños de las longitudes sí están representados gráficamente y el niño si puede hacer las comparaciones usando el intermediario, se tomó la decisión de calificar los problemas de falsa transitividad del mismo modo en el Juego 1, ya que los niños pueden entrar en conflicto al ver opciones de respuestas diferentes y además consideramos que es importante saber cuál es el proceso que están llevando a cabo para dar su respuesta.



Basándonos en las situaciones experimentales anteriores, creamos un instrumento (CD de Problemas de Transitividad) que permite un mejor aprendizaje en matemáticas, específicamente en el tema de transitividad.

### **3.- PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACIÓN DEL MATERIAL.**

Existen varios autores (Marquès, 1995; Treviño, 2009) que plantean una metodología para la elaboración de un CD educativo, pero para la elaboración de nuestro material tomamos como referencia la propuesta de Pere Marqués, quien desarrolla una serie de pasos para el diseño de un software educativo.

Marquès (1995) propone una metodología que contempla las 9 etapas siguientes:

**1.- Definición del problema y análisis de necesidades.** Antes del diseño de un material formativo multimedia debe determinarse los siguientes aspectos:

Lo que se pretende alcanzar, estableciendo objetivos

A quien va dirigido, tipo de público, características e infraestructura.

El tipo de contenido que se vinculará con las habilidades que se pretenden manejar.

La forma en que se utilizará el material por parte del usuario.

El contexto en donde se utilizará.

El tiempo en que estará disponible.

**2.- Génesis de la idea:** La elaboración de un software educativo siempre parte de una idea inicial, la cual favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje de una situación en concreto, ésta debe contener actividades atractivas para el alumno que faciliten la consecución de determinados objetivos educativos.

Aspectos que se deben considerar:

Objetivos educativos que se pretenden.

Contenido y temas.

Actividades que se ofrecen a los usuarios (interacción y tutorización)

Entorno audiovisual y navegación.

La idea inicial contiene una visión global de lo que se quiere crear, la materia y el nivel en se quiere trabajar (estrategia didáctica). Esta idea se irá completando y concretando a medida que se elabore el primer diseño del programa o software. El primer diseño puede realizarse por:

Iniciativa de los diseñadores, es decir, cuando estos proponen un programa educativo basándose en problemas o dificultades de los alumnos con algún contenido o buscando formas de presentar un modelo con mayor claridad.

Por encargo: Ya sea por una editorial o por un profesional en el área educativa. En este caso los clientes proporcionan a los diseñadores un marco con especificaciones del material educativo

**3.- Diseño del instructivo:** Es el guión que contendrá los fundamentos pedagógicos del proyecto a desarrollar (contenidos, objetivos, estrategias, entre otros).

**4.- Prediseño o diseño funcional:** Este se elabora a partir de la idea inicial y constituye un primer guión del programa que pondrá énfasis en los contenidos, objetivos y estrategia didáctica. Este guión servirá para ser presentado a los solicitantes para que lo aprueben o modifiquen. Finalmente se concretará en un proyecto que incluirá una presentación que describa el programa, el tipo de ordenador o sistema operativo, el uso del teclado y del ratón, el primer diseño de las pantallas, el instructivo del software, etc.

**5.- Aspectos pedagógicos:** Aquí se definen los objetivos, contenidos, los alumnos a los que está destinado el software y la estrategia didáctica que se piensa utilizar. Esta última comprenderá aspectos como: actividades a proponer para los alumnos, el tratamiento de los errores, además de los elementos motivadores.

El conjunto de estos aspectos constituye una de las fases más importantes en el diseño de los programas educativos, ya que su calidad didáctica depende en gran medida de la coherencia entre el objetivo que se quiere alcanzar, los contenidos que se tratarán, las actividades mentales que desarrollarán los alumnos y las actividades interactivas que les propondrá el programa

Una vez terminado el diseño, los programadores se reúnen con el cliente para mostrar el software terminado, se realizan los ajustes al diseño que se consideren oportunos y, se somete a un piloteo para detectar los posibles problemas de funcionamiento debidos a errores de programación. A partir de los resultados arrojados por el piloteo, se hacen los últimos ajustes al material y se obtiene la versión final.

**6.- Actividades interactivas que debe proponer el programa.** A través de estas actividades se realiza el intercambio de información entre los alumnos y el juego, lo cual permite que las acciones de los estudiantes puedan ser valoradas y tratadas de acuerdo a sus resultados en cada juego:

Duración. Conviene que sea ajustable y no exceda de la capacidad de atención de sus destinatarios. Una sucesión de etapas cortas, con objetivos y contenidos bien definidos, hace que la labor sea más agradable.

Tipo de control de la situación de aprendizaje que tendrá el alumno. Las actividades que facilitan diversos accesos al mismo material estimulan al alumno a pensar con flexibilidad.

**7.- Elementos motivadores.** La motivación es uno de los grandes motores del aprendizaje y un buen tratamiento contra el fracaso escolar. La falta de aprendizajes y de hábitos de trabajo está relacionada con la poca motivación.

Los elementos motivadores más utilizados en los programas didácticos son:

**Elementos que presentan un reto.** Este tipo de elementos lúdicos (puntuaciones, cronómetros, juegos de estrategia) pueden contribuir a hacer más agradable el aprendizaje.

**Elementos que estimulan la curiosidad o la fantasía,** tales como mascotas, elementos de juego de rol, intriga, humor.

**Elementos que representan un estímulo o una penalización social,** como los mensajes "muy bien" e "incorrecto" que pueden ir acompañados de diversos efectos sonoros o visuales.

**8.- Aspectos algorítmicos y estructurales.**

Los aspectos algorítmicos y estructurales son concretamente en los diversos gráficos y diagramas comentados:

**Diagrama general del programa.** Reproduce la estructura básica de su algoritmo. Se acostumbra a representar en forma de diagrama de flujo, y debe de ir acompañado de una breve descripción de los módulos globales que lo integran:

**Módulos de presentación y de gestión de menús.** Comprenden las pantallas de presentación y despedida del programa y las pantallas de gestión de los menús principales.

**Módulos de actividades interactivas.** Contienen las diferentes actividades educativas que el programa puede presentar a los alumnos.

**Módulos de evaluación.** Gestionan el almacenamiento de información sobre la puntuación o resultados de los alumnos y la posterior presentación de informes. Habrá que determinar las informaciones que son relevantes, cómo se accederá a ellas y cómo se presentarán.

**Organización de los menús.** Determinar si los menús estarán organizados según un entorno tradicional o según un entorno Windows, se diseñará el árbol de las opciones que el programa ofrecerá a los usuarios.

## **9.- Documentación del programa.**

El diseño funcional incluirá un formato que aproxime al alumno sobre el juego:

**Manual del usuario.** Debe de explicar todo lo que necesita saber un usuario del programa para utilizarlo sin problemas.

**Guía didáctica.** Está dirigida a los profesores (aunque también podrá ser de utilidad a los alumnos autodidactas). Ofrece sugerencias sobre la integración curricular del programa, sus formas de uso, actividades complementarias, estrategias para evaluar el rendimiento de las situaciones educativas que genera el programa, etc.

### **3.1 Diseño del material educativo.**

Para la elaboración de nuestro material educativo tomamos como referencia la metodología de Marqués y a continuación presentamos los pasos que seguimos.

### **3.1.1. Elaboración del guión técnico y la escaleta.**

Inicialmente se revisaron distintos estudios sobre la temática (Rouche, 1992; Fluckiger y Brun, 2005; Vergnaud, 1991; Bollás, 2009), a partir de esta revisión se identificaron distintos problemas sobre la transitividad mismos que permitieron elaborar el guión técnico.

#### **A) Guión técnico**

Para nuestro proyecto, se tomó como referencia la tesis de doctorado (en desarrollo) del profesor Pedro Bollás, en la cual presenta el estudio experimental de “la barra, el cartel y el armario”. El cual implica una situación de comparar longitudes mediante un intermediario. Al retomar este estudio en nuestro trabajo, buscamos una forma diferente de plantear la misma situación.

Dentro del Instructivo de Titulación de la Licenciatura en Psicología Educativa, encontramos que nuestro proyecto se sitúa en la modalidad de un Material Educativo ya que es un medio que pretende facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la transitividad. Así que platicamos con nuestro asesor acerca de cuál sería nuestro material educativo, concluimos que fuera un CD educativo que tuviera la función de comparar longitudes mediante un intermediario y que por medio de la práctica permita realizar inferencias de las relaciones de orden.

Para la realización de nuestro material educativo se tomaron en cuenta los once problemas de transitividad que se encuentran desarrollados en la tesis de doctorado (en desarrollo) de Bollás (2010, p. 9), y se realizó un CD de juego interactivo en el cual el niño pudiera comparar las longitudes (puerta y muñeco) mediante un intermediario (vara). El CD consta de dos juegos, en el primero, los once problemas de transitividad están representados individualmente en una pantalla con las imágenes de la puerta, el muñeco y la vara, el niño podrá mover solamente la vara para hacer las comparaciones y decidir si el muñeco pasa o no por la puerta. Tendrá tres opciones de respuesta en la parte inferior derecha de la pantalla (Sí, No o No se sabe).

En el juego 2, los once problemas aparecerán de forma escrita y el niño tendrá que elegir nuevamente una de las tres opciones de respuesta (Sí, No o no se sabe).

El material educativo que proponemos plantea una actividad en la que los niños se enfrentan a un reto, comparar dos longitudes (puerta y muñeco), dichas longitudes no pueden ser comparadas de forma directa, por lo cual los sujetos deben utilizar los recursos que tienen disponibles, llevándolos así a utilizar un intermediario (vara) para hacer sus inferencias. El CD interactivo, facilita el proceso de enseñanza aprendizaje de la transitividad en alumnos de primaria, ya que les permite ver gráficamente las longitudes de los objetos en el juego 1 y esto les ayuda a realizar con mayor facilidad las comparaciones e inferir, además el juego les indica en qué número de enunciado acertaron o se equivocaron. Mediante el juego 1, los alumnos observan cómo se pueden representar las longitudes de los objetos para hacer las comparaciones y hacer sus inferencias; de tal forma que cuando llegan al juego 2, las representaciones mentales que tienen que hacer para poder comparar los objetos, ya no les resultan tan complejas. Es decir, el alumno aprende a partir de la interacción con las relaciones de orden de las longitudes en cuestión.

### **B) Escaleta.**

La Escaleta es una lista de los contenidos del juego, donde se describen los elementos que serán incluidos (presentación, instrucciones, créditos, resultados, etc.).

A los diseñadores se les explicó en qué consistía la transitividad y de qué forma queríamos que se estructurara el CD Juego Problemas de Transitividad.

### **Cuadro 5. Información presentada.**

Pantallas	Características
Presentación del juego.	En la primera pantalla se presenta el juego y; aparecen las imágenes de la puerta, la vara y el muñeco.
Créditos.	En la segunda pantalla aparece:  -Nombre de la universidad.  -Nombre de la licenciatura.  -Nombre de la tesis.

	<p>-Nombre de los autores de la tesis.</p> <p>-Nombre del asesor.</p>
Instrucciones del juego.	Se muestran de forma clara. Se presenta un ejemplo de cómo son los problemas del juego y se pregunta al niño: ¿Crees que el muñeco parado pueda pasar por esa puerta? Cada pregunta tiene 3 opciones de respuesta (Sí, No o No se sabe).
Juego 1	Son once pantallas con los diferentes problemas, la puerta la vara y el muñeco (representados con imágenes, la vara tiene movimiento para realizar las comparaciones y al responder, el muñeco se desplaza hasta la puerta, (desapareciendo si cabe por ella y regresando a su lugar si no pasa) y los botones de respuesta (Sí, No o No se sabe).
Resultados.	Al finalizar el Juego 1 aparece una pantalla con una tabla de resultados de cada problema. En la parte inferior de la pantalla aparecen dos botones para volver a jugar o ir al juego dos.
Presentación. Pantalla Juego 2	Se muestran de forma clara. Se presenta un ejemplo de cómo son los problemas del juego y se pregunta al niño: ¿Crees que el muñeco parada pueda pasar por esa puerta? Cada pregunta tiene 3 opciones de respuesta (Sí, No o No se sabe).
Juego 2	Son once pantallas con los diferentes problemas de forma escrita. En la parte inferior de la pantalla se presentan tres botones con tres opciones de respuesta

	(Sí, No o no se sabe).
Resultados.	Al finalizar el Juego 2 aparece una pantalla con una tabla de resultados de cada problema. En la parte inferior de la pantalla aparecen dos botones para volver a jugar o ir al juego 1.

### 3.1.2. Elaboración del CD interactivo.

Después de elaborar la escaleta en conjunto con los diseñadores se acordó con ellos que en tres semanas ellos nos entregarían el primer diseño del juego.

A continuación presentamos los diseños del juego planteados por los diseñadores.<sup>4</sup>

a) Diseño del Muñeco, la vara y la puerta.



Muñeco



Vara



Puerta

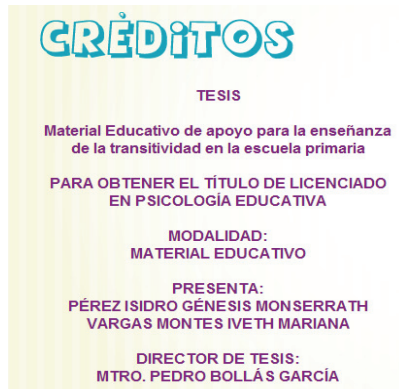
b) Título del juego.

**PROBLEMAS DE TRANSITIVIDAD**

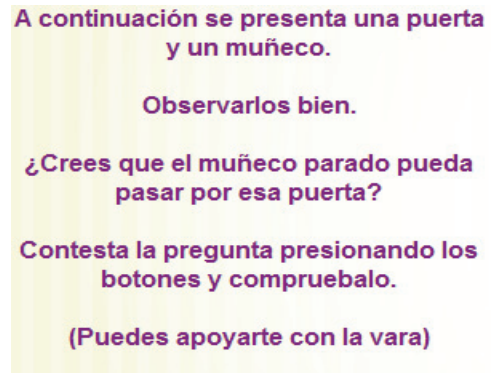
<sup>4</sup> Cabe mencionar que el diseño de la puerta, la vara y el muñeco, están basados con la tesis de doctorado (en desarrollo) de Bolas 2010.



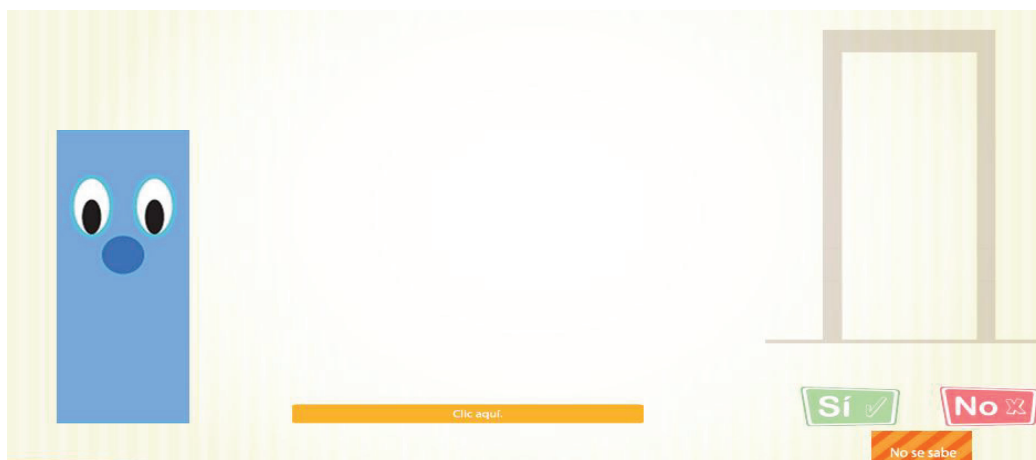
c) Los créditos y el logo de la Universidad Pedagógica Nacional



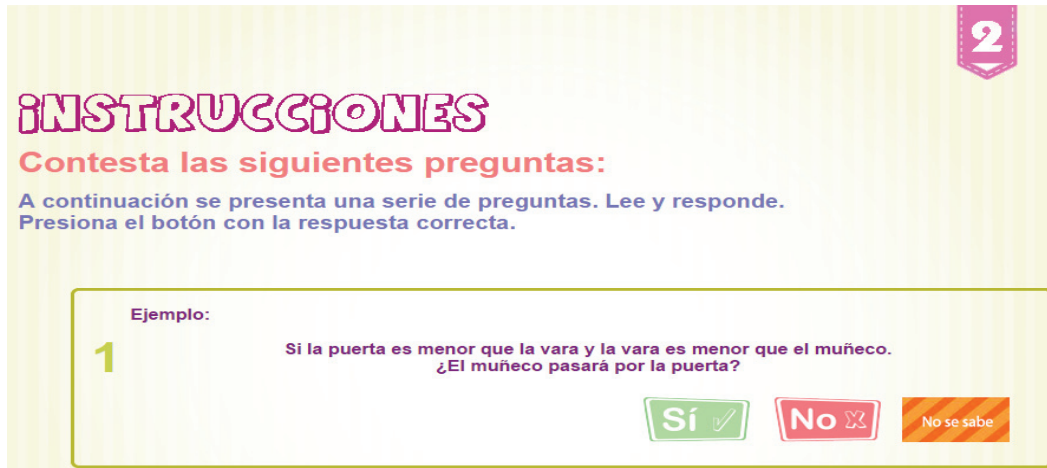
d) Las instrucciones del juego 1.



e) Formato del juego 1.



f) Las instrucciones y ejemplo del juego 2.



**2**

# INSTRUCCIONES

**Contesta las siguientes preguntas:**

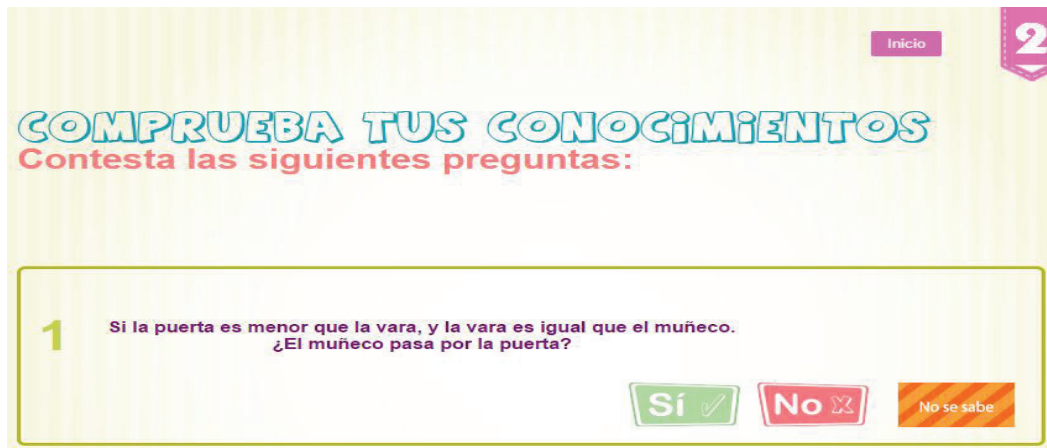
A continuación se presenta una serie de preguntas. Lee y responde. Presiona el botón con la respuesta correcta.

**Ejemplo:**

**1** Si la puerta es menor que la vara y la vara es menor que el muñeco. ¿El muñeco pasará por la puerta?

Sí ✓ No ✗ No se sabe

g) Formato del juego 2.



**2**

Inicio

# COMPRUEBA TUS CONOCIMIENTOS

**Contesta las siguientes preguntas:**

**1** Si la puerta es menor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿El muñeco pasa por la puerta?

Sí ✓ No ✗ No se sabe

h) Formato de resultados para los dos juegos.



# ¡FELICIDADES!

Lo has hecho muy bien

volver a jugar

ir al juego 1

Caso 1 : ✓  
Caso 2 : ✓  
Caso 3 : ✓  
Caso 4 : ✓  
Caso 5 : ✓  
Caso 6 : ✗  
Caso 7 : ✗  
Caso 8 : ✓  
Caso 9 : ✓  
Caso 10 : ✗  
Caso 11 : ✓

**8 Aciertos**

### 3.2. Material.

#### ***A) Descripción de sus características.***

Su presentación es mediante un CD-ROM (visual). Este material educativo está diseñado para alumnos de primaria que cursen actualmente 3°, 4° o 5°.

Para el diseño de este material educativo nos basamos en los 11 problemas indicados anteriormente, agrupados en distinta dificultad lógica según Bollás, 2010. La situación se describe a continuación.

#### **La puerta, la vara y el muñeco<sup>5</sup>.**

3 puertas, las cuales son de diferente longitud.



8 muñecos, al igual que las puertas con diferente longitud.



6 varas.



En el cuadro 6 se muestran la dificultad lógica de la puerta, la vara y el muñeco de cada problema y la respuesta (inferencia) como aparecerán en el juego.

---

<sup>5</sup> La presente situación (actividades y materiales) es retomada de la tesis de doctorado (en desarrollo) cargo de Bollás (2010).

**Cuadro 6. Problemas.**

<b>Nº Problema</b>	<b>Problema</b>	<b>Inferencia Lógica</b>	<b>Dificultad Lógica</b>
1	$P < V$ y $V = M$	No	Sustitución
2	$P > V$ y $V = M$	Sí	Sustitución
3	$P < V > M$	?	Falsa transitividad
4	$P = V > M$	Sí	Sustitución
5	$P > V < M$	?	Falsa transitividad
6	$P < V < M$	No	Desigualdad estricta
7	$P > V > M$	Sí	Desigualdad estricta
8	$P = V = M$	No	Igualdad
9	$P > V < M$	?	Falsa transitividad
10	$P = V < M$	No	Sustitución
11	$P > V < M$	?	Falsa transitividad

**Cuadro 7. Tamaño de las longitudes de la puerta, vara y muñeco.**

<b>No. Problema</b>	<b>Puerta (P)</b>	<b>Vara (V)</b>	<b>Muñeco (M)</b>	<b>Inferencia Lógica</b>	<b>Dificultad lógica</b>	
1	30	<	32	= 32	No	Sustitución
2	30	>	28	= 28	Sí	Sustitución
3	33	<	35	> 34	?	Falsa transitividad
4	33	=	33	> 31	Sí	Sustitución
5	33	>	30	< 33	?	Falsa transitividad
6	32	<	35	< 37	No	Desigualdad estricta

7	33	>	31	>	29	Sí	Desigualdad estricta
8	30	=	30	=	30	No	Igualdad
9	33	>	31	<	34	?	Falsa transitividad
10	32	=	32	<	34	No	Sustitución
11	31	>	28	<	30	?	Falsa transitividad

Fuente: Tomado de Bollás, 2010, p. 5.

En el juego 2 la actividad consiste que los participantes respondan los siguientes enunciados. Las respuestas correctas son las mismas que el cuadro anterior.

### Cuadro 8. Problemas.

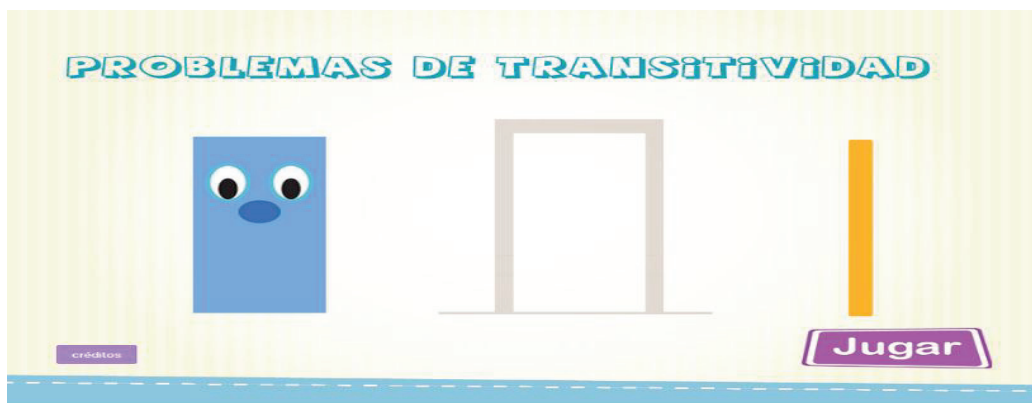
No.	Problema	Relación de orden
1	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P < V = M$
2	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P > V = M$
3	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P < V > M$
4	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P = V > M$
5	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P > V < M$
6	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P < V < M$
7	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P > V > M$
8	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P = V = M$
9	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P > V < M$

10	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P=V<M$
11	11.- Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco la puerta?	$P>V<M$

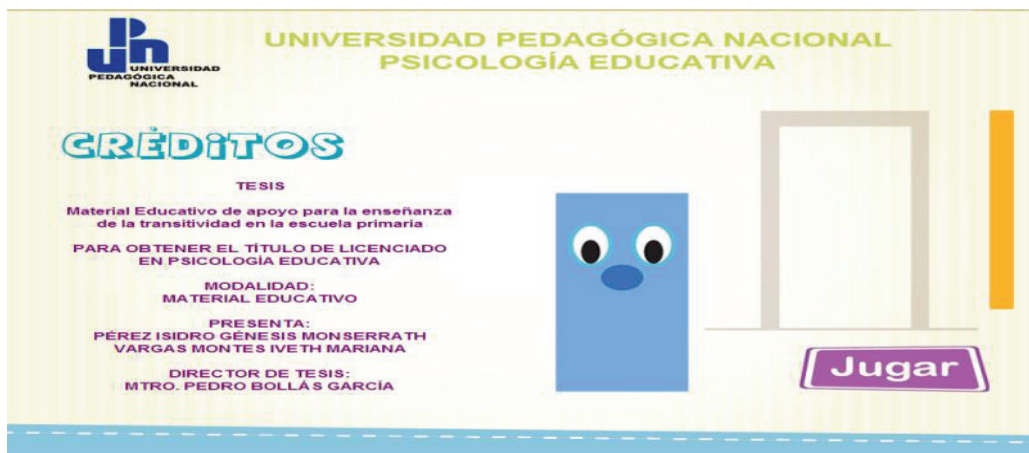
**B) Ejemplificación concreta en el uso del material.**

El desarrollo del juego es el siguiente:

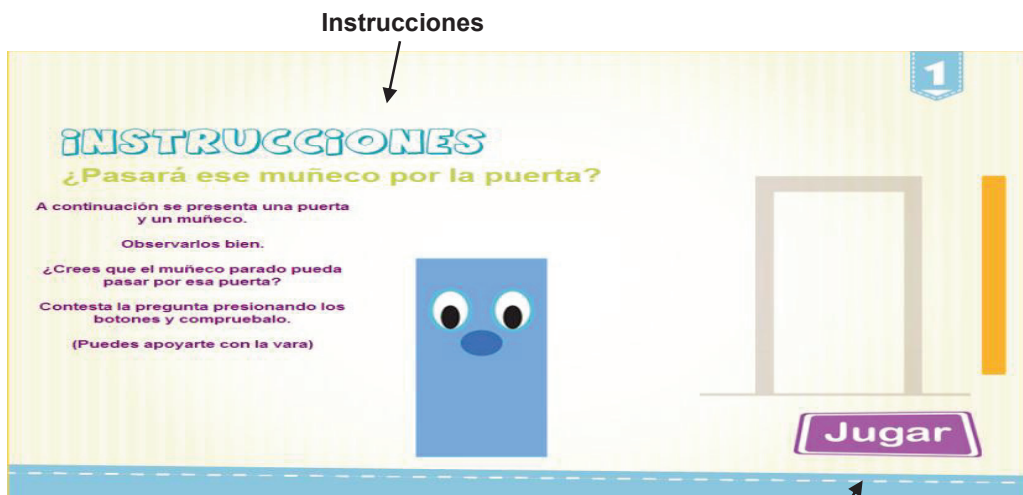
- 1.- Se introduce el CD ROM “PROBLEMAS DE TRANSITIVIDAD” en la computadora
- 2.- Inicio del CD interactivo. Se presenta el juego y se dan las opciones de ir a los CREDITOS o JUGAR.



- 3.- Botón  :

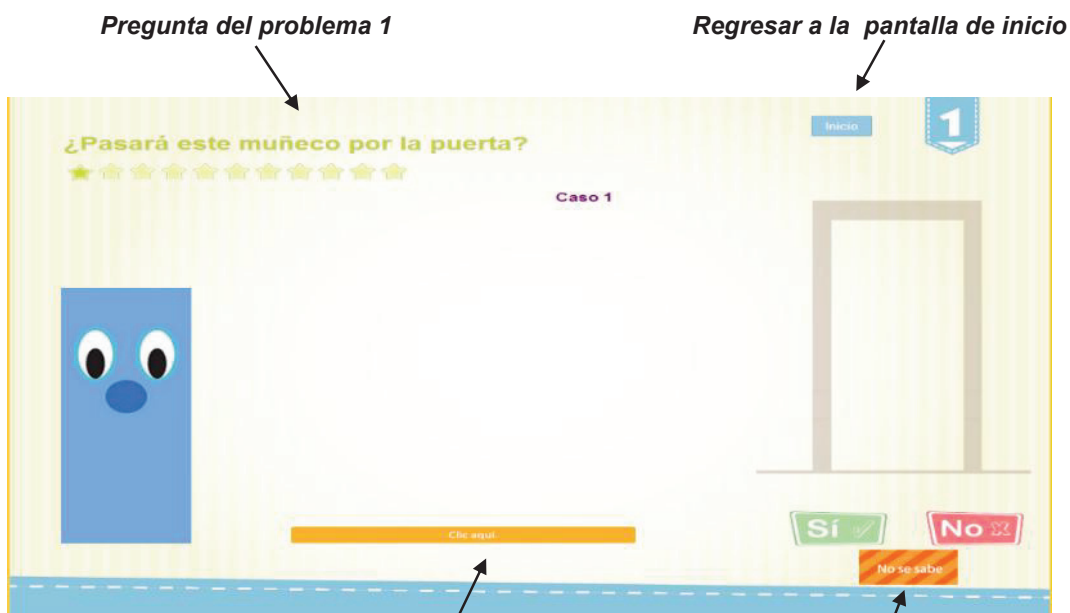


4.- Botón **Jugar** :



Ir al juego 1.

5.- Juego 1:



Posibles respuestas.

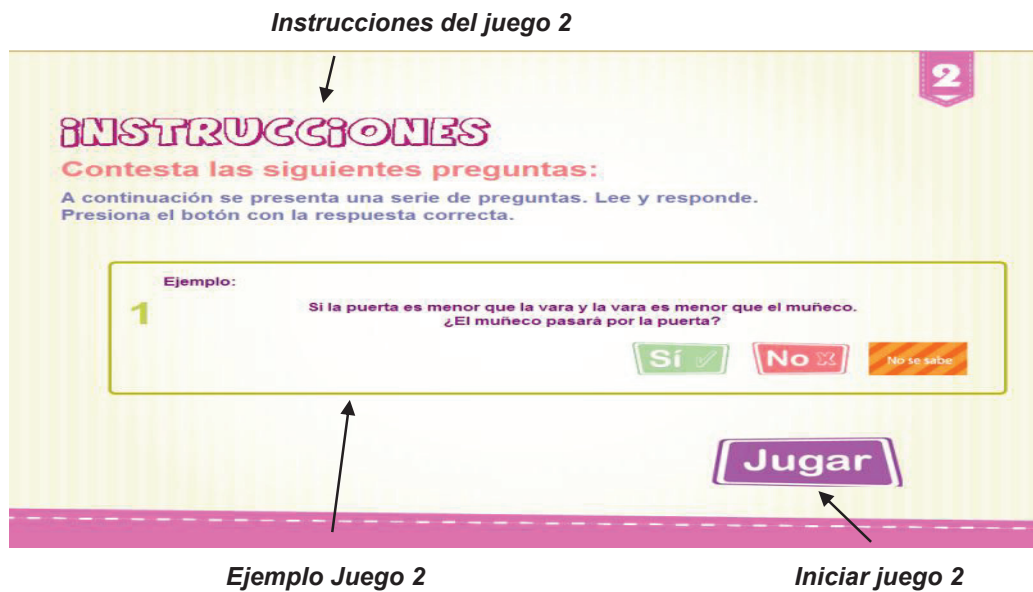
Dar clic sobre la vara para realizar posibles comparaciones y responder.

Se debe recordar que el jugador tiene que comparar con la vara (Intermediario) al muñeco y la puerta, para poder reponder si el muñeco pasa o no pasa por la puerta.

6.- Resultados o calificación.



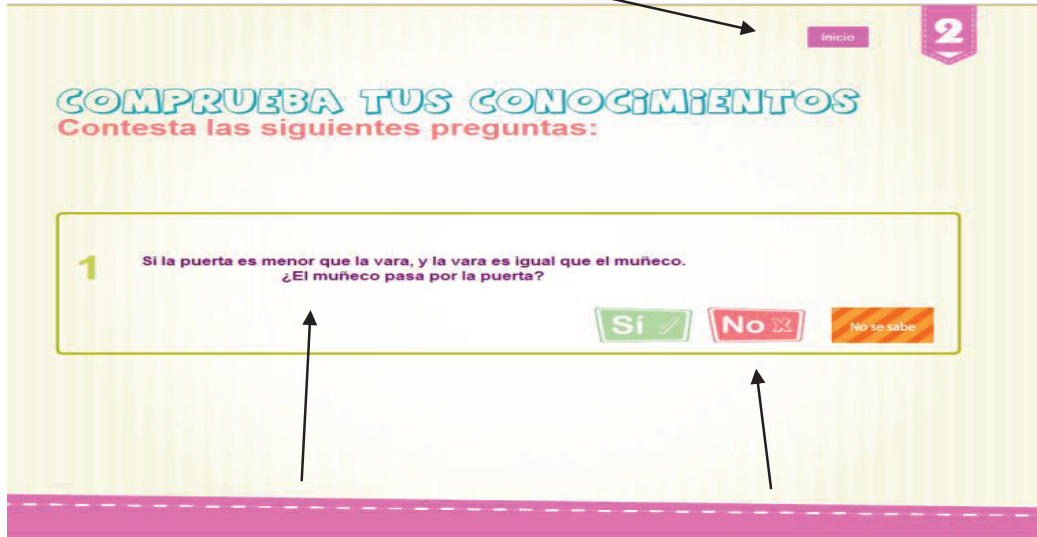
7.- Botón





8.- Problema 1 del juego 2.

Botón de regresar al inicio del juego. Indica al jugador si está en el juego 1 ó 2.



Problema 1

Posibles respuestas

9.- Resultados o calificación del juego 2.

Felicitaciones



Botón: Volver a jugar

Calificación o aciertos

Botón: ir al juego 1

### 3.3. Piloteo del material.

La prueba piloto se realizó en el escuela primaria “V́ctor Manuel Villaseñor Moore” (con clave 15DPR0471P), ubicada en calle oriente 24 # 286 col. Reforma C.P. 57840 Municipio Nezahualćyotl, Edo. De Ḿxico, la cual est́ a cargo del Director Federico Garća Arroyo.

Se trabajó con 10 sujetos de 3°, 10 sujetos de 4° y 10 sujetos de 5°. La prueba piloto se aplicó en un sal3n con dos computadoras, con dos ni3os a la vez (iniciando con los ni3os de 3°), con la finalidad de supervisar a los ni3os para detectar las dificultades que se les presentaban durante la aplicaci3n del juego, ya que el juego no cuenta con un indicador del uso del intermediario.

Se aplicó una evaluaci3n inicial, el CD juego “Problemas de transitividad” y una evaluaci3n final. La aplicaci3n de dichas evaluaciones se llev3 a cabo en tres d́as, con una duraci3n de tres horas. La evaluaci3n inicial se aplicó a 30 ni3os y tuvo una duraci3n de 20 minutos (por grado).

La aplicaci3n del CD Problemas de transitividad y la evaluaci3n final se aplicó con 2 ni3os a la vez, con una duraci3n de 20 minutos.

La prueba piloto consta de 5 pasos, los cuales son los siguientes:

**Paso 1.** Evaluaci3n Inicial, la cual consta de 11 problemas de transitividad escritos que el ni3o tendŕ que resolver, la cual fue aplicada por nosotras. Estos problemas son basados en las relaciones de orden que existen entre la puerta, la vara y el muñeco (9 relaciones de orden) a estos se agregaron 2 problemas ḿs de falsa transitividad, ya que estos implican mayor razonamiento.

Se le entrega una hoja con los 11 problemas de transitividad a cada ni3o, de los cuales 4 son de sustituci3n (problemas 1, 2, 4 y 10), 4 son de falsa transitividad (problemas 3, 5, 9 y 11), 2 de desigualdad estricta (problemas 6 y 7) y 1 de igualdad (problema 8).

Se le pide a los sujetos que lean las instrucciones y las preguntas, muy atentos y en voz alta, y que respondan utilizando las opciones “Ś, NO, o NO SE SABE”. Cada respuesta correcta tiene un valor de un 1 punto y cada respuesta err3nea tiene valor de 0 puntos. En los problemas de falsa transitividad en donde la respuesta es NO SE SABE, si el sujeto responde utilizando cualquiera de las tres opciones de respuesta, se tomará como correcta (V́ase anexo 1, p. 126).

**Cuadro 9.** Problemas planteados en la evaluación inicial por dificultad lógica.

<b>Problema</b>	<b>Relación de orden</b>	<b>Dificultad lógica</b>
<b>1.-</b> Si la puerta es menor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P < V = M$	Sustitución
<b>2.-</b> Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V = M$	Sustitución
<b>3.-</b> Si la puerta es menor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P < V > M$	Falsa transitividad
<b>4.-</b> Si la puerta es igual que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P = V > M$	Sustitución
<b>5.-</b> Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V < M$	Falsa transitividad
<b>6.-</b> Si la puerta es menor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P < V < M$	Desigualdad estricta
<b>7.-</b> Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V > M$	Desigualdad estricta
<b>8.-</b> Si la puerta es igual que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P = V = M$	Igualdad
<b>9.-</b> Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V < M$	Falsa transitividad
<b>10.-</b> Si la puerta es igual que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el		

muñeco por la puerta?	$P=V<M$	Sustitución
11.- Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P>V<M$	Falsa transitividad

**Paso 2.** Se identifican las dificultades que los sujetos presentan durante la resolución de los problemas escritos (Evaluación Inicial). Es decir, si las instrucciones del instrumento (CD problemas de transitividad) son claras, si los sujetos entienden los problemas, si hacen dibujos para hacer las comparaciones, si verifican sus respuestas y si realizan sus inferencias.

Lo anterior se hace con la finalidad de detectar el proceso que llevan a cabo los alumnos para resolver los problemas. Y si la forma en que están presentados los problemas permite al sujeto reflexionar, crear representaciones mentales y llegar a un razonamiento transitivo; así como también si la tarea representa dificultades para el sujeto, ya que el uso de estas actividades no es muy frecuente en la escuela.

**Paso 3.** Aplicación del CD juego “Problemas de transitividad” con el cual el niño tiene que interactuar. (Aplicado por el profesor (a)). Se trabaja con dos computadoras, por lo tanto, el juego se aplica a dos niños a la vez.

El profesor presenta el juego CD “Problemas de transitividad”, lee junto con los niños las instrucciones y observa cómo estos resuelven los problemas; si usan el intermediario (vara) para hacer sus comparaciones, si se toman su tiempo para pensar en la respuesta o contestan sin hacer comparaciones, así como cuáles son los problemas en los que tienen más dificultad al responder. El profesor anota en una hoja las observaciones que hace sobre la interacción de cada sujeto con el juego, así como los resultados obtenidos en el juego (véase anexo 3, p.p. 128 – 130).

**Paso 4.** Se identifica si el instructivo del juego es claro para los sujetos y para el profesor, los problemas operativos que se presentan al utilizar el juego CD “Problemas de transitividad”; es decir, si el juego arranca con facilidad, si es entendible en cuanto a instrucciones y modo de uso. Así como los problemas relativos a la interacción de los sujetos con el juego, si usa o no el intermediario (vara), si lee las preguntas, si contesta sin hacer comparaciones, si hay preguntas que le cuestan más trabajo que otras, etc. Esto con la finalidad de mejorar el juego si es necesario.

**Paso 5.** Aplicación de una evaluación final usando los mismos 11 problemas de transitividad escritos usados en la evaluación inicial pero en un orden diferente (véase anexo 2 p. 127), para verificar si los sujetos han aprendido sobre los problemas de transitividad. Al igual que en la prueba inicial, las puntuaciones son de 1 punto para las respuestas correctas y de 0 puntos para las respuestas erróneas. En los problemas de falsa transitividad en donde la respuesta es NO SE SABE, si el sujeto utiliza cualquiera de las tres opciones de respuesta, se toma como correcta. Dicha evaluación final nos permite saber si ha habido una evolución y aprendizaje de los sujetos sobre el tema de Transitividad.

**Cuadro 10.** Problemas planteados en la evaluación final con diferente orden y por dificultad lógica.

<b>Problemas</b>	<b>Relación de orden</b>	<b>Dificultad lógica</b>
1.- Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V = M$	Sustitución
2.- Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V < M$	Falsa transitividad
3.- Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V > M$	Desigualdad estricta
4.- Si la puerta es menor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P < V = M$	Sustitución
5.- Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V < M$	Falsa transitividad
6.- Si la puerta es igual que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P = V = M$	Igualdad
7.- Si la puerta es menor que la vara, y la		

vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P < V > M$	Falsa transitividad
<b>8.-</b> Si la puerta es menor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P < V < M$	Desigualdad estricta
<b>9.-</b> Si la puerta es igual que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P = V > M$	Sustitución
<b>10.-</b> Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P > V < M$	Falsa transitividad
<b>11.-</b> Si la puerta es igual que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasará el muñeco por la puerta?	$P = V < M$	Sustitución

**Paso 6.** Análisis de los resultados obtenidos mediante la aplicación de las evaluaciones. Éste nos permitirá mejorar nuestro material educativo (Juego de problemas de transitividad) y saber si este funciona o no para el aprendizaje de los contenidos de transitividad. Además de tomar en cuenta nuestra observación, también se tomarán en cuenta las opiniones del profesor y los sujetos para las mejoras del juego.

### 3.3.1 Análisis comparativo de la evaluación inicial (problemas escritos) de los tres grupos (3°, 4° y 5°).

**Tercer grado. Evaluación inicial:** Al analizar los resultados obtenidos en la evaluación inicial, encontramos que las puntuaciones de los 10 sujetos fueron las siguientes: 2 sujetos obtuvieron 5 aciertos, 3 sujetos obtuvieron 6 aciertos, 2 sujetos obtuvieron 7 aciertos y 2 sujetos obtuvieron 8 aciertos. Y los problemas en los que los sujetos obtuvieron menor puntuación fueron: El problema 1 (sustitución) con 4 aciertos, problema 2 (sustitución) con 2 aciertos, el problema 6 (desigualdad estricta) con 3 aciertos y el problema 10 (sustitución) con 1 acierto.

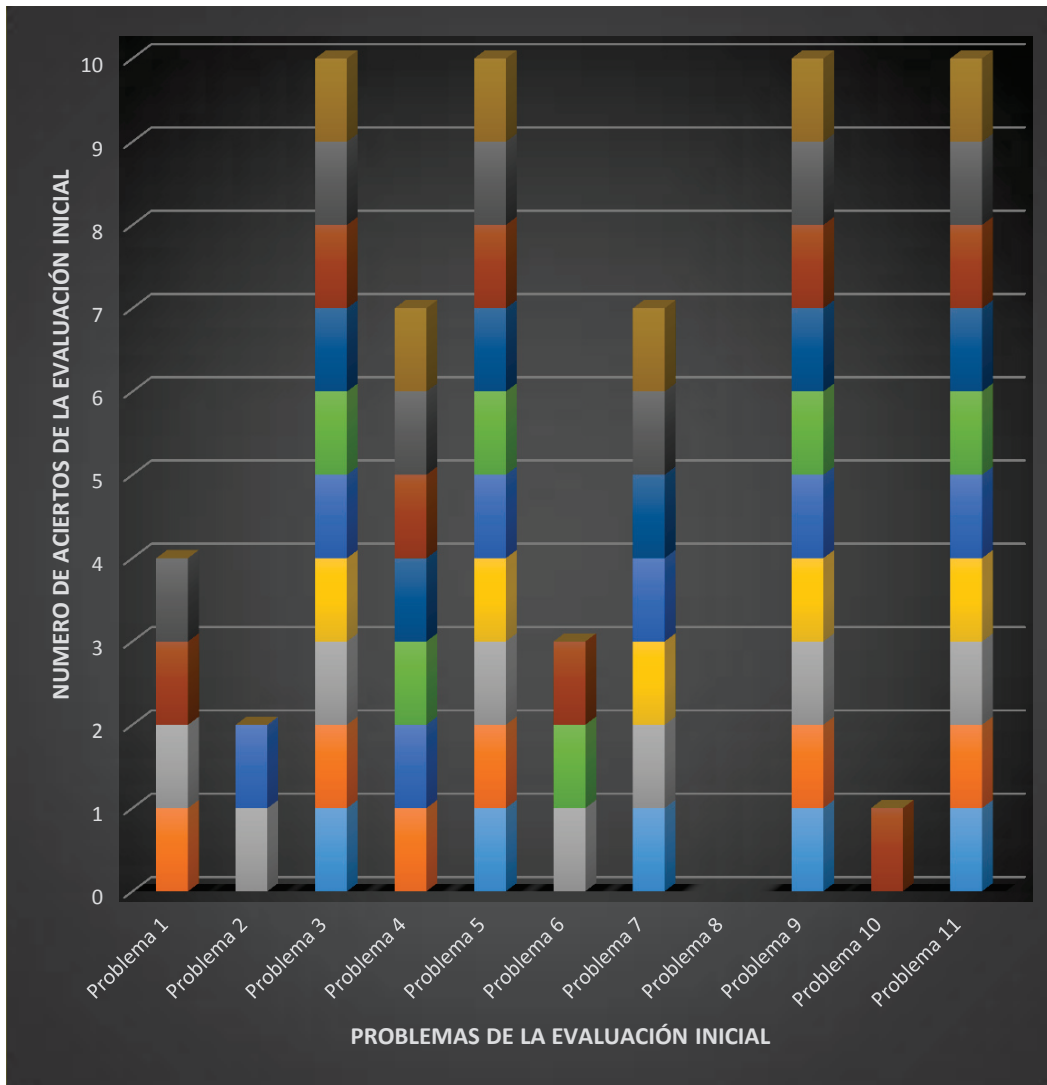
**Tabla 1. Tercer grado.**

Sujeto	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	Problema 6	Problema 7	Problema 8	Problema 9	Problema 10	Problema 11	Aciertos
1	0	0	1	0	1	0	1		1	0	1	5
2	1	0	1	1	1	0	0		1	0	1	6
3	1	1	1	0	1	1	1		1	0	1	8
4	0	0	1	0	1	0	1		1	0	1	5
5	0	1	1	1	1	0	1		1	0	1	7
6	0	0	1	1	1	1	0		1	0	1	6
7	0	0	1	1	1	0	1		1	0	1	6
8	1	0	1	1	1	1	0		1	1	1	8
9	1	0	1	1	1	0	1		1	0	1	7
10	0	0	1	1	1	0	1		1	0	1	6
	= 4	= 2	= 10	= 7	= 10	= 3	= 7		= 10	= 1	= 10	= 64

**0 = Respuesta incorrecta**

**1 = Respuesta correcta**

Gráfica 1. Evaluación inicial de alumnos de 3°.

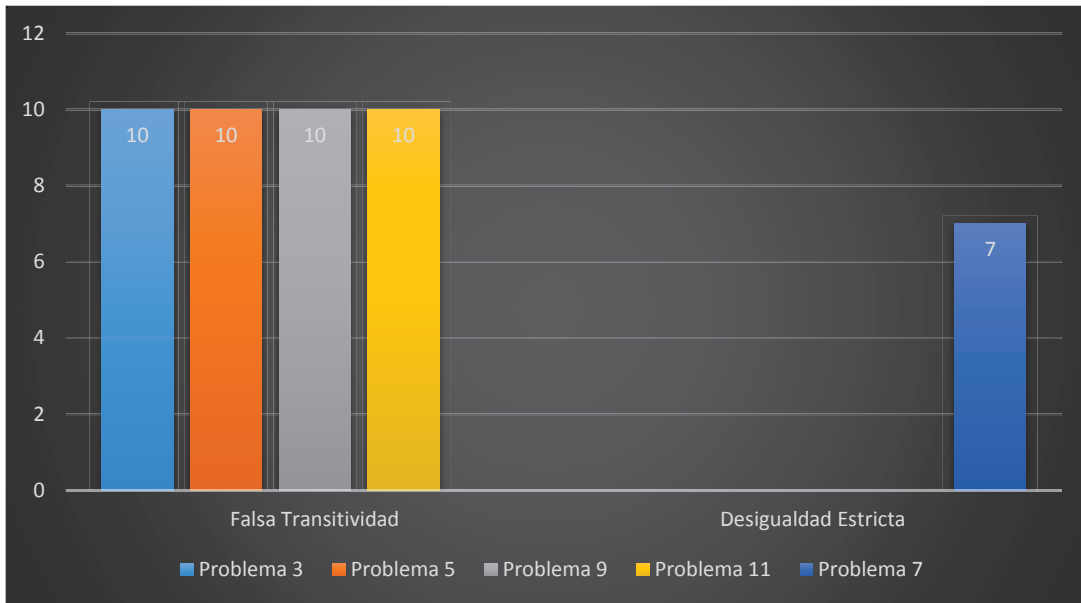


En la gráfica 1 se muestra el número de aciertos por problema en la evaluación inicial de Tercer grado:

Los problemas con la puntuación más alta fueron 3, 5, 9 y 11 (falsa transitividad) con 10 aciertos, los problemas 4 (Sustitución) y 7 (Desigualdad estricta) tuvieron una puntuación de 7 aciertos, el problema 1 (Sustitución) tuvo una puntuación de 4 aciertos, el problema 6 (Desigualdad estricta) tuvo una puntuación de 3 aciertos, el problema 2 (Sustitución) tuvo una puntuación de 2 aciertos y el problema 10 (Sustitución) tuvo una puntuación de 1 acierto.

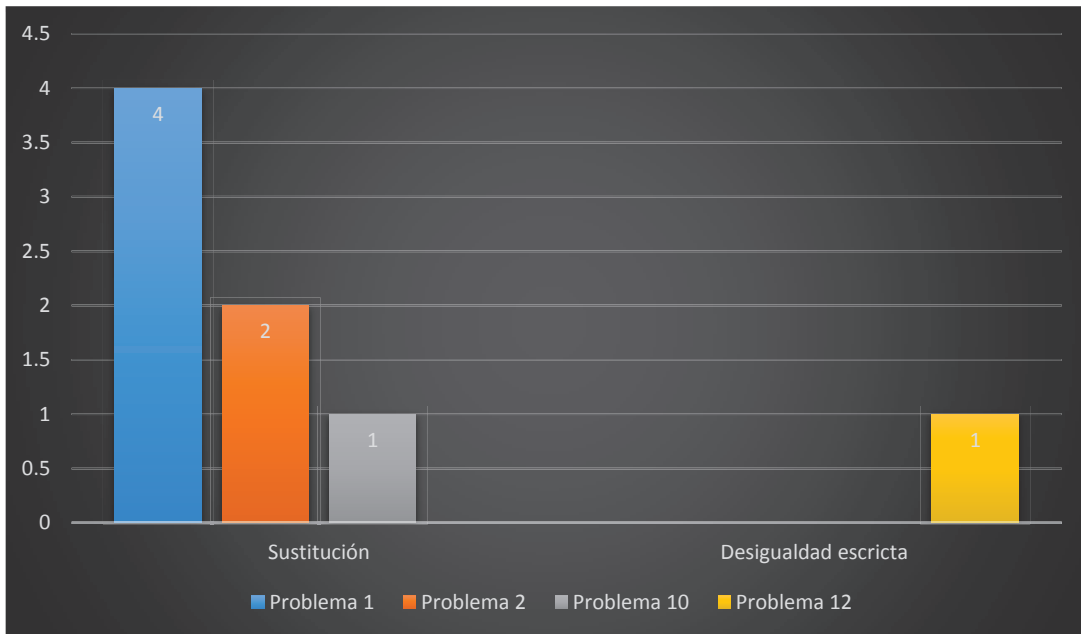


**Gráfica 2. Problemas con mayor puntuación en Tercer Grado.**



En la gráfica 2 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron mayor puntuación: Problemas de falsa transitividad (3, 5, 9 y 11) con 10 aciertos y el problema 7 de desigualdad estricta con 7 aciertos.

**Gráfica 3. Problemas con menor puntuación de Tercer Grado.**



En la gráfica 3 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron menor puntuación: Problemas de sustitución (problema 1 con 4 aciertos, problema 2 con 2 aciertos, y problema 10 con 1 acierto) y el problema 12 de desigualdad estricta con 1 acierto.

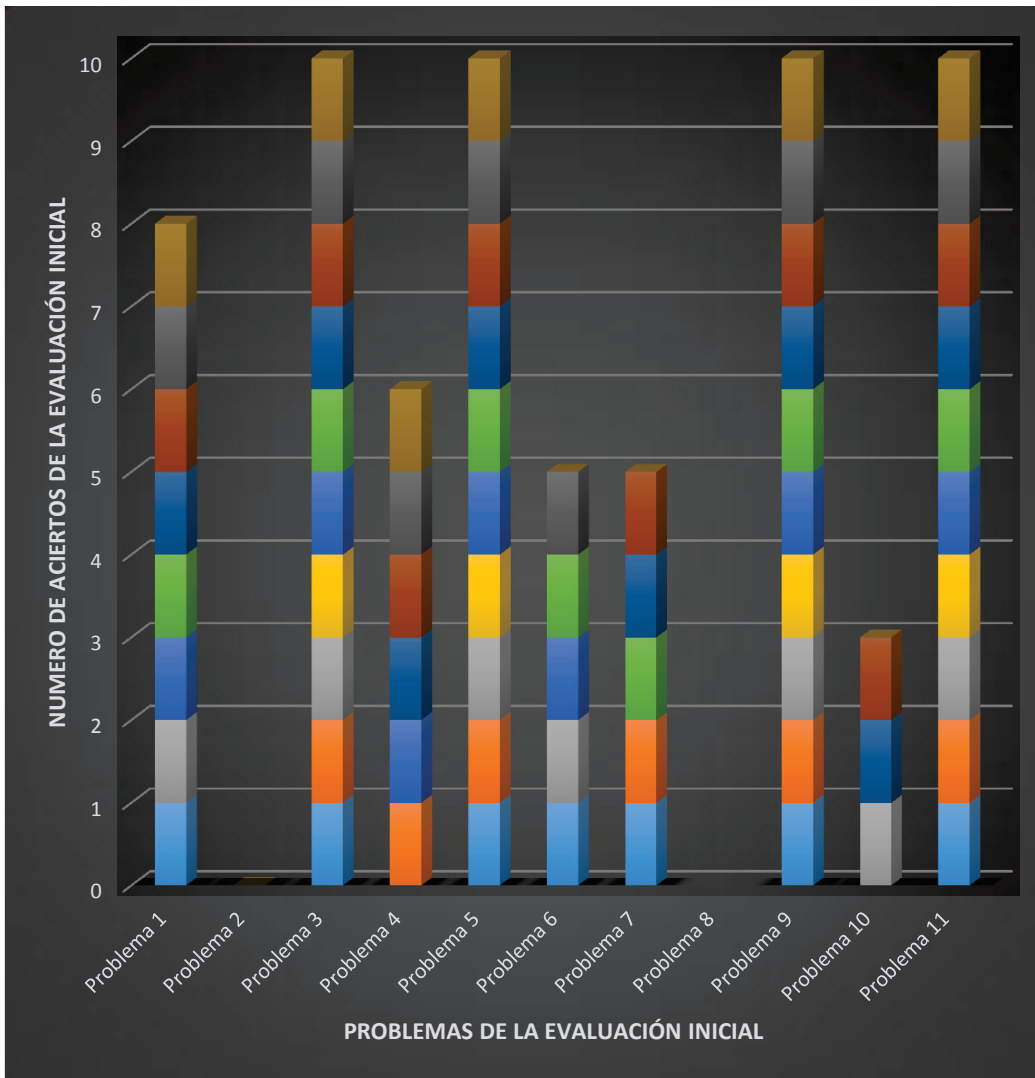
**Cuarto grado. Evaluación inicial:** Al analizar los resultados obtenidos en la evaluación inicial, encontramos que las puntuaciones de los 10 sujetos fueron las siguientes: 2 sujetos obtuvieron 8 aciertos, 5 sujetos obtuvieron 7 aciertos, 2 sujetos obtuvieron 6 aciertos y 1 sujeto obtuvo 4 aciertos. Los problemas en los que los sujetos obtuvieron menor puntuación fueron: El problema 2 (sustitución) con 0 aciertos, los problemas 6 y 7 (desigualdad) con 5 aciertos y el problema 10 (sustitución) con 3 aciertos.

**Tabla 2. Cuarto grado.**

Sujeto	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	Problema 6	Problema 7	Problema 8	Problema 9	Problema 10	Problema 11	Aciertos
1	1	0	1	0	1	1	1		1	0	1	7
2	0	0	1	1	1	0	1		1	0	1	6
3	1	0	1	0	1	1	0		1	1	1	7
4	0	0	1	0	1	0	0		1	0	1	4
5	1	0	1	1	1	1	0		1	0	1	7
6	1	0	1	0	1	1	1		1	0	1	7
7	1	0	1	1	1	0	1		1	1	1	8
8	1	0	1	1	1	0	1		1	1	1	8
9	1	0	1	1	1	1	0		1	0	1	7
10	1	0	1	1	1	0	0		1	0	1	6
	= 8	= 0	= 10	= 6	= 10	= 5	= 5		= 10	= 3	= 10	= 67

**0** = Respuesta incorrecta      **1** = Respuesta correcta

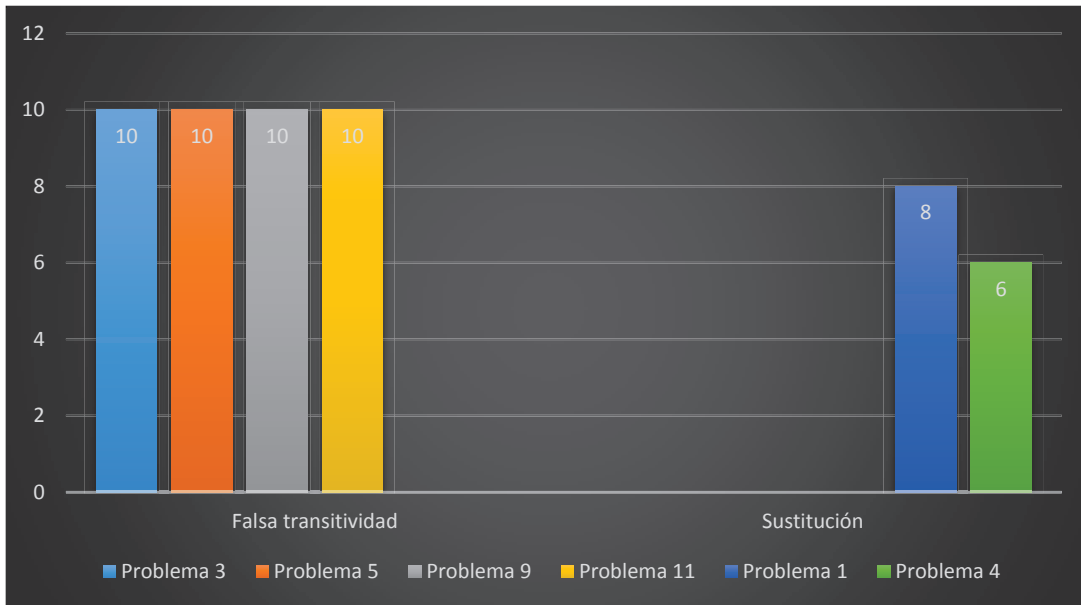
Gráfica 4. Evaluación inicial de alumnos de 4°.



En la gráfica 4 se muestra el número de aciertos por problema en la evaluación inicial de Cuarto grado:

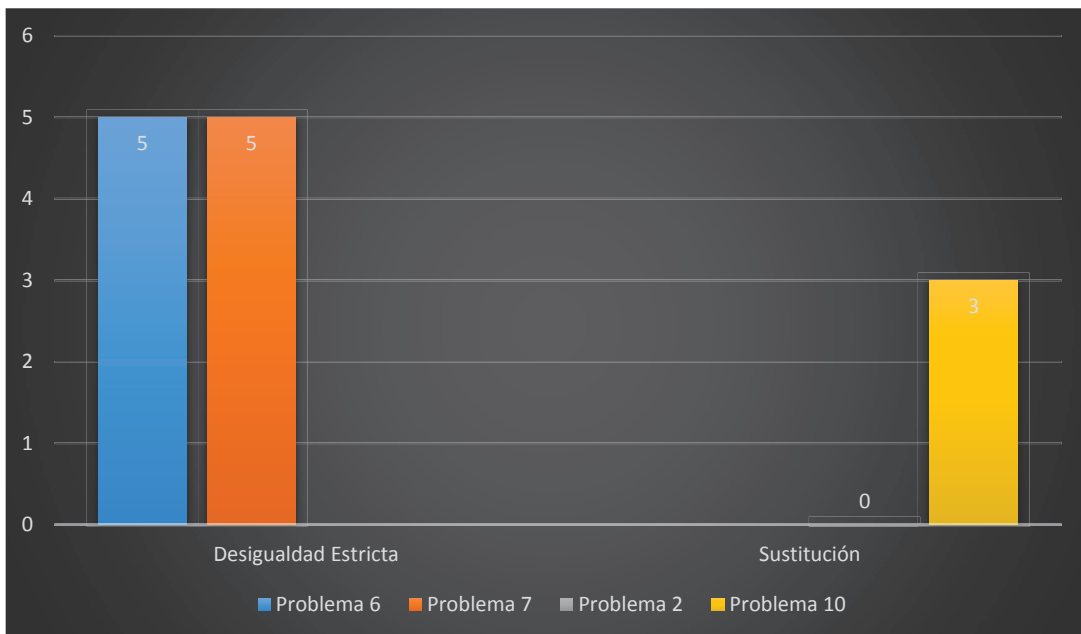
Los problemas con la puntuación más alta fueron 3, 5, 9 y 11 (falsa transitividad) con 10 aciertos, el problema 1 (Sustitución) tuvo una puntuación de 8 aciertos, el problema 4 (Sustitución) tuvo una puntuación de 6 aciertos, los problemas 6 y 7 (Desigualdad Estricta) tuvieron una puntuación de 5 aciertos, el problema 2 (Sustitución) tuvo una puntuación de 0 aciertos y el problema 10 (Sustitución) tuvo una puntuación de 3 aciertos.

**Gráfica 5. Problemas con mayor puntuación en Cuarto Grado.**



En la gráfica 5 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron mayor puntuación: Problemas de falsa transitividad (3, 5, 9 y 11) con 10 aciertos y los de sustitución (problema 1 con 8 aciertos y problema 4 con 6 aciertos).

**Gráfica 6. Problemas con menor puntuación en Cuarto Grado.**



En la gráfica 6 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron menor puntuación: Problemas de desigualdad estricta (6 y 7) con 5 aciertos y los de sustitución (problema 2 con 0 aciertos y el problema 10 con 3 aciertos).

**Quinto grado. Evaluación inicial:**

Al analizar los resultados obtenidos en la evaluación inicial, encontramos que las puntuaciones de los 10 sujetos fueron las siguientes: 1 sujeto obtuvo 8 aciertos, 6 sujetos obtuvieron 7 aciertos y 3 sujetos obtuvieron 6 aciertos. Y los problemas en los que los sujetos obtuvieron menor puntuación fueron: el problema 2 (sustitución) con 2 aciertos, el problema 4 (sustitución) con 4 aciertos, el problema 7 (desigualdad) con 5 aciertos y el problema 10 (sustitución) con 3 aciertos.

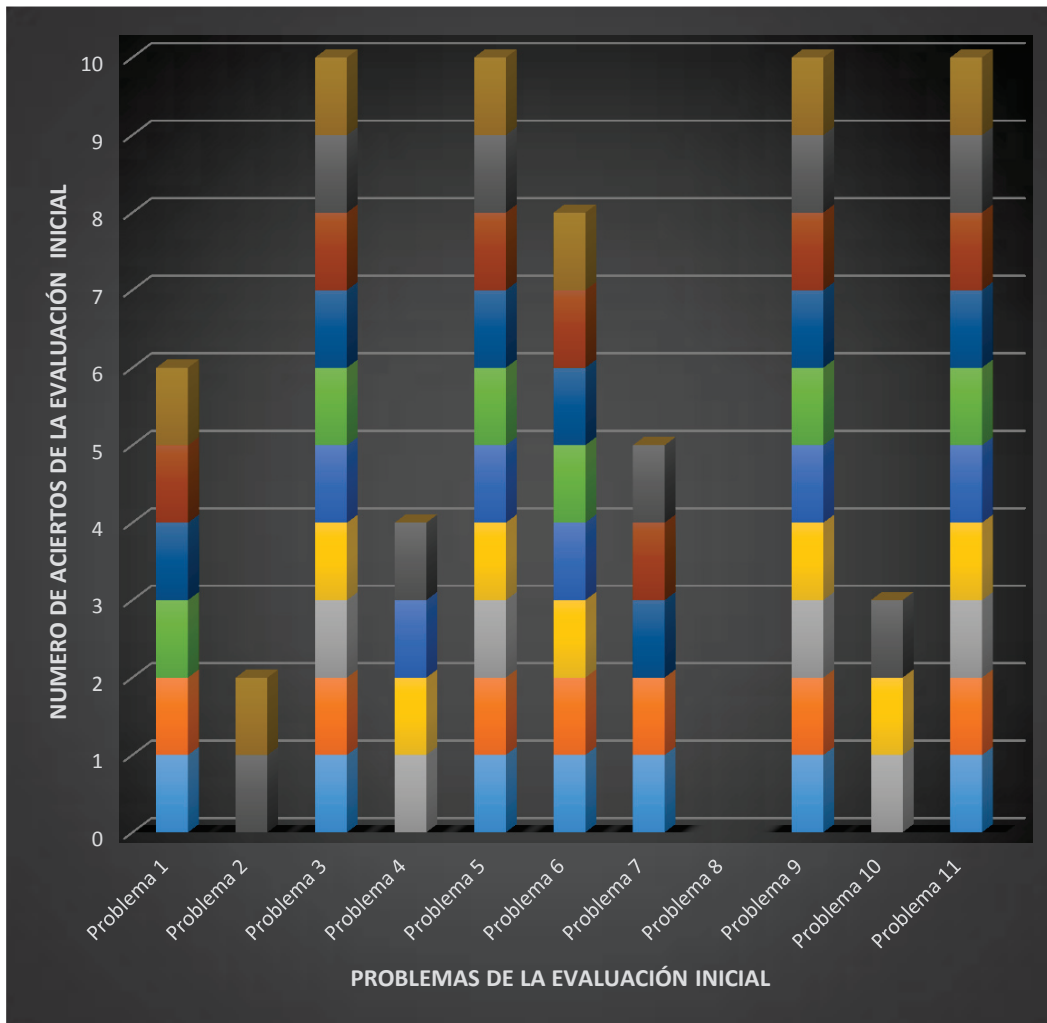
**Tabla 3. Quinto grado.**

Sujeto	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	Problema 6	Problema 7	Problema 8	Problema 9	Problema 10	Problema 11	Aciertos
1	1	0	1	0	1	1	1		1	0	1	7
2	1	0	1	0	1	1	1		1	0	1	7
3	0	0	1	1	1	0	0		1	1	1	6
4	0	0	1	1	1	1	0		1	1	1	7
5	0	0	1	1	1	1	0		1	0	1	6
6	1	0	1	0	1	1	0		1	0	1	6
7	1	0	1	0	1	1	1		1	0	1	7
8	1	0	1	0	1	1	1		1	0	1	7
9	0	1	1	1	1	0	1		1	1	1	8
10	1	1	1	0	1	1	0		1	0	1	7
	=6	=2	=10	=4	=10	=8	=5		=10	=3	=10	68

**0 = Respuesta incorrecta**

**1 = Respuesta correcta**

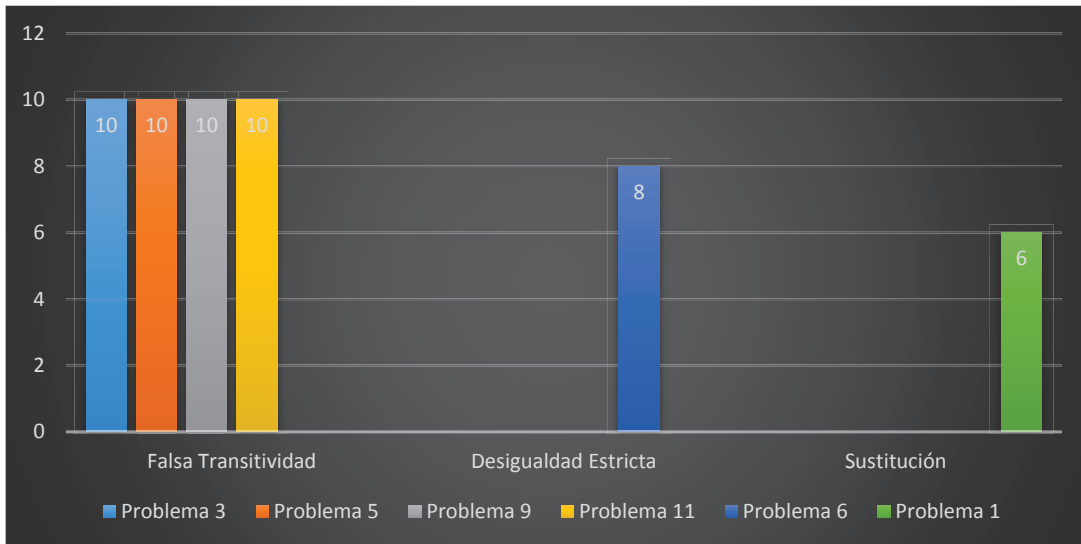
Gráfica 7. Evaluación inicial de alumnos de Quinto grado.



En la gráfica 7 se muestra el número de aciertos por problema en la evaluación inicial de Quinto grado:

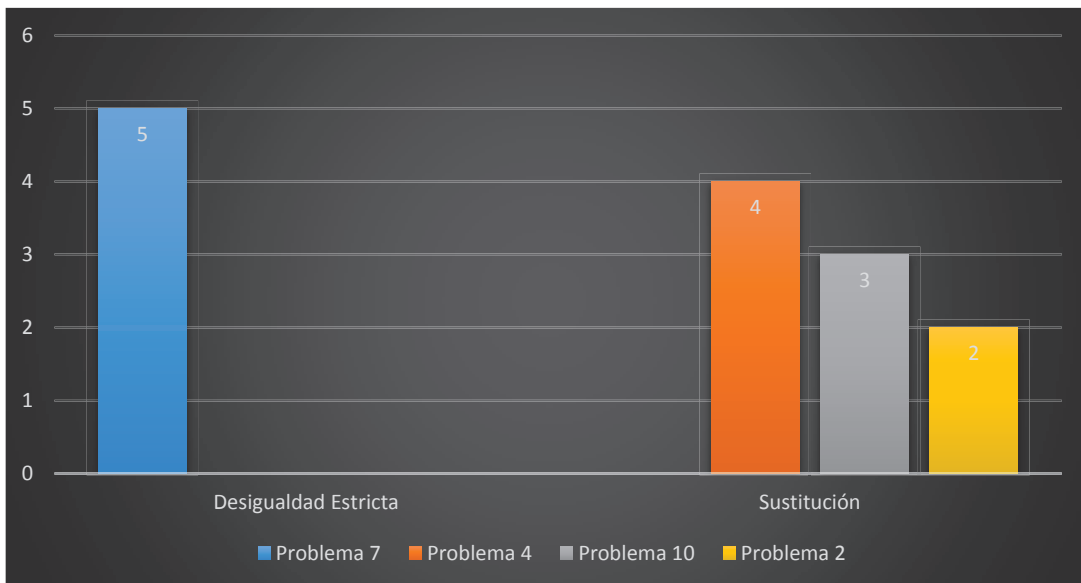
Los problemas con la puntuación más alta fueron los números 3, 5, 9 y 11 (10 aciertos), el problema 6 (Desigualdad Estricta) tuvo una puntuación de 8 aciertos, el problema 1 (Sustitución) tuvo una puntuación de 6 aciertos, el problema 7 (Desigualdad Estricta) tuvo una puntuación de 5 aciertos, el problema 4 (Sustitución) tuvo una puntuación de 4 aciertos, el problema 10 (Sustitución) tuvo una puntuación de 3 aciertos y el problema 2 (Sustitución) tuvo una puntuación de 2 aciertos.

**Gráfica 8. Problemas con mayor puntuación en Quinto Grado.**



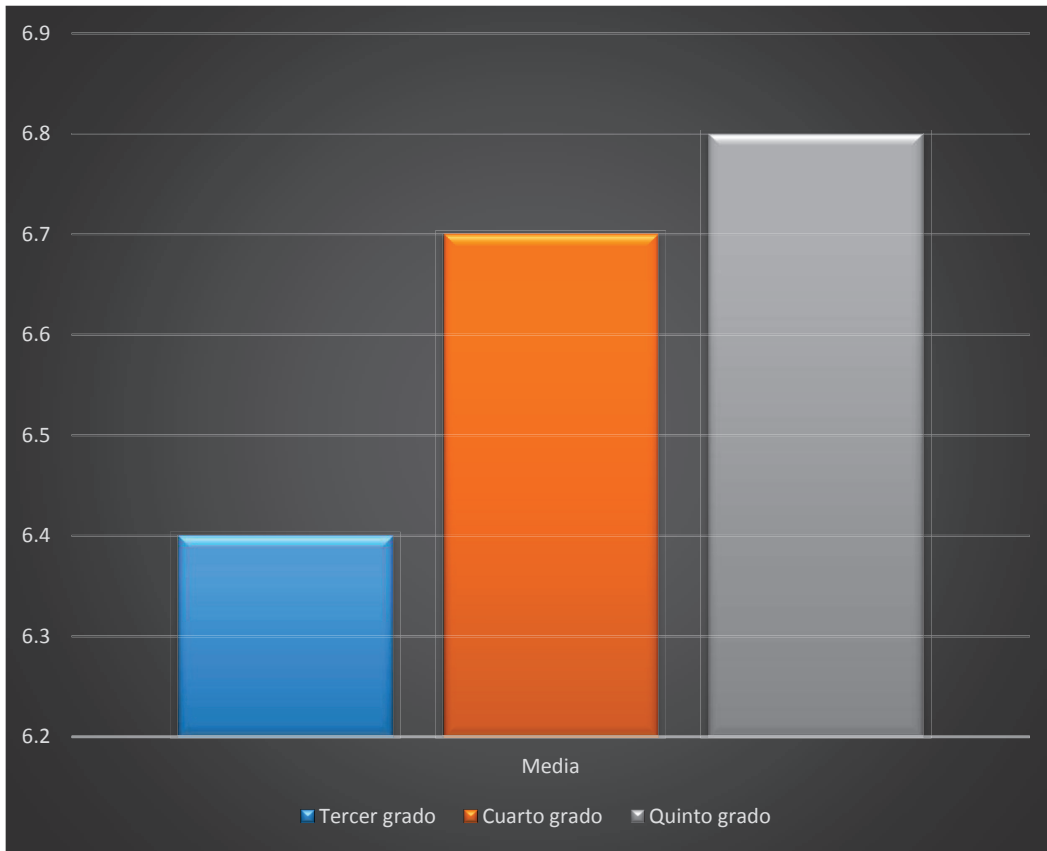
En la gráfica 8 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron mayor puntuación: Problemas de falsa transitividad (3, 5, 9 y 11) con 10 aciertos, problema 6 de desigualdad estricta con 8 aciertos y el problema 1 de sustitución con 6 aciertos.

**Gráfica 9. Problemas con menor puntuación en Quinto Grado.**



En la gráfica 9 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron menor puntuación: Problema 7 con 5 aciertos, y los de sustitución (problema 4 con 4 aciertos, problema 10 con 3 aciertos y problema 2 con 2 aciertos).

**Gráfica 10. Comparación de los grados 3°, 4° y 5° de la evaluación inicial.**



La gráfica 10, compara las puntuaciones entre los tres grados (3°, 4° y 5°) en la evaluación inicial: El Tercer grado tuvo un porcentaje de 6.4%, Cuarto grado tuvo 6.7% y Quinto grado tuvo 6.8%. Siendo Quinto el grado con más aciertos.

### **3.3.2 Análisis de la evaluación inicial de los tres grupos (3°, 4° y 5°).**

Como se puede apreciar los 30 sujetos de los tres grupos (3°, 4° y 5°) obtuvieron puntuaciones bajas en la prueba inicial, la menor puntuación fue de 0 aciertos (en 1 sujeto de 4°) y la mayor puntuación obtenida fue de 8 aciertos (en 2 sujetos de 3°, 2 sujetos de 4° y 1 sujeto de 5°). Y que los problemas en los que los sujetos tuvieron más dificultades fueron los de sustitución (problemas 1, 2, 4 y 10) y de desigualdad estricta (problema 6).

Al observar cómo los sujetos resolvían la evaluación, pudimos detectar lo siguiente en los tres grados:

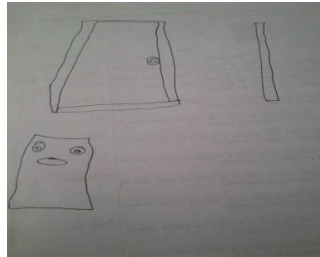


### Tercer grado:

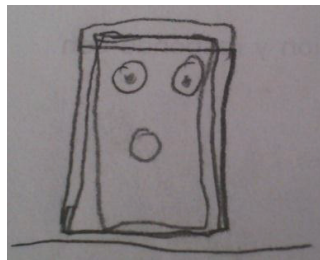
En la aplicación de la evaluación inicial pudimos observar que solo 4 de 10 sujetos utilizaron dibujos (representaciones gráficas) de la puerta, la vara y el muñeco para resolver los enunciados, lo cual nos hace suponer que no podían representar mentalmente los tamaños de la puerta, la vara y el muñeco de cada enunciado.

A continuación se presentan los dibujos que los niños hicieron en la evaluación inicial.

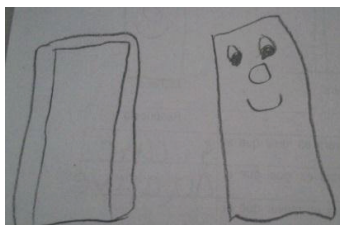
Ariadna Rubí hace solo una representación gráfica de la puerta, la vara y el muñeco, como apoyo para la resolución de todos los enunciados.



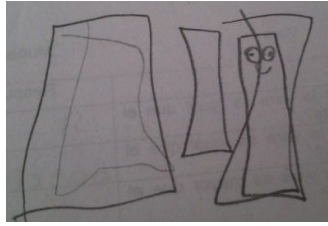
Erika Jaqueline realiza una representación de la puerta y el muñeco (superponiéndolos), en este caso no se observa comparación utilizando un intermediario.



Hanameel Zurisadai hace una representación gráfica de la puerta y el muñeco, pero no se observa comparación usando el intermediario.



Tonatiuh Quetzalcóatl hace una representación gráfica de la puerta, la vara y el muñeco (superponiendo las figuras), en este caso la comparación se hace utilizando el intermediario.



Como se puede apreciar en las imágenes anteriores, los sujetos hacen una representación gráfica de la puerta, la vara y el muñeco, para comprender y resolver los 11 enunciados.

Los niños utilizan diferentes métodos para representar las distintas relaciones de orden, los dibujos (representaciones gráficas) son un apoyo que les permite hacer sus inferencias.

La mayoría de los sujetos de este grado leyeron los enunciados, pero responden usando solo estimación visual, esto puede deberse a dos razones:

Que no entendieron que hacer para contestar los enunciados, es decir que tiene dificultades ante la tarea. Ejemplo, *“en la pregunta anterior contesté si, ahora pondré no”*.

Que no logran hacer las representaciones mentales de los tamaños de las figuras (puerta, vara y muñeco), lo que les dificulta hacer las comparaciones.

Un alumno leía muchas veces para resolver los problemas, él nos dijo que era para entender y resolver bien. Esto nos hace plantear la posibilidad de que no están familiarizados con el contenido.

Dos alumnos no leyeron bien las opciones de respuestas, por lo que no entendieron cuál era la respuesta que debían utilizar. En lugar de poner “Si, no ò No se sabe” ellos ponían: “No cabe, si cabe, no sé”.

#### **Cuarto grado:**

En la aplicación de la evaluación inicial pudimos observar que ninguno de los sujetos utilizó dibujos (representaciones gráficas) para hacer sus comparaciones.

La mayoría de los niños de este grado leen y contestan sin hacer relaciones de orden entre las longitudes, les cuesta trabajo representar mental y gráficamente los tamaños de las figuras, lo cual puede deberse a que en la escuela la mayoría de los contenidos y los ejercicios están centrados en la medición (usando el sistema métrico decimal y la regla graduada, cuantificando e iterando), por lo tanto no están familiarizados con este tipo de problemas en los que tienen que hacer comparaciones indirectas con el uso de un intermediario.

### **Quinto grado:**

En la aplicación de la evaluación inicial pudimos observar que la mayoría de los alumnos leen pero no establecen relaciones de orden entre las longitudes, lo cual nos hace suponer que no están familiarizados con el contenido (comparaciones indirectas mediante uso de un intermediario) ni con el tipo de enunciado, ya que la mayoría de los contenidos y los ejercicios que se plantean en este grado, están centrados en la medición (usando el sistema métrico decimal y la regla graduada, cuantificando e iterando),

Solo 1 de 10 sujetos en este grado hizo sus propias formulaciones para resolver los problemas. Esto se detectó por que el sujeto hizo dichas formulaciones verbalmente estableciendo las relaciones de orden de las longitudes e infiriendo.

La mayoría de los sujetos obtuvieron bajas puntuaciones en la evaluación inicial, ya que no están familiarizados con el tema de transitividad, ni con la comparación de longitudes, y tampoco logran crear representaciones mentales de las figuras, por lo tanto no pueden establecer las relaciones de orden entre los dos objetos, ya que los sujetos necesitan ver gráficamente los objetos para poder contestar las preguntas. Lo anterior provoca que después de responder la pregunta 5, los sujetos se desconecten de la actividad, es decir pierden la atención.

### **3.3.3 Dificultades del CD Interactivo Problemas de Transitividad.**

1.- A pesar de que al finalizar el juego se muestran los aciertos del jugador, estos no se pueden guardar, por lo cual la aplicación debe ser supervisada, para anotar los resultados de los jugadores.

2.- El CD no detecta si el usuario utiliza o no el intermediario (vara), por lo tanto el profesor debe supervisar a los sujetos mientras juegan.

3.- Para que el CD opere correctamente, los sujetos tiene que saber usar una computadora.

4.- Los problemas escritos del Juego 2 son demasiados, pues después del enunciado 6, notábamos que los sujetos perdían el interés y se desconectaban de la actividad.

5.- La aplicación grupal del CD "Problemas de Transitividad" impide que el profesor detecte si el sujeto está aprendiendo o no, si realmente comprende los problemas y preguntas escritas o solo contesta por contestar, ya que no puede observar a cada sujeto mientras resuelve todos los problemas del juego.

#### **3.3.4. Dificultades de los sujetos ante el CD.**

La mayoría de los niños a los que se les aplicó el juego, tiene dificultades con el uso de la computadora, lo cual es indispensable para tener una buena interacción con el CD y poder realizar adecuadamente las comparaciones con el intermediario. Esto puede deberse a las pocas horas que esa institución dedica a la clase de computación y al escaso uso de materiales educativos (interactivos) que los maestros usan como apoyo a la educación.

### 3.3.5 Análisis comparativo de la evaluación final de los tres grupos (3º, 4º y 5º).

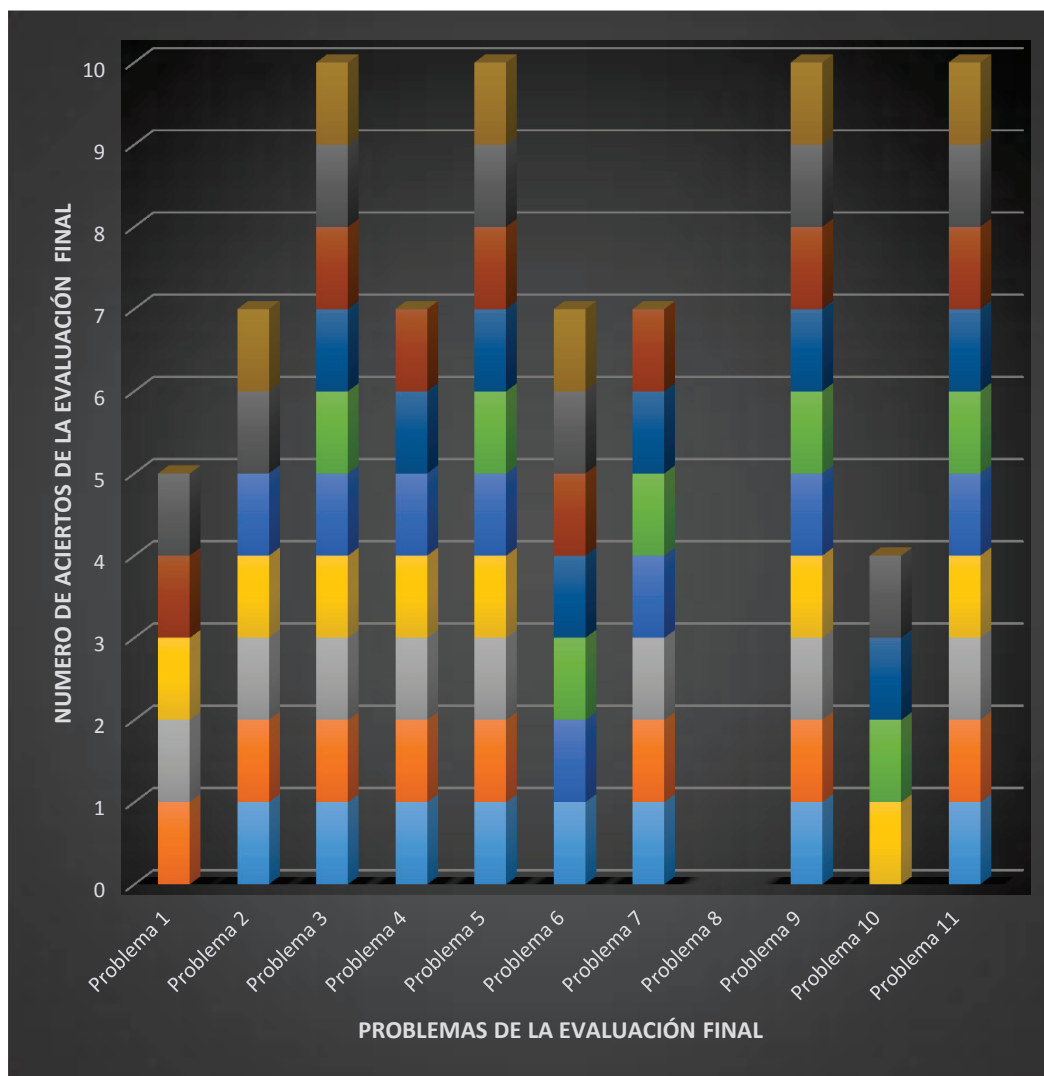
**Tercer grado. Evaluación final:** Para términos de comparación de la evaluación final, en las siguientes tablas los enunciados estarán en el mismo orden que la evaluación inicial. Al analizar los resultados obtenidos en la evaluación final, encontramos que las puntuaciones de los 10 sujetos fueron las siguientes: 8 sujetos obtuvieron 8 aciertos, 1 sujeto obtuvo 7 aciertos y 1 sujeto obtuvo 6 aciertos. Y los problemas en los que los sujetos obtuvieron menor puntuación fueron: El problema 1 (sustitución) con 5 aciertos y el problema 10 (sustitución) con 4 aciertos.

**Tabla 4. Tercer grado**

Sujeto	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	Problema 6	Problema 7	Problema 8	Problema 9	Problema 10	Problema 11	Aciertos
1	0	1	1	1	1	1	1		1	0	1	8
2	1	1	1	1	1	0	1		1	0	1	8
3	1	1	1	1	1	0	1		1	0	1	8
4	1	1	1	1	1	0	0		1	1	1	8
5	0	1	1	1	1	1	1		1	0	1	8
6	0	0	1	0	1	1	1		1	1	1	7
7	0	0	1	1	1	1	1		1	1	1	8
8	1	0	1	1	1	1	1		1	0	1	8
9	1	1	1	0	1	1	0		1	1	1	8
10	0	1	1	0	1	1	0		1	0	1	6
	= 5	= 7	10	= 7	10	= 7	= 7		10	= 4	10	= 77

**0** = Respuesta incorrecta      **1** = Respuesta correcta

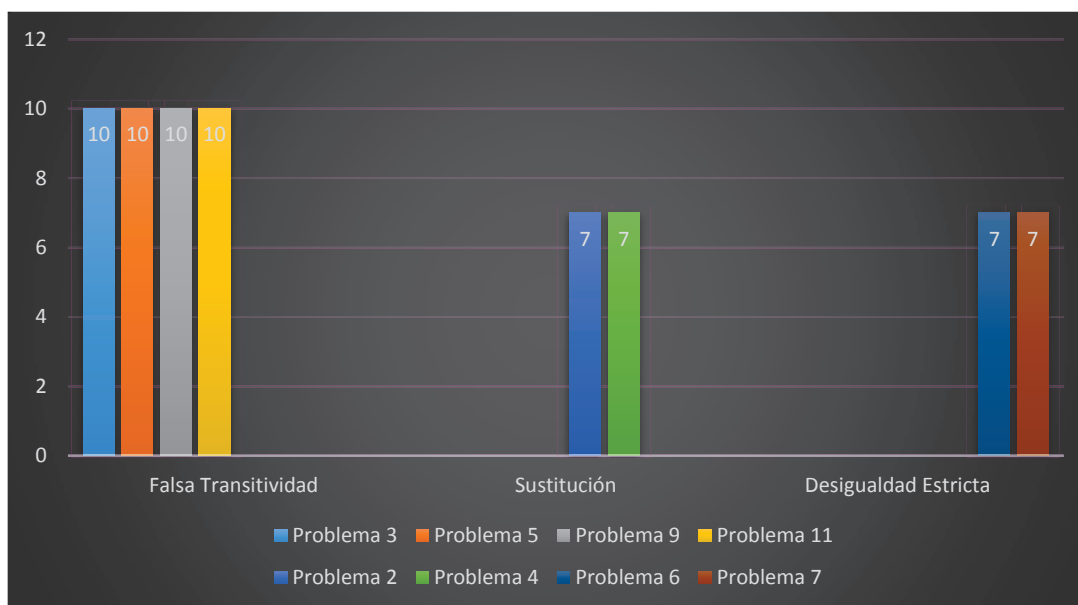
Gráfica 11. Evaluación final de alumnos de Tercer grado.



En la gráfica 11 se muestra el número de aciertos por problema en la evaluación final de Tercer grado:

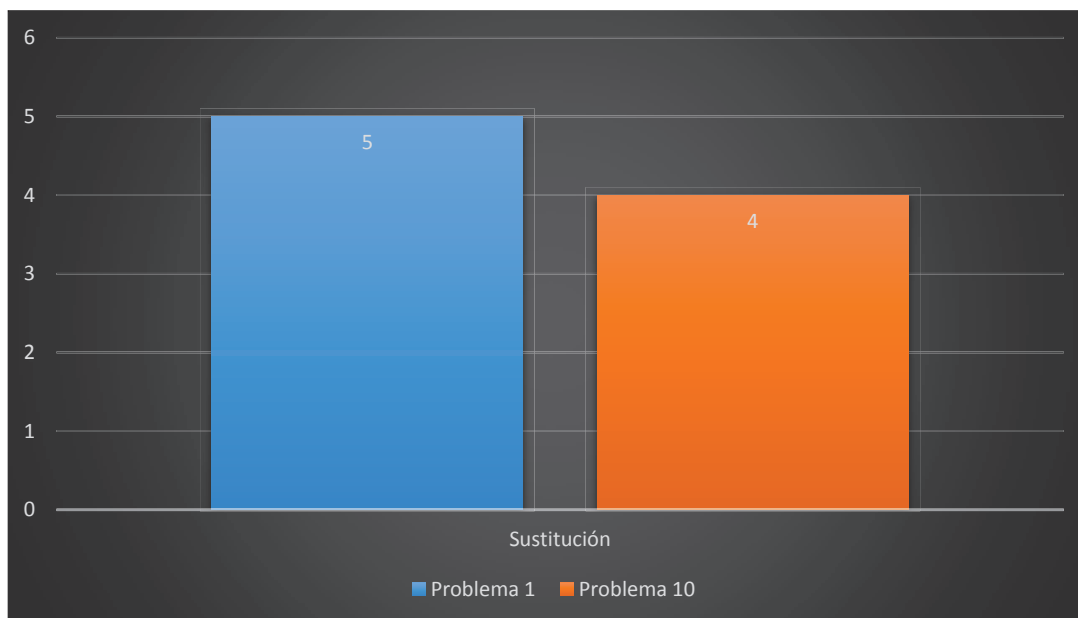
Los problemas con la puntuación más alta fueron los números 3, 5, 9 y 11 (Falsa transitividad) con 10 aciertos, los problemas 2, 4 (Sustitución) 6 y 7 (Desigualdad estricta) tuvieron una puntuación de 7 aciertos, el problema 1 (Sustitución) tuvo una puntuación de 5 aciertos y el problema 10 (Sustitución) tuvo una puntuación de 4 aciertos.

**Gráfica 12. Problemas con mayor puntuación en Tercer Grado.**



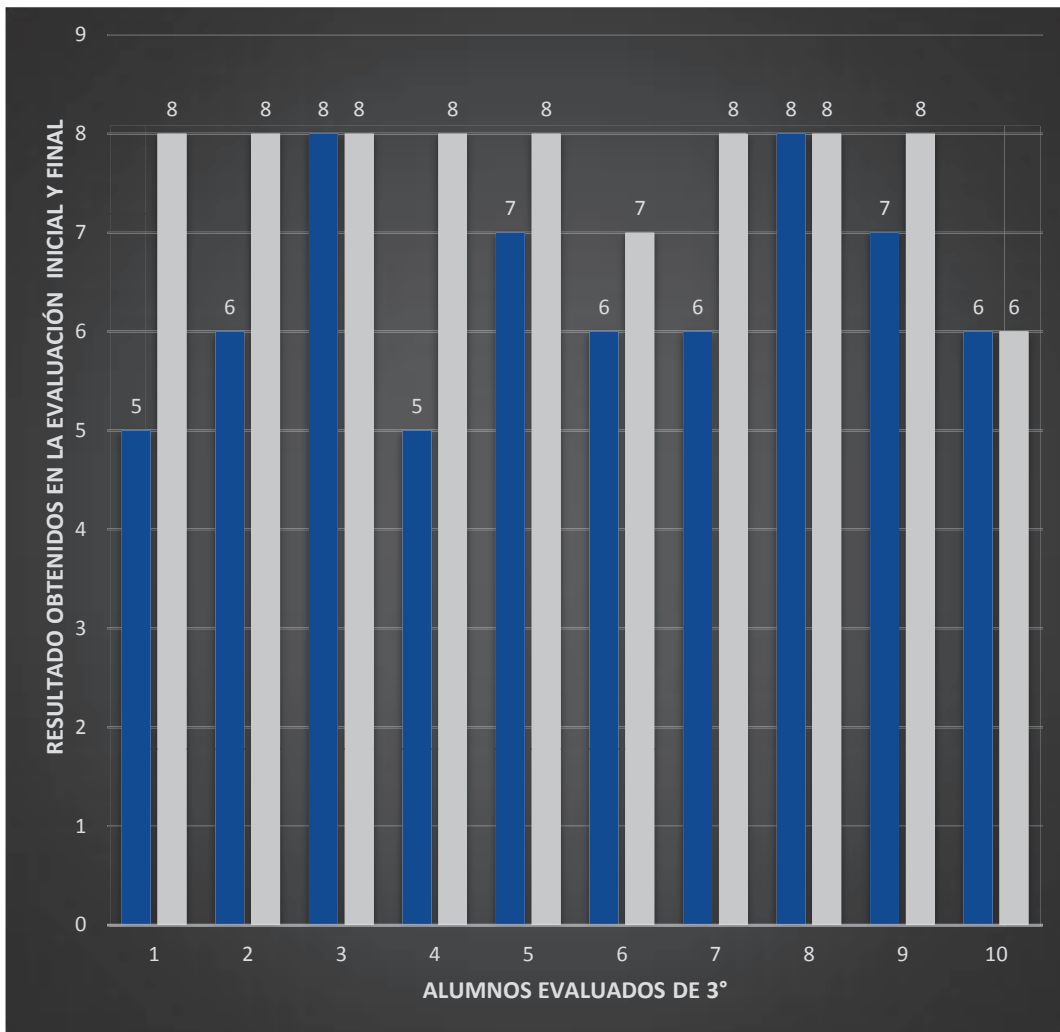
En la gráfica 12 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron mayor puntuación: Problemas de falsa transitividad (3, 5, 9 y 11) con 10 aciertos, problemas de sustitución (2 y 4) con 7 aciertos y los problemas de desigualdad estricta (6 y 7) con 7 aciertos.

**Gráfica 13. Problemas con mayor puntuación en Tercer Grado.**



En la gráfica 13 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron menor puntuación: Problemas de sustitución (1 con 5 aciertos y 10 con 4 aciertos).

**Gráfica 14. Comparación de la evaluación inicial y final de alumnos de 3°.**



**Evaluación Inicial** ■

**Evaluación final** ■

En la gráfica 14 se muestra la comparación entre las puntuaciones de la evaluación inicial y final de Tercer grado:

Como se puede observar las puntuaciones fueron más altas en la evaluación final con respecto a la evaluación inicial.



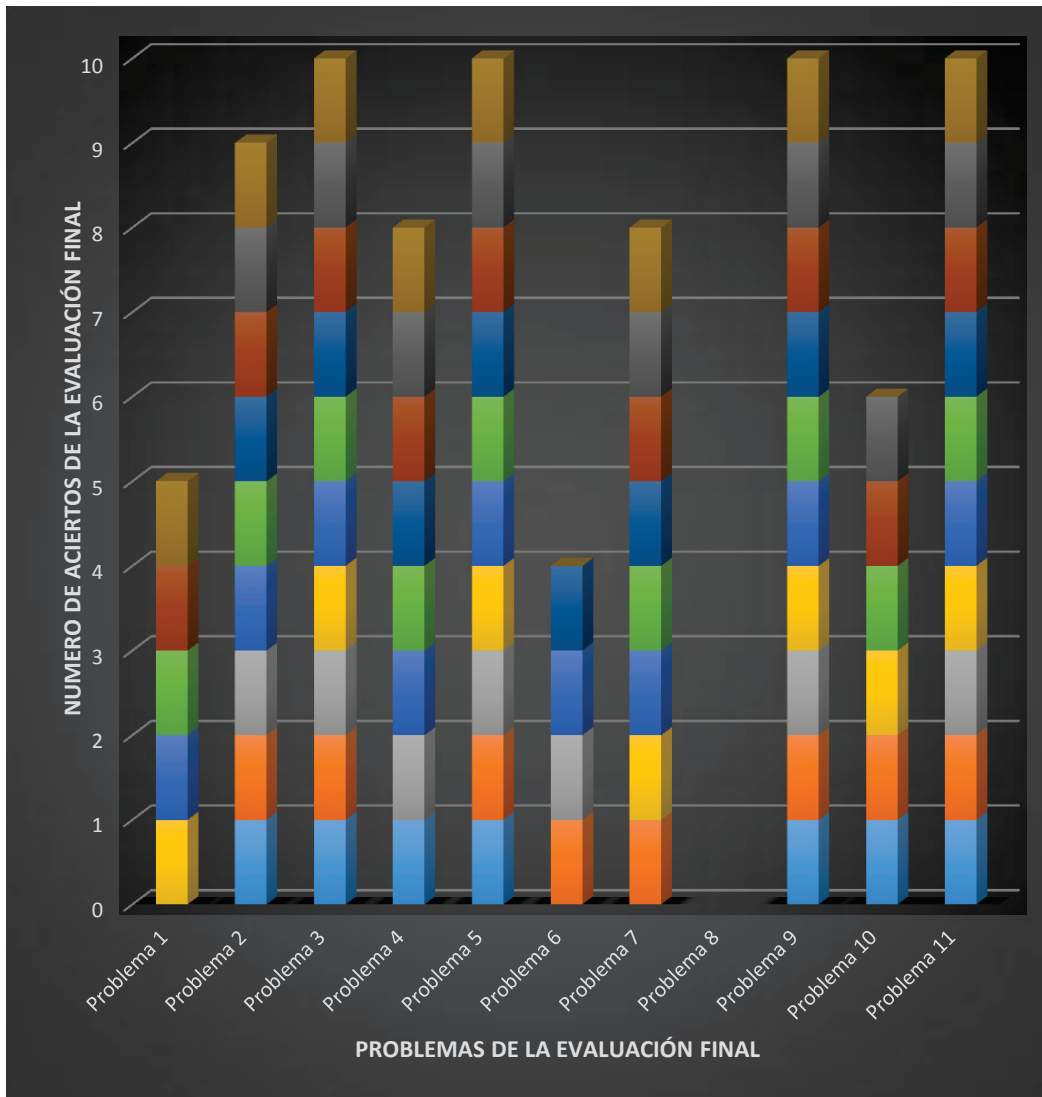
**Cuarto grado. Evaluación final:** Para términos de comparación de la evaluación final, en las siguientes tablas los enunciados estarán en el mismo orden que la evaluación inicial. Al analizar los resultados obtenidos en la evaluación final, encontramos que las puntuaciones de los 10 sujetos fueron las siguientes: 3 sujetos obtuvieron 9 aciertos, 4 sujetos obtuvieron 8 aciertos y 3 sujetos obtuvieron 7 aciertos. Y los problemas en los cuales los sujetos obtuvieron menor puntuación fueron: El problema 1 (sustitución) con 5 aciertos y el problema 6 (desigualdad estricta) con 4 aciertos.

**Tabla 5. Cuarto grado**

Sujeto	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	Problema 6	Problema 7	Problema 8	Problema 9	Problema 10	Problema 11	Aciertos
1	0	1	1	1	1	0	0		1	1	1	7
2	0	1	1	0	1	1	1		1	1	1	8
3	0	1	1	1	1	1	0		1	0	1	7
4	1	0	1	0	1	0	1		1	1	1	7
5	1	1	1	1	1	1	1		1	0	1	9
6	1	1	1	1	1	0	1		1	1	1	9
7	0	1	1	1	1	1	1		1	0	1	8
8	1	1	1	1	1	0	1		1	1	1	9
9	0	1	1	1	1	0	1		1	1	1	8
10	1	1	1	1	1	0	1		1	0	1	8
	= 5	= 9	= 10	= 8	= 10	= 4	= 8		= 10	= 6	= 10	= 80

**0 = Respuesta incorrecta      1 = Respuesta correcta**

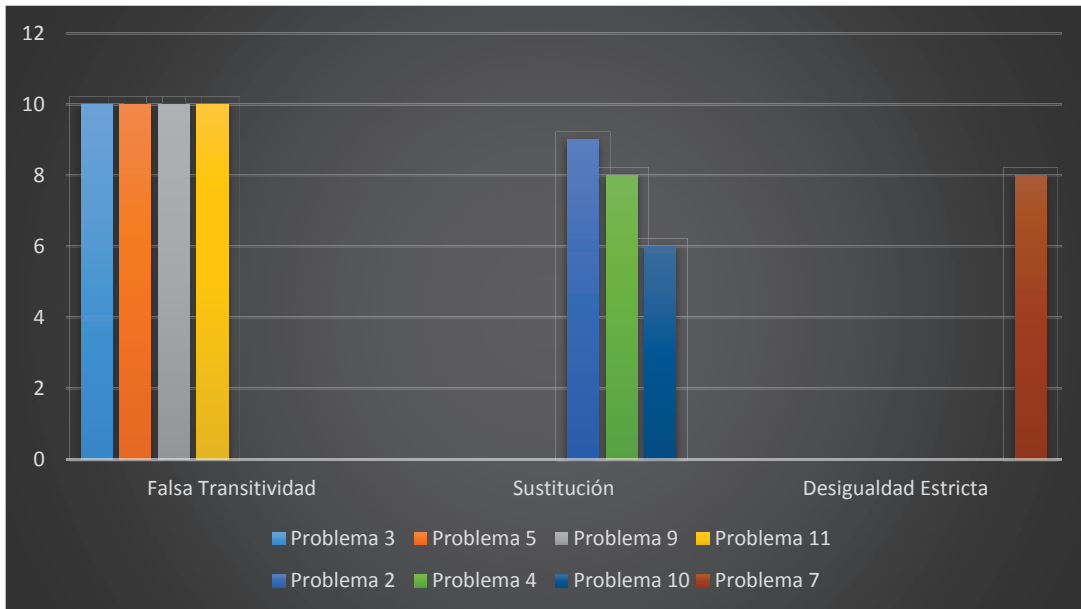
Gráfica 15. Evaluación final de alumnos de 4°.



En la gráfica 15 se muestra el número de aciertos por problema en la evaluación final de Cuarto grado:

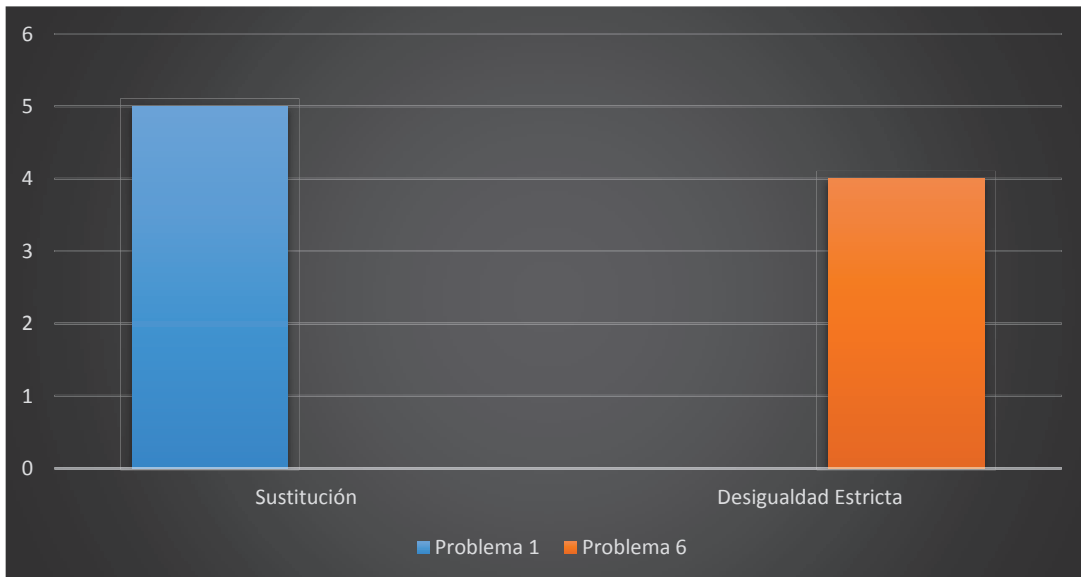
Los problemas con la puntuación más alta fueron los números 3, 5, 9 y 11 (Falsa transitividad) con 10 aciertos, el problema 2 (Sustitución) tuvo una puntuación de 9 aciertos, los problemas 4 (Sustitución) y 7 (Desigualdad Estricta) tuvieron una puntuación de 8 aciertos, el problema 10 (Sustitución) tuvo una puntuación de 6 aciertos, el problema 1 (Sustitución) tuvo 5 aciertos y el problema 6 (Desigualdad estricta) con 4 aciertos.

**Gráfica 16. Problemas con mayor puntuación en Cuarto Grado.**



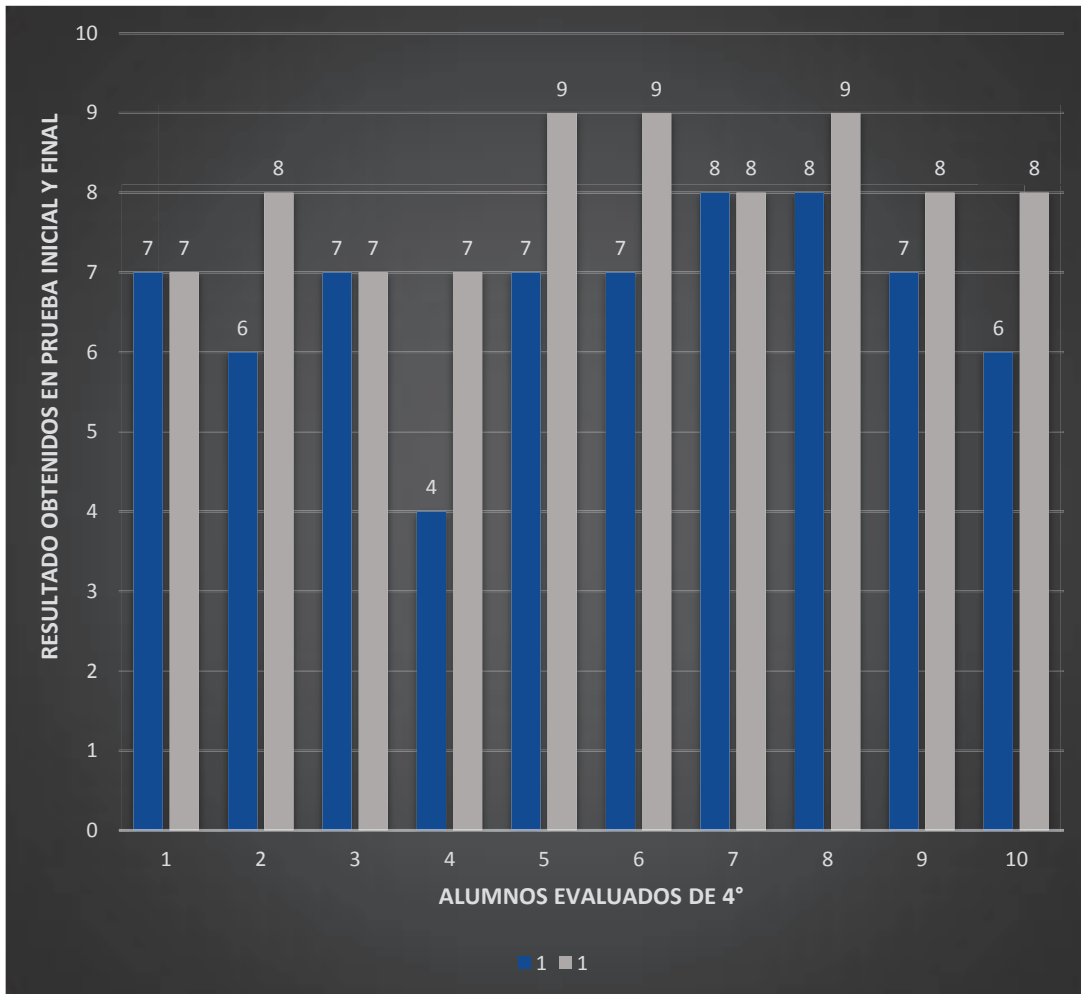
En la gráfica 16 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron mayor puntuación: Problemas de falsa transitividad (3, 5, 9 y 11) con 10 aciertos, problemas de sustitución (2 con 9 aciertos, 4 con ocho aciertos y 10 con 6 aciertos) y el problema 7 de desigualdad estricta con 8 aciertos.

**Gráfica 17. Problemas con menor puntuación en Cuarto Grado.**



En la gráfica 17 se muestran los problemas en los que los alumnos tuvieron menor puntuación: Problema 1 sustitución (5 aciertos) y problema 6 desigualdad estricta (4 aciertos).

Gráfica 18. Comparación de la evaluación inicial y final de los alumnos de 4°.



Evaluación Inicial ■  
Evaluación final ■

En la gráfica 18 se muestra la comparación entre las puntuaciones de la evaluación inicial y final de Cuarto grado:

Como se puede observar las puntuaciones fueron más altas en la evaluación final con respecto a la evaluación inicial.

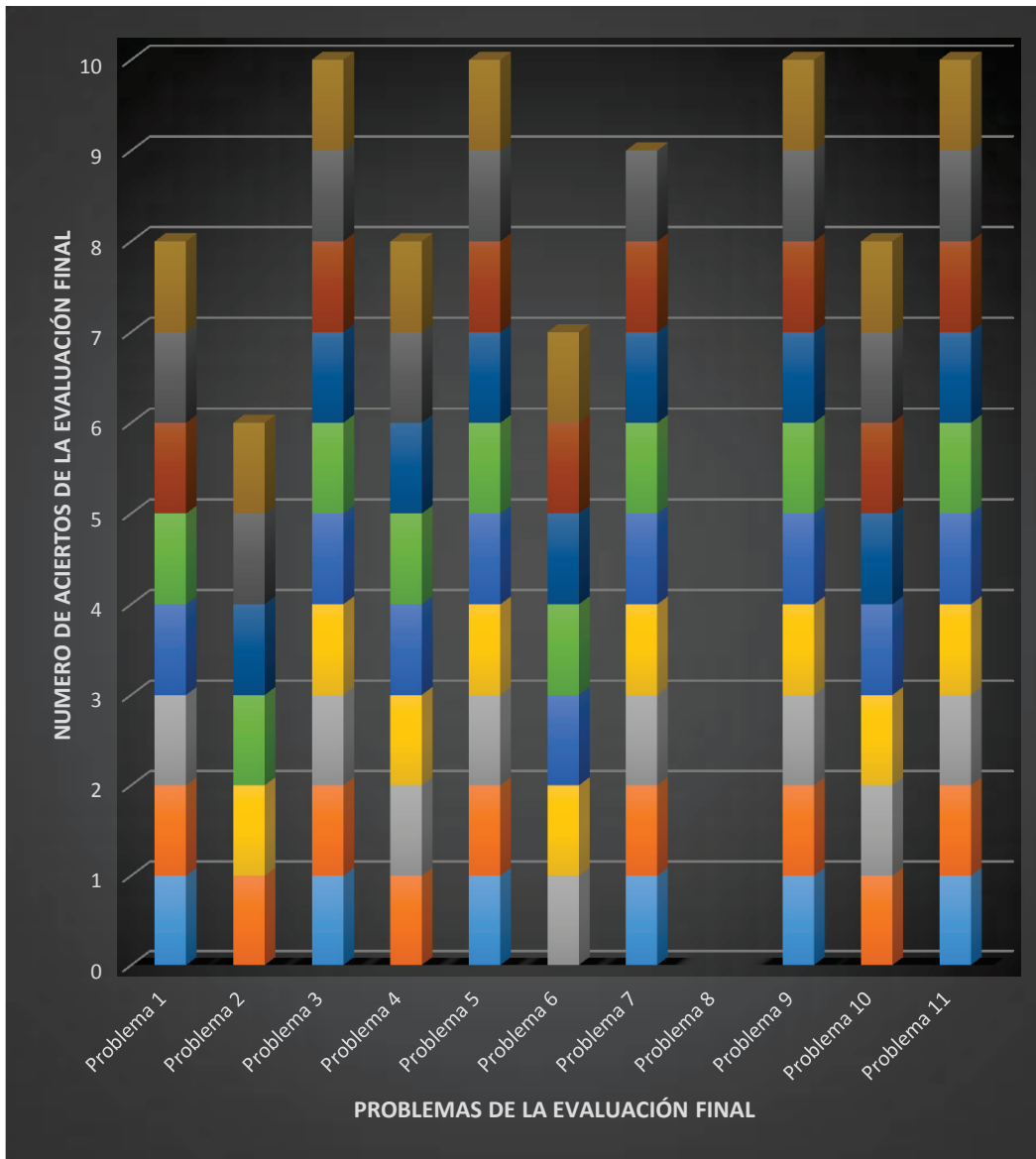
**Quinto grado. Evaluación final:** Para términos de comparación de la evaluación final, en las siguientes tablas los enunciados estarán en el mismo orden que la evaluación inicial. Al analizar los resultados obtenidos en la evaluación final, encontramos que las puntuaciones de los 10 sujetos fueron las siguientes: 8 sujetos obtuvieron 9 aciertos, 1 sujeto obtuvo 8 aciertos y 1 sujeto obtuvo 6 aciertos. Y el problema en el que los sujetos obtuvieron menor puntuación fue: El problema 2 (sustitución) con 6 aciertos.

**Tabla 6. Quinto grado.**

Sujeto	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	Problema 6	Problema 7	Problema 8	Problema 9	Problema 10	Problema 11	Aciertos
1	1	0	1	0	1	0	1		1	0	1	6
2	1	1	1	1	1	0	1		1	1	1	9
3	1	0	1	1	1	1	1		1	1	1	9
4	0	1	1	1	1	1	1		1	1	1	9
5	1	0	1	1	1	1	1		1	1	1	9
6	1	1	1	1	1	1	1		1	0	1	9
7	0	1	1	1	1	1	1		1	1	1	9
8	1	0	1	0	1	1	1		1	1	1	8
9	1	1	1	1	1	0	1		1	1	1	9
10	1	1	1	1	1	1	0		1	1	1	9
= 8	= 6	10	= 8	= 10	= 7	= 9	= 10	= 8	= 10	= 8	= 10	= 86

**0 = Respuesta incorrecta      1 = Respuesta correcta**

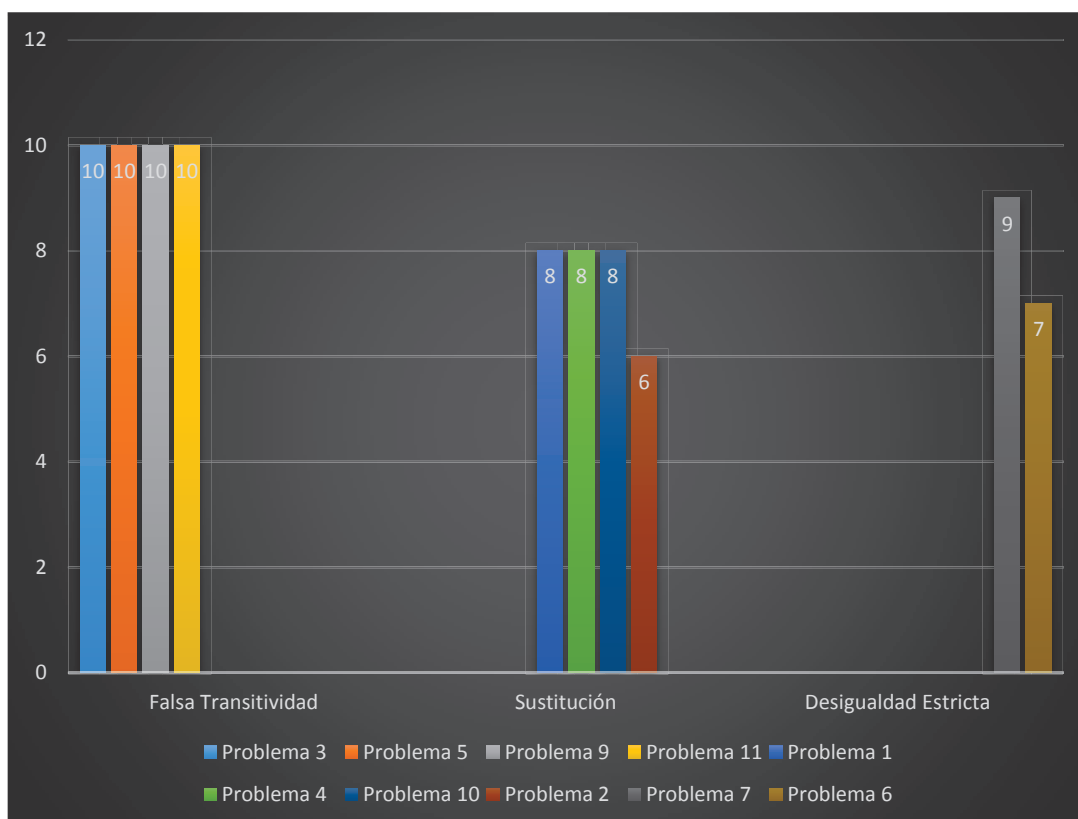
Gráfica 19. Evaluación final de los alumnos de 5°.



En la gráfica 19 se muestra el número de aciertos por problema en la evaluación final de Quinto grado:

Los problemas con la puntuación más alta fueron los números 3, 5, 9 y 11 (Falsa transitividad) con 10 aciertos, el problema 7 (Desigualdad estricta) tuvo una puntuación de 9 aciertos, los problemas 1, 4 y 10 (Sustitución) tuvieron una puntuación de 8 aciertos, el problema 6 (Desigualdad Estricta) tuvo una puntuación de 7 aciertos y el problema 2 (Sustitución) tuvo 6 aciertos.

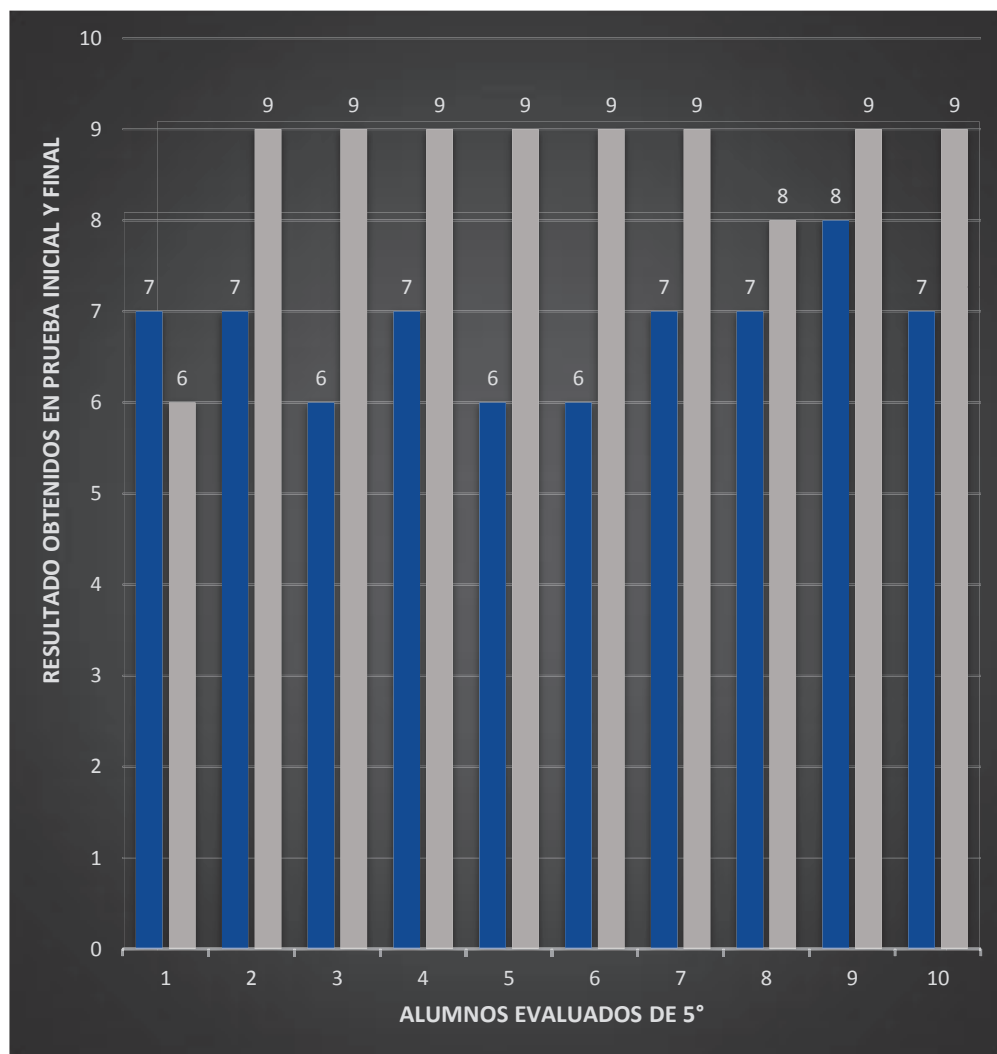
**Gráfica 20. Problemas con mayor y menor puntuación en Quinto Grado.**



En la gráfica 20 se pueden observar los problemas en los que los alumnos tuvieron mayor puntuación: Problemas de falsa transitividad (3, 5, 9 y 11) con 10 aciertos, problema 7 de desigualdad estricta con 9 aciertos y los problemas de sustitución (1, 4 y 10) con 8 aciertos.

El Problema 2 de sustitución fue en el que los alumnos tuvieron menor puntuación.

Gráfica 21. Comparación de la prueba inicial y final en alumnos de 5°.



Evaluación Inicial ■

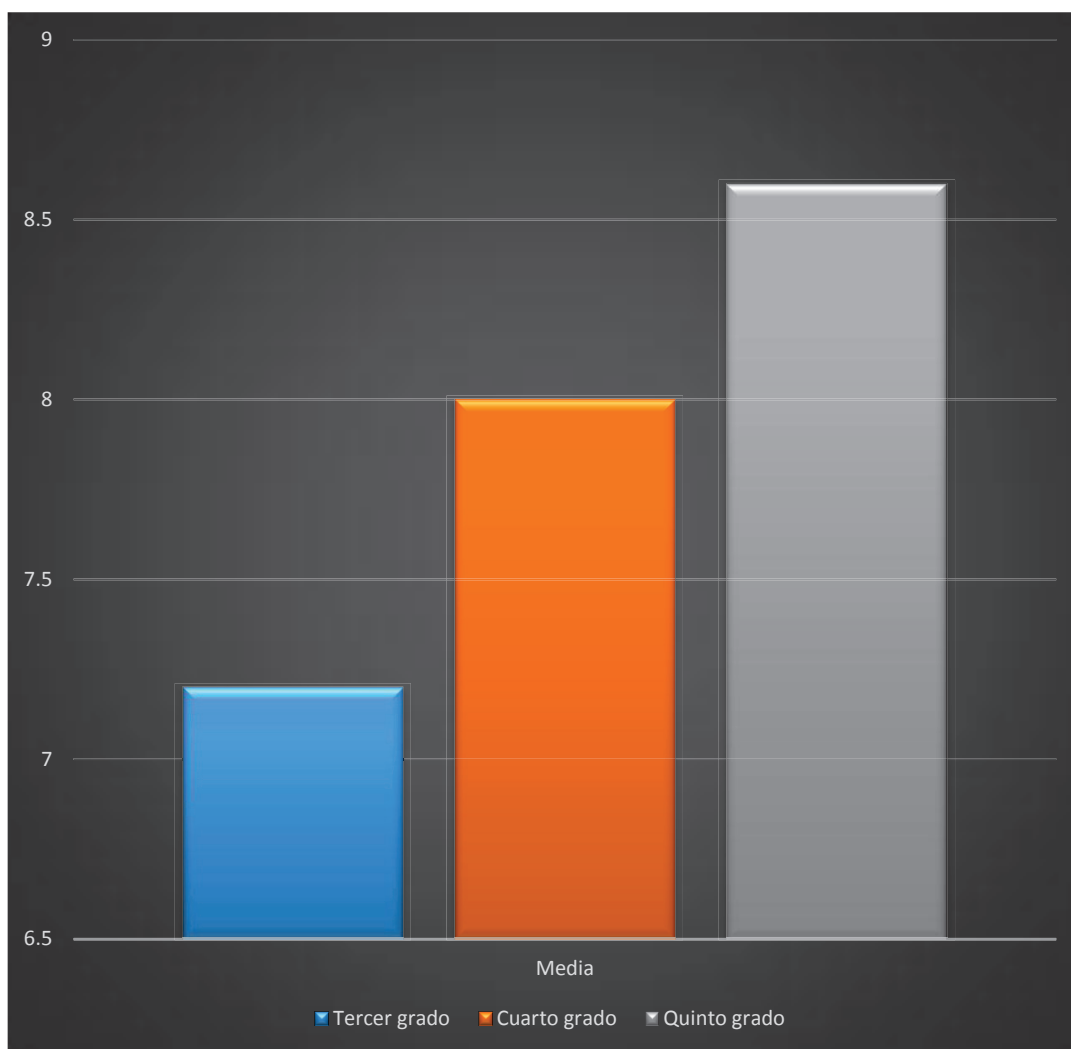
Evaluación final ■

En la gráfica 21 se muestra la comparación entre las puntuaciones de la evaluación inicial y final de Quinto grado:

Como se puede observar, las puntuaciones fueron más altas en la evaluación final con respecto a la evaluación inicial.

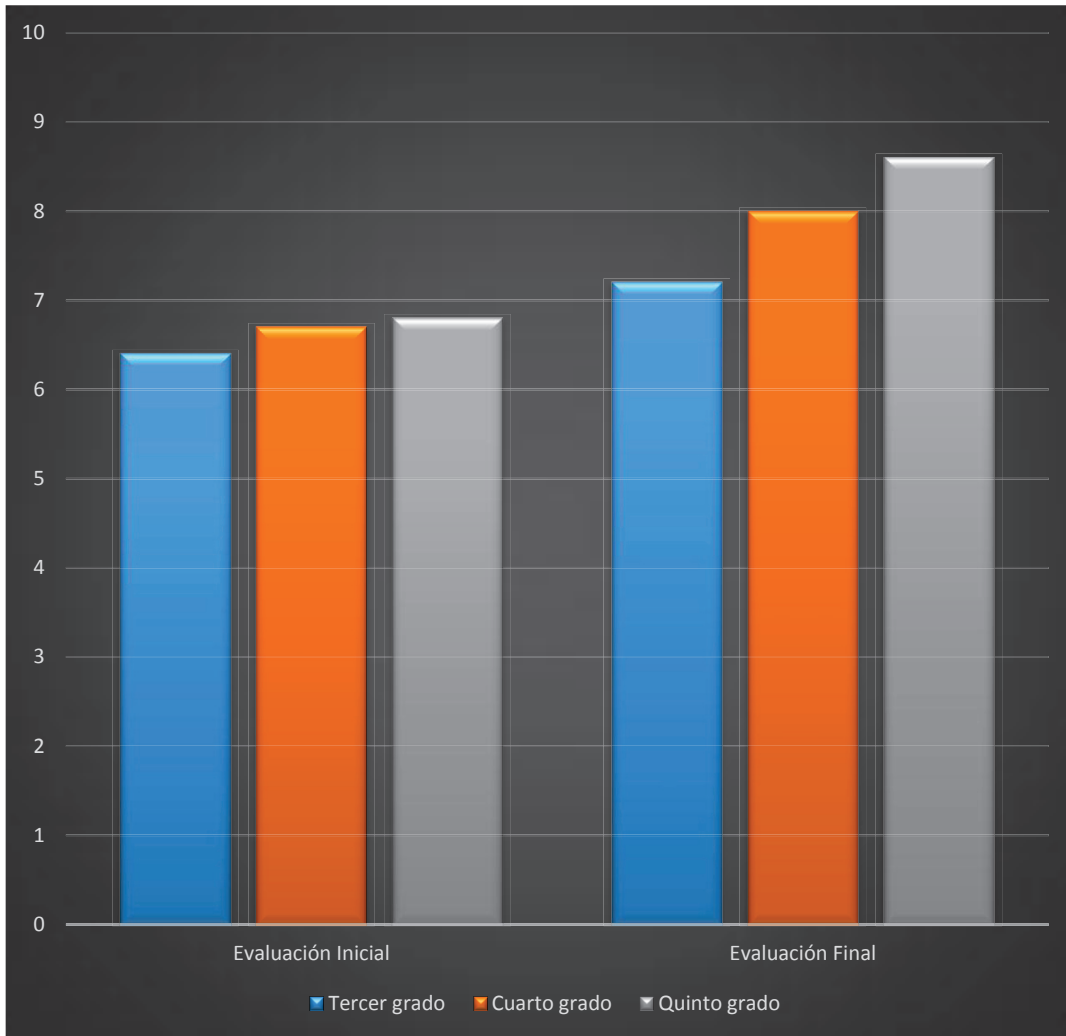


Gráfica 22. Comparación de los grados 3°, 4° y 5° de la evaluación final.



En la gráfica 22, se comparan las puntuaciones obtenidas entre los tres grados (3°, 4° y 5°) en la evaluación final: El Tercer grado tuvo un porcentaje de 7.2%, Cuarto grado tuvo 8.0% y Quinto grado tuvo 8.6%. Siendo Quinto, el grado con más aciertos.

**Gráfica 23. Comparación de los grados 3°, 4° y 5° de la evaluación inicial y final.**



En la gráfica 23 se comparan las puntuaciones de la evaluación inicial y final de los tres grados (3°, 4° y 5°).

Como se puede observar, las puntuaciones en los tres grados fueron más altas en la evaluación final.

### 3.3.6. Análisis de los Problemas de Falsa transitividad.

En cuanto a los problemas de falsa transitividad, en donde no se puede saber con seguridad si el muñeco pasa o no por la puerta, las tres opciones de respuesta son tomadas como correctas (Sí, No, No se sabe), ya que las longitudes no son visibles hasta que se comprueba con material concreto.

Haciendo un análisis con respecto a las evaluaciones de los problemas de falsa transitividad; 3, 5, 9 y 11 (ver anexo 4, pp. 134 - 135), pudimos observar lo siguiente:

La frecuencia más alta de respuesta es “Sí pasa”, le sigue la respuesta “No pasa” y la respuesta con frecuencia más baja es “No se sabe” en los tres grados, tanto en la evaluación inicial como en la final (ver gráficas 24, 25 y 26).

En la Evaluación inicial, la frecuencia más alta de respuesta es “No se sabe”, y se presenta en tercer grado. Pero en 4º y 5º esta frecuencia baja considerablemente. Por su parte, el número de respuestas “No se sabe” es muy bajo en los tres grados.

En la Evaluación inicial de tercer grado se obtuvieron 12 respuestas de “No se sabe”, pero en la Evaluación final este número de respuestas disminuyó a 3. En cuarto grado la frecuencia de este tipo de respuesta se mantuvo constante, tanto en la Evaluación inicial como en la final. Y en la Evaluación inicial de quinto grado se obtuvieron 4 respuestas de este tipo, pero en la final disminuyó a 3.

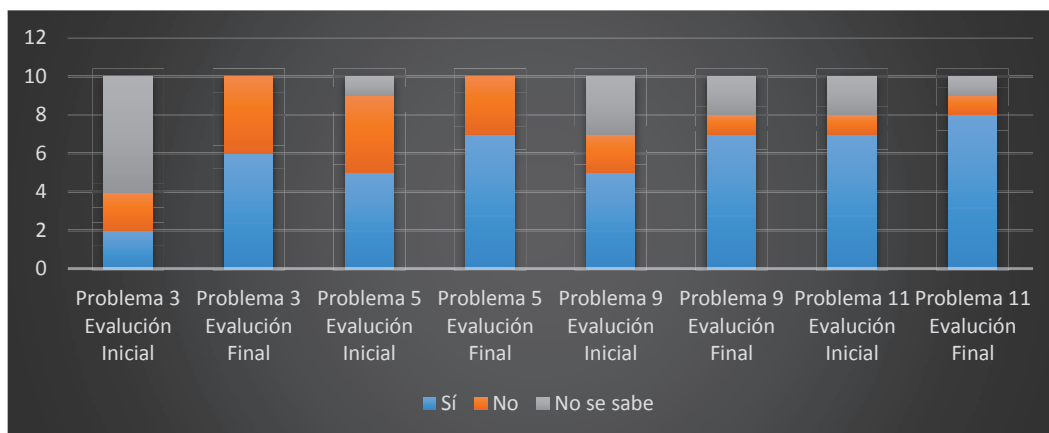
**Cuadro 11. Total de respuestas de los problemas de Falsa transitividad en los tres grados de la Evaluación Inicial y Final**

Tipo de Respuesta	Grados					
	3º		4º		5º	
	E. I.	E. F.	E. I.	E. F.	E. I.	E. F.
<b>Sí</b>	19 *	28	16	25	18	26
<b>No</b>	9	9	20	11	18	11
<b>No se sabe</b>	12	3	4	4	4	3

\*Cantidades que representan el total de respuestas de los cuatro problemas. Esta información fue sacada de los cuadros que se encuentran en el anexo 5 pp. 134 – 135.

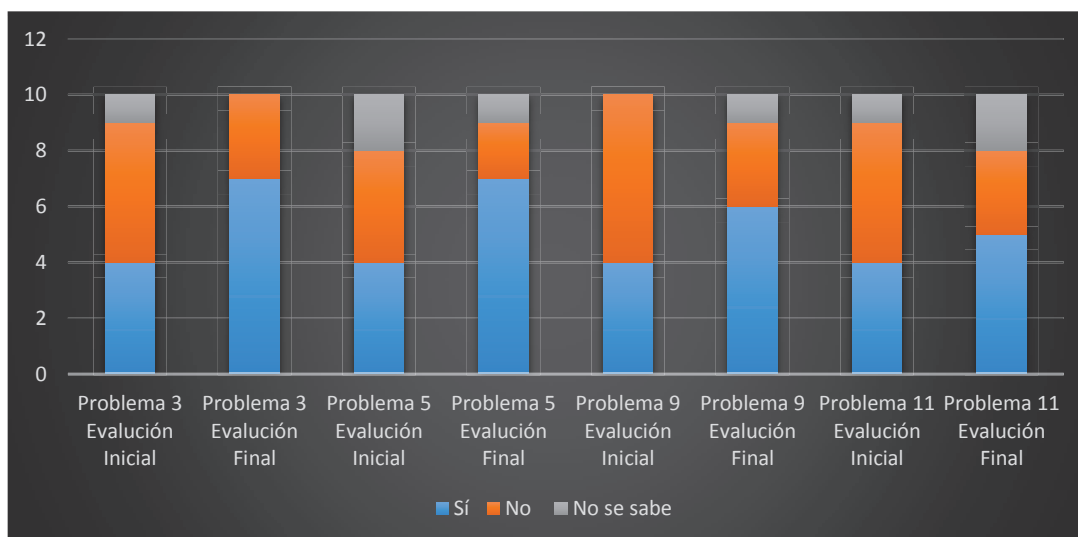
En la gráfica 24 de tercer grado se puede observar que el número de respuestas “Sí pasa” fue de 19 en la evaluación inicial, pero en la evaluación final este número aumenta a 28. El número de respuestas No pasa” se mantuvo constante en las dos evaluaciones. Y la respuesta “No se sabe” fue mayor en la evaluación inicial (12), pero en la evaluación final disminuyó (3).

**Gráfica 24. Problemas de Falsa Transitividad en la Evaluación Inicial y Final de Tercer grado**



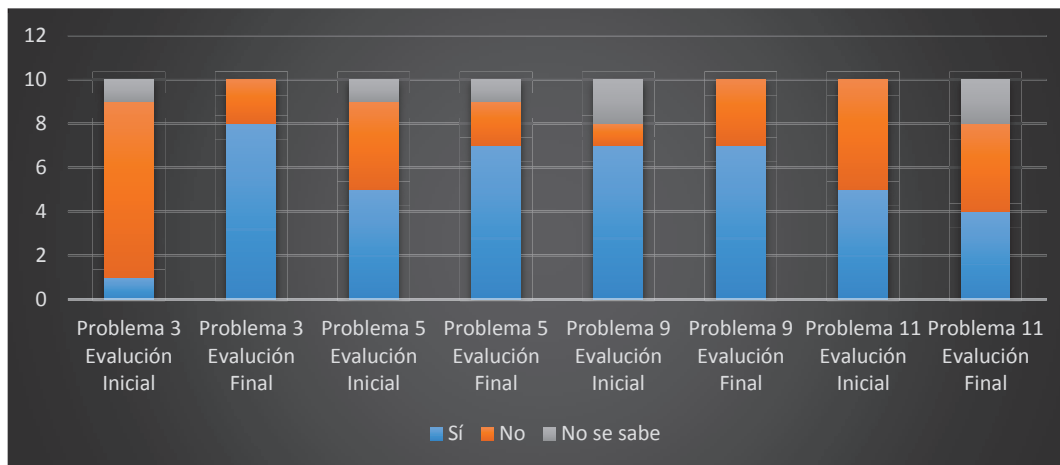
En la gráfica de cuarto grado se observa que el número de respuestas “Sí pasa” fue de 16 en la Evaluación inicial, pero en la evaluación final este número aumenta a 25. El número de respuestas No pasa” fue de 20 en la Evaluación inicial, pero disminuyó en la Evaluación final a 11. Y la respuesta “No se sabe” se mantuvo constante con 4, tanto en la Evaluación inicial como en la final.

**Gráfica 25. Problemas de Falsa Transitividad en la Evaluación Inicial y Final de Cuarto Grado**



En la gráfica de quinto grado se observa que el número de respuestas “Sí pasa” fue de 18 en la Evaluación inicial, pero en la Evaluación final este número aumenta a 26. El número de respuestas “No pasa” fue de 18 en la evaluación inicial, pero disminuyó en la Evaluación final a 11. Y la respuesta “No se sabe” en la Evaluación inicial es de 4 y en la final disminuyó a 3.

**Gráfica 26. Problemas de Falsa Transitividad en la Evaluación Inicial y Final de Quinto Grado**



Como se pudo observar en la información presentada anteriormente, la respuesta que tiene la frecuencia más alta es “Sí pasa”. Esto nos indica que la mayoría de los niños, en este tipo de problemas piensa que “el muñeco sí pasa por la puerta”

### 3.3.7. Análisis de la evaluación final de los tres grados (3º, 4º y 5º).

Como se puede apreciar en la evaluación final, los 30 sujetos de los tres grupos (3º, 4º y 5º) obtuvieron puntuaciones más altas con respecto a la evaluación inicial. La puntuación más baja fue de 6 aciertos (en 1 sujeto de 3º y 1 sujeto de 5º) y la más alta fue de 9 aciertos (en 2 sujetos de 4º y en 6 sujetos de 5º). Por lo tanto se puede afirmar que si hubo progresos en el aprendizaje de los contenidos de transitividad. Los problemas en los que los sujetos presentaron más dificultades fueron de sustitución (problema 1, 2 y 10) y desigualdad estricta (problema 6).

Encontramos que a los sujetos de 3º les cuesta más trabajo llegar a la transitividad, ya que no están muy familiarizados con este contenido pues no se le da mucho seguimiento en la escuela, dentro de los Planes y Programas de Estudio. Algunos de ellos necesitan hacer dibujos (representaciones gráficas) de la puerta, la vara y el muñeco para poder hacer las comparaciones y responder los enunciados, ya que no

logran crear mentalmente las figuras en las longitudes que se plantean en la evaluación, lo cual no les permite establecer las relaciones de orden que están en juego, por lo tanto no pueden inferir las respuestas, es decir no hay un pensamiento transitivo. A pesar de esto, tuvieron un gran progreso en el aprendizaje de dicho contenido y lograron mejorar sus puntuaciones en la evaluación final.

Los sujetos de 4° logran hacer más formulaciones, que los sujetos de 3°, responden los enunciados sin hacer dibujos que les permitan ver concretamente las longitudes de la puerta, la vara y el muñeco, es decir, empiezan a establecer las relaciones de orden entre las longitudes. Este grupo también este grupo logró avances significativos, que se vieron reflejados en la mejora considerable de sus puntuaciones en la evaluación final.

En cuanto a los sujetos de 5° encontramos que piensan con mayor detenimiento sus respuestas y hacen una cantidad mayor de formulaciones, se imaginan las longitudes de la puerta, la vara y el muñeco conforme van leyendo los enunciados, es decir, comprenden con mayor facilidad el contenido (transitividad) y establecen con mayor facilidad las relaciones de orden.

Al observar como los sujetos resolvían la evaluación final, nos dimos cuenta de que los sujetos analizaban los enunciados y pensaban detenidamente sus respuestas, lo cual les ayudó a conseguir puntuaciones más altas, siendo esto un indicador de que nuestro CD "Problemas de transitividad" ayuda y facilita el aprendizaje de la transitividad, ya que permite a los niños interactuar de manera concreta con los objetos (puerta y muñeco) mediante el uso de un intermediario (vara) y de esta manera no tienen que representar mentalmente los tamaños de los objetos, ya que pueden observarlos y compararlos mediante la manipulación de la vara. Gracias a la práctica, los niños se familiarizan con el contenido y logran establecer relaciones de orden de las longitudes y hacen más inferencias, logrando así una base para el razonamiento transitivo.

Consideramos que con la ayuda del CD Problemas de transitividad, en conjunto con otras actividades que promuevan el contenido, los sujetos podrán tener una mejor comprensión sobre el tema.

Además el hecho de presentarles una actividad de matemáticas (problemas de transitividad) como un juego, permite que los niños se enfrenten a los contenidos de manera más relajada y no perciban como un examen o una prueba la resolución de los problemas de transitividad. Esta forma de presentar los contenidos (juego CD

problemas de transitividad) favorece el aprendizaje, ya que los niños ven como un reto el mejorar sus puntuaciones y para lograrlo prestan más atención al momento de resolver los problemas.

### 3.3.8. Soluciones a las dificultades operativas del CD Interactivo Problemas de Transitividad.

1.- Se tendrá que incorporar un récord en el CD que permita guardar los aciertos, el nombre y el grado escolar de cada jugador en un documento en formato PDF, esto facilitará el trabajo del maestro ya que no tendrá que estar pendiente de las respuestas de cada alumno.

2.- Para detectar si el jugador utiliza el intermediario (vara) o no, se incorporará un indicador en la tabla de resultados.

3.- Dentro del récord de cada jugador, aparecerá si utilizó o no el intermediario (vara).

4.- Se disminuirá el número de problemas escritos en el Juego 2, para quedar como se muestra a continuación.

**Cuadro 12. Problemas finales.**

No. de problema	Puerta		Vara		Muñeco	Inferencia	Dificultad lógica
1	30	<	32	=	32	No	Sustitución
3	33	<	35	>	34	?	Falsa transitividad
4	33	=	33	>	31	Sí	Sustitución
6	32	<	35	<	37	No	Desigualdad Estricta
8	30	=	30	=	30	No	Igualdad
11	31	>	28	<	30	?	Falsa Transitividad

Elegimos un problema de cada tipo de transitividad (sustitución, falsa transitividad, desigualdad estricta e igualdad) y agregamos dos más, un problema de sustitución, ya

que al llevar a cabo la prueba piloto observamos que los alumnos presentaban mayor dificultad al resolver problemas de este tipo y otro de falsa transitividad, debido a que implican mayor razonamiento al realizar la inferencia lógica, por lo tanto que hacían más comparaciones.

### **Solución de las dificultades del sujeto ante el CD interactivo Problemas de Transitividad.**

1. Previo al uso del CD interactivo, se debe enseñar a los alumnos, los conocimientos básicos sobre el uso de la computadora.
2. El profesor se asegurará que el alumno comprenda las instrucciones plasmadas en el CD, y de encontrar alguna dificultad, se encargará de resolver las dudas que puedan surgir.
3. El profesor se encargará de supervisar la aplicación del juego

### **3.4 Consideraciones finales**

#### **A) Alcances, aportaciones y limitaciones del material educativo**

##### **Alcances**

Después de aplicar la prueba piloto del CD “Problemas de transitividad” encontramos que hubo progresos en el aprendizaje de la transitividad en los sujetos, ya que aumentaron sus puntuaciones después de la aplicación del CD. Por lo tanto podemos concluir, que nuestro material educativo ayuda y facilita el aprendizaje de problemas de transitividad, en niños de 3°, 4° y 5° de primaria. Así mismo el sujeto adquiere conceptos, relacionados con el tema de transitividad y habilidades en la comparación de longitudes mediante el uso de un intermediario.

El material educativo es funcional y entendible en cuanto a su estructura, contenido y lenguaje; pero es importante que el sujeto tenga conocimientos en computación para que pueda tener una mejor interacción con el CD.

El material propuesto cumple la intención de servir como guía, complemento o material de reforzamiento en la clase de matemáticas, para el aprendizaje de problemas de



transitividad en alumnos de 3°, 4° y 5° de primaria. Cabe señalar que basándonos en el análisis de los resultados obtenidos en el piloteo del material educativo (CD “Problemas de Transitividad”), podemos determinar que los sujetos de 3° de primaria, aunque tuvieron progresos después de la interacción con el CD, demuestran pocas habilidades en la comparación de longitudes, se les dificulta comparar la puerta, la vara y el muñeco con el intermediario ya que no logran representar mentalmente las longitudes.

Los sujetos de 4° realizan más formulaciones y demuestran tener un poco más de habilidades en la comparación de longitudes con un intermediario, pero necesitan ver en concreto las figuras de la puerta, la vara y el muñeco para encontrar la respuesta (inferir), es decir no logran tener un razonamiento transitivo en ausencia de estos elementos.

En cambio los sujetos de 5° grado presentan mayores habilidades en cuanto a la comparación de longitudes con un intermediario, ya que algunos sujetos verbalizan el problema, se imaginan las longitudes de la puerta, la vara y el muñeco y esto les facilita inferir las respuestas.

Por lo tanto consideramos que nuestro material educativo es de mayor utilidad para 3° y 4° de primaria. En tercer grado se puede introducir el juego 1, ya que permite a los alumnos ver gráficamente las longitudes de los objetos (puerta, vara y muñeco) lo cual les ayuda a realizar con mayor facilidad las comparaciones y por ende comprender mejor el contenido. Y para cuarto grado se puede introducir el juego 2 (problemas escritos), ya que los alumnos de este grado, demostraron tener mayor facilidad en representar mentalmente las longitudes de los objetos y muestran mejor comprensión sobre el tema.

Las dificultades presentadas en la aplicación del CD “Problemas de Transitividad”, serán corregidas para su mejor aprovechamiento.

### **Aportaciones.**

Nuestro material educativo CD “Problemas de transitividad”:

- a) Proporciona una alternativa para el aprendizaje de problemas de transitividad.
- b) Es un material educativo novedoso.

- c) Apoya el aprendizaje en el alumno.
- d) Permite el ahorro de tiempo en la evaluación del aprendizaje de la transitividad.
- e) Utiliza la teoría y la práctica de manera simultánea, en la resolución de problemas de transitividad.
- f) Fomenta en el alumno la participación en clase de matemáticas.

### **Limitaciones.**

Se detectaron algunos problemas en la aplicación de nuestra prueba piloto:

La cantidad de problemas de transitividad era demasiada para los alumnos, al llegar al sexto problema el sujeto perdía el interés, lo cual limita una buena interacción con el CD e impide saber si el sujeto realmente está aprendiendo o no.

El juego no indica si el alumno utiliza el intermediario (vara) para hacer comparaciones, por lo cual el profesor tiene que observar a cada alumno individualmente para darse cuenta de cómo responde los problemas.

La mayoría de los sujetos no lee las instrucciones.

En el CD Problemas de Transitividad en el juego 1, específicamente en el problema de igualdad, el muñeco es ligeramente más pequeño que la puerta y por eso sí pasa. La respuesta correcta para este problema será cambiada por **NO PASA**.

### **B) Conclusiones.**

Al realizar el análisis de las distintas Reformas Educativas (1993 y 2011), Planes de Estudio (1993, y 2008 - 2011) y los Libros de textos (En los 6 grados de Educación Básica), encontramos que aunque la comparación de longitudes si está contemplada como contenido a enseñar en los primeros grados de Educación Primaria (de 1ero. – 4to. Grado), las actividades que se plantean en los libros de texto son escasas y en algunos casos llevan a los alumnos a medir y no a comparar longitudes.

En la Reforma Curricular de 1993, las actividades que se presentan en los Libros de Texto sobre comparación de longitudes, se encuentran solo en 1º (tres actividades de comparación directa con un intermediario), 2º (una actividad sobre comparación directa con un intermediario), 3º (una actividad de comparación mediante el uso

intermediarios y después verificación con medidas convencionales, medición), y 4° (una actividad en la que los resultados de la comparación se piden en números). En cuanto a la transitividad, no se presenta como contenido a enseñar en la Reforma, y por lo tanto en los libros de texto no hay actividades sobre el tema.

En el Plan y Programas de Estudio 2008-2011 las actividades sobre comparación que se presentan en los Libros de Texto, se encuentran sólo en 1° (con una actividad sobre comparación directa y ordenación de longitudes). Sin embargo, en los grados posteriores no se le da un seguimiento al contenido.

En la Reforma Curricular del 2011, las actividades que se presentan en los Libros de Texto sobre comparación de longitudes se encuentran sólo en 1° (con una actividad sobre ordenamiento y comparación (con un intermediario) y 3° (con una actividad sobre estimación y comparación (con un intermediario). En 2°, 4°, 5° y 6° no hay un seguimiento sobre el contenido. La transitividad no se presenta como contenido a enseñar en la Reforma y por lo tanto en los Libros de Texto no existen actividades sobre el tema.

En la adecuación “Desafíos Matemáticos”, la comparación de longitudes sólo se encuentran en los Libros de Texto de 1° (con una actividad sobre estimación de distancias y comprobación con un intermediario) y en 3° (con dos actividades sobre estimación y comparación mediante el uso de intermediarios). En 2°, 4°, 5° y 6° no hay un seguimiento sobre el contenido y la transitividad no es un contenido a enseñar en esta Reforma; y por lo tanto no existen actividades sobre el tema en los Libros de Texto.

La comparación de longitudes sólo es tratada en los primeros grados de la Educación Primaria y no hay un seguimiento de dicho contenido en los años posteriores. Es decir, se da un paso brusco de la comparación a la medición (medidas convencionales).

Tomando en cuenta la revisión realizada sobre las Reformas Curriculares, los Planes y Programas de Estudio y los Libros de Texto, consideramos que debe haber más actividades que refuercen al aprendizaje de los niños, ya que una o dos actividades no son suficientes para que los alumnos tengan completo dominio sobre el tema, y está comprobado que la comparación de longitudes es importante para introducir el tema de medición (uso de las medidas convencionales).

En cuanto a la transitividad, encontramos que no está presente en la reforma de 1993, así como en el Plan de Estudios de dicho año, por lo tanto tampoco se encuentran

actividades del tema en los Libros de Texto. Es hasta el Plan de Estudios 2008 – 2011 donde la transitividad es incluida como contenido a enseñar (en 2º grado), y comienza a crearse una conciencia sobre la importancia de la transitividad, sin embargo esto no se ve reflejado en los libros de texto, ya que no se presenta ninguna actividad que implique un razonamiento transitivo.

El aprendizaje de la transitividad es importante ya que permite establecer relaciones de orden (mayor que, menor que e igual que) entre distintas longitudes, además en comparaciones indirectas, permite al sujeto inferir una tercera relación y favorece el aprendizaje de la medición. Por lo tanto consideramos que es importante que dicho contenido sea incluido tanto en los Planes y Programas, como en los Libros de Texto de Educación Primaria, como introducción a partir de tercer grado, ya que como pudimos observar en la prueba piloto, los niños a esta edad comienzan a tener noción sobre las relaciones de orden entre distintas longitudes, pero aún necesitan ver gráficamente las longitudes para poder hacer sus inferencias.

En cuanto a nuestro material educativo CD “Problemas de Transitividad”, después de realizar el piloteo de encontramos que, algunas cosas en el diseño original deben ser modificadas, para que éste funcione de manera óptima y pueda proporcionar los datos adecuados al aplicador que le permitan saber si los sujetos están aprendiendo o no.

Los cambios que se harán son:

- a) Incorporar un indicador dentro del Juego que permita detectar si el sujeto utiliza o no el intermediario (vara) para hacer sus comparaciones.
- b) Incluir un récord en el juego en el cual se guarden los resultados de cada jugador.
- c) Reducir el número de problemas en el juego.
- d) Modificar la respuesta en el problema 8 de transitividad de la igualdad, de tal forma que la respuesta correcta será NO PASA (ya que el muñeco es igual a la puerta, por lo tanto el muñeco no pasa).

Dichas correcciones tienen la finalidad de facilitar al profesor la aplicación grupal del CD, de tal manera que le permita darse cuenta si el sujeto utiliza el intermediario (vara) para hacer sus comparaciones o si responde por responder, así como saber si sus alumnos entienden la transitividad, es decir, si están aprendiendo, y que pueda tener de manera más rápida los resultados de cada alumno sin necesidad de estar observándolos individualmente en el momento en que interactúan con el CD. La reducción de los problemas en el juego tiene la finalidad mantener el interés en los niños, ya que a partir del problema 6 se desconectan de la actividad.

El material educativo que proponemos es funcional, fácil y entendible en cuanto a su estructura, contenido y lenguaje; pero es importante que el sujeto posea conocimientos en computación, para que pueda tener una correcta interacción con el CD.

Nuestro CD resulta interesante y atractivo para los alumnos, apoya el aprendizaje de problemas de transitividad, en niños de 3°, 4° y 5° de primaria, ya que mediante el juego, el sujeto adquiere conceptos respecto al tema de transitividad y habilidades en la comparación de longitudes con un intermediario. La manera en que están dispuestos los objetos (puerta y muñeco), separados el uno del otro, impide que se puedan comparar directamente, ésta situación lleva al sujeto al uso del intermediario para hacer sus comparaciones e inferir. El sujeto debe comparar primero la puerta y el muñeco utilizando el intermediario (vara), observar las relaciones de orden que hay entre ellas y después inferir la tercera relación de orden, es decir, si el muñeco pasa, No pasa o No se sabe (en los problemas de falsa transitividad). Estos tres tipos de respuestas, permiten al profesor saber el tipo de razonamiento (las relaciones de orden que ha establecido) que está llevando a cabo el niño al responder.

En el Juego 2, en los problemas de falsa transitividad, en donde no se pueden hacer las comparaciones de manera directa, pues no se pueden ver gráficamente los tamaños de las longitudes que están en juego, los tres tipos de respuesta son válidos. De hecho, las respuestas posibles son: **sí pasa y no pasa**, cuando la respuesta es **no se sabe** es porque no se sabe que tan chica (o grande) es la vara con respecto a las otras dos longitudes. La elección de los niños dependerá de las longitudes que representen mentalmente o gráficamente a través de un dibujo

En cuanto al análisis de los resultados obtenidos en la prueba piloto podemos afirmar que si hubo un progreso en el aprendizaje de los sujetos después de la aplicación del CD "Problemas de Transitividad" en los 30 sujetos de 3°,4° y 5°. Este material educativo apoya el aprendizaje de la transitividad. En el juego 1 permite a los niños interactuar directamente con los objetos (puerta y muñeco) mediante el uso de un intermediario (vara) y de esta forma el sujeto no tiene que representar mentalmente los tamaños de los objetos, ya que puede observarlos y compararlos mediante la manipulación de la vara. Consideramos que este juego es apropiado para alumnos de 3°, ya que es aquí en donde los sujetos demuestran tener menores habilidades en la comparación de longitudes con un intermediario, necesitan ver en concreto las figuras de la puerta, la vara y el muñeco para encontrar la respuesta a los problemas de

transitividad. En el caso del juego 2, la actividad implica mayor razonamiento por parte de los alumnos, ya que deben representar mentalmente las longitudes de los objetos para poder establecer las relaciones de orden que existen entre ellos, para poder inferir la respuesta. Con base en lo anterior, consideramos que este juego se recomienda para alumnos de 4°.

Es aconsejable que además de usar el CD “Problemas de transitividad”, el maestro realice una retroalimentación con el grupo, lo anterior, con la finalidad de conocer el dominio del contenido y los procesos que llevan a cabo para hacer sus comparaciones. En este ejercicio, el maestro puede pedir a los niños que expliquen el porqué de sus respuestas en los juegos (1 y 2) y de esta manera saber el razonamiento que utilizaron específicamente en los problemas de falsa transitividad, así como si les fue útil el intermediario en sus comparaciones o no.

Cabe señalar que para que el alumno pueda tener dominio sobre el tema, no basta con una sola actividad, sino que debe realizar más actividades complementarias, el CD “Problemas de transitividad es un apoyo para trabajar dicho contenido, no sustituye ninguna otra actividad que el profesor pueda desarrollar durante la clase.

Por lo tanto podemos concluir que nuestro material educativo CD “Problemas de transitividad” es una nueva alternativa para la enseñanza aprendizaje de la transitividad, ya que combina la teoría con la práctica permitiendo que los alumnos interactúen con el contenido.

#### 4.- REFERENCIAS.

Bollás, P. (2010). Comparación y medición de longitudes. Dispositivos experimentales para su estudio. UPN-DIE, México (Este documento forma parte de la tesis de doctorado del autor, tesis actualmente en curso).

Bollás, P. (2010). El problema de la medida. UPN-DIE, México. (Este documento forma parte de la tesis de doctorado del autor, tesis actualmente en curso).

Bollás, P. (2009). La medición de longitudes en el curriculum de la Educación Primaria en México. (Este documento forma parte de la tesis de doctorado del autor, tesis actualmente en curso)

Bollás, P. (1991). La representación gráfica de las cantidades en el niño preescolar. UPN, México (Tesis de Licenciatura.)

Castro, E. (1990). Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. Síntesis Educación, Madrid.

Chamorro, M y Belmonte (1991). J. El problema de la medida: didáctica de las magnitudes lineales. Síntesis, Madrid.

Fluckiger, A y Brun, J. (2005) "Conceptualisation et clases de problèmes dans le champ conceptuel de la mesure". En Recherches en didactique des mathématiques, Vol. 25, no. 3, pp. 349-402.

Marquès, P. (1995). Metodología para la elaboración de software educativo. Estel, Barcelona.

Rouche, N. (1992). Le sens de la mesure. Didier Hatier, Bruxelles.

SEP (1993). Reforma Curricular de 1993. Secretaría de Educación Pública, México.

SEP (1993). Libro de texto. Primer grado. CONALITEG. México.

SEP (2003), Libro de texto. Primer grado CONALITEG. México.

SEP (1994). Libro de texto. Segundo grado. CONALITEG. México.

SEP (1993). Libro de texto. Tercer grado. CONALITEG. México.

SEP (1994). Libro de texto. Cuarto grado. CONALITEG. México.

SEP (1993). Libro de texto. Quinto grado. CONALITEG. México.

SEP (1993). Libro de texto. Sexto grado. CONALITEG. México.

SEP (2008 - 2011). Plan de estudios y programas en educación básica 2008. Secretaría de Educación Pública, México.

SEP (2008). Libro de texto. Primer grado. CONALITEG. México.

SEP (2008). Libro de texto. Segundo grado. CONALITEG. México.

SEP (1994). Libro de texto. Tercer grado. CONALITEG. México.

SEP (1994). Libro de texto. Cuarto grado. CONALITEG. México.

SEP (1994). Libro de texto. Quinto grado. CONALITEG. México.

SEP (1994). Libro de texto. Sexto grado. CONALITEG. México.

SEP (2011). Reforma Curricular 2011. Secretaría de Educación Pública, México.

SEP (2011). Plan de estudios y programas en educación básica 2011. Secretaría de Educación Pública, México.

SEP (2011). Libro de texto. Primer grado. CONALITEG. México.

SEP (2011). Libro de texto. Segundo grado. CONALITEG. México.

SEP (2011). Libro de texto. Tercer grado. CONALITEG. México.

SEP (2011). Libro de texto. Cuarto grado. CONALITEG. México.

SEP (2011). Libro de texto. Quinto grado. CONALITEG. México.

SEP (2011). Libro de texto. Sexto grado. CONALITEG. México.

SEP (2014). Libro de texto. Desafíos Matemáticos. Primer grado. CONALITEG. México.

SEP (2014). Libro de texto. Desafíos Matemáticos. Segundo grado. CONALITEG. México.

SEP (2014). Libro de texto. Desafíos Matemáticos. Tercer grado. CONALITEG. México.

SEP (2014). Libro de texto. Desafíos Matemáticos. Cuarto grado. CONALITEG. México.

SEP (2014). Libro de texto. Desafíos Matemáticos. Quinto grado. CONALITEG. México.



SEP (2014). Libro de texto. Desafíos Matemáticos. Sexto grado. CONALITEG. México.

Stephan, M. (2003) "Reconceptualizing Linear Measurement Studies: The Development of Three Monograph Themes". En: Journal for Research in Mathematics Education. Supporting Students' Development of Measuring Conceptions: Analyzing Students' Learning in Social Context. NCTM. USA. pp. 17-35.

Treviño, A. (2009) El trastorno por déficit de atención con y sin hiperactividad y sus implicaciones escolares. UPN, México (Tesis de Licenciatura.)

Vergnaud, G. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Trillas, México.

## 5.- ANEXOS.

### ANEXO 1.

#### EVALUACIÓN INICIAL

A continuación se presentan las siguientes preguntas. Lee con atención y responde con las opciones



Puerta



Vara



Muñeco

No.	Enunciado	Respuesta
1	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
2	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
3	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
4	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
5	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
6	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
7	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
8	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es igual que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
9	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
10	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	
11	11.- Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco. ¿Pasaré el muñeco por la puerta?	

## ANEXO 2.

### Evaluación Final

A continuación se presentan las siguientes preguntas. Lee con atención y responde con las opciones "SI, No o NO SE SABE".



Puerta



Vara



Muñeco

No.	Enunciado	Respuesta
1.-	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es igual que el muñeco.	
2.-	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco.	
3.-	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco.	
4.-	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es igual que el muñeco.	
5.-	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco.	
6.-	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es igual que el muñeco.	
7.-	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es mayor que el muñeco.	
8.-	Si la puerta es menor que la vara, y la vara es menor que el muñeco.	
9.-	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es mayor que el muñeco.	
10.-	Si la puerta es mayor que la vara, y la vara es menor que el muñeco.	
11.-	Si la puerta es igual que la vara, y la vara es menor que el muñeco.	

**ANEXO 3.**

**Calificación de problemas de transitividad  
Problemas escritos**

**Nombre:**

**Grado:**

**Resultados de la evaluación inicial**

No. De problema	Respuestas			Aciertos
	Si	No	No se sabe	
Problema 1				
Problema 2				
Problema 3				
Problema 4				
Problema 5				
Problema 6				
Problema 7				
Problema 8				
Problema 9				
Problema 10				
Problema 11				

**Total** \_\_\_\_\_

**Resultados del Juego 1**

No. De problema	Respuestas			Aciertos
	Si	No	No se sabe	
Problema 1				
Problema 2				
Problema 3				
Problema 4				

Problema 5				
Problema 6				
Problema 7				
Problema 8				
Problema 9				
Problema 10				
Problema 11				

Total \_\_\_\_\_

**Resultados del Juego 2**

No. De problema	Respuestas			Aciertos
	Si	No	No se sabe	
Problema 1				
Problema 2				
Problema 3				
Problema 4				
Problema 5				
Problema 6				
Problema 7				
Problema 8				
Problema 9				
Problema 10				
Problema 11				

Total \_\_\_\_\_

**Resultados de la evaluación final**

No. De problema	Respuestas			Aciertos
	Si	No	No se sabe	
Problema 1				
Problema 2				
Problema 3				
Problema 4				
Problema 5				
Problema 6				
Problema 7				
Problema 8				
Problema 9				
Problema 10				
Problema 11				

Total \_\_\_\_\_

**ANEXO 4**

**Problemas de Falsa transitividad Tercer Grado**

Alumno	Problemas	Evaluación					
		Inicial			Final		
		Sí	No	No se sabe	Sí	No	No se sabe
1	3			x	x		
	5	x			x		
	9	x			x		
	11			x			
	3			x	x		
	5			x			

2	9	x			x		
	11	x			x		
3	3			x	x		
	5		x			x	
	9		x		x		
	11	x			x		
4	3			x		x	
	5		x		x		
	9			x	x		
	11		x			x	
5	3	x				x	
	5	x			x		
	9	x			x		
	11	x			x		
6	3		x		x		
	5	x			x		
	9		x				X
	11	x					X
7	3	x			x		
	5		x		x		
	9	x			x		
	11	x			x		
8	3			x	x		
	5	x				x	
	9			x	x		
	11			x	x		
9	3			x		x	
	5		x			x	
	9			x			X
	11	x			x		
10	3		x			x	
	5	x			x		
	9	x				x	
	11	x			x		

### Problemas de Falsa transitividad Cuarto Grado

Alumno	Problemas	Evaluación					
		Inicial			Final		
		Sí	No	No se sabe	Sí	No	No se sabe
1	3		x			x	
	5		x			x	
	9		x			x	
	11		x			x	
2	3	x				x	
	5	x			x		
	9		x		x		
	11		x		x		
3	3		x			x	
	5		x				X
	9		x		x		
	11		x		x		
4	3	x			x		
	5	x			x		
	9	x				x	
	11	x			x		
5	3		x		x		
	5			x	x		
	9		x				X
	11			x			X
6	3			x	x		
	5	x			x		
	9	x				x	
	11	x					X
7	3		x		x		
	5		x		x		
	9		x		x		
	11		x		x		
	3	x			x		
	5	x			x		



8	9	x			x		
	11	x			x		
9	3		x		x		
	5			x		x	
	9	x			x		
	11	x				x	
10	3	x			x		
	5	x			x		
	9		x		x		
	11		x			x	

### Problemas de Falsa transitividad Quinto Grado

Alumno	Problemas	Evaluación					
		Inicial			Final		
		Sí	No	No se sabe	Sí	No	No se sabe
1	3		x			x	
	5		x		x		
	9	x				x	
	11	x			x		
2	3		x		x		
	5		x		x		
	9	x			x		
	11		x			x	
3	3			x	x		
	5	x			x		
	9	x			x		
	11	x					X
4	3		x		x		
	5	x			x		
	9	x			x		
	11		x		x		
	3		x		x		
	5	x				x	

5	9		x		x		
	11		x		x		
6	3		x		x		
	5		x			x	
	9	x			x		
	11	x			x		
7	3		x		x		
	5			x			X
	9			x	x		
	11	x					X
8	3		x		x		
	5		x		x		
	9	x				x	
	11		x			x	
9	3	x			x		
	5		x		x		
	9	x			x		
	11		x			x	
10	3		x			x	
	5	x			x		
	9			x	x		
	11	x				x	

## ANEXO 5

Cuadro del total de respuestas de los problemas de Falsa transitividad en Tercer grado de la Evaluación Inicial y Final.

Tipo de respuesta	Evaluación Inicial					Evaluación Final				
	Número de problema					Número de problema				
	3	5	9	11	Total	3	5	9	11	Total
<b>Sí</b>	2	5	5	7	= 19	6	7	7	8	= 28
<b>No</b>	2	4	2	1	= 9	4	3	1	1	= 9
<b>No se sabe</b>	6	1	3	2	= 12	0	0	2	1	= 3

**Cuadro del total de respuestas de los problemas de Falsa transitividad en Cuarto grado de la Evaluación Inicial y Final.**

	Evaluación Inicial					Evaluación Final				
	Número de problema					Número de problema				
Tipo de respuesta	3	5	9	11	Total	3	5	9	11	Total
<b>Sí</b>	4	4	4	4	= 16	7	7	6	5	= 25
<b>No</b>	5	4	6	5	= 20	3	2	3	3	= 11
<b>No se sabe</b>	1	2	0	1	= 4	0	1	1	2	= 4

**Cuadro del total de respuestas de los problemas de Falsa transitividad en Quinto grado de la Evaluación Inicial y Final.**

	Evaluación Inicial					Evaluación Final				
	Número de problema					Número de problema				
Tipo de respuesta	3	5	9	11	Total	3	5	9	11	Total
<b>Sí</b>	1	5	7	5	= 18	8	7	7	4	= 26
<b>No</b>	8	4	1	5	= 18	2	2	3	4	= 11
<b>No se sabe</b>	1	1	2	0	= 4	0	1	0	2	= 3



ESTE TRABAJO FUE IMPRESO POR, "NATALIA DIGITAL"  
FILOSOFÍA Y LETRAS # 16 LOCAL B  
COL. COPILCO UNIVERSIDAD DEL COYOACAN, MEXICO, D.F  
C.P. 04360, TEL: 6726-0302. CEL: 55-1425-9026  
CORREO: [TESISNATALIA@YAHOO.COM.MX](mailto:TESISNATALIA@YAHOO.COM.MX)

HECHO EN MEXICO