UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO

Razonamiento proporcional con estudiantes de 5°: un programa de intervención didáctica con Win-Logo

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADA EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

PRESENTA

DEYSI CALDERÓN ARAUJO

ASESORA DE TESIS:

DRA. CRISTIANNE MARÍA BUTTO ZARZAR

MÉXICO, DF . JUNIO 2015

AGRADECIMIENTOS

A Dios:

Por permitirme vivir, superarme profesionalmente y por todo lo que me ha dado.

A mi Padre:

Manuel Calderón Salgado. Porque ha sido para mí, un hombre grande y maravilloso y que siempre he admirado, gracias por guiar mi vida, esto es lo que ha hecho que sea lo que soy. Y siempre recuerdo y recordare la frase que decías "la mejor herencia que le puede dejar un padre a sus hijos es el estudio".

A mi Madre:

María de Jesús Araujo Jiménez. Que es el ser más valioso del mundo, gracias por el apoyo moral, su cariño y comprensión que desde siempre me ha brindado.

A mi Hija:

Ximena Dánae. Porque su presencia en mi vida a sido y será siempre el motivo más grande que me ha impulsado lograr esta meta.

A Rosalía:

Mi hermana, porque desde el principio me apoyo y su meta fue que lograra lo que ahora logre, nunca estuvo en mis planes claudicar, ya te puedes sentir orgullosa.

A Johnny:

Por su comprensión y tolerancia en todo este tiempo, gracias, ya puedes ver el resultado.

A Carmina:

Mi hermana, porque siempre estuvo a mi lado en los momentos más difíciles, gracias por parecer mi madre, tú también eres parte de esto y por todo el apoyo que desde siempre me diste sobra decir, que te amo.

A mis hermanos:

Agustina, María Luisa, Elizabeth, José Manuel, María de Jesús, Odila, Rafael y Nancy, por estar cerca de mí y motivarme a seguir para concluir esto, sobra decir que los amo.

A mi asesora:

Dra. Cristianne María Butto Zarzar por su tiempo, dedicación prestada a este trabajo, por su infinita paciencia y por abrirme las puertas de su casa, mis infinitos agradecimientos.

A Kevin:

Porque siempre fue mi sujeto de estudio a lo largo de los cuatro años que duro mi carrera, te quiero mucho Peque.

A mis sobrinas.

Diana mi confidente, la que siempre ha estado ahí apoyándome, te quiero mucho niña loca y Karina mi informante, con la que conviví más, te quiero mucho Kary.

A la Universidad Pedagógica Nacional:

Donde aprendí todo lo que se.

A mis amigas y compañeras de la carrera

Sonia (javiva), porque fuiste mi primera amiga y también contribuiste a este trabajo te quiero más, Montserrat (limón), por tu colorido lenguaje te quiero mucho, Shaday (chada) por ser como eres una buena persona, Rosenda (chepa) por ser tan correcta, Karem (katana) porque siempre estabas platicando, Marlenne aunque nos abandonaste, te quiero amiga. Las voy a extrañar.

A la escuela primaria "Juan de Jáuregui"

Por el apoyo brindado para realizar este trabajo, y gracias a los niños: María Fernanda, Hugo Leonardo, Leslie Mariana, Rodrigo, Cristina, Jonathan Paúl y Jorge.

A todas aquellas personas:

Que directa o indirectamente, han contribuido a la culminación de este trabajo.

Resumen

El razonamiento proporcional representa una dificultad para la mayoría de los estudiantes de educación básica. Ese contenido matemático forma parte de los planes y programas de estudio de la Secretaria de Educación Publica SEP (2011).Por otro lado, resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales, como Excale, Enlace, Pisa y Serce muestran resultados poco alentadores sobre el rendimiento de los estudiantes en matemáticas. Este trabajo investigó las dificultades que los estudiantes tienen con el razonamiento proporcional. Los objetivos del estudio fueron: 1) Identificar las principales dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas de razonamiento proporcional. 2) Identificar las estrategias que emplean los estudiantes para resolver los distintos tipos de problemas de razonamiento proporcional. 3) Verificar la viabilidad de un modelo de intervención didáctica. Marco teórico: se fundamentó en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1991). Metodología: tipo de estudio: observacional, descriptivo y explicativo. Corte del estudio: cualitativo. Población: siete estudiantes de una escuela primaria del Distrito Federal de la Delegación Magdalena Contreras. Etapas del estudio: 1a etapa: Aplicación del cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional, 2a etapa: aplicación de un programa de intervención didáctica, 3a etapa: Aplicación del cuestionario final sobre razonamiento proporcional. Los resultados mostraron que los estudiantes presentan dificultades con el razonamiento proporcional, pero poco a poco las van superando por medio del trabajo en el programa de intervención didáctica.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

La proporcionalidad es uno de los temas más investigados en el campo de la educación matemática y existe una literatura muy amplia en el tema, también es un contenido matemático en el que los estudiantes presentan dificultades en su aprendizaje. Esta dificultad ha sido reportada en los resultados de pruebas de evaluación nacionales como: *Examen de Calidad y Logro Educativo* (EXCALE) e internacionales, como el *Programme For International Student Assessment,* (PISA) y *Segundo Estudio Regional y Comparativo* (SERCE). Esos resultados colocan a México por debajo de la media internacional en aprovechamiento matemático.

En lo que se refiere al Plan y Programas de Estudios de la Secretaria de Educación Pública (SEP 2011), el razonamiento proporcional tiene como propósito fundamental el desarrollo de la adquisición de conocimientos, habilidades y destrezas. En lo que respecta al programa de estudios de 5º grado de primaria, el propósito para el razonamiento proporcional, es que los alumnos identifiquen un conjunto de cantidades que varían proporcionalmente o no , calculen valores faltantes y porcentajes, y apliquen el factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.

La proporcionalidad se vincula con otros contenidos curriculares de matemáticas que son enseñados en la escuela primaria, por ejemplo: medida, números fraccionarios, división, multiplicación, función, entre otros.

El Plan y Programas de Estudio de la SEP (2011) dice que en los primeros grados se deben enseñar los problemas de estructura aditiva[1] y posteriormente los problemas de estructura multiplicativa[2]. Esto se debe a que la enseñanza de los problemas de estructura multiplicativa engloban muchos conceptos matemáticos, también se debe a que en esos grados escolares (5º y

[1]Problemas de estructura aditiva y multiplicativa: Vergnaud (1991) define los problemas de estructura aditiva son todos aquellos que intervienen sumas o restas, y no pueden estudiarse de manera reproducida, pues pertenecen a una misma familia de problemas o aun mismo campo conceptual. Los problemas de estructura aditiva involucran la construcción de conocimientos matemáticos. Que van más allá de los algoritmos de la suma y la resta, como son el dominio de diversas estrategias del cálculo y el razonamiento de los problemas que se resuelven con esas operaciones.
[2] Problemas de estructura multiplicativa: Vergnaud (1991) define los problemas de tipo multiplicativo como aquellos que incluyen una multiplicación y una división, y clasifica las categorías: proporción simple, producto de medidas y proporción múltiple.

6º grado), se espera que los alumnos tengan un razonamiento matemático más avanzado y logren aprender los contenidos que están vinculados con los problemas de estructura multiplicativa. Entre los conceptos que forman parte de los problemas de estructura multiplicativa que se enseñan; están la multiplicación, división, fracciones, razón y la proporción.

En lo que refiere a los estudios realizados sobre el razonamiento proporcional, varios investigadores han estudiado este tema. Algunos de estos estudios muestran que los alumnos tienen dificultades específicamente cuando se enfrentan a los contenidos de razón y proporción; por ejemplo, en la escala 1 a 3, los alumnos no entienden que significa 1 a 3.

Un ejemplo de estos estudios son los realizados por Lesh y Cramer (1988, citados en Carrillo 2009) quienes mencionan que los alumnos utilizan la multiplicación en varias tareas, y esto es un indicador de razonamiento proporcional. Vergnaud (1991), hace referencia a la teoría de los campos conceptuales y a los problemas de estructura multiplicativa, English y Halford (1995 citados en Butto 2005) mencionan que se debe comprender que cuando se aborda el razonamiento proporcional se hace referencia a las relaciones entre dos cantidades.

La enseñanza del razonamiento proporcional es muy importante para los alumnos, pues es empleada en la escuela cuando los estudiantes son llamados a resolver problemas que impliquen la repartición o la proporcionalidad directa o inversa; este contenido escolar es la base para aprender otros contenidos escolares.

Por otro lado, entre las diferentes instituciones para evaluar esta el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), cuyo objetivo principal es evaluar lo que los estudiantes aprenden del currículo nacional, así como también identificar los factores que diferencian los niveles de logro entre los alumnos.

Para alcanzar este objetivo el *Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación* (INEE) ha desarrollado diferentes pruebas entre ellos los *Exámenes de Calidad y Logro Educativo* (EXCALE) e internacional se encuentra el *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo* (SERCE) y la prueba internacional *Programme For International Student Assessment* (PISA) promovida y organizada por la *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico* (OCDE).

El examen de calidad y logro educativo (EXCALE) es una prueba de gran escala que mide el logro escolar de los estudiantes de educación básica en las distintas asignaturas y en diferentes grados escolares, estos exámenes cuentan con tres características que los distinguen:

1.- Son criteriales (porque se diseñan para evaluar el dominio que tienen los estudiantes de una disciplina en particular),

2.-Están alineados al currículo (porque su propósito es evaluar los aprendizajes esperados por los planes y programas de estudio nacionales)

3.- Tienen un diseño matricial (porque los EXCALE pretenden evaluar todos los contenidos curriculares importantes)

Este examen evalúa el desempeño de los estudiantes de 3° de preescolar, 3° de primaria, 6° de primaria y 3° de secundaria, en las materias de matemáticas, español, ciencias sociales y ciencias naturales.

Uno de los contenidos que explora este examen en la materia de matemáticas referente al razonamiento proporcional, es el de "análisis de las tendencias en las tablas de variación proporcional y no proporcional" (con especificación general de la tabla de contenidos: resolución de problemas de variación proporcional mediante distintos procedimientos: tablas, valor unitario y reglas de tres). Para que los alumnos puedan resolver estos exámenes deben tener conocimientos previos de los contenidos sobre:

- Multiplicación
- División
- Fracciones (en especial la fracción como razón)
- Plano cartesiano.

Los resultados de EXCALE (2013), se dividen en diferentes niveles de agregación como; nacional, por estrato escolar, por entidad federativa y por estrato escolar al interior de las entidades federativas. También define subgrupos: sexo, edad normativa y edad en años cumplidos. Los niveles de logro contemplados para calificar esta prueba fueron: por debajo del básico, básico, medio y avanzado.

En lo que respecta a los resultados arrojados en el Distrito Federal se tomó el nivel de agregación llamado: logro educativo por entidad. Para el Distrito Federal el 93% de la educación pública, los alumnos alcanzan el nivel básico en matemáticas y en la educación privada del Distrito Federal el 99% alcanza el nivel básico.

Otro examen muy importante es el segundo estudio regional comparativo y explicativo (SERCE 2008), que fue organizado y coordinado por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) para los alumnos de América Latina y el Caribe, así que qué aprenden los estudiantes de educación primaria. Este examen evalúa 3° y 6° grado de primaria, para la calificación se establecen cuatro niveles de logro enumerados de esta forma: I, II, III y IV. En matemáticas evalúa cinco dominios establecidos:

- Dominio numérico; números y operaciones.
- Dominio geométrico; espacio y forma.
- Dominio de la medición; tamaño y medida
- Dominio estadístico; tratamiento de la información.
- Dominio variacional; estudio del cambio.

En los resultados arrojados en el segundo estudio comparativo del SERCE para América Latina y el Caribe, encontramos que México tiene los siguientes porcentajes: el 1% está por debajo del nivel I, el 9% se encuentran en el nivel I, el 33% en el nivel II, el 37% en el nivel III, y el 20% en el nivel IV.

Otra prueba de evaluación muy importante en el país es la evaluación nacional de logro académico en centros escolares (ENLACE), un programa de evaluación desarrollado por la SEP (2006) y cuyo propósito fue trabajar en conjunto con maestros, comunidad, entidad federativa, salón de clases, directivos, padres de familia y las autoridades para contribuir al avance educativo de los estudiantes.

Según los resultados de la prueba ENLACE (2012), el 55.7% de los alumnos se ubican en un nivel insuficiente y elemental y el 44.3% se encuentran ubicados en un nivel bueno o excelente, esto es en general; a nivel nacional el Distrito Federal está por encima del promedio nacional (44.3%) con un 47.3% de promedio de logro en el nivel bueno y excelente.

Por otro lado, diversos investigadores del área de educación matemática han centrado su interés en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación para facilitar el aprendizaje de contenidos escolares, aunque las incorporaciones de estas herramientas tecnológicas en el medio escolar no son recientes, aún hay situaciones que necesitan ser estudiadas. Los avances en la enseñanza mediante el uso de materiales concretos en computación han sido muchos, por ejemplo Douglas y Mederitt (1992 citados en García de León), comentan sobre la aportación de dichas investigaciones con el Micromundo Logo. Todavía, se puede comentar que dicho lenguaje proporciona a los estudiantes la exploración de diversos conceptos matemáticos, como por ejemplo, el razonamiento proporcional aritmético y geométrico, pues el entorno de programación Logo conjuga la parte numérica, geométrica y gráfica pero evidentemente la exploración con dicho ambiente requiere de un diseño didáctico cuidadoso, pues la simple utilización del ambiente no hace desaparecer los obstáculos tradicionales en el aprendizaje de las matemáticas.

En esta investigación, estudiamos el razonamiento proporcional. Para alcanzar los objetivos se aplicó un cuestionario inicial con el objetivo de indagar sobre las dificultades y habilidades de los estudiantes con dicho contenido escolar. Posteriormente se aplicó un programa de intervención didáctica y después un cuestionario final a siete estudiantes de 5° grado de primaria de una escuela del Distrito Federal, con niños de entre los 10 y 11 años de edad.

OBJETIVOS

- Identificar las principales dificultades que tienen los estudiantes con el razonamiento proporcional.
- Identificar las estrategias de los estudiantes en las actividades de razonamiento proporcional.
- Verificar la vialibilidad de un modelo de intervención didáctica en lenguaje de programación Logo.

El trabajo empírico del estudio se realizó en dos ambientes: lápiz y papel y Micromundo Logo. El primer ambiente consistió en la aplicación de actividades realizadas en lápiz y papel. El segundo ambiente consistió en el diseño y aplicación de una intervención didáctica en lenguaje de programación con Logo.

El presente estudio se centra en el análisis de los niveles de logro y de las estrategias de resolución de problemas que desarrollan los alumnos con el razonamiento proporcional. Dicho análisis se fundamento en las explicaciones empíricas de los estudiantes durante el trabajo realizado en las tres etapas del estudio.

El marco teórico de esta tesis se fundamentó en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1991).

La metodología utilizada en esta investigación fue de tipo explicativo y descriptivo. Este tipo de estudio solo se limita a medir las variables; el corte del estudio es de tipo cualitativo en un contexto real por lo que el acercamiento entre el alumno y las investigadoras fue crucial para observar y describir las dificultades que presentan los alumnos.

Se trabajó con siete alumnos de 5° grado, entre 10 y 11 años de edad, que cursaban la educación primaria de una escuela de la Delegación Magdalena Contreras del Distrito Federal.

El estudio se efectuó en tres etapas: 1a etapa: Aplicación del cuestionario inicial de razonamiento proporcional, 2a etapa: Programa de intervención didáctica ambientes tecnológicos de aprendizaje logo, 3a etapa.: Aplicación del cuestionario final de razonamiento proporcional.

Esta tesis está compuesta por siete capítulos los cuales tienen el siguiente contenido:

Capítulo I. *Antecedentes del estudio: Razonamiento proporcional*: En este capítulo se presentan estudios sobre el razonamiento proporcional. Inicialmente, se describen los estudios de demanda psicológica, posteriormente se presentan los estudios de demanda didáctica y se hace una breve discusión de los resultados de dichos estudios y las aportaciones de las investigaciones para comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de dicho contenido escolar.

Capítulo II. *Antecedentes del estudio: Entornos tecnológicos de aprendizaje; el Micromundo Logo.* En este capítulo se hace una breve descripción sobre estudios realizados con el Micromundo Logo. Se mencionan las aportaciones de este entorno, para los niños de edad escolar y con el razonamiento proporcional que fue explorado en este estudio.

Capítulo III. *Marco teórico*: En este capítulo se describe el marco teórico que fue fundamentado, en el trabajo de Vergnaud (1991), sobre la teoría de los campos conceptuales.

Capítulo IV. *Metodología:* En este capítulo se describe la metodología utilizada en este estudio. Inicialmente se hace referencia al tipo y corte del estudio que se utilizó, la población que participó y el escenario; posteriormente se describen las etapas del estudio, Es estas se incluye una descripción de las mismas, la aplicación y una propuesta de análisis de los datos.

Capítulo V. *Resultados de la primera etapa del estudio: cuestionario inicial de razonamiento proporcional.* Este capítulo presenta los resultados del cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional, continuando con la aplicación de los mismos, seguidos del análisis de los datos y los resultados obtenidos.

Capítulo VI. *Resultados de la segunda etapa del estudio: en entornos tecnológicos de aprendizaje Win-Logo*: En este capítulo se presentan los resultados de la segunda etapa del estudio correspondiente a la intervención didáctica en Win-Logo.

Capítulo VII. *Resultados de la tercera etapa del estudio: cuestionario final de razonamiento proporcional.* Este capítulo presenta los resultados correspondientes a la tercera etapa del estudio. Se inicia con la aplicación de los instrumentos seguidos del análisis de los datos y los resultados obtenidos.

Se finaliza con las conclusiones del trabajo y las consideraciones para el quehacer de psicólogo educativo.

CAPÍTULO I

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

En este capítulo se presentan estudios sobre el razonamiento proporcional. Inicialmente, se describen los estudios de demanda psicológica, posteriormente, se presentan los estudios de demanda didáctica y se hace una breve discusión de los resultados de dichos estudios y las aportaciones de las investigaciones para comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de dicho contenido escolar.

El razonamiento proporcional en la escuela primaria es un tema que es parte del currículo. Este contenido escolar se conecta con diversas ideas matemáticas como por ejemplo, la variación proporcional, las variables en una función, entre otros.

A continuación se presentan los estudios desarrollados sobre razonamiento proporcional. Y se puede decir que algunos autores lo definen como la comparación de dos razones.

Para dejar más clara esta definición Sé da un ejemplo de un problema de razonamiento proporcional: propuesto por Karplus y Peterson (1970 citados en Butto 2012) en este problema se le pide al niño que diga cuál limonada sabe más a limón conforme a la figura 1.

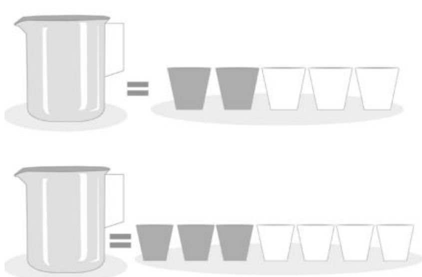


Figura 1 problema de la limonada tomado de Karplus y Peterson. (1970)

Los vasos obscuros son de jugo de limón y los claros son de agua. A partir de esto el alumno debe decir qué limonada sabe más a limón. Este problema tiene como objetivo fundamental la comparación de dos razones que corresponde al razonamiento proporcional.

1.1- Razonamiento Proporcional

En la instrucción escolar el concepto de proporcionalidad se reduce a un conjunto de algoritmos tales como proporción simple, versus compuesta. English y Halford (1995 citados en Butto 2005), argumentan que una característica esencial del razonamiento proporcional incluye relaciones de 2º orden, es decir, relaciones entre dos cantidades directamente inversas, esto define que la fase temprana del razonamiento proporcional en los alumnos, incluye un razonamiento aditivo, y están de acuerdo con Piaget que dice el razonamiento proporcional se da en las operaciones formales y es característica de la adolescencia, pero en la segunda etapa de su trabajo Piaget argumenta que puede aparecer a más temprana edad.

Freudenthal (1983 citado en Alatorre 2004) se refiere al razonamiento como una comparación de dos razones. Lesh, Post y Behr (1981 citados en Alatorre 2004), argumentan que el razonamiento proporcional es visto en el último grado de la escuela primaria y continúa en el primer grado de la escuela secundaria. Otros autores como Ben-Chaim (1998 citado en Alatorre 2004), comparten opinión con los antes mencionados, pues él afirma que el razonamiento proporcional corresponde a los cursos finales de primaria en matemáticas y principios de secundaria. Karplus, Pulos y Stage (1983 citados en Alatorre 2004), definen el razonamiento proporcional a continuación.

"…Un sistema de dos variables entre las que existe una función lineal que puede ser conceptualizado en tres pasos: la identificación de dos variables extensivas que se puedan aplicar, el reconocimiento de las variables de tasa o intensivas cuya constancia determina la función lineal, y la aplicación de los datos y las relaciones para encontrar un valor adicional para una variable extensiva (problemas de valor perdido) o una comparación de dos valores de la variable intensiva calculada a partir de los datos problemas de comparación…"

Karplus, Pulos y Stage (1983 citados en Alatorre 2004, p. 4).

Para que exista comprensión por parte de los alumnos sobre el razonamiento proporcional se tiene que hacer una transformación cualitativa en los esquemas cognitivos y que los estudiantes puedan hacer el tránsito del pensamiento aditivo al pensamiento multiplicativo.

De acuerdo a los Planes y Programas de estudio de la SEP (2011), el razonamiento proporcional es enseñado en los últimos grados de educación primaria. En la currícula de educación básica se estudia el pensamiento proporcional, multiplicación, división, número racional, porcentaje, escala y probabilidad.

1.2. Estudios de demanda didáctica

En lo que respecta a los estudios de demanda didáctica encontramos a Fiol y Fortuny (1990 citados en Butto 2012) señalan que la proporcionalidad es un concepto que puede ser muy sencillo de aprender y que es de gran relevancia su enseñanza en los últimos grados de la escuela primaria, pues ese contenido es utilizado en la mayoría de los contextos de la vida escolar. Raspetti (2003 citado en Alvarado 2012) afirma que este concepto no es sencillo de aprender, pues se requiere del alumno una serie de conexiones cognitivas de diferente complejidad numérica que en ocasiones se convierte en un obstáculo para avanzar y aprender contenidos escolares. Si no se tienen conocimiento de este contenido escolar.

Por otro lado, Butto (2005) señala que el razonamiento proporcional involucra la habilidad de diferenciar lo proporcional de lo no proporcional. Y que a pesar de todas las investigaciones realizadas, el razonamiento proporcional continúa siendo un problema para los estudiantes, pues éstos adoptan más estrategias aditivas que multiplicativas; pero el razonamiento proporcional está dentro de los problemas de estructura multiplicativa y no sólo aditiva como lo considera la escuela.

1.3 -Estudios de demanda psicológica

En los estudios de demanda psicológica, nos referiremos a las diversas investigaciones realizadas por Piaget (citado en Gómez 1996), comenta que los niños utilizan dos características para resolver situaciones que requieren el razonamiento proporcional: cualitativas y cuantitativas. El autor comenta tres etapas: en la primera etapa el niño usa la correspondencia y la seriación cualitativa, en la segunda etapa usa compensaciones aditivas o razones de tipo 2:1 y en la última etapa aplica el razonamiento cualitativo.

Piaget (1971) explica que el razonamiento proporcional aparece cuando el niño se aproxima a la adolescencia señala en las operaciones formales y las características son diferentes al razonamiento concreto. Para Piaget la noción de proporción empieza siempre de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente.

Piaget argumenta que entre los 11 y 12 años, en las operaciones formales, se ve en el sujeto la presencia de la noción de la proporción en diferentes ámbitos, tales como las proporciones espaciales, las relaciones entre pesos y longitudes y la probabilidad.

Piaget (1978), menciona que el sujeto puede construir el esquema de proporcionalidad cualitativa, cuando comprende que un incremento en una variable independiente da el mismo resultado que un decremento en la variable dependiente. Es decir, cuando comprende que requiere de un elemento de compensación.

Butto (2005), señala que la postura de Piaget es cuestionada por diversos autores, pues Piaget decía que el razonamiento proporcional era característico en el estadio de las operaciones formales; aunque en estudios posteriores, el mismo Piaget reconoce que esa habilidad puede aparecer antes de las operaciones formales. Autores como Bryant y Spinillo (1990 y Spinillo y Bryant 1989 y Spinillo 1992,1990, citados en Butto 2005), mencionan que el razonamiento proporcional puede darse en edades más tempranas que las mencionadas por Piaget, prueba de esto es el estudio realizado con niños de 4 a 6 años de edad, pues estos niños comprenden sin haber tenido ningún acercamiento numérico, el concepto de mitad y comparación de dos razones. En otros estudios iguales a estos son los de Lunzer y Pumfrey (citados en Butto 2005), donde observaron que los estudiantes preferían resolver los problemas de manera aditiva, las distintas razones que ellos utilizaron fueron 1:1, 2:1, 3:1. Otro estudio parecido al de Piaget fue el de Lunzer (1973 citado en Hart 1989) el objetivo principal de este autor fue el de observar que tal se desempeñaban los estudiantes en actividades de razonamiento proporcional y las estrategias que usaban, las actividades de esta investigación eran de proporcionalidad y usaban relaciones con sus inversos como: $a/b = c/d$, $ad = bc$, $a/c = b/d$.

English y Halford (1995 citados en Butto (2005) comentan que las relaciones entre dos cantidades directamente proporcionales y argumentan que la fase temprana del razonamiento proporcional siempre empieza por el pensamiento aditivo. Lunzer (1973) está de acuerdo con esta teoría ya que dice que los niños de todas las edades tienden a escoger la mayoría de las veces modos aditivos de solución de problema aunque este sugiera modos multiplicativos.

Las aportaciones para este estudio, nos ayudan para comprender más sobre el razonamiento proporcional, las dificultades que los estudiantes presentan con dicho contenido escolar y de qué forma.

CAPÍTULO II

ANTECEDENTES DEL ESTUDIO: ENTORNOS TECNOLÓGICOS DE APRENDIZAJE; EL MICROMUNDO LOGO

En este capítulo se hace una breve descripción de los estudios realizados sobre el Micromundo Logo, el programa que se utilizó en la intervención didáctica de esta investigación. Se mencionan las aportaciones de este entorno, para los niños de edad escolar y con el razonamiento proporcional que fue explorado en este estudio.

La introducción de la computadora a la enseñanza ha traído nuevos retos, pues esta herramienta puede emplearse en las matemáticas, así como se pueden crear Micromundos que estimulen el aprendizaje y permitan que el alumno tome conciencia del aprendizaje y de los contenidos matemáticos.

Desde hace muchos años diversos investigadores del área de educación matemática han centrado su interés en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación para facilitar el aprendizaje de contenidos escolares pero la incorporación de estas herramientas tecnológicas en el medio escolar son recientes. Varios investigadores como Dunham y Dick, (1994) y Boers-Van Oosterum (1990, citados en Butto, 2012); afirman que los estudiantes experimentan un aprendizaje significativo.

Según Rojano (citada en Butto, 2012), mundialmente existen tres concepciones de las TIC: como un conjunto de habilidades y competencias como un conjunto de herramientas o de medios para hacer lo mismo y como un agente de cambios con impactos revolucionarios.

- La primera concepción propone las TIC como una disciplina de enseñanza y al logro de competencias.
- La segunda relaciona las TIC con el currículo.
- La tercera las considera como un agente de cambio.

Moret y Labrador (2006 citados en Butto 2012), señalan que la tecnologización de la educación matemática se ha extendido desde una nueva concepción de la pedagogía y de la didáctica de las matemáticas.

2.1- Micromundo Logo

Papert (1993) menciona que en 1967 él y sus colaboradores dieron a conocer a la comunidad matemática el lenguaje de programación que llamaron Logo. La meta de dicho software era la de revolucionar la forma de aprender de los estudiantes y también promovería la autonomía de construir sus propios conocimientos.

Papert (1993 citado en Butto 2012) menciona que el alumno explora y construye sus propias ideas.

" es que las construcciones que se dan en la cabeza suceden de manera particularmente oportuna cuando son apoyadas por construcciones externas en el mundo, llevando a productos que se pueden ver, discutir, examinar allí afuera, tales como la construcción de un castillo de arena, un pastel, una empresa, un programa computacional, un poema o la teoría del universo"

Papert (1993, p. 142, citado en Butto, 2012, p. 91).

El paradigma de Papert lo llevó a la construcción de este programa computacional, pues él afirmaba que este contexto de las tecnologías favorece a diferentes representaciones, así como la simbólica, visual, numérica, y la oportunidad de construir e interactuar mediante programaciones de manipulación con dichos objetos.

2.2.- El Micromundo Logo

Hoyles y Sutherland (1989 citados en Butto 2012), argumentan que realizaron un estudio con alumnos de entre los 11 y 14 años, en el cual utilizaron el programa Logo para realizar varias actividades matemáticas. En estas actividades los alumnos trabajaban en parejas en el horario normal de clases de matemáticas, mientras utilizaban el ambiente Logo como trabajo colaborativo y exploraban las estrategias de resolución de problemas que utilizaban los alumnos, así como la intervención de los maestros en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Las implicaciones que tiene el estudio anterior en el salón de clases son diversas, como al entrar y cambiar el ambiente de las clases de matemáticas permite a los alumnos adquirir más autonomía y responsabilidad en su desempeño, pues los lleva a tomar decisiones sobre las estrategias utilizadas en la resolución de problemas y así construyen su propio conocimiento.

Noss (1996, citada en Butto 2012), asegura que el pensamiento matemático es algo real siempre en nuestra cultura y el programa de Logo es un ambiente donde las ideas matemáticas son recreadas; Clements (1986), Pea y Kurland (1985), (citados en Butto 2012) señalan que programar en Logo aumenta la cognición; la reflexibilidad, el pensamiento divergente y se desarrolla la habilidad metacognitiva, la creatividad. Es decir, el uso del lenguaje actúa como un puente entre las acciones de los estudiantes y su entendimiento de las matemáticas.

El programa Logo es como un puente entre las técnicas que utilizan y su entendimiento que los lleva a una reflexión, con la ayuda de la programación computacional, esto les permite construir su conocimiento y a la toma de decisiones acerca de sus estrategias. Pues Papert (1993) dice que el alumno explora y construye sus propias ideas. A lo anteriormente mencionado es como Logo permite esta construcción de ideas a partir de los conocimientos de los alumnos.

2.3.- Ventanas y Micromundos

Micromundos, ese término fue el que utilizó Papert para describir los ambientes computacionales que él mismo estaba construyendo y los definió así; como lugares para familiarizarse con un conjunto de ideas, de situaciones problemáticas y de actividades. Así mismo Papert en su obra "desafío de la mente" enfatiza la importancia de explorar los Micromundos y acercar a los alumnos a estos y crear sus propias actividades dentro del Micromundo.

Para Papert los alumnos aprenden por sí solos a explorar los Micromundos computacionales y estas ideas de exploración las convierten en grandes teorías científicas. Weir (1987 citado en Butto 2012) afirmaba que un Micromundo computacional debe ser un lugar donde aparecen las intuiciones del sujeto y también las explicaciones sobre un fenómeno, durante el proceso de aprendizaje de algún tema durante la programación de los temas computacionales.

Para Thompson (1987 citado en Butto 2012) los Micromundos computacionales matemáticos son un sistema compuesto de objetos, relacionados entre sí, y existen operaciones que los trasforman, así como también se pueden construir nuevos objetos, pues estos logran construir un mundo matemático.

La meta de los Micromundos computacionales es la construcción de significados y de relaciones para un sistema formal. Es decir, da a los alumnos herramientas para construir; Hoyles (1993 citado en Butto 2012) afirma que la meta de los Micromundos ha cambiado desde su creación, ahora su objetivo es diseñar ambientes de aprendizaje para la apropiación del conocimiento.

Noss y Hoyles (1986 citados en Butto 2012), afirman que la definición de Micromundos debe tomar en cuenta los siguientes elementos: el estudiante, el maestro, el entorno (social y físico) donde las actividades dependen de las experiencias pasadas del estudiante, así como las metas y experiencias del profesor.

Ahora bien estos autores mencionan que la importancia de la programación es proveer a los estudiantes de una herramienta para que pueda manipular los temas matemáticos y para involucrarse con estos. Los mismos autores propusieron la abstracción contextual como una manera de describir cómo los estudiantes pueden construir ideas matemáticas apoyándose en la red conceptual. Así los Micromundos computacionales son un medio donde los objetos y acciones pueden hacerse significativos y también donde se pueden articular relaciones matemáticas.

Es importante señalar que los Micromundos computacionales pueden ser utilizados como herramientas para pensar e investigar por los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Noss y Hoyles (1996 citados en Butto 2012) mencionan que las computadoras pueden ser utilizadas como una ventana al conocimiento, también mencionan que la computadora es una pantalla donde lo implícito se puede transformar en explicito.

Weir (1987 citado en Butto 2012), menciona que las actividades computacionales funcionan como catalizador para que las intuiciones del alumno emerjan, así es posible ver el rango de sus respuestas, es decir, en lugar de evaluar el pensamiento o estado mental de un alumno la idea es poner en movimiento el pensamiento e investigar los cambios que ocurren cuando se enfrentan a nuevos conocimientos y ver cómo se hacen construcciones y nuevas conexiones.

Goldenberg (1995 citado en Butto 2012) comenta que si se observa a los estudiantes se pueden identificar los complejos modelos que ellos intentan construir para comprender las actividades que están realizando. Por otro lado Shoenfeld (1985 citado en Butto 2012) comenta sobre la metacognición, esto se refiere a cuando los alumnos toman sus propias decisiones sobre sus acciones. Noss (1986 citado en Butto 2012) coincide que el pensamiento matemático es algo que siempre se encuentra en nuestra cultura y el ambiente logo es una forma de recrear las actividades matemáticas.

2.4.- El Micromundo y las situaciones didácticas

Hoyles y Noss (1987 citados en Butto 2012) también tomaron en cuenta las situaciones didácticas y mencionan que se deben tomar en cuenta cuatro elementos importantes: el técnico, el estudiante, el profesor y el contextual; a continuación se describe brevemente el elemento que más importa en esta investigación, el alumno.

El estudiante: involucra los entendimientos y concepciones parciales que el alumno tiene antes de entrar a una situación didáctica.

También estos autores argumentan que la computadora funciona como un mediador. Y hablan de la abstracción contextual que consiste en cómo los alumnos construyen ideas matemáticas usando una red contextual de un contexto en particular y así expresan sus propias ideas. Noss y Hoyles (1996 citados en Butto 2012) mencionan que los alumnos deben involucrarse en contextos computacionales para poder abstraer los contenidos matemáticos, así los Micromundos computacionales son un medio para que los contenidos sean significativos por medio de acciones que ejecutan los alumnos y así generan y articulan contenidos matemáticos.

Así deducimos que la abstracción contextual está condicionada por la tecnología y el lenguaje que se utiliza y esto es posible si existe un diseño instruccional.

2.5.- La computadora en la enseñanza

Cuando se empezó a utilizar la computadora en la educación, se pensó en grandes posibilidades que ofrecía a la enseñanza, y que se adaptaría a la situación de enseñanza de cada estudiante, así como a su nivel de conocimiento. También se esperaba que la computadora siguiera paso a paso su progreso le indicará dónde debe cambiar las estrategias como aprovechar mejor sus experiencias previas y ayudarle con lo que le resultará difícil. Todo esto hizo pensar que en las escuelas aparecerían nuevas formas de enseñanza para la computadora.

En los años sesenta se empezaron a hacer las primeras experiencias para introducir la tecnología en la enseñanza. Pero en algunos lugares y en cierta manera las computadoras estaban fracasando en las escuelas.

Es importante señalar que estos programas son un proceso para dar un paso hacia las estructuras matemáticas pero para esto se necesita un diseño instruccional, una programación en Logo podría ser este diseño. Estos estudios nos mencionan la importancia de Logo para la enseñanza de las matemáticas, que es lo que este estudio pretende probar.

CAPÍTULO III
MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta el marco teórico de esta tesis, la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1991) y las nociones utilizadas por los alumnos para la resolución de problemas de estructura aditiva y multiplicativa; Vergnaud define los campos conceptuales así.

"... un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos, procedimientos y representaciones de diferentes tipos estrechamente interconectados" es decir un campo conceptual es un conjunto de conocimientos donde se utilizan diferentes concepciones para llegar a la solución de un problema. (Vergnaud, 1991 p. 127)

Además de los campos conceptuales, Vergnaud hace referencia a los problemas de estructura aditiva y multiplicativa. En lo que respeta a los problemas de estructura multiplicativa. Vergnaud (1983) comenta que pueden extraerse tres clases de problemas de tipo multiplicativo como siguen a continuación:

- Isomorfismo de medidas: pone en juego cuatro cantidades, pero en los problemas más simples se sabe que una de estas es igual a uno.
- Caso de un solo espacio de medidas: este implica una distinción entre medida y escalar, que requiere de un estudio profundo.
- Producto de medidas: permite distinguir dos clases de problemas, multiplicación y división.

A continuación se presenta una breve descripción de la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud. Posteriormente trataré sobre los problemas de tipo aditivo y multiplicativo, para finalmente describir los tipos de problemas que se abordarán en este estudio y cómo se utilizó el mencionado marco teórico para el análisis de los datos.

3.1. -Teoría de los campos conceptuales

La teoría de los campos conceptuales es constructivista y cognitivista y pertenece a una escuela francesa de educación matemática Balacheff (1990 citado en Vergnaud 1991) considera que el conocimiento está organizado en campos conceptuales; para que un sujeto domine a la perfección un campo conceptual requiere de un largo proceso que conlleva la experiencia, la madurez cognitiva y el aprendizaje.

Para Vergnaud (1991) los campos conceptuales son considerados como un conjunto de problemas en las que se realizan operaciones aritméticas una teoría cognitivista. En este capítulo se abordará la Teoría de los Campos conceptuales de Vergnaud.

Vergnaud (1983) los define como:

"... un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos, procedimientos y representaciones de diferentes tipos estrechamente interconectados" es decir un campo conceptual es un conjunto de conocimientos donde se utilizan diferentes concepciones para llegar a la solución de un problema… (Vergnaud, 1983 p. 127)

"…un conjunto de situaciones cuyo dominio requiere a su vez, el dominio de varios conceptos de naturaleza distinta, por ejemplo, el campo conceptual de la estructuras multiplicativas" (Vergnaud 1988, p. 141)

Tres principales argumentos llevaron a Vergnaud al concepto de campo conceptual:

1.- Un concepto no se forma dentro de un solo tipo de situaciones.

2.- Una situación no se analiza con un solo concepto.

3.- La construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso muy largo que se extiende durante varios años.

La teoría de los campos conceptuales es una teoría psicológica y Vergnaud comenta que fue creada a partir de la teoría de Vygotsky así como de la teoría de Piaget, de la conceptualización de lo real: esta estudia las relaciones y rupturas entre los conocimientos desde el punto de vista conceptual; ofrece un marco para la comprensión del aprendizaje y da cuenta de los procesos de conceptualización que se siguen en la construcción de los problemas tanto de estructura aditiva como de la estructura multiplicativa.

Vergnaud (1991) argumenta que la teoría de los campos conceptuales es como la piedra angular de la cognición, esta teoría pretende ser más eficaz y fructífera que la teoría neopiagetiana, para el estudio del desarrollo cognitivo y el aprendizaje de esquemas tomando en cuenta los propios conocimientos y los conceptos de su dominio.

La teoría de los campos conceptuales es más enfocada por Vergnaud (1983) hacia los campos conceptuales de las estructuras tanto aditivas como multiplicativas, pero va más allá pues no es solo específica de estos campos o de las matemáticas, también puede ser aplicada en física, biología, historia, geografía y la educación física.

Así las concepciones de la multiplicación y la división son indispensables para resolver problemas que implican el uso de fracción, razón, número racional o función lineal, función no lineal, espacio vectorial, análisis dimensional, tasa, multiplicación y división es decir, que la división y la multiplicación se pueden abordar mediante una función lineal o bilineal entre distintos espacios de medida.

Vergnaud (1991) comenta sobre dos elementos de la teoría de los campos conceptuales muy importantes de adquirir, los cuales suelen ser un conjunto de problemas que permiten operaciones aritméticas; estos son los problemas de estructura aditiva y los problemas de estructura multiplicativa.

Vergnaud (1991) reconoce la importancia de la teoría de Jean Piaget, al destacar las ideas de adaptación, equilibrio y desequilibrio de los seres humanos para la investigación en didáctica de las ciencias y de la matemática.

3.2.- Concepto

Vergnaud (1996) dice que la teoría de los campos conceptuales considera que un concepto se define por sus propiedades y las diferentes situaciones donde es usado, también deben tomarse en cuenta las representaciones simbólicas que los alumnos usan para pensar, hablar o escribir acerca de algo. Se puede deducir que los conceptos están constituidos por elementos que están relacionados entre sí y corresponden a un conjunto de situaciones que se dan mediante representaciones simbólicas.

Un concepto es considerado como una agrupación de invariantes que pueden ser utilizados en diferentes acciones. Para Vergnaud el concepto consiste en una terna a partir de tres conjuntos que conforman C=SIR.

Donde

S: es el conjunto de situaciones a las que el alumno se enfrenta y dan sentido al concepto.

I: es el conjunto de invariantes, objetos, propiedades, relaciones sobre las cuales se obtiene la operacionalidad del concepto, las cuales se traducen en reglas de aplicación a ciertos dominios, a esto se le puede identificar como el significado del concepto.
R: es el conjunto de representaciones simbólicas lenguaje, gráficos, enunciados formales, que se pueden usar para representaciones diversas del concepto estas son el significantes del concepto.

"Para una definición pragmática considera al concepto como un conjunto de invariantes utilizables en diferentes acciones, también aplica un conjunto de situaciones que constituyen el referente y un conjunto de esquemas puestos en acción por el sujeto en diferentes situaciones. Esto se refiere al tripié conceptual (SIR) donde en términos psicológicos, S en la realidad, I el significado y R el significante" (Vergaud 1988, p. 141).

3.3.- Situación

La situación es un concepto muy importante para la teoría de los campos conceptuales. Cuando Vergnaud comenta sobre la situación esta se refiere a la tarea, pues considera que una situación compleja puede ser analizada como una combinación de tareas para las cuales es importante conocer su naturaleza y dificultades propias. El resultado de una tarea no depende de la suma de las tareas ni el producto, más bien el desempeño de una tarea afecta el desempeño global.

Vergnaud argumenta que los procesos cognitivos y las respuestas del sujeto son función de las situaciones con las cuales es confrontado. Muchas de nuestras concepciones, situaciones y conocimientos son moldeados por otras situaciones que se encuentran en nuestro ambiente; estas pueden ser a las que fuimos primeramente susceptibles. Vergnaud argumenta que esas concepciones vienen de las primeras situaciones que fuimos capaces de dominar o de nuestra experiencia al intentar cambiarlas. (Vergnaud 1996 p.117)

Las situaciones son las que dan sentido al concepto, son las situaciones responsables por el sentido atribuido al concepto (Vergnaud 1990. P. 158). Un concepto se torna significativo a través de varias situaciones.
En cuanto a las situaciones podemos distinguir dos tipos.
1.-Aquellas para las cuales el sujeto dispone de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación.

2.- Aquellas para las cuales no tiene todas las competencias necesarias.

El concepto de esquema se aplica fácilmente al primero de los dos tipos de situaciones mencionadas, es decir aquel de las que el sujeto dispone de las competencias necesarias.

En el segundo tipo muestra que los estudiantes muestran conductas igualmente estructuradas con los esquemas de que disponen.

3.4.- Sentido

El sentido es una relación del sujeto con las situaciones y con los significantes, son los esquemas los comportamientos y su organización evocados por el sujeto por una situación o un significante. En las situaciones es donde el concepto adquiere sentido.

Esto se puede deducir de esta manera. Para un sujeto el sentido de adiciones es el conjunto de esquemas que él puede utilizar para lidiar con las situaciones con las que se enfrenta y que implican la idea de adición; es también el conjunto de esquemas que él puede accionar para manejar los símbolos numéricos, algebraicos, gráficos y lingüísticos que representa la adición.

3.5.- Esquemas

Vergaud denomina esquema a la organización invariante del comportamiento para una determinada clase de situaciones. Es decir un esquema es una sucesión de acciones que tienen una organización y se puede repetir en situaciones semejantes, es aquí donde se deben investigar los conocimientos de acción del sujeto, estos son los elementos cognitivos que hacen que la acción del sujeto sea operatoria. Un esquema genera acciones y contiene reglas.

Un esquema es eficiente para varias situaciones; puede generar secuencia de acción distinta, de información y de control según la situación; no es el comportamiento lo que lo organiza. Pero no es un estereotipo porque la secuencia de acciones depende de los parámetros de la situación.

Este es el concepto introducido por Piaget para dar cuenta de las formas de organización como de las habilidades sensorio-motoras y de las habilidades intelectuales. Los algoritmos son esquemas, pero no todos los esquemas son algoritmos; se utilizan para tratar las mismas situaciones, se trasforman en esquemas ordinario o hábitos.

Vergnaud (1990) se refiere a los esquemas como a las situaciones y habla de una interacción esquema-situación, argumenta que el desarrollo consiste en un conjunto de esquemas y explica que, para comprender si un esquema es eficaz o no, se deben analizar sus componentes que se presentan a continuación.

1.- El objetivo, los subobjetivos, las anticipaciones: este componente refleja la integración de la intención, el motivo, el deseo, las expectativas, los esquemas se componen y se descomponen jerárquicamente.

2.- Las reglas de acción, toma de información y control: este componente genera el esquema; crea de forma temporal la organización de la actividad, que involucra desde su creación hasta la toma de información y el control sobre su eficacia.

3.- Los invariantes operatorios: constituyen la parte cognitiva del esquema; su función es identificar y reconocer objetos, sus propiedades, sus relaciones y transformaciones.

4.- Las inferencias: la actividad nunca es automática está regulada por adaptaciones, controles y ajustes progresivos.

Estos cuatro componentes constituyen el esquema, que es también sistemático porque la actividad está sujeta a las reglas es decir un solo tipo de reglas. Y también es contingente porque las reglas generan actividades y conductas distintas según la situación en donde se generan.

3.6.- Invariante operatorio

El invariante operatorio se define como concepto en acción y teorema en acción. El invariante operatorio también puede ser definido como los conocimientos contenidos en los esquemas (Vergnaud 1993). De aquí definiremos el teorema en acción y el concepto en acción.

Teorema en acción: es una proposición sobre lo real considerada como verdadera.

Concepto en acción: es un concepto, un predicado, o una categoría de pensamiento considerada como pertinente y relevante.

Veamos un ejemplo de teorema en acción y como se aplica el concepto en acción. Vergnaud propone (1998, p. 174) “el consumo de harina es en promedio, 3.4kg por semana para diez persona ¿Cuál es la cantidad de harina necesaria para 50 personas durante 28 días? Según Vergnaud para este razonamiento se forma este teorema implícito en la cabeza del alumno:

f (n1x1, n2 x2) = n1 n2 f (x1, x2) o sea, consumo (5x 10, 4x7) = 5x4 consumo (10, 7).En todo esto podemos ver que se forman varios conceptos en acción distintos e implícitos para comprender estas situaciones, adición y sustracción.

Vergnaud (1994) argumenta que los teoremas en acción más importantes desarrollados por los estudiantes, para este tipo de razonamiento, se encuentran las propiedades isomórficas de la función lineal.

$f\ (x + x') = f(x) + f\ (x')$

$f(x - x') = f(x) - f\ (x')$

$f\ (c1\ x1 + c2x2) = c1f(x1) + c2f(x2)$

Y las propiedades de coeficiente constante de esa misma función.

Si $f(x) = ax$, entonces $x = \frac{1}{a} f(x)$

Cuando el individuo puede aplicar un esquema referido a una situación o a otras situaciones de la misma clase, ha descubierto un invariante.

Un invariante es la generalización de un esquema. Para que un esquema pueda generalizarse, el sujeto debe conocer analogías, semejanzas en algunos aspectos y diferencias en otros, entre situaciones en las que el esquema era operatorio y aquellas nuevas.

Vergnaud (2003) argumenta que el invariante operatorio es el pasaje de la realidad a la representación, esta es funcional en la medida en que refleje aspectos de la realidad y permita al pensamiento operar con significados y significantes. También Vergnaud establece tres tipos lógicos de invariantes operatorios.

1.- Del tipo proposicional: pueden ser verdaderos o falsos.

2.- De tipo funcional preposicional: no puede ser verdadero o falso pero permite la construcción de preposiciones.

3.- Del tipo argumento: los argumentos puede ser objetos.

3.7. Los problemas de tipo multiplicativo

Según Vergnaud (1983), este concepto consiste en un conjunto de problemas matemáticos que involucran operaciones aritméticas de tipo multiplicativo. Este autor también afirma que ciertos conceptos están interconectados y también tienen que ver con la noción de campo conceptual, estos a su vez establecen una solución a los problemas aritmética.

3.7.1.-Tipos de problemas de estructura multiplicativa

Para Vergnaud (1991) al manejar la estructura multiplicativa surgen varios tipos de problemas, en los cuales la solución necesita una multiplicaron o un división. Por ello considera la importancia que tiene la introducción de la multiplicación a la escuela primaria. Además identifica que los problemas de este tipo se sitúan siempre en dos grandes marcos.

- Estructura de proporción simple
- Estructura de proporción doble o múltiple

3.7.1.1.- Representación de la estructura de proporción simple

Esta estructura muestra tres espacios de medida; medida uno, medida dos, medida tres (M1, M2 y M3). En estas medidas hay una función F que se hace pasar por una magnitud, esta función del primer espacio de medida (M1) permite que se establezca una relación entre el espacio de medida dos (M2) y el espacio de medida tres (M3)

Esta estructura quedaría de esta forma

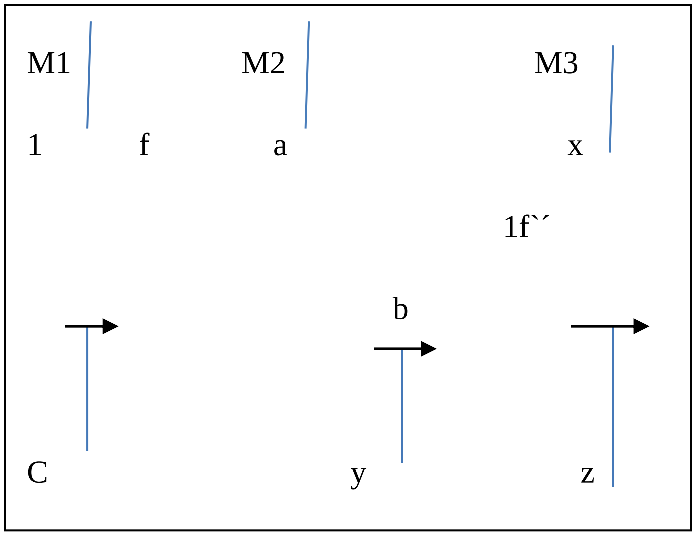


Figura 2. Estructura de proporción simple

Esto lleva a utilizar varias situaciones de multiplicación y tiene dos clases de tratar: isomorfismo de medida   y la estructura de proporción simple.

3.7.1.2.- Representación de la estructura de proporción doble

Se puede decir que el resultado en este caso M3 es proporcional, diferente o independiente a los otros espacios de medida M1 y M2.

El esquema quedaría de la siguiente manera.

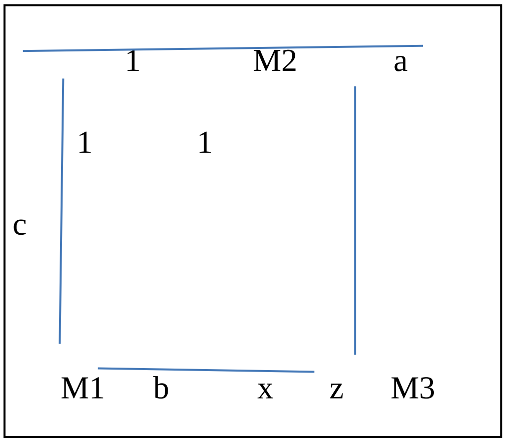


Figura 3. Estructura de proporción doble

Vergnaud (1991) menciona que se pueden identificar tres clases de problemas de estructura multiplicativa.

- Isomorfismo de medidas
- Producto de medida
- Proporción múltiple o espacio único de medida.

3.7.2.-Clases de problemas de estructura multiplicativa

Se pueden enumerar diferentes clases de problemas según la forma multiplicativa y las propiedades de los números utilizados. Aquí presento las principales clases;

3.7.2.1- Isomorfismo de medida

Esta clase de problema pone en juego cuatro cantidades, pero en los problemas más simples solo hay tres grandes clases de problemas de estructura multiplictiva. A continuación se ilustran estas tres clases por medio de esquemas donde x es la incógnita.

Multiplicación

División: búsqueda del valor unitario

1-----------------a　　　　　　　　1-----------------x

b-----------------x　　　　　　　　b-----------------c

Figura 4. Valor unitario

División búsqueda de la cantidad de unidades

1-----------------a

b-----------------c

Figura 5. Cantidad de unidades

Cada una de estas tres clases de problemas de estructura multiplicativa se subdivide en numerosas subclases. Solo tomamos el caso de la multiplicación y enlistamos varios ejemplos, cada uno engloba diferentes dificultades.

Números enteros grandes

1---------------------42

183------------------x

Números enteros pequeños

1--------------------3

2--------------------x

Valor unitario decimal

1-------------------2.75

7-------------------x

Números decimales

1---------------------6.08

5.74--------------------x

Valor unitario inferior a 1

1-----------------0...25

7-----------------x

numero de unidades inferior a 1

1-------------------6.08

o.42-----------------x

Figura 6. Subclases de valor unitario

Algunas de estas subclases son difíciles aún para algunos alumnos al final de la escuela primaria.

3.7.2.2.- Caso de un solo espacio de medidas

El análisis en términos de operadores escalares es fácilmente comprendido por los niños; pero este implica una distinción entre medida y escalar, que requiere un estudio profundo, a continuación veremos un ejemplo para niños de entre 8y 9 años.

"hacen falta dos metros de tela para hacer un falda. Hacen falta tres veces más para hacer un conjunto. Entonces hacen falta seis metros para hacer un conjunto"

En este ejemplo solo hay una categoría de medida, que son los metros de tela, y la correspondencia no se establece entre cuatro cantidades sino entre dos. El número dos representa una medida entre metros, igual que el número seis, mientras que el número 3 representa un operador escalar, designado verbalmente por la palabra "veces".

Se pueden deducir tres esquemas posibles del ejemplo anterior.

Multiplicación

Falda *2*

X3

Conjunto *x*

Figura 7. Multiplicación

División

Búsqueda de una medida		*búsqueda de un escalar*	
Falda	*x*	*falda*	*2*
Conjunto	*6*	*conjunto*	*6*

Figura 8. División

Y los enunciados que corresponden a cada uno de estos esquemas:

Multiplicación: hacen falta 2 metros de tela para hacer una falda; hacen falta tres veces más para hacer un conjunto. ¿Cuánta tela se necesita para hacer un conjunto?

División búsqueda de una medida: hacen falta tres veces más tela para hacer un conjunto que para hacer una falda. Se necesitan 6 metros para un conjunto. ¿Cuánta tela se necesita para hacer una falda?

División búsqueda de un escalar: se necesita 2 metros de tela para una falda, 6 metros para un conjunto. ¿Cuántas veces más requiere un conjunto con respecto a una falda?

La forma verbal de las preguntas "cuanta tela" y "cuantas veces más" marca la diferencia entre la noción de medida y la de escalar.

3.7.2.3.- Producto de medidas

El producto de medidas permite distinguir dos clases de problemas:

Multiplicación: Encontrar la medida producto cuando se conocen las medidas elementales

División: Encontrar una de las medidas elementales cuando se conoce la otra, y la medida producto.

Estos son algunos ejemplos de esos problemas:

- Producto discreto-discreto.

"Un vendedor quiere poner a disposición de los clientes 15 variedades de helados cubiertos de chocolate. Dispone de tres variedades de chocolate. ¿Cuántas variedades de helados debe tener?"

- Producto continuo-continuo.

"Un rectángulo tiene una superficie de 18.66 metros cuadrados y una anchura de 3.23 metros. ¿Cuál es su longitud?"

*Producto continuo-continuo y noción de medida.

"Una alberca tiene un área de 265.4 metros cuadrados y hacen falta 633.3 metros cúbicos de agua para llenarla. ¿Cuál es la profundidad media del agua?"

El estudio de las relaciones multiplicativas muestra pues que existen varios tipos de multiplicación y de divisiones, o mas bien, varias clases de problemas, en los cuales, la solución necesita de una multiplicación o de una división.

La distinción de estas diferentes clases de problemas tanto de estructura aditiva como de estructura multiplicativa y sus análisis se debe abordar cuidadosamente, con el fin de ayudar al niño a reconocer la estructura de los problemas, y a encontrar el procedimiento que conducirá a su solución. Estas deben abordarse desde la enseñanza de educación básica.

3.8.- Problemas de estructura aditiva

La posibilidad de sumar medidas es la propiedad más importante; la que da su noción de número, su originalidad y poderío en relación con las nociones que la anteceden.

Los problemas de estructura aditiva son aquellos cuya solución requiere una suma o resta (adición y sustracción) para su solución, mientras los problemas de estructura multiplicativa son los que requieren una multiplicación, división, regla de tres, porcentajes, etc., para su resolución.

Las relaciones aditivas son relaciones ternarias (operación binaria) que pueden encadenarse de diversas maneras y ofrecer una gran variedad de estructuras aditivitas. Vergnaud clasifica seis esquemas ternarios fundamentales.

Primera categoría: dos medidas se componen para dar lugar a una medida.

Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. En total tiene 14 canicas.

6, 8,14 son números naturales.

El siguiente es el esquema correspondiente:

$$\left.\begin{matrix} 6 \\ \\ 8 \end{matrix}\right\} \quad 14$$

y la ecuación correspondiente es: 6+8=14

+ es la composición que corresponde a la adición de dos medidas, es decir, de dos números naturales

Figura 9. Primera categoría

Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida

Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Ganó 4 canicas. Ahora tiene 11.

7 y 11 son números naturales; +4 es un número relativo.

El siguiente esquema es el correspondiente.

$$7 \xrightarrow{+4} 11$$

ecuaciones correspondientes: 7+ (+4) = 11

+ es la ley de composición que corresponde a la aplicación de una transformación sobre una medida.

Tercera categoría: una relación une a dos medidas.

Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 menos; entonces tiene 3.

Esquema correspondiente.

$$\begin{array}{l} 8 \\ \big\downarrow \quad -5 \\ 3 \end{array}$$

la ecuación correspondiente 8+ (-5) = 3

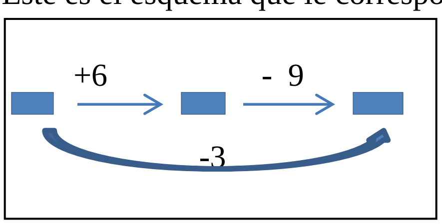
Figura 10. Tercera categoría

Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una trasformación.

Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9. En total perdió 3

+6, -9, -3 son números relativos.

Este es el esquema que le corresponde:



ecuación correspondiente: (+6)+(-9)= (-3)

Figura 11. Cuarta categoría

+es la composición que corresponde a la adición de dos transformaciones, es decir, de dos numero relativos.

Quinta categoría: una trasformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. Solo le debe 2.

El esquema que le corresponde es el siguiente.

+4
-6 -2

La ecuación que le corresponde es la siguiente: (-6) + (+4) = (-2)

\+ es aquí la ley de composición que corresponde a la operación de una transformación sobre un estado relativo. Son representados por números relativos.

Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero este le debe 4. Pablo le debe entonces solo dos canicas a Enrique.

-6, +4, -2 son números relativos.

El esquema que corresponde es el siguiente:

-6 la ecuación correspondiente es la siguiente (-6)+ (+4) 0 (-2)

-2 esta categoría es parecida a la cuarta categoría, pero en lugar de la transformación, son relaciones-estados que se componen entre sí.

Figura 12. Sexta categoría

3.8.1.- factores que intervienen en la dificultad de las seis clases de problemas

La diversidad y la desigualdad no se deben solo a su pertenencia a alguna de las seis clases de problemas que se definieron antes. Otros factores intervienen igualmente, estos factores son los siguientes.

- *La facilidad más o menos grande del cálculo numérico necesario.*

La complejidad crece al interior de una misma clase de problemas, con la dificultad del cálculo necesario. Los números grandes son más difíciles que los pequeños, los números decimales son mas difíciles que los enteros, excepto cuando la operación necesaria se reduce a una composición de números pequeños o a operaciones mentales simples; por ejemplo, 4000 + 9000; 666 – 555.

- *El orden y la presentación de las informaciones*

La manera en que se presenta la información juega un papel muy importante en la complejidad de los problemas, esta puede ser dada de diferentes maneras.

-información perdida entre otras informaciones o de tal manera que el niño piensa que tiene la información suficiente para la solución.

-información ordenada conforme al desarrollo temporal de hechos contados, o proporcionada en desorden o en un orden inverso.

- *El tipo de contenidos y de relaciones consideradas.*

El contenido de los problemas, el dominio de relaciones a las cuales hacen referencias, pueden también desempeñar un papel importante.

La importancia para tratar sobre los problemas de tipo aditivo se distingue dos tipos de números, los naturales y los relativos, los cuales abarcan nociones distintas: elemento y relación, estado y transformación, medida y operador aditivo.

En el presente estudio se hace mucha referencia a dichos problemas es por eso que son muy importantes para esta tesis.

CAPÍTULO IV
METODOLOGÍA

En este capítulo se describe la metodología utilizada en esta investigación. Inicialmente se hace referencia al tipo y corte del estudio que se utilizó, población y escenario. Posteriormente, se describen las etapas del estudio, se incluye la descripción, aplicación y la propuesta de análisis de los datos.

4.1.- Tipo de estudio: descriptivo y explicativo

En un estudio descriptivo, se explora el conocimiento y el proceso cognitivo de los alumnos y esto nos permite describir las dificultades que enfrentan cuando resuelven distintos problemas que implican el razonamiento proporcional. Esta tipo de estudio intenta establecer las causas de las dificultades, las características particulares de un grupo. Es descriptivo porque trata de identificar y especificar propiedades importantes de un grupo, en este caso de los estudiantes de educación primaria (5° grado) que participaran en el estudio.

El propósito de esta investigación fue identificar las principales dificultades que tienen los estudiantes al resolver problemas de razonamiento proporcional, así como identificar las estrategias que emplearon los estudiantes para resolver los distintos tipos de problemas de razonamiento proporcional y comprobar la viabilidad de una intervención didáctica.

4.2.- Corte del estudio: cualitativo

El corte del estudio de esta investigación fue cualitativo. Este tipo de estudio permite entender un fenómeno social y no sólo medir las variables involucradas, los significados se extraen de los datos, y también explica desde un fenómeno teórico, las dificultades que los alumnos presentan al resolver problemas que implican el razonamiento proporcional.

Sampieri (2003), menciona que la investigación cualitativa proporciona una gran profundidad en los datos, así como riqueza interpretativa, contextualización del ambiente, detalles y experiencias únicas. También aporta flexibilidad. El método cualitativo se ha empleado en disciplinas humanísticas. El mismo autor menciona que la recolección de los datos cualitativos se realiza en dos etapas.

1.- Inmersión inicial en el campo: primero se elige el tema de investigación y se establece un plan de análisis y acontecimientos.

2.- Recolección de datos para el análisis: permite llevar un registro para después poder hacer una comparación con los objetivos del estudio, también se pueden hacer modificaciones para delimitar el tema de análisis.

Por último, este estudio se caracteriza por ser interpretativo, pues tiene como objetivo observar, explorar las respuestas a las preguntas de investigación.

4.3.- Población

En el estudio participaron siete alumnos de 5° grado de primaria de una escuela ubicada en la Delegación Magdalena Contreras en el Distrito Federal, las edades de los estudiantes varían entre los 10 y 11 años de edad.

Escenario

La institución: fue una escuela al sur del Distrito Federal, en la Delegación Magdalena Contreras, que tiene un turno matutino de las 8:00 am a las 2:30 pm, donde hay desde preescolar hasta primaria. Sus instalaciones fueron propicias para poder realizar esta investigación pues en el salón de cómputo a cada uno de los equipos se le instaló el programa WinLogo, las instalaciones de la escuela fueron propicias para que los alumnos pudieran desarrollarse satisfactoriamente, los grupos son pequeños, hay un maestro por grupo, también hay maestro de música, computación y ajedrez, la directora, subdirectora, administrativos. La escuela no cuenta con suficiente espacio para actividades al aire libre.

En esta investigación el cuestionario inicial se aplicó en el aula correspondiente al grupo de 5°, el programa de intervención Micromundo Logo se aplicó en el salón de cómputo de manera individual. El cuestionario final se aplicó en el salón de clases.

4.4.- Etapas del estudio

El estudio se realizó en tres etapas: 1ª etapa, Aplicación del cuestionario inicial de razonamiento proporcional, 2ª Etapa, Diseño de un modelo de intervención didáctica en dos ambientes; lápiz y papel y Micromundo Logo, 3ª etapa; aplicación de un cuestionario final de razonamiento proporcional.

4.5.-Descripción de la primera etapa del estudio: aplicación del cuestionario inicial de razonamiento proporcional

Las preguntas del cuestionario fueron siete y el diseño del cuestionario estuvo orientado al razonamiento a indagar sobre las ideas que los estudiantes tienen sobre el razonamiento proporcional antes que ingresar al estudio. El objetivo del instrumento también buscó indagar sobre las dificultades y/o habilidades con dicho contenido escolar.

4.5.1.- Descripción del cuestionario inicial

El estudio se llevó a cabo en un formato de cuestionario y con preguntas anteriormente probadas. Se utilizaron adaptaciones y versiones revisadas. Las actividades fueron diseñadas para estudiantes de educación primaria.

La recolección de los datos se realizó por medio de los cuestionarios iniciales y finales de razonamiento proporcional.

El cuestionario inicial de razonamiento proporcional fue constituido por siete preguntas que exploraron los siguientes contenidos matemáticos: percepción intuitiva de la proporcionalidad, proporcionalidad geométrica, la proporcionalidad aritmética y la proporcionalidad algebraica. La intención es identificar el nivel de logro de los estudiantes al responder a preguntas que exigen de ellos identificar que un patrón y regularidad en el crecimiento de las figuras o cantidades para reconocer la proporcionalidad y elaborar una regla expresada de manera algebraica.

4.5.2.-Diseño de las actividades

Las actividades que se utilizaron tienen un diseño que exploró las diversas ideas matemáticas sobre razonamiento proporcional.

A continuación se muestra un cuadro que contiene las ideas matemáticas que se explora, los incisos en el que se divide y la solicitud de la pregunta.

Tabla 1. Descripción del cuestionario de razonamiento proporcional

Nº	Idea matemática	Inciso		Solicitud de la pregunta
1	Percepción intuitiva	a) Reconocer una figura que pueda ser la fotografía del modelo		Se les pide observar un dibujo y marcar la que sea una fotografía del modelo anterior.
		b) Argumento de similitud		
		c) Argumento de diferencia		
2	Proporcionalidad geométrica	(a)	Series de rectángulos	Se les solicita observar la serie de figuras con medidas proporcionales y escribir las medida faltante
		(b)		
		(c)		
		(d)		
3	Escala 1 a 3	Dibujo		Se les pide dibujar una casita al triple a partir de un modelo dado
4	Proporcionalidad aritmética	(a) 8 personas		Se les solicita encontrar la proporción entre los litros de agua y el número de personas para realizar una receta de cocina
		(b) 4 personas		
		(c) 32 personas		
		(d) Tabla de datos		
	Proporcionalidad geométrica	(e) Gráfica de dos ejes		Se les pide registrar los datos obtenidos en una gráfica
	Proporcionalidad algebraica	(f) Proporción		Se les solicita escribir la proporción y calcular la cantidad de agua para un número "x" de personas
		(g) "x" cantidad de personas		
5	Proporcionalidad aritmética	a) Argumento		Se les pide reconocer la proporción entre litros de agua y cantidad de limones para reconocer cuál limonada sabe más a limón
6	Proporcionalidad geométrica	a)Dibujo		Se les solicita dibujar un carrito en proporción 1 a 3 siguiendo el modelo.
		b) Argumento		
		c) Crecimiento		
	Proporcionalidad algebraica	d) "x" de medida		Se les pide expresar una regla a partir de una medida "x" del carrito
7	Proporcionalidad geométrica	a) Parejas de rectángulos		Se les pide unir las parejas de rectángulos que en sus medidas sean proporcionales.
		b) Argumento		
		c) Tabla de medidas		
		d) Argumento de proporcionalidad		

Ver anexo 1. Cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional.

Tabla 2. Descripción del instrumento para evaluar Razonamiento proporcional

Dominios: Razonamiento proporcional	Descripción y clave de la dimensión (variable)	Indicadores
1. Invariancia de Proporción (Reconocer la invariancia de la proporción ante movimientos rígidos)	Reconocer la invariancia de la proporción ante movimientos rígidos e incluye tres indicadores o sub dominios.	Invariancia de la proporción, elección de la figura.
		Invariancia de la proporción, argumento (posición).
		Invariancia de la proporción, diferencia del resto de figuras
2. Proporción Geométrica.	Reconocer una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos, incluye cuatro indicadores o subdominios Proporcionales.	Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
		Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
		Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
		Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
3. Escala 1 a 3.	Dibujar una casita en hoja cuadriculado a escala 1 a 3 con un solo indicador.	Se les pide dibujar una casita al triple a partir de un modelo dado.
4. Relación Lineal.	Encontrar la proporción entre los litros de agua y el número de personas para realizar una receta de cocina. Compuesto por ocho sub-dominios.	Relación lineal litros de agua para 8 personas.
		Relación lineal litros de agua para 4 personas.
		Relación lineal litros de agua para 32 personas.
		Relación lineal tabla de datos.
		Relación lineal, gráfica.
		Relación lineal proporción de litros de agua por persona
		Relación lineal elaboración de una regla
5.Proporción Aritmética	Reconocer la proporción entre litros de agua y cantidad de limones para reconocer cuál limonada sabe más a limón. Con un sub dominio.	Proporción Aritmética (Limonada).
6.Proporción y Escala (Carro) o	Expresar una regla a partir de una medida “x” del carrito Compuesto por cuatro sub- dominios	Mantener proporción dada escala 1 a 3 (carrito).
		Mantener la proporción ¿cómo lo obtuviste?
		Mantener la proporción ¿cuántas veces se amplió?
		Mantener la proporción, elaborar una regla.
7. Proporción entre varias cantidades.	Unir las parejas de rectángulos que en sus medidas sean proporcionales. Compuesto por cuatro sub-dominios.	Proporción entre varias cantidades (parejas de rectángulos)..
		Proporción entre varias cantidades ¿qué tomaste en cuenta?
		Proporción entre varias cantidades, tabla.
		Proporción entre varias cantidades, ¿por qué son proporcionales?

El objetivo del cuestionario inicial fue identificar las estrategias de los estudiantes al responder a las preguntas sobre razonamiento proporcional: percepción intuitiva de la proporcionalidad, proporcionalidad geométrica, idea de escala 1 a 3, proporcionalidad aritmética, proporcionalidad geométrica, proporción entre varias cantidades y relación lineal.

4.6.- Descripción de la segunda etapa del estudio: programa de intervención didáctica en ambientes tecnológicos de aprendizaje; Micromundo Logo

En la segunda etapa se aplicó un programa de intervención didáctica para el razonamiento proporcional al mismo grupo de quinto grado, el programa de intervención didáctica tenía varias sesiones. Este programa de intervención didáctica tuvo como finalidad proponer un conjunto actividades para desarrollar el aprendizaje del razonamiento proporcional.

4.6.1.- Descripción de la intervención didáctica

Como se explicó anteriormente esta intervención constó de 20 sesiones de tres horas cada sesión y se trabajó individualmente con cada alumno.

Algunos de los alumnos presentaron más dificultades para hacer programas, pues no sabían cómo hacerlos por lo que se trabajó con ellos más sobre cómo dar los comandos para poder hacer un programa que pueda dibujar alguna figura en específico en diferentes tamaños, así para la quinta y sexta sesión ya tenían menos dificultad de poder hacer un programa y en la quinta sesión algunos mostraron menos dificultad.

La intervención didáctica se hizo en tres momentos:

1.- Familiarización con el ambiente Logo: El objetivo era que el alumno aprenda a utilizar el programa; aprender cada uno de los comandos y como deben ejecutarse para llegar al resultado esperado.

2.- Actividades con contenido matemático con el ambiente Logo: El objetivo de estas actividades era trabajar los contenidos matemáticos sobre razonamiento proporcional.

3.- Actividades de cierre: el objetivo de estas actividades era para cerrar las sesiones de trabajo con WinLogo.

A continuación se describen las sesiones de trabajo de la intervención didáctica en ambiente Logo.

Primera sesión

Familiarización: iniciando con el reconocimiento de las instrucciones (primitivas) con las que se instruye a la tortuga para que realice ciertas acciones, las ventanas con las que cuenta y su función. Se les da instrucción para realizar actividades para crear programas y otros comandos de Winlogo.

Segunda sesión

Introducción: Los alumnos empezaron a dibujar sus primeras figuras como un cuadrado paso por paso, así como explorar cada una de las funciones del programa, con algunos ejercicios, como una serie de dibujos, esta sesión es para que los alumnos se identifiquen con el programa y se apropien de los conocimientos básicos de este.

Tercera sesión

Construyendo programas: después de que hicieron los ejercicios con instrucciones directas ahora se dio el siguiente paso, que es empezar a hacer programas para dibujar las mismas figuras de antes, pero ahora de manera abreviada, es decir, sin dar cada una de las instrucciones, para eso se usa la palabra "PARA" y "FIN". Al terminar todo el programa se produce el dibujo de manera automática.

Cuarta sesión

Figuras y patrones: en esta sesión se da el siguiente paso a trabajar con programas y la primitiva "REPITE", para hacer estas programaciones abreviada los alumnos tuvieron que identificar algunos patrones y las varianzas de cada una de las figuras, para lo cual se trabajó con polígonos para identificar algunos aspectos de esta figura y como sus ángulos tanto internos como externos. Al final de esta sesión los alumnos aprendieron a identificar patrones de los polígonos y expresarlos en el programa Logo.

Quinta sesión

Razonamiento proporcional en entorno logo: para esta sesión los alumnos trabajaron con los problemas propuestos con la idea matemática de razonamiento proporcional y aprendieron a correr un programa general de Logo.

Sexta sesión

Proporcionalidad en el Micromundo Logo: para esta sesión los alumnos aprendieron a deducir un programa general para dibujar figuras de diferentes tamaños en un mismo programa, para las actividades propuestas tuvieron un poco de problema pero después pudieron realizar las figuras en un mismo programa.

Séptima sesión

Proporcionalidad y escala: en esta sesión los alumnos aprendieron a realizar programas para dibujar algunas figuras, unas más grandes otras más chicas, para esto los alumnos aprendieron a identificar los comandos que cambian en el programa para realizar las figuras de diferente tamaño.

Octava sesión

Triangulo rectángulo en logo: en esta sesión los alumnos aprendieron a dibujar catetos y a poder deducir o construir una regla para calcular la hipotenusa si te dan los catetos, así como dibujar un triangulo rectángulo paso, por paso y calcular los giros de los distintos ángulos.

Novena sesión

Variabilidad en logo: los alumnos tuvieron que inventar un programa para dibujar un rectángulo de diferente tamaño y para empezar este programa se le dio lo siguiente:

Para rectángulo: base: altura

Av: altura………

Con el programa que corrieron pudieron dibujar cualquier rectángulo, así como otras figuras como sillas y casas.

Decima sesión

De la décimo primera sesión a la veinteava sesión

En estas sesiones se trabajó con ideas matemáticas relacionadas con el razonamiento proporcional conforme se explicita en el anexo 2.

Sesión de despedida: por último y como última sesión los alumnos hicieron un programa para dibujar una vecindad de casas de diferentes tamaños.

4.6.2.-Registro de las sesiones de trabajo

Para hacer el registro de cada una de las sesiones fuimos guardando todo lo que los alumnos hacían en el ambiente logo, así como las anotaciones que se realizaban en los cuadernillos de trabajo.

4.6.3.- Descripción de las actividades

Las actividades que se utilizaron en el cuadernillo del programa de intervención didáctica fueron orientadas al razonamiento proporcional y se centraron en el trabajo con los contenidos matemáticos que están en la currícula de la educación básica, como el razonamiento proporcional. A continuación mostramos un cuadro en donde se especifica la idea matemática por ejercicio del cuestionario de la secuencia didáctica Logo.

Tabla 3. Descripción del cuestionario WinLogo

<table>
<tr><th>Nº</th><th>Idea matemática</th><th colspan="2">Inciso</th><th>Solicitud de la pregunta</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Percepción intuitiva</td><td colspan="2">a) cuadrado al doble
b) cuadrado a la mitad</td><td>Se les pide dibujar un cuadrado de 20 pasos con ayuda de la tortuga.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td rowspan="4">Proporcionalidad geométrica</td><td>1</td><td rowspan="4">Series de rectángulos</td><td rowspan="4">Se les solicita construir varios rectángulos de diferentes medidas</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Escala 1 a 3</td><td colspan="2">Pentágonos</td><td>Se les pide dibujar varios rectángulos diez veces más grande a partir de un pentágono de 20.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>Proporcionalidad aritmética</td><td colspan="2" rowspan="2">Letra e</td><td>Se les solicita encontrar la proporción entre las letras de diferentes medidas</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td>Proporcionalidad aritmética</td><td colspan="2">silla</td><td>Se les pide reconocer la proporción entre diferentes sillas de distintas medidas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6</td><td>Proporcionalidad geométrica</td><td colspan="2">Ángulos</td><td>Se les solicita dibujar varios triángulos rectángulos de diferentes medidas</td></tr>
<tr><td>Proporcionalidad algebraica</td><td colspan="2">formula de hipotenusa</td><td>Se les pide expresar una formula para calcular la hipotenusa</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Proporcionalidad geométrica</td><td colspan="2">Casas</td><td>Se les pide dibujar varias casas que sus medidas sean proporcionales.</td></tr>
</table>

La aplicación de estas actividades fueron anteriormente probadas y adaptadas para la realización del estudio principal, estas actividades fueron diseñadas para estudiantes de educación primaria.

El cuaderno de actividades de WinLogo (Elaborado por la Doctora Cristianne Butto) consta de varias actividades divididas que exploraron contenidos matemáticos como la proporcionalidad aritmética y geométrica así como la percepción intuitiva, entre muchos otros (ver anexo 2). El objetivo de estas actividades fue trabajar los contenidos matemáticos propuestos en la intervención didáctica y además de trabajar las dificultades que se identificaron en el cuestionario inicial.

4.7.-Descripción de la tercera Etapa: Aplicación del cuestionario final de Razonamiento Proporcional

Se aplicó el mismo cuestionario de la primera etapa para hacer una comparación y verificar la viabilidad del programa de intervención didáctica.

4.7.1.- Descripción del cuestionario final

Las actividades que se utilizan tienen un diseño orientado al razonamiento proporcional y exploraron contenidos matemáticos que se describen, ver la tabla cuatro.

Tabla 4. Descripción del cuestionario final de razonamiento proporcional

Nº	Idea matemática	Inciso	Solicitud de la pregunta
1	Percepción intuitiva	a) Reconocer una figura que pueda ser la fotografía del modelo	Se les pide observar un dibujo y marcar la que sea una fotografía del modelo anterior.
		b) Argumento de similitud	
		c) Argumento de diferencia	
2	Proporcionalidad geométrica	Series de rectángulos	Se les solicita observar la serie de figuras con medidas proporcionales y escribir las medida faltante
3	Escala 1 a 3	Dibujo	Se les pide dibujar una casita al triple a partir de un modelo dado
4	Proporcionalidad aritmética	(a) 8 personas	Se les solicita encontrar la proporción entre los litros de agua y el número de personas para realizar una receta de cocina
		(b) 4 personas	
		(c) 32 personas	
		(d) Tabla de datos	
	Proporcionalidad geométrica	(e) Gráfica de dos ejes	Se les pide registrar los datos obtenidos en una gráfica
	Proporcionalidad algebraica	(f) Proporción	Se les solicita escribir la proporción y calcular la cantidad de agua para un número “x” de personas
		(g) “x” cantidad de personas	
5	Proporcionalidad aritmética	a) Argumento	Se les pide reconocer la proporción entre litros de agua y cantidad de limones para reconocer cuál limonada sabe más a limón
6	Proporcionalidad geométrica	a)Dibujo	Se les solicita dibujar un carrito en proporción 1 a 3 siguiendo el modelo.
		b) Argumento	
		c) Crecimiento	
	Proporcionalidad algebraica	d) “x” de medida	Se les pide expresar una regla a partir de una medida “x” del carrito
7	Proporcionalidad geométrica	a) Parejas de rectángulos	Se les pide unir las parejas de rectángulos que en sus medidas sean proporcionales.
		b) Argumento	
		c) Tabla de medidas	
		d) Argumento de proporcionalidad	

Tabla 5. Descripción del instrumento para evaluar razonamiento proporcional

Dominios: Razonamiento proporcional	**Descripción y clave de la dimensión (variable)**	**Indicadores**
1. Invariancia de Proporción (Reconocer la invariancia de la proporción ante movimientos rígidos)	Reconocer la invariancia de la proporción ante movimientos rígidos e incluye tres indicadores o sub dominios.	Invariancia de la proporción, elección de la figura.
		Invariancia de la proporción, argumento (posición).
		Invariancia de la proporción, diferencia del resto de figuras
2. Proporción Geométrica.	Reconocer una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos, incluye cuatro indicadores o subdominios Proporcionales.	Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
		Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
		Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
		Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos.
3. Escala 1 a 3.	Dibujar una casita en hoja cuadriculado a escala 1 a 3 con un solo indicador.	Se les pide dibujar una casita al triple a partir de un modelo dado.
4. Relación Lineal.	Encontrar la proporción entre los litros de agua y el número de personas para realizar una receta de cocina. Compuesto por ocho sub-dominios.	Relación lineal litros de agua para 8 personas.
		Relación lineal litros de agua para 4 personas.
		Relación lineal litros de agua para 32 personas.
		Relación lineal tabla de datos.
		Relación lineal, gráfica.
		Relación lineal proporción de litros de agua por persona.
		Relación lineal elaboración de una regla.
5.Proporción Aritmética	Reconocer la proporción entre litros de agua y cantidad de limones para reconocer cuál limonada sabe más a limón. Con un sub dominio.	Proporción Aritmética (Limonada).
6.Proporción y Escala (Carro) o	Expresar una regla a partir de una medida “x” del carrito Compuesto por cuatro sub- dominios	Mantener proporción dada escala 1 a 3 (carrito).
		Mantener la proporción ¿cómo lo obtuviste?
		Mantener la proporción ¿cuántas veces se amplió?
		Mantener la proporción, elaborar una regla.
7. Proporción entre varias cantidades.	Unir las parejas de rectángulos que en sus medidas sean proporcionales. Compuesto por cuatro sub-dominios.	Proporción entre varias cantidades (parejas de rectángulos).
		Proporción entre varias cantidades ¿qué tomaste en cuenta?
		Proporción entre varias cantidades, tabla.

El cuestionario (elaborado por la Dra. Cristianne Butto)[3] constó de siete preguntas anteriormente probadas. Se utilizaron adaptaciones y versiones revisadas de las actividades y del cuestionario inicial utilizados para el estudio.

El cuestionario final de razonamiento proporcional exploró contenidos matemáticos como la percepción intuitiva, la proporcionalidad geométrica, la proporcionalidad aritmética y la proporcionalidad algebraica. La intención es identificar el nivel de logro de los estudiantes al responder a preguntas que exigen de ellos identificar un patrón y regularidad en el crecimiento de las figuras o cantidades para reconocer la proporcionalidad y elaborar una regla general. La aplicación duró aproximadamente 50 minutos, los estudiantes se mostraron dispuestos a resolver el cuestionario. El instrumento se aplicó de forma individual y si requerían algún tipo de ayuda podían solicitarlo a la entrevistadora, era permitido usar lápiz, papel y regla.

El objetivo del cuestionario final fue identificar las estrategias de los estudiantes al responder a preguntas que exigían de ellos identificación de las siguientes ideas matemáticas sobre razonamiento proporcional: percepción intuitiva de la proporcionalidad, proporcionalidad geométrica, idea de escala 1 a 3, Proporcionalidad aritmética, proporcionalidad geométrica, proporcionalidad, variación proporcional y función lineal.

4.8.- Resultados del estudio piloto

El estudio piloto se hizo con el grupo de 4º y 5º grados de la escuela primaria. El instrumento exploró las siguientes ideas matemáticas: percepción intuitiva de la proporcionalidad, proporcionalidad geométrica, escala 1 a 3, proporcionalidad aritmética y variación proporcional. Esto se realizó con la intención de verificar qué tenían los alumnos de quinto grado de educación primaria los que se utilizaron para el estudio principal.

A partir de los resultados obtenidos en el estudio piloto, los alumnos presentaron un nivel de logro medio y utilizaron predominantemente, el pensamiento aditivo e intuitivo para responder a las preguntas del cuestionario de razonamiento proporcional.

A continuación se muestran los resultados por pregunta.

---

[3] Actividades extraídas del libro, Butto, C y Delgado, J. (2012) "Rutas hacia el álgebra actividades en Excel y Logo"

Los resultados arrojados son: en la primera pregunta que solicita marcar una fotografía y la mayoría de los alumnos, es decir, el 96% pudo diferenciar ante movimientos rígidos las fotografías y presentan un nivel de logro alto y el 4% no supo cuál marcar y se ubican en el nivel de logro medio que indica error.

En la pregunta número dos que se le pide al alumno anotar las medidas de una serie de rectángulos y se observó que un 40% de los alumnos emplean el pensamiento aditivo, un 4% el pensamiento multiplicativo incompleto, un 20% el pensamiento intuitivo y el 36% el pensamiento en transición.

En la pregunta número tres se observó que el 48% tiene un pensamiento intuitivo, y un 12% tiene un pensamiento en transición, el 36% utiliza un pensamiento aditivo y solo un 4% utiliza un pensamiento multiplicativo completo.

En la pregunta número cuatro sobre proporcionalidad aritmética se observó que más de la mitad (52%) de los alumnos utilizan un pensamiento en transición cuando tratan de calcular los litros de agua para cierta cantidad de personas que implican en ente ejercicio, el 28% utilizan una estrategia aditiva para realizar los cálculos, un 12% usaron una estrategia de tipo multiplicativo pero incompleto y solo un 8% utilizan un pensamiento por intuición.

En la pregunta número cinco que trata sobre relación aritmética lineal con un ejercicio de limonada, cuando los alumnos realizan la tarea de calcular la cantidad de litros de agua con él número de limones, el 52% usan un pensamiento aditivo mientras que el 44% utiliza un pensamiento en transición y solo un 4% utiliza el pensamiento intuitivo.

En la pregunta número seis sobre la proporción a escala de una figura demuestra que el 48% de los alumnos utilizan un pensamiento aditivo, el 24% un pensamiento en transición, un 20% un pensamiento intuitivo y solo un 8% utiliza un pensamiento multiplicativo incompleto.

En la pregunta número siete sobre proporción entre varias cantidades se observó que al solicitar a los alumnos unir parejas de rectángulos el 40% emplea un pensamiento por intuición, el 32% un pensamiento en transición y el 28% un pensamiento aditivo. Aquí podemos ver que ninguno empleó el pensamiento multiplicativo.

De todos estos resultados analizados, pregunta por pregunta, podemos deducir que la mayoría de los estudiantes en todas las actividades emplean más el pensamiento aditivo y pocos utilizan el pensamiento multiplicativo.

A partir de los resultados del estudio piloto nos pudimos dar cuenta las actividades propuestas eran acordes al grado escolar a pesar de que algunas actividades tuvieron que pasar por un ajuste. Esto nos ayudó a mejorar las actividades propuestas para el estudio principal

CAPÍTULO V

RESULTADOS DE LA PRIMERA ETAPA DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO INICIAL DE RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos en la primera etapa del estudio correspondiente al cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional y la entrevista clínica individual. Se inicia con la descripción, aplicación y el análisis de los datos y los resultados obtenidos y finalmente, se hace la discusión de los resultados.

5.1.- Aplicación del cuestionario inicial

La aplicación del instrumento duró aproximadamente 50 minutos, los estudiantes se mostraron dispuestos a resolver el cuestionario. Se les brindaba ayuda en caso de que solicitaran y se les aclaraban las dudas que tenían sobre el contenido del instrumento.

El objetivo del cuestionario fue identificar las dificultades, habilidades y estrategias utilizadas de los alumnos sobre las ideas matemáticas.

5.2.- Análisis de los datos

El análisis de los datos se llevó a cabo en dos partes; un análisis por niveles de logro y las categorías de resolución de problemas. Es importante aclarar que los niveles de logro surgen de las respuestas de los estudiantes al cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional y estos son vistos como parte del desarrollo del pensamiento de los niños. Estos niveles de logro no son estáticos ni fijos y cambian a medida que los niños avanzan en la instrucción escolar

Para el análisis de los datos, se propusieron dos niveles de análisis: el primer nivel de análisis consistió en la identificación de los diferentes niveles de logro (inicial, medio y alto). El segundo nivel de análisis consistió en la elaboración de las categorías de resolución de problemas, estas fueron realizadas a partir de las respuestas que los estudiantes daban al cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional (percepción intuitiva, pensamiento en transición, pensamiento aditivo, pensamiento multiplicativo incompleto y pensamiento multiplicativo completo).

A continuación se describen los niveles de logro:

<u>Niveles de logro:</u> se entiende como una especie de ruta de proceso del estudiante en lo que respecta al tipo de pregunta, contenido matemático que presentan los estudiantes en una determinada tarea (SIMCE, 2007) puede servir para guiar al docente sobre las necesidades educativas de los alumnos. Estos fueron elaborados a partir de las respuestas de los alumnos al cuestionario inicial de razonamiento proporcional.

Nivel de logro inicial (1)**:** en este nivel de logro el estudiante hace uso de la percepción intuitiva para comparar las figuras sobre criterios cualitativos y empieza a tomar en cuenta la información numérica.

Nivel de logro medio (2)**:** en este nivel de logro el estudiante utiliza estrategias aditivas para responder a las preguntas o desarrolla un pensamiento multiplicativo incompleto, al mostrar evidencia del uso de la multiplicación sin que ésta sea la estrategia que utilizan a lo largo del proceso de resolución de toda la pregunta.

Nivel de logro alto (3)**:** en este nivel de logro el estudiante desarrolla una estrategia multiplicativa reconociendo el patrón de crecimiento, identifican la proporcionalidad entre los datos numéricos y elaboran una regla que expresa la proporción[4].

Categorías de resolución de problemas: Se elaboraron cinco categorías de resolución de problemas. Estas fueron elaboradas a partir de las respuestas que los estudiantes daban en el cuestionario inicial. A continuación se describen:

Percepción intuitiva**:** En esta categoría el estudiante realiza una comparación cualitativa para identificar y reproducir objetos semejantes.

Pensamiento en transición: En esta categoría el estudiante hace uso de su pensamiento intuitivo y empieza a tomar en cuenta la información numérica, aún no aplica la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución.

Pensamiento aditivo*:* En esta categoría el estudiante resuelve el problema utilizando una estrategia aditiva.

Pensamiento multiplicativo incompleto: En esta categoría el estudiante resuelve la tarea haciendo uso de la multiplicación, aún no aplica la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución y no considera la relación de todos los datos del problema.

[4] Al principio se tenia un cuarto nivel que se llamaba no contestó, pero los alumnos contestaron a todas las actividades entonces ya no se puso.

Pensamiento multiplicativo completo: en esta categoría el estudiante desarrolla la percepción geométrica, considera la información numérica, relaciona todos los datos o variables y resuelve el problema haciendo uso de la multiplicación.

La relación entre los niveles de logro y las categorías de resolución de problemas a través de las ideas matemáticas explorados en el cuestionario de razonamiento proporcional fue favorable.

En el presente capítulo se muestran los resultados obtenidos en la primera etapa del estudio correspondiente al cuestionario inicial de razonamiento proporcional Inicialmente se describen los contenidos matemáticos expresados en el cuestionario inicial.

5.3.-Resultados del cuestionario inicial

El análisis de los datos se hizo en dos partes: La primera parte se refiere a un análisis por nivel de logro académico y la segunda parte de acuerdo a la elaboración de categorías de resolución de problemas.

A continuación se presenta el cuadro comparativo No. 6 en donde se puede observar la relación entre los niveles de logro y las categorías de resolución de problemas por medio de las ideas matemáticas exploradas en el cuestionario de razonamiento proporcional.

Cuadro comparativo No.6

<table>
<tr><td colspan="7">Idea matemática
Razonamiento proporcional</td><td colspan="2" rowspan="2">Categorías
Estrategias de resolución de problemas</td><td rowspan="2">Niveles de logro</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Percepción intuitiva</td><td rowspan="5">Proporcionalidad geométrica (serie de rectángulos)</td><td rowspan="5">Escala 1 a 3 (casita)</td><td rowspan="6">Proporcionalidad aritmética (receta de cocina)</td><td rowspan="5">Proporcionalidad aritmética (limonada)</td><td rowspan="6">Escala 1 a 3 (carrito)</td><td rowspan="5">Proporcionalidad geométrica (parejas de rectángulos)</td><td colspan="2">Pensamiento intuitivo</td><td rowspan="2">Nivel inicial</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Pensamiento en transición</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Pensamiento aditivo</td><td rowspan="2">Nivel medio</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Pensamiento multiplicativo incompleto</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Pensamiento multiplicativo completo</td><td>Multiplicación</td><td rowspan="2">Nivel alto</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>Elaboran una regla</td></tr>
</table>

Este cuadro permite establecer parámetros para definir el análisis de los resultados. Por ejemplo, en la pregunta en donde se explora la percepción intuitiva sólo es posible identificar estrategias de un pensamiento intuitivo, es decir, la pregunta no ofrece información numérica que pueda ser tratada de manera aditiva o multiplicativa, sino demanda de los estudiantes reconocer los criterios cualitativos para comparar y establecer la relación de proporción ante movimientos rígidos de la figura.

Considerando que el nivel de logro alto representaría el desarrollo del conocimiento algebraico, se caracterizan las respuestas de los estudiantes al hacer uso de estrategias multiplicativas completas en donde identifican el patrón y pueden o no elaborar una regla.

Esta condición sólo se observa en las preguntas cuatro y seis en donde se les solicita a los estudiantes operar con la información a fin de identificar la proporcionalidad y expresarla a través de la elaboración de una regla.

A continuación se muestra un cuadro de los datos encontrados por nivel de logro de los alumnos de educación primaria que participan en el estudio.

Niveles de logro de los alumnos de 5 ° (cuadro número 7)

Niveles de logro	**alumnos**
Nivel de logro inicial	**0**
Nivel de logro medio	**5**
Nivel de logro alto	**2**

En este cuadro observamos que la mayoría de los alumnos de 5° están en un nivel de logro medio, podemos darnos cuenta que cinco de ellos están en este nivel y que utilizan la información numérica, mientras que dos de ellos están en un nivel de logro alto.

En el siguiente cuadro se muestran los datos encontrados por pregunta del cuestionario inicial.

Niveles de logro por pregunta de alumnos de 5° (cuadro número 8)

Número de pregunta	**Nivel de logro inicial**	**Nivel de logro medio**	**Nivel de logro alto**
1.-Fotografía		María, Mariana, Clara, Leonardo, Paul, Diego ,Juan	
2.-Serie de rectángulos		Mariana, Leonardo Paul, Diego, Juan	María, Clara
3.-Casita escala (1a 3)	Diego, Paul Clara, Juan		Leonardo, María, Mariana
4.- Receta de cocina		Juan, Clara, Paul, Diego, Mariana	María, Leonardo
5.- limonada		Leonardo, Paul, Juan, Mariana	Clara, Diego, María
6.- Carrito escala (1a 3)		Mariana, María, Diego, Juan, Leonardo	Clara, Paul,
7.- Rectángulos		Mariana, María, Clara, Paul, Diego. Juan, Leonardo	

Nivel inicial: En las diferentes tareas, los estudiantes de 5to grado que obtuviero nivel de logro inicial, emplean la percepción intuitiva y la observación. Por ejemplo, se encontró en la primera tarea, reconocer la invariancia de la proporción ante movimientos rígidos (elección de la fotografía) que observan si la figura esta borrosa, chueca, movida o expandida. En otras tareas, empiezan a tomar en cuenta la informacion numérica, por ejemplo, en la proporción entre varias cantidades (parejas de rectángulos) donde se solicita al alumno encontrar parejas de rectángulos de diferentes medidas. Como se observa en el cuadro, cuatro de siete preguntas muestran que emplean en mayor medida la percepcción intuitiva mediante la observación.

Nivel medio: Los alumnos que se encuentran en el nivel medio realizan la tarea usando una estrategia aditiva con un pensamiento multiplicativo incompleto. Hay un importante uso de la estrategia aditiva en los alumnos de 5to grado, con un pensamiento multiplicativo incompleto, sobre todo en las preguntas No. 5 (limonada) y No. 6 (carrito). Ellos tienen que calcular en qué cantidad de litros de agua sabe más a limonada; entre menos litros de agua y más limones sabrá más a limon así que hacen su operación de ver las cantidades, y en la tarea No. 6 tienen que dibujar un carrito que aumenta tres veces. En ambos casos usan una estrategia aditiva ya que van sumando o contando uno por uno los cuadros del carrito o multiplicando por el número de veces que ha de aumentar.

Nivel alto: El nivel de logro alto, el alumno desarrolla una estrategia multiplicativa y puede encontrar una regla que expresa la proporción. Se observan muy pocos alumnos que pueden alcanzar este nivel, y solo un estudiante usa la estrategia multiplicativa en la pregunta No. 3 (casita) ya que en lugar de usar un estrategia aditiva, de ir contando uno a uno los cuadritos solo se multiplica por el número de veces que ha de aumentar.

A continuación se describe las categorías de niveles de conceptualización del cuestionario de razonamiento proporcional

1.- Percepción intuitiva: En esta categoría el alumno realiza una comparación cualitativa para identificar y reproducir dibujos o figuras semejantes. Por ejemplo:

Figura 13. Tareas fotografía

2.- Pensamiento en transición: En esta categoría el alumno hace uso de su pensamiento intuitivo y empieza a tomar en cuenta la información numérica, aún no aplica la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución. Por ejemplo:

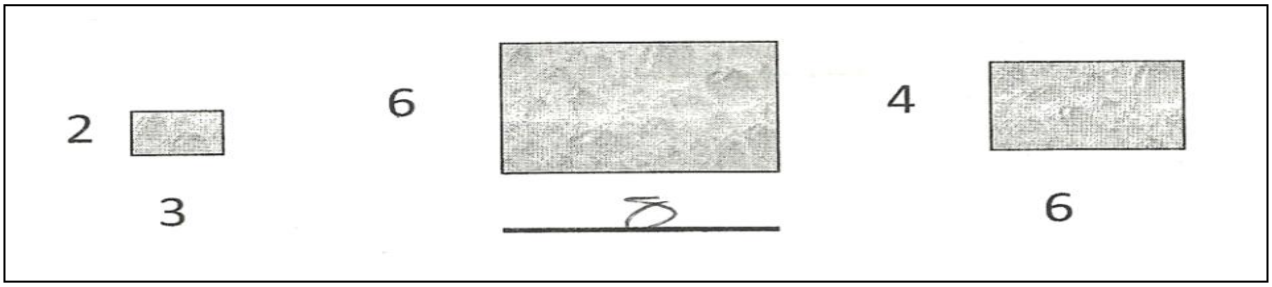
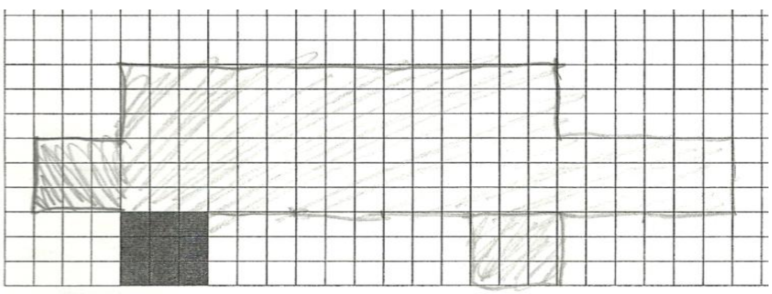


Figura 14. Tarea de los rectángulos

3.- Pensamiento aditivo: En esta categoría el alumno resuelve el problema utilizando una estrategia aditiva (suma). Por ejemplo:



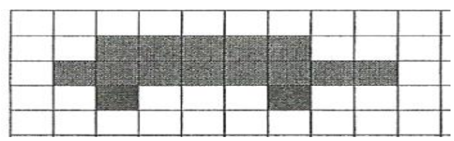


Figura15. Tarea del carrito

4.- Pensamiento multiplicativo incompleto: En esta categoría el estudiante resuelve la tarea haciendo uso de la multiplicación sin considerar la relación de todos los datos del problema. Por ejemplo:

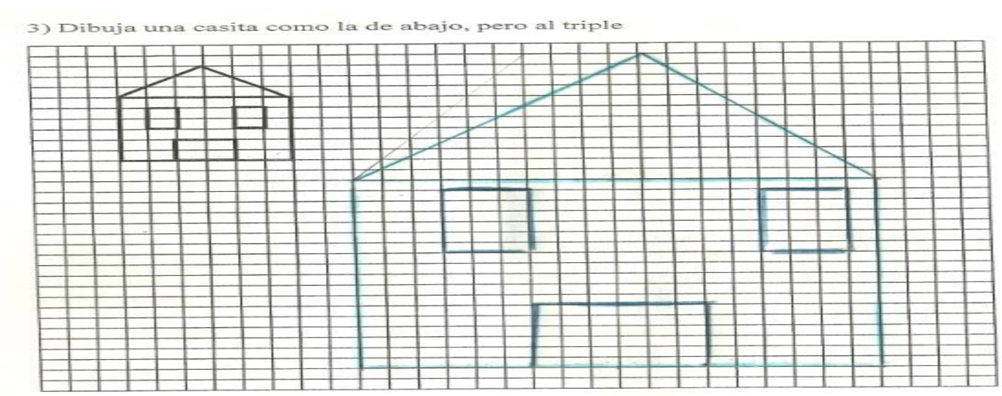
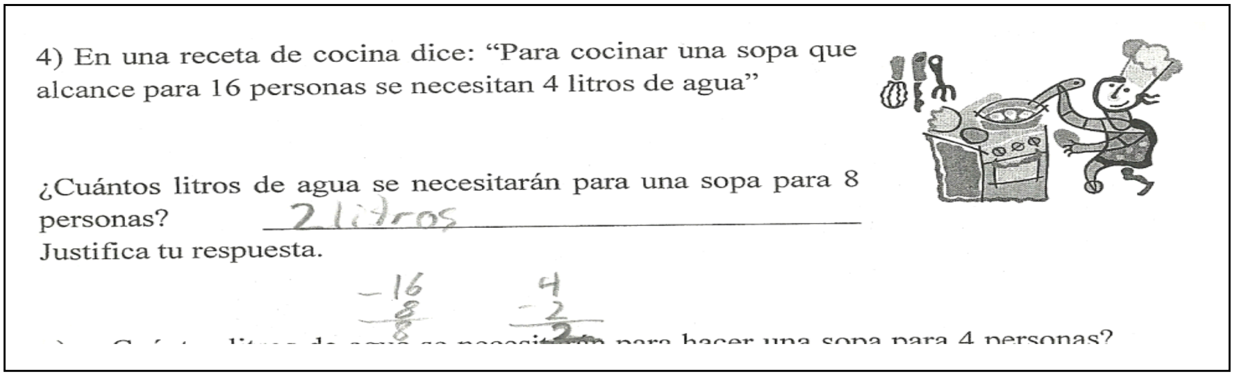


Figura 16. Tarea de la casita

Aquí el estudiante sabe que cada cuadrito se multiplica por tres.

5.- Pensamiento multiplicativo completo: En esta categoría el alumno desarrolla la percepción geométrica, considera la información numérica, relaciona todos los datos o variables y resuelve el problema haciendo uso de la multiplicación, y elabora una regla que exprese la relación proporcional. Por ejemplo:


4) En una receta de cocina dice: “Para cocinar una sopa que alcance para 16 personas se necesitan 4 litros de agua”

¿Cuántos litros de agua se necesitarán para una sopa para 8 personas? 2 litros

Justifica tu respuesta.

$16 - 8 = 8$ $\quad$ $4 - 2 = 2$

... para hacer una sopa para 4 personas?

Figura 17. Tarea de la receta de cocina

A continuacion se describe el análisis general por categoría de resolución de problemas

1. **Pensamiento intuitivo**: En esta categoría al reconocer una fotografía los alumnos en su mayoría emplean un pensamiento intuitivo. Mediante la observación de dicha figura (actividad 1 del cuestionario) ellos empiezan a reconocer propiedades como la forma expandida, chueca o borrosa; el contorno, si es largo o angosto; tamaño grande o chico. Mediante la descripción de características o cualidades físicas del objeto encuentran el elemento correspondiente al original. Este pensamiento se nota más en la pregunta No. 1 (fotografía), donde el alumno tiene que encontrar una fotografía que es copia de la original; otro caso es el del dibujo a escala (casita) pregunta No. 2, en donde los alumnos tienen que dibujar una casa al triple; en este caso, los alumnos no alcanzan a distinguir cuál es el aumento 1 a 3 o sea el triple pues en unos casos lo hacen como si fuera al doble y dicen uno más dos ya son tres veces más grande y solo la aumentan al doble y en consecuencia no logran dibujar la casa con todas sus medidas. Se observa que cuando hay presencia de figuras geométricas los alumnos ponen en práctica este tipo de conocimiento.

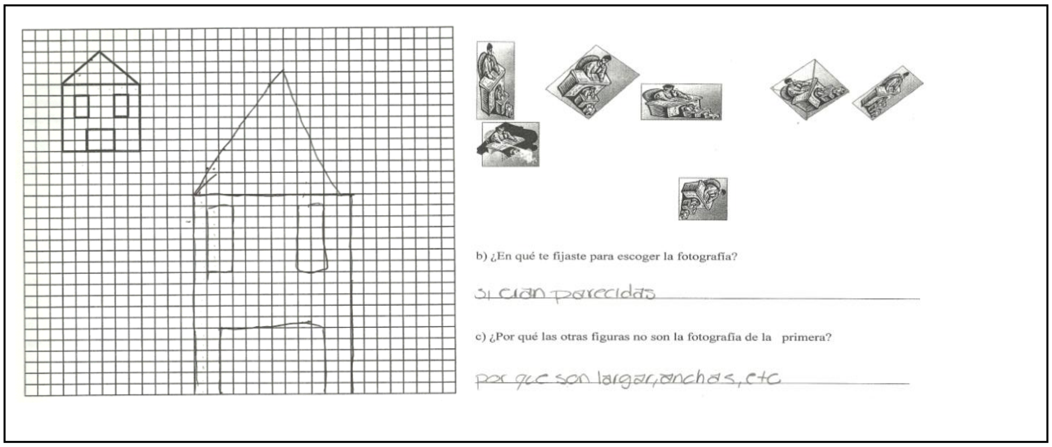


Figura 18. Tarea de la casita

2. **Pensamiento en transición**: en esta categoría los alumnos de estos grados muestran un pensamiento en transición cuando hacen uso de su pensamiento intuitivo y empiezan a tomar en cuenta la información numérica, pero aún no aplican la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución.Los alumnos tratan de responder a preguntas donde hay que realizar cálculos a través de la suma, sin embargo se les dificulta alcanzar el resultado correcto. En el pensamiento en transición muestran todavía dificultad para establecer las relaciones de proporción entre las cantidades, por ejemplo, cuando hay que buscar la medida faltante de una serie de rectángulos (preguntas No. 2). Este tipo de estrategia también se observa en las preguntas No. 4 (receta de cocina) donde el alumno tiene que calcular litros de agua en la preparación de una sopa para cierto número de personas y la pregunta No. 5 (limonada) donde hay que calcular los litros de agua por cantidad de limones en la preparación de una limonada.

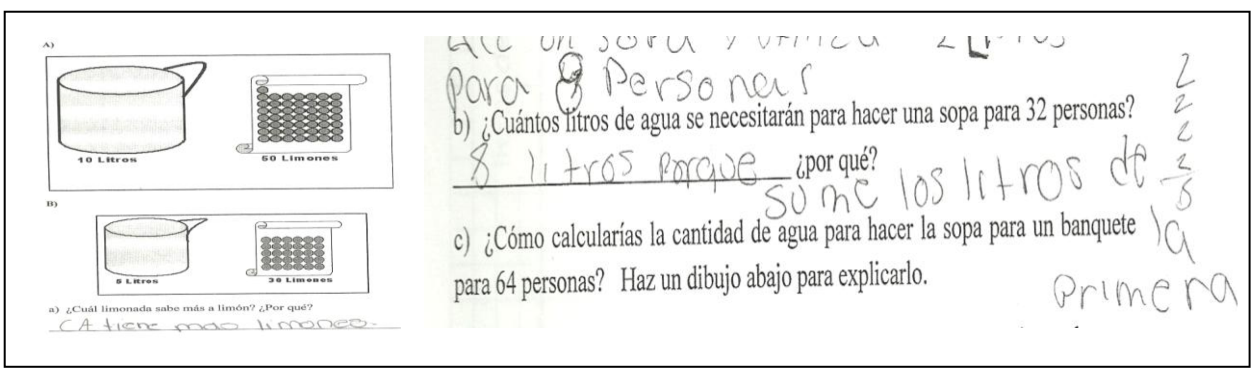


Figura 19. Tarea de la limonada

3. Pensamiento aditivo: En esta categoría los alumnos de 5º, emplean la estrategia aditiva cuando resuelven problemas de proporcionalidad. Por ejemplo se observa que emplean la suma como estrategia en las tareas No. 2 (serie de rectángulos), No. 3 (dibujo de casita a escala), No. 5 (limonada) y No. 6 (dibujo a escala carrito). Ellos utilizan esta estrategia cuando realizan comparaciones cuantitativas. Sin embargo, esta no necesariamente es la vía para encontrar la respuesta correcta. Es decir, las tareas se pueden resolver por medio de cálculos de suma, pero, estas tareas están diseñadas para que el alumno utilice la adición y en mayor medida la multiplicación pues la adición es la que se les facilita más.

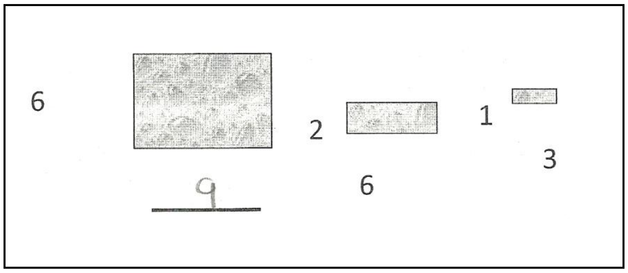


Figura 20. Tarea de los rectángulos

4. Pensamiento multiplicativo incompleto: en esta categoría los alumnos resuelven la tarea haciendo uso de la multiplicación sin considerar la relación de todos los datos del problema. Solo dos alumnos utilizan el pensamiento multiplicativo incompleto, se encontró a cinco alumnos utilizándola, por ejemplo, se observó en la pregunta No. 4 (receta), No. 6 (dibujo a escala de un carro) y No. 2 (encontrar las medidas de una serie de rectángulos).

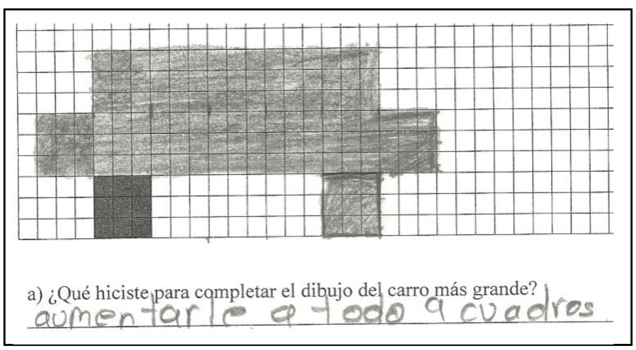


Figura 21. Tarea del carrito

5. Pensamiento multiplicativo completo: En esta categoría los alumnos desarrollan la percepción geométrica, consideran la información numérica, relacionan todos los datos o variables y resuelven el problema haciendo uso de la multiplicación. Solo dos alumnos lograron llegar a este pensamiento. Se observa en las preguntas No. 3 (casa a escala) y No. 5 (limonada). Se espera que la mayoría de los alumnos logren este pensamiento al terminar la educación básica.

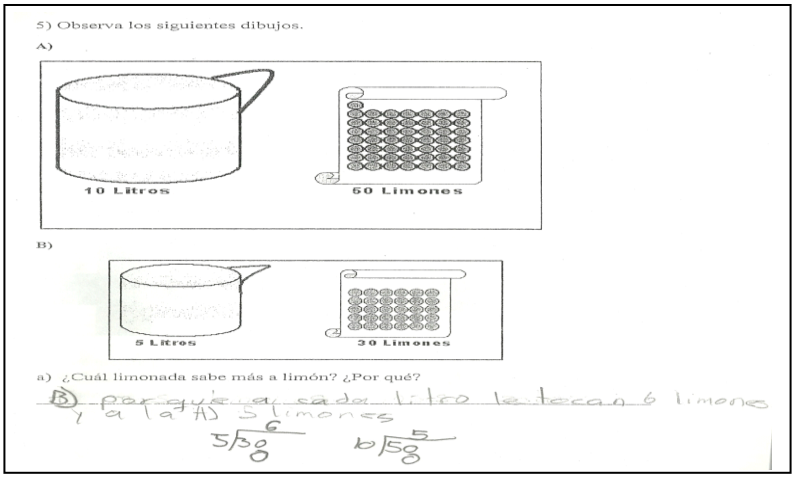


Figura 22. Tarea de la limonada

A continuación se presenta el análisis por pregunta de los niveles de conceptualización del cuestionario de razonamiento proporcional de 5º grado de educacion primaria. (cuadro número 9)

Número de pregunta	**Pensamiento intuitivo**	**Pensamiento en transición**	**Pensamiento aditivo**	**Pensamiento multiplicativo incompleto**	**Pensamiento multiplicativo completo**
1.-Fotografía	María, Mariana, Clara, Juan, Paul, Diego, Leonardo				
2.- Serie de rectángulos		Mariana, Leonardo Paul, Diego, Juan	María, Clara		
3.- Casita escala (1 a 3)		Diego, Paul Clara, Juan	Leonardo, Mariana	María	
4.- Receta de cocina		Juan, Paul, Diego,	Clara, Leonardo, Mariana	María	
5.- Limonada			Leonardo, Paul, Juan, Mariana	Clara, Diego, María	
6.- Carrito escala (1 a 3)			Mariana, María, Diego, Juan, Leonardo	Clara, Paul,	
7.Rectangulos		Mariana, Paul, Diego. Juan		Leonardo, María, Clara	

Pregunta 1. Fotografia: Los siete alumnos reconocen y saben cómo realizar una diferenciación de una figura ante movimientos rígidos. En esta pregunta se solicita marcar la fotografía según la forma y la posición. Estos alumnos emplean el pensamiento intuitivo para lograr reconocer figuras ante movimientos rígidos, como ya se explicó, sólo observan las características y elementos de la fotografía.

Pregunta 2. Reconocimiento de una proporción geomética en una secuencia de rectángulos: Ante el reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos, dos de los alumnos emplean el pensamiento aditivo y cinco el pensamiento en transición. No se encontró alumno que usara el pensamientro multiplicativo completo.

Pregunta 3. Proporción y escala 1 a 3: Cuando se solicita a los alumnos dibujar una casa a escala 1 a 3, cuatro lo realizan con un pensamiento en transición, dos utilizan un pensamiento aditivo, solo uno usa el pensamiento multiplicativo completo.

Pregunta 4. Proporcionalidad aritmética: Tres de los alumnos utilizan un pensamiento en transición, cuando tratan de calcular litros de agua para cierta cantidad de personas, y tres usan una estrategia aditiva para realizar cálculos de la tarea. Hay uno que empieza a usar una estrategia de tipo multiplicativo pero incompleta.

Pregunta 5. Relación aritmética lineal (limonada): Cuando los alumnos realizan la tarea de calcular la cantidad de litros de agua con el número de limones, cuatro utilizan un pensamiento en aditivo y tres el pensamiento multiplicativo incompleto.

Pregunta 6. Proporción a escala 1 a 3 (carrito): Para realizar un dibujo con escala 1 a 3, cinco de los alumnos usan un pensamiento aditivo, seguido de un pensamiento multiplicativo incompleto, son dos alumnos que usan este pensamiento.

Pregunta 7. Proporción entre varias cantidades: Al solicitar a los alumnos unir parejas de rectángulos, ellos emplean más pensamiento en transición, cuatro de los alumnos emplean este pensamiento y el pensamiento multiplicativo incompleto solo tres.

Los resultados reportados aquí forman parte de la primera etapa del estudio. Corresponden al análisis de datos del cuestionario inicial de los siete alumnos de 5 ° grado de educación primaria.

A partir de los resultados se puede concluir que los alumnos presentan dificultades en algunas ideas sobre el razonamiento proporcional. En parte, estas dificultades se deben a una transición del pensamiento aditivo al pensamiento multiplicativo, pues al contestar la mayoría de las preguntas usan una adición y en pocos casos, la multiplicación.

CAPITULO VI

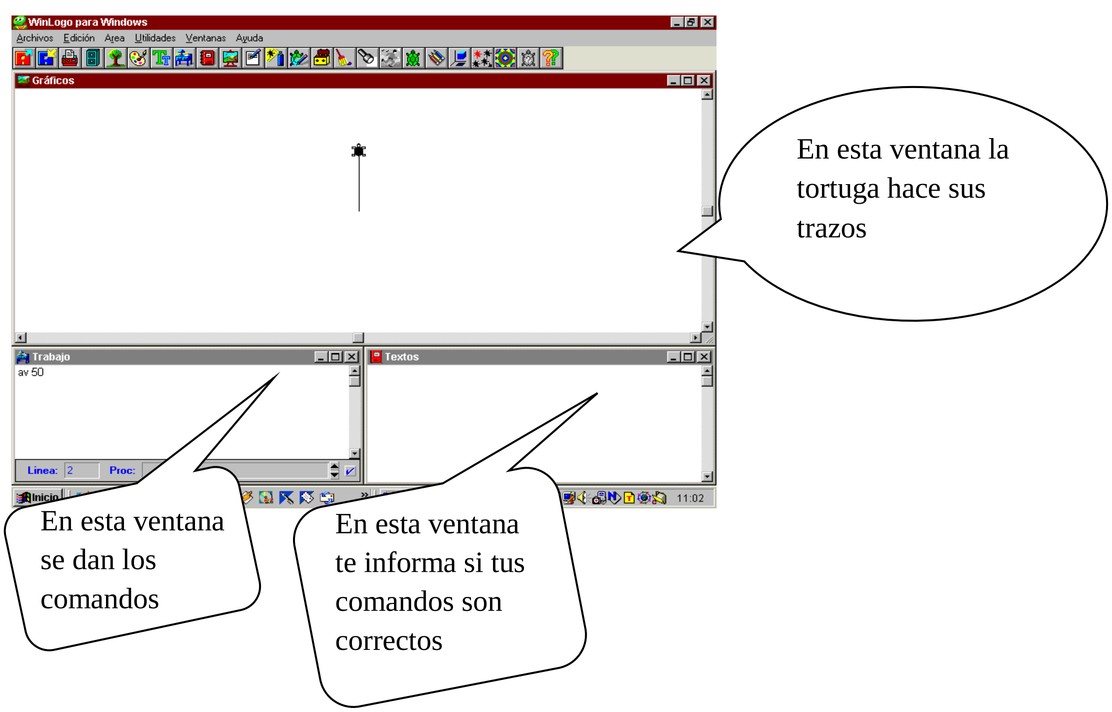
RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA DEL ESTUDIO EN ENTORNOS TECNOLÓGICOS DE APRENDIZAJE: WIN-LOGO

En este capítulo se reportaron los resultados de la segunda etapa del estudio correspondiente a la aplicación de un programa de intervención didáctica en dos ambientes Micromundo Logo, lápiz y papel: sobre razonamiento proporcional. Se inicia con la descripción de las actividades, aplicación y los resultados obtenidos. Se finaliza con la discusión de los resultados.

6.1.- la intervención didáctica en dos ambientes: lápiz y papel y Micromundo Logo sobre razonamiento proporcional

El Micromundo Logo, es un programa de lenguaje matemático que fue diseñado por Papert y colaboradores. Este programa esta formado por una ventana de tres recuadros, en el recuadro superior y más grande aparece la imagen de una tortuga la cual dibuja líneas o figuras conforme a las instrucciones que se dan en el recuadro inferior izquierdo, las cuales se escriben mediante unos comandos llamados primitivas y si en estos comandos existe un error, aparece en el recuadro inferior derecho el mensaje de que algo esta mal en los comandos. A continuación presentamos la figura de este programa.

Fig. 23. Ventanas del programa Win-Logo.



Para la segunda etapa del estudio se trabajó a partir de una intervención didáctica, en un ambiente tecnológico de aprendizaje, Logo. Los estudiantes trabajaron en 20 sesiones en ambiente Logo, se exploró el razonamiento proporcional mediante un cuadernillo de actividades (elaborado por la Dra. Cristianne Butto). Al trabajar en este programa se hacen implícitas varias ideas matemáticas de diversa índole, pero en este estudio utilizaremos el razonamiento proporcional como una habilidad que pueda desarrollar en los alumnos un dominio matemático óptimo.

6.2.- Análisis de los datos

El análisis de los datos se hizo mediante las categorías hechas para WinLogo y posteriormente la actuación de los alumnos ante la secuencia didáctica, tomando como referencia los trabajos hechos por García de León (2012) y otras categorías obtenidas de este mismo estudio.

A continuación se describen las categorías para Logo, las cuales fueron hechas a partir de las respuestas que dieron los alumnos a la secuencia didáctica. Se reconocieron cinco categorías de programación tomando como referencia los trabajos de Ursini y Rojano (2005 citados en García de León) y lo que los alumnos contestaron a cada uno de los problemas.

Las siguientes son las categorías para el Micromundo Logo.

Adivinanza. (1). En esta categoría el alumno no produce la figura deseada y se generan trazos no claros que parecieran ser resultado del uso de las instrucciones sin conciencia de su significado o de una especie de adivinanza.

Instrucciones Directas (2). En esta categoría el alumno produce una figura que es resultado de seguir cada uno de los pasos específicos siguiendo directamente la totalidad de las instrucciones dadas en el cuadernillo de trabajo, el alumno observa el proceso de la figura en la pantalla.

Respuesta ensayo y error (3). En esta categoría el alumno produce una figura que es resultado de probar instrucciones para ver si el resultado es el que se busca y si no es así repetir la tarea hasta tener un resultado deseado.

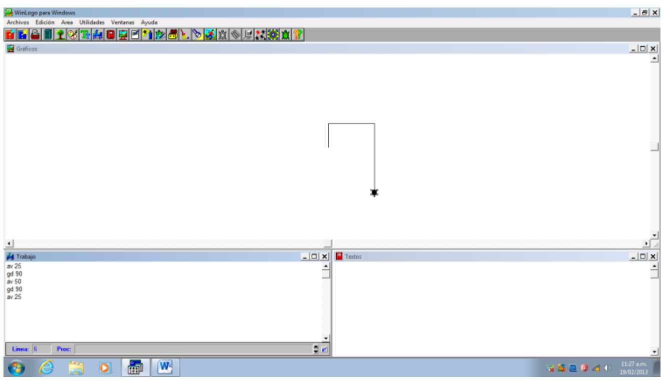
Respuestas aproximadas (4). En esta categoría el alumno produce una figura que es el resultado de una instrucción diferente la cual tiene como resultado una figura parecida a la solicitada pero no es el resultado esperado.

Reconoce comandos y usa programas aprendidos (5). En esta categoría el alumno produce una figura que es el resultado de seguir los pasos de manera sintetizada o lo que es un programa para dibujar figuras iguales de diferentes tamaños. Citados en (Butto y Rojano, T. 2004 p.63), Hoyles y Sutherland (1996) encontraron que los estudiantes usando ejemplos numéricos verbales y programas particulares pueden llegar a construir un programa general en Logo.

6.3.-Ejemplos de las categorías de la programación en Logo

A continuación se presentan algunos ejemplos de las categorías de programación en Logo ya anteriormente descritas.

Adivinanza (1) En esta categoría el alumno empieza a hacer un ejercicio en la programación logo, de inmediato interactúa con la computadora y comienza a experimentar con los comandos (llamados primitivas) para conseguir un dibujo, aunque este alumno no tenga conocimientos computacionales, se sabe que estos dibujos pueden ser solo algunos trazos erráticos o figuras totalmente diferentes a la solicitada. Un ejemplo de esto es el dibujo que realizó Clara al dibujar un cuadrado en la sesión número dos.

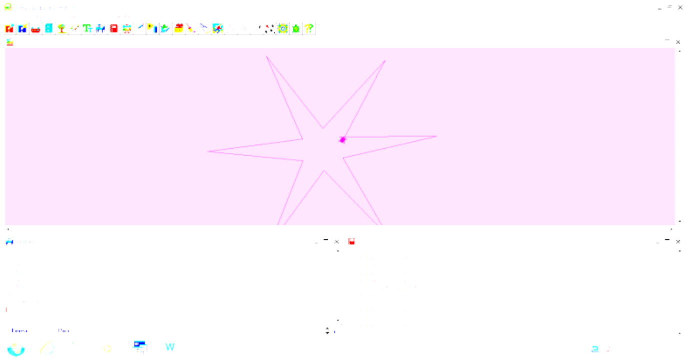


Av 25
Gd 90
Av 50
gd 90
av 25

Figura 24. Producción de Clara en la sesión 2

La figura lograda por Clara no es igual a lo que se le pidió, pero sin duda ella trató de hacer la figura. Pareciera que actuó por adivinanza al tratar de adivinar los comandos que dibujarían el cuadrado pero no resultaron los correctos.

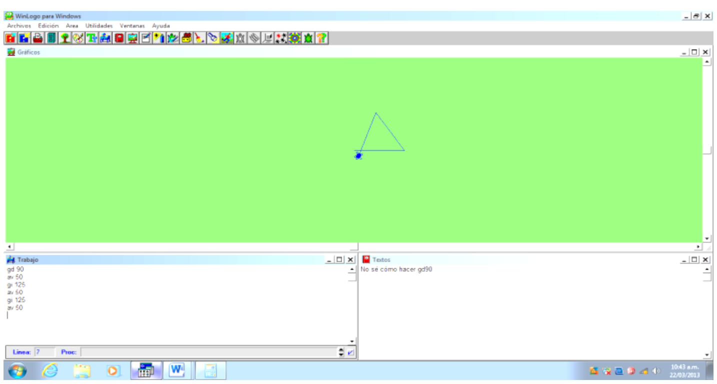
Otro caso de respuesta por adivinanza lo encontramos con María, la cual falla en el siguiente procedimiento que le pide realizar un programa para dibujar un equilátero.



Para equilátero: a
gd: 90
av:a
gd: 166
av: a
gd: 166
fin
equilátero 100 10

Figura 25. Dibujo de equilátero de María

Instrucción directa (2): En esta categoría el alumno puede ir observando la figura que va realizando. Ursini y Rojano (2005 citadas en García de León 2012) refieren que "… trabajar de este modo permite a los alumnos comprobar inmediatamente el efecto de las órdenes tecleadas y acercarse al objeto prefijado por tanteo y aproximaciones sucesivas". Un ejemplo de esta categoría se observa en la respuesta que dio Mariana en la sesión número cuatro a la solicitud de elaborar un triángulo equilatero, como podemos observar la alumna hizo esta figura con instrucción directa.

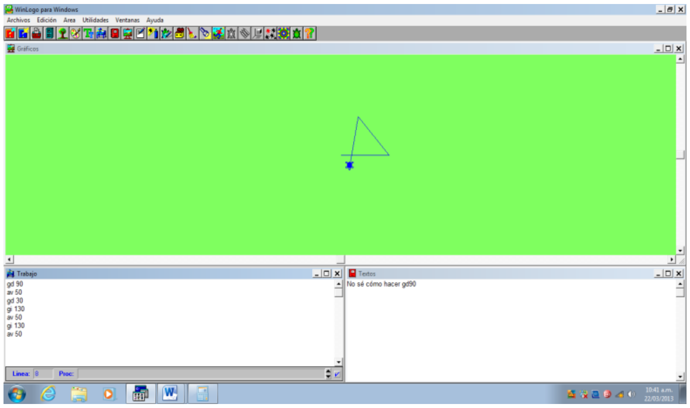


Gd 90
Av 50
Gi 125
Av 50
Gi 125
Av 50

Figura 26. Producción de Mariana en la sesión cuatro

Vemos que la figura es irregular; esto parece confirmar lo dicho por Olson (1987 citado en García de León 2012) el cual dice que en este nivel los alumnos no tienen conciencia de las propiedades de la figura, Mariana solo creó un triángulo que no cumple con las especificaciones que tiene un triángulo regular.

Respuesta ensayo y error (3): En esta categoría el alumno, como ya se dijo en la figura se muestra el resultado de probar instrucciones para ver si el producto es el que se solicita. Como vemos el triángulo que realizó Mariana en la sesión cuatro.

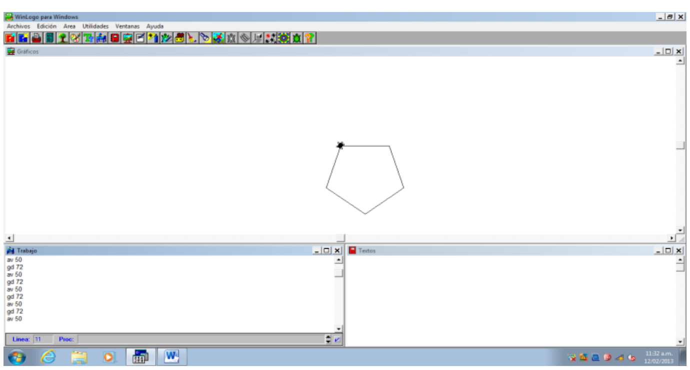


Gd 90
Av 50
Gd 30
Gi 130
Av 50
Gi 130
Av 50

Figura 27. Producción de Mariana

Como podemos observar los dos triángulos anteriores, tanto de la categoría dos como de la categoría tres son iguales, el primero se ajusta a la categoría anterior y este a esta categoría, pues Mariana realizó este triángulo por ensayo y error, probó diferentes instrucciones para que el triangulo fuera regular.

Respuestas aproximadas (4): En esta categoría el alumno produce una figura que se parece a la solicitada pero no es igual. Los alumnos dieron las instrucciones pero el resultado no es el solicitado, como lo que hizo Clara en la sesión número cinco en la que se les solicitó dibujar un pentágono, el pentágono es igual al solicitado solo que estaba girado.

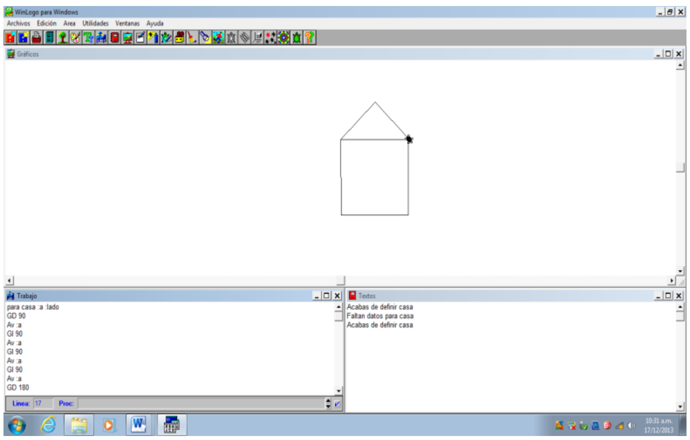


Gd 72
Av 50
Gd 72
Av 50
Gd 72
Av 50
Gd 72
Av 50
Gd 72
Av 50

Figura 28. Producción de Clara en la sesión cinco

Las instrucciones que dieron fueron las correctas, pero la figura final no es la esperada, Clara debe analizar otra vez sus instrucciones y darse cuenta en dónde se equivocó para poder tener la figura esperada.

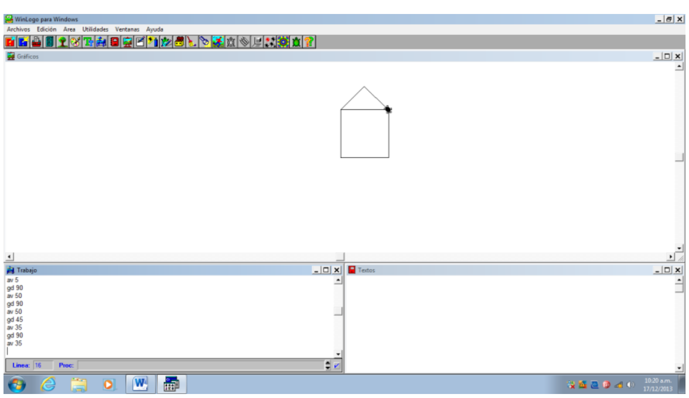
Reconoce comandos y usa programas aprendidos (5): En esta categoría el alumno reconoce una serie de instrucciones directas llamados programas. Las instrucciones se pueden replicar en diferentes contextos sin repetir todas las instrucciones. Ursini y Rojano (2005 citadas en García de León 2012), afirman: “Logo es un ambiente que ofrece facilidad para producir patrones, descubrir regularidades y expresarlas de manera formal”. Un ejemplo de esto es la figura que realizó Paul en la sesión número nueve, hizo diferentes casas por un programa que realizó.



```
Para casa :a :lado
Gd 90
Av :a
Gi 90
Av: a
Gi 90
Av :a
Gi 90
Av :a
Gd 180
Av :a
Gd 45
Av :lado
Gd 90
Av :lado
fin
```

Figura 29. Producción de Paul sesión nueve

La mayoría de estos ejemplos ocurrieron en las sesiones: cuarta, quinta, sexta, séptima, octava y novena, pero el hecho de que los alumnos hayan alcanzado el dominio de elaborar un programa para sintetizar sus instrucciones no quiere decir que los usarán en la mayoría de sus ejercicios como otros alumnos que realizaron esta misma casa, pero con respuesta ensayo y error. Juan lo realizó de esta manera.



```
Av 5
Gd 90
Av 50
Gd 90
Av 50
Gd 45
Av 35
Gd 90
Av 35
```

Figura 30. Producción de Juan

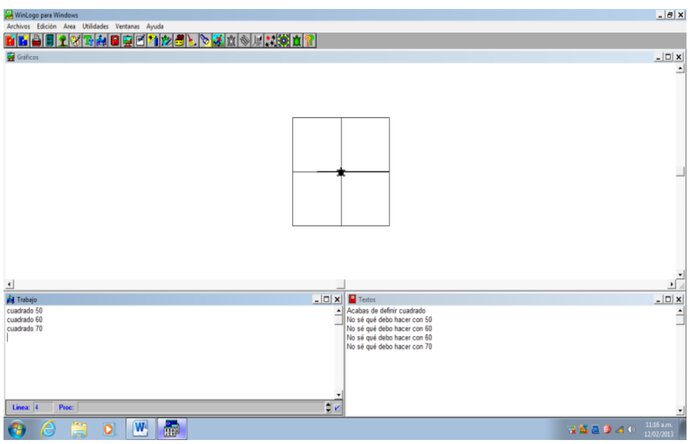
Como podemos observar, Juan en lugar de utilizar un programa general para dibujar la misma casa la dibujó paso por paso. Respecto a esto comentan Ursini y Rojano (2005 citados en García de León 2012) "…una vez que se ha escrito un programa directo puede ser usado dentro de otro programa con sólo teclear su nombre y Logo reconoce a este programa como una primitiva más". Pero los siete alumnos lograron realizar programas aunque en diferentes ejercicios.

6.4.- Actuación de los alumnos ante la secuencia didáctica WinLogo

María

Esta alumna contestó las actividades de la secuencia didáctica con WinLogo. Se puede decir que en un 10% incurrió en algún error. Un 90% de los ejercicios que ella realizó se ubicaron en los niveles más altos.

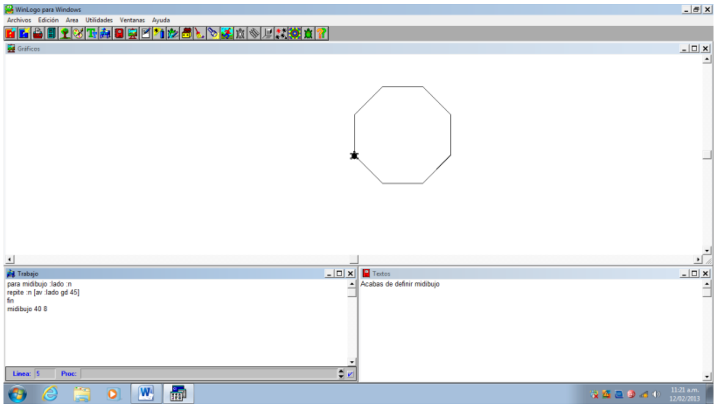
Es una de las pocas alumnas que lograron realizar programas para la realización de varias figuras, como en la sesión número dos que corrió un programa para cuadrado y lo corrió varias veces para dibujar distintos cuadrados.



Para mi cuadrado: lado
Repite 4 av: ladogd 90
fin

Figura 31. Producción de María en la sesión dos

Como se observa en este ejemplo María percibe la sucesión de comandos para un programa y no solo puede dibujar un cuadrado solo con instrucciones. María también aprendió muy rápido a usar la programación "repite" como se muestra en la sesión número cuatro. Para una figura de octágono usó un programa "Repite" para dibujar dicha figura.



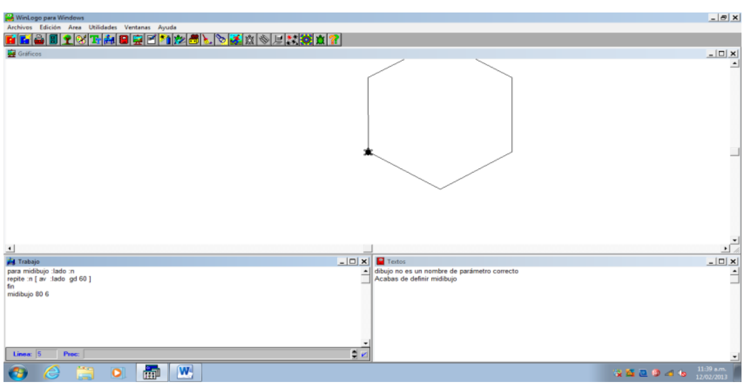
Para mi dibujo :lado
n:
Repite :nav :lado gd
45
Fin

Figura 32. Producción de María en la sesión cuatro

En la mayoría de las sesiones María usa los programas para poder hacer los dibujos, en conclusión se podría decir que María reconoce los programas generales, lo registra en el lenguaje propio de Logo, a ella no se le dificultó de ninguna manera realizar los ejercicios y reconoce la proporcionalidad de las figuras realizadas.

Clara

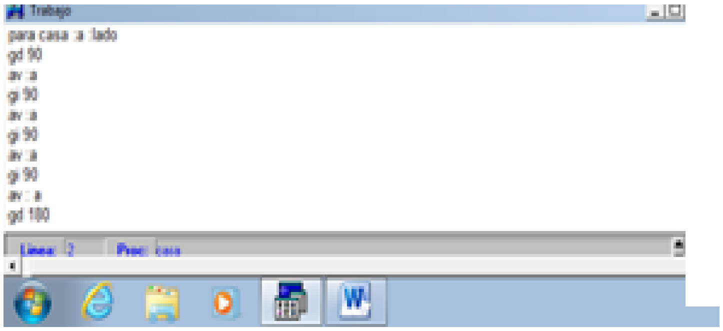
Esta alumna, al igual que su compañera María, se ubica dentro de las categorías altas pues ella también usa programas para realizar los dibujos y los aprende muy rápido. Ella realizó un 30% de los reactivos con error y un 70% se ubican en los niveles medio, un ejemplo de esto es la siguiente figura que realizó mediante un programa al igual que María.



Para mi dibujo: lado n:
Repite :n (av :lado gd 60)
Fin
Midibujo 80 6

Figura 33. Producción de Clara en la sesión cuatro

Clara reconoce los programas y sabe cómo usarlos y en qué momento hacerlo, para el razonamiento proporcional, pero no como su compañera pues sí puede realizar programas pero muchas veces el resultado no es el esperado como lo que hizo en la última sesión de dibujar casas en diferentes proporciones: pudo realizar el programa pero al momento de correrlo no salía el dibujo esperado.



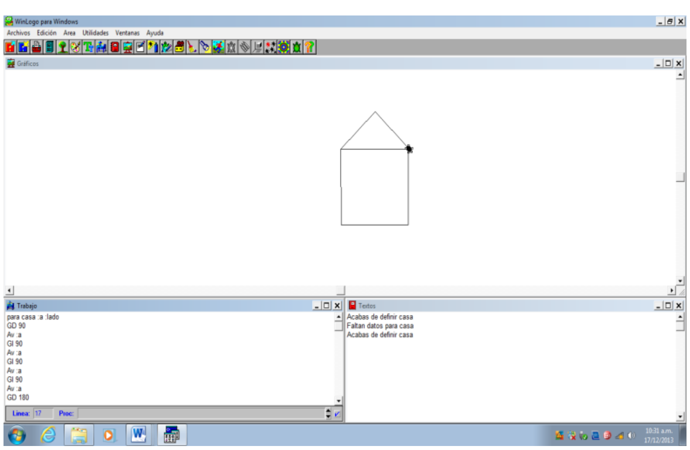

```
Para ca a: lado
gd 90
av :a
gi 90
av :a
gi 90
av :a
gi 90
av :a
gd 100
```

Figura 34. Producción de programa de Clara

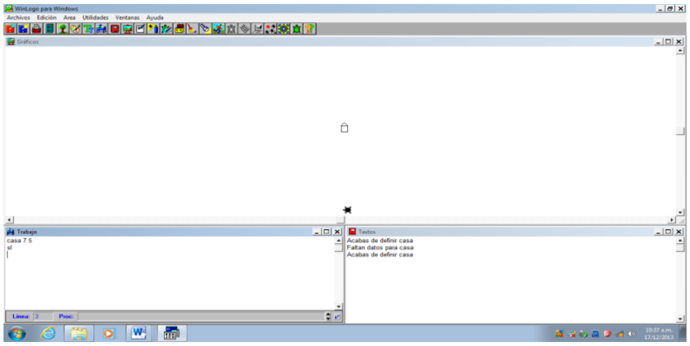
Pero por más de que corrió el programa realizado, no salió la figura esperada; ya después realizó las casas con instrucción directa. Es por eso que como ya se ha dicho, el hecho de que puedan realizar programas no quiere decir que los utilizaran. En más ejercicios hizo las casas con instrucción directa. Se podría decir que Clara se ubica en un nivel medio a diferencia de María.

Paul

Este alumno se podría decir que está en un nivel alto, al igual que María, pues presentó un 10% de error y un 90% de acierto en sus ejercicios. Algunas veces realizaba sus ejercicios mediante programas y algunas mediante instrucción directa; él fue el primero en establecer un programa que dibujara casas en distintas proporciones: él pudo establecer dicho programa para dibujar diferentes casas, pudo correrlo con éxito y dibujar distintas casas, como podemos observar en la siguiente ilustración.



```
Para casa :a :lado
Gd 90
Av :a
Gi 90
Av: a
Gi 90
Av :a
Gi 90
Av :a
Gd 180
Av :a
Gd 45
Av :lado
Gd 90
Av :lado
fin
```

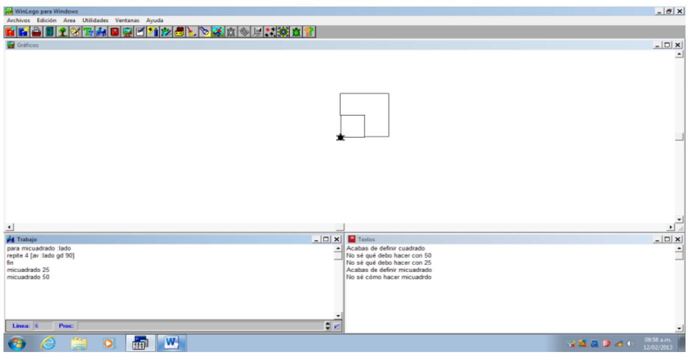


Johnny pudo realizar la casa en diferente proporción como este ejemplo de esta pequeña casa

Casa 7 5

Figuras 35. Producciones de Paul

Otro programa que sí pudo realizar fue el de “repite” de micuadrado, como podemos observar en el siguiente ejemplo.

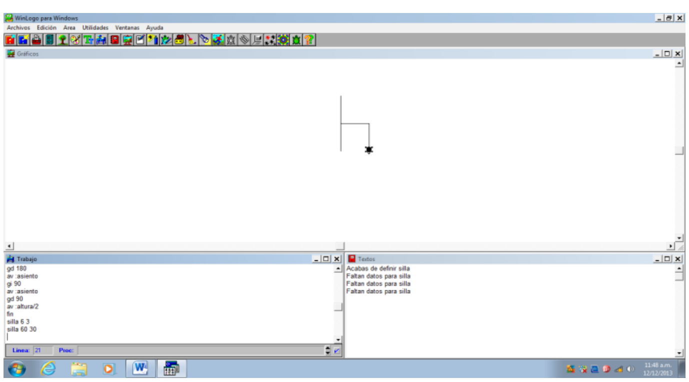


Para mi cuadrado: lado
Repite 4 (av: ladogd 90)
Fin
Micuadrado 25

Mi cuadrado 50

Figura 36. Producción de Paul

Con los resultados de Paul se puede decir que está en un nivel medio pues, como María, sabe los programas y sabe cómo utilizarlos. También fue uno de los primeros en establecer el programa para silla y pudo también dibujar diferentes sillas a escala y proporción con un solo programa, como podemos observar a continuación



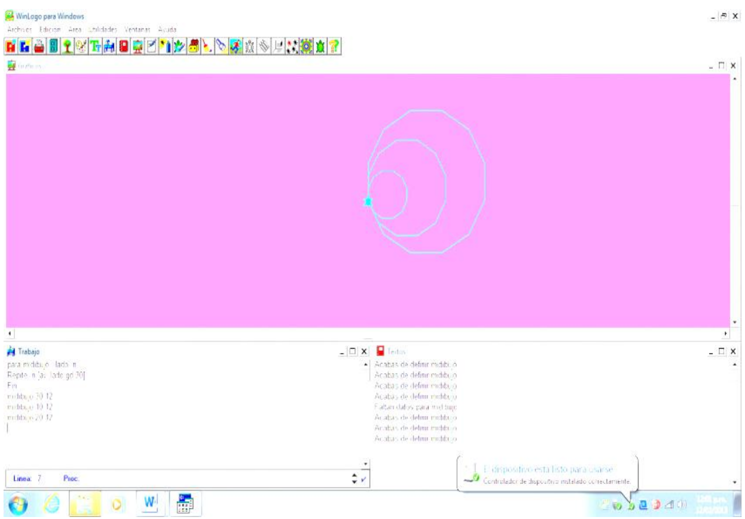
Para silla: altura: asiento
Gd 180
Av: asiento
Gi 90
Av: asiento
Gd 90
Av altura/2
Fin
Silla 60 30

Figura 37. Producción de Paul

Paul reconoce la proporción y usa programas en la mayoría de las actividades y sabe cómo establecerlos de manera que los usa para dibujar figuras de distintas proporciones. Se puede decir que está en un nivel alto.

Mariana

Esta alumna usa la mayoría de las veces instrucción directa, tiene un 30% de error y un 70% realiza bien sus tareas, ella usa la categoría ensayo y error en las primeras sesiones, luego empezó a usar instrucción directa, posteriormente ya pudo realizar algunos programas, pero para poder realizar dichos programas tuvo que probar una y otra vez hasta finalmente obtener la figura deseada. Cuando la obtuvo pudo darse cuenta de la proporcionalidad que existe entre dichas figuras: al correr el programa con distintas medidas podía obtener la misma figura en diferentes tamaños pero iguales todas, un ejemplo de esto es la siguiente figura.



Para mi dibujo: lado: n
Repite: n (av: lado gd
30
Fin
Midibujo 30 12

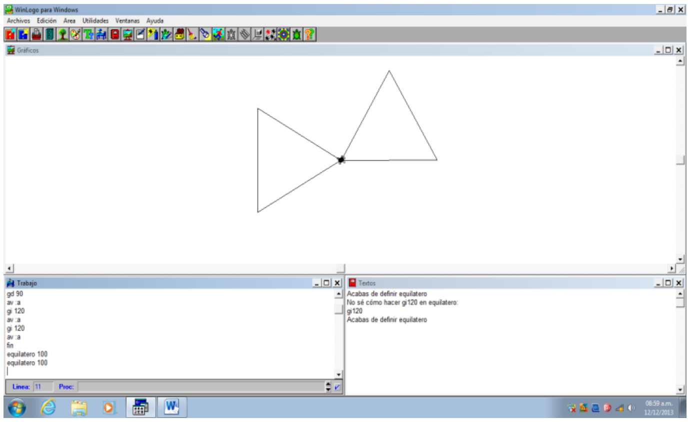
Midibujo 20 12

Midibujo 10 12

Figura 38. Producción de Mariana

Como podemos observar este dodecágono lo realizó mediante un programa pero lo corrió dos veces más de diferentes medidas: un dodecágono de 30, uno de 10 y uno de 20 y así ella pudo darse cuenta que podría seguir corriéndolo tantas veces como quisiera y de diferentes medidas.

Otro ejemplo de esto lo hizo con el programa equilátero; lo definió y lo corrió dos veces, un ejemplo es la siguiente figura.



Para equilátero: a
Gd 90
Av: a
Gi 120
Av: a
Gi 120
Av a
fin

Figura 39. Producción de Mariana

En conclusión se puede decir que Mariana está en un nivel medio ya que solo pudo realizar algunos programas y lo demás lo hizo con instrucción directa.

Leonardo

Leonardo es un alumno que al principio comenzó a realizar las actividades con respuesta ensayo y error pero después se dio cuenta que con los programas se pueden realizar dichas figuras de manera más fácil. Él incurrió en algún error un 20% de las veces y realizó sus tareas un 80% correctamente. Aquí un ejemplo de figura realizada mediante ensayo y error.

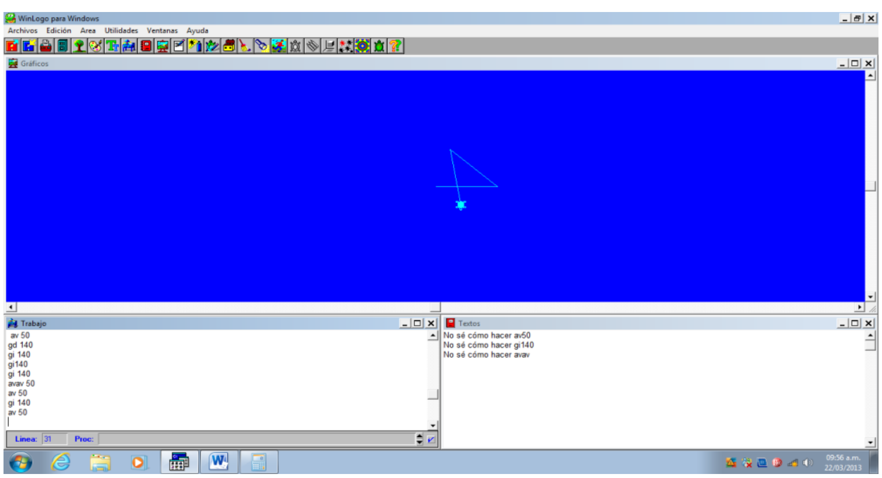
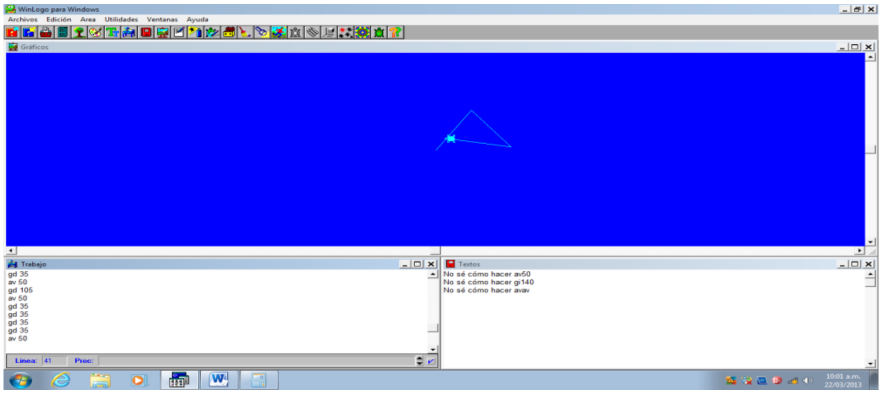


Figura 40. Producción de Leonardo



Gd 105
Av 50
Gd 35
Av 50
Gd 35
Av 50
Gd 105

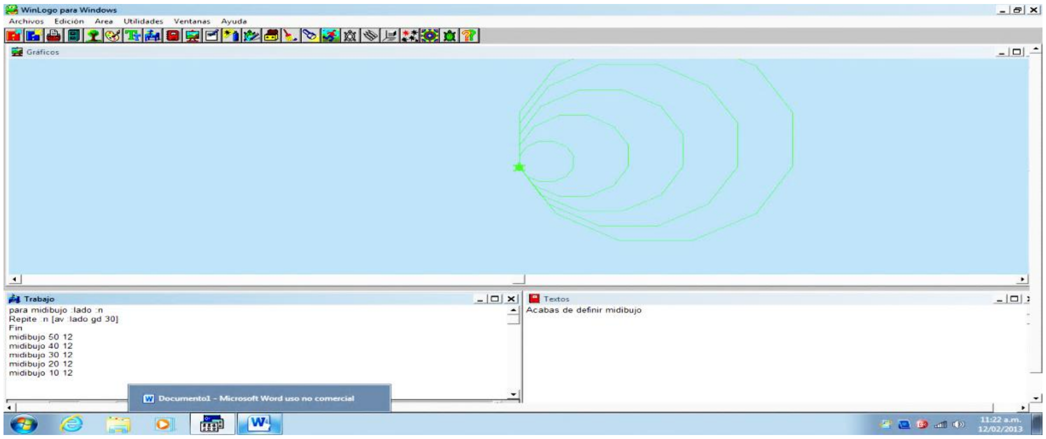
Gd 140
Av 50
Gd 140
Av 50
Gd 140
Av 50
Gd 105

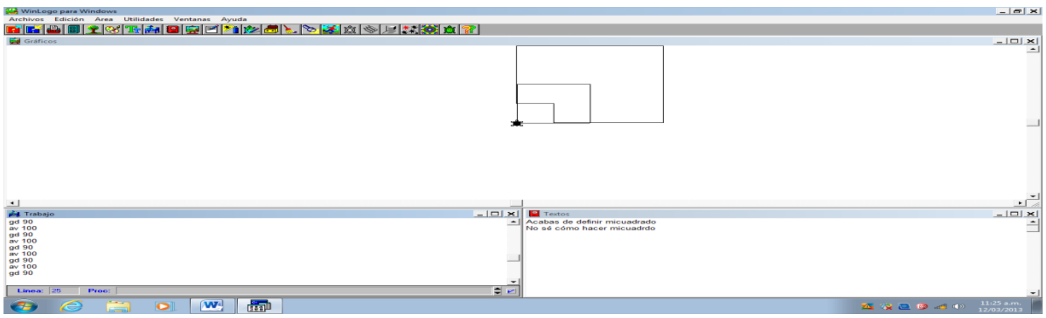
Figura 41. Producción de Leonardo

Como podemos observar en las imágenes anteriores Leonardo trataba de dibujar un triángulo mediante ensayo y error, posteriormente se dio cuenta que con un programa se puede dibujar más fácil. Durante la secuencia didáctica Leonardo mostró que fue aprendiendo más en cada una de las sesiones. No obstante su estrategia de ensayo y error no es la conveniente, pues le cuesta reconocer patrones, abreviarlos y registrarlos en Logo. Esto se debe a que Leonardo se enfocó en el resultado y no en reflexionar en los procesos y procedimientos geométricos y aritméticos. En resumen se puede decir que Leonardo se encuentra en un nivel medio.

Diego

Es un alumno que rápidamente aprendió a usar los programas y le gusta experimentarlos. Para explorar la proporcionalidad de las figuras, el corría el mismo programa muchas veces y percibió la proporcionalidad de las figuras, pues las hacía de diez en diez, es decir, crecía diez o disminuía diez. El incurrió en algún tipo de error un 20% y acertó en sus dibujos un 80%. Diego presenta un potencial para percibir la proporcionalidad, así como para abreviar las instrucciones que se repiten, reconoce patrones y los registra de manera regular en Logo. Un ejemplo de lo antes dicho es la siguiente figura.





1

Para mi dibujo: lado: n
Repite: n (av lado gd 30)
Fin
Midibujo 50 12
Midibujo 40 12
Midibujo 30 12
Midibujo 20 12

2

Para micuadrado: lado
Repite 4 (av: ladogd 90)
Fin
Micuadrado 25
Micuadrado 50
Micuadrado 100

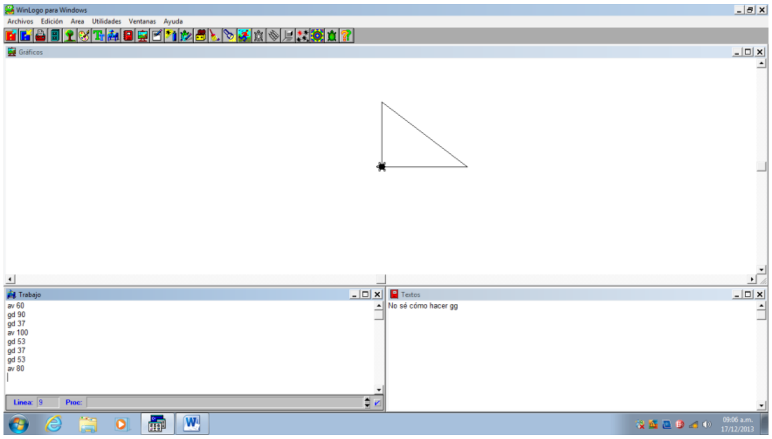
Figuras 42. Producciones de Diego.

Se puede asegurar que Diego reconoce como algo familiar las expresiones de los programas y los realiza fácilmente, también, reconoce la proporcionalidad. Se puede afirmar que Diego se encuentra en un nivel alto.

Juan

Es un alumno que siempre mostró poco interés en la secuencia didáctica, pues él no estuvo mucho tiempo interactuando con sus compañeros pues se fracturó el brazo, se ausentó un tiempo pero regresó y realizó los ejercicios del programa de intervención.

Hacía sus ejercicios pero sin importarle el resultado y se observa que aún no ha logrado el reconocimiento de las primitivas para poder producir las figuras propuestas, pero aun así resolvió todos los problemas de la secuencia didáctica, aunque la mayoría los realizó mediante instrucción directa. Un ejemplo de lo anteriormente dicho es la siguiente figura.

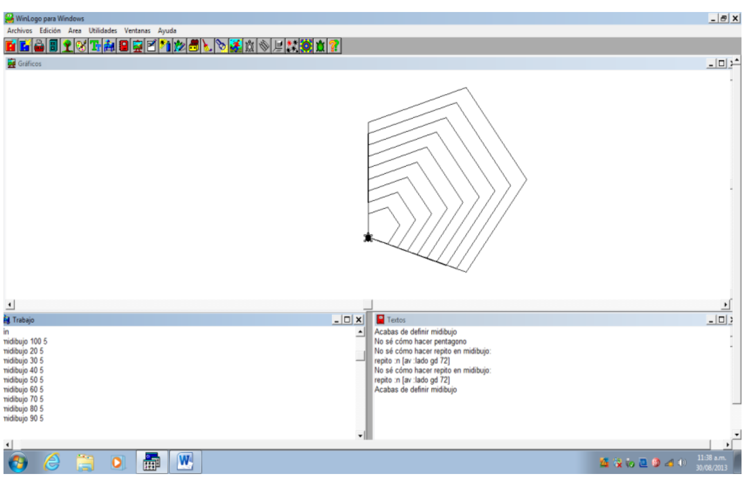


Av 60
Gd 90
Gd 37
Av 100
Gd 53
Gd 37
Gd 53
Av 80

Figura 43. Producción de Juan

Esta figura la mayoría de sus compañeros la hicieron mediante un programa pero él la hizo mediante instrucción directa, pero eso no quiere decir que no la haya hecho bien le salió igual a la solicitada, pero se equivocaba de manera constante en los giros y así realizó la mayoría de las figuras.

Cuando trató de realizar un programa en la sesión número cuatro la figura que resultó estaba movida, como podemos observar en la siguiente figura.



Para midibujo: lado: n
Repite: n(av:ladogd
72)
Fin
Pentágono 100
Pentagono20
Pentágono 30
Pentágono 40
Pentágono 50
Pentágono 60
Pentágono 70
Pentágono 80

Figura 44. Producción de Juan

Y en la última sesión, en la figura de la casa, también trató de realizar el programa pero la figura no fue la esperada.

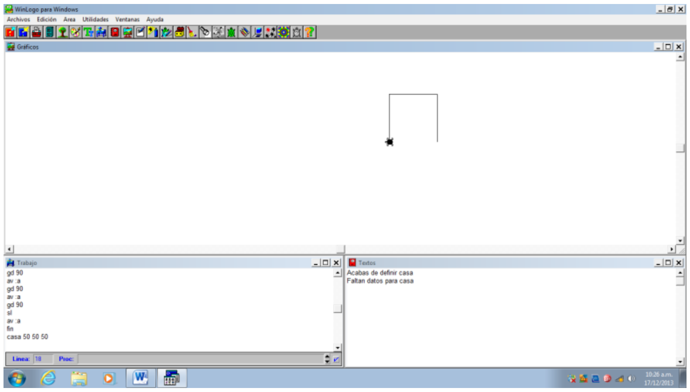


Figura 45. Producción de Juan

```
Para casa: x: y: a
Sl
Gd 90
Av: x
Gi 90
Av :y
Bl
Av :a
Gd 90
Av :a
Gd 90
Av :a
Gd 90
Sl
```

Como podemos darnos cuenta a Juan se le dificulta la realización de un programa. Esto sugiere que él aun no ha desarrollado su sensibilidad para percibir los patrones en las instrucciones que componen una figura, y sintetizarlos de la forma correcta para poder realizar un programa y que el resultado sea el esperado. Como resumen podemos ubicar a Juan en un nivel bajo.

6.5.- Conclusiones de la secuencia didáctica WinLogo

El objetivo de esta secuencia didáctica fue desarrollar en los alumnos al razonamiento proporcional mediante un programa computacional WinLogo.

Los resultados obtenidos en la secuencia didáctica en el sentido de que el 70% de las respuestas obtenidas se ubica en un nivel alto, sugieren que trabajar con programas en un lenguaje de programación WinLogo favorece en los alumnos el acercamiento al razonamiento proporcional. Al principio se vio a los alumnos utilizar el razonamiento proporcional sin que tuvieran conciencia de su significado, pero cuando corrían sus programas se daban cuenta de la proporción entre las figuras realizadas.

Los resultados de los alumnos sugieren que la posibilidad de una evolución progresiva mediante una secuencia didáctica en WinLogo es posible.

Los resultados que se reportan aquí forman parte de la segunda etapa del estudio que corresponde al análisis de la secuencia didáctica con WinLogo.

CAPITULO VII

RESULTADOS DE LA TERCERA ETAPA DEL ESTUDIO: CUESTIONARIO FINAL DE RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos en la tercera etapa del estudio correspondiente al cuestionario final sobre razonamiento proporcional. Se inicia con la descripción, aplicación y el análisis de los datos y los resultados obtenidos y finalmente, se hace la discusión de los resultados.

7.1.- Aplicación del cuestionario final

La aplicación del instrumento duró aproximadamente 50 minutos, los estudiantes se mostraron dispuestos a resolver el cuestionario. Y es el mismo que el cuestionario inicial.

El objetivo del cuestionario fue identificar las dificultades, habilidades y estrategias utilizadas de los alumnos sobre las ideas matemáticas.

7.2- Análisis de los datos

El análisis de los datos se llevó a cabo mediante, un análisis cualitativo por niveles de logro y las categorías de resolución de problemas.

Para el análisis de los datos, se propusieron dos niveles de análisis: el primer nivel de análisis consistió en la identificación de los diferentes niveles de logro (inicial, medio, alto). El segundo nivel de análisis consistió en la elaboración de las categorías de resolución de problemas, estas fueron realizadas a partir de las respuestas que los estudiantes daban al cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional (percepción intuitiva, pensamiento en transición, pensamiento aditivo, pensamiento multiplicativo incompleto, pensamiento multiplicativo completo).

7.3.-Análisis

El análisis de los datos se hizo en dos partes: La primera parte se refiere a un análisis por nivel de logro académico y la segunda parte por categorías de resolución de problemas. Es importante aclarar que los niveles de logro surgen de las respuestas de los estudiantes al cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional y estos son vistos como parte del desarrollo del pensamiento de los niños. Estos niveles de logro no son estáticos ni fijos y cambian a medida que los niños avanzan en la instrucción escolar.

7.3.1.-Niveles de logro

Niveles de logro: los niveles de logro se entienden como una especie de ruta de proceso del estudiante en lo que respecta al tipo de pregunta, contenido matemático que presentan los estudiantes en una determinada tarea (SIMCE, 2007) puede servir para guiar al docente sobre las necesidades educativas de los alumnos. Estos fueron elaborados a partir de las respuestas de los alumnos al cuestionario inicial de razonamiento proporcional.

Nivel de logro inicial**:** El estudiante hace uso de la percepción intuitiva para comparar las figuras sobre criterios cualitativos y empieza a tomar en cuenta la información numérica.

Nivel de logro medio**:** El estudiante utiliza estrategias aditivas para responder a las preguntas o desarrolla un pensamiento multiplicativo incompleto, al mostrar evidencia del uso de la multiplicación sin que ésta sea la estrategia que utilizan a lo largo del proceso de resolución de toda la pregunta.

Nivel de logro alto**:** El estudiante desarrolla una estrategia multiplicativa reconociendo el patrón de crecimiento, identifican la proporcionalidad entre los datos numéricos y elaboran una regla que expresa la proporción.

7.3.2.-Categorías de resolución de problemas

Se elaboraron cinco categorías de resolución de problemas. Estas fueron elaboradas a partir de las respuestas que los estudiantes daban en el cuestionario inicial. A continuación se describen:

Percepción intuitiva**:** En esta categoría el estudiante realiza una comparación cualitativa para identificar y reproducir objetos semejantes.

Pensamiento en transición: En esta categoría el estudiante hace uso de su pensamiento intuitivo y empieza a tomar en cuenta la información numérica, aún no aplica la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución.

Pensamiento aditivo: En esta categoría el estudiante resuelve el problema utilizando una estrategia aditiva.

Pensamiento multiplicativo incompleto: En esta categoría el estudiante resuelve la tarea haciendo uso de la multiplicación, aún no aplica la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución y no considera la relación de todos los datos del problema.

***Pensamiento multiplicativo completo*:** En esta categoría el estudiante alerta la percepción geométrica, considera la información numérica, relaciona todos los datos o variables y resuelve el problema haciendo uso de la multiplicación.

A continuación se presenta el cuadro comparativo No. 10 en donde se puede observar la relación entre los niveles de logro y las categorías de resolución de problemas a través de las ideas matemáticas explorados en el cuestionario de razonamiento proporcional.

Cuadro comparativo n. 10

Idea matemática Razonamiento proporcional							Categorías Estrategias de resolución de problemas		Niveles de logro
1	2	3	4	5	6	7			
Percepción intuitiva	Proporcionalidad geométrica (serie de rectángulos)	Escala 1 a 3 (casita)	Proporcionalidad aritmética (receta de cocina)	Proporcionalidad aritmética (limonada)	Escala 1 a 3 (carrito)	Proporcionalidad geométrica (parejas de rectángulos)	Pensamiento intuitivo		Nivel inicial
							Pensamiento en transición		
							Pensamiento aditivo		Nivel medio
							Pensamiento multiplicativo incompleto		
							Pensamiento multiplicativo completo	Multiplicación	Nivel alto
								Elaboran una regla	
							Otro		Otro

Este cuadro permite establecer parámetros para definir el análisis de los resultados. Por ejemplo, en la pregunta en donde se explora la percepción intuitiva sólo es posible identificar estrategias de un pensamiento intuitivo, es decir, la pregunta no ofrece información numérica que pueda ser tratada de manera aditiva o multiplicativa, sino demanda de los estudiantes reconocer los criterios cualitativos para comparar y establecer la relación de proporción ante movimientos rígidos de la figura.

Sin embargo, en las respuestas de los estudiantes hay evidencias del uso de estrategias de resolución de problemas en la categoría del pensamiento intuitivo en la totalidad de las preguntas, sobre todo se observa cuando se explora la proporcionalidad geométrica.

También es posible observar que, considerando que el nivel de logro alto representaría el desarrollo del conocimiento algebraico, se caracterizan las respuestas de los estudiantes al hacen uso de estrategias multiplicativas completas en donde identifican el patrón y pueden o no elaborar una regla utilizando un lenguaje matemático.

Esta condición sólo se observa en las preguntas 4 y 6 en donde se les solicita a los estudiantes operar con la información a fin de identificar la proporcionalidad y expresarla a través de la elaboración de una regla.

A continuación se muestra un cuadro de los datos encontrados por nivel de logro de los alumnos de educación primaria que participan en el estudio y que cursan el 5° grado de primaria.

Niveles de logro de 5° grado. (Cuadro número 11)

Niveles de logro	alumnos
Nivel de logro inicial	0
Nivel de logro medio	2
Nivel de logro alto	5

En este cuadro podemos observar que la mayoría de los alumnos de 5° de primaria están en un nivel alto cinco de ellos están en este nivel y podemos observar que utilizan el pensamiento numérico, así como la información numérica, y dos de ellos están en el nivel medio.

A continuación presentamos el cuadro de niveles de logro por pregunta del cuestionario final sobre razonamiento proporcional.

Niveles de logro por pregunta de alumnos de 5° grado. (Cuadro número 12)

Número de pregunta	Nivel de logro inicial	Nivel de logro medio	Nivel de logro alto
1.-Fotografía	Juan	María, Mariana, Clara, Leonardo, Paul, Diego	
2.-Serie de rectángulos	Juan	Mariana, Diego	María, Clara, Leonardo, Paul
3.-Casita escala (1a 3)	Clara, Juan	Diego, Mariana	Leonardo, María, Paul
4.- Receta de cocina	Juan	Mariana	María, Leonardo, Paul, Clara, Diego
5.- limonada		Leonardo, Paul, Clara	Diego, María, Mariana, Juan
6.- Carrito escala (1a 3)		Diego, Juan, Leonardo	Clara, Paul, María, Mariana
7.- Rectángulos		Diego, Juan, Leonardo	Mariana, María, Clara, Paul

Nivel de logro inicial: En esta categoría el alumno en las diferentes tareas, los estudiantes de quinto grado del nivel de logro inicial emplean la percepción intuitiva y observación. Por ejemplo, se encontró en la primera tarea, reconocer la invariancia de la proporción ante movimientos rígidos (elección de la fotografía) los alumnos siempre se fijan en que si la fotografía esta movida, chueca, o más grande. En otras tareas, empiezan a tomar en cuenta la información numérica.

Nivel de logro medio: En esta categoría los alumnos que se encuentran en este nivel realizan las tareas usando una estrategia aditiva con un pensamiento multiplicativo incompleto, podemos observar que se usa mucho la estrategia aditiva en los alumnos de 5° grado, con un pensamiento multiplicativo incompleto sobre todo en las tareas, cinco (limonada) y siete (rectángulos), en la tarea cinco deben calcular cual limonada sabe mas a limón y lo asen con solo ver las imágenes y en la tarea siete de rectángulos solo con ver los rectángulo e ir sumando las cantidades.

Nivel de logro alto: En esta categoría el alumno desarrolla una estrategia multiplicativa y puede encontrar una regla que expresa la proporción algebraica ahora en este cuestionario final podemos observar a varios alumnos que usan tal estrategia y alcanzan este nivel. Esto se observa en la tarea número dos (serie), en la tarea numero tres (casita), en la tarea numero seis (carrito), ya que en lugar de usar una estrategia aditiva usaron una estrategia multiplicativa.

A continuación se describen las categorías de niveles de conceptualización del cuestionario de razonamiento proporcional.

1.-Percepción intuitiva: En esta categoría el alumno realiza una comparación cualitativa de todas las imágenes que se le muestran para poder reproducir dibujos o figuras semejantes. Por ejemplo.

Figura 46. Tarea de la fotografía

2.- Pensamiento en transición: En esta categoría el alumno hace una transición de la percepción intuitiva al pensamiento numérico. Hace uso de su pensamiento intuitivo, empieza a tomar en cuenta la información numérica, aún no aplica la estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución de la tarea.

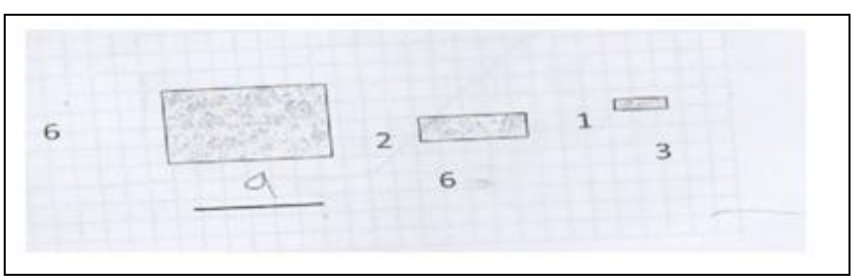


Figura 47. Tarea de los rectángulos

3.- Pensamiento aditivo: En esta categoría el alumno resuelve las tareas utilizando una estrategia aditiva (suma). Por ejemplo.

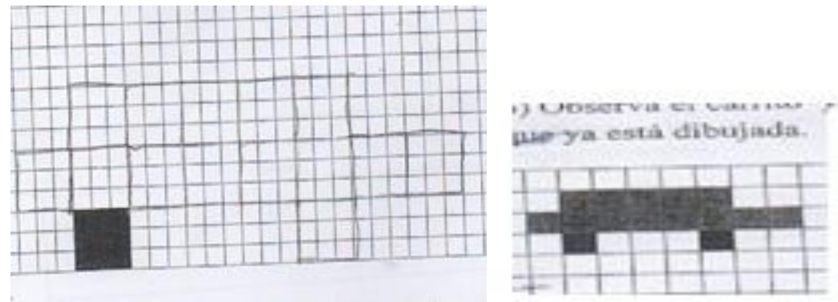


Figura 48. Tarea del carrito

4.- Pensamiento multiplicativo incompleto: En esta categoría el alumno resuelve las tareas haciendo uso de la multiplicación sin considerar la relación de todos los datos del problema.

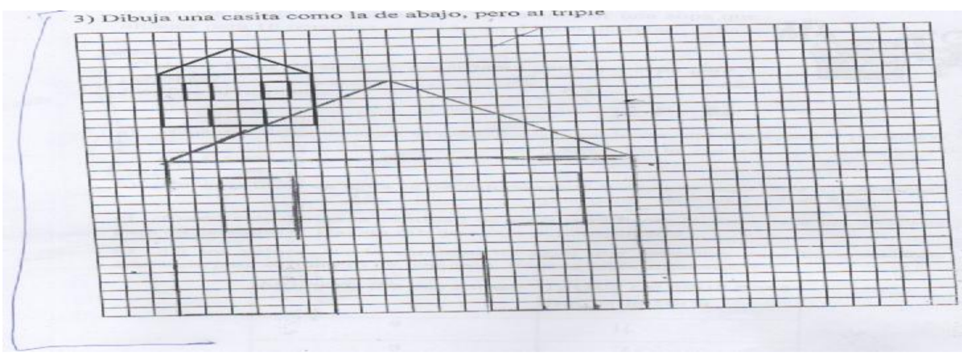
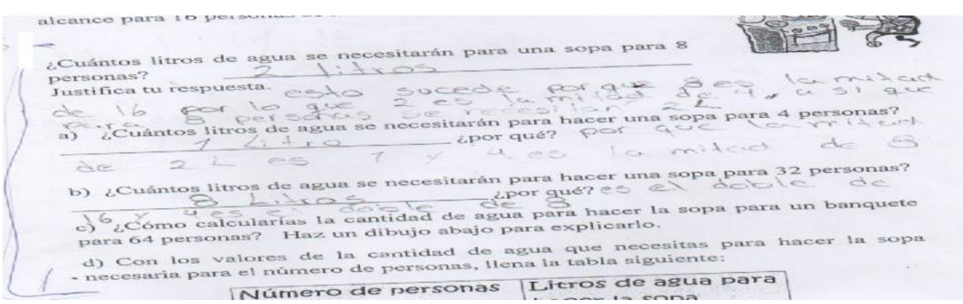


Figura 49. Tarea de la casita

5.- Pensamiento multiplicativo completo: En esta categoría el alumno muestra que tiene la percepción geométrica, considera la información numérica, relaciona todos los datos o variables y resuelve el problema haciendo uso de la multiplicación y elabora una regla que exprese la relación proporcional. Por ejemplo.



¿Cuántos litros de agua se necesitarán para una sopa para 8 personas? 2 litros

Justifica tu respuesta. esto sucede porque 8 es la mitad de 16 por lo que 2 es la mitad de 4, a si que para 8 personas se necesitan 2 L

a) ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 4 personas? 1 Litro ¿por qué? por que la mitad de 2 L es 1 y 4 es la mitad de 8

b) ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 32 personas? 8 Litros ¿por qué? es el doble de 16 y 4 es el doble de 8

c) ¿Cómo calcularías la cantidad de agua para hacer la sopa para un banquete para 64 personas? Haz un dibujo abajo para explicarlo.

d) Con los valores de la cantidad de agua que necesitas para hacer la sopa necesaria para el número de personas, llena la tabla siguiente:

Número de personas	Litros de agua para hacer la sopa

Figura 50. Tarea de la receta de cocina

A continuación se describe el análisis general por categorías.

1.- Pensamiento intuitivo: Para esta categoría, el alumno reconocer una fotografía. La mayoría emplean un pensamiento intuitivo; mediante la observación de dicha figura, ellos empiezan a reconocer propiedades como la forma expandida, chueca, borrosa, volteada, alargada; el contorno, si es largo o angosto; tamaño grande o chico. Mediante la descripción de características o cualidades físicas del objeto encuentran el elemento correspondiente al original. Este pensamiento se nota más en la pregunta No. 1 (fotografía), donde el alumno tiene que encontrar una fotografía que es copia de la original; otro caso es el del dibujo a escala (casita) pregunta No. 2, en donde los alumnos tienen que dibujar una casa al triple; en este caso, los alumnos no alcanzan a distinguir cuál es el aumento 1 a 3 es decir, el triple, pues en unos casos lo hacen como si fuera al doble ya que dicen uno más dos ya son tres veces mas grande y solo la aumentan al doble y en consecuencia no logran dibujar la casa con todas sus medidas. Se observa que cuando hay presencia de figuras geométricas los alumnos ponen en práctica este tipo de conocimiento.

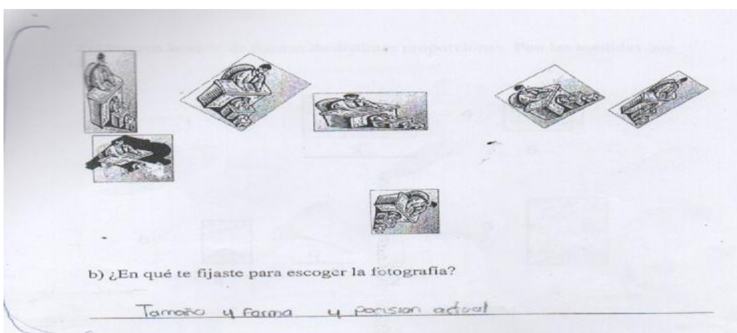


Figura 51. Tarea de la fotografía

2. Pensamiento en transición: Para esta categoría los alumnos de estos grados muestran un pensamiento en transición cuando hacen uso de su pensamiento intuitivo y empiezan a tomar en cuenta la información numérica, pero aún no aplican la misma estrategia aditiva durante todo el proceso de resolución. Los alumnos tratan de responder a preguntas donde hay que realizar cálculos a través de la suma, sin embargo se les dificulta alcanzar el resultado correcto. En el pensamiento en transición muestran todavía dificultad para establecer las relaciones de proporción entre las cantidades, por ejemplo, cuando hay que buscar la medida faltante de una serie de rectángulos (preguntas No. 2). Este tipo de estrategia también se observa en las preguntas No. 4 (receta de cocina) donde el alumno tiene que calcular litros de agua en la preparación de una sopa para cierto número de personas y la pregunta No. 5 (limonada) donde hay que calcular entre litros de agua por cantidad de limones en la preparación de una limonada (ver figura 52).

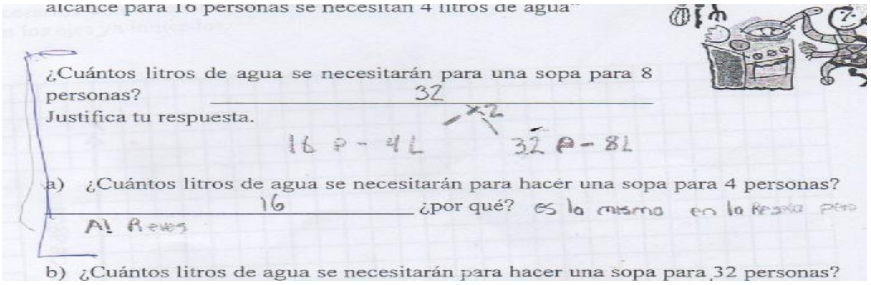


Figura 52. Tarea de la receta de cocina

<u>3. Pensamiento aditivo:</u> Para está categoría los alumnos de quinto emplean la estrategia aditiva cuando resuelve problemas de proporcionalidad. Por ejemplo se observa que emplean la suma como estrategia en las tareas No. 2 (serie de rectángulos), No. 3 (dibujo de casita a escala), No. 5 (limonada) y No. 6 (dibujo a escala carrito). Ellos utilizan esta estrategia cuando realizan comparaciones cuantitativas. Sin embargo, esta no necesariamente es la vía para encontrar la respuesta correcta. Es decir, las tareas se pueden resolver por medio de cálculos de suma, pero, estas tareas están diseñadas para que el alumno utilice la adición y en mayor medida la multiplicación, ya que la adición es la que se les facilita más.

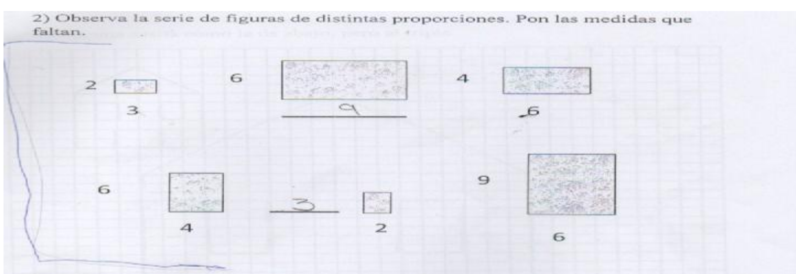


Figura 53. Tarea de los rectángulos

<u>4. Pensamiento multiplicativo incompleto:</u> para esta categoría los alumnos resuelven la tarea haciendo uso de la multiplicación sin considerar la relación de todos los datos del problema. Pocos alumnos utilizan el pensamiento multiplicativo incompleto, se encontró a cinco alumnos utilizándola, por ejemplo, se observó en la pregunta No. 4 (receta), No. 6 (dibujo a escala de un carro) y No. 2 (encontrar las medidas de una serie de rectángulos).

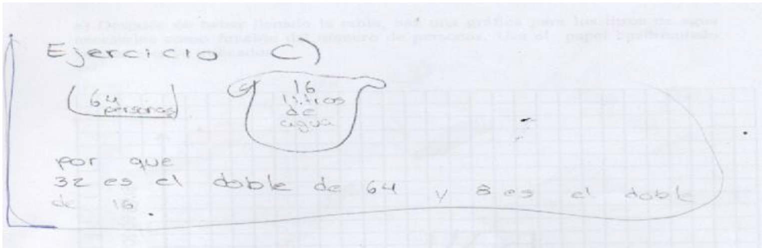


Figura 54. Tarea de la receta de cocina

<u>5. Pensamiento multiplicativo completo:</u> En esta categoría los alumnos alertan la percepción geométrica, consideran la información numérica, relaciona todos los datos o variables y resuelven el problema haciendo uso de la multiplicación. Se pudieron observar en las preguntas No. tres (casa a escala) y No. 5 (limonada). Se espera que la mayoría de los alumnos logren este pensamiento al terminar la educación básica.

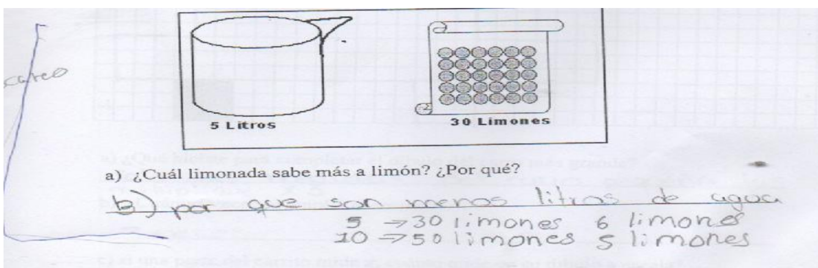


Figura 55. Tarea de la limonada

A continuación se presenta el análisis cualitativo de niveles de conceptualización por pregunta del cuestionario final de razonamiento proporcional de 5° grado. (cuadro número 13)

Número de pregunta	Pensamiento intuitivo	Pensamiento en transición	Pensamiento aditivo	Pensamiento multiplicativo incompleto	Pensamiento multiplicativo completo
1.-Fotografía	María, Mariana, Clara, Juan, Paul, Diego, Leonardo				
2.- Serie de rectángulos			Juan	Mariana, Paul, Diego	María, Clara, Leonardo
3.- Casita escala (1 a 3)		Diego, , Juan,	Mariana, Clara	María, Leonardo, Paul	
4.- Receta de cocina			Juan	Mariana, Paul, Diego	María, Clara, Leonardo,
5.- Limonada			Leonardo, Paul, Clara	Diego, María, Mariana, Juan	
6.- Carrito escala (1 a 3)			Mariana, Diego, Juan, Leonardo	Clara, Paul, María	
7.Rectangulos			Paul, Diego. Juan		Leonardo, María, Clara, Mariana,

Pregunta 1. Invariancia de la proporción ante movimientos rígidos mediante observación: Podemos observar en este cuadro que los siete alumnos reconocen y argumentan, así como, diferencian una figura de otra ante movimientos rígidos. En la pregunta número uno se solicita marcar la fotografía según la forma y la posición. Estos alumnos emplean pensamiento intuitivo para lograr reconocer figuras ante movimientos rígidos, pues solo observan las características y elementos de la fotografía.

Pregunta 2. Reconocimiento de una proporción geométrica en una secuencia de rectángulos: En este cuadro nos podemos dar cuenta que tres alumnos usan un pensamiento multiplicativo incompleto, mientras que otros tres usan un pensamiento multiplicativo completo y solo uno usa el pensamiento aditivo.

Pregunta 3. Proporción y escala 1 a 3: Cuando se les pide a los alumnos dibujar una casa a escala 1 a 3, tres alumnos lo realizan con un pensamiento multiplicativo incompleto, mientras que dos alumnos lo realizan con un pensamiento aditivo y los dos restantes con un pensamiento en transición, pues no logran completar la tarea.

*Pregunta 4. Proporcionalidad aritmética***:** En esta pregunta podemos observar que tres de los alumnos usan el pensamiento multiplicativo incompleto, mientras que los otros tres usan el pensamiento multiplicativo completo y solo uno usa un pensamiento aditivo al momento de realizar las tareas.

Pregunta 5. Relación aritmética lineal limonada: En esta pregunta se puede observar que tres de los alumnos utilizan un pensamiento aditivo, mientras que los otros cuatro el pensamiento multiplicativo incompleto al realizar la tarea de la limonada.

Pregunta 6. Proporciones a escala1a 3 carritos: Cuando los alumnos realizan la tarea de la escala del carrito, cuatro de ellos utilizan un pensamiento aditivo, mientras que los otros tres utilizan un pensamiento multiplicativo incompleto.

Pregunta 7. Proporciones entre varias cantidades. Rectángulos: En esta pregunta podemos observar que al solicitar a los alumnos unir parejas de rectángulos, cuatro emplean más el pensamiento multiplicativo completo, y el pensamiento aditivo lo emplean tres alumnos.

Los resultados que se reportan aquí, forman parte de la tercera etapa del estudio y corresponden al análisis de los datos del cuestionario final de razonamiento proporcional.

Nos hemos dado cuenta que después de la secuencia didáctica los resultados del cuestionario final han mejorado en comparación de los resultados del cuestionario inicial. ¿Cómo es que relacionamos a Logo con este cambio de los cuestionarios sobre razonamiento proporcional? Diversos investigadores han centrado su interés en el uso de tecnologías para la enseñanza de las matemáticas, por ejemplo Logo. Han encontrado que la interacción social puede movilizar procesos cognoscitivos que pueden ayudar al estudiante a tener un mejor aprendizaje. Estos procesos de aprendizaje derivan de los modelos de la psicología educativa, es por eso que en este estudio se propuso un modelo de intervención didáctica para que los alumnos pudieran interactuar socialmente y así potenciar sus conocimientos previos que tenían sobre el razonamiento proporcional. El lenguaje de programación Logo es viable para el razonamiento proporcional. A continuación presentamos la comparación del cuestionario inicial y final para demostrar que lo que hemos dicho sobre la viabilidad de Logo es sustentada.

Niveles de logro cuestionario inicial

Niveles de logro	Alumnos
Nivel de logro inicial	0
Nivel de logro medio	5
Nivel de logro alto	2

Niveles de logro cuestionario final

Niveles de logro	Alumnos
Nivel de logro inicial	0
Nivel de logro medio	2
Nivel de logro alto	5

En estos cuadros podemos observar el cambio en los niveles de logro de los dos cuestionarios de la transición de tres alumnos aunque dos se mantuvieron; para más referencia observar los cuadros 9, 10, 13 y 14, pues allí presentamos el análisis por pregunta y niveles de conceptualización y podemos ver cuáles alumnos se mantuvieron y cuáles cambiaron sus niveles de conceptualización, pues utilizamos los nombres de los alumnos en estos cuadros para mayor referencia.

CONCLUSIONES

Los objetivos del estudio fueron desarrollar el pensamiento proporcional en dos entornos: lápiz y papel y Micromundo WinLogo; identificar las principales dificultades y habilidades que tenían los estudiantes al resolver problemas de razonamiento proporcional; e identificar las estrategias que empleaban los estudiantes para resolver distintos tipos de problemas de proporcionalidad. Se les propuso un modelo de intervención didáctica para verificar dicho programa en el aprendizaje de dicho contenido escolar.

La metodología utilizada fue de corte cualitativo, se trabajó con siete alumnos de edades que oscilan entre los 10 y 11 años de edad que cursaban el 5° grado de educación primaria de una escuela del Distrito Federal de la Delegación Magdalena Contreras. El estudio constó de tres etapas: 1ª etapa, aplicación de un cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional seguido de una entrevista individual; 2ª etapa, aplicación de un programa de intervención didáctica en dos ambientes: lápiz y papel y WinLogo, 3ª etapa, aplicación de un cuestionario final sobre razonamiento proporcional.

Las fuentes de datos para este estudio fueron el cuestionario inicial, la entrevista clínica individual, el cuestionario final sobre razonamiento proporcional, las actividades en lápiz y papel y las actividades en WinLogo. El análisis de los datos permitió reconocer las dificultades, habilidades y estrategias de resolución utilizadas por los alumnos para resolver las preguntas y actividades planteadas en el estudio.

Conclusiones de la primera etapa del estudio: cuestionario inicial de razonamiento proporcional

A partir de los resultados obtenidos en el cuestionario inicial sobre razonamiento proporcional podemos concluir que hay evidencia suficiente para decir que estos alumnos presentaban dificultades en la resolución de actividades que implican el razonamiento proporcional.

Así mismo, presentan dificultades para entender algunas ideas sobre proporcionalidad; esto se debe en parte a que en la escuela primaria se enfatiza, la mayoría de las veces, su carácter numérico y se deja de lado el carácter geométrico. Con la finalidad de atender a los objetivos planteados se diseñó y aplicó un programa de intervención didáctica.

Conclusiones de la segunda etapa del estudio: programa de intervención didáctica en dos ambientes: lápiz y papel y Winlogo.

A partir de los resultados obtenidos en el programa de intervención didáctica con Winlogo y lápiz y papel nos percatamos que el uso de este programa ayuda a la comprensión del concepto de proporcionalidad, pues durante la aplicación del programa de intervención didáctica los alumnos aprendieron a cambiar los giros para establecer una proporcionalidad directa e inversa como en el ejercicio de la letra E, de la silla y de las casas; se logró que aprendieran que un triángulo tiene ángulos internos como externos, otra cosa importante que aprendieron en el ejercicio de los catetos es que se debe establecer una regla para conocer la hipotenusa. Pero es necesario motivar a los alumnos a explorar en el Micromundo otros contenidos matemáticos.

Conclusiones de la tercera etapa: aplicación del cuestionario final de razonamiento proporcional,

A partir de los resultados obtenidos en el cuestionario final, los estudiantes mejoraron en cuanto a las técnicas de resolución de problemas. Pues ya tienen un concepto de proporcionalidad diferente, y no solo exploran el carácter numérico, también exploran el carácter geométrico y realizan con más cuidado mediante observación las actividades del cuestionario final de razonamiento proporcional. Se ha observado que a diferencia del cuestionario inicial en donde utilizaban más estrategias aditivas, ahora se dan cuenta que utilizar una estrategia multiplicativa facilita el ejercicio y se vuelve más sencillo. Los alumnos mejoraron en sus estrategias de resolución a partir del programa de intervención didáctica.

Finalmente, Logo aportó que los alumnos aprendieran más el razonamiento proporcional mediante las actividades de proporción del programa. También la dinámica de trabajo y la interacción de los alumnos con la aplicadora fue crucial para observar cómo mejoraban y dónde tenían dificultad. El cuestionario inicial ayudó para explorar qué conocían los alumnos de razonamiento proporcional y qué estrategias utilizaban, así como para comprobar si el programa de intervención ayudaba a mejorar.

CONSIDERACIONES PARA EL QUEHACER DEL PSICÓLOGO EDUCATIVO

Los resultados de este estudio pueden ayudar a los futuros psicólogos educativos en el trabajo del salón de clases de matemáticas en varios aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de contenidos escolares. Es importante que el psicólogo escolar comprenda el origen de las dificultades que los estudiantes tienen con los contenidos escolares y sea capaz de ofrecerles a los estudiantes estrategias de aprendizaje fundamentales en un conocimiento real del contenido específico, así como también reconocer los conocimientos previos que los estudiantes tienen y potenciarlos, con la finalidad de mejorar su aprendizaje.

Las actividades propuestas en el programa de intervención didáctica pueden ayudar a los profesores de enseñanza básica en el diseño de actividades para la enseñanza, como también en el trabajo colaborativo que se puede propiciar en el salón de clases. Pues durante el programa de intervención didáctica los niños se apoyaban entre sí, ayudándose y diciendo para qué sirven las herramientas del programa.

Finalmente, el trabajo del psicólogo escolar no puede ser realizado de manera individual, éste necesita integrarse a las actividades del profesor. Como en todas las actividades de enseñanza y aprendizaje que involucran a todos los participantes de una comunidad educativa para mejorar el aprendizaje de los alumnos, este proceso es largo y complicado. Para que el aprendizaje sea significativo se tienen que involucrar a toda la comunidad educativa como ya se menciono.

El diseño del programa de intervención didáctica propuesto establece el acercamiento de la aplicadora y el alumno, es muy importante para guiarlo en su aprendizaje, para resolver sus dudas y potenciar su aprendizaje mediante actividades diseñadas a partir de sus conocimientos previos.

Con base en los resultados obtenidos y ya antes presentados se concluye que los objetivos que se mocionaron al principio de este trabajo se lograron alcanzar, pues se logró un avance en las respuestas de los alumnos mediante la utilización del programa de intervención didáctica y se logró detectar las dificultades, así como las técnicas que utilizan, y se mejoraron estas al término de este estudio.

La investigación aquí realizada muestra evidencia de que un programa de intervención didáctica es viable para el aprendizaje del razonamiento proporcional, así como para potenciar los conocimientos previos de este contenido matemático.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alatorre, S. (2004) *A, B o da igual. Estudio sobre el razonamiento proporcional.* Ph. d. Tesis doctoral, Cinvestav-IPN. México.

Alvarado, S. (2012). El razonamiento proporcional en la educación primaria: un estudio con alumnos de 6º grado en una escuela publica del Distrito Federal. Tesis de licenciatura, UPN. México.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en alumnos de matemáticas*. Universidad de los Andes, Bogotá Colombia.

Barroso Ricardo, (99-2001) *Win-logo, un lenguaje para una innovación en didáctica de la geometría.* Departamento de didáctica de las matemáticas Universidad de Sevilla.

Berlanda, G (2007). *Pensar como matemáticos desde el nivel inicial. El aula como espacio-laboratorio de investigación y acción*. Buenos Aires, editorial SB.

Bertely, M. (2000). *Conociendo nuestras escuelas: Un acercamiento etnográfico a la cultura escolar*. PAIDOS, México.

Butto C. (2005). Introducción temprana al pensamiento algebraico: *una experiencia en la escuela primaria.* PH. D. tesis doctoral, doctorado en ciencias con especialidad en matemática educativa. Cinvestav-IPN. México.

Butto, C y Delgado, J (2012). *Rutas hacia el algebra. Actividades en Excel y logo*. UPN. México, editorial horizontes educativos.

Butto, C y Rojano, T (2004). *Introducción temprana al pensamiento algebraico*: *abordaje basado en la geometría.* Educación matemática, Abril, año/vol. 16, numero 001. Santillana. Distrito Federal, México. PP. 113-148.

Gómez, H. (1996), *Indicios de pensamiento proporcional*. *Un estudio en la escuela primaria sobre competencias al resolver situaciones de cambio.* Tesis de maestría. Departamento de matemática educativa, CINVESTAV-IPN, México.

García de León, M. (2012). *Procesos de generalización en ambiente Logo: estudio longitudinal con educadoras en formación inicial*. Tesis de maestría. México, D.F. CINVESTAV.

Hart, K., Johnson, D., Brown, M., Dickson, L. y Clarkson, R. (1989). *Children's Mathematical Frameworks 8-13 a Study of Classroom Teaching.* Nottingham,Reino Unido: The Shell Centre.

Papert, S. (1981). *Desafío a la mente*: Buenos Aires. Galápago.

Piaget, J. (1987). *Introducción a la epistemología genética. El pensamiento matemático.* Editorial Paidós. México.

Piaget, J y Inhelder, B (1978) *las operaciones intelectuales y su desarrollo. Lecturas en psicología del niño* (Ed, pp. 70-119), Madrid: Alianza Editorial.

Piaget, J. (1971). *Seis estudios de psicología.* Barcelona. Editorial Labor.

PISA (2000) Programed for international student assessment http://www.pisa.oecd.org/pages/0,2987,en_32252351_32235731 1_1_1_1,00.html

Pagina web www.Inee.edu.mx/explorador/queSonExcale.php

Sampieri, H (2006), *Metodología de la investigación*. México: infagon.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Matemáticas Sexto grado*. México. SEP.

Ursini, S. (1997). *El lenguaje logo los niños y las variables. Educación matemática*, 9 (2) 30-42.

Ursini, S y Rojano; M.T. (2005). *Enseñar álgebra con Logo: Conceptos básicos un enfoque didáctico.* Mc Graw Hill/Interamericana Editores, M

Vergnaud, G. (1983). *The Theory of Conceptual Fields; Human Development*, University Paris, Saint-Denis, France.

Vergnaud, G. *(1983). Multiplicative* Structures. *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 189-199). Nueva York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1988). *Multiplicative structures. Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Vergnaud, G. (1996b). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA*, Porto Alegre, Nº 4.

Vergnaud. G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Récherches en Didactique des Mathématiques.

Vergnaud, G (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad; problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, Berna, suiza, editorial Trillas.

Vygotsky, L. (1988). El desarrollo delas funciones psicológicas superiores. México: Grijalbo.

ANEXO1

Cuestionario Inicial Razonamiento Proporcional

Nombre: ______________________________________

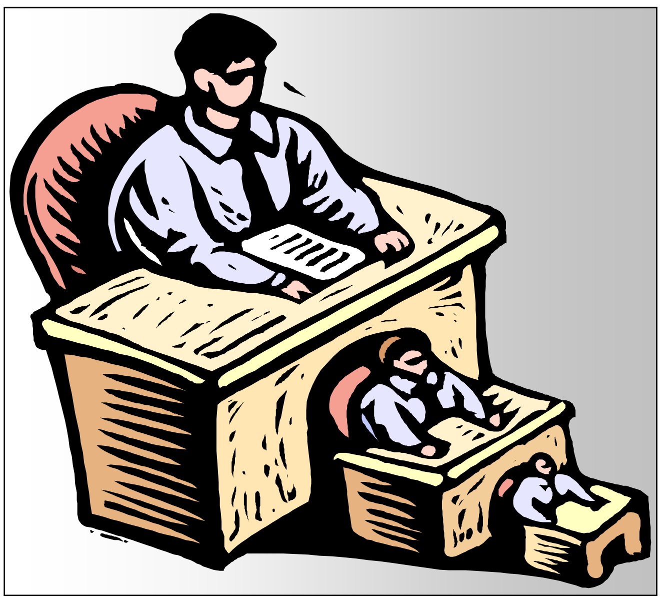
Escuela: _______________________________________

Curso: _______________________ Fecha: ___/___/___

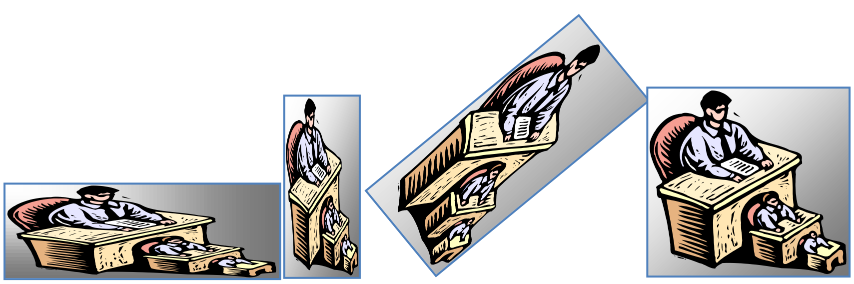
Hora de inicio: __________Hora de término: __________

Instrucciones: Lee con atención los problemas. En caso de alguna duda pregúntale a la aplicador (a).

1) Observa el siguiente dibujo:



a) Ahora marca la que sea una fotografía del dibujo anterior.



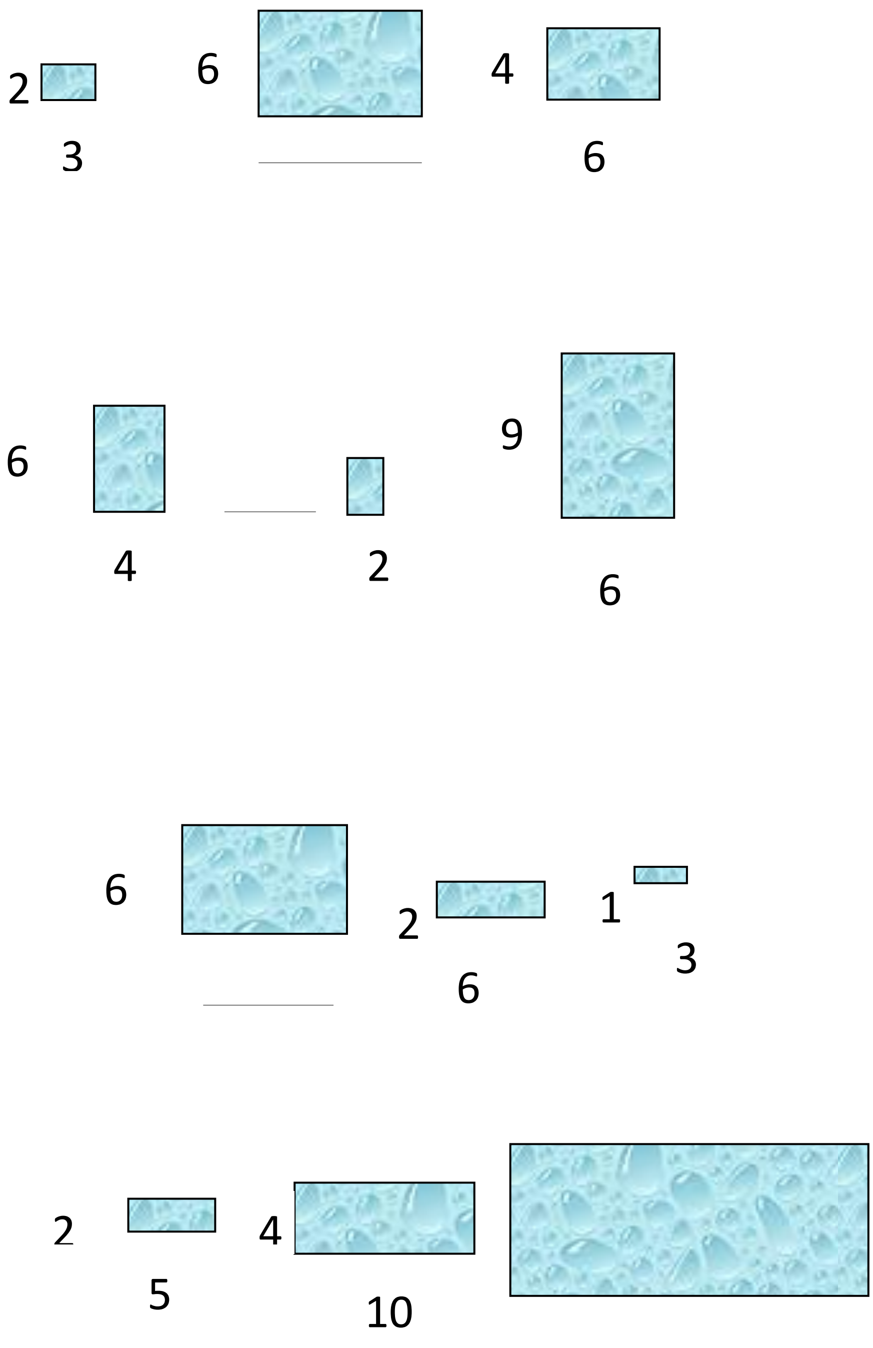
b) ¿En qué te fijaste para escoger la fotografía?

____

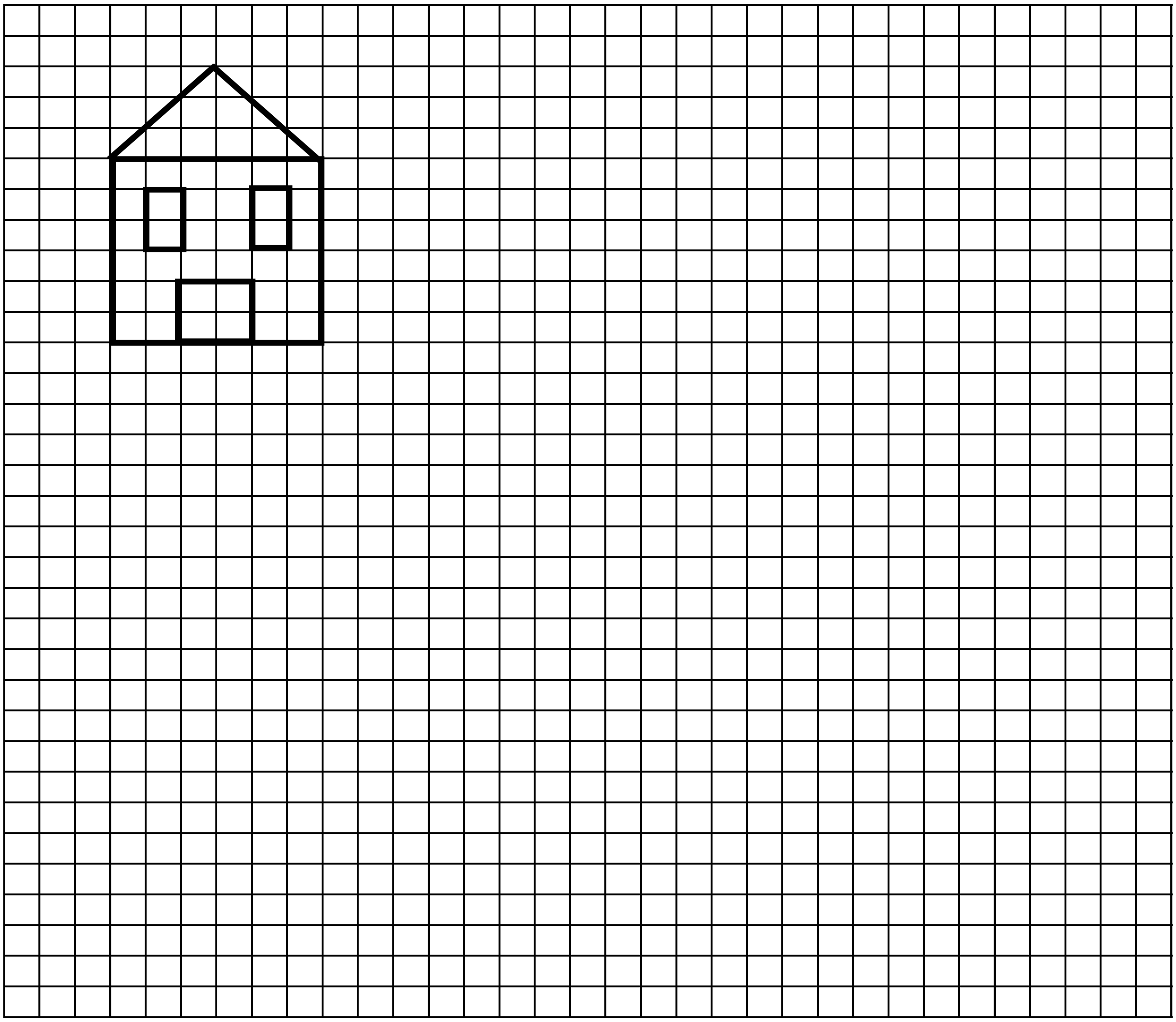
c) ¿Por qué las otras figuras no son la fotografía de la   primera?

____

2) Observa la serie de figuras de distintas proporciones. Pon las medidas que faltan.



3) Dibuja una casita como la de abajo, pero al triple



4) En una receta de cocina dice: “Para cocinar una sopa que alcance para 16 personas se necesitan 4 litros de agua”

¿Cuántos litros de agua se necesitarán para una sopa para 8 personas? ____ Justifica tu respuesta.

a) ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 4 personas? _________________________________ ¿por qué?

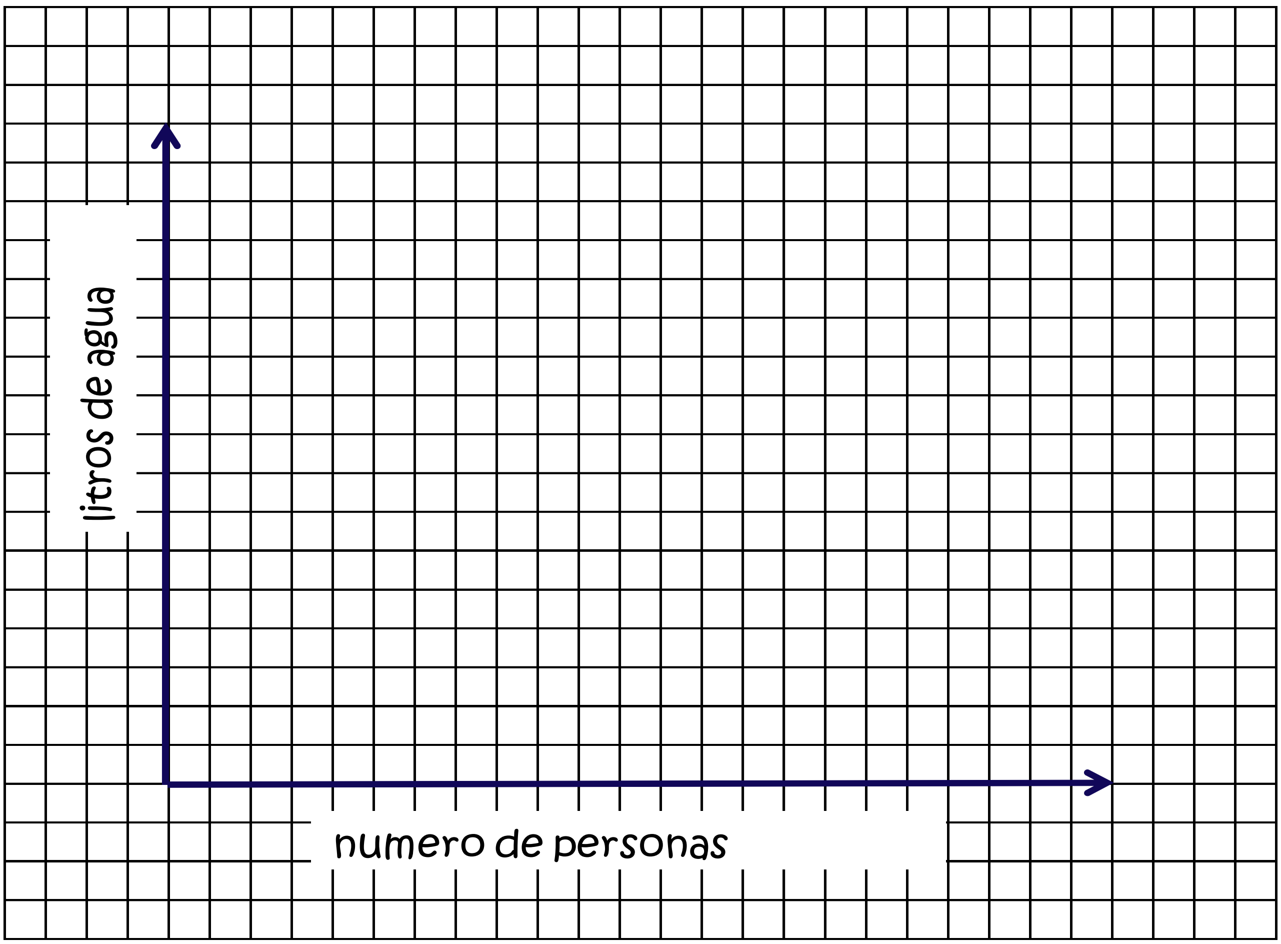
b) ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 32 personas? ___________________________________ ¿por qué?

c) ¿Cómo calcularías la cantidad de agua para hacer la sopa para un banquete para 64 personas? Haz un dibujo abajo para explicarlo.

d) Con los valores de la cantidad de agua que necesitas para hacer la sopa necesaria para el número de personas, llena la tabla siguiente:

Número de personas	Litros de agua para hacer la sopa
4	
8	
16	
32	
64	

e) Después de haber llenado la tabla, haz una gráfica para los litros de agua necesarios como función del número de personas. Usa el papel cuadriculado con los ejes ya indicados.



f) Ahora dime: ¿Cuál es la proporción de agua por cantidad de personas?

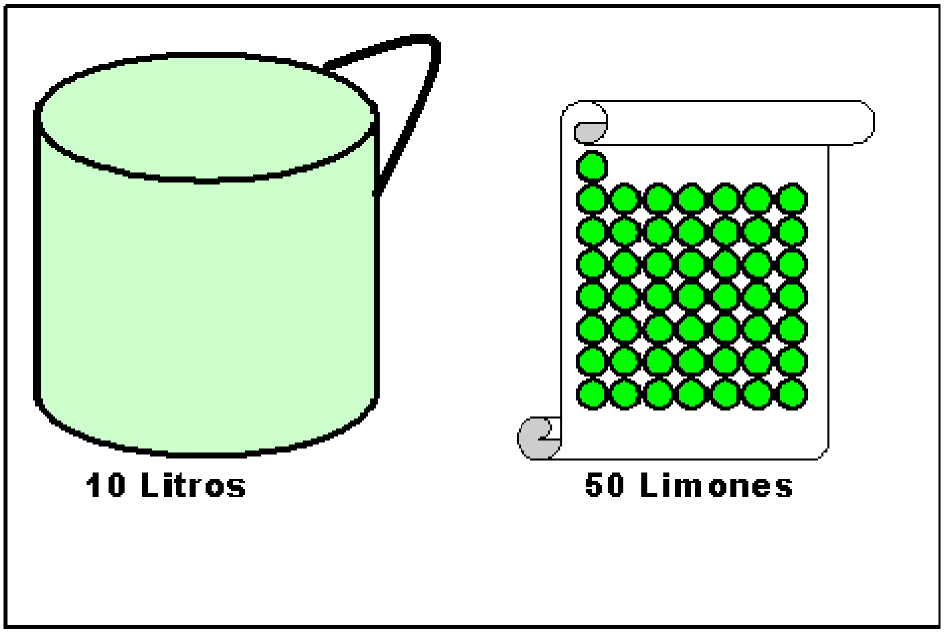
____

g) Imagina que tuvieras que hacer una sopa, pero no sabes cuántas personas vendrán a tu casa. ¿Cuántos litros de agua necesitarías para una cantidad "x" de personas? ____

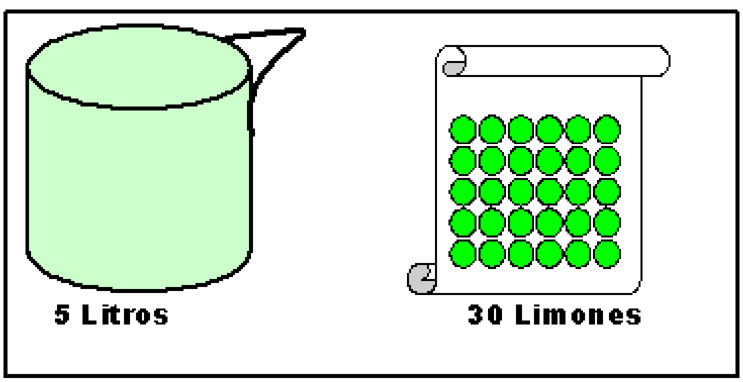
Puedes auxiliarte de la gráfica que hiciste antes.

5) Observa los siguientes dibujos.

A)



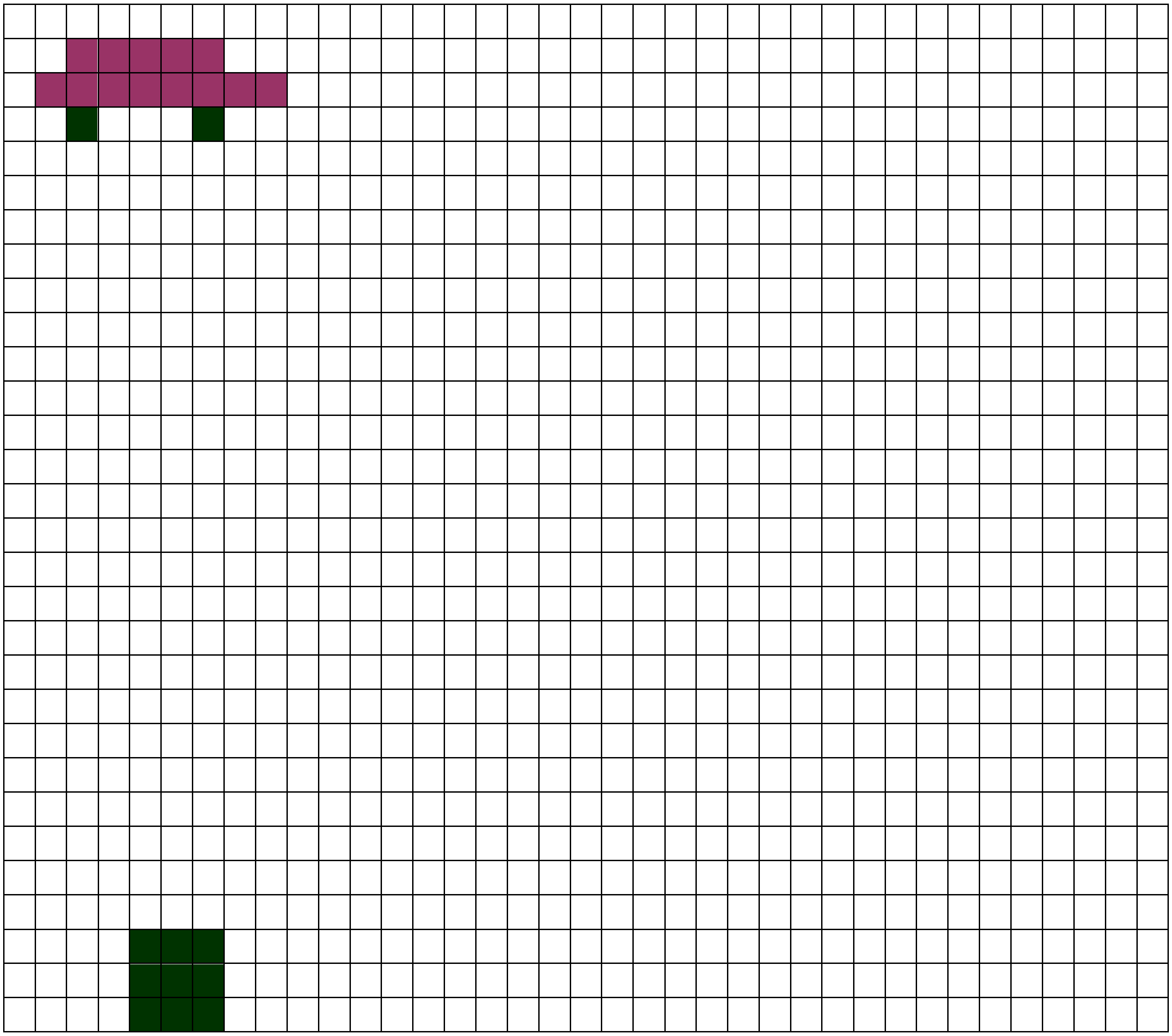
B)



a) ¿Cuál limonada sabe más a limón? ¿Por qué?

____

6) Observa el carrito y dibuja otro en proporción 1 a 3. Ayúdate de la llanta que ya está dibujada.

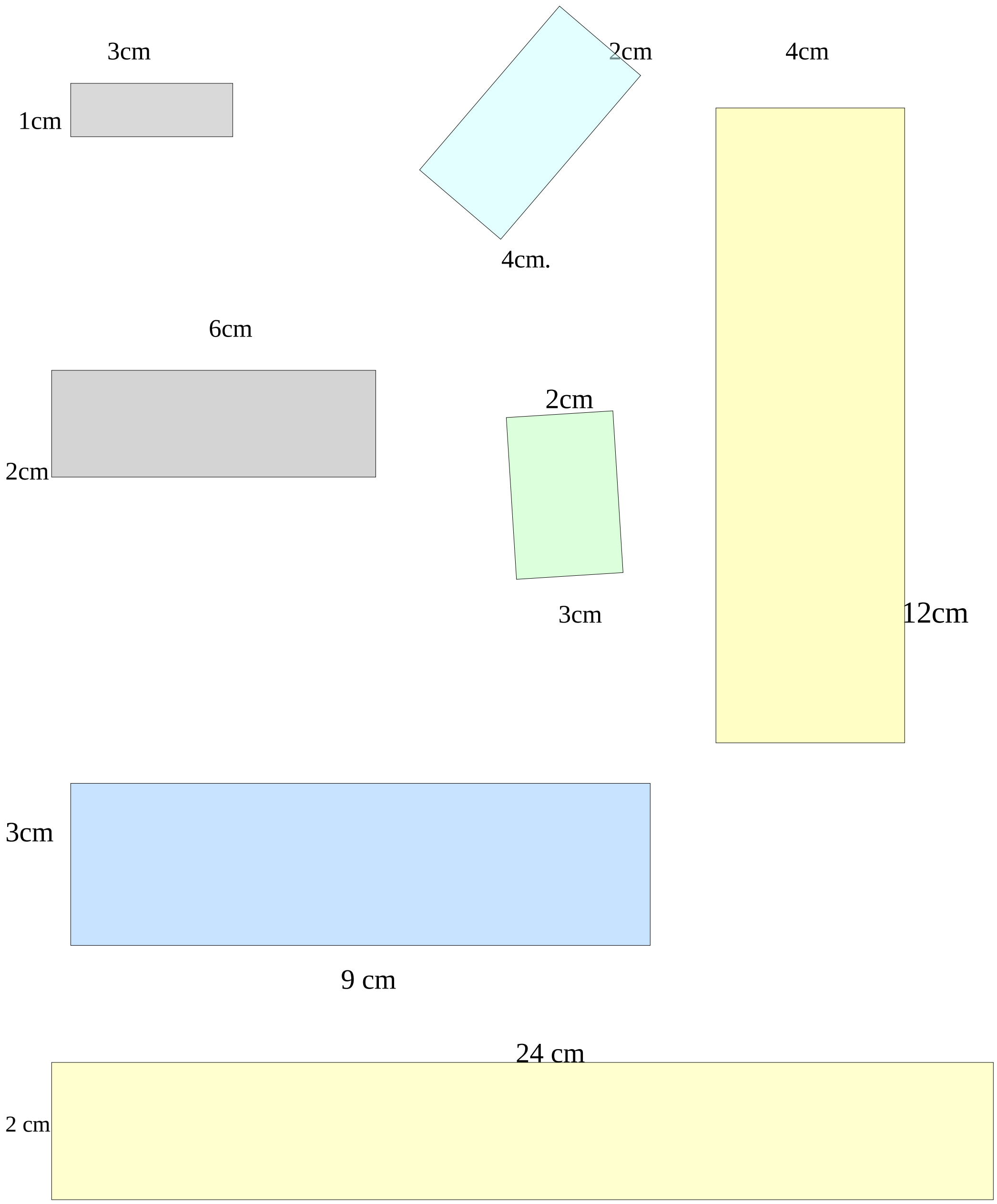


a) ¿Qué hiciste para completar el dibujo del carro más grande?

b) ¿Cuántas veces se amplió el carrito?

c) si una parte del carrito mide x, cuánto mide en su dibujo a escala?

7) Observa los siguientes rectángulos y une con una línea las parejas que sean proporcionales.



a) ¿Qué tomaste en cuenta para formar las parejas?

____

b) ¿Qué figuras no hacen pareja? ¿Por qué?

____

c) Llena la tabla con las medidas de los rectángulos de una de las parejas que encontraste.

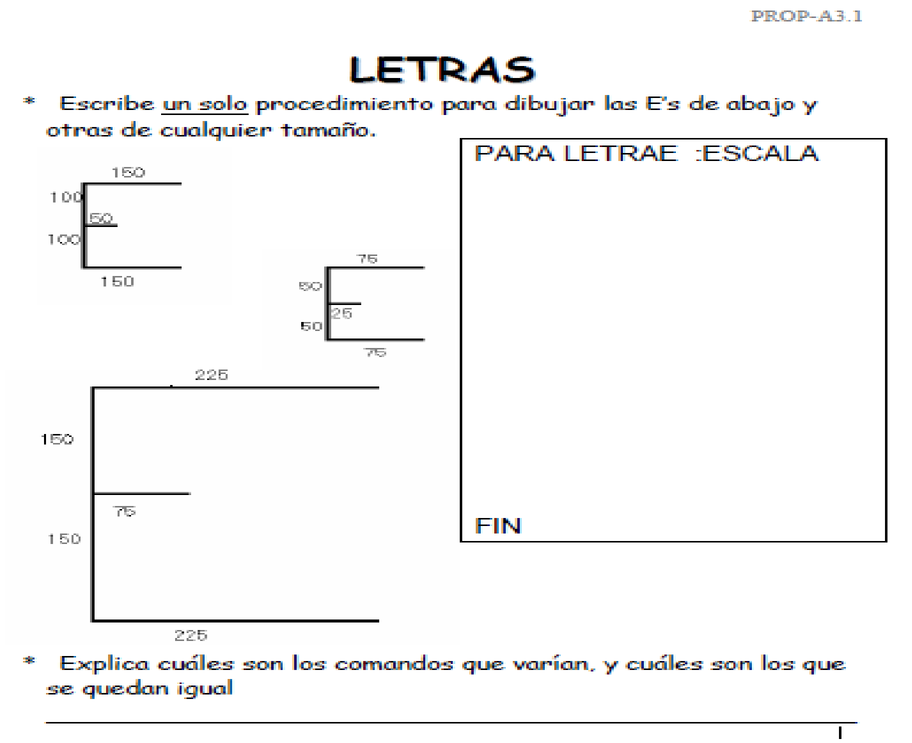
Color del rectángulo	Medida del ancho	Medida del largo

d) ¿Por qué son proporcionales?

____

ANEXO 2

Intervencion Didáctica WinLogo


PROP-A3.1

LETRAS

* Escribe un solo procedimiento para dibujar las E's de abajo y otras de cualquier tamaño.

PARA LETRAE :ESCALA

FIN

* Explica cuáles son los comandos que varían, y cuáles son los que se quedan igual

Un programa es una lista de instrucciones que se agrupan entre las palabras clave "para …fin". Por ejemplo, si tecleaste las instrucciones de arriba, habrás obtenido un cuadrado. Podemos definir el programa "cuadrado" así:

Para cuadrado

av 50

gd 90

av 50

gd 90

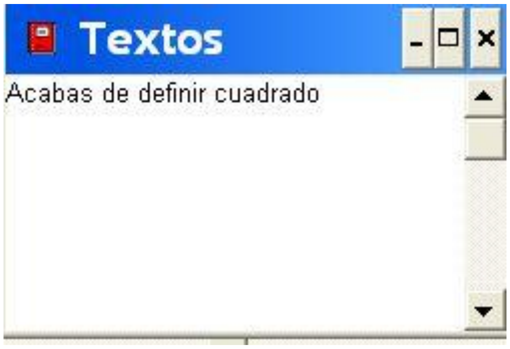
av 50

gd 90

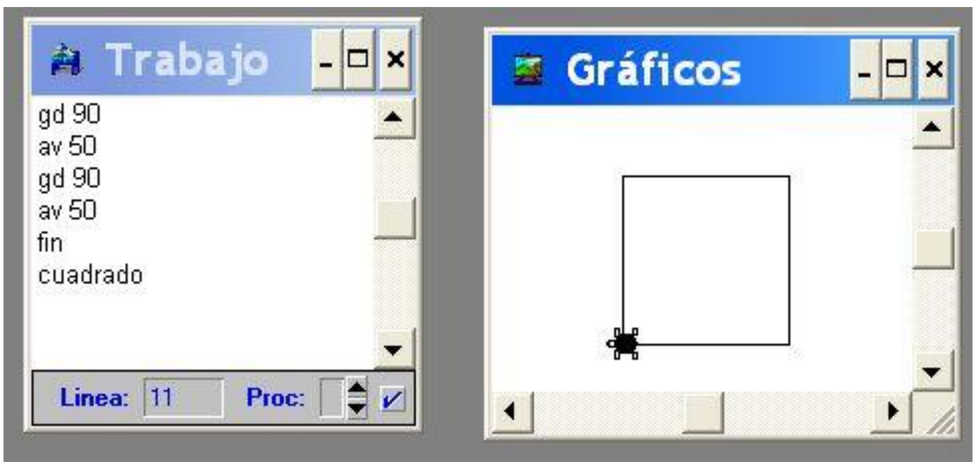
av 50

fin

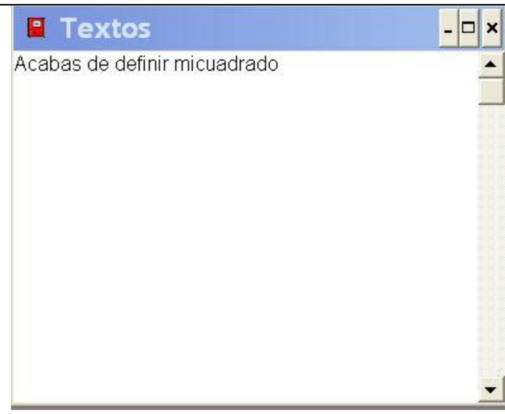
Al dar “Enter” al final de la última línea observarás que en la ventana de Textos aparece el mensaje:



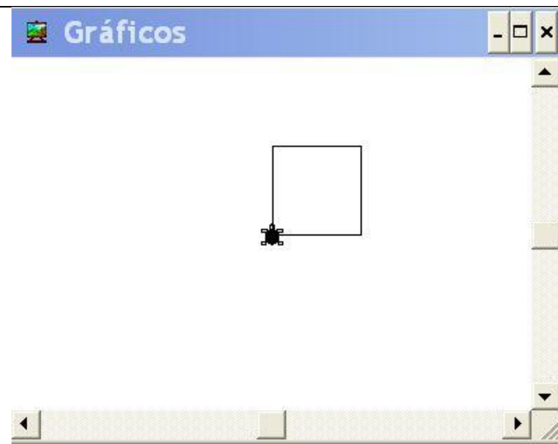
Que te indica que acabas de definir el programa “cuadrado”. Ahora puedes usar tu programa “cuadrado” en la ventana de Trabajo. Observa el result ado en la ventana de “Gráficos”.



Como puedes ver las instrucciones “av 50” y “gd 90” se repiten 4 veces y hay que escribirlas también cuatro veces; en vez de ello puedes decirle que repita la misa instrucción 4 veces. Vamos a definir entonces otro programa que llamaremos “micuadrado” para distinguirlo del programa anterior “cuadrado” y no haya lugar a confusión.



Ahora puedes probar tu programa ”micuadrado”



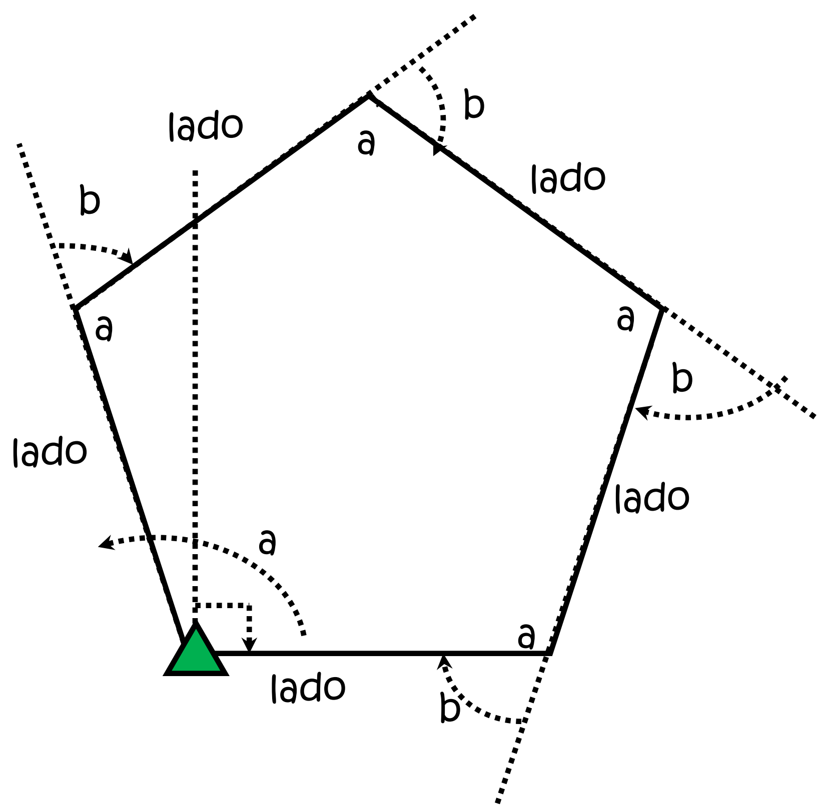
Ahora corre el siguiente programa y dibuja a la derecha la figura que obtuviste.

para midibujo :lado :n repite :n [av :lado gd 45] fin midibujo 40 8	

Recuerda que los ángulos interiores de un polígono regular de n lados suman 180^{o} x(n-2), por lo que los ángulos interiores miden lo mismo,

Ángulo interior = 180^{o} x(n-2)/n

Ahora haz un programa para cada polígono que se te pide y dibuja la figura que esperas obtener. Completa el siguiente plano



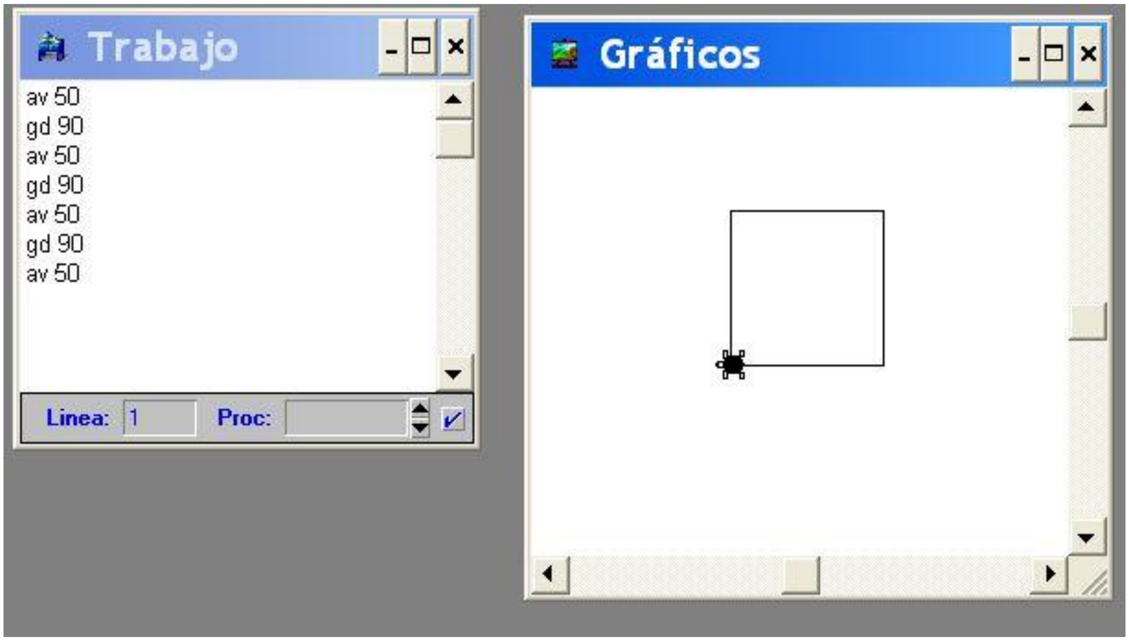
Para que sea más fácil sigue las siguientes sugerencias:

1. Con la tortuga al centro gira primero 90 grados a la derecha, luego gira a grados a la izquierda, como muestra la figura.
2. Repite n veces la instrucción de avanzar :lados y girar a la derecha b grados.

Figura	Tu programa	Tu dibujo
Pentágono (5 lados)		
Hexágono (6 lados)		
Octágono (8 lados)		
Dodecágono (12 lados)		

Cuaderno de actividades 2: Proporcionalidad

Vamos a dibujar un cuadrado de 20 pasos de lado con ayuda de la tortuga. Sigue las siguientes instrucciones, hasta obtener el dibujo que se muestra. Si hace falta usa la barra de deslizamiento para ver tu dibujo

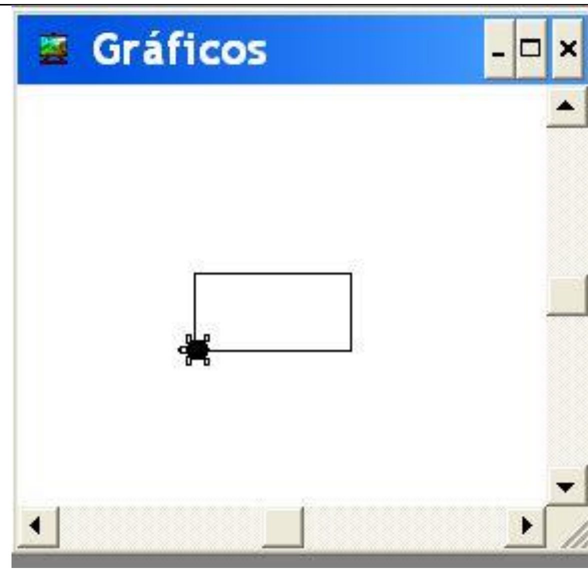


Limpia el dibujo con la escobita. Ahora dibuja un cuadrado del doble del que hiciste, y otro a la mitad; para ello completa los argumentos que faltan y cuando estés seguro escríbelo en la computadora

Cuadro al doble	Cuadro a la mitad
av ____ gd ____ av ____ gd ____ av ____ gd ____ av ____	av ____ gd ____ av ____ gd ____ av ____ gd ____ av ____

Construye un rectángulo de base 20 y altura 10. Escribe antes las instrucciones a la izquierda, deberás obtener un dibujo como el de la derecha

Rectángulo de base 40 y altura 20



Ahora dibuja los rectángulos si te dan la base. Escribe tus instrucciones

Rectángulo de base 50 y altura ______

Rectángulo de base 60 y altura ______	
	

Rectángulo de base 80 y altura ______	
	

Rectángulo de base 90 y altura ______	
	

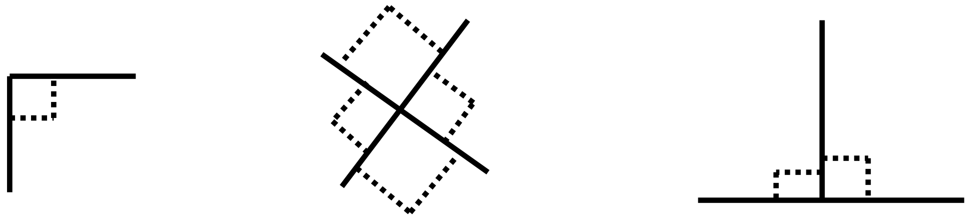
Ahora completa la tabla de las alturas que faltan de los rectángulos de la misma proporción

Base	**Altura**
10	
100	
120	
200	
250	

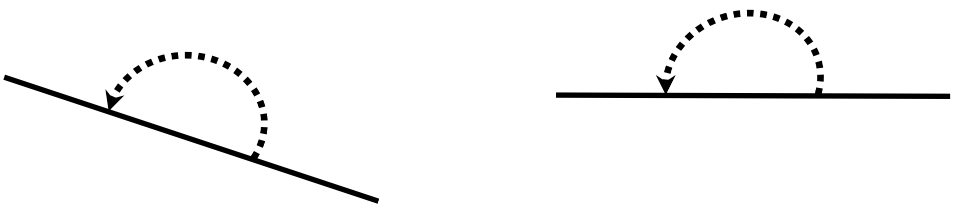
Cuaderno de actividades 3: Ángulos y polígonos regulares

Discute con tu profesor las siguientes propiedades de los ángulos.

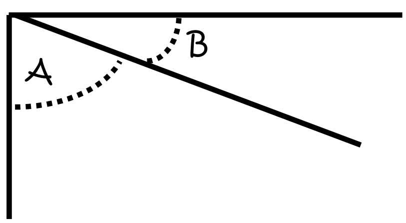
1. Un ángulo se llama <u>recto</u> si mide 90^o. Se acostumbra denotar un ángulo recto por un símbolo   en forma de escuadra:



2. Un ángulo se llama <u>llano</u> si mide 180^o.

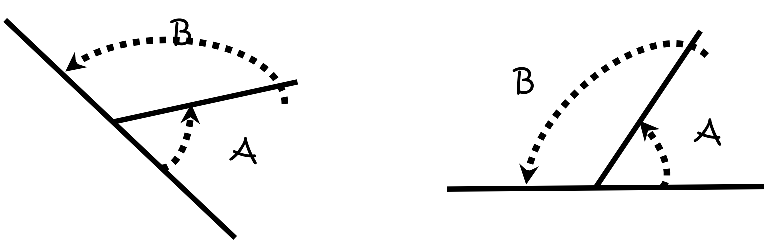


3. Si un ángulo recto se divide en dos ángulos, éstos deben sumar 90^0.



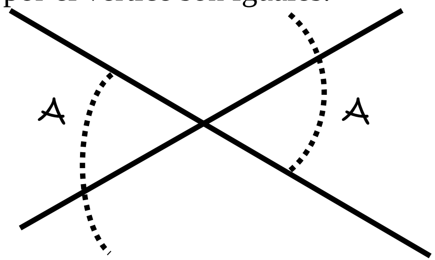
$\boxed{A+B = 90^0}$

4. Si un ángulo llano se divide en dos ángulos, éstos deben sumar 180^o.

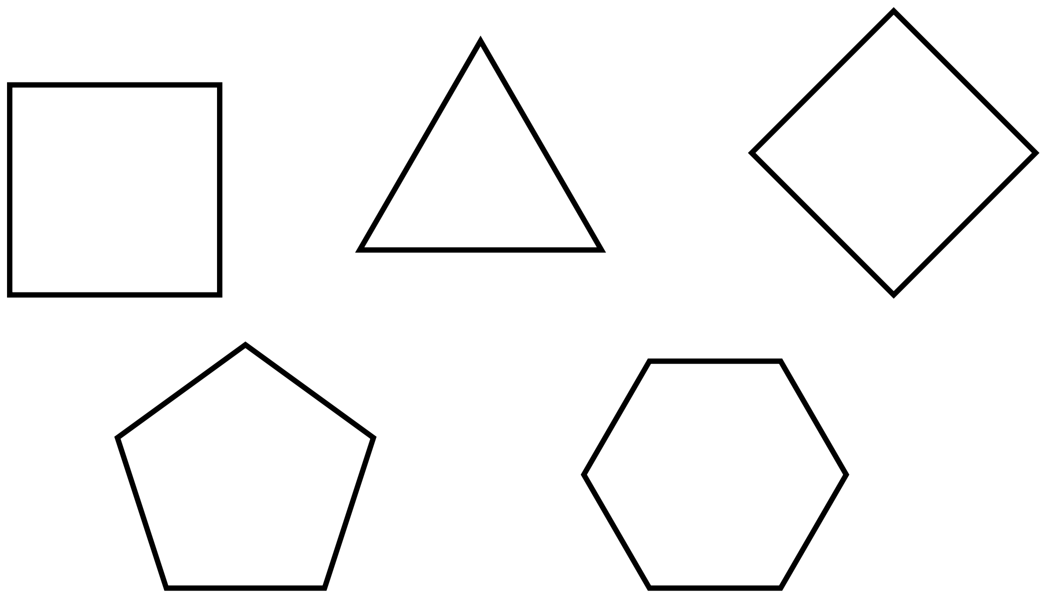


$\boxed{A+B=180^o.}$

5. **Ángulos opuestos por el vértice son iguales.**

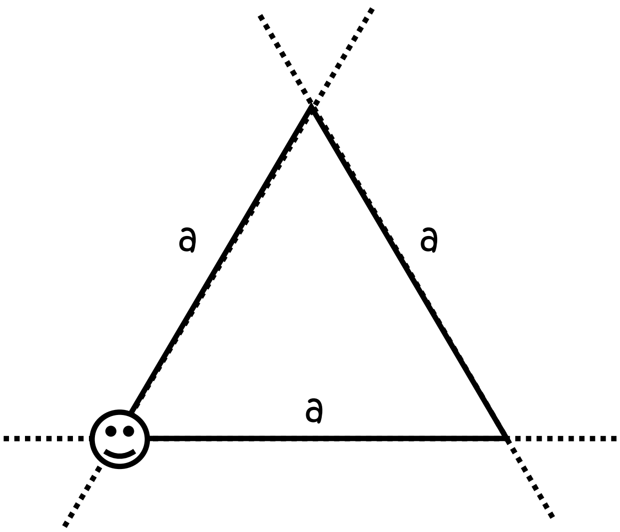


6. En un polígono regular de “n” lados, la suma de los ángulos internos suma $(n-2)*180^o$. Por ejemplo, para un triangulo regular n =3, y sus ángulos internos suman $(3-2)*\ 180^o = 1*180^o = 180^o$. Para un cuadrado, n=4, y sus ángulos internos suman $(4-2)*\ 180^o= 360^o$. Encuentra cuánto valen los ángulos internos de los siguientes polígonos regulares.



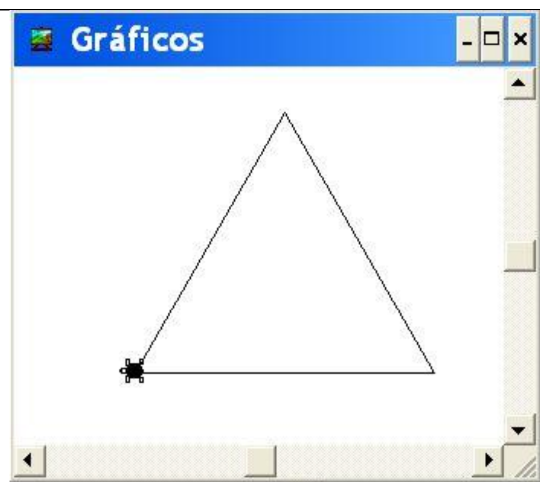
Un polígono regular de tres lados que se llama triángulo equilátero.

Haz un programa "equilátero" para dibujar un triángulo equilátero de cualquier lado "a" comenzando por la esquina inferior izquierda (marcada con una carita sonriente). Calcula los ángulos que tienes que girar cada vez y si debes girar a la izquierda o a la derecha. Completa el programa….

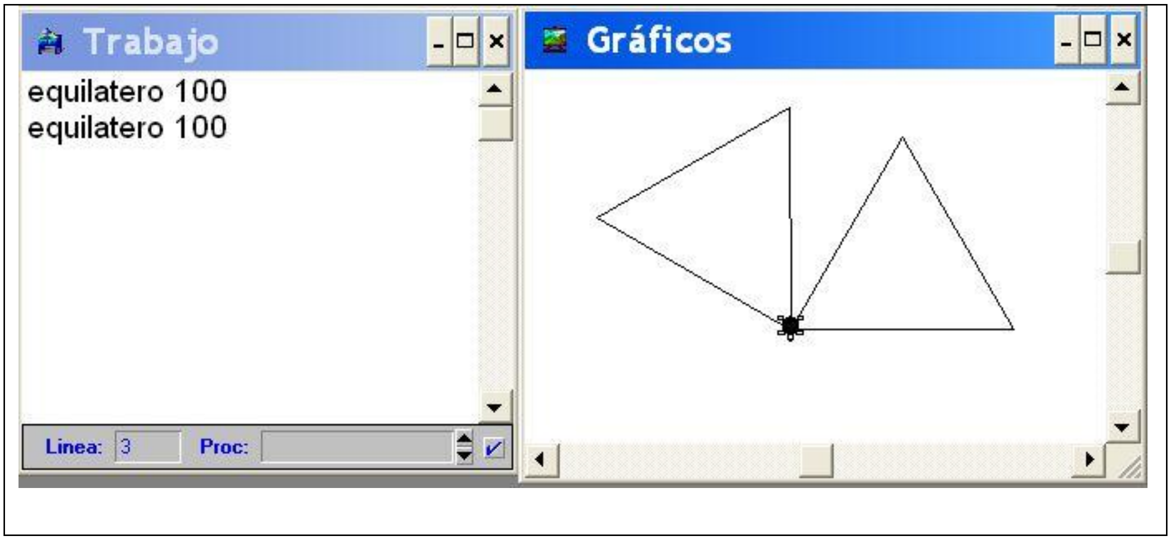



```
para equilátero :a
gd ____
av :a
....
....
```

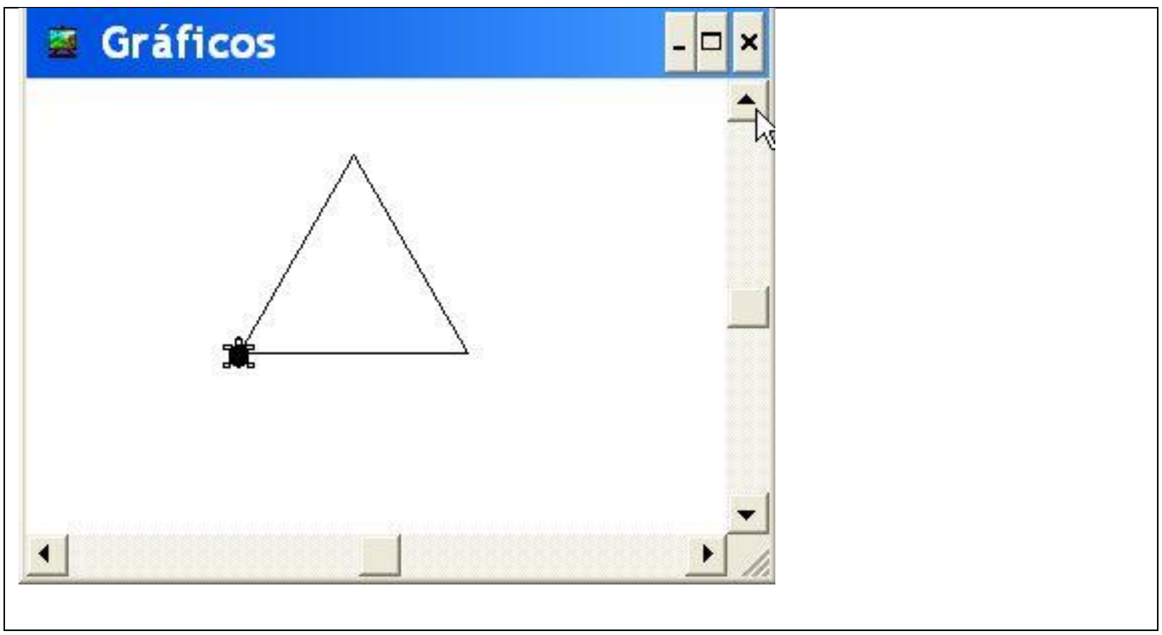
Si tu programa está bien hecho debes obtener lo siguiente:



Observa para donde apunta la cabeza de la tortuga cuando termina el programa. Explica por qué si corres "equilátero 100" dos veces ocurre lo siguiente:

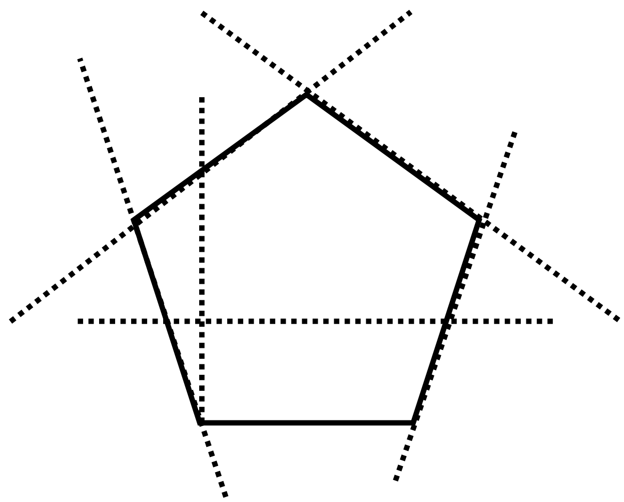


Modifica tu programa "equilátero" para que al terminar de dibujar su cabeza apunte hacia el norte.



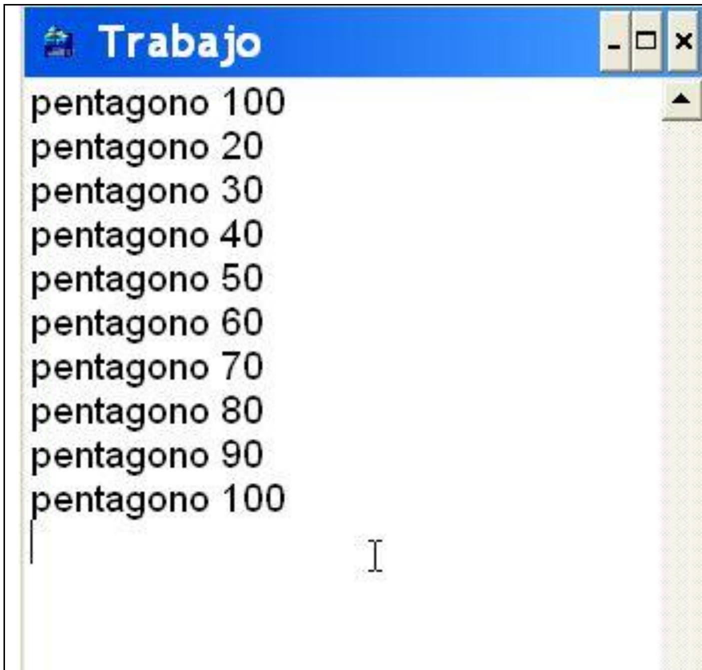
Ahora haz tú sólo un programa para dibujar un polígono regular de 5 lados y cualquier lado "a" que se llame "pentágono". Para ello usa el siguiente plano y completa los ángulos que debes girar a la derecha o a la izquierda cada vez.

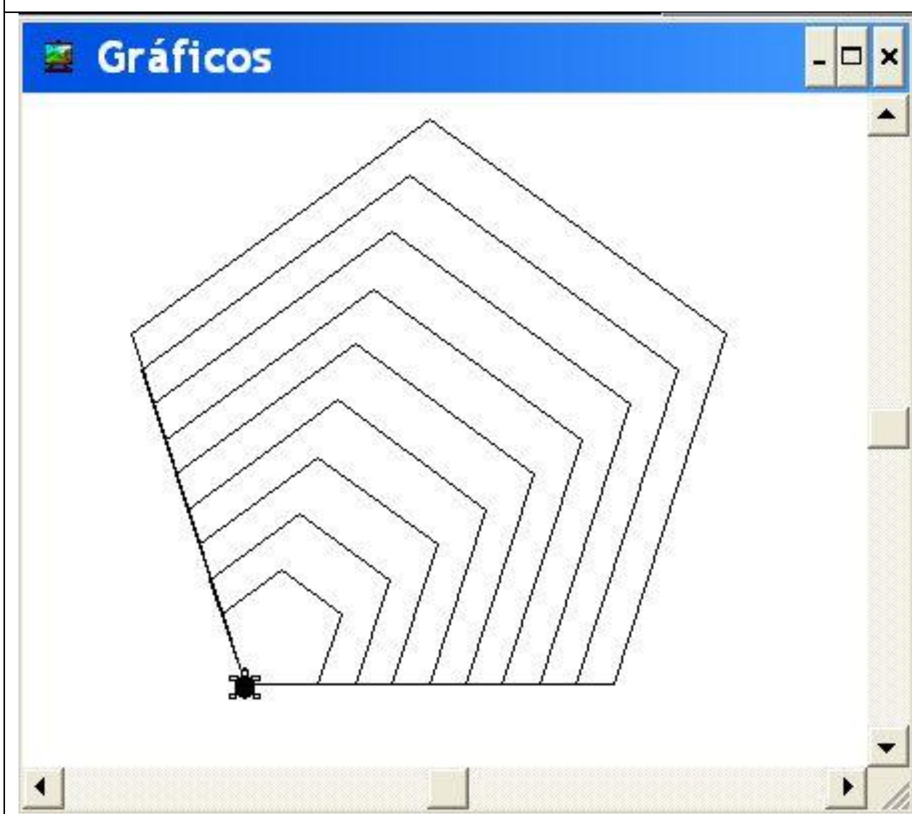
Al final haz que la cabeza de la tortuga apunte al norte.



Mi programa para dibujar un pentágono
parapentágono :a

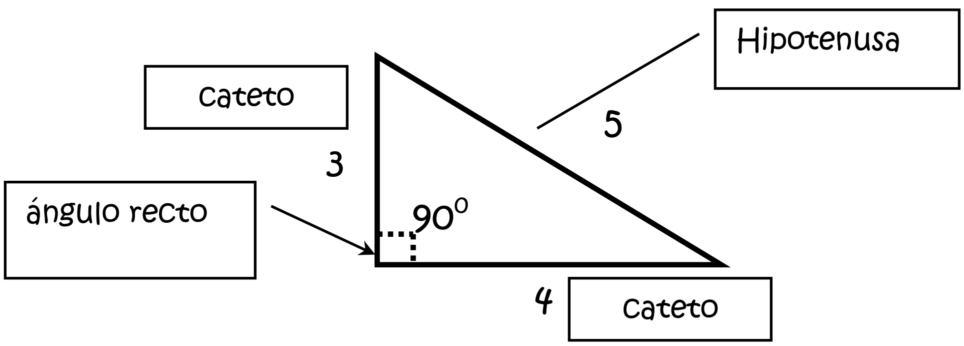
Ahora dibuja 5 pentágonos de lados 20, 30, 40,..,100. Deberás obtener algo como sigue:


Trabajo
pentagono 100
pentagono 20
pentagono 30
pentagono 40
pentagono 50
pentagono 60
pentagono 70
pentagono 80
pentagono 90
pentagono 100


Gráficos

Cuaderno de actividades 4: Triángulos rectángulos

Un triángulo se llama rectángulo cuando uno de sus ángulos mide 90^o; decimos entonces que el ángulo es recto. Los lados del ángulo recto se llaman catetos, y el lado más grande se llama hipotenusa. Nos es fácil dibujar un triángulo rectángulo porque si das dos lados el otro no puede tomar cualquier valor.



El siguiente programa "rectángulo" usa el argumento "cateto" para dibujar los lados de un triángulo rectángulo con los mismos catetos. Explica cómo funciona.

```
para rectángulo :cateto

av : cateto

gi 180

sl

av : cateto

gi 90

bl

av : cateto

fin
```

Ahora usa tu programa para dibujar los lados del triángulo rectángulo del cateto que se te pide

Triángulo rectángulo de lados iguales a 10	
	

Triángulo rectángulo de catetos iguales a 100	
	

Triángulo rectángulo de catetos iguales a 150

Usa una regla para decir cuánto mide la hipotenusa del triángulo rectángulo con los mismos catetos.

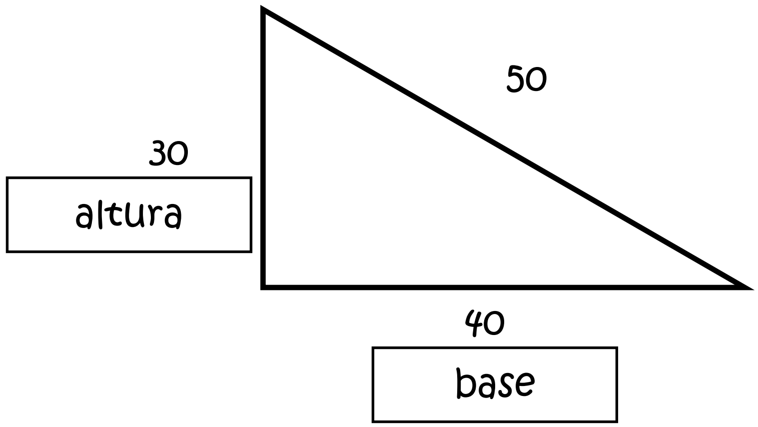
Cateto	Hipotenusa
10	
20	
30	
100	

Ahora sin medir, di cuánto debe medir la hipotenusa si te dan el cateto

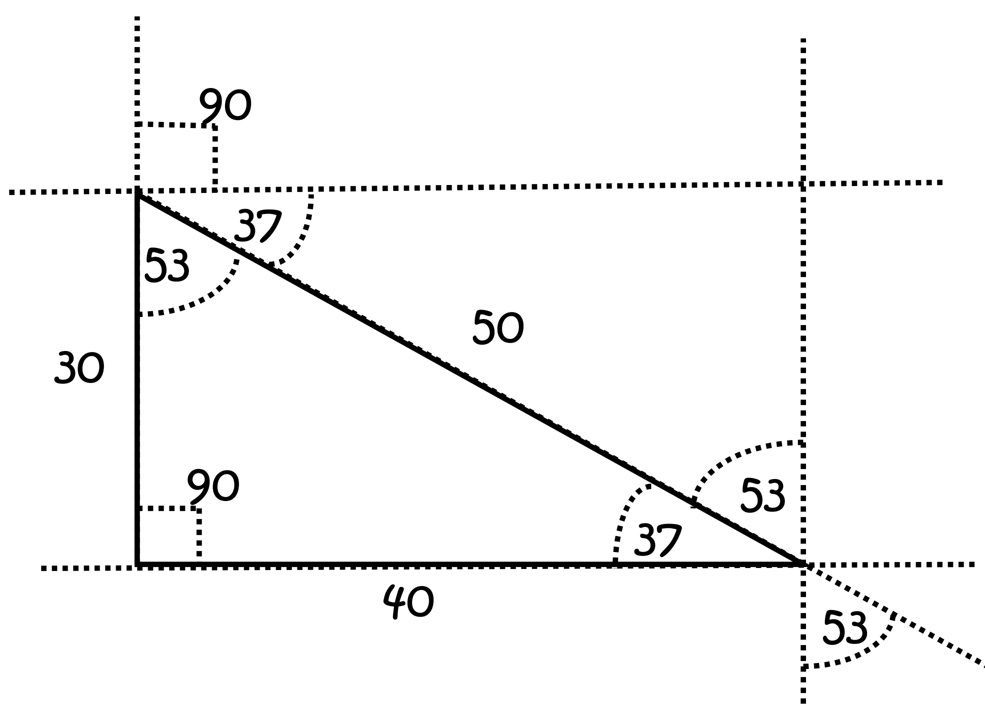
Cateto	Hipotenusa
40	
50	
300	

500	

Vamos a dibujar un triángulo rectángulo de las siguientes dimensiones. Los catetos ahora se llaman “base” y “altura”

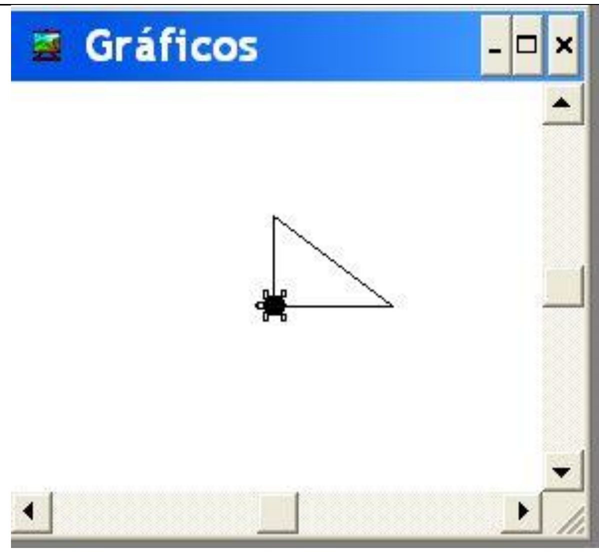


Para ello ayúdate del siguiente plano.

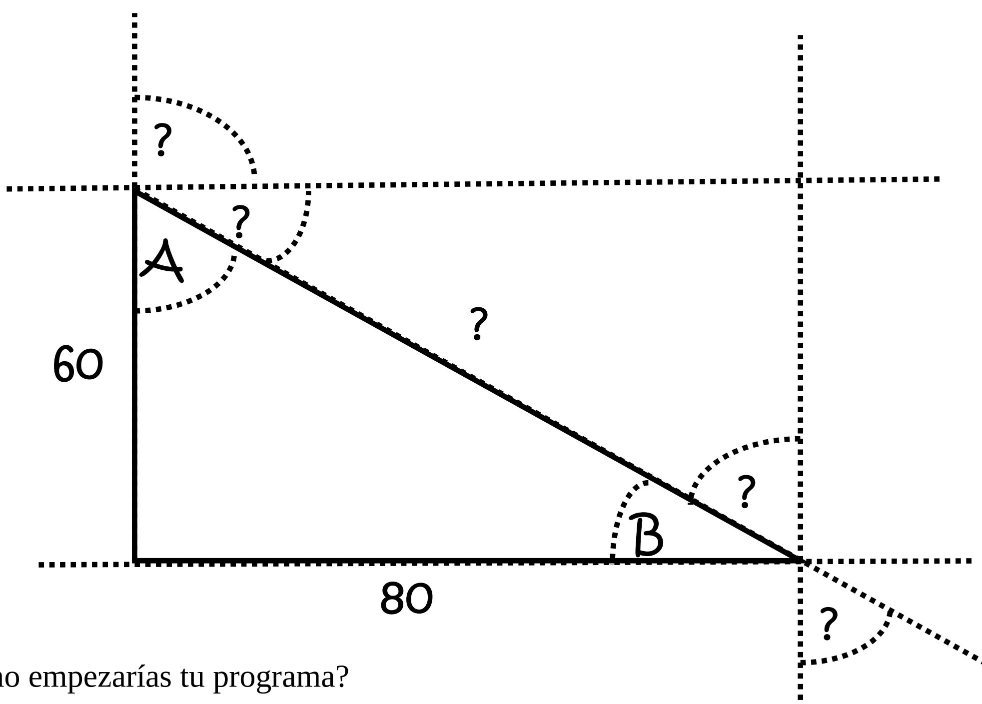


Observa que los ángulos internos suman 180^{o}. Explica por qué el valor de los otros ángulos que se muestran.

Ahora completa los argumentos del programa para dibujar nuestro triángulo rectángulo:

av ____ gd ____ gd ____ av ____ gd ____ gd ____ av ____	

Ahora dibuja un triángulo rectángulo con la base y la altura que se te dan. ¿Cuánto deben valer los ángulos A y B? compara con el ejercicio anterior. Completa los ángulos que faltan



¿Cómo empezarías tu programa?

Si conoces la base y la altura de los triángulos rectángulos en la misma proporción, calcula la hipotenusa y los ángulos A,B.

Base	Altura	Hipotenusa	Ángulos interiores A,B	
4	3			
8	6			
12	9			
16	12			
20	15			
24	18			
28	21			
32	24			
36	27			

¿Cómo deben ser los ángulos A y B para que los triángulos sean proporcionales?.

Escribe una fórmula para obtener la hipotenusa en función de la base y la altura

Mi fórmula
Hipotenusa =

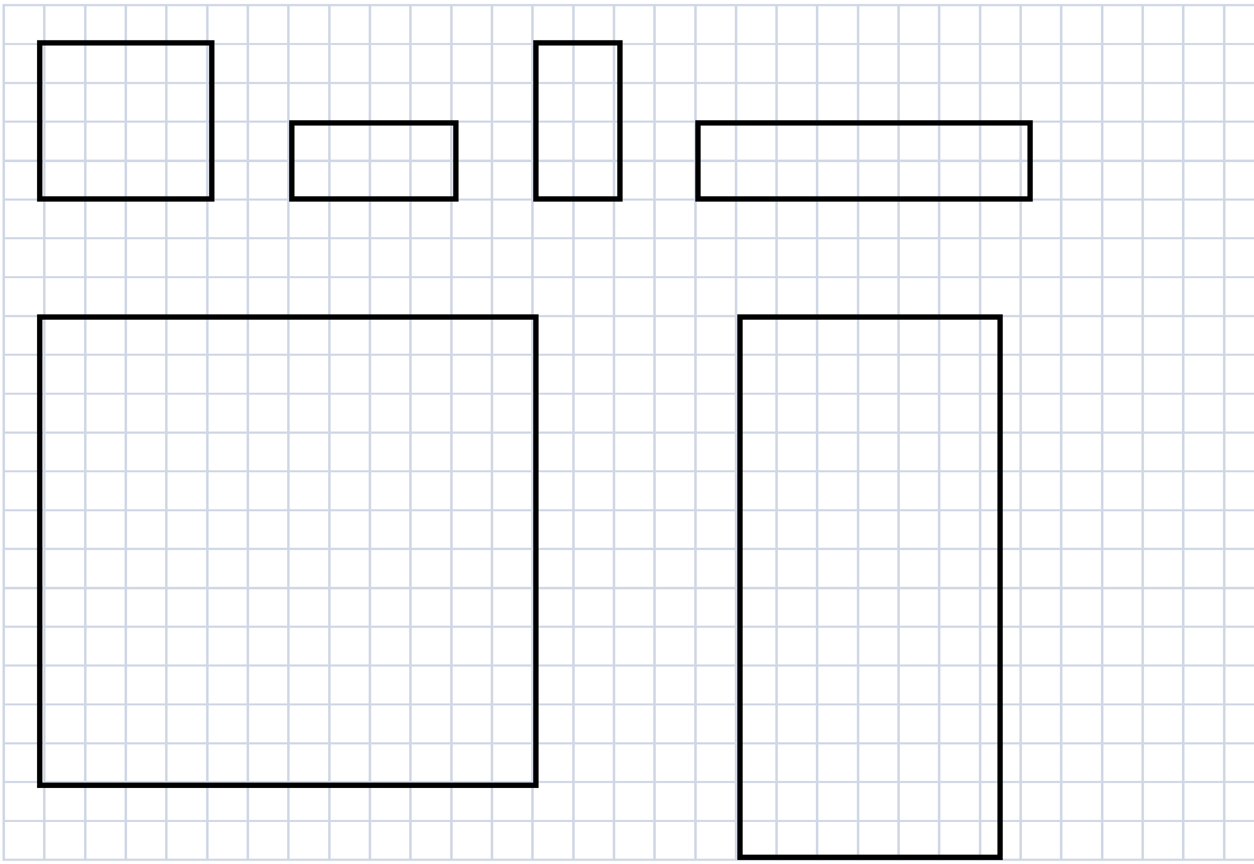
Cuadernos de actividades 5: variables

El maestro hizo un programa en Logo para dibujar cualquier rectángulo, que depende de dos argumentos: “base” y “altura”. Complétalo

```
para rectángulo :base :altura

av :altura

….

….
```

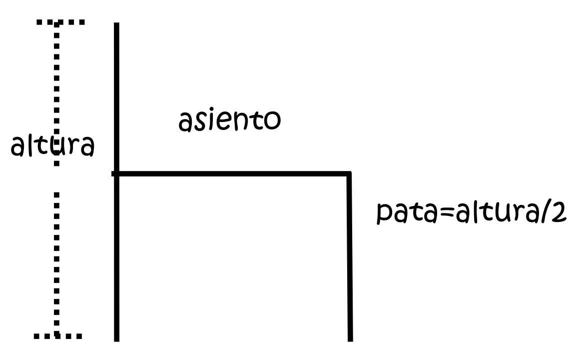
Observa cómo se declaran los argumentos "base" y "altura" al inicio y dentro del programa, precedidos por los dos puntos, así :lado, :base

Ahora usa tu programa para dibujar los siguientes rectángulos



Escribe un programa en Logo que dibuje cualquier silla donde la altura es el doble que el tamaño de la pata y el asiento mide lo mismo que la pata. Necesitarás sólo dos argumentos: "altura" y "asiento", pues la pata es la mitad de la altura. Puedes definir una variable auxiliar par la pata así:

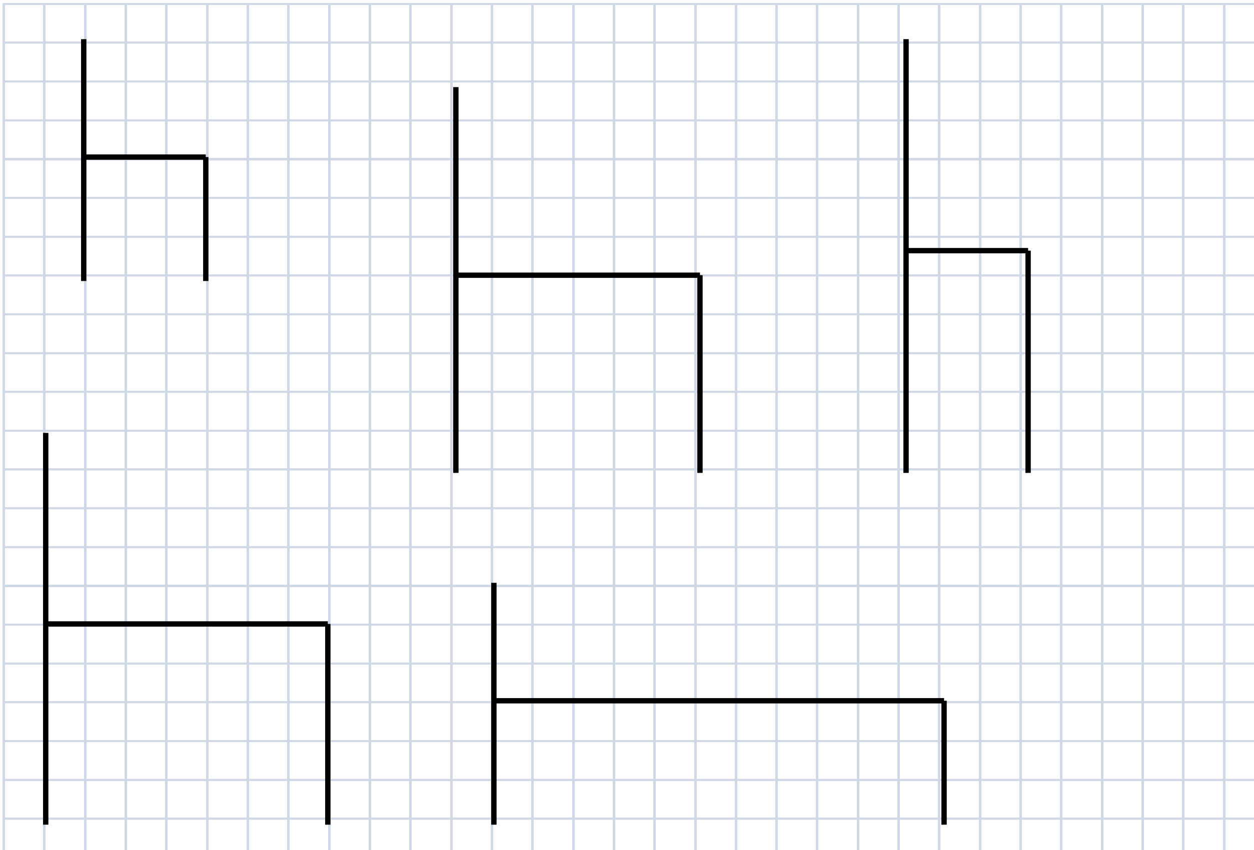
haz "pata altura/2



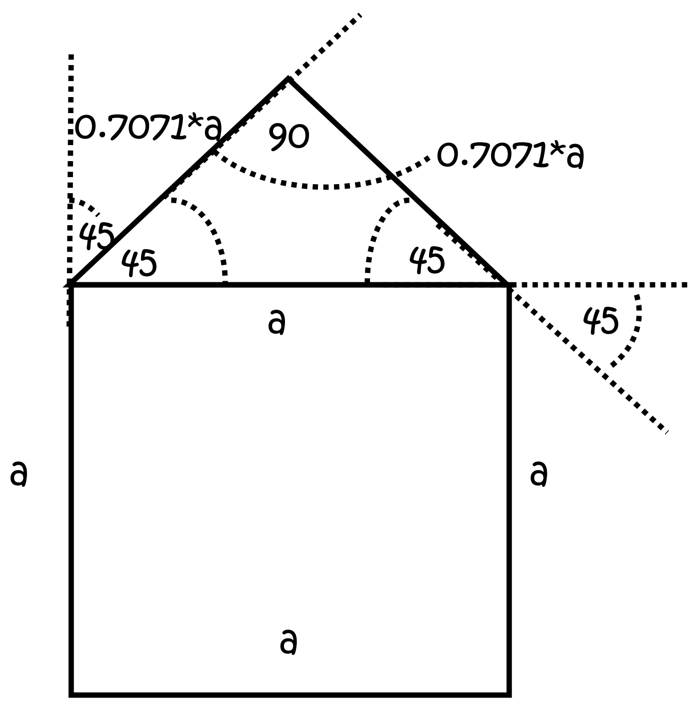
Escribe aquí tu programa antes de escribirlo en la computadora

Mi programa para dibujar una silla
parasilla :altura :asiento … …

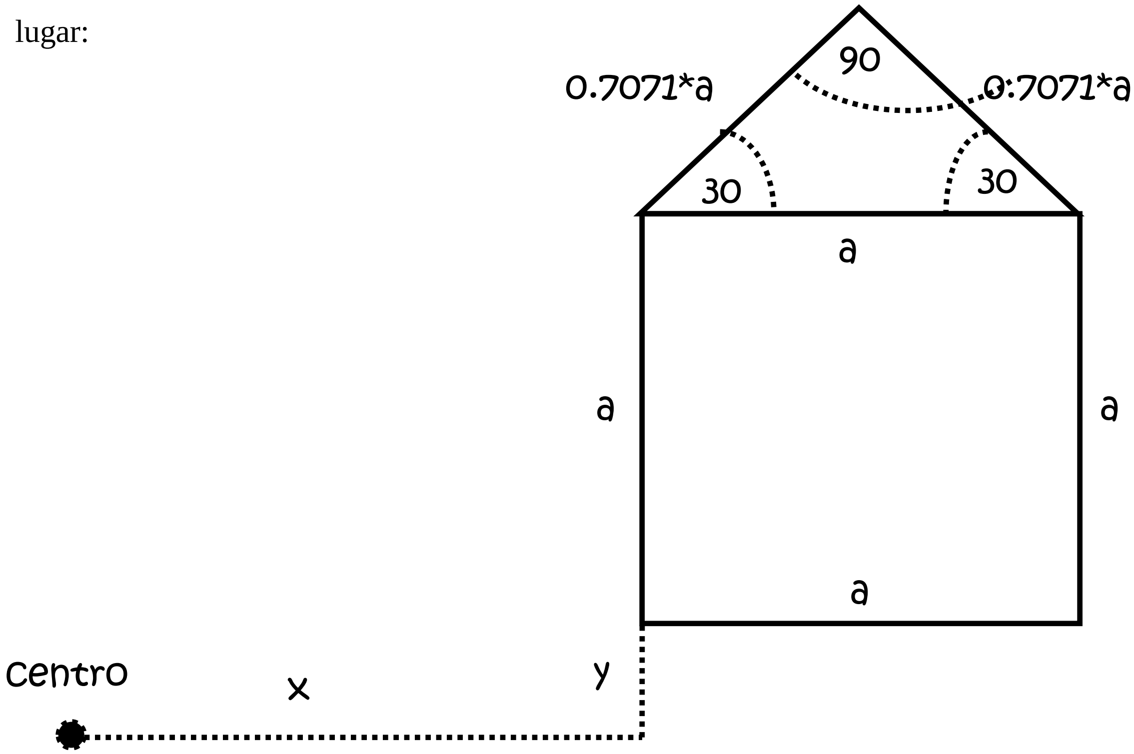
Ahora usa tu programa para dibujar las sillas que se muestran



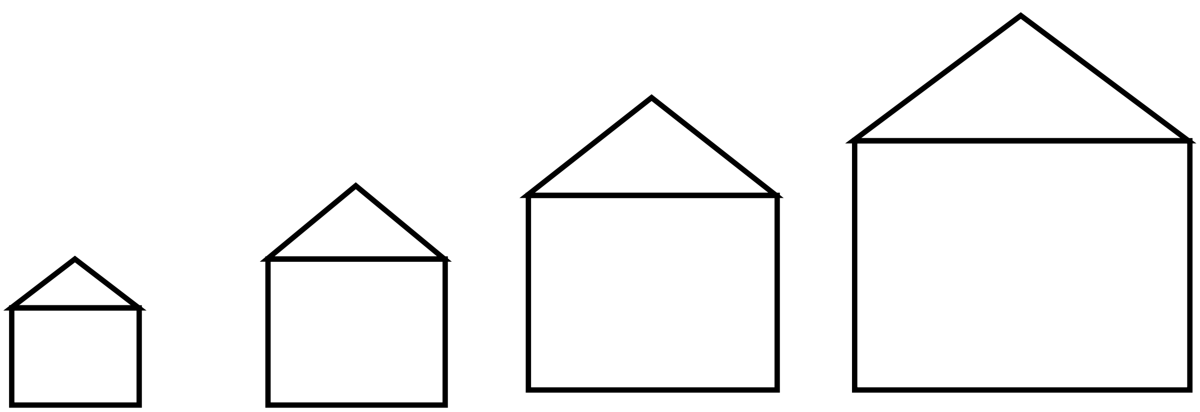
Haz un programa que dibuje una casa de acuerdo al siguiente plano. Necesitarás un solo argumento.



Ahora dibuja una casa en la que la esquina inferior izquierda la puedas colocar en cualquier lugar:



Ahora usa tu programa para dibujar toda una vecindad de casas.



Dibuja una hilera de casa una al doble que la anterior. Escribe aquí tus instrucciones

Mis instrucciones.

ANEXO 3

Cuestionario Final Razonamiento Proporcional

Nombre: ____

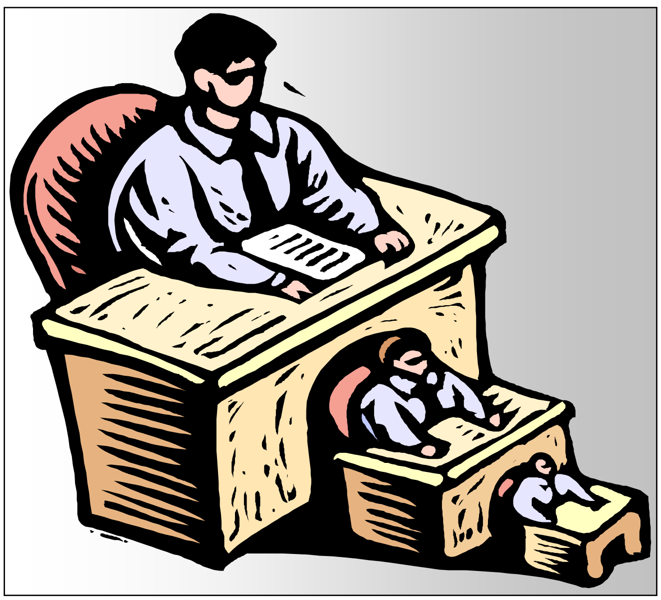
Escuela: ____

Curso: ________________________ Fecha: ___/___/___

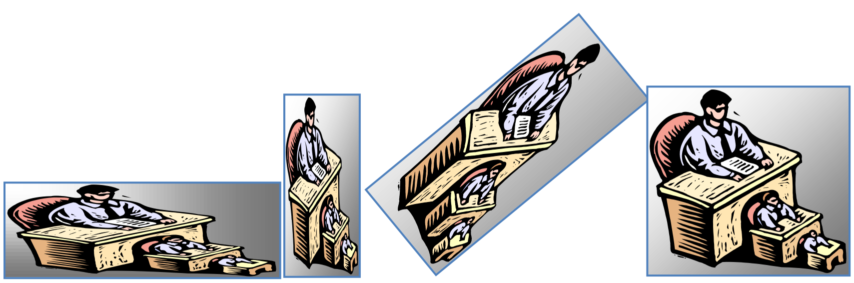
Hora de inicio: __________Hora de término: __________

Instrucciones: Lee con atención los problemas. En caso de alguna duda pregúntale a la aplicador (a).

1) Observa el siguiente dibujo:



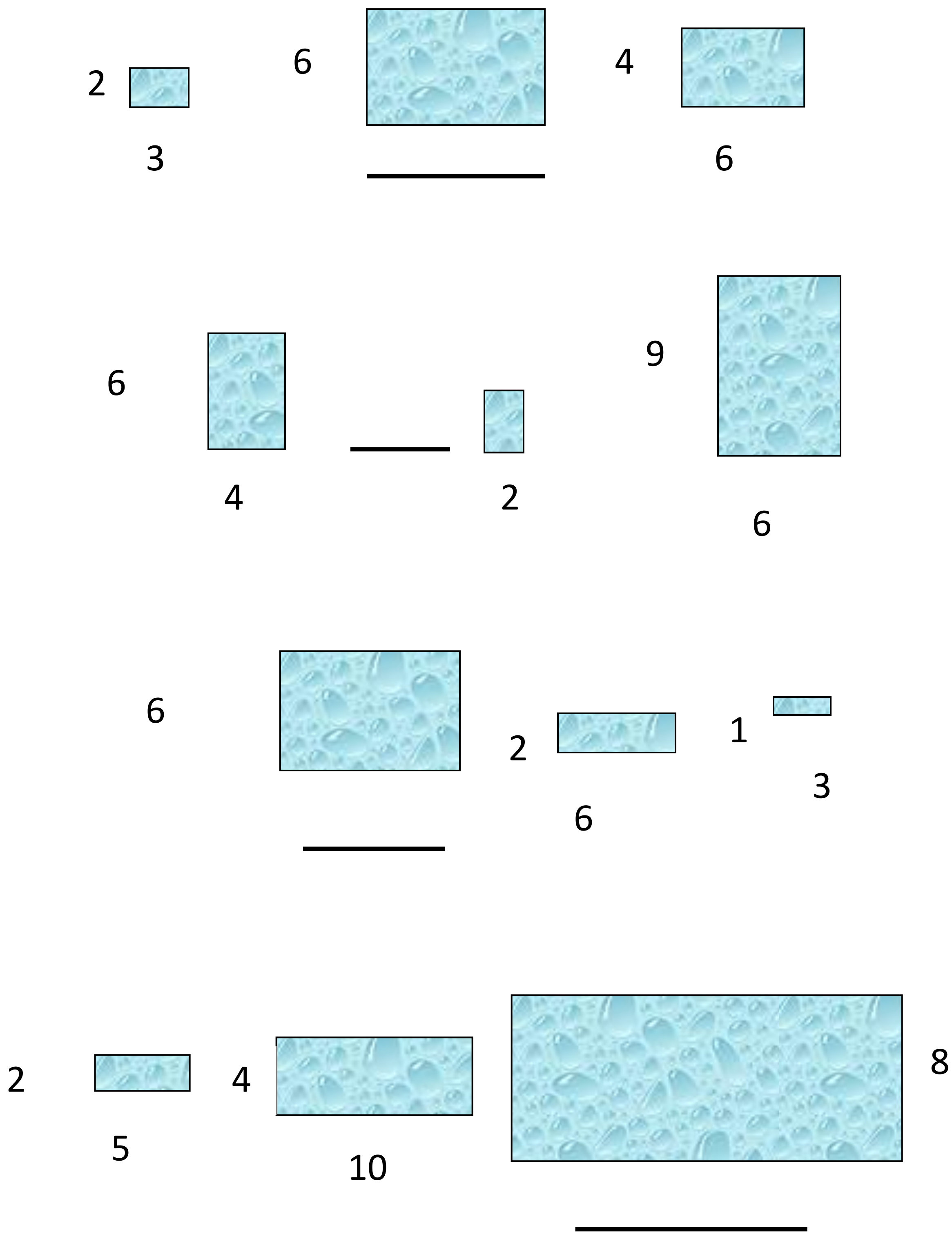
b) Ahora marca la que sea una fotografía del dibujo anterior.



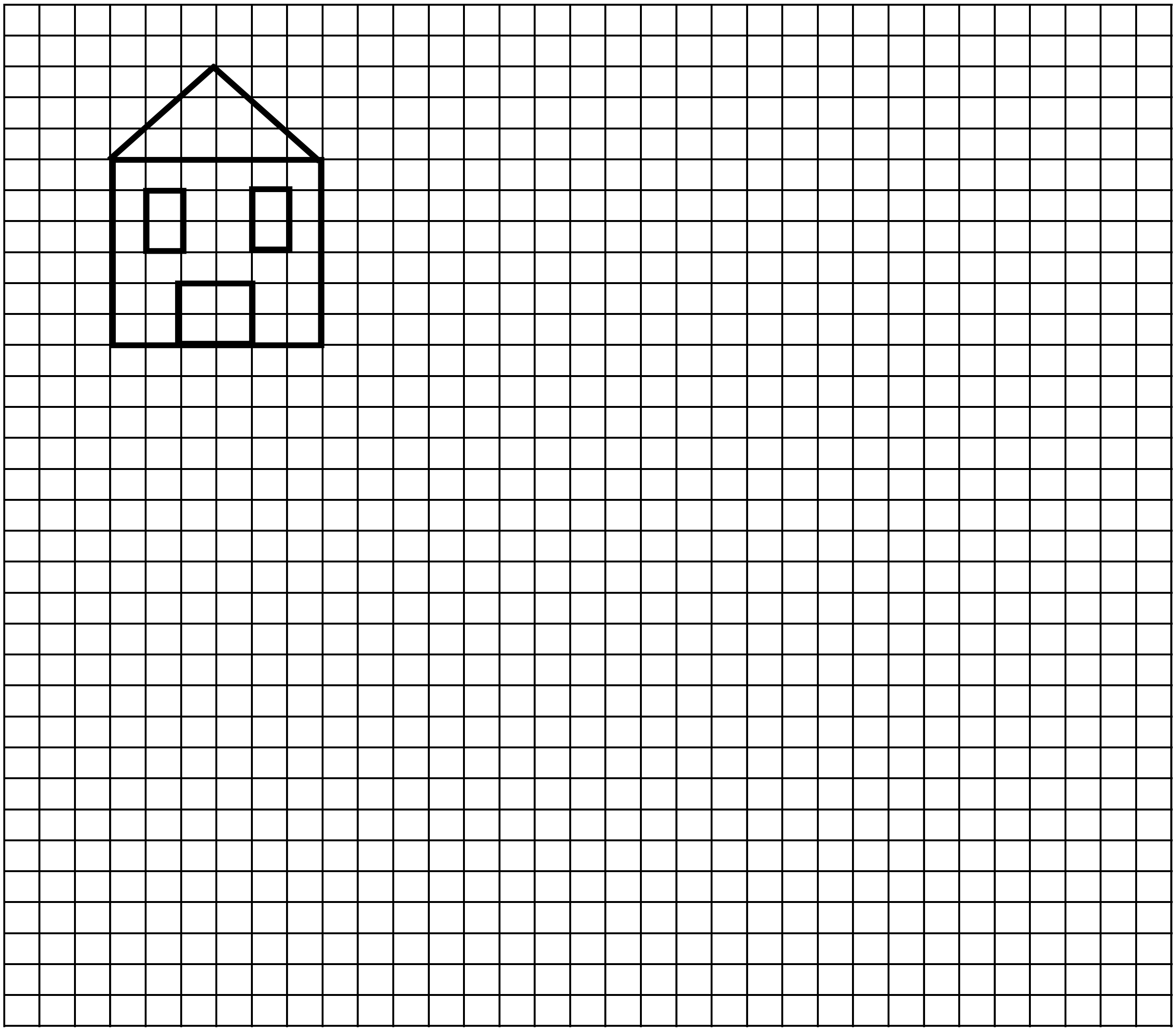
b) ¿En qué te fijaste para escoger la fotografía?

c) ¿Por qué las otras figuras no son la fotografía de la   primera?

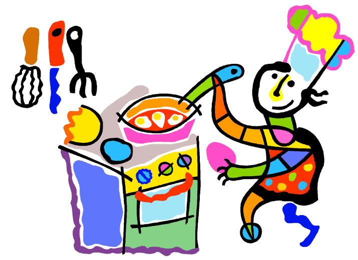
2) Observa la serie de figuras de distintas proporciones. Pon las medidas que faltan.



3) Dibuja una casita como la de abajo, pero al triple



4) En una receta de cocina dice: “Para cocinar una sopa que alcance para 16 personas se necesitan 4 litros de agua”



¿Cuántos litros de agua se necesitarán para una sopa para 8 personas? ______________________________________ Justifica tu respuesta.

a) ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 4 personas? ________________________________ ¿por qué?

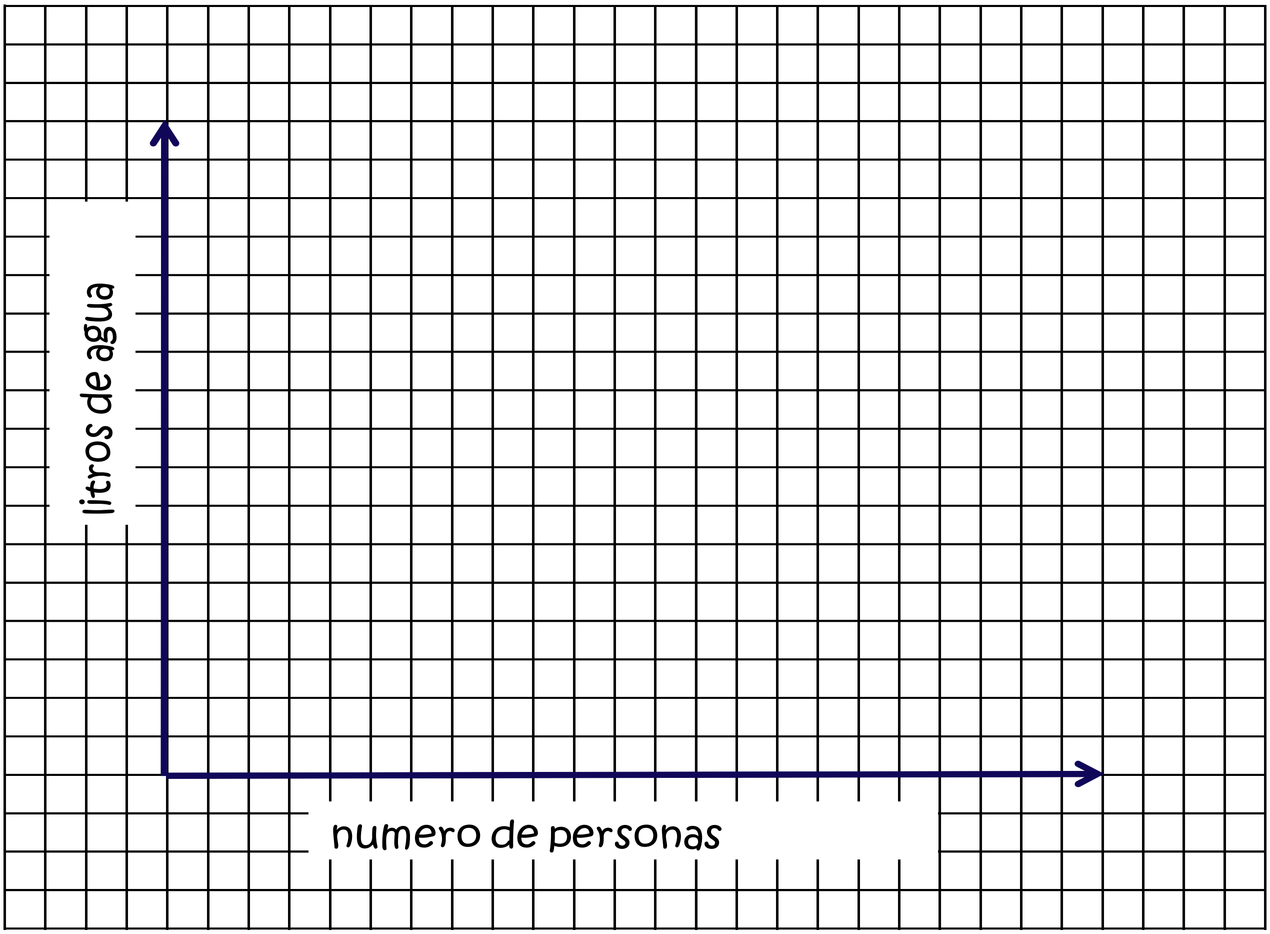
b) ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 32 personas? __________________________________ ¿por qué?

c) ¿Cómo calcularías la cantidad de agua para hacer la sopa para un banquete para 64 personas? Haz un dibujo abajo para explicarlo.

d) Con los valores de la cantidad de agua que necesitas para hacer la sopa necesaria para el número de personas, llena la tabla siguiente:

Número de personas	**Litros de agua para hacer la sopa**
4	
8	
16	
32	
64	

e) Después de haber llenado la tabla, haz una gráfica para los litros de agua necesarios como función del número de personas. Usa el papel cuadriculado con los ejes ya indicados.



f) Ahora dime: ¿Cuál es la proporción de agua por cantidad de personas?

____

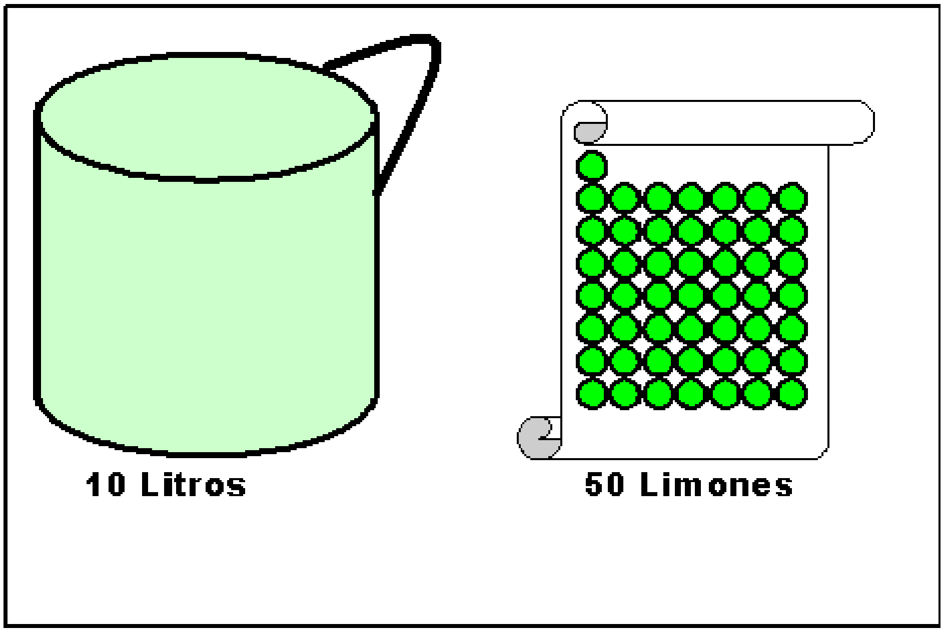
g) Imagina que tuvieras que hacer una sopa, pero no sabes cuántas personas vendrán a tu casa. ¿Cuántos litros de agua necesitarías para una cantidad "x" de personas?

____

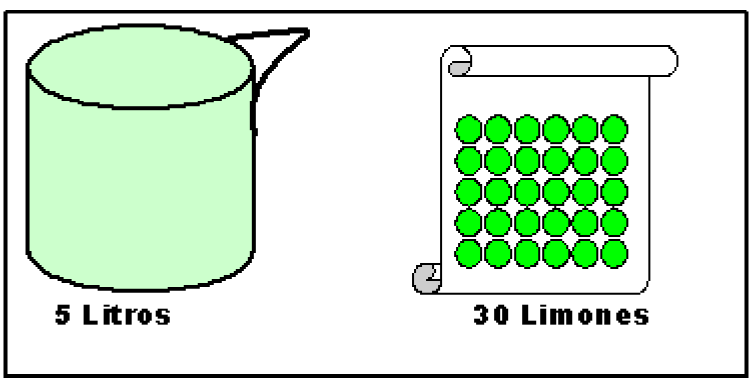
Puedes auxiliarte de la gráfica que hiciste antes.

5) Observa los siguientes dibujos.

A)



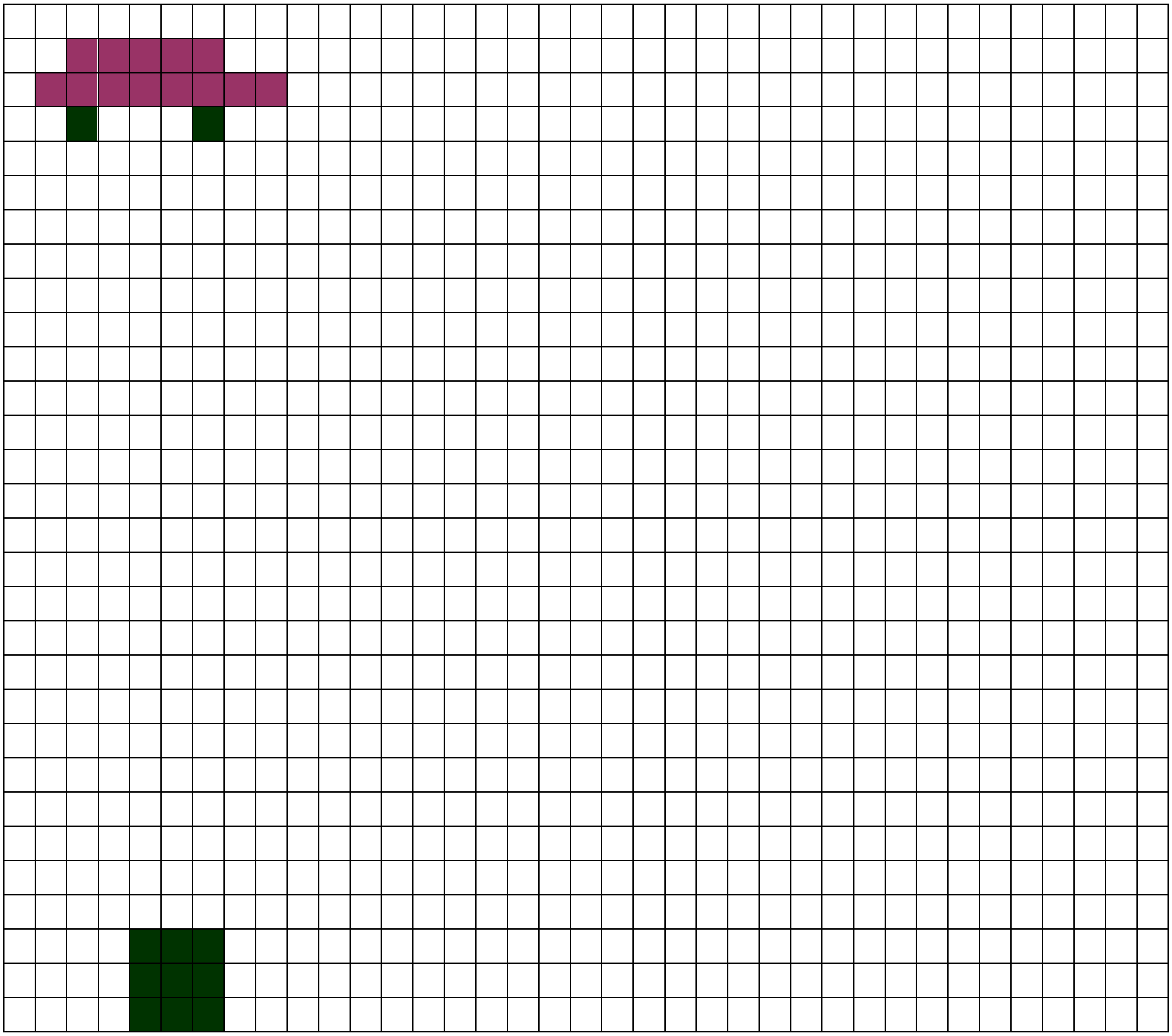
B)



a) ¿Cuál limonada sabe más a limón? ¿Por qué?

____

6) Observa el carrito y dibuja otro en proporción 1 a 3. Ayúdate de la llanta que ya está dibujada.



a) ¿Qué hiciste para completar el dibujo del carro más grande?

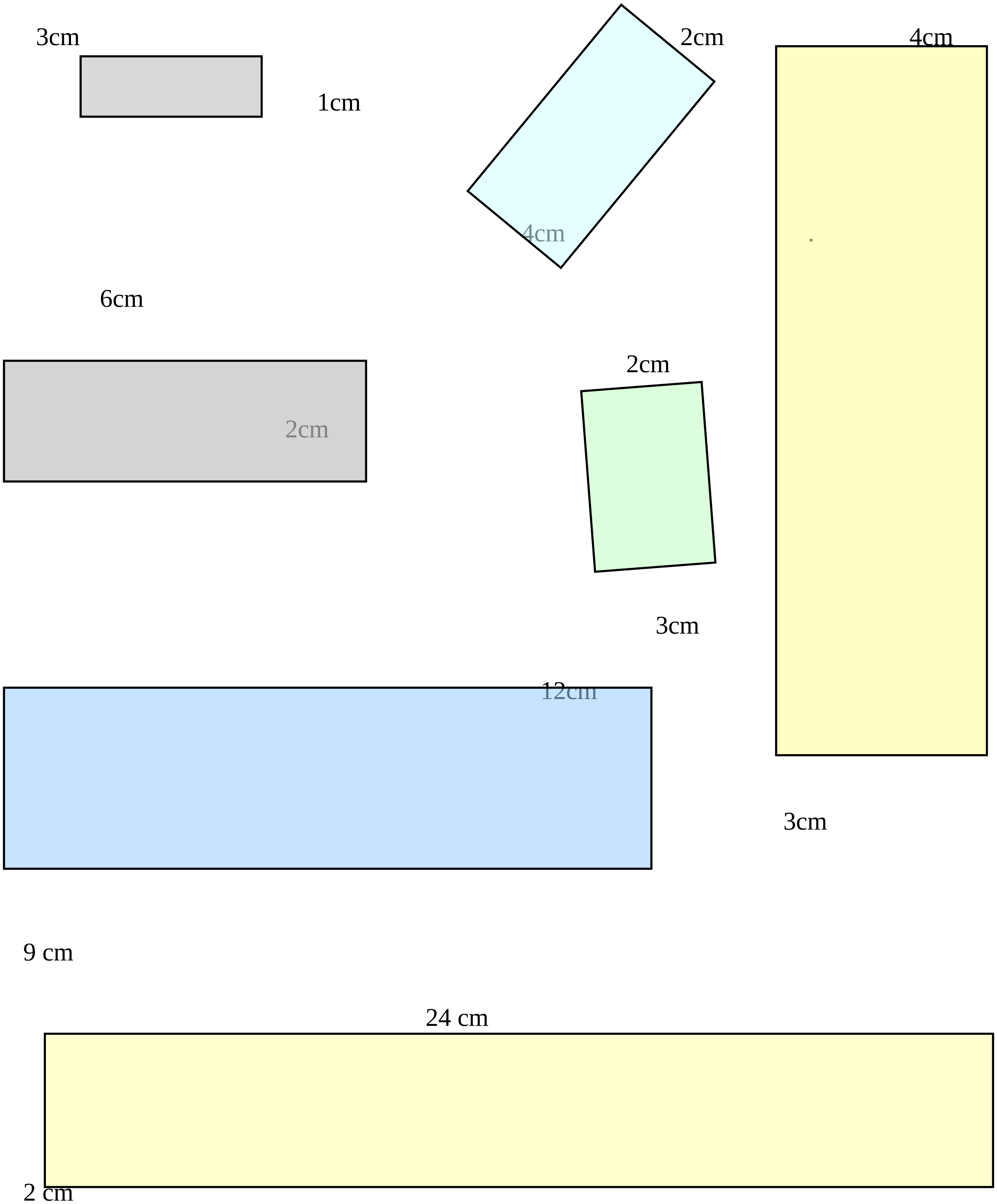
____

b) ¿Cuántas veces se amplió el carrito?

____

c) si una parte del carrito mide x, cuánto mide en su dibujo a escala?

7) Observa los siguientes rectángulos y une con una línea las parejas que sean proporcionales.



a) ¿Qué tomaste en cuenta para formar las parejas?

b) ¿Qué figuras no hacen pareja? ¿Por qué?

c) Llena la tabla con las medidas de los rectángulos de una de las parejas que encontraste.

Color del rectángulo	Medida del ancho	Medida del largo

d) ¿Por qué son proporcionales?