UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARÍA ACADÉMICA

COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

Conocimientos matemáticos de menores trabajadores. El caso de la proporcionalidad

Tesis que para obtener el Grado de

Maestra en Desarrollo Educativo

Presenta

Erika Isabel Padilla Carrillo

Director de tesis

Dr. Armando Solares Rojas

México, D. F. Febrero de 2015

Dedicado a los niños trabajadores.
A Ricardo e Inés por sus realidades infantiles, que con un guiño hicieron volver la mirada.

Al pequeño de aquel entonces que con su cajón de bolear en mano vaga en alguna plaza del pueblo donde vive para “dar trapazos de a 40 centavos”. A la niña de trenzas largas que puesta el alba camina al monte a recoger changungas con la abuela para después venderlas por litro... Ahora mis padres.

Agradecimientos

A seguir volando con los sueños que nos han despertado los menores trabajadores... Gracias, maestro Armando Solares.

Gracias, Dr. David Block, Dra. Diana Solares, Mtra. Edda Jiménez, por despejar el camino para darme permiso de experimentar, de cometer errores, de aprender, de crecer....

A la UPN y CONACYT agradezco el apoyo económico y permitir la travesía intensa de este estudio.

Índice

Introducción

> "Cuando tenía tres años como maestra en servicio, la vi por primera vez, llegó al salón de clases de primer grado. Era una niña menuda de cabello enmarañado y cierta dificultad al hablar. Fui su maestra por dos años, pero durante ese tiempo no supe que ella, junto a su madre, trabajaba en la pepena de cartón en un basurero, como ya lo venía haciendo años atrás. Su ausencia en el salón de clases era frecuente, fue difícil que aprendiera a leer y escribir, aunque era evidente su facilidad para los números. Siendo maestra estaba acostumbrada a vivir situaciones diversas, pero ni el conocimiento ni la intuición alcanzaron para advertir y asumir las formas *sutiles* del trabajo infantil que tenía delante".[1]

Son muchos los momentos significativos que algunos profesores experimentan al llegar a sus centros escolares por vez primera y en el transcurso de los siguientes años. Cuando se habla de contextos sociales marginados o vulnerados, dichas vivencias pueden incluso convertirse en experiencias de vida que marcan la perspectiva de la educación que se tiene. En estos contextos se podrían mencionar cientos de situaciones donde es posible identificar las urgentes necesidades de niños y niñas que no cuentan con la disponibilidad ni el acceso a una educación y vida dignas —premisas fundamentales si pretendemos valorar, fortalecer y respetar los derechos fundamentales de la infancia, tan constantemente vulnerada—. Muchos de ellos son protagonistas de historias de pobreza, abandono, descuido, que los llevan a trabajar desde niños, mientras intentan también mantenerse en la escuela.

Es común entre los profesores escuchar anécdotas en las que, llenos de emoción, hacen referencia a detalles físicos de sus alumnos, sus aptitudes y cualidades, expresan las preocupaciones que tienen por ellos, por las marcas visibles de una vida dura en el pelo desaliñado, el pecho canijo por la desnutrición, la piel ceniza por el frío, la ausencia en las aulas y el rezago porque no avanzan al ritmo de los otros. Muchos de esos profesores traducen sus anécdotas en un duro trabajo individual, se esfuerzan sobremanera por remediar estas situaciones. Sin embargo, otras veces es difícil advertirlas, evocarlas; pueden ser capaces de leer esos signos, esas marcas en la mirada y en la piel, sin ser plenamente conscientes de la difícil situación que los estudiantes pasan en sus vidas cotidianas.

[1] La idea que se presenta es de la autora de este estudio, es producto de su experiencia como maestra frente a grupo en el 2009.

Indudablemente los menores trabajadores están inmersos en un sistema educativo que desdibuja el trabajo infantil. Galeana (1997), alude a una “aparente ignorancia” de la sociedad y de la institución escolar, en donde los menores trabajadores parecen “inexistentes”, reconocidos en la escuela más como “alumnos” que como sujetos sociales con historia. La maestra de aquella niña pepenadora de cartón sabía que ahí estaba ella; su aparente ignorancia hizo recordarla después de años de no verla, cuando en este estudio pudo reparar en ella, y hablar de sus conocimientos matemáticos, de los que pone en juego cuando recolecta y vende cartón. Con una mirada de maestra, también ha sido posible acercarse a otros menores que trabajan, con la misma intención: hablar de cómo usan sus conocimientos matemáticos en sus actividades laborales.

Bastará, sin embargo, focalizar nuestra atención a un par de casos específicos, que a pesar de las circunstancias adversas del contexto social, nos muestran la complejidad de las situaciones y conocimientos matemáticos a las que pueden enfrentarse los menores, al mismo tiempo que demandan nuevas interrogantes.

Hay preocupaciones y convicciones que recorren este estudio, no sólo se vuelca la mirada en los casos específicos, sino que el abordaje entre conocimientos matemáticos y trabajo infantil gira en torno a los conocimientos matemáticos que ponen en juego los menores trabajadores para resolver las situaciones de *proporcionalidad* que les demanda su actividad laboral.

El estudio se apoya en dos perspectivas teóricas del campo de la didáctica de las matemáticas: la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) de Guy Brousseau (2000) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard (1999). Además, se recurre a hallazgos de los estudios de la *cognición en la práctica* de Jean Lave (1991, 2011) para acceder a la actividad específica en la cual los conocimientos provenientes de lo cotidiano se movilizan.

La tesis se encuentra organizada en cuatro capítulos: el primero, denominado *Conocimientos matemáticos de menores trabajadores, una población específica para el planteamiento del problema,* tiene el propósito de plantear la problemática de estudio. Este capítulo comienza presentando algunas disposiciones por parte de organismos tanto de carácter nacional como internacional (INEGI, DIF, UNESCO, UNICEF, OIT) en torno a la definición de la población de estudio en esta investigación. Luego, presenta una revisión de la perspectiva planteada en investigaciones, que desde el campo de la educación matemática, la etnografía, o bien, la cognición en la práctica, abordan el estudio de los conocimientos matemáticos movilizados en contextos laborales y de la vida cotidiana con poblaciones específicas. Al final del capítulo, se formula la pregunta de investigación: ¿Qué conocimientos matemáticos ponen en juego los menores trabajadores para resolver las situaciones de proporcionalidad que les demanda su actividad laboral?

En el segundo capítulo *Referentes teóricos para caracterizar los conocimientos matemáticos de los menores trabajadores en situaciones de proporcionalidad*, se describen las nociones teóricas que sustentan el desarrollo del estudio, así como aquellas que ayudan a caracterizar el tipo de conocimiento matemático expresado por los menores trabajadores.

En el tercer capítulo *Observaciones de la actividad laboral y diseño de tareas de proporcionalidad en entrevistas. Dos momentos en el marco metodológico*, se describen quiénes son los participantes del estudio y se presenta cómo, a partir de las perspectivas teóricas adoptadas, se diseñó una metodología para organizar el trabajo de campo en dos grandes momentos: la observación de la actividad laboral y las entrevistas a los menores trabajadores. En el primer momento, las herramientas teóricas de la TSD y de la TAD permitieron identificar algunas situaciones matemáticas enfrentadas por los menores, específicamente aquellas vinculadas con la proporcionalidad. Respecto al segundo momento del levantamiento de datos, se presenta el diseño y realización de *entrevistas* cuyo objeto fue buscar llevar al "límite" las técnicas empleadas por los menores en su actividad.

En el cuarto capítulo *Análisis*, se reportan los resultados del análisis de los datos de los dos momentos del trabajo de campo. Se describen las situaciones matemáticas, las tareas y las técnicas que tienen lugar en la actividad laboral, en conjunto con los elementos dados por el contexto. Se presentan tanto los principales resultados de las entrevistas, como su contrastación con los resultados hallados durante la observación de la actividad laboral.

Por último, en el apartado de las *Reflexiones finales* se retoman los resultados sobre los conocimientos matemáticos de los menores trabajadores movilizados al resolver situaciones de proporcionalidad y se plantean algunas preguntas para la escuela. Asimismo, se reconoce la necesidad de profundizar en el estudio sobre la manera en que estos conocimientos son estructurados por los contextos laborales y en las interacciones (incluidas las relaciones de enseñanza) que ahí tienen lugar.

Quizá, los profesores de niños y niñas que trabajan también saben que ahí están delante de ellos, en las aulas; y quizá también su aparente ignorancia los haga reconocer a los propios al ir leyendo este estudio. Se espera, además, que los resultados que se presentan permitan a los didactas establecer puentes y articulaciones didácticas entre los conocimientos matemáticos que estos menores estudian en sus salones de clases y aquellos que construyen en sus actividades laborales.

CAPÍTULO 1

Conocimientos matemáticos de menores trabajadores, una población específica para el planteamiento del problema

La investigación en educación matemática ha puesto la mirada en diversos estudios que indagan las posibles relaciones, las distancias e incluso, los conflictos entre los conocimientos que se generan en contextos laborales de la vida cotidiana y los enseñados por la escuela. La presente investigación tiene por objetivo identificar y estudiar los conocimientos matemáticos que los menores trabajadores tienen sobre *proporcionalidad*, así como la forma en que esos conocimientos son utilizados en espacios de trabajo determinados, a partir de diversas actividades laborales. La población de estudio se centra en la Zona Metropolitana del Valle de México[2], en la que hay más de 370 000 menores trabajadores (INEGI, 2009).

1.1. ¿Qué es ser un menor trabajador?

En el contexto de este estudio, ser menor trabajador es una situación común para muchos niños y niñas, que con el fin de lograr la supervivencia individual o de ayuda familiar, trabajan en las más diversas ocupaciones, desde bolear zapatos en las calles y parques, lavar y cuidar coches o limpiar parabrisas en cruceros y avenidas; trabajan como "payasitos" cuando el semáforo detiene a los autos en las avenidas; ofrecen su servicio para cargar las bolsas de mercancía en algún pequeño mercado o se rentan como "diableros" (cargadores de cantidades mayores de mercancía en los mercados grandes); asimismo venden de forma ambulante chicles, mazapanes, y otras baratijas al pie de los semáforos, en los camellones, en los vagones del metro, o fuera de algún cine; atienden puestos de dulces, de aguas frescas o recauderías; venden cerillos y ajos en los tianguis; recolectan productos reciclables en los basureros para después venderlos porque, como ellos dicen: "la *pepena*[3] sí deja"; cobran el pasaje en los *chimecos*[4] o

---

[2] El 22 de diciembre del 2005 el gobierno del Distrito Federal y del estado de México acordaron establecer una definición oficial de la *Zona Metropolitana del Valle de México*. Según esta definición, la ZMVM está formada por las 16 delegaciones del Distrito Federal, 59 municipios del estado de México y uno del estado de Hidalgo

[3] *Pepenar*. (Del náhuatl *pepena*, escoger, recoger). Recoger del suelo, rebuscar.

microbuses; incluso se emplean en fábricas, buscando siempre formas emergentes para obtener dinero. Ser un menor trabajador hoy ya no es lo mismo que antes. ¿Cómo se define actualmente a los menores trabajadores?

El Fondo de Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF) define como niña o niño trabajador al menor que realiza cualquier trabajo que supere un mínimo de horas; el trabajo se considera dañino para la infancia y por tanto debería erradicarse.[5] Por otra parte la Organización Internacional del Trabajo (OIT, 1995) define el trabajo infantil como toda actividad económica efectuada por una persona menor de 15 años de edad, cualquiera que sea su situación laboral: trabajador asalariado, trabajador independiente, trabajador familiar no remunerado, entre otros.[6] Cabe destacar la apreciación de la OIT respecto a la incorporación de dos convenios internacionales: 138 (1973) y 182 (1999)[7], en los cuales se refleja el empeño por la erradicación del trabajo infantil[8].

En el caso de México, el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2011) relaciona el trabajo infantil y la estructura económico social como dos eslabones intrincados, producto y consecuencia uno del otro, pues son hábitos que se evidencian y explicitan en las prácticas socioculturales propias de cada país. Este organismo reconoce los señalamientos en materia legislativa sobre el trabajo de los niños y niñas. Lo anterior puede resumirse en palabras de López (2006), quien refiere dos categorías de menores trabajadores: por un lado, aquellos que aún no cumplen 14 años, edad mínima permitida en nuestro país, y para quienes la Constitución y la Ley Federal del Trabajo protege contra la

---

[4] "Chimeco" es un gentilicio, utilizado para referirse a un autobús de transporte suburbano que va de Chimalhuacán a la Ciudad de México y viceversa, aunque el término se ha extendido a los autobuses de la Zona Metropolitana del Valle de México.

[5] Este término adquiere el concepto de niño de la Convención de los Derechos de la Niñez, la cual no distingue entre niños y adolescentes, sino que considera en forma genérica como niños y niñas a todas las personas de cero a 18 años.
Véase: Organización Internacional del trabajo. "Protección infantil contra el abuso y la violencia" http://www.unicef.org/spanish/ protection/indexchildlabour.html

[6] Boletín internacional No. 5, 1995. En López (2006).

[7] De acuerdo con la OIT (1999) en todo el mundo hay niños que trabajan y ponen en peligro su educación, salud, desarrollo integral e incluso su propia vida. Estimaciones cuantitativas de este organismo indican que solamente en los llamados países en desarrollo hay aproximadamente 250 millones de niños de entre cinco y catorce años de edad que realizan algún tipo de actividad económica (en América Latina y el Caribe se estiman 17 millones, en África 80 millones, en Asia 153 millones y en Oceanía 0.5 millones); de ellos, 120 millones trabajan por tiempo completo. Los restantes combinan el trabajo con los estudios o con otras actividades no económicas.

[8] Véase: Liebel, M., y Saadi, I., 2011; y consultar la página: http://ilo.org/public/spanish/standards/ipec/ratification/convention /text.htm.

explotación laboral; y por el otro lado, los adolescentes de entre 14 y 16 años de edad, cuyo trabajo lo permite la ley, según la forma de actividad y bajo ciertas condiciones como por ejemplo haber cursado su educación obligatoria, cumplir con una jornada laboral máxima de seis horas, aunque prohíbe trabajar horas extras y en horario nocturno.

Desde el marco jurídico, si bien en México el mínimo de edad para que los menores puedan trabajar es de 14 años, en la Cámara de Diputados ha quedado aprobada la modificación al artículo 123 Constitucional, fracción III, para fijar el incremento de 14 a 15 años de la edad mínima de admisión al empleo.[9] También en México, Becerra (2005) señala la concepción que el Sistema Nacional para el Desarrollo Integral de la Familia (DIF) tiene sobre el trabajo infantil, definiendo como actividades llevadas a cabo por niñas y niños en el marco de la economía formal o informal para sobrevivir o bien contribuir a la economía familiar.

Entre las numerosas formas de trabajo realizadas por los menores se presentan diferencias considerables que amplían la noción de trabajo infantil, puesto que las condiciones de vida también determinan la condición del menor trabajador. No obstante, esa amplitud, en este estudio se adoptan dos definiciones: la de la OIT y la del Delval *et al* (2006). Por una parte, el punto de vista de la OIT respecto a los menores que trabajan, es más flexible para esta investigación, porque permite tipificar la actividad que desempeñan los menores como "trabajo infantil". Por otra parte, se retoma la definición de Delval *et al* (2006), para quienes el niño trabajador en la calle de la Ciudad de México tiene, en general, un núcleo familiar con el que colabora para su subsistencia, comúnmente se dedica a la economía callejera o bien a actividades marginales; usa la calle como espacio de trabajo, pero no vive en ella; suele estudiar aunque en situación irregular y de rezago. El punto de vista de Delval sobre los menores trabajadores permite caracterizar al menor en la calle o en situación de calle como "niño trabajador *en* la calle" y hacer una diferencia marcada con el "niño *de* la calle".

---

[9] Véase: La Jornada.<http://www.jornada.unam.mx/ultimas/2014/03/04/aprueban-reforma-que-fija-en-15-anos-el-minimo-de-edad-para-trabajar-7516.html> Fecha de consulta: 4 de marzo del 2014.

Partiendo de ambas concepciones, se puede considerar como menor trabajador tanto a Jaime[10], un niño de 11 años, que es carretillero en el Mercado de La Viga; así como a Jazmín[11], quien a sus 12 años de edad trabaja junto a su abuelo como pepenadora en uno de los basureros del Estado de México; así también se concibe como menor trabajador a Gonzalo[12], quien a sus 12 años de edad, atiende el puesto de "aguas frescas" que su familia tiene en un mercado local al Oriente de la Ciudad de México.

El hecho de que existan menores trabajadores es producto, en buena medida, de las estructuras sociopolíticas y económicas prevalecientes en el país, caracterizadas por la influencia de las economías de mercado mejor conocidas en conjunto como globalización: fenómeno básicamente económico en inicio, pero que enlaza múltiples determinaciones sociales, políticas, ideológicas, culturales, ecológicas, entre otras; las cuales generan también efectos de injusticia, exclusión y marginación[13] (Chomsky y Dieterich, 2003).

En nuestro país, la estructura sociopolítica y económica no alcanza las expectativas respecto a la justicia social y el ejercicio de la democracia, sobre todo en materia de derechos humanos de grupos vulnerables y en desventaja, entre los cuales se encuentran los menores trabajadores. A ellos se les presentan obstáculos para obtener los beneficios económicos y estructurales de la riqueza, asimismo se les dificulta la disponibilidad, el acceso y permanencia en la educación pública que en teoría es garantizada por el Estado, lo cual se expresa en nuestra Constitución Política, específicamente en el Artículo 3º y apoyado por la Ley General de Educación. Esto se convierte en un grave problema para el país porque, a pesar de la multiplicidad de contrariedades por las que atraviesa la

---

[10] Para Jaime, la jornada laboral comienza en la madrugada y termina poco antes del mediodía, recibe una paga entre 80 y 100 pesos diarios, y asiste a la escuela primaria sólo algunos días a la semana, por la tarde.

[11] Jazmín trabaja sin remuneración y no asiste a la escuela desde hace varios años.

[12] Gonzalo asiste a la escuela con regularidad y sólo trabaja los fines de semana, sin percibir un sueldo y cuando vende está en compañía de su mamá, tía o de la empleada del puesto.

[13] De acuerdo con Miguel López Melero (2001, pp. 31-61) todos los seres humanos somos de la misma especie, tenemos el mismo origen y formamos parte de la humanidad; los individuos y los grupos tienen derecho a ser diferentes, a considerarse y ser considerados como tales. Sin embargo, por ejemplo, el 80 % de la riqueza está en manos del 20 % de sus habitantes, lo que significa un terrible desequilibrio en el mundo que da lugar a una situación, sin duda, de desigualdad.

educación pública ¿qué sería de cualquier menor sin que su derecho a la educación se cumpla?

Según Becerra (2005)[14]:

> Los efectos económicos y sociales del trabajo infantil son diversos y abarcan los ámbitos microfamiliar, macroeconómico y social. El nivel microfamiliar contribuye en el corto plazo al incremento del ingreso en el hogar, a tal grado que la aportación infantil representa entre 20 y 25% de los ingresos de las familias más pobres; en el largo plazo disminuye la formación del capital humano, ya que los menores trabajadores no asisten a la escuela o la abandonan antes de concluir la educación básica, por lo que al llegar a la edad adulta sus oportunidades de desarrollo y empleo se restringe a empleos poco calificados con remuneraciones muy bajas, reproduciendo la pobreza (p.5).

Entre las problemáticas que plantea el trabajo infantil en este país, está la atención que brinda el sistema educativo a los menores trabajadores. En 2012, el Fondo de Naciones Unidas para la Infancia UNICEF en conjunto con la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura UNESCO, estimó que México tiene uno de los índices más bajos de asistencia escolar en América Latina debido a trabajo infantil, pues apenas 63.8% de los menores trabajadores va a la escuela, uno de cada tres adolescentes trabajadores entre 12 y 14 años no asiste, y en los demás casos el hecho de que trabajen provoca un alto riesgo de que abandonen sus estudios (UNICEF, 2012).[15] Las cifras del INEGI señalan que en México hay alrededor de 28 247 936 menores de entre 5 y 17 años, de los cuales 90.5% asiste a la escuela, y de estos 3 014 800 trabajan (INEGI, 2009)[16]. Esto es que independientemente del sector productivo en el que se desenvuelvan, al menos, tres quintas partes de la población infantil trabajadora, también estudia; y que uno de cada diez menores que están en las aulas es trabajador, lo que sin duda convierte el asunto en un problema también de la escuela.

---

[14] Becerra se apoya en los datos de *El Trabajo Infantil en México*, 1995-2002, INEGI.

[15] Entre las distintas fuentes oficiales encontradas en el país hay desacuerdos considerables respecto al porcentaje de la población infantil trabajadora. Lo que deja de relieve una realidad que si bien es existente, también lo es que es percibida desde diversas aristas según los fines institucionales de los organismos nacionales y supranacionales que los hacen objeto de estudio.

[16] De acuerdo con el INEGI (2009), de los niños y niñas que trabajan, 5.2% viven en el Distrito Federal y 7.3% en el Estado de México.

1.2. Conocimientos matemáticos en situaciones laborales y de la vida cotidiana

Muchos de los niños trabajadores son menores que estudian y trabajan. Combinar ambas actividades los lleva en numerosas ocasiones a asistir de manera irregular a la escuela, incluso algunos están en riesgo de deserción escolar. Pero también la investigación educativa ha detectado que estos niños son altamente competentes en el uso de ciertos conocimientos que ponen en juego en uno y otro contexto, entre estos destacan los conocimientos matemáticos que les demanda su actividad laboral y que, al mismo tiempo, con significados y usos propios, circulan en su ámbito escolar.

El estudio de los conocimientos matemáticos con poblaciones específicas, en contextos laborales y de la vida cotidiana, ha sido ampliamente documentado por la investigación en educación matemática (Carraher *et al.*, 1995; Lave, J., 1991, 2011; Soto, I., 2001; De Agüero, M., 2006; Fuenlabrada, I., y Delprato, M., 2005; Ávila, A., 2009; Traoré, K., y Bednarz N., 2009; Solares, D., 2011, 2012). La problematización sobre los conocimientos matemáticos y el trabajo infantil que se reporta en este estudio proviene, en buena medida, del acercamiento a estas investigaciones. Una investigación de referencia obligada en este tema es la realizada en los años ochenta por Terezinha Carraher, David Carraher y Analúcia Schliemann, con menores trabajadores de Brasil. De acuerdo con Nunes (2001), el estudio se deriva del debate que cuestionaba los ideales de la escuela y ponía la mirada en el fracaso escolar de niños provenientes de los sectores más pobres de la población. En adelante, sus investigaciones sobre la *matemática de la calle* se concentraron en estudiar la forma de conocimiento matemático usado en la vida cotidiana.

A inicios de los años ochenta, los autores abordan la investigación sobre la matemática utilizada por niños feriantes de Brasil, en la actividad de la venta ambulante. Carraher T., Carraher D., y Schliemann A., (1995), en su estudio *En la vida diez, en la escuela, cero: los contextos culturales del aprendizaje de las matemáticas*, dan cuenta del desempeño en matemáticas de estos niños en “situaciones naturales” y en “situaciones formales”, identificando los métodos de resolución "extraescolares" que, aunque totalmente correctos, no son aprovechados por la escuela. Los autores plantean la pregunta: ¿qué hacer en la escuela si comprobamos que los niños saben más matemáticas fuera del salón de clases? Los resultados indican una influencia decisiva del contexto práctico de trabajo real o simulado en la solución de los problemas matemáticos: los menores presentan una competencia numérica menor conforme el contexto es más próximo al escolar. De tal manera, se evidencia la concepción del fracaso escolar como el *fracaso de la escuela*. Esto determina que la diferencia entre las "situaciones" en ambos contextos constituye el hecho más significativo para el éxito o el fracaso escolar.

En otro estudio, Carraher T., Carraher D., y Schliemann A, (1995), *Matemáticas escritas versus matemáticas orales*, preocupados por el problema del fracaso escolar de los pequeños feriantes, se preguntan: ¿por qué la diferencia entre las matemáticas como habilidad de supervivencia y las matemáticas de la escuela? Tal cuestionamiento los lleva a plantear la problemática sobre la complejidad de los procedimientos de cálculo entre niños de escuelas públicas de Brasil. Una de las riquezas de este estudio reside en el análisis del efecto de la situación experimental propuesta: venta simulada, problema verbal, y ejercicio de cálculo respecto a los procedimientos puestos en marcha por los menores: procedimientos orales y procedimientos escritos. Los resultados muestran que las variaciones de desempeño se explican por el procedimiento de resolución utilizado por los menores , y no por la situación matemática. Aunque las situaciones tienen impacto en la elección del procedimiento: *manipulación de cantidades* o *manipulación simbólica*, y en el significado que el problema tiene al momento que el niño se empeña en su solución.

Más adelante, Schielman, A., en Carraher *et al* (1995), *Escolarización formal versus experiencia práctica en la resolución de problemas*, reconociendo las estrategias propias que ponen en juego los niños trabajadores para resolver problemas de aritmética y el nivel altamente eficiente de éstas, investiga la matemática de la vida cotidiana en adultos; directamente las prácticas de carpinteros profesionales en comparación con las de aprendices de un curso formal de carpintería. La autora destaca la contribución de la escolarización en el conocimiento matemático que se moviliza en “situaciones típicas” de la actividad laboral. La correlación entre el grado de experiencia en la carpintería y el tipo de respuesta ante la tarea indica que los sujetos buscan encontrar una respuesta relacionada con su experiencia diaria, y que el uso de las estrategias más económicas aumenta con la práctica. Los resultados llevan a la autora a advertir que de no darse la relación de aprendizaje de las matemáticas con la solución de problemas prácticos, estos no son fácilmente “transferidos a la práctica”. En consecuencia da un par de sugerencias: ofrecer experiencias en problemas que impliquen más de una respuesta, y la oportunidad de resolver problemas en contextos prácticos; esto podría generar condiciones para enfrentar con más eficacia los problemas en la vida real.

Según Nunes, T., (2001), al reconocer que la comprensión de la matemática no está dada sólo por la conquista de la aritmética, en Carraher *et al* (1995), *Pasando de los planos a la construcción: un trabajo de maestros*, estudia el razonamiento proporcional entre los usuarios de la matemática en la actividad de la albañilería y en estudiantes. El propósito es encontrar habilidades más sofisticadas e investigar mejor su naturaleza en situaciones que implican la comprensión de diseños a escala. Mientras que para los estudiantes, la dificultad de los diferentes problemas en la situación experimental varía en función de los cálculos o de la utilización de decimales, para los maestros de obra está en función del tipo de escala como una situación nueva a la experiencia.

Los datos dan cuenta de que los maestros de obras muestran un desempeño significativamente superior al de los estudiantes en las escalas familiares, y que en las soluciones que implican el cálculo con decimales son capaces de redondear las cifras bajo una estimativa apropiada. En cambio, entre los estudiantes no se encuentran intentos de estimar, sino siempre de calcular el resultado final, siendo la mayor dificultad encontrar el significado de los resultados de sus cálculos especialmente cuando aparecían decimales. Los resultados sugieren que “la escuela es un ambiente más favorable para el desarrollo de modelos generales de resolución de problemas que la vida diaria”; pero, la experiencia en el trabajo demostró que enriquece los modelos con significado, haciéndolos más eficaces en su aplicación. Ante esto, Carraher, T., concluye que las relaciones proporcionales y el concepto de "razón" se pueden comprender a partir de la experiencia con situaciones que plantean cuestiones matemáticas en la vida diaria; esto es, enfrentar situaciones "en que el propio significado del problema resulte del desarrollo de una estrategia informal, próxima a la concepción que el estudiante tiene del problema, pero que respeta las propiedades fundamentales del modelo matemático en cuestión".

Otra investigación que ha abordado el tema es la realizada más recientemente, en Chile, por Soto I., (2001), *Aportaciones a la discusión sobre la enseñanza de las matemáticas a partir de la didáctica y la etnomatemática*. La autora plantea que los programas educativos tienden a unificar y homogeneizar el currículo para una cierta cultura escolar; hace notar que los índices de aprendizaje más desfavorables respecto a las matemáticas se dan en los contextos más pobres de las zonas rurales y urbanas del país. En este sentido, problematiza sobre qué matemáticas enseñar, para qué y cómo aprenderlas mejor; entre los cuestionamientos resalta la relación de las matemáticas con la cultura y la didáctica en la escuela. El estudio da cuenta de los procedimientos de solución que campesinos y campesinas chilenos poco escolarizados o analfabetas construyen al enfrentarse a situaciones de proporcionalidad. Sobre las situaciones que enfrentan los sujetos, Soto logra encontrar que ellos "tienen un excelente dominio de la proporcionalidad y usan procedimientos matemáticamente correctos", que son diferentes de aquellos que típicamente se favorecen en las matemáticas escolares.

En sus conclusiones afirma que "es el sentido, la realidad del problema, lo que determina el procedimiento"; pero, al mismo tiempo que el procedimiento permite esquivar la complejidad del problema, mediante resultados intermedios dotados de sentido, también hace conservar el sentido general del problema de origen. De tal manera que si los campesinos enfrentan dificultades, éstas, en principio, no están en razón de la proporcionalidad en tanto estructura matemática, sino de ejecución de las operaciones implicadas. Pero aun cuando Soto destaca la eficiencia de los procedimientos utilizados por los campesinos, reconoce que estos encuentran sus límites a medida que los problemas se hacen más complejos y los datos más variados, lo que la hace poner la mirada en las matemáticas formales y en la necesidad de desarrollarlas didácticamente de manera adecuada .

En México, Ávila A., (2009), en su investigación *¿Del cálculo oral al cálculo escrito?* estudia los encuentros entre dos tipos de conocimiento matemático: el de la experiencia y el escolar. En este estudio, la autora aborda la interacción entre el cálculo oral y el cálculo escrito, en un proceso de alfabetización matemática con jóvenes y adultos. Se interesa en conocer qué conocimientos y herramientas aporta este tipo de sistema educativo; básicamente se pregunta: "¿Se adquieren en la EBPJA[17] las herramientas que constituyen los procedimientos expertos y generales de la matemática escrita convencional? ¿Se utilizan las herramientas escolares para resolver los problemas que las personas enfrentan? ¿La eventual posesión de dichas herramientas mejora la capacidad de resolver problemas?". Para dar respuesta a esas preguntas, Ávila examina la incorporación de procedimientos escolares en la resolución de problemas de proporcionalidad en un contexto de pesos y precios. Encuentra que "las personas no utilizan los procedimientos propios de la matemática escolar" aun cuando los saberes de la experiencia encuentran su límite en problemas que demandan cálculos exactos; quienes llegan a cálculos exhaustivos son motivados por el aprendizaje en el contexto de trabajo y no por la escuela. Además, señala que no hay relación entre la escolaridad y la habilidad en la solución de los problemas de proporcionalidad; había quienes sólo resolvían los problemas más sencillos "como si la asistencia al servicio educativo no hubiese aportado ningún elemento adicional a la forma de abordar las situaciones de proporcionalidad en la vida cotidiana".

La autora, por un lado, al reconocer que los adultos no adquieren los procedimientos "expertos y generales" propios de la matemática escrita, se pregunta el porqué y plantea como una hipótesis que "el tránsito de la oralidad a la escritura es más complejo de lo que hasta ahora hemos querido suponer"; hacerlo

[17] Refiere a la educación básica para jóvenes y adultos.

posible implicaría la relación de dos condiciones de quienes fungen como educadores: el conocimiento de los saberes previos y procesos cognitivos de los estudiantes, y la voluntad de lograr dicho tránsito. Por el otro lado, concluye que el desarrollo de herramientas simbólicas de las que puede dotar la escuela implicaría "un poderoso amplificador de la capacidad operatoria" de las personas.

También en México, más recientemente, Solares D., (2012) en su investigación *Conocimientos matemáticos de niños y niñas jornaleros agrícolas migrantes*, estudia los vínculos entre los conocimientos matemáticos que se movilizan en situaciones escolares y extraescolares. La autora describe la atención educativa para esta población como una realidad compleja; explicita, entre otros supuestos, que estos niños y niñas, debido a las actividades laborales y al medio social en el que se desenvuelven han adquirido un dominio de la numeración oral y un cálculo mental eficientes, así como habilidades respecto a la medición, pero que la escuela probablemente no les esté resolviendo el acceso a los conocimientos matemáticos convencionales. En el transcurso de la investigación, Solares procura seguir una pregunta: ¿qué conocimientos matemáticos tienen los menores jornaleros agrícolas migrantes y en qué actividades los ponen en marcha? Para responderla plantea un punto de partida metodológico que a la vez toma como un principio epistemológico: "para identificar conocimientos matemáticos *es necesario caracterizar las situaciones* en las que esos conocimientos tienen lugar".

Mediante ese principio, se propone identificar los tipos de tareas, las técnicas que se usan y los discursos sobre esas técnicas; dar cuenta de los conocimientos matemáticos que los menores disponen y establecer vínculos con los contextos en los que se produjeron, identificando posibles relaciones (similitudes, puntos de contacto y de conflicto) entre los conocimientos matemáticos escolares y los extraescolares. Si bien se interesa tanto por los procedimientos que estos niños y niñas ponen en juego más allá de la escuela, como por los que la escuela les enseña, acota su análisis a las actividades que se presentan en el trabajo agrícola y en otros espacios de su vida cotidiana, básicamente a la producción e interpretación de información numérica y medición.

La autora encuentra que “el conflicto” se da en medio de la interacción con otros, es en ésta que tienen lugar diferencias jerárquicas y de poder; en consecuencia la escritura cobra un alto valor. También señala que el cálculo tiene relevancia en esas interacciones, aunque éste puede quedar oculto en el uso de algún instrumento específico como la calculadora y en la manera propia de hacer las cuentas. Otro aspecto que destaca es que en las actividades laborales se pone al descubierto una “intención didáctica” clara, la cual se percibe de manera más explícita en la participación de la familia en tareas laborales, mientras que en otras actividades se manifiestan *gestos* u otras acciones orientadas a que el otro aprenda. A partir de los hallazgos, Solares da razones para que la escuela siga manteniendo una de las funciones que tradicionalmente se le ha asignado: enseñar a leer y a escribir, asegurando que ésta podría permitir al sujeto decidir y posicionarse frente a los conocimientos matemáticos de otros con mayor jerarquía; así también podría potenciar, por ejemplo, el uso de recursos como la calculadora, teniendo implicaciones en las posibles confrontaciones de los procedimientos de cálculo en el proceso de interacción.

En sus conclusiones discute sobre los problemas matemáticos de la “vida diaria” planteados en la escuela; en su opinión no se trata de replicarlos en el aula, sino de elegir ciertos elementos que lleven al planteamiento de un problema relevante tanto en términos matemáticos, como en función de las necesidades y experiencias de los sujetos implicados. Si bien la autora pretende identificar necesidades particulares de esta población (¿qué educación matemática es necesaria y pertinente para los niños y niñas jornaleros agrícolas migrantes?), lo hace dialogando con “lo común”; esto la lleva a sugerir que el estudio puede informar de los fenómenos que pudieran afectar a otras poblaciones dentro y fuera de la escuela.

Este primer conjunto de investigaciones tienden a explorar los conocimientos matemáticos movilizados por poblaciones específicas en situaciones laborales (venta ambulante, carpintería, albañilería, producción y venta de cosecha, comercialización de productos, y trabajos en campos de cultivo). Otro antecedente de la problemática, que en este trabajo se estudia, refiere a investigaciones de Lave (1991) sobre la práctica aritmética en diferentes entornos de las “simples personas corrientes” (*spc,s*), que conforman un proyecto de investigación observacional y experimental; así como estudios que la autora desarrolló en décadas anteriores con sastres de Vai y Gola, dos etnias en Liberia. En dichas investigaciones se consideran las teorías de la práctica como una base para caracterizar el uso cotidiano de las matemáticas, los procesos educativos y, por supuesto, la organización situacional de la actividad cognitiva, en las cuales el aprendizaje se asume como un aspecto de la participación en prácticas socialmente situadas. La aritmética constituye el objeto de estudio, según Lave (1991), por ser una herramienta adecuada para el investigador que pretenda estudiar la actividad en situaciones no estructuradas, puesto que posee un lenguaje muy rígido e inalterable, fácil de reconocer en el curso de la actividad en progreso. Por la misma razón es fácil de analizar aunque no se procesen todos los datos.

Los estudios de Lave dan cuenta de que las personas, hayan asistido o no a la escuela, trabajan con matemáticas de manera muy diferente que en las situaciones experimentales; las prácticas matemáticas en escenarios de la vida cotidiana son bastante “poderosas”. A través de los argumentos que sustentan la evidencia sobre las “prácticas informales” de las personas, los estudios de Lave plantean preguntas sobre la eficacia de las prácticas educativas; reconociendo que “las paredes de la escuela son porosas”, y que “una mejor comprensión del aprendizaje en espacios de aprendices puede ser un recurso para entender cómo el aprendizaje transpira en otras circunstancias históricas, incluyendo las escuelas de hoy” (Lave, 1996, p. 154)[18].

[18] Traducción propia del inglés al español.

1.3. ¿Por qué la *proporcionalidad*?

La escuela es uno de los espacios en los que los menores trabajadores tienen relación con la proporcionalidad; ésta es un contenido con una presencia muy acentuada en los programas de estudios de educación básica. Ambas razones, en principio, orientaron la elección del estudio en torno a las situaciones y conocimientos de la proporcionalidad; el posterior acotamiento vino al identificar que entre los conocimientos matemáticos que los menores trabajadores movilizan en sus contextos laborales, diversas investigaciones (Carraher *et al.*, 1995; Lave, 1991; Soto, 2001; Ávila, 2009; Solares, 2012) señalan la presencia de la proporcionalidad. Lo anterior se confirmó en las *observaciones iniciales*[19] de las que forman parte los episodios narrados a continuación.

Tomemos como ejemplo a Gonzalo, el vendedor de "aguas frescas", él aplica su conocimiento matemático en la venta de aguas. Cuando un cliente le pide determinado número de vasos con aguas se entabla el siguiente diálogo.

> *Cliente*: ¿Cuánto cuestan las aguas?
> Gonzalo: La chica $15 y la grande $25 [refiere al vaso chico o grande].
> *Cliente:* Me das dos de mandarina, una de limón con chía y dos de coco.
> Gonzalo: ¿Chicas o grandes?
> *Cliente:* Chicas.
> Gonzalo: [Sirve el agua en vasos de medio litro y mientras lo hace en voz alta dice] dos son 30, más dos 60 y 15 son 75[refiriéndose al costo en pesos].
> *Cliente:* ¿Cuánto te debo?
> Gonzalo: Son 75 (pesos).
> *Cliente:* [Paga con un billete de $200].
> Gonzalo: [Para dar el cambio, en voz alta dice] 75 y 5 [toma una moneda de $5] son ochenta y… 20 [agrega un billete de $20] son 100 y… 100 [toma dos billetes de $50]… 200. [Da el vuelto al cliente].

Gonzalo se enfrenta a una situación matemática que le demanda la solución de dos tipos de tareas: una de tipo multiplicativo y la otra de tipo aditivo. Además, al obtener el resultado correcto en la primera le permitirá el éxito en la segunda (¡evitando perder dinero en la venta!). Esta situación matemática puede formularse así: primero, Gonzalo tiene que un cliente quiere comprar cinco aguas

[19] Estas observaciones iniciales son presentadas en el capítulo *Metodología*; forman parte de los primeros acercamientos con la población de menores trabajadores.

chicas que cuestan $15 cada una, ¿cuánto deberá pagar el cliente? Esta es una tarea de tipo multiplicativo. Una vez resuelto esto, Gonzalo enfrenta una tarea de tipo aditivo que se puede formular de la siguiente manera: Si el cliente paga con un billete de $200 y hay que cobrarle $75, ¿cuánto se le dará de cambio?

Algunas tareas matemáticas de tipo multiplicativo “se resuelven en principio (haciendo caso omiso de los procedimientos no canónicos que se pueden utilizar en ciertos casos): por una multiplicación, por una división o por una regla de tres” (Vergnaud, 1991, p. 200). La tarea a la que se enfrenta Gonzalo podría resolverse con la multiplicación 5 x 15; sin embargo, Gonzalo no pone en marcha una técnica en la que aparezca de manera explícita el algoritmo de la multiplicación, la división o la regla de tres; la situación matemática a la que se enfrenta desencadena la siguiente técnica “no canónica”: Gonzalo agrupa números de aguas: dos (aguas) son 30 (pesos), más dos (aguas) 60 (pesos) y 15 (pesos del agua de limón con chía) son 75 (pesos en total).

La aplicación de esta técnica involucra una relación de proporcionalidad entre dos magnitudes de diferente naturaleza: por un lado, el número de aguas y, por el otro, el costo. Las cuatro cantidades[20] puestas en relación se pueden expresar mediante el siguiente esquema (Tabla 1), en el que se busca la incógnita, la cuarta proporcional, que designa el costo de las cinco aguas.

Número de aguas chicas		*Costo (en pesos)*
1	⟶	15
5	⟶	x

Tabla 1

Para resolver esta tarea, Gonzalo va relacionando de manera alternada ambas magnitudes: dos aguas son $30, más dos (cuatro aguas) son $60, y si un agua es $15, entonces, cinco aguas son $75. Esta técnica lleva a inferir que

[20] 1 y 5 son números que representan cantidades de aguas, por tanto son medidas, así, 15 y *x* también son medidas pero de otra naturaleza, pues son números que representan cantidades en pesos.

Gonzalo, en cada paso, hace uso de la *propiedad aditiva de la proporcionalidad*[21] al considerar que el costo de 5 aguas se puede calcular al sumar el costo de 2 aguas más el costo de otras 2 aguas más el costo de 1 agua, es decir, $30 + $30 + $15, que es igual a $75.

Usando la terminología de Carraher *et al* (1995), Gonzalo pone en marcha lo que puede ser llamado "descomposición del problema". Según Carraher, esta técnica se caracteriza porque "el individuo determina la respuesta de un subproblema sencillo *(si un agua cuesta $15, de dos aguas, son $30)* y va juntando componentes sencillos hasta componer una respuesta del problema global *(si de dos aguas son $30, más dos son $60, más un agua, son $75)".*

Una vez resuelta la tarea de calcular cuánto debe cobrar al cliente por las cinco aguas, Gonzalo enfrenta la tarea de determinar cuánto debe dar de cambio al cliente. La solución que da Gonzalo está basada en el *procedimiento del complemento*, el cual consiste "en buscar, sin hacer una sustracción, lo que hay que añadir (o quitar) al estado inicial para llegar al estado final" (Vergnaud, 1991, p. 172).

Gonzalo toma como un estado inicial los $75 y como estado final los $200 (tiene $75 y debe completar $200); así toma una moneda de $5 y dice: son ochenta; luego agrega un billete de $20, diciendo "son 100"; y toma dos billetes de $50, mientras dice "y 100… 200". Esta tarea puede resolverse con una resta pero, identificarla como la operación que permite encontrar la incógnita implica un *cálculo relacional* distinto y más complicado sobre las medidas que se ponen en juego. Desde lo escolar se plantean tareas matemáticas en las que la resta permite calcular un faltante y la multiplicación permite calcular un producto; sin embargo, en la condición de la situación matemática anterior, en la cual es practicada la solución, cabe la posibilidad de que Gonzalo no identifica aún la suma del complemento como la operación llamada resta de tal manera que su

[21] "La propiedad aditiva puede formularse así: a dos valores de una magnitud, digamos **A** y **B**, les corresponden los valores en la otra magnitud, digamos **A'** y **B'**. Entonces, si hay proporcionalidad, ocurre que a **A**+ **B** le corresponde **A'**+ **B'**" (Block *et al*, 2010, p. 30).

capacidad ya existente le permite una técnica de solución que puede manejar mentalmente, mientras sirve el agua va resolviendo.

Los conocimientos matemáticos pueden identificarse también al considerar la actividad laboral cotidiana de otros menores trabajadores. Por ejemplo, Jaime el carretillero del Mercado de La Viga, después de hacer un viaje a una de las bodegas y haber recibido $12, hace la siguiente reflexión en voz alta.

> Jaime: [Cuenta lo que le dieron] 12 pesos. En otros dos… —refiriéndose a los viajes — ya junté 37, [rectifica] ¡no!, 36.

Para hacer su cálculo, Jaime parte del hecho de que la cantidad de dinero que le pagarán será proporcional a la cantidad de viajes que hará. Puede suponerse que al calcular, Jaime usa, al igual que Gonzalo, la *propiedad aditiva de la proporcionalidad* (al menos en forma implícita), mientras resuelve mentalmente las cuentas.

Ante esta situación surgen dos cuestionamientos: ¿Qué conocimientos matemáticos ponen en juego tanto Gonzalo como Jaime en sus actividades laborales?, ¿cuáles de estos conocimientos se movilizan para enfrentar tareas de proporcionalidad? Estas interrogantes llevan al planteamiento general de este estudio:*¿Qué conocimientos matemáticos ponen en juego los menores trabajadores para resolver las situaciones de proporcionalidad que les demanda su actividad laboral?* Con base en esta pregunta, las cuestiones específicas que se abordan son:

1. ¿Qué situaciones matemáticas tienen lugar en la actividad laboral de menores trabajadores?, ¿cuáles de éstas son de proporcionalidad, y cuáles enfrentan directamente los menores?
2. ¿Cuáles son las técnicas con las que los menores trabajadores resuelven las situaciones de proporcionalidad ?
3. ¿Quiénes participan en la actividad laboral del menor trabajador?, y ¿qué formas de interacción tienen lugar en la actividad?

CAPÍTULO 2

Referentes teóricos para caracterizar los conocimientos matemáticos de los menores trabajadores en situaciones de proporcionalidad

En el presente capítulo se describen las nociones teóricas que sustentan el diseño metodológico del estudio, así como las que ayudan a caracterizar el tipo de conocimiento matemático expresado por los menores trabajadores. Estas nociones se fundamentan en la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 2000), los estudios sobre la Cognición de la Práctica (Lave, 1991) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, *et al*, 1998; Chevallard, 1999).

2.1. La Teoría de las Situaciones Didácticas

La Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 2000) permite considerar el “carácter relativo del conocimiento matemático”, es decir, la manera en que el conocimiento matemático queda determinado por las situaciones o condiciones que está involucrado. Así, cada persona desarrolla una misma noción matemática de manera diferente, dependiendo de la situación y el contexto. Al respecto, Brousseau señala:

> La definición de los conocimientos en relación con su función en una situación ratifica el hecho de que para una misma noción matemática, cada actor (sociedad, profesor, alumno) desarrolla conocimientos diferentes *a priori* según las condiciones en las cuales los utiliza, los crea o los aprende. (Brousseau, 2000, p. 23).

La Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) considera que el conocimiento matemático adquiere funcionalidad y tiene utilidad en situaciones específicas y se construye en el proceso de interacción entre el sujeto y un *medio* (Brousseau, 2000).

2.1.1. La noción de situación

Desde la perspectiva de la TSD, un problema o un ejercicio no es una simple reformulación del saber; es un *medio* que “responde al sujeto”, que sigue ciertas reglas y que implica poner en uso el conocimiento matemático específico (Brousseau, 2000). Respecto a las características que debe tener un problema para propiciar la aparición, utilización y construcción de un determinado conocimiento matemático en su solución, Brousseau señala:

> ¿Qué juego debe jugar el sujeto para tener necesidad de dicho conocimiento? [...] ¿Qué información, qué sanción pertinente debe recibir el sujeto por parte del medio para orientar sus elecciones y comprometer tal conocimiento en lugar de otro? (Brousseau, 2000, p.10).

Este *medio* no es el "entorno". La TSD considera al *medio* como un sistema autónomo y antagonista del sujeto. Es de aquí que proviene la noción de "situación", la cual es descrita de la siguiente manera:

> Hemos llamado "situación" a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas "situaciones" requieren de la adquisición "anterior" de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso "genético". (Brousseau, 2000, p.10).

Un ejemplo se da en las siguientes situaciones problemáticas sobre la formulación de los números: Si un adulto pide a un niño de cuatro años de edad "contar", puede ser que recite la serie numérica, con algunos tropiezos quizás. Pero, si se le muestra un número de dedos y se le pregunta cuántos son, se tiene otra situación. En ambos casos la formulación de los números es un recurso apropiado para responder a lo que se pide. En la primera situación la respuesta del niño es validada únicamente por el adulto. En la segunda situación, el niño interactúa con un "medio objetivo", la cantidad de dedos que se muestran. Si bien esta situación sigue siendo una evaluación de conocimientos, la respuesta del niño no sólo está validada por lo que espera el adulto. Este medio objetivo proporciona información que debe ser tomada en cuenta en la solución de la situación (ver Brousseau, 2000). En la situación, el medio representa el contrapeso entre el conocimiento dado y el conocimiento como el recurso del que dispone el niño.

Respecto a la noción de "situación matemática", Chevallard (1998) señala:

Se toma la noción de "situación matemática" como primitiva, exigiéndose que pueda ser modelizada mediante un juego formal.[22] Se dice que una *situación matemática es específica de un conocimiento concreto* si cumple las dos condiciones siguientes:

(i) Es comunicable sin utilizar dicho conocimiento.

(ii) La estrategia óptima del juego formal asociado a la situación matemática se obtiene a partir de la estrategia de base (que consiste en jugar al azar, aunque respetando las reglas del juego) utilizando el conocimiento en cuestión (p. 214).

Como ejemplo de situación matemática, Chevallard da el siguiente.

Existe una situación matemática modelizable mediante el juego denominado "La carrera al 20": Se trata de un juego de dos jugadores en el que el jugador que empieza jugando debe decir un número x menor que 20 y el contrincante debe decir un número 1 o 2 unidades mayor: $x + m$ (con $m<3$). Gana el jugador que dice 20 por primera vez.

La teoría de las situaciones postula que cada conocimiento concreto debe poder "determinarse" (en el sentido indicado) mediante una o más situaciones matemáticas, cada una de las cuales recibe el nombre de situación (matemática) específica de dicho conocimiento. (Chevallard, *et al*, 1998, p. 214).

En esta investigación se busca determinar tanto a los sujetos, como las interacciones y los conocimientos movilizados en las situaciones matemáticas, relacionadas con la proporcionalidad, que enfrentan los menores trabajadores en su actividad laboral. Al respecto, es importante considerar la siguiente observación de Brousseau (2000) de que un problema o situación problemática no es *a priori* una situación "ideal" para la enseñanza, ni siquiera una solución más eficaz:

El valor de una situación para su uso didáctico se aprecia en función de un gran número de otros parámetros externos, tales como la posibilidad efectiva de ponerlos a disposición en un ambiente psico-socio-cultural determinado. (p. 13).

2.1.2. Las situaciones de proporcionalidad

Block (2010) da las siguientes dos definiciones de relación de proporcionalidad:

Definición 1. Una relación entre dos conjuntos de cantidades es proporcional si los factores internos[23] que se corresponden son iguales. […]

Definición 2. Una relación entre dos conjuntos de cantidades es proporcional si existe un número, siempre el mismo, que multiplicado a cualquiera de las cantidades de un

---

[22] Un *juego formal* de *k* es una estructura definida por los elementos siguientes: un conjunto X de "posiciones" distintas; una aplicación Γ:X →P (X) que a todo estado $x \in X$ le asocia un conjunto Γ (*x*) de "posiciones permitidas" (Γ representa las "reglas del juego"); un "estado inicial" I y uno o más "estados finales" F; un conjunto J de *k* jugadores y una aplicación Q: J ×X →J que, en cada estado *x* del juego, designa el "sucesor" (*j*, *x*) del jugador *j*; una función G de "ganancia" o "preferencia" definida en un subconjunto de X (que contenga a F) y los valores en el conjunto de los números reales. (ver Brousseau, 1986). (Chevallard, 1998, pp. 214-215).

[23] Los *factores internos* son números *escalares* que multiplicados por una cantidad en un conjunto permiten obtener otra cantidad dentro del mismo conjunto. Es de esta manera que los factores internos relacionan cantidades de la misma naturaleza y de igual unidad de medida. La relación entre una cantidad y otra, dada por el factor interno, corresponde a un simple cambio de tamaño; por ejemplo, cuando una cantidad es *n* veces mayor o *n* veces menor que la otra, el factor interno es "por" *n*.

> conjunto da como resultado la cantidad correspondiente del otro conjunto. Este número se llama factor constante de proporcionalidad o factor externo constante. (Block, 2010, p. 27).

En esta investigación se entenderá por situaciones de proporcionalidad a las situaciones matemáticas en las que está involucrada una correspondencia entre dos *conjuntos de cantidades*, y que cumplen alguna de las dos definiciones. Estos conjuntos deben conformarse con al menos cuatro cantidades: dos que se relacionen con otras tantas. En importante señalar que las dos definiciones dadas por Block son *necesarias y suficientes*[24] para que haya proporcionalidad.

Usando las propiedades aludidas en estas definiciones (*la igualdad de factores internos*, en la primera, y *la existencia de un factor externo único*, en la segunda) se identifican las situaciones de proporcionalidad (y de no-proporcionalidad) presentes en la actividad laboral de los menores.

Dada una relación de proporcionalidad hay dos factores externos implicados: uno que es privilegiado por la búsqueda de la incógnita; y otro que es el inverso multiplicativo de éste. Si en una relación de proporcionalidad se representa a los elementos del primer conjunto de cantidades con la letra x, y a los elementos del segundo conjunto con la letra y, y se busca un número que multiplicado por las cantidades x dé como resultado las correspondientes cantidades y, entonces el factor externo constante es $k = y/x$; donde las cantidades x se multiplican por y/x para obtener las correspondientes y. Pero si se busca pasar de una cantidad y a la correspondiente x, el factor externo constante es $k' = x/y$, el recíproco del anterior. En tal caso, las cantidades y se multiplican por x/y para obtener sus correspondientes x.

Por ejemplo, si el factor constante externo o factor de proporcionalidad es $^{1}/_{2}$, el otro factor es el recíproco o inverso multiplicativo: 2. Nótese, que ambos son factores; es decir, hay que hacerles anteceder el signo “por” (×). En el primer caso, en lugar de multiplicar por $^{1}/_{2}$, se puede usar la operación inversa, es decir, dividir

[24] Es decir, si se da alguna de las dos, necesariamente se da la otra (Además, si no se da una, necesariamente la otra tampoco).

entre 2. De esta manera, se pasa de un conjunto a otro dividiendo por 2 (o multiplicando por $^{1}/_{2}$), y se regresa multiplicando por 2.

El factor constante externo puede relacionar magnitudes de igual o diferente naturaleza. Esto es, la relación de proporcionalidad puede estar dada entre: 1) magnitudes de la misma naturaleza, y unidades de medida iguales; 2) magnitudes de la misma naturaleza pero unidades de medida diferentes; o bien, 3) magnitudes de diferente naturaleza y unidades de medida diferentes. Dependiendo de cada caso, el factor constante externo puede ser respectivamente un factor de escala sin dimensión; un factor de conversión; o bien, un factor que constituye la medida de una tercera magnitud.

Por ejemplo, considérese los siguientes tres casos:

Cuando en la relación de proporcionalidad ambos conjuntos de cantidades corresponden a magnitudes de la misma naturaleza: la longitud, y a unidades de medida iguales: centímetros, para pasar del primer conjunto de cantidades al segundo es suficiente multiplicar por un número, el cual corresponde a cuantas veces más grandes o más pequeñas son las cantidades del primer conjunto respecto a sus correspondientes en el segundo conjunto. En este caso, el factor constante de proporcionalidad representa un simple cambio de tamaño; es decir, es un *factor de escala*.

Cuando los conjuntos de cantidades que se relacionan involucran magnitudes de la misma naturaleza (la longitud), pero diferentes unidades de medida, por ejemplo, kilómetros para el primer conjunto y millas para el segundo, para pasar del primer conjunto de cantidades al segundo hay un factor externo constante que “transforma” las cantidades en otra unidad de medida mientras que la magnitud se conserva. Éste es un *factor de conversión*, que pone en juego un número (*n*) con unidad (millas sobre kilómetro: $^{millas}/_{1\,km}$). Este número también se considera como un *número con dimensión*.

Finalmente, cuando se relacionan dos magnitudes de distinta naturaleza, por ejemplo tiempo (en horas) y distancia (en kilómetros), para pasar del conjunto de cantidades “horas” al conjunto de cantidades “kilómetros” hay que multiplicar por un número que involucra a un “cociente de unidades”, que corresponde a una nueva magnitud, una *magnitud* producto. Esto implica algo más que un cambio de tamaño: el factor incluye la unidad “kilómetros por hora” ($^{km}/_{h}$), o sea, este factor da lugar a una tercera magnitud: la velocidad. En el presente estudio, cuando sea el caso, se hará referencia a este factor como *factor externo constante con dimensión*. (Block, 2010).

A veces el término “factor” se sustituye por “razón” (Freudenthal, 1983, citado en Block, 2010). Sin embargo, aun cuando ambos términos se usen de manera indistinta, se deben reconocer algunos matices. Cuando se usa el término *razón*, se destaca la relación de una cantidad respecto a otra; es decir, hay presentes dos cantidades (*a*, *b*). En el lenguaje común esta relación es a menudo llamada *proporción*. Cuando se usa el término *factor*, se hace énfasis en el número dado en la relación entre dos cantidades, el número $^{b}/_{a}$ que transforma una cantidad en otra (*a* en *b*)[25, 26].

Respecto a la diferencia entre *valor unitario* y *factor constante de proporcionalidad*, Block (2010) considera lo siguiente:

> Algunos estudiosos del tema consideran que las nociones de valor unitario y de operador función son la misma. Sin embargo, desde la perspectiva de la enseñanza es útil distinguir las dos nociones, pues el valor unitario remite a una relación entre dos cantidades; por ejemplo, “3 cm por cada centímetro” (1cm→3 cm), mientras que el factor de proporcionalidad es un número jugando el papel de multiplicador: x 3 (Block, 2010, pp. 59-60).

Por su parte, Vergnaud (1991) señala que las formas de representación entre el valor de la razón y el factor constante de proporcionalidad, con dimensión, tienen efectos cualitativos sobre los cálculos relacionales:

> Si la noción de correspondencia no presenta ninguna dificultad, ni su representación en forma de tabla, el análisis de esta correspondencia en términos de función es por su parte mucho más delicado, pues ésta implica no sólo la noción numérica sino igualmente la de cociente de dimensiones (p. 210).

En el presente estudio se identifican las maneras en que las nociones de razón, valor de la razón, factor externo constante y valor unitario se ponen en

---

[25] Toda razón entre dos cantidades (*a*, *b*) tiene un valor numérico llamado el *valor de la razón* y que es el número que la expresa ($^{a}/_{b}$) y puede ser expresada como factor, cociente, fracción o porcentaje.
[26] En toda relación de proporcionalidad el *valor de la razón*, el *factor externo constante* y el *valor unitario* coinciden en su valor numérico.

juego en las actividades laborales de los menores trabajadores. Para esto, se consideran las situaciones de proporcionalidad pero también otras situaciones matemáticas donde existe alguna correspondencia entre conjuntos de cantidades aunque no sea de proporcionalidad. En una situación que no es de proporcionalidad, para cada pareja de cantidades que se corresponden se puede tomar la razón correspondiente, pero no hay un valor unitario único (puesto que la relación no es de proporcionalidad). Por supuesto, en ese caso tampoco habrá un factor externo constante, propiedad necesaria y suficiente de la proporcionalidad.

Además, al abordar el estudio de las formas que toma la proporcionalidad en las actividades laborales de los menores trabajadores, se busca identificar cómo las características de las situaciones matemáticas que enfrentan los menores influyen en las técnicas que se ponen en marcha. En otras palabras, desde dichas características se miran las nociones de la proporcionalidad en relación con los procedimientos de solución de las situaciones que emergen de la actividad laboral.

El considerar la relación entre las características de las situaciones de proporcionalidad y los modos de solución a los que dan lugar lleva a considerar la noción de *variable didáctica*.

2.1.3. La noción de *variable didáctica*

Las características de un problema que se modifican y tienen un efecto cualitativo importante sobre las evoluciones de los procedimientos se llaman *variables didácticas* (Brousseau, 1981, p. 68, citado en Block, 2010, p. 50). En este sentido, Chevallard asocia las *variables didácticas* a aquellos elementos del "juego formal" susceptibles de tomar diferentes valores y al tomarlos provocan cambios tales en el juego que hacen variar la estrategia óptima (o ganadora) (Chevallard, *et al*, 1998,p. 215).

Si bien no se tiene una intención de enseñanza escolar, en la presente investigación se emplea la noción de variable didáctica para estudiar los conocimientos matemáticos que los menores trabajadores movilizan en su actividad laboral. A partir de esta noción, se identifican las características de las situaciones matemáticas que enfrentan los menores y que al variarse pueden provocar cambios en los modos de solución, y, en consecuencia, en los conocimientos matemáticos puestos en juego. Además, una vez identificadas, se "manipulan" estas variables para llevar al "límite" las técnicas usadas por los menores trabajadores (e identificadas *in situ*), y así reconocer qué otras técnicas aparecen.

Block (2010) señala como posibles variables didácticas en problemas de proporcionalidad a la *razón interna*, el *factor de proporcionalidad*, el *valor unitario*, ciertos aspectos del *contexto*, las *magnitudes*, el *tamaño de las medidas* relacionadas, los *dominios numéricos* con los que se expresan dichas medidas, entre otras. Cabe precisar que no toda característica de un problema constituye una variable didáctica. Influyen otros factores en la elección de un procedimiento de resolución los cuales son independientes de las características del problema. Uno de estos factores es el conocimiento de la persona que resuelve. Las personas usan, cuando pueden, los procedimientos que les resultan más cómodos, más económicos o más intuitivos y, esta tendencia hace funcionar a algunas variables.

En este estudio se identifican los cambios en los procedimientos de resolución cuando, por ejemplo, la razón interna está expresada con un número entero y cuando no es entero; cuando el factor de proporcionalidad es un número entero o no entero, con o sin dimensión y con magnitudes distintas o de la misma naturaleza; cuando los dominios numéricos de las cantidades son los números enteros o los números fraccionarios (racionales, en general); o cuando las medidas que se relacionan son grandes o chicas; etcétera.

Identificar algunas variables en los problemas, ayuda a prever y graduar la dificultad de estos. Esto permite no sólo estudiar los diversos procedimientos que los estudiantes ponen en juego, sino también tener mayor claridad sobre los modos de solución. En este estudio se aprovecha esta correspondencia entre las variables y las técnicas observadas para manipular ciertas características del problema y llevar las técnicas de los menores trabajadores “al límite”, profundizando así en los conocimientos matemáticos de que disponen.

Los tipos de problemas clásicos en la proporcionalidad son de valor faltante, de comparación de razones, de composición de relaciones de proporcionalidad, de proporcionalidad múltiple, de reparto proporcional, los problemas en los que se determina si hay proporcionalidad, y aquellos que, aunque no son propiamente de proporcionalidad, implican una relación afín (Block, 2010).

En los *problemas típicos de valor faltante* se plantea una relación de proporcionalidad entre dos conjuntos de cantidades y se presentan al menos cuatro valores, tres de ellos conocidos y uno desconocido que se debe calcular.

En los *problemas de comparación de razones* se comparan dos relaciones diferentes (dos razones) dadas entre dos conjuntos de cantidades. Las dos relaciones tienen el mismo conjunto de partida y el mismo conjunto de llegada. Por ejemplo, un problema de este tipo se tiene al comparar dos recetas para preparar agua de naranja (donde las razones están dadas por la relación que en cada receta hay entre el número de vasos de agua y número de vasos de jugo de naranja), se puede preguntar por el “sabor” de la naranjada: ¿qué naranjada sabe más a naranja?

En los problemas de *composición de relaciones de proporcionalidad* se relacionan al menos tres conjuntos de cantidades. Se caracterizan por poner en juego una pregunta para aplicar de manera sucesiva dos factores de proporcionalidad: uno para pasar del primer conjunto al segundo, y otro que hace pasar del segundo conjunto al tercero. Se aplican de manera sucesiva porque al multiplicar ambos factores de proporcionalidad se obtiene un producto que expresa el valor numérico del factor, el cual haría pasar del primer conjunto al tercero. En este caso, se incluyen aquellos problemas que relacionan más de tres conjuntos de cantidades mediante los cuales se aplican de manera sucesiva más de dos factores de proporcionalidad.

En los *problemas de proporcionalidad múltiple* se relacionan dos conjuntos de cantidades y se da lugar a una tercera magnitud. Ésta es proporcional a las otras dos, siempre y cuando una de éstas se mantenga constante. Un problema típico es la obtención del área de un rectángulo. Los lados A y B de un rectángulo determinan su área. Si se mantiene fija la medida de uno de sus lados, las otras dos magnitudes mantienen una relación de proporcionalidad; de tal manera que el área será proporcional a la medida de lado A mientras que el lado B se mantiene constante; o bien, el área será proporcional al lado B mientras A se mantiene constante.

En los *problemas de reparto proporcional* la noción de razón emerge como "mediadora" de posibles debates sobre repartir proporcionalmente una cantidad. Este tipo de problemas pone en juego valores sociales en los que determinar si un reparto es justo, equitativo, generoso, etcétera, lleva al dilema entre considerar cantidades absolutas o razones.

El hecho de *determinar si hay proporcionalidad* también constituye un tipo de problema. En este tipo de problemas, se encuentra implícita alguna relación de proporcionalidad entre otras relaciones como la afín, la cuadrática, la proporcionalidad inversa, entre otras.

Finalmente, los problemas que involucran una *relación afín* pueden ser descritos teniendo una parte multiplicativa y otra aditiva. Las relaciones involucradas son de la forma $y = mx + b$, en donde b tiene un valor numérico distinto de cero.

Los procedimientos o estrategias básicas usadas para la solución de los problemas, se identifican a lo largo de todo el estudio. Al principio, durante los primeros acercamientos con la población, buscando las situaciones de proporcionalidad y los procedimientos involucrados y presentes en la actividad laboral. Posteriormente, estos procedimientos y situaciones observadas *in situ* se consideraron al manipular las variables didácticas y propiciar el llevar las técnicas al límite en los problemas diseñados para la entrevista.

Es necesario señalar que tanto las situaciones como los procedimientos a los que se aluden en este apartado son procedimientos "básicos" pues permiten analizar las situaciones de proporcionalidad y los procedimientos "complejos" que aparecen en la actividad laboral, los cuales incluyen más problemas y procedimientos de solución que aquellas que se caracterizan con la proporcionalidad.

La investigación en didáctica de las matemáticas ha identificado diversos procedimientos para la solución de un problema típico de valor faltante tales como el uso del factor constante de proporcionalidad, el uso de la conservación de los factores internos (sin pasar por el valor unitario, o bien, pasando por el valor unitario), el uso de la regla de tres, *descomposiciones* y *agrupaciones* (Carraher *et al*, 1995), y los *building-up procedures* (o *procedimientos sobre la marcha*, en español, basados en la conservación de las razones internas y en la propiedad de la aditividad (Hart, 1988; citado en Block, 2010, p. 53).

Respecto a los problemas de comparación de razones se consideran como procedimientos los siguientes: la *comparación cualitativa de las razones*, en este modo de solución no se requieren cálculos para comparar las razones; el *uso de la razón externa* en cada relación para después comparar ambas; la *comparación entre las razones internas*, que consiste en obtener la razón entre las cantidades de una misma magnitud en comparación con la razón interna en la otra magnitud; la *igualación de un término*, donde para ambas razones se iguala una cantidad de alguna de las magnitudes, esta igualdad del término lleva a la comparación entre ambas razones (Block, 2010).

Para los tipos de problemas denominados composición de relaciones de proporcionalidad, proporcionalidad múltiple, el reparto proporcional, o para determinar si hay proporcionalidad en este estudio se consideran las soluciones basadas en las relaciones internas, o bien las razones externas que orientan a poner en juego aspectos como el hecho de aplicar de manera sucesiva dos o más factores de proporcionalidad, privilegiar la búsqueda del valor unitario, o el reconocimiento de una constante aditiva. Asimismo, para los problemas que involucran una relación afín, en este estudio se esperan procedimientos que combinen las propiedades de las relaciones de proporcionalidad y de las relaciones aditivas.

En este capítulo no se agota la descripción de la diversidad de procedimientos que se pueden poner en marcha para resolver un problema de proporcionalidad; como se mencionó, estos procedimientos son “básicos”.

Para concluir, es necesario remarcar el papel que la Teoría de las Situaciones Didácticas otorga a la escuela, el cual se puede ver en las palabras de Brousseau (2000):

> El comportamiento racional de una sociedad, es decir, su relación tanto con la verdad como con la realidad, no descansa únicamente en las virtudes individuales de sus miembros. Exige una práctica social y una cultura que debe enseñarse en la escuela. […] Desde esta óptica, hemos coincidido frecuentemente en la importancia de organizar desde la infancia relaciones más vivas con las matemáticas, más próximas de su funcionamiento real, y menos austeras de lo que podría pensarse. (p. 6).

Esta teoría se asume como una aproximación a la enseñanza en el contexto escolar.

En el presente estudio, las nociones recién presentadas de la TSD se usan para analizar la “actividad laboral cotidiana” de los menores trabajadores, específicamente para el estudio de la relación entre el conocimiento matemático y las situaciones en las que éste se moviliza, partiendo de la relación sujeto-medio-conocimiento matemático. Se retoman específicamente las nociones básicas tales como situación matemática y variable, y, desde esta perspectiva, se caracterizan las situaciones de proporcionalidad que emergen de la actividad del menor trabajador y se analizan los procedimientos puestos en marcha por los menores trabajadores (y otros participantes de la actividad) al variar las variables identificadas en las situaciones.

Sin embargo, para la realización del estudio fue necesario recurrir a otra perspectiva teórica que complementara la mirada y permitiera estudiar algunos aspectos sociales de la actividad matemática que fueron tomando fuerza cada vez mayor a lo largo de la realización de la investigación. Específicamente, se requirieron herramientas teóricas para el estudio de las técnicas que se “comparten” entre los participantes en la actividad y de los conocimientos matemáticos de la “actividad cotidiana”.

2.2. Nociones para distinguir aspectos sociales en el contexto de la actividad

Este apartado da cuenta de las herramientas teóricas provenientes de los estudios de la *Cognición en la práctica* de Jean Lave (1991) que fueron usadas para el desarrollo de la presente investigación. Dichos estudios permiten identificar aspectos del contexto y la realización de la actividad que influyen en la estructuración del conocimiento matemático de los menores trabajadores. Lave se plantea determinar qué es y por qué ocurre la "actividad matemática situacionalmente específica". Para ello, formula las siguientes preguntas:

> ¿Debe interpretarse la ausencia en la práctica matemática cotidiana de problemas enunciados en estilo escolar como ausencia de matemáticas escolares, como construcción de otras matemáticas, como un uso inadecuado e incompleto de la aritmética escolar? ¿Cómo modela la escolaridad la actividad aritmética en situaciones cotidianas? ¿Qué modelo es el mejor para describir las características de los procesos de solución de problemas *in situ*? ¿Qué constituye una formulación teórica adecuada y general de la actividad cognitiva específicamente situacional, de los entornos mundanos y de la actividad en ellos? (Lave, 1991, p.18).

En esta tesis se retoman específicamente *la relación entre conocimiento matemático y la actividad en la que tiene lugar*; y los *procesos de estructuración* de las soluciones que se dan a los problemas matemáticos mediante "recursos" que conforman la actividad concreta situada. Se recurre también a la noción de *participación periférica legítima* para estudiar la relación entre los menores trabajadores y los maestros-expertos con quienes realizan su actividad laboral.

2.2.1. La relación entre conocimiento matemático y actividad

Para Lave (1991) "el mundo cotidiano" toma un papel central para el desarrollo y el aprendizaje de los conocimientos. La experiencia cotidiana corresponde con lo que la gente hace en sus ciclos de vida diaria y es ahí donde se encuentran cultura e individuos. Identificar lo cotidiano no es fragmentar la vida doméstica y el trabajo, la actividad rutinaria y la productiva; menos aún de distinguir un momento del día, un rol social, un grupo de actividades, ocasiones sociales determinadas, o los entornos físicos donde se realizan las actividades:

> Un maestro de escuela y los alumnos de su clase están implicados en una «actividad cotidiana» en el mismo sentido que una persona compra la comida en el supermercado después del trabajo o un científico en el laboratorio. Son el carácter rutinario de las actividades y los entornos diseñados y organizados por ellas los que

> forman la categoría de hechos que constituyen el objeto de análisis en las teorías de la práctica. (Lave, 1991, p. 30).

Para definir estos “actos” como actividades cotidianas se apela a su carácter rutinario, a su entorno organizado para realizarse y a su presencia como parte del ciclo de vida diaria del menor trabajador. Desde este punto de vista, las *actividades laborales* de los menores trabajadores de la presente investigación son actividades cotidianas.

Para Lave, tanto “actividad” como “práctica” aluden a la cognición y los procesos cognitivos se llevan a cabo en una actividad social determinada, en palabras de Lave (1991):

> No se trata de que la distribución del conocimiento en el cerebro se corresponda de forma complicada con el mundo social externo a él, sino de que está organizada socialmente de forma que resulta indivisible. La «cognición» observada en la práctica cotidiana se distribuye –desplegándose, no dividiéndose– entre la mente, el cuerpo, la actividad y los entornos organizados culturalmente (que incluyen a otros actores). (p. 17).

Por tanto, si la actividad matemática se da en formas situacionalmente específicas, “las propiedades matemáticas formales de los problemas potenciales no bastarán para determinar cuáles aparecerán en la práctica. Hay otros factores en las situación que conforman los problemas: las actividades en progreso, la estructura del entorno y sus relaciones” (Lave, 1991, p. 117).

En la teoría de la práctica, se argumenta contra la afirmación de que las matemáticas adoptan una forma universal, llevada sin alteraciones ni cambios de un entorno a otro. Se afirma que las formas que adopta el conocimiento matemático en diferentes situaciones no admiten la idea de *transferencia* como continuidad de la actividad cognitiva entre los diferentes entornos y situaciones: “la transferencia del aprendizaje de un contexto a otro no puede llevarse como un paquete de conocimiento discreto, como conocimiento empaquetable y distribuible hacia otro contexto por personas aisladas” (Lave y Wenger, 1991; citado en De Agüero, 2006, p. 84).

Lave pone en tela de juicio que el conocimiento sea neutral y libre de contexto. Esta idea implica una forma de concebir las relaciones entre cognición y actividad cotidiana, en donde se asume el carácter activo y contextual de las matemáticas en la práctica: "igual que la racionalidad, la continuidad de la actividad entre contextos y ocasiones se sitúa parcialmente en las personas-en-acción y parcialmente en los contextos, pero sobre todo en las relaciones entre ambos" (Lave, 1991, p. 35). En consecuencia, hace planteamientos sobre cómo las actividades se unen y conforman mutuamente en diferentes entornos; y, por otro lado, cuáles son los procesos generadores de diferencias cualitativas entre actividades matemáticas.

Esta postura de la teoría de la práctica coincide con la afirmación del carácter relativo del conocimiento matemático en función de la situación[27] que lo moviliza, según la Teoría de las Situaciones Didácticas. Esto resulta fundamental para el presente estudio, pues permite articular las herramientas provenientes de la TSD, usadas en el diseño de las entrevistas, con los planteamientos de la Cognición en la Práctica, que permiten considerar los aspectos sociales de la actividad laboral en la cual tienen lugar estas situaciones.

2.2.2. Los recursos de estructuración

Jean Lave introduce el concepto de *recursos de estructuración* (Lave, 1991) para analizar cómo la realización de las actividades da forma y sentido a las relaciones cuantitativas. Advierte que de una actividad específica[28] puede emerger una segunda actividad y, que si hay dos actividades específicas, ambas se conforman mutuamente aunque no de la misma manera. Por ejemplo, en la realización de la compra diaria, la gente puede hacer cálculos; el hacer estos cálculos es un recurso de estructuración para el proceso de la compra; a su vez, la compra aporta recursos de estructuración que dan forma, significado y puntualizan el proceso de hacer cálculos. Así, la compra y el hacer cálculos se conforman mutuamente. Sin embargo, "generalmente una de las dos es la actividad en progreso, y la otra es conformada más que conformar a la primera" (Lave, 1991, p. 115). En este caso, la articulación de los recursos de estructuración no varía de

[27] Cabe tener en cuenta que el sentido de "situación" tiene matices propios en ambas perspectivas teóricas, como se señaló más arriba.
[28] Una actividad específica está subsumida en una actividad cotidiana.

forma imparcial, los recursos de la actividad de compra en el supermercado estructuran “más” a las matemáticas que viceversa.

Lave señala que “en la práctica, tales recursos no sólo se encuentran en la memoria de las personas, sino en la propia actividad, en relación con el entorno, tomando forma a partir de la intersección de múltiples realidades, producidos en conflicto y generando valores” (Lave, 1991, p. 114). Otras fuentes de recursos de estructuración son “los tradicionales sistemas cuantitativos comportan significados y valores *por sí mismos*” a la actividad, así, también “las relaciones sociales de la gente estructuran sus actividades” (Lave, 1991, p. 139).

Sobre la forma que toman los procedimientos de cálculo al ser estructurados por la actividad laboral, Lave (2011) presenta los siguientes resultados encontrados en las prácticas dentro de las sastrerías:

a) se prefiere el procedimiento que requiere menor esfuerzo; a saber, una solución memorizada, o recurrir a alguien más para ayudar en el cálculo, o bien, la menor precisión en los cálculos. Al respecto, Lave dice: “el cálculo preciso de la respuesta a un problema aritmético podía ser el último recurso, sólo llevado a cabo cuando todo lo demás fallaba” (Lave, 2011, p. 125)[29]
b) se sacrifica el cálculo preciso en favor de la interacción; es decir, “el hecho de que la mayoría de los problemas aritméticos surgen en el medio de la interacción social incrementa la posibilidad de que el cálculo aritmético sea menos prioritario, porque el cálculo requiere la suspensión temporal de la interacción o interrumpe la conversación” (Lave, 2011, p. 126)[30].
c) se presentan *estrategias sociales* como “cálculos alternativos”, como el uso de resultados memorizados o de tablas de soluciones típicas. “Las estrategias sociales para hacerse de información para realizar los cálculos aritméticos y para obtener soluciones a los problemas aritméticos parecen

[29] Traducción propia del inglés al español.
[30] Traducción propia del inglés al español.

menos disruptivas para la interacción que se está llevando a cabo que el cálculo preciso” (*ibidem*)[31].

Todo lo anterior llevó a considerar en esta tesis tanto a los recursos de estructuración que aporta la actividad, como a la manera en la que las relaciones sociales del menor trabajador con otros “participantes” de la actividad (el acopiador, el cliente, etc.) estructuran la actividad misma.

2.2.3. La Participación Periférica Legítima

De acuerdo con los estudios de la Cognición en la Práctica, más allá de las características de las situaciones, las relaciones sociales determinan los conocimientos matemáticos. Interesa entonces identificar las interacciones, restricciones, preocupaciones, negociaciones, reacciones entre los participantes de la actividad, las cuales permitirán abrir la mirada hacia la actividad concreta situada.

A partir de lo anterior, se entiende que el aprendizaje tiene como característica primaria ser un proceso de *participación periférica legítima*, en el que se establece una relación dinámica entre aprendices y veteranos; actividades, identidades y artefactos en que se configura el significado del aprendizaje (Lave y Wenger, 1991). No se trata sólo de la recepción de un cuerpo de conocimiento fáctico sobre el mundo, sino de que el sujeto, la actividad, y el mundo se constituyen mutuamente unos a otros. En dicho proceso los aprendices participan en “comunidades de práctica”, las cuales determinan y, en algunas ocasiones, restringen el conocimiento de los aprendices.

Conforme a esta postura, el aprendizaje no está meramente situado en la práctica concreta, sino que es parte integral de la práctica social del mundo en que se vive. Así, la “legitimidad” de la participación es una característica que define las formas de pertenecer a una comunidad. Del mismo modo, la “periferialidad” alude a la existencia de modos múltiples y variados, e inclusivos, de estar ubicado en los campos de participación definidos por una comunidad; es decir, a estar ubicado en un mundo social específico.

[31] *ibidem*

Si bien en un principio no estaba considerado, en esta tesis resultó indispensable analizar cómo los menores trabajadores se relacionan con los otros participantes en la actividad, en especial con los “maestros-expertos”. La noción de *participación periférica legítima* resultó una herramienta fundamental para realizar este análisis.

2.3. La Teoría Antropológica de lo Didáctico

En este estudio se recurre a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard (1999) para estudiar tanto las *tareas* matemáticas como las *técnicas* subyacentes en la actividad laboral de los menores trabajadores. Desde esta perspectiva teórica, las actividades humanas se analizan mediante cuatro componentes:

> Las prácticas, o “praxeologías”, como son llamadas en la aproximación de Chevallard, son descritas mediante cuatro componentes: un tipo de tareas el cual el objeto [matemático] está inmerso; las técnicas usadas para resolver este tipo de tareas; la “tecnología”, es decir, el discurso que es usado tanto para explicar como para justificar las técnicas; y la “teoría” la cual provee una base estructural para el discurso tecnológico mismo y puede ser vista como la tecnología de la tecnología. (Artigue, 2002, p. 248).

Dicho lo anterior, en la actividad laboral de los menores trabajadores se hallan los componentes de una praxeología, a saber: tareas, técnicas, tecnologías y teorías, que en este estudio permitirán caracterizar los conocimientos matemáticos que se movilizan en la actividad propia del menor trabajador. Específicamente el presente estudio se concentra en las tareas o problemas de proporcionalidad de la actividad laboral; y en sus técnicas o procedimientos de solución. A esta pareja tareas-técnicas, Chevallard la llama *bloque práctico-técnico* o *el saber-hacer*.

Respecto a las tareas, Chevallard (1999), señala:

> En la mayor parte de los casos, una *tarea* (y el *tipo* de tareas correspondientes) se expresan mediante un verbo: *barrer* la habitación, *desarrollar* la expresión literal dada, *dividir* un entero por otro, *saludar* a un vecino, *leer* un manual, *subir* una escalera, *integrar* la función $x \rightarrow x1nx$ entre x=1 y x=2, etc. (p. 224).[32]

[32] Traducción propia del francés al español.

De acuerdo con lo anterior, la tarea explicita el “saber” de lo que se va a hacer, más no, el cómo se ejecuta la tarea. Ahora bien, para diferenciar entre tareas específicas, tipos de tareas y géneros de tareas, Chevallard hace las siguientes aclaraciones:

> Para comenzar, la noción de tarea empleada aquí es evidentemente más amplia que la del francés común: rascarse la mejilla, ir de un sofá hasta la vitrina, incluso sonreírle a alguien, *son por tanto tareas*. […] Entonces, la noción de tarea, o más bien de *tipo* de tareas, supone un objetivo relativamente preciso*. Subir una escalera* es un tipo de tareas, pero *subir*, a secas, no lo es. Asimismo, *calcular el valor de una función en un punto* es un tipo de tareas; pero *calcular*, a secas, es lo que se llamará un *género* de tareas, alude a un determinativo. (Chevallard, 1999, p. 224).[33]

Entonces, el “género de tareas” es la acción que se lleva a cabo en un momento determinado, la cual especifica pero no condiciona la acción. En contraste, el tipo de tareas sí especifica y condiciona la acción a ejecutar.

El presente estudio se centra entonces tanto en los tipos de tareas como en las técnicas que los menores trabajadores usan para resolver las situaciones de proporcionalidad que enfrentan en su actividad laboral.

Después de explicar la diferencia entre la tarea y el tipo de tareas es preciso abordar la importancia que adquieren las técnicas asociadas a las tareas y los tipos de tareas. En cuanto a la noción de técnica se retoma lo señalado por Chevallard:

> Sea entonces T un tipo de tarea *dado*. Una *praxeología* relativa a T precisa (en principio) *una manera de completar, de realizar* tareas $t \in T$: a tal *manera de hacer*, τ, se le da aquí el nombre de *técnica* (del griego *tekhnê*, saber-hacer). Una praxeología relativa al tipo de tareas T contiene entonces, en principio, una técnica τ relativa a T. Contiene, por tanto, un “bloque” denotado [T/τ], que se llama bloque *práctico-técnico*, y que se identificará genéricamente con lo que comúnmente se llama *un saber-hacer*: un cierto tipo de tareas T, y una cierta manera,τ, de realizar las tareas de este tipo. […](Chevallard, 1999, p. 225).[34]

La técnica τ es una manera de cómo realizan tareas específicas t pertenecientes al tipo de tareas T. De acuerdo con estas nociones, para caracterizar los conocimientos matemáticos de los menores trabajadores se reconocen las tareas específicas, los tipos de tareas a los que pertenecen éstas y

[33] Traducción propia del francés al español.
[34] Traducción propia del francés al español.

la manera en la que los menores trabajadores ponen en actividad sus conocimientos matemáticos para resolver las tareas específicas, es decir las técnicas utilizadas.

Sin embargo, las técnicas no son "absolutas", es decir, en general no hay técnicas que permitan resolver todas las tareas de cierto tipo. Como Chevallard, señala:

> Para comenzar, una técnica τ – una "manera de hacer" – no tiene éxito más que sobre una *parte* $P(\tau)$ de las tareas del tipo T al cual corresponde, parte que se llama *portadora* de la técnica: ella [la técnica] tiende a fallar sobre $T \setminus P(\tau)$, de manera que se puede decir que "no se sabe, *en general*, realizar las tareas del tipo T". […] Desde este punto de vista, una técnica puede ser *superior* a otra, si no sobre todo T, al menos sobre una cierta parte de T. (Chevallard, 1999, p. 225).[35]

En este sentido, desde la actividad laboral de los menores trabajadores, las técnicas tienden a resolver el mayor número de tareas específicas. Sin embargo, las técnicas no son absolutas porque éstas se adecúan a las tareas específicas propias a un tipo de tareas. La diversidad de técnicas es lo que caracteriza, en buena medida, a la actividad.

En el siguiente capítulo mostramos cómo las nociones y herramientas teóricas presentadas permitieron elaborar un diseño metodológico que condujo a la respuesta de las preguntas de investigación planteadas.

[35] Traducción propia del francés al español.

CAPÍTULO 3

Observaciones de la actividad laboral y diseño de tareas de proporcionalidad en entrevistas. Dos momentos en el marco metodológico

No hay recetas para evitar la zozobra que produce estar a las afueras de lo que uno quiere mirar; en espera de acceder. Poco después, cuando al fin se está dentro, en medio de aquel entorno sobrevienen los dilemas; entonces se vuelve urgente prepararse para mirar lo cotidiano y, más aún, para reconocer que en lo cotidiano puede estar lo impredecible.[36]

En este capítulo se presenta el diseño metodológico del estudio. El trabajo de campo se organizó en dos “momentos”: la observación de la actividad laboral y las entrevistas con los menores trabajadores. En el primer momento, las herramientas teóricas de la TSD y de la TAD permitieron identificar algunas *situaciones matemáticas* que enfrentaban los menores en sus lugares de trabajo, específicamente aquellas que involucraban relaciones de proporcionalidad. Las herramientas etnográficas fueron usadas para interactuar con los participantes de la actividad laboral y evaluar continuamente el levantamiento de datos. En el segundo momento se diseñaron y realizaron entrevistas sobre la solución de tareas que involucran relaciones de proporcionalidad. Estas entrevistas buscaron llevar al “límite” las técnicas empleadas por los menores en su actividad, mediante la modificación de las características de las situaciones matemáticas identificadas durante la observación de la actividad laboral, como tipos de números y relaciones entre datos e incógnitas. Para el diseño de las entrevistas se recurrió, nuevamente, a las herramientas teóricas de la TSD y de la TAD.

Cabe señalar que en este estudio se considera que las *tareas matemáticas específicas* (como el cálculo de la cantidad de cemento que se necesita para construir una barda de ciertas medidas dadas) tienen lugar en *situaciones matemáticas* (como la elaboración del presupuesto por la construcción de la barda), y, a su vez, éstas tienen lugar en *actividades laborales* (actividad de la albañilería, en este caso). Las *situaciones mundanas* (como la construcción de la barda) son actividades específicas subsumida dentro de la actividad laboral.

[36] Esta idea surge del contexto en el que se desarrolló este estudio.

En este estudio, el diseño metodológico busca identificar situaciones de su actividad laboral en las que los menores trabajadores enfrenten *tareas de proporcionalidad* para dar respuesta a la pregunta "¿qué conocimientos matemáticos ponen en juego los menores trabajadores para resolver las situaciones de proporcionalidad que les demanda su actividad laboral?". En el proceso de búsqueda de estas situaciones y tareas, surgieron otras preguntas sobre la actividad matemática involucrada en la actividad laboral, a saber: ¿en qué actividades laborales hay situaciones de proporcionalidad?, ¿cuáles son las variables "didácticas" que están implicadas en estas situaciones?, y ¿con qué técnicas son resueltas dichas situaciones? La búsqueda de respuestas a estas preguntas dieron forma al diseño metodológico del estudio.

El diseño metodológico pone la actividad laboral en el centro de atención, y lo hace desde una aproximación etnográfica[37]. No sólo interesa verificar lo que señalan los resultados de las investigaciones previas sobre el razonamiento proporcional, sino interesa preguntarse en qué *situaciones mundanas* (Lave, 1991) específicas aparece, cómo se caracterizan estas situaciones y de qué maneras específicas funciona la proporcionalidad en ellas.

Esta manera de indagar descarta del diseño metodológico la inclusión de herramientas que preestablezcan categorías de observación de los fenómenos, como aquellas en las que las estrategias de razonamiento proporcional se deben ordenar por rangos, partiendo de un modelo o de un método pre-establecido; o bien, aquellas en las que se debe poner a prueba una metodología pre-establecida en razón de los datos que se van a levantar. Si bien la identificación de operaciones formales (como los algoritmos) para la realización de las tareas de la actividad laboral, así como la aplicación de las técnicas usuales de resolución de los problemas de proporcionalidad, como el factor externo constante , las razones internas, o la regla de tres, por ejemplo, permiten rastrear en buena medida las tareas de proporcionalidad, tampoco se busca reducir el estudio de las situaciones

[37] Este estudio se apoya en Rockwell (2008) quien señala que "un estudio etnográfico tiene, por lo menos, ciertas características. Requiere una estancia relativamente prolongada en una localidad relativamente pequeña, de tal forma que el investigador, o el equipo de investigadores, pueda construir relaciones de confianza con algunos de los habitantes, tener acceso a acontecimientos públicos y documentar su experiencia por vía escrita o gráfica" (p. 90).

de proporcionalidad de las actividades laborales a la identificación de las técnicas "canónicas". Por el contrario, interesa reconocer la complejidad de la proporcionalidad fuera de la escuela, qué tareas involucra, cómo se resuelven estas tareas, en qué condiciones, en qué situaciones, con qué complejidad.

En las observaciones se identifican situaciones de las actividades laborales (o situaciones mundanas, como las llama Lave), sus contextos y las situaciones matemáticas presentes en ellas. Posteriormente se analiza si hay o no hay relaciones de proporcionalidad. De esta manera el conocimiento matemático de la proporcionalidad no queda por "encima" de las situaciones laborales, sino queda determinado por ellas. Al identificar algunas situaciones laborales que involucran relaciones de proporcionalidad se encuentran otras relaciones, como las aditivas. Junto a estas otras relaciones matemáticas también se identifican relaciones y restricciones no-matemáticas, que dan forma a las situaciones matemáticas. Por ejemplo, durante la observación, las interacciones que se dan entre los participantes de la actividad laboral obligan a reconocer a *los otros:* adultos o menores, compañeros de trabajo, clientes o patrones, quienes junto con los menores trabajadores viven "el día a día" de la actividad. Las interacciones con los distintos actores de la actividad laboral dan lugar a relaciones sociales y distribuciones de tareas al interior de la actividad, que influyen significativamente en las técnicas matemáticas con las cuales se realiza una tarea. Se busca observar con "sensibilidad" lo complejo de la proporcionalidad en las actividades laborales de los menores trabajadores, tratando de identificar las muy diversas maneras de solución de tareas específicas observadas, así como las relaciones y restricciones que las determinan.

La observación en los distintos espacios laborales está acompañada de una reflexión permanente sobre la posición del observador. Para esta reflexión se regresa continuamente a las preguntas de investigación: ¿qué tareas matemáticas enfrentan los menores en su actividad laboral?, ¿en qué situaciones laborales están presentes tareas de proporcionalidad?, ¿las situaciones matemáticas a las que se enfrentan son "ricas" o no, en cuanto a las variables que están implicadas?, ¿cuáles son las técnicas que usan para resolver dichas tareas?, ¿qué momentos de la actividad parecen incidir en los modos de solución que ponen en marcha para enfrentar las tareas? Luego, se ajustan las herramientas de observación, las categorías de análisis y las preguntas mismas.

Las observaciones de las actividades laborales fueron seguidas de un análisis general de lo observado. Este primer análisis consistió en identificar características generales de las tareas que resuelven los menores (tipo de tarea, conjuntos de cantidades y relaciones entre estos, por ejmplo) y de las técnicas de solución, buscando las posibles relaciones de proporcionalidad involucradas. La intención en dicho análisis es identificar claramente algunos casos en los que las tareas (específicamente las de proporcionalidad) y las técnicas juegan un papel importante en la actividad laboral. Este primer análisis permitió también iniciar la preparación del segundo momento del diseño metodológico.

Como se describe en los siguientes apartados, las entrevistas diseñadas, al tener sustento en lo ocurrido en la actividad laboral situada, evocan en buena medida las condiciones, relaciones y restricciones de las actividades laborales de los menores y no, por ejemplo, de situaciones escolares donde la proporcionalidad es puesta en juego.

3.1. El escenario

Para describir a profundidad la metodología, es necesario hablar del escenario donde se realizó la investigación. En primer lugar, se llevaron a cabo recorridos en lugares de la Zona Metropolitana del Valle de México, donde se sabía de la presencia de actividades de menores trabajadores. Estos recorridos dieron paso a un momento al que se nombró “entrando en contacto con los menores trabajadores”, en el que se buscaba identificar qué actividad laboral desempeñaban y las situaciones específicas en las que los menores participaban.

Se caminó por grandes mercados, como la Central de Abasto y repetidas veces por el mercado de La Viga, en la delegación Iztapalapa. En la delegación Iztacalco, se visitó el mercado de la colonia Romero Rubio. Se hicieron observaciones en las colonias Pensil y Polanco, de la delegación Miguel Hidalgo;

luego, en la terminal de transporte colectivo de la estación del metro Pantitlán, en la delegación Venustiano Carranza.

Se continuó por la gran ruta del Circuito Mexiquense en Ciudad Netzahualcóyotl, donde se tuvo acceso sólo a uno de los basureros del depósito de residuos sólidos (basura) Bordo de Poniente, localizado en las inmediaciones del Estado de México. En Chimalhuacán, Estado de México, se llevaron a cabo recorridos en el tianguis de la colonia Ciudad Alegre y entre las calles de la colonia Acuitlapilco.

A lo largo de estos primeros acercamientos se descubrió un amplio y recrudecido mundo de trabajo infantil aun cuando no hubo posibilidad de acceder a todos los entornos laborales identificados en los recorridos ni a muchos más que con toda seguridad hay en la Zona Metroplolitana. Definir el escenario de los menores trabajadores, llevó a reflexionar de qué manera la urbanización y la marginación social son factores que generan múltiples formas de trabajo para niños y adolescentes.

El Consejo Nacional de Población clasifica como zonas con un grado de marginación "muy baja" a las delegaciones Iztapalapa, Venustiano Carranza, Iztacalco y Miguel Hidalgo; mientras que en las localidades del Estado de México como Nezahualcóyotl y Chimalhuacán, el grado de marginación se considera "alto" (CONAPO, 2012).[38]

En este estudio, se considera que "la marginación es un fenómeno que afecta a las localidades y no necesariamente a las personas que viven en ellas" (Cortés, 2006, p.75). Así, independientemente del índice de marginación que ostentan las entidades, las posibilidades de ganar dinero para los menores trabajadores desarrollando algún tipo de actividad laboral es lo que caracteriza a los lugares donde se desarrolla esta investigación, sin importar que se trata de Polanco (con muy bajo índice de marginación) o de Iztapalapa (con índice alto).

[38] Fuente: Estimaciones del CONAPO con base en INEGI, *Censo de Población y Vivienda 2010*. Documento electrónico: http://www.conapo.gob.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=487&Itemid=1943 [Consultado el 27 de julio de 2012].

Por ejemplo, hablar de Chimalhuacán es hacer referencia a un escenario urbano marginal, en el que habitan amplios sectores de la población, los cuales han sido segregados en áreas no incorporadas al sistema de servicios urbanos, por lo regular en viviendas improvisadas y sobre terrenos ocupados ilegalmente. Estas condiciones dan lugar a diferentes formas de trabajo en las que se puede insertar un menor trabajador, como "la venta de agua potable". Este es el tipo de escenario en el que está situada la presente investigación.

3.2. La población del estudio

Algunas veces, se puede ver en un crucero de automóviles al niño que trabaja como "payasito" o al que cuenta los pesos recibidos después de limpiar un parabrisas; es posible observar también a algún niño contando el dinero que le acaban de pagar por la venta de un chicle o dos, o los que le pidan, y luego verlo dar el cambio exacto. Son niños que vagan por las calles, con sus cuerpos casi siempre "flacos", buscando la oportunidad de "ganarse la vida", buscando trabajar.

En esas actividades hay situaciones matemáticas en las cuales se hacen explícitas tareas que involucran cálculos aritméticos. Entonces uno (con ojos de observadora-investigadora) se compra cualquier "chuchería", con tal que el niño vendedor responda a cuestiones como: ¿cuánto es por esto —refiriendo a la mercancía?, y si te compro dos, cinco u ocho, ¿cuánto es? ¿Tienes cambio? Aquellos menores, quienes hasta el momento prescinden de lápiz y papel, dan cuenta de cómo enfrentan ciertas tareas específicas en su actividad laboral, así como la forma en que utilizan su conocimiento matemático.

Los participantes de esta investigación son menores de edad que efectúan una actividad laboral para recibir alguna remuneración económica, casi todos ellos de entre 10 y 12 años y, algunos adolescentes entre 14 y 16 años de edad. Todos ellos son menores trabajadores.

En esta investigación, se comenzó a caracterizar a los menores trabajadores a partir de reconocer en qué lugares se contactó con ellos; aun cuando todos los casos de la población del estudio se dan *en* las calles, en ningún momento se tuvieron acercamientos directos con niños *de* la calle, en el sentido en que Delval *et al* (2006) los identifica:

> Los menores trabajadores de la calle han roto temporal o permanentemente el vínculo con la familia, duermen en la vía pública, sobreviven realizando actividades marginales en la economía informal callejera, es poco probable que asistan a alguna institución escolar; son los más vulnerables a las actividades delictivas y antisociales de los adultos. Los menores *en* la calle o en situación de calle mantienen el vínculo familiar, suelen estudiar aunque en situación irregular y de rezago, salen de su casa a realizar actividades marginales de la economía callejera para ayudar a su familia y para su propio sustento; algunos de sus principales riesgos son las agresiones del medio y la alta posibilidad de claudicar en sus estudios. (Delval, *et al*, 2006, p. 1360).

En adelante, los participantes en el estudio quedan referidos simplemente como menores trabajadores *en* la calle.

Después de entrar en contacto con la población de niños trabajadores, surgieron preguntas sobre en qué otros entornos reconocer a esta población y qué otros aspectos habría que saber sobre ella. Con base en la investigación de Galeana (1997) sobre el trabajo infantil y adolescente, se identificaron otras actividades laborales efectuadas en contextos diferentes a los buscados, así como aspectos a considerar sobre las siguientes observaciones. Los resultados de Galeana fueron utilizados para sistematizar progresivamente las observaciones, identificando rasgos del entorno de los menores, de sus relaciones familiares y de su escolaridad. Estos rasgos, junto con las características de las situaciones matemáticas se identificaron durante la primera parte de la observación de la actividad laboral: los *primeros acercamientos* con los menores en sus lugares de trabajo. Para ello, se diseñó una *guía de observación*[39] que sistematiza las características observadas de manera mucho más estructurada y detallada que cuando se entró en contacto con ellos.

En estos primeros acercamientos se contactó a menores que efectuaban actividades laborales en la calle; otros que vendían algún producto en tianguis, mercados, o en puestos pequeños; incluso, algunos otros que desempeñaban un oficio o prestaban algún servicio. Por ejemplo, se acudió al mercado de La Viga, donde se puede encontrar prácticamente todos los productos derivados de la

[39] Las características de este instrumento se abordan en el apartado *La observación de la actividad laboral* de este capítulo.

pesca. Ahí, en la madrugada, cerca de las 4:00 a.m., es posible escuchar el barullo del gentío mezclado con el ruido de los vehículos de carga; el rechinar de las carretillas llamadas “diablitos” y el compás de los pasos de las botas de hule de los mercantes al caminar. Por el vaho de la gente se puede apreciar lo bajo de la temperatura del lugar. En este mercado se contactó a algunos de los tantos menores trabajadores que se desenvuelven en ese entorno laboral: Omar quien aunque tiene 14 años de edad, lleva más de seis años limpiando pescado por destajo; Britany quien es madre adolescente y vendedora de mojarra, tiene 15 años de edad; Jaime que a sus 11 años de edad, es “carretillero o cargador”; y José Luis, que a sus 10 años de edad trabaja junto a su padre como barrendero. Todos ellos asisten a la escuela, aun cuando sus jornadas laborales son, al menos, de ocho horas diarias. Algunos de estos menores trabajadores reciben por su jornada una paga fija y estable; para otros la ganancia depende del número de clientes o de “las ganas que le echen” —como ellos dicen—. El dinero que ganan, a partir de cualesquiera de sus actividades laborales, oscila entre los ochenta y ciento cincuenta pesos diarios.

En general, los menores contactados en estos acercamientos realizaban las más diversas actividades, en muy variados sitios. Para completar la descripción de la población es necesario explicar, al menos brevemente, sus actividades, sus espacios laborales y algunas otras de sus características, como su escolaridad. Es importante señalar que la mayoría de los menores contactados asistían o habían asistido en algún momento a la escuela. A continuación, se describen estos casos.

- Gonzalo es un niño de 11 años, vendedor de aguas frescas en el mercado Romero Rubio, en el oriente de la Ciudad de México. Apenas se asoma entre grandes ollas de barro. Él hereda el oficio en el negocio llamado “Las Ollas”, el cual funda su abuela hace más de 20 años, es un menor trabajador familiar no remunerado[40]. Gonzalo sirve aguas de diversos tamaños; según lo que pidan los clientes, determina cuánto tiene que cobrar y da el cambio. Mientras doña

[40] Se hace referencia a que el menor comparte la actividad laboral con algún familiar, trabajo por el cual no recibe salario.

Ofelia, su madre, es quien parece no “darse abasto” al preparar agua de gran variedad de sabores con la prisa que demanda la actividad.

- David, de 13 años de edad, oferta su mercancía en la terminal de los camiones llamados *chimecos*, de la ruta 92, afuera de la estación del metro Pantitlán. “El Flaco” —como lo conocen sus clientes: choferes, cobradores, checadores[41] y usuarios del transporte público —, es tendero de un puesto pequeño donde vende chicles, muéganos, cacahuates y cigarros, entre otros productos. Ha aprendido los distintos precios y atiende a los clientes muy apresuradamente, pues en ese lugar los clientes siempre tienen prisa.
- Uriel, de 12 años de edad, aún ataviado con el uniforme de secundaria y con su mochila colgada de un solo hombro, sube al chimeco de la ruta 92 que recorre la avenida Bordo de Xochiaca, para efectuar la tarea de cobrador.

  — ¡Pasajes a la mano, por favor!— grita mientras coge unas cuantas monedas que hace sonar con sus dedos como señal de cobranza. — ¿A dónde va?—pregunta a los pasajeros que pagan con un billete, o a quienes dan menos de la tarifa máxima de nueve pesos con cincuenta centavos.

  —Voy a la avenida de los Patos— contesta uno de ellos.

  —Le falta uno cincuenta— dice Uriel, después de contar los pesos.

  El usuario alega que ése no es el precio del pasaje. Entonces, Uriel de inmediato le señala la tabla de tarifas pegada en la ventana y sigue cobrando. Cuando termina, cuenta lo recolectado y le dice al chofer, su tío, la cantidad total de dinero. Conforme suben otros pasajeros al chimeco, Uriel continúa cobrando.
- Ángel, de 11 años de edad, quien era mesero en una taquería, y ahora, con franela al hombro, es “viene, viene” o “franelero” en Chimalhuacán, Estado de México. Ángel dice que su trabajo es “cuidar los carros para que no les pase nada”. Administra el espacio público para estacionarse y porta la franela para distinguirse, la agita como señal de que hay un lugar disponible y sólo a veces la usa al limpiar los coches que vigila. Por su trabajo recibe una propina, no

[41] Las personas que trabajan como *checadores* de transporte público son quienes supervisan el tiempo de recorrido de las unidades de transporte. Controlan que los traslados sean (relativamente) rápidos.

hay tarifa “sólo lo que me dejan pa’ el *chesco”*— dice al preguntarle cuánto cobra—. A las pocas semanas de ser contactado, Ángel abandonó esta actividad para comenzar a trabajar como “cerillo” en una farmacia de cadena comercial, donde empaqueta lo que la gente compra y a cambio recibe unos pesos.

- A sus 9 años de edad, Moisés sale a las calles de Chimalhuacán buscando algún trabajo o “chambita”. A veces, realiza encargos de sus vecinos o acompaña a un maestro albañil a quien le pasa la herramienta, los ladrillos o lo que él necesite; en otras ocasiones espera a que la pipa de agua pase por la calle en la que vive para ofrecerse como *chalán*.
- En un tianguis de Chimalhuacán, Adolfo, Cristian y Celestino, de 13, 11 y 9 años de edad respectivamente, trabajan como vendedores de verduras.

— Desde chamacos se van enseñando a trabajar — dice el tío de los niños, quien lleva más de veintiocho años como “tianguista”.

Un domingo, cerca de las 4:30 a.m., llegan a montar el puesto.

— Hay que echarle ganas a acomodar porque ya más tarde no da tiempo — dice Celestino.

Cortan la verdura en trozos pequeños; hacen manojos de rábanos, flor de calabaza, cilantro, epazote, vainas; limpian las piezas de lechuga y col; le quitan las espinas o pelan los nopales que después van envolviendo en periódico — porque con el frío se hacen feos — dice Adolfo.

Al empezar la vendimia, Adolfo, Cristian y Celestino ofrecen y despachan la mercancía:

— ¿Cuánto el medio (kilo) de huitlacoche?, ¿de a cómo (cuánto cuesta) la bolsita de verdura?— preguntan los clientes.

— Ahí escoja la que quiera, quince pesos el cuarto (de kilo), veinticinco pesos el medio (kilo) — responden los niños vendedores.

La variedad de productos se venden usando distintas medidas: por su peso en kilogramos, por pieza o por bolsa; aún así, Adolfo comenta lo siguiente.

—Es bien fácil porque los precios son los más sencillos. Haga de cuenta diez pesos, cinco, ya nada más se van sumando. Son siete, doce, trece (los precios de los productos), así y nada más se suman los diez (todos los dieces), y al último se dejan los pesos (las unidades), por eso hacemos la cuenta rápido…

Celestino explica:

— El huitlacoche se vende pesado (se pesa en la báscula); por ejemplo un cuarto (de kilo) son doscientos cincuenta gramos en la báscula. Lo echamos en la bolsa y lo pesamos y *a lo mero* (cuando en la báscula da el peso requerido) que den doscientos cincuenta gramos, ahí está.

Entonces, con cierto optimismo, Adolfo comenta:

— Orita (ahora) acabamos y nos vamos— mientras tanto, Celestino en el mismo tono y haciendo referencia a la mercancía agrega:

— ¡Acabamos siempre *la merca*!

- A sus 10 años de edad, Cristian es *cohetero*[42]. Nació en una zona de polvorines de Chimalhuacán. Desde pequeño vagaba por los talleres, las *coheterías* — cuando apenas tenía cinco años, "el Cristiancito" comenzó en el oficio —dice el dueño del taller. Al principio era el chalán de otros empleados, pero ahora una de sus tareas consiste producir diariamente 4 millares de unos cohetes llamados *palomas*. En esta tarea Cristian va "tejiendo" con sus dedos el periódico hasta darle forma a cada paloma.

— De estas chiquitas las pagan a 60 (pesos) el millar, pero si las vendes ya sale más— comenta Cristian mientras sigue con la producción.

Otras veces, también trabaja en la manufactura de otro tipo de cohete: los *ratoncitos*, y sobre todo a su empaque. Cristian explica:

— Los ratones no se cuentan, ¡se pesan!, ¿imagínate si los cuentas? Por eso las bolsitas pueden salir de 93, 95 (cohetes), pero no se deben pasar de los 100 (ratones).

Además, en los meses de septiembre y diciembre, Cristian se ve involucrado en la venta de cohetes por mayoreo. Él sabe que, a la hora de la venta a un cliente, debe meter a la bolsa los cohetes más caros y al último los más baratos, esto como una manera de ir sacando la cuenta al momento de acomodar la mercancía.

[42] En México, los *cohetes* son fuegos artificiales. Se fabrican en talleres o *coheterías* que muy comúnmente están ilegalmente establecidas. A los fabricantes de cohetes se les llama *coheteros*.

También sabe que si el cliente regatea en el precio, él puede bajar el costo sólo cuando le compran más de dos tipos de cohete. Cristian explica:

> —El que cuesta 45 pesos se deja a 40 (pesos) y ya cuando el cliente te pide de otro (tipo de cohete) en lugar de darle el precio de 30 pesos se le dice que cuesta 35 (pesos)…

Cristián dejó la escuela desde hace un par de años. Pero, a pesar de que a veces trabaja desde las 7:00 de la mañana hasta casi las 6:00 de la tarde, quiere continuar en el oficio, ser un artesano pirotécnico. Le gustaría "aprender a hacer *toritos* y *castillos*".

- Ricardo, de 12 años de edad, trabaja como chalán de albañil o como ayudante en la venta de agua potable en la pipa. Originario de Poza Rica, Veracruz, emigró hace más de cinco años a una zona marginada del Estado de México, donde continuó sus estudios. Actualmente, se dedica a la albañilería, es el chalán de un maestro de obras.

> — Me vine para acá a México y empecé a trabajar de albañil. Bueno, antes de trabajar de albañil trabajé en los cementos. Yo me iba a trabajar allá a los *palafox*, como le dicen aquí a los que bajan la arena con pala de los camiones de materiales; por eso ya sé usar la pala. Donde trabajé más, fue de albañil… ¡Es bien matado (arduo)!— menciona con cierta aflicción—; ahí es de revolver la mezcla y calcularle…

Cuando no hay alguna construcción en la que lo contraten, Ricardo trabaja como ayudante de algún camión-pipa de agua para vender o repartir agua en la colonia donde vive. Estas pipas se cargan en los pozos de agua potable de la zona, que pueden ser de pozos particulares, clandestinos o del Organismo Descentralizado de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento (ODAPAS). Ahí, espera que algún chofer u otro chalán de pipa lo llame para ir a vender el agua:

> — Haz de cuenta, el sábado es el día que conviene ir por la pipa porque es cuando casi todos necesitan agua y entonces la compran… Ahí es de a 7 pesos "el tambor" (el tambo), haz de cuenta, "pus" (pues) un tinaco si es grande, muy grandote, son diez "tambores" o seis por uno mediano. Y pues ahí está, calculo y ya. Así, cobras.

- Jazmín, una menor de 12 años de edad, a penas asoma el sol, comienza a *pepenar* en el tiradero de basura ubicado en La Villada, Estado de México[43]. Ahí ha aprendido a *pepenar* como una manera de asegurar techo y comida. Luce las mejillas agrietadas y los dedos despellejados por el trabajo que dura horas, desde la mañana hasta el obscurecer. Su madre la sacó de la escuela, cuando apenas había cursado el primer grado de primaria. Desde entonces, Jazmín se ha dedicado por completo a la recolección de desechos de basura que comercializa para reciclar o reutilizar. El trabajo de Jazmín ahora representa una ayuda imprescindible para el sustento de sus abuelos.

Jazmín dice no saber de precios, que su abuelo es quien “hace las cuentas”, ella sólo junta las botellas.

— Y si juntaras dos kilos, ¿cuánto te pagarían?

Jazmín mueve la cabeza y con una risilla dice:

— No sé.

— Oye, y suponiendo que juntas tres kilos y pagan dos pesos el kilo ¿cuánto le pagarían a tu abuelo?

Después de unos minutos, Jazmín levanta los hombros y dice:

— ¡No, tampoco sé!

- Jair, de apenas 8 años de edad, acude regularmente al centro comunitario “El Sagrado Corazón de Jesús” ubicado en el Barrio Artesanos en Chimalhuacán, Estado de México. A este centro, que es atendido por religiosas llamadas “hermanas”, acuden familias de pepenadores que trabajan en el depósito de basura del Bordo Poniente. Una tarde de diciembre, el centro comunitario dona algunos víveres a la gente que asiste al centro. Jair llega con la credencial de su mamá en la palma de su mano y le pregunta a la hermana Sabina si puede entregarle a él “la despensa”. Es entonces que se contacta a Jair, quien trabaja al lado de don Santiago. Pepenan *chácharas* que venden en un tianguis aledaño al tiradero.

[43] Este depósito de basura es uno de los tantos que había en el relleno sanitario Bordo Poniente, el cual fue clausurado definitivamente en diciembre del 2011 por el gobierno de la Ciudad de México.

- Irma, adolescente de 14 años, también trabaja pepenando en el depósito de basura del Bordo Poniente. Hasta hace un año, Irma combinaba la escuela con su trabajo.

—De la escuela me iba pa' el tiradero (depósito de basura) —dice Irma.

Sin embargo, hace más de un año que desertó de la secundaria y se dedica de tiempo completo a un trabajo temporal otorgado por el ayuntamiento. Irma aún está en espera que reabran el tiradero, tal como lo ha prometido su líder.

> —Había muchos niños trabajando ahí en el tiradero de basura; recogían su material y se iban, lo vendían. Le digo que como sucedió esto de que lo clausuraron (el tiradero), desaparecieron. Porque pus aquí yo veía muchos niños, pero como no tenían organización ni nada de eso… se fueron, desaparecieron…[44]
>
> —Acá recolectábamos el PET, todo lo de plástico, el fierro, estee… también algunas botellas de vidrio de refresco, la libreta también, el cartón, el soplado que son las botellas de *Suavitel*, el cobre, la lata (envases de aluminio), los discos, el hule, el cable, y hasta "chacharitas": celulares, planchas, radios y así. Por ejemplo, el PET está a tres, cuatro pesos, el soplado está a uno cincuenta (pesos)… cuando nosotros vendíamos lo pesaban en una báscula y pues ya nos decían "es tanto", pero yo antes preguntaba (al acopiador) "¿A cómo me lo va a pagar?"... A veces, donde yo vendía, el señor tenía una calculadora y primero hacía la suma, yo multiplicaba con la calculadora la cantidad qué era.

En el depósito de basura, Irma acostumbra llenar unas "mantas" (costales de gran tamaño) con diferentes tipos de material reciclable. Ella dice saber cuánto le deben pagar por cada manta y que, cuando en el depósito no le dan lo que espera recibir, decide vender su material a otro acopiador.

Tiempo después de los primeros acercamientos, Irma regresa a la escuela. Muy contenta dice:

[44] En el verano del 2011, se tuvieron acercamientos con menores que trabajan como pepenadores en el relleno sanitario Bordo Poniente. Este tiradero de basura fue clausurado ese mismo año por el gobierno de la Ciudad de México. Entre otras cosas, esta situación significó la clausura de la fuente de empleo de los pequeños pepenadores y vendedores de productos del tiradero.

— Estoy estudiando mi secundaria, ya tiene un mes que empecé a estudiar aquí en el INEA[45].

- Luis Armando y Luis Ángel, de 11 y 12 años de edad, comparten el nombre, la condición de vida y el trabajo: son *carreros*[46], han convertido la chatarra en una fuente de ingreso para su familia. Diariamente, después de la escuela, Pila y Pato —como son conocidos en su barrio— se suben a una carreta jalada por un caballo y, con el acostumbrado clamor "¡… o algo de fierro viejo que vendan!", buscan que la gente les remate electrodomésticos u objetos de metal, que ya no les sirvan en casa. Con báscula en mano pesan los objetos; después negocian con las personas que les están vendiendo sus cosas para tratar de pagarles lo menos posible. La negociación de la paga es *el remate*. Después llevarán lo que recolectaron durante la jornada de trabajo a un depósito, donde a su vez venderán esta mercancía.
- En la actividad de la *pepena* se contactó también a Inés, originaria del Distrito Federal y quien a sus 10 años de edad se dedica a la venta y recolección de cartón. Inés junto con su madre, doña Mariana, y su hermano menor, Chucho, se ven obligados a buscar entre la basura algo útil que puedan vender en el depósito de desperdicios industriales de su localidad. Sobre todo cartón, pero también envases de plástico o aluminio, fierro viejo u otros productos reciclables.

— ¡Inés, vámonos!… ¡a chambear (trabajar)!— exclama doña Mariana.

— ¡Ay!—expresa Inés con un tono de resignación.

Caminan rumbo al depósito de desperdicios para que el acopiador de aquel lugar les preste un *diablo* viejo (carretilla), al cual atarán sus mercaderías. Hurgan en los contenedores de basura, o bien, recogen papel de periódico que los vecinos dejan sobre las banquetas, afuera de los comercios, en barrios residenciales o en

[45] INEA son las siglas del Instituto Nacional para la Educación de Adultos. El INEA "provee este tipo de educación, con programas destinados a: personas jóvenes a partir de los 15 años y/o adultas que no tienen desarrolladas las habilidades básicas para leer, escribir y hacer cuentas, o que no iniciaron o concluyeron su educación primaria o secundaria; niños, niñas y jóvenes entre los 10 y 14 años que no están atendidos por el sistema escolarizado de educación primaria; mujeres, poblaciones y personas indígenas monolingües, jóvenes en situación de calle, personas en reclusión, adultos mayores, personas con discapacidades, personas jornaleras agrícolas migrantes y también la población mexicana que radica en los Estados Unidos de América que no ha iniciado o concluido su educación básica". (Muñoz, 2010).

[46] Los *carreros* son pepenadores que conducen una carreta en la que transportan los materiales reciclables que recolectan durante la jornada laboral.

lugares más humildes. Apilan el cartón, el periódico, el papel doblándolo prolijamente y atándolo al *diablo*. Después de caminar cuatro, cinco, seis horas por las calles de Polanco para hurgar entre la basura, Inés está impregnada de olor a humo y sudor. La necesidad económica de la familia de Inés es grande y las oportunidades de trabajo se limitan a una extenuante faena que difícilmente les dejará cincuenta pesos de ganancia al día. Inés ha aprendido que si ella y su familia no trabajan, no comen; la pepena del cartón es su manera de subsistencia.

En la Tabla 2 se presentan el nombre, edad, actividad laboral, entorno laboral, y escolaridad, de los menores trabajadores contactados en el segundo acercamiento con la población, quienes constituyen la población de estudio.

Nombre	Edad	Actividad laboral	Lugar de trabajo	Escolaridad
Omar	14 años	Limpiador de pescado por destajo	Mercado de la Viga, Ciudad de México	Tercer grado de secundaria
Britany	15 años	Vendedora en un local de mojarra	Mercado de la Viga, Ciudad de México	Primer grado de preparatoria
Jaime	11 años	Carretillero	Mercado de la Viga, Ciudad de México	Cuarto grado de primaria
José Luis	10 años	Barrendero	Mercado de la Viga, Ciudad de México	Quinto grado de primaria
Gonzalo	11 años	Vendedor de "aguas frescas"	Mercado Romero Rubio, Ciudad de México	Quinto grado de primaria
David	13 años	Tendero de un puesto de dulces	Paradero Pantitlán del metro, Ciudad de México	Segundo grado de secundaria técnica
Uriel	12 años	Cobrador en un chimeco del transporte público	Paradero Pantitlán del metro, Ciudad de México	Primer grado de secundaria técnica
Jazmín	12 años	Pepenadora: recolectora y vendedora de productos reciclables	Tiradero de basura Bordo Poniente, a la altura de la avenida Vicente Villada, Nezahualcóyotl, Estado de México	Sólo estudió el primer grado de primaria
Jair	8 años	Vendedor de chácharas	Tianguis en una entidad de carácter popular, Chimalhuacán, Estado de México	Segundo grado de primaria

Irma	15 años	Pepenadora y carretonera, recolectora y vendedora de productos reciclables	Tiradero de basura Bordo Poniente, y sobre la avenida Bordo de Xochiaca. Nezahualcóyotl, Estado de México	Primer grado de secundaria (INEA)
Adolfo, Cristian y Celestino	13, 11 y 9 años	Vendedores de verduras	Tianguis de la colonia Ciudad Alegre, Chimalhuacán, Estado de México	Segundo grado de secundaria, cuarto grado de primaria y segundo grado de primaria
Cristian	10 años	Cohetero	Polvorín del municipio Chimalhuacán, Estado de México	Sólo estudio hasta el tercer grado de primaria
Luis Armando y Luis Ángel	11 y 12 años	Compradores y vendedores de fierro viejo	Calles de la colonia Acuitlapilco, Chimalhuacán, Estado de México	Tercero y quinto de primaria
Ángel	11 años	Mesero, franelero y cerillo	Calles de la colonia Acuitlapilco, Chimalhuacán, Estado de México	Quinto de primaria
Moisés	9 años	Chalán de albañilería, chalán de pipero (en una pipa de agua), y hace mandados a algunos vecinos.	Calles de la colonia Acuitlapilco, Chimalhuacán, Estado de México	Tercero de primaria
Ricardo	12-13 años	Chalán de albañilería y chalán de pipero (en una pipa de agua)	Calles de las colonias Acuitlapilco y Ciudad alegre, en Chimalhuacán, Estado de México.	Primer grado de telesecundaria (Ricardo recursa ese ciclo escolar).
Inés	10-11 años	Pepenadora de cartón: recolectora y vendedora de cartón.	Calles de la colonia Pensil y Polanco de la delegación Miguel Hidalgo, Distrito Federal.	Durante el proceso de este estudio, Inés cursó cuarto y quinto grado de primaria.

Tabla 2. Total de menores trabajadores considerados en el estudio

3.3. La observación de la actividad laboral

En esta investigación se enfrentó el desafío de generar herramientas de observación para estudiar los conocimientos matemáticos de los menores en actividades laborales específicas y en los contextos en que tienen lugar. El análisis continuo de lo que se iba observando permitió establecer un “diálogo” con las situaciones (tanto matemáticas como laborales), la tareas específicas y su propósito. Este análisis también permitió una mejor comprensión de la organización de las relaciones matemáticas y de las técnicas involucradas en las tareas. Asimismo, obligó a confrontar ideas y replantear lo observado, integrar aspectos que posiblemente hasta el momento no estaban considerados: sujetos, factores, variables (matemáticas y no-matemáticas) inherentes a la actividad que podían influir en las técnicas, en las tareas y en los conocimientos matemáticos de los menores trabajadores.

La observación de la actividad laboral consistió en dos partes: en la primera parte se realizó una observación *in situ* de la actividad, la cual conforma los *primeros acercamientos* con la población de menores trabajadores. Las observaciones de esta primera parte estuvieron guiadas por una *guía de observación* en la que se plantean algunas preguntas para identificar quiénes son los menores trabajadores, cuál es su actividad laboral, su lugar de trabajo y sus tareas específicas. Además, se incluyeron preguntas y consideraciones para identificar las situaciones y tareas matemáticas relacionadas específicamente con la proporcionalidad, las cuales los menores enfrentan en su actividad laboral. Después y sólo para los casos que se eligieron para realizar entrevistas, se llevó a cabo una segunda parte de la observación de la actividad laboral de los menores que consistió en un *acompañamiento* a la realización de sus actividades. Cabe advertir que esta vez la observación (*in situ*) adquiere un matiz distinto, pues en el acompañamiento se aprovecha lo observado: acciones, estimaciones, cálculos que realiza el menor trabajador, e interacciones que tiene con los otros con quien comparte la actividad para plantearle tareas sobre la marcha; son tareas que, a veces, no se presentarían de manera espontánea en la actividad[47].

La observación realizada mediante guía de observación se realizó no necesariamente con los mismos menores que componen el momento de “entrando en contacto” con la población de estudio. Es necesario señalar que la guía se construyó progresivamente, conforme se identificaban aspectos importantes a tomar en cuenta para describir la actividad laboral de los menores. No en todos los

[47] Cuando se plantean estas tareas, es importante reconocer los momentos en los que como observadora no se interrumpa con la realización de la actividad del menor, a veces estos momentos son breves, otras veces, las tareas planteadas deben detenerse y esperar para plantearlas después.

casos la guía se contestó de manera exhaustiva, esta guía sirvió más bien para orientar las observaciones realizadas, para disponer de un conjunto de aspectos de referencia. Las anotaciones correspondientes se hicieron en un *diario de campo*.

Las preguntas de la guía se estructuraron en torno a cuatro aspectos: familiar, laboral, escolar y, tareas matemáticas y técnicas.

Aspecto familiar

Datos generales sobre el menor trabajador y su familia.

1. ¿Cuál es su edad aproximada?
2. ¿Dónde vive?, ¿con quién vive, ¿cuántos hermanos tiene?, ¿quiénes trabajan en su casa?
3. ¿Viene de alguna comunidad indígena en particular?, ¿habla otra lengua?, ¿cuál es su lengua materna?

Aspecto laboral

El tiempo en el desempeño de la actividad laboral

4. ¿Qué actividad laboral desempeña?
5. ¿Cuánto tiempo lleva desempeñando la labor?
6. ¿Cuál es su horario de trabajo o jornada laboral?, ¿asiste todos los días o depende de la cantidad de trabajo?, ¿qué pasa si no va?

El salario.

7. ¿Cuánto es la paga que recibe por el trabajo?
8. ¿Tiene un sueldo fijo o éste varía?, ¿cómo le pagan?

La relación entre los participantes en la actividad laboral

9. ¿Para quién trabaja?, ¿quién es su patrón?
10. ¿Con quién se relaciona?, ¿cómo se percibe el ambiente de trabajo? (qué bromas se hacen, cuáles son algunas características sobre la relación que establecen).
11. ¿Qué tipo de vocabulario y lenguaje se percibe?
12. ¿Quiénes predominan más de acuerdo a su género: hombres o mujeres? ¿Cuáles son sus características físicas?
13. En la actividad laboral y para la tarea matemática específica, ¿se entabla algún tipo de relación “didáctica”?, de ser así, ¿entre quiénes?

Aspecto escolar

14. ¿Asiste a la escuela?, ¿en qué horario?, ¿qué grado escolar cursa?
15. ¿Le agrada asistir a la escuela?, ¿cuál es su razón de ir a la escuela?
16. ¿Quién le apoya a sus tareas escolares?

Aspecto de tareas matemáticas y técnicas

Características de las relaciones cuantitativas, propiedades aritméticas y variables.

17. ¿En la actividad laboral, el menor trabajador tiene relación directa con el dinero? Si vende algún producto ¿cuál es el precio de éste?
18. ¿Qué tipos de magnitudes se presentan en la actividad, y qué valores toman éstas (enteros, decimales, etc.)?, ¿el menor trabajador opera con las relaciones cuantitativas que implican dichos dominios numéricos? Específicamente, sobre las variables de la proporcionalidad: ¿la razón interna que permite, de entrada, encontrar el valor de la incógnita es entera o no entera?, ¿el valor unitario es entero o no entero?, ¿el factor de proporcionalidad es entero o no entero?, ¿las magnitudes son distintas o de la misma naturaleza?, ¿el tamaño de las medidas que se relacionan es grande o chico?, ¿las medidas se expresan con números enteros o no enteros?
19. ¿Cuáles son las variables en las tareas de proporcionalidad que emergen de la actividad laboral?, ¿qué implicaciones tendría manipular estas variables para llevar al "límite" las técnicas?
20. ¿Qué otras "variables", además de las de orden cuantitativo, pueden intervenir en la actividad laboral o en una misma situación?

Características de las técnicas puestas en marcha en la actividad

21. Para resolver las tareas que se plantean en la actividad laboral (pensando también en las tareas de proporcionalidad implícitas), ¿el menor trabajador usa papel y lápiz?
22. ¿Se presenta la oralidad en la aplicación de las técnicas?, ¿cuáles son los modos a través de los cuales el menor trabajador explicita sus técnicas?
23. ¿Se percibe "centramiento" de una técnica?, ¿cuál es la diversidad de técnicas que se presentan?
24. ¿En las técnicas, se hace estimaciones y aproximaciones?, ¿de qué tipo?, ¿sobre qué tipos de medida?
25. ¿Los menores trabajadores validan de algún modo sus soluciones?, ¿cuándo las validan?, ¿en qué situaciones las validan?, ¿se presentan herramientas de verificación?, ¿cuáles?
26. En la actividad, aparecen técnicas diferentes a las que echa andar el menor trabajador?, ¿qué las hace diferentes?

Para contestar las preguntas relacionadas con los aspectos de tareas y técnicas matemáticas de la guía de observación, se realizó una serie de *exploraciones* de las situaciones matemáticas y del tipo de conocimientos (matemáticos y "no-matemáticos") movilizados en la actividad laboral. En estas exploraciones se conversó con los menores trabajadores sobre las tareas matemáticas que tenían a su cargo y las maneras en que las solucionaban; así como de otras tareas no matemáticas implicadas en la actividad laboral y de la forma en que se realizaban. La guía se usó para todos los casos del primer acercamiento (ver Tabla 2). En el capítulo de análisis, a través de descripciones detalladas de las actividades laborales, se recuperan las respuestas correspondientes a los casos específicos en los que se profundizó en los conocimientos matemáticos.

A lo largo de todo el primer momento del trabajo de campo, se realizó un análisis permanente de las relaciones entre lo que se anotaba en la guía de observación, la conversación seguida con los menores en la exploración y los datos que se levantaban durante el *acompañamiento*. Este análisis permitió orientar las observaciones, completar los aspectos considerados en la guía de observación e integrar otros.

Durante la observación de la actividad laboral se acompañó en varias ocasiones a Ricardo en su actividad de venta de agua y a Inés en la pepena de cartón[48]. De esta manera, a través de la observación directa (*in situ*) de los conocimientos y situaciones matemáticos, se confirmaron o se desecharon los supuestos elaborados cuando se entró en contacto con los menores e incluso otros que habían surgido durante los primeros acercamientos sobre la presencia de algunas técnicas y conocimientos matemáticos. Por ejemplo, antes del acompañamiento a la actividad de la venta de agua, se tenía el supuesto de que el valor unitario aparecería como “el precio de un litro de agua”. Se supuso que Ricardo determinaría el costo del agua de cada recipiente considerando el costo del agua por litro (pesos por litro). Sin embargo, bastaron las primeras observaciones en la actividad laboral del menor para dar cuenta de que el uso del litro como unidad de medida de capacidad era completamente ineficiente en el contexto. Los recipientes para los que Ricardo determinaba una capacidad eran diversos, la presencia de recipientes de formas y tamaños no-estándar era frecuente: los más diversos tipos de cubetas, botes y tinas; así como recipientes construidos mediante cortes de tambos, tinacos, etcétera.

[48] Estos son los casos del acompañamiento y las entrevistas; son en los que se profundiza en sus conocimientos matemáticos movilizados en su actividad laboral. Más adelante se presentan los criterios de selección para determinar estos casos específicos.

Fue sólo hasta realizar el acompañamiento que se pudo entender las implicaciones que sobre las técnicas matemáticas tiene la tarea de determinar la capacidad de, por ejemplo, una tina de baño, de una vasija de barro, de tambos de distinto tamaño, o de una cubeta lechera. Sólo hasta este momento se entendió que el tradicional sistema de medidas de capacidad (litros), se ve “transformado” por las condiciones en que se realiza la actividad de la venta de agua. Para medir de manera eficiente la capacidad de los recipientes, en esta actividad laboral se introducen nuevas unidades de medida “estándar”: tambos, cubetas y botes, las cuales adquieren significado dentro de la actividad y en la tarea específica, dando forma al conocimiento matemático que se moviliza.

Como anteriormente se mencionó, las observaciones realizadas en los acompañamientos se registraron en un *diario de campo*, el cual sirvió como instrumento para narrar la experiencia:

> El diario puede incluir una simple bitácora, un mapa de los encuentros y los desencuentros de cada día. A la vez es mucho más: sirve para anotar en la relativa privacidad de la noche las impresiones y los recuerdos del día; es necesario para registrar, cuando el momento lo permite, los detalles no verbales de un acontecimiento, que no siempre son accesibles a la grabación. Además es en un diario donde se llevan anotaciones reflexivas sobre el proceso propio de acceder a información y de producir textos. (Rockwell, 2008, p. 97).

El diario se construyó guardando en la memoria lo que se vivía al estar ahí, al ser testigo directo de las tareas que los menores realizaban. La observación se plasmó por escrito, se mejoró con escasas notas que se lograba hacer, mientras la intención principal fue no perder detalle de lo que sucedía en la actividad laboral. Asimismo, el diario se completó con algunos registros elaborados por los menores, los cuales fueron cuidadosamente archivados.

En cierto momento de los acompañamientos, se consideró haber construido una relación de confianza suficientemente sólida con los participantes de la actividad como para plantearles la posibilidad de grabar audios mientras se les acompaña en la actividad laboral; en los últimos acompañamientos también se posibilitó tener momentos grabados en vídeo. Tanto para Ricardo, como para Inés, los casos elegidos para las entrevistas, los participantes (aprendices y maestros-expertos) accedieron. Esto posibilitó la recuperación de transcripciones literales tomadas de las grabaciones de audio, y en algunos casos de vídeo, que fueron incorporadas al diario.

En síntesis, en esta investigación el diario de campo integra las descripciones de las tareas específicas y de las técnicas puestas en marcha, de aspectos sociales que se conforman en el escenario en que se realiza la actividad, de interacciones entre el menor trabajador con otros actores (maestros-expertos, clientes, acopiadores, chalanes, etcétera); incorpora también notas, consideraciones, supuestos, comentarios, reflexiones y preguntas que emergen en el momento de observar y después, al momento de que se está escribiendo. Escribir en el diario dio la posibilidad de plasmar las impresiones de lo que, como observadora-investigadora iba dejando “huella” durante el acompañamiento, a pesar de tomar distancia, la experiencia de verse transformada iba quedando registrada en el diario de campo, sólo por el hecho de estar ahí, con el único pretexto de indagar sobre los conocimientos matemáticos de esos menores trabajadores.

Finalmente, como uno de los aspectos a considerarse en la observación, durante el acompañamiento se hizo evidente la importancia de tomar en cuenta la relación de los menores trabajadores con los maestros-expertos de la actividad laboral. Como señala Galeana (1997, p. 7), “dentro de las relaciones que los niños y adolescentes trabajadores establecen cotidianamente en sus espacios de trabajo, se encuentran las sostenidas con otros trabajadores, personas con las que los une e identifica la actividad laboral”. En el presente estudio, desde las primeras observaciones se contactó a *maestros* o *expertos* para preguntar sobre las cantidades que están en juego en tareas laborales de los menores. Pero, rápidamente, durante las observaciones *in situ*, las participaciones de los maestros expertos en las tareas que resolvían los menores cobraron aún mayor relevancia. Se encontraron, por ejemplo, tareas que requerían cálculos complejos que se llevaban a cabo por los maestros expertos, pero daban sentido a los cálculos y tareas que realizaban los menores. De manera que se consideró necesario entender algunas de las técnicas que los *maestros* utilizaban al resolver sus tareas en la actividad laboral y algunas de las interacciones entre ellos y los menores trabajadores, pues en dichas interacciones también se movilizaban conocimientos matemáticos (ver capítulo de *Análisis*).

3.4. La entrevista

Como se señaló anteriormente, la observación tuvo el propósito de identificar situaciones matemáticas, tareas específicas pertenecientes al tipo de tareas y técnicas que tienen lugar en la actividad laboral. Sin embargo, a través de la observación se caracterizan sólo hasta cierto punto los conocimientos matemáticos movilizados por los menores trabajadores en las actividades laborales. Durante la observación, emergieron cuestionamientos sobre las técnicas y aspectos sociales propios de la actividad concreta que no pudieron ser contestados en las observaciones *in situ* ni en los acompañamientos, debido, entre otras cosas, a la premura con que se hacen las tareas, a la no posibilidad de interrumpir la realización de algún cálculo o la interacción del menor trabajador con los otros participantes. De esta manera, para el presente estudio resulta imprescindible la realización de *entrevistas* para profundizar en los conocimientos matemáticos involucrados en la actividad laboral de los menores trabajadores. Entonces, se recuperan tareas de tres fuentes: las observadas en la actividad laboral, las planteadas en los momentos de la observación, y las planteadas en las entrevistas.

A través de la entrevista se busca analizar los conocimientos matemáticos de los menores trabajadores caracterizando la dupla conformada por las *tareas* y las *técnicas* (Chevallard, 1999) que los menores enfrentan en su actividad laboral. En las entrevistas se partió de las tareas identificadas en las observaciones y se diseñaron *tareas experimentales* en las que se modificaron algunas de las características de las tareas observadas, buscando “llevar al límite” las técnicas que los menores usaban, de manera que se manifestaran (si lo había) técnicas alternativas y reflexiones sobre aspectos como sus límites de aplicabilidad de las técnicas para cierto tipo de tareas.

Así, la entrevista permitió:

1. Profundizar en el análisis de las técnicas de solución identificadas en la observación de la actividad laboral, comparándolas con las que los menores trabajadores pusieron en marcha durante la resolución de las tareas experimentales.
2. Identificar si para la solución de las tareas matemáticas resueltas en el contexto laboral y las experimentales aparecían técnicas que pudieran ser determinadas por ciertas variables matemáticas (Brousseau, 2000) o no-matemáticas.
3. Indagar cómo y de qué manera otros factores de la actividad laboral influían en las soluciones a las tareas de proporcionalidad (además de las características de orden matemático).

3.4.1. La selección de los casos para ser entrevistados

No todos los menores contactados pudieron ser entrevistados. Sus actividades laborales, sus espacios de trabajo, el contacto que durante la observación pudo darse incluso con otros trabajadores o para quien el menor trabaja (en ocasiones familiares del menor) y otros factores determinaron el establecimiento de criterios para seleccionar los casos para realizar entrevistas. Los criterios son los siguientes:

1) Que el menor trabajador estuviera inmerso en al menos una actividad laboral y que ésta fuera su modo cotidiano de subsistencia. Este criterio se estableció debido a que algunos de los menores trabajadores efectuaban varias actividades laborales durante períodos muy breves de tiempo, lo que dificultaba el reconocimiento y la caracterización de las situaciones matemáticas, las tareas específicas y las técnicas presentes en su actividad laboral.
2) Que el acceso al entorno laboral del menor trabajador fuera viable. Este criterio se estableció para poder observar las tareas que se realizan *in situ* y acompañar a los menores en la realización de su actividad laboral.
3) Que las actividades laborales cotidianas realizadas por los menores implicaran situaciones y tareas de proporcionalidad.

4) Que el menor solucionara las tareas aritméticas básicas que se identificaron en su actividad laboral, para que en la entrevista las técnicas pudieran ser llevadas al límite y puestas en conflicto. Este criterio se estableció debido a que, por ejemplo, algunos menores trabajadores del tiradero de basura pusieron en marcha técnicas que evitaban cálculos para determinar el dinero que deben recibir por su mercancía. Para saber cuánto les debían pagar por el material que llevan a vender, esperaban a que el acopiador del depósito de desperdicios determinara la paga, que debía ser semejante a lo recibido en días anteriores por la misma cantidad de material (la cantidad se controla mediante el uso de "mantas" o de costales). Cuando la paga difería de lo acostumbrado, los menores vendían su material a otro acopiador en otro depósito. Esta técnica corresponde a una *solución memorizada* (Lave, 2011) pero aislada, pues no se aplicaba en combinación con alguna otra técnica y no permitía profundizar en las formas de solución de las tareas de proporcionalidad.

A partir de estos criterios y consideraciones, se determinó llevar a cabo entrevistas con dos menores trabajadores: Ricardo (13 años, chalán de albañil y ayudante en la venta de agua en Chimalhuacán) e Inés (10 años, pepenadora en la colonia Pensil).

La Tabla 3 presenta los datos de los menores elegidos para la entrevista.

Nombre	Edad	Actividad laboral	Lugar de trabajo	Escolaridad
Ricardo	12-13 años	Chalán de albañilería y chalán de pipero (en una pipa de agua)	Calles de las colonias Acuitlapilco, y Ciudad alegre, en Chimalhuacán, Estado de México.	Primer grado de telesecundaria (Ricardo recursa ese ciclo escolar).
Inés	10-11 años	Pepenadora de cartón: recolectora y vendedora de cartón.	Calles de las colonias Pensil y Polanco de la delegación Miguel Hidalgo, Distrito Federal.	Durante el proceso de este estudio, Inés cursó cuarto y quinto grados de primaria.

Tabla 3. Los casos específicos del estudio.

Para comprender las situaciones matemáticas e interpretar las técnicas propias de la actividad laboral, se recurrió a entrevistas de *maestros expertos* que compartían el trabajo con Ricardo y con Inés. Estos son los adultos especialistas en la materia, los cuales dominan todas las tareas de la actividad[49]. Aun cuando el adulto (maestro experto) y el menor trabajador (aprendiz) tienen diferentes maneras de participación en la actividad, comparten las situaciones que permiten ampliar la mirada respecto a los conocimientos matemáticos involucrados. Así, se contactó a la madre de Inés, doña Mariana, una maestra-experta recolectora de cartón. En el caso de Ricardo, se contactó a don Rafael, maestro albañil, y a los maestros-expertos piperos don Gilberto (chofer de pipa), René (chalán con varios años de experiencia en la venta de agua) y Efrén (chofer de una pipa particular).

Además de tener mayor información sobre las características de las situaciones, tareas y técnicas matemáticas presentes en las actividades de los menores, el incluir a los maestros expertos llevó a poner la mirada en los conocimientos que circulan entre aprendices y expertos[50].

La Tabla 4 presenta los datos de los maestros-expertos considerados en el estudio.

Nombre	Edad	Actividad laboral	Lugar de trabajo	Escolaridad
Doña Mariana	37 años	Pepenadora de cartón: recolectora y vendedora de cartón	Calles de las colonias Pensil y Polanco de la delegación Miguel Hidalgo, Distrito Federal	Primer grado de secundaria (INEA)
Don Rafael	50 años aproximadamente	maestro de obras (albañil)	Obras de albañilería en el municipio Chimalhuacán, Estado de México	Primaria concluida
Don Gilberto ("El Gato")	45 años aproximadamente	Pipero (chofer)	Calles del municipio Chimalhuacán, Estado de México	No se tiene información
René	36 años aproximadamente	Pipero (chalán)	Calles del municipio Chimalhuacán, Estado de México	Secundaria concluida
Efrén	27 años aproximadamente	Pipero particular	Calles del municipio Chimalhuacán, Estado de México	Primer grado de nivel superior (Ingeniería en sistemas)

Tabla 4. Los maestros-expertos considerados en el estudio

[49] En los casos específicos que se reportan en la tesis, los maestros expertos son siempre adultos.

[50] A manera de ejemplo se presenta en el *Anexo 1* el guión de la entrevista llevada a cabo con doña Mariana, quien es una maestra-experta en la pepena de cartón. Esta entrevista permitió considerar restricciones, condiciones y demandas que tienen lugar en el desarrollo de su actividad laboral y que pueden tener efectos cualitativos en las técnicas que pone en marcha Inés al enfrentar tareas específicas. Además permitió identificar momentos en los que podría tener lugar un tipo de relación de enseñanza entre ella, como experta, e Inés como aprendiz.

3.4.2. El diseño de las entrevistas

A partir de las características de las tareas identificadas en la observación de la actividad laboral y usando herramientas de la TSD, se construyó una secuencia experimental de tareas de proporcionalidad. De la observación y el acompañamiento, se recuperaron las situaciones en que habían aparecido las relaciones de proporcionalidad, así como sus contextos, magnitudes, relaciones numéricas y, en general, las variables "didácticas". Se cuidó que cada una de las tareas diseñadas tuviera sentido en el contexto de la actividad laboral específica; es decir, que las magnitudes, restricciones y relaciones matemáticas de las tareas experimentales tuvieran sentido en las actividades de la albañilería, la venta de agua potable y la pepena de cartón[51].

Para diseñar las tareas experimentales se variaron las características de las tareas observadas en la actividad laboral, como el tamaño de las cantidades, los tipos de números, las relaciones numéricas entre los datos, etcétera. Se buscó que, al resolver las tareas diseñadas, aparecieran durante la entrevista las distintas técnicas identificadas en la observación, como la *descomposición de cantidades*, *building-up procedures* (*procedimientos sobre la marcha*), procedimientos basados en la *conservación de las razones internas*, o procedimientos *híbridos*[52]. Esto con dos finalidades: primero, se buscaba caracterizar el uso de estas técnicas en situaciones donde se controlaban y variaban las características de las tareas; además, se buscaba identificar cuándo aparecían otras técnicas o se hacían ajustes o variaciones de las mismas técnicas para resolver tareas en que aplicar una técnica se volvía muy complicado o ineficiente.

Para el diseño de las tareas de la entrevista se siguió un proceso muy cuidadoso que estuvo organizado en los siguientes pasos.

---

[51] Es necesario advertir que la información obtenida respecto a la albañilería no se pudo levantar *in situ*, las numerosas conversaciones que se tuvieron tanto con Ricardo, como con varios chalanes y maestros de obra permitieron obtener información relevante sobre las situaciones de proporcionalidad que existen en la albañilería.

[52] Estos procedimientos integran "un procedimiento convencional, de los que la escuela suele enseñar, y de un procedimiento no convencional generando una especie de "híbrido". (Solares, D., 2011. p. 105).

1. Se identificaron y analizaron las tareas y las técnicas reconocidas en la observación de la actividad laboral.
2. Para cada una de las actividades laborales, se elaboró una primera secuencia de tareas de proporcionalidad que fueron diseñadas modificando las características de las tareas observadas (variables didácticas). En esta secuencia las características de las tareas se variaban sistemática y progresivamente. Además, se consideraron aspectos del contexto y de las interacciones sociales que, de acuerdo a lo observado en la actividad laboral, influían significativamente en la organización de las tareas y la aplicación de las técnicas.
3. De la primera secuencia de tareas se seleccionaron aquellas que potencialmente pudieran causar efectos cualitativos significativos en las técnicas, sobre todo aquellas que permitan llevar las técnicas al límite.
4. Se realizó el *análisis previo* de la secuencia de tareas determinada. En este análisis se consideraron, por un lado, las características de cada tarea: el tipo de tarea de proporcionalidad (Block et al, 2010), el contexto, los tipos de números correspondientes a los valores unitarios, las razones internas y el factor externo, las magnitudes, las unidades de medida, los dominios numéricos y el tamaño de las cantidades. Por otro lado, a partir de lo observado en la actividad laboral, se determinaron las técnicas que el menor podría poner en marcha. Además, se incluyeron preguntas y problemas alternativos para confrontar las respuestas y las técnicas que se preveía podían causar dificultades o complicaciones durante la solución de las tareas. A partir de este análisis se obtuvo una primera versión del guión de entrevista.
5. El primer guión se puso a prueba con otros menores (no necesariamente trabajadores) para verificar su claridad y extensión.
6. "Se pulió" el guión de entrevista para su aplicación. Se incluyeron notas, más preguntas opcionales y problemas alternativos.

Las entrevistas se realizaron fuera del entorno laboral de los menores, de manera que se pudiera tener tiempo suficiente para responder las preguntas y resolver las tareas planteadas. Así, para las dos primeras entrevistas con Ricardo, el escenario es un cubículo de la Universidad Pedagógica Nacional, institución a través de la cual se lleva a cabo el estudio. En la última entrevista con él, se asiste a un establecimiento en el que se vende una variedad de recipientes de plástico. En el caso de Inés, las situaciones experimentales se realizan en un domicilio particular.

Todas las entrevistas fueron grabadas en audio y video. Sobre la mesa en que se llevó a cabo la entrevista, se colocaron calculadora, marcadores y hojas blancas.

3.4.2.1. Entrevista 1. Situación experimental de la albañilería

La primera entrevista se diseñó para abordar los conocimientos matemáticos que Ricardo tenía como chalán de un maestro de obras[53], en la actividad laboral de la albañilería. Esta entrevista giró en torno a la situación matemática de elaborar el presupuesto por levantar una barda. En esta situación se plantearon tareas específicas como: ¿cuánto me cobrarías de mano de obra por construir una barda que mide 26 metros de largo y 3 metros de altura, considerando pared y castillos?; ¿cuántas varillas, anillos, ladrillos, arena y mortero necesitarás? La secuencia consta de ocho tareas. Es importante señalar que para determinar las características cuantitativas de cada una, se recurrió a un maestro de obra (un maestro experto de la actividad). Él proporcionó información respecto a materiales usados en la construcción, cantidades, unidades de medida y proporciones propias de la albañilería.

Cabe añadir que el recurrir a los maestros expertos con esta intención se sistematizó progresivamente durante el estudio, de tal manera que para el diseño de las siguientes entrevistas se retomó como un “paso” fundamental.

[53] Como anteriormente se mencionó, en este caso, la observación *in situ* no fue viable. En el momento de la fase de observación, Ricardo se dedicaba por completo a la venta de agua potable en la pipa. Aun cuando no se contó con la observación directa de la actividad de albañilería, sí se contó con información dada por las exploraciones en las conversaciones con Ricardo y con entrevistas con maestros-albañiles, así que se decidió abordar el estudio de las situaciones, tareas y técnicas involucradas en esta actividad laboral.

A continuación se presenta el guión de entrevista correspondiente a la actividad laboral de la albañilería[54]. (Entrevistador: E)[55].

E: Quiero mandar a levantar una barda, ya están los cimientos pero faltan las paredes y los castillos. La barda va a medir 26 metros de largo, 3 metros de altura y va a llevar 7 castillos.

1. **Tarea: el cálculo del costo de la mano de obra**

E: Si el metro cuadrado de pared está a $60 y el metro lineal de castillo a $47, ¿cuánto me cobrarías de mano de obra? Considerando pared y castillos.
Preguntas opcionales[56]*:*
E: ¿Cuánto cobrarías por levantar la pared (los 78 m^2)? Ten en cuenta que se cobra a 60 pesos cada metro cuadrado.
E: ¿Cuánto cobrarías por los castillos (7 castillos, 21m)?
E: Entonces, ¿cuánto cobrarías por la mano de obra de la barda?

Nota: En este caso, no se sabe sobre posibles técnicas que Ricardo puede poner en juego para determinar el área de la barda. Si Ricardo "se detiene", se le ayuda a hacer el cálculo del área.
Preguntas opcionales:
E: ¿Cómo le harías para saber cuántos metros cuadrados tiene la barda? Entonces, ¿cuántos metros cuadrados tiene la barda?

2. **Tareas: cálculos de las cantidades de materiales**

E: ¿Qué material se necesita para la pared (ladrillos, mortero, arena)?
E: ¿Qué material se necesita para el castillo (cemento, arena, grava, varillas, anillos)?
E: Aproximadamente, ¿cuánto material se necesita (tabique, mortero y arena para la pared; arena, grava, cemento, varillas y anillos para los castillos)?

2.1. ***Tarea: el cálculo de las cantidades de material para la pared*** (los millares de ladrillo y la mezcla). (Considerando que la barda mide $78m^2$).

[54] Es importante aclarar que en esta entrevista se plantean tareas con el propósito de que Ricardo asuma una función que como chalán de albañil no llevan a cabo; el cálculo del presupuesto de la mano de obra, cálculos de las cantidades de materiales, o el cálculo de la paga que un chalán recibe, son tareas que resuelve el maestro de obras. Sin embargo, los acercamientos que se tuvieron con Ricardo durante la exploración llevan a considerar que si la entrevistadora plantea las tareas simulando ser un cliente en la albañilería, Ricardo asumirá las tareas experimentales poniendo en marcha conocimientos matemáticos aunque desde su lugar como chalán no aborda.

[55] A veces las entrevistas eran guiadas por un entrevistador, mientras que otras por una entrevistadora, o por ambos.

[56] Estas preguntas opcionales refieren a una "descomposición" de la tarea específica del cálculo del costo de la mano de obra. Una práctica habitual en la albañilería es calcular por separado cuánto se cobra de pared y cuánto se cobra de castillos; el presupuesto se obtiene sumando ambos cálculos. También es común que en la relación cliente-albañil, el cliente demande esta información. Durante la entrevista, esta descomposición de la tarea es opcional, en función del desempeño de Ricardo al enfrentarla.

Pregunta opcional:
E: ¿Cómo venden el ladrillo?
Nota: Ricardo ha mencionado los millares como la unidad de medida en la venta de este material. 2.1.a) E: ¿Cuántos millares de ladrillos necesitarías para levantar la barda? Fíjate que un maestro albañil dice que 1 millar de tabique ligero alcanza para aproximadamente 26 m^2.

2.1.b) E: Ahora, ¿Cuáles son los materiales que necesitarías al preparar la mezcla para pegar ladrillo? Suponiendo que tu patrón te dice que si tú preparas la mezcla con 1 bulto de mortero y 8 botes de arena, "el rendimiento de esta mezcla viene siendo de 4 m^2", ¿cuántos bultos de mortero y cuántos botes de arena necesitarías?

2.2. ***Tarea: el cálculo de las cantidades de material para los castillos*** (las varillas, los anillos y la mezcla).

Pregunta opcional:
E: ¿Qué tipo de mezcla se necesita para los castillos?, ¿se prepara con los mismos materiales que la mezcla para pegar ladrillo?, ¿cuál es la diferencia?

E: Un maestro albañil dio las siguientes cantidades de cemento, arena y grava: "a 1 bulto de cemento se le ponen 5 botes de arena y 7 ½ botes de grava, y dijo que esta mezcla alcanza para 2 ½ metros lineales de castillo". También dijo que "antes de preparar la mezcla se necesita colocar 4 varillas de 3 m de altura y 15 anillos por cada 2 ½ m de castillo, entonces ya lista la cimbra se hace la mezcla."
2.2.a) E: Si necesitas para cada castillo 4 varillas de 3 metros, ¿cuántas varillas de 12 metros necesitarías para los 7 castillos?

2.2.b) E: Si el maestro albañil dijo que se necesitan 15 anillos por cada 2.5 m de castillo, ¿cuántos anillos necesitarías para los 7 castillos que en total tienen una longitud de 21 metros?

Preguntas opcionales:
E: ¿Has cortado varillas?, ¿en cuántas partes? ¿Cuántos anillos necesitarías para un castillo que tiene una altura de 3 metros? (18 anillos).

2.2.c) E: Si para 2 ½ metros de castillo se necesitan 5 botes de arena, 7 ½ botes de grava y 1 bulto de cemento, ¿qué cantidad de estos materiales necesitarías para los 7 castillos (o bien, para los 21 metros lineales de castillo)?

3. *Tarea: el cálculo de la paga por el trabajo*.
E: ¿Cuánto ganarás si trabajas como chalán en la construcción de esta barda? Tu patrón te paga de la mano de obra 1%.

El análisis previo de las tareas de esta entrevista se presenta en el Anexo 2.

3.4.2.2. Entrevista 2. Situación experimental de la venta de agua

La segunda entrevista de Ricardo se ubicó en el contexto de la venta de agua. En ella se exploraron las técnicas que, más allá de los cálculos precisos[57], usaba Ricardo al realizar las tareas específicas de su actividad laboral[58]. La entrevista consta de dos partes: en la primera, se consideran aspectos relacionados con los cálculos de la venta total del agua (la pipa completa), de la ganancia que debe sacar en un día y del costo de un tambo. En la segunda, se plantearon tareas sobre la determinación del costo del agua por recipientes de diversas formas y capacidades.

En las tareas planteadas en esta primera parte de la entrevista está implícita una *función afín* del tipo: $y = mx + b$. Como para las otras entrevistas, en el diseño de las tareas se recuperó lo identificado en las observaciones y acompañamientos sobre aspectos y restricciones a tomar en consideración en las cuentas que se hacen durante la venta: el valor unitario por tambo, la venta total por diez mil litros de agua que contiene una pipa, la ganancia al vender el total de agua y la *cuenta* que debe entregar (el costo de la pipa).

Es necesario enfatizar la importancia de la participación de los maestros expertos en el diseño de esta entrevista. Tres maestros-piperos fueron informantes de la actividad laboral: Efrén, un pipero particular; René, quien al igual que Ricardo es chalán; y don Gilberto, un chofer de pipa, quien se hace apodar "El Gato" entre los piperos. Todos ellos coincidieron en un factor determinante en la actividad laboral: la variación en el precio de la pipa (la cuenta)[59], lo cual repercute

---

[57] En las actividades laborales de los menores trabajadores hay una presencia muy frecuente y significativa de cálculos como *estimaciones*, además de los cálculos precisos (cálculos que llevan a resultados exactos). En el capítulo de *Análisis* se profundiza cómo el significado de la situación específica y la finalidad dan lugar a estos tipos de cálculos y se discute el rol que juegan.

[58] Durante la observación y el acompañamiento se identificaron las siguientes técnicas usadas por Ricardo: técnicas basadas en las razones internas, procedimientos sobre la marcha y la descomposición de cantidades; esta última técnica se presentó, sobre todo, cuando en la tarea específica estaban implicados números múltiplos de 10, pero también aparece en cantidades con escritura decimal. Aun cuando Ricardo tuvo lápiz y papel, que usó por única vez durante la actividad, explicitó sus técnicas de manera verbal.

[59] Usualmente las pipas tienen 10,000 litros de capacidad. En la zona oriente de la Ciudad de México, a los vendedores se les cobra \$190 o \$200 por la "cuenta" de llenar sus pipas de esta capacidad. Muchas veces los precios varían porque los

directamente en el precio del tambo de agua y, por tanto, en la ganancia. Así, en la entrevista se variaron la cuenta y la ganancia para obtener el precio al que se debía vender el tambo de agua para sacar la cuenta y tener alguna ganancia en la venta.

A continuación se presenta el guión de la primera parte de la entrevista de la venta de agua potable. (Entrevistadora: E).

1. **Tarea: el cálculo del costo del tambo de agua para obtener la misma ganancia**[60]

   E: Un pipero particular comentó que le cambian constantemente el precio de la pipa de agua. Dijo que al menos hay que obtener la misma ganancia independientemente del costo de la pipa. Cuando la cuenta (el costo de la pipa) es de 200 pesos, el tambo lo vende a 7 pesos, ¿cuánto obtiene de ganancia?

   1.a) E: Si esta vez le dejan la pipa a 400 pesos, ¿a cuánto debe vender el tambo con agua?

   Nota: Ricardo puede decir que el valor unitario por tambo debe ser de $14. Bajo este razonamiento no es considerada la condición de obtener la misma ganancia.
   Preguntas para confrontar:
   E: Si das ese precio ($14) ¿no estarás cobrando muy por arriba?
   E: Yo no he visto que los piperos den el tambo de agua tan caro, entonces ¿ellos estarán obteniendo menos ganancia que otros piperos?
   E: ¿Crees que la gente esté dispuesta a pagar 14 pesos por tambo?
   E: Pienso que si el agua está a ese precio habrá menos venta, ¿esto le convendrá al pipero?, ¿qué podría hacer él?, ¿tendrá pérdida si la deja más barata?

   1.b) E: Fíjate que después bajó el costo del agua sin llegar a su precio común de 200 pesos. Al pipero por llenar la pipa, esta vez, le cobran 300 pesos, ¿cuál sería el costo por tambo?, recordando que, al menos, debe obtener la misma ganancia.

   Nota: Ricardo, en este caso, puede dar el valor unitario por tambo de $10.50. Considerando que si un tambo es a $7 cuando la cuenta es de $200, por tanto, si la cuenta sube la mitad de su costo entonces el valor unitario deberá aumentar también la mitad del valor anterior, o sea, $3.50.

---

pozos, particulares o clandestinos, no tienen un precio establecido. También hay pipas de otros tamaños, por ejemplo, las llamadas “salchichas” que tienen capacidad de 20,000 litros.

[60] A la pipa de agua le caben 50 tambos y cada tambo se vende generalmente a $7. La venta del agua por 50 tambos que contiene la pipa es exactamente de $350.00.

Preguntas para confrontar:
E: Entonces si la dejas a 11 pesos cuando la cuenta es de 400 pesos, ¿acá (cuando la cuenta es de $300) sólo le bajas 50 centavos?
E: ¿Cuánto sería lo menos que el pipero podría dejar el tambo?

1.c) E: Y si al pipero le dejan la pipa a 100 pesos, ¿le convendría dar el tambo a $3.50?

Preguntas para confrontar:
E: ¿Qué pasaría si la da a $3.50?, ¿perdería?

2. **Tarea: el cálculo del costo del tambo de agua para obtener el doble de ganancia**

2.a) E: Aprovechando que, por ahora, la pipa tiene un costo de 100 pesos, el pipero quiere obtener el doble de ganancia, ¿a cuánto crees que vendió el tambo de agua esta vez?

Nota: Puede ser que Ricardo lleve la técnica con la que resolverá este problema al siguiente.

2.b) E: Entonces si la cuenta en ODAPAS[61] es de 190 pesos, la ganancia corresponde a 160 pesos ¿a cuánto podrías vender el tambo para obtener el doble de ganancia?

Preguntas para confrontar:
E: ¿Lo podría vender casi al mismo precio que vende el tambo un pipero particular?, ¿los vecinos te pagarían ese precio?
E: [Sabiendo que el precio por tambo es de $10.20] Para que te sea fácil sacar "la cuenta", ¿te conviene este precio? Nota: Es importante identificar si Ricardo hace alusión a "la cuenta" como un tipo de cálculo, es decir, "sacar fácil el cálculo" o si refiere a la inversión como el costo de la pipa.

En la segunda parte de esta entrevista se profundizó en las tareas específicas del rol de chalán. En el contexto de la actividad laboral, la tarea específica de Ricardo consistía en determinar el costo del agua por cada recipiente que llena a los clientes. Para la entrevista, se plantearon problemas para entender cómo los cálculos a los que recurría Ricardo le posibilitaban, por una parte, determinar la capacidad de los recipientes y, por otra parte, determinar

[61] Se hace referencia a pozos del Organismo Descentralizado de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento.

lo que debía cobrar. Ricardo realizaba esta doble tarea con la consigna explícita de “no perder dinero”.

Uno de los motivos para abordar la profundización en las técnicas de estimación de la capacidad de los recipientes es que, aún sin realizar cálculos precisos de la capacidad de los recipientes, en la actividad de la venta de agua se evita la pérdida de dinero, y se hace de manera exitosa. En los acompañamientos, Ricardo obtuvo siempre la cuenta y, además, la ganancia esperada de manera casi exacta.

Para diseñar las tareas de esta parte de la entrevista, fue necesaria una fase de análisis para identificar los recipientes que habían aparecido durante la observación y a partir de los cuales Ricardo determinaba el cobro por el agua. Después, se clasificaron en tres grupos:

a) Recipientes estándar: cubetas (10 litros), botes (20 litros), tambos (200 litros) y tinacos (1200 y 1400 litros). En las observaciones, las capacidades de estos recipientes se determinaron mediante sus características geométricas (dimensiones y formas) y, en algunos casos, mediante el portador numérico que indicaba su capacidad (por ejemplo, para algunos tinacos).
b) Recipientes de la misma capacidad, pero con ciertas variaciones en sus características geométricas (dimensiones y formas). Por ejemplo, se identificaron dos tinas: la primera con la base redonda, y la segunda con la base rectangular, ambas con la misma capacidad.
c) Recipientes no-estándar, con diferentes formas y capacidades que los estándar. Se incluyen dentro de este grupo a las cisternas y piletas, pues Ricardo no se encargaba del cálculo del costo por ellas (ver *Análisis*).

Después de esta clasificación de recipientes, se obtuvo acceso a un comercio de venta de plásticos de uso doméstico para realizar la entrevista ahí. Se visitaron varios comercios hasta encontrar uno en el cual hubiera recipientes cuyas capacidades, tipos, formas y tamaños fueran semejantes a los que aparecieron en la actividad de Ricardo[62]. Para diseñar las tareas de esta entrevista se analizaron las variables (didácticas) involucradas en la determinación de las capacidades de los recipientes: dimensiones y formas. Se hizo una cuidadosa selección de los recipientes que se encontraron en el comercio de plásticos y se eligió aquellos que podían poner en "conflicto" a las técnicas de cálculo de capacidad observadas en la actividad de la venta de agua[63].

A continuación, se presenta el guión de la segunda parte de la entrevista de la venta de agua potable, llevada a cabo en el local de plásticos:

1. **Tarea: el cálculo del costo de tambos de distinto tamaño**
   1. a) E: [Se muestran varios tambos de distinto tamaño] ¿Por cuáles de estos tambos cobrarías 7 pesos?
   1. b) E: ¿Cuánto cobrarías por los otros tambos?
   Nota: De las observaciones de la actividad laboral se sabe que el agua de los tambos se cobra con números redondos. En esta tarea específica se espera que Ricardo haga comparaciones cualitativas sobre el tamaño de los tambos, tome como referencia un tambo que considere estándar (200 litros) y determine el costo de $7 y, para los tambos de menor tamaño, baje el precio de $1 en $1.
   Preguntas para confrontar:
   E: ¿Por qué le vas bajando de a peso ($1)?,
   E: Si siguiéramos bajando el tamaño de los tambos, ¿seguirías bajando de a peso?,
   Nota: En el análisis previo se consideró lo siguiente: suponiendo que durante la entrevista, Ricardo toma como referencia un tambo de $7, cuando baja el costo $1, este costo no corresponderá a 1/7 del tambo sino a una porción menor. Si en el tambo de referencia se van iterando las medidas (de arriba hacia abajo) con las que va bajando el costo quedará agua que no se ajusta a esta medición.
   E: [Toma como referencia un tambo para el que Ricardo haya determinado, por ejemplo, un costo de $7] Pero a ver vamos a hacer la cuenta; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (pesos) [mientras hace corresponder el precio de $1 con la medida que se va bajando en el tambo, ésta medida menor a 1/7 de tambo] ¿y aquí?, ¿toda ésta la regalarías (el agua), o cómo la cobrarías?

2. **Tarea: el cálculo del costo de cubetas de distinto tamaño**
   E: [Se muestran varias cubetas de distinto tamaño] ¿Cuánto cobrarías por estas cubetas?

[62] Por cuestiones de espacio y acceso a los comercios, se eligió trabajar sólo con recipientes de tamaños chicos y medianos: desde cubetas, hasta tambos. No se trabajó con tinacos ni piletas y cisternas.
[63] En el Anexo 3 se presenta una tabla que concentra las características de los recipientes identificados durante la observación y preguntas sobre recipientes en el local de plásticos que fueron usados en la entrevista.

Nota: En la actividad laboral es frecuente que Ricardo regale el agua de una o dos cubetas cuando a los compradores ya les ha vendido agua.

Preguntas para confrontar:
E: ¿Por qué las regalas?
E: ¿No que no había que perder?, ¿no pierdes si las regalas?
E: [Si Ricardo dijera que después de tres cubetas se cobran]: ¿Por qué no cobrar la primera?, ¿no pierdes si no cobras la primera?

3. **Tarea: el cálculo del costo de dos tinas de distinta forma y la misma capacidad**
   E: [Se muestran dos tinas de distinta forma pero de la misma capacidad] Una señora dice que le cobran menos por esta tina porque es más corta, (porque es redonda y no larga) que por esta otra. ¿Tú qué dices? ¿Tú cuánto cobrarías?

   Pregunta para confrontar:
   E: ¿Entonces cuánto le cabrá a la otra tina?

4. **Tarea: el cálculo del costo de recipientes de distinta forma y la misma capacidad**
   E: [Se le muestran 2 tambos (uno más alto que otro) y una tina; los tres recipientes tienen la misma capacidad de 90 litros] ¿Cuánto cobrarías por estos? [A Ricardo no se le dice que los recipientes tienen la misma capacidad].

   Pregunta para confrontar:
   E: [Preguntar a un 'tercero' sobre la capacidad del recipiente, o bien, buscar un portador numérico]: ¿Qué crees?, que aquí dice que le cabe lo mismo, ¿tú qué opinas?, ¿será cierto?

El análisis previo de las tareas de las dos partes de esta entrevista se presenta en el Anexo 4.

3.4.2.3. Entrevista 3. Situación experimental de la pepena de cartón

La tercera y última entrevista se diseñó con base en las situaciones matemáticas que enfrentaba Inés en su actividad diaria como pepenadora de cartón. La entrevista se enfocó en lo que se observó que sucedía al llegar al depósito de desperdicios industriales, donde el acopiador pesaba el material recolectado y determinaba la paga. En ese momento de la actividad, tanto Inés como doña Mariana eran observadoras "vigilantes" de la actividad del acopiador. Ese momento era de mucha premura, y así, pasaba a ser el clímax de la actividad laboral de Inés y doña Mariana, en el cual parecían adquirir sentido todas las acciones llevadas a cabo durante la recolección.

En esta entrevista se diseñaron problemas de proporcionalidad de valor faltante, problemas de comparación de razones y problemas que corresponden a una función afín. El interés se centró en saber si Inés usaba sus técnicas[64] en los problemas de relaciones numéricas distintos a los que usualmente enfrentaba. Además, se incluyen problemas con características numéricas semejantes a algunos que Ricardo ya había resuelto, pero formulados en el contexto de la venta de cartón.

A continuación, se presenta el guión de la entrevista correspondiente a la actividad de recolección y venta de cartón (pepena de cartón).

1. **Tarea: solución de problemas típicos de valor faltante**

1. a) E: En un depósito pagan a $1.30 el kilo de periódico ¿cuánto pagarían por 100 kilogramos?

1. b) E: Si quisieras juntar $78, sólo recolectando PET ¿cuántos kilos necesitarías juntar, sabiendo que mínimo te pagan $4 por kg?

Nota: Comparar no tanto los problemas sino la técnica generada para cada problema. Puede ser que se presente el uso de sucesiones aritméticas (de un lado aumenta 1 y del otro 4), o bien, las duplicaciones como parte de la técnica.

1. c) E: Si en el depósito te pagan 15 pesos por 2.5 kg de PET, ¿cuánto te pagarían por 21 kg?, y ¿a cuánto te están pagando el kilogramo?

Pregunta opcional:
Bueno, por 2 kilos y ½ te dan $15, ¿cuánto te dan por 5 kilos?, ¿y por 10 kg?, ¿por 20 kg?

1. d) E: Por 30 kilogramos te dan $45, ¿cuánto te dan por kilo?

[64] Durante la observación y el acompañamiento se identificaron las siguientes técnicas usadas por Inés: procedimientos sobre la marcha y procedimientos híbridos. Generalmente, Inés aplicaba sus técnicas de manera verbal, sin escribir. Sólo durante los primeros acercamientos, en una ocasión, se le proporcionó lápiz y papel, que usó para realizar algunas cuentas y representaciones gráficas.

Nota: Este problema se está considerando porque Inés no ha resuelto un problema de valor unitario. Puede que este tipo de problemas se presente en la actividad, sin embargo, no se ha observado.

1. e) E: En un día de trabajo recolectas varios materiales. Cuando llegas al depósito los pesan y te dicen que son 9 kg de revoltura, 12 kg de periódico, 35 kg de papel blanco y 73 kg de cartón. Además del depósito de Don Armando, hay otro en el que pagan un precio distinto por cada tipo de material. Hay que vender todo el material en el mismo depósito, ¿en cuál te conviene más?[65]

Estos son los precios por kilogramo que pagan en cada depósito[66]:

Depósito de Don Armando.	Depósito "San Luis"
Revoltura: 60 centavos	Revoltura: 50 centavos
Periódico: $1.50	Periódico: $1.30
Papel de archivo: $2.50	Papel de archivo: $1.00
Cartón: 70 centavos	Cartón: $1.25

2. Tarea: solución de problemas de comparación de razones

2. a) E: De acuerdo a los siguientes precios que dan en diferentes depósitos por el cartón que compran, ¿en cuál dirías que se da una mejor paga? [En el contexto laboral el tamaño de las medidas que se relacionan son grandes].

Depósito A. Por cada kilo dan 70 centavos (v.u = $.70)
Depósito B. Por cada 3 kilos dan $4.50 (v.u = $1.50)
Depósito C. Por cada 6 kilos dan $7.20 (v.u = $1.20)
Depósito D. Por cada 15 kilos dan $12 (v.u = $ .80)

3. Tarea: solución de problemas que involucran una función afín

E: En un día de trabajo se juntó cartón y papel de archivo. Sabemos que por cada kilogramo de cartón pagan $1.50; y por cada kilogramo de papel de archivo pagan $2.50. Cuando se vendió en el depósito, por ambos materiales pagaron $120 ¿cuántos kilos de cartón y cuántos de papel blanco te pagaron?, ¿cuánto dinero recibiste por cada material?

El análisis previo de las tareas de esta entrevista se presenta a en el Anexo 5.

[65] De la observación de la actividad laboral se sabe que aunque doña Mariana e Inés pueden decidir vender un tipo de material en un depósito y otros materiales en depósitos distintos; ellas venden todo el material en un mismo depósito. Esta práctica real de la actividad se mantiene como una restricción en la entrevista para la tarea específica, ayudando a evitar que sólo se compare la cantidad de cartón de cada tipo de material con su valor unitario en cada depósito.

[66] Estos son depósitos en los que doña Mariana frecuenta para la venta.

CAPÍTULO 4

Análisis

En este capítulo se presentan los resultados del estudio de los conocimientos matemáticos de los menores trabajadores al resolver situaciones de proporcionalidad que les demanda su actividad laboral. Para el análisis se emplearon categorías definidas a partir de las herramientas teóricas presentadas en el capítulo 2. Estas categorías corresponden a las *tareas y técnicas empleadas por los menores* y a los *recursos de estructuración*.

La presentación de los resultados del análisis se divide en dos partes, correspondientes a los dos momentos del trabajo de campo: la observación de la actividad laboral y las entrevistas realizadas con dos menores trabajadores. En el *Primer momento: la observación de la actividad laboral* se presentan la descripción y el análisis del día a día del trabajo de los menores; y las tareas matemáticas identificadas en la observación y acompañamiento en las actividades laborales de los menores. La presentación de los resultados correspondientes al *Segundo momento: Conocimientos matemáticos de los menores y las situaciones matemáticas que involucran proporcionalidad* se divide en: el análisis de las técnicas basadas en las propiedades aritméticas de las relaciones entre cantidades; las técnicas basadas en las “muestras” y los modos específicos de medición dados en la actividad laboral; y las técnicas basadas en aproximaciones y otros “cálculos alternativos”.

4.1. Primer momento: observación de la actividad laboral de Ricardo e Inés

La finalidad de la observación de la actividad laboral fue identificar las situaciones matemáticas que enfrentan los menores, específicamente aquellas que involucran relaciones de proporcionalidad, así como realizar un primer análisis de las técnicas que ponen en marcha y reconocer algunos de los conocimientos matemáticos movilizados en estas situaciones. Como se señaló en el capítulo de Metodología, para hacer la presentación de este análisis se seleccionó a dos menores trabajadores: Ricardo e Inés.

A continuación, se describe a detalle un día de trabajo de los menores; a partir de esta descripción se presenta el análisis de las observaciones de los primeros acercamientos a Ricardo e Inés y a su actividad laboral. En total, se acompañó a Inés en diez ocasiones a la pepena de cartón y a Ricardo en ocho en la venta de agua potable. Los resultados presentados dan cuenta de quiénes son ellos, de sus condiciones de vida, sintetizan la cotidianeidad de su actividad laboral y permiten determinar algunas de las situaciones y tareas matemáticas, específicamente en las que los menores enfrentan tareas de proporcionalidad. Al final de esta sección, se presentan las diversas tareas de proporcionalidad identificadas en la observación de la actividad laboral de Inés y Ricardo.

Para ordenar la presentación de estos resultados de la observación, primero se presentan los correspondientes a la *pepena de cartón*, con Inés, y después los de la *albañilería* y la *venta de agua*, con Ricardo.

4.1.1. El día a día en la pepena de cartón: Inés

Entre los meses de febrero a mayo del 2011, se observó la actividad laboral de Inés. Ella apenas cumplió diez años, aunque desde antes de aprender a caminar ya acompañaba a la pepena a doña Mariana, su mamá; quien en un carrito de madera (en lugar del "diablo", que actualmente usa) recolectaba el cartón, —"ahí trepaba a mi changuita"— dice la señora.

Durante la observación se identificaron dos maneras principales en las que Inés y doña Mariana recolectan cartón. En la primera, Inés entra a algunos negocios para preguntar si hay algo de cartón que le regalen. En la segunda, doña Mariana e Inés hurgan dentro de tambos y contenedores de desechos para encontrar el cartón, buscan sobre todo cajas que después desarman para ponerlas sobre "el diablo".

A continuación se describe un día completo, a manera de ejemplo de las diez ocasiones en las que se acompañó a Inés, en esta descripción también se incorporan observaciones de los primeros acercamientos. Es importante aclarar que habitualmente Inés no realizaría todos los cálculos que se presentan en la descripción de la observación de la actividad laboral. Como anteriormente se mencionó, hay tareas que se le plantean a Inés durante el acompañamiento, y son pocas las que se dan de manera espontánea; también, muchos de los cálculos no se harían orales. Sin embargo, al construir una relación de confianza durante varias observaciones, Inés parece "hacer concesiones" hacia la observadora respecto al uso de sus técnicas.

Pequeñas manos que trabajan en la pepena:

Una mañana del sábado, doña Mariana, Inés y Chucho (su hermano de apenas tres años de edad), salen de la casa del abuelo para comenzar con la pepena. Chucho, muy emocionado, trae en las manos una bolsa de frituras con la fecha de caducidad vencida que el día anterior recogió de un tambo de basura, junto con Inés. Inés trata de acomodar con los dedos sus cabellos alborotados y se ríe cuando se ve a través del cristal de un auto. Doña Mariana camina, las chanclas con las que anda parecen no dificultar sus pasos, que al mismo tiempo dejan al descubierto sus talones agrietados y algunas heridas en los pies.

Rumbo al depósito se detienen en una fábrica en donde todos los sábados les dan cartón. Doña Mariana entra por él mientras Chucho e Inés esperan afuera. Ahí Chucho le pide a Inés que le abra la bolsa de frituras: —"pero no has comido nada" —le dice Inés con un tono de dulzura.

Al llegar al depósito se escucha un gran bullicio, hay otros pepenadores que están ya vendiendo su material al acopiador, el motor del camión de basura, el sonido del tren que pasa junto a este lugar, silbidos, música, ladridos de perros (que acompañan a algunos de los pepenadores). Es necesario ir al depósito porque ahí a doña Mariana le prestan un diablo viejo y el lazo con que se ata el cartón. Al llegar, Inés se sienta en la banqueta mientras que doña Mariana le ordena: —"¡Inés, ahí cuidas a Chucho, voy por el diablo!".

Parece que hoy lloverá. Es probable que sea un día malo para la pepena, pero Inés dice: "con esto no se sabe, a veces también nos va bien los días de lluvia".

Observadora: ¿Cómo cuánto (cartón) crees que se junte hoy, Inés?
Inés: Si nos va mal… como 10 kilos.

Observadora: ¿y a cuánto lo pagan (el kilo)?
Inés: Ahorita no sé, igual anda como… es que sube y baja, es como el colesterol. A veces como a uno cincuenta ($1.50), o algo así.
Observadora: Y si a penas se recolectan 10 kilos de cartón, y si el kilogramo lo pagan a uno cincuenta ($1.50), ¿cuánto se sacaría?
Inés: Un kilo… uno cincuenta, y… uno cincuenta, 3 pesos, más uno cincuenta… cuatro cincuenta… [Se ayuda con los dedos hasta llegar a los 10 kilos de cartón]: ¡15 pesos! —menciona dudosa.
[Como una forma de verificación, Inés pone en práctica un cálculo distinto para la misma tarea]:
A ver… mejor, primero "los de "a peso", serían… diez pesos. Y luego, los "cincuentas" son… cinco pesos, entonces por los diez kilos… sí, son 15 pesos —afirma.

Cuando Inés argumenta sobre cómo obtuvo los $5.00, ella responde:

—Pues de 2 monedas de cincuenta es un peso ¿no?

Observadora: Pero… ¿preguntan antes a cuánto se los van a pagar?
Inés: Mira, te lo apuntan, pesan tu cartón ¿no?, pesan tu cartón (repite) y te pagan por kilo lo que tiene que ser, y cuando sumas todos los kilos que son… ahí te da el resultado.

Doña Mariana empuja el diablo, mientras que con el lazo hecho nudos entre las manos sale del depósito, le grita a Inés: —¡Inés, vámonos!… ¡a chambear!—, entonces ella y Chucho la siguen. Una de las tareas que tiene Inés durante toda la jornada es hacerse cargo de Chucho: —¡Inés, agarra a Chucho!—, le recuerda doña Mariana, de vez en cuando.

En el primer negocio en el que entra Inés a preguntar si hay cartón que le regalen, responden que el camión de la basura ya se lo llevó[67]. Después de caminar unas cuadras, doña Mariana manda a Inés con "el Moreno" (empleado de un negocio de café) a preguntarle si tiene cartón: —mientras te lo vas sacando—le dice. Ella se queda esperando en otro negocio a que saquen unas cajas para dárselas.

Inés: El Moreno nos da mucho cartón.
Observadora: ¿Ah, sí?, y ¿cuánto es mucho?
Inés: Mínimo 20 kilos. Bueno, pero a veces nos va mal, mal, mal, como hasta la 1:00 vamos a trabajar, y nos va mal.

[67] La caminata es larga, y más aún cuando el camión de basura ya les ha ganado lo que obtienen de los tambos de residuos o de los contenedores en los que usualmente Inés y su mamá recolectan. Si esto sucede, las horas de trabajo se duplican. Aun así, en ocasiones alcanzan a recoger menos de diez kilos de cartón.

Al llegar con “el Moreno” Inés se dirige a él:

Inés: Hola, ¿tiene cartón?
El Moreno: Sí... ¿y tu mamá?
Inés: Ah, ahí viene.
El Moreno: ¡Ya la vi! Hay muy poquito, pero de todos modos. (Abre una bodega que está al lado del negocio y le señala el cartón a Inés).
Inés: Sí, no importa. ¡Ni tan poquitas! (menciona con sorpresa al mirar las cajas de cartón que ya están desarmadas y comienza a sacarlas). —¿Chucho, vas a ayudar o vas a estorbar? —le dice en tono de regaño, mientras que doña Mariana, afuera de la bodega, comienza a acomodar las cajas sobre el diablo.

Al dirigirse a otros negocios, Chucho se cansa de caminar y le pide a su mamá que lo suba al diablo, pero doña Mariana le dice varias veces que no, porque el cartón está mal acomodado, Chucho insiste y se sube sobre el cartón: — “¡Chucho bájate, no seas terco!” —le grita, doña Mariana.

Inés: Ah, es poquito ma’, como 15 kilos más o menos, ¿no? —Menciona mientras ve el montón de cartón que está sobre ‘el diablo’.
Observadora: ¿A cómo está el cartón ahora?
Doña Mariana: A peso (responde a señas).
Observadora: ¿A peso?
Inés: Así es más fácil la cuenta. Si vale a peso el kilo, son 15 pesos —lo dice con un tono de obviedad.
Observadora: ¿Por qué? ¿Cómo lo sabes?
Inés: Fácil, le puse a cada kilo un pesito.
Observadora: Bueno, pero el otro día ¿estaba a...?
Inés: A $1.50. A ver… 15 kilos y $1.50 el kilo ¿no?
(Se queda pensando un rato, no expresa algún cálculo de manera oral, entonces dice el resultado) — ¿no, o… sí?, ¿$17.50? Primero estoy sumando los 50 (centavos), ¿no?… ¡Chucho ven acá! (Chucho hace que interrumpa su explicación), y después me quedaron 10 pesos, o sea, los pesos enteros, los enteros, ya los sumo.
Observadora: ¿Si el señor del depósito te paga $17.50 por los 15 kilos, te pagó más, te pago menos o te pagó lo que debía?

En ese momento Doña Mariana le muestra a Inés unas películas que encontró en un bote de basura.

Inés: ¡Creo que está bien, creo que me pagó lo justo! Sí, creo que me pagó lo justo —reafirma. Creo que estoy bien, creo que me pagó lo justo— insiste.
Observadora: ¿Y si otro niño vende la misma cantidad de cartón y él le reclamara al señor diciéndole “¡no me pagaste lo justo!” ¿Qué le dirías a ese niño?

Inés: Estás mal, porque sí está bien la cuenta, estás mal, calculaste mal. Por ejemplo, ¿cuánto quería el niño? (pregunta a la observadora).
Observadora: El niño quería... $22.50.
Inés: No, no, está mal, se pasa… bueno, porque en primera hay que calcular los 50 centavos ¿no?, y de los 50 centavos salen $7.50 … a ver déjame calcular otra vez porque creo que sí sale un poquito más. Me salió mal mi cuenta, debería ser más porque si me pagan (pagaran) a $1.00 el kilo sería $15.00, o sea que me debería salir más. [...] Ah... sí son $22.50 porque de a peso son $15.00 y después le sumo el resultado de los 50 centavos y me salieron $22.50, entonces el niño estaba en la razón.

Durante el camino, mientras doña Mariana va unos pasos adelante, Inés dice que a veces se le hace tarde para ir a la escuela, y cuando se le pregunta qué pasa si esto sucede, inmediatamente responde: — ¡a trabajar! —. Inés cursa el cuarto grado de primaria, aunque sus faltas son frecuentes. Dice que le gusta ir, "pero mi maestra…"—menciona con un tono de desaliento.

Doña Mariana se detiene frente a una panadería en donde le dan algunas cajas de cartón, entonces Inés se acerca a ayudarle.

Chucho: Mira Inés, periódico.
Inés: ¿Cómo cuánto es, Chucho?
Chucho: Como 5 kilos.
Inés: No, es menos —le dice a Chucho para corregirlo sobre la cantidad estimada.
Doña Mariana: ¿Cómo cuánto le calcula? (pregunta a la observadora).
Observadora: Huy, como unos...
Inés: 2 kilos.
Observadora: Y el periódico, ¿en cuánto lo pagan?
Doña Mariana: El otro día nos lo pagaron a 80 centavos.
Inés: ¡No pues así se me hace bien difícil la operación! —menciona Inés con sarcasmo—. Nada más le pongo un cero, ésa es la única tabla (de multiplicar) que me sé (se ríe). 160, o sea que serían… $16, ¿no verdad?, déjeme ver… no, sería bien poquito.
Observadora: ¿Cómo sacaste ese 160?
Inés: Con suma, sume 2 veces 80.
Observadora: ¿Entonces te darían 160 pesos por los 2 kilos de periódico?
Inés: No, 1 peso con 60 centavos.
Observadora: ¿Sólo uno sesenta? ¿Por qué?
Inés: Porque "acompleté"; son 100 centavos ¿no?, o sea es un peso ya completo, pero como los 60 no los puedo completar, "pus" ya le puse así "uno sesenta".
Observadora: ¿Y qué tal si fueran 20 kilos?

Inés: Ah, pues ahí sería una multiplicación, porque con una suma no me saldría.
Observadora: ¿Con suma no te saldría?
Inés: No sé pero, sería mucho trabajo sumar 20 veces 80.
Observadora: ¿20 veces 80 qué?
Inés: "Pus" 20 y 80 de los kilos, a ver… ocho por dos, ocho por dos (comienza a hacer cálculos que no se hacen totalmente explícitos de manera oral): me salió "ciento seis cero" (se refiere a la cantidad 160)… eso me salió. A ver, no ¿o sí?
Observadora: ¿Qué hiciste para que te saliera "ciento seis cero" (160)?
Inés: Multipliqué 20 por 80.
Observadora: ¿Y te salió…?
Inés: 160.
Observadora: Entonces, eso es lo que te estarían pagando por los 20 kilos (menciona en tono de duda).
Inés: Es que no sé si el cero vale, o no vale el cero… porque con el cero serían 160 y si le quitamos el cero serían 16 pesos.
Observadora: ¿Y tú crees que valdría o no valdría?
Inés: Yo creo que serían $16, porque como es una suma de centavos y hasta el final le puse el punto.
Observadora: Y ¿dónde le pusiste el punto?
Inés: 'Pus' aquí seguro va entre el 6 y el 0 (se refiere a la cantidad de 160).

La caminata continúa hacia un *Office Depot*[68], tras del cual hay un contenedor en el que regularmente encuentran cartón. Por ejemplo, en una observación anterior, en este lugar había algunos trabajadores sacando la basura y echándola al contenedor, cuando ven a doña Mariana le dicen que espere porque en un rato sacarán cartón: "fácil como 80 kilos" —menciona uno de ellos—. Así que doña Mariana ofrece invitarles un refresco si comienzan a sacar las cajas en ese momento. Los trabajadores acceden y entonces doña Mariana manda a Inés a la tienda a comprar el refresco. Cuando Inés regresa, mira el cartón desparpajado en el piso y de inmediato dice en voz alta: "¿no que como 80?, eso son como 60 (kilos) o menos" Doña Mariana voltea a verla y asiente con la cabeza. Sin embargo, el día de hoy, en el lugar, no hay cartón que recolectar.

Doña Mariana: Ora sí a juntar PET[69], Inés.
Inés: ¡PET no!, es que yo lo tengo que cargar… es una "lata" —menciona Inés refiriéndose a que la recolección del PET cuesta mucho trabajo.

[68] Tienda de consumibles de papelería y oficina.
[69] Cuando Inés y Doña Mariana hablan del PET, hacen referencia a las botellas de plástico que recolectan, así también le llaman regularmente en el depósito de desperdicios industriales. Las siglas refieren al Politereftalato de etileno (PET).

Doña Mariana: Sí es una *lata* (refiriéndose a que un fastidio), pero esa lata la pagan a $4.00.

Durante el camino, Inés y su mamá buscan dentro de los botes de basura si hay botellas de plástico, pero encuentran muy pocas. Por casi hora y media la recolección parece en vano: — ¿Ya ves?, ¿por qué me hiciste enojar en la mañana? —le dice doña Mariana con un tono de regaño a Inés, como atribuyendo que si no han tenido “suerte” en la pepena es por ese motivo.

Después de caminar por varias horas y recorrer algunas calles de la colonia Polanco, doña Mariana mira que de un local le hacen señas para que vaya; de este lugar le dan varias cajas de cartón. Chucho e Inés comienzan a ayudarle con las cajas: — “te salvaste de llevar PET” —le dice su mamá a Inés, mientras le siguen dando cajas. A la orilla de la avenida y debajo de la banqueta, Inés y Chucho colocan las cajas que de inmediato comienzan a desarmar.

En otro negocio de los que se frecuentan en el recorrido, Inés se asoma a una puerta de cristal, desde afuera ve a un señor al que le pregunta: — ¿Tiene cartón? El señor le indica que en un momento le da algo y casi de inmediato sale con unas cajas grandes que contienen muchas cajas pequeñas. — “¡Ay no!” — dice Inés. Su lamento es porque para poder vender esas cajas en el depósito tienen que quitarles el hule que las cubre, sacarles el papel que traen dentro, desarmarlas y acomodarlas dentro de una paca: —las debemos limpiar cada cajita, porque si no, no las compran —explica Inés. Limpiar las cajas lleva más de dos horas, pero es necesario, no sólo para que el acopiador compre el cartón sino porque la paga por tipo de papel que contienen las cajas es distinta: —ora sí que conviene limpiarlas— dice doña Mariana.

Mientras que Inés y Chucho limpian y desarman las pequeñas cajas que acaban de darles, doña Mariana hace una pila con el cartón de forma prolija. Luego manda a Inés a buscar agua para mojar el cartón: Consígueme tantita agua para *bautizarlo* —le dice—. Inés y doña Mariana consideran que en el depósito van a pesar mal el cartón que llevan, van a pesarlo por debajo del peso real; de manera que intentan compensar los kilogramos que no les son pagados *bautizando* el cartón. Este bautizo consiste en echarle agua a la mayor parte de la pila de cartón, dejando algunos cartones secos que se colocan en los bordes exteriores de la paca, tratando de evitar que se vean los que están mojados. Algunas veces el bautizo se hace usando una botella de plástico con agua para rociar la paca; otras veces, durante el recorrido de la recolección buscan pasar por alguna fuente de agua para ahí meter algunos cartones dentro de la fuente y luego colocarlos en la paca. Al bautizar el cartón hay que considerar que haya tiempo suficiente para que, al llegar al depósito, la paca no escurra y no se note que el cartón está mojado[70].

Inés hace caso a la petición de su mamá, busca la manera de conseguir agua para el bautizo del cartón; se dirige atrás del negocio y ahí encuentra una llave de agua y un bote de plástico, el cual llena casi a la mitad y lo lleva hasta donde desarman las cajas. Inés y Chucho meten al bote las cajas pequeñas, mientras tanto doña Mariana construye el "esqueleto de la paca", con cartones secos arma una especie de caja en donde meterá el cartón mojado.

El cartón que aún queda fuera de la paca se coloca de manera estratégica para seguir cubriendo el cartón mojado: "ese es el "disfraz"... pa' que no se vea de que llevo tanto mojado" —dice doña Mariana—. Inés, coloca algunos cartones en el montón que ya está sobre el diablo y al momento que lo hace, se trepa en éste, lo cual hace enfadar a la señora: — "¡Írala!, mira ya cómo lo hiciste" —le dice doña Mariana, pues Inés ha desacomodado el cartón. A pesar de que doña Mariana parece molesta, Inés le dice en tono de broma: "Tons ya no te ayudo. ¿Ya ves cómo eres?, todavía que me estoy subiendo para hacer peso..."

La recolección del cartón se va haciendo poco a poco. Durante horas, doña Mariana empuja el diablo sobre algunas de las avenidas de la ciudad, mientras que Inés, a su lado, está alerta de que no se caiga el cartón o se volteé el diablo debido al peso de la paca.

El depósito de desperdicios ya está cerca y, después de seis horas, el fin de la jornada laboral al perecer también está llegando. Doña Mariana encuentra

[70] Más adelante, en el segundo momento del análisis, se continuará abordando esta práctica.

algunas latas de aluminio en un tambo que está sobre la avenida, se las da a Chucho porque él es el encargado de recolectarlas, “sólo cuando salen” (cuando se las encuentran incidentalmente). Las latas de aluminio se las pagan a $15.00 el kilo.

Antes de llegar y vender lo que se logró juntar de cartón y periódico, pasan por una fábrica de la que sale el velador del lugar, quien le dice a doña Mariana que la estaba esperando. La señora entra y comienza a sacar varias cajas de cartón, cuadernos usados, papel de color, periódico y papel de archivo (papel blanco): — éste lo pagan bien —dice Inés. Al salir del lugar, doña Mariana le expresa al vigilante un “gracias, jefe”, palabras que de inmediato Chucho repite con su voz infantil: “gracias, jefe”, Inés sólo se despide con un “nos vemos” al que agrega una sonrisa mientras levanta los hombros.

Cuando la cantidad de cartón que llevan ya no se sostiene tal como está acomodado, doña Mariana e Inés paran frente a un mini súper. Sobre la banqueta ponen todas las piezas de cartón que aún no están atadas y comienzan a acomodarlo en una pila en forma de prisma rectangular, de tamaño adecuado para que quepa en el diablo[71].

Mientras que doña Mariana comienza a acomodar y amarrar el cartón, Inés y Chucho separan el papel de archivo en una caja, en otra ponen el papel de color y en una más “la revoltura”[72]; después lo suben al diablo.

Como repasando una lección aprendida, Inés observa el montón que han juntado. Dice que tuvieron suerte y trata de hacer una estimación del total de kilogramos del cartón que pepenaron:

> Inés: Han de ser como 56 kilogramos, bueno, un poco más, después de bautizarlo —menciona Inés con un poco de pena—. Como 60

[71] Doña Mariana dice que si no acomoda el cartón “todo va desparpajado o se va cayendo”. El acomodo implica apilar el cartón de manera prolija, formando una paca “de un metro… de un metro al cuadrado, haga de cuenta un metro así…”—explica doña Mariana ayudándose de sus manos— y de una altura aproximada a metro y medio, que es la altura estándar del tipo de diablo con el que transporta el cartón.

[72] Refiriendo a la revoltura, Inés dice: “si a veces sacamos un poco de cartón, un poco de blanco y también periódico, ese lo vendemos como revoltijo”. Es decir, cuando al depósito se lleva “revoltura” es porque en la recolección encuentran una cantidad de papel revuelto (“revoltura”) y hecho trizas que no conviene separar por tipo. Otras veces se puede encontrar, por ejemplo, que un tipo de papel no completa 1 kilogramo, entonces conviene juntarlo con otro del mismo precio.

kilogramos, —dice mientras mira el cartón que doña Mariana ya ha acomodado y atado de una manera peculiar[73]—.

Al llegar al depósito, doña Mariana empuja el diablo con el cartón hasta llevarlo cerca de la báscula y el montacargas. Inés se sienta en la banqueta y juguetea con un perro. Después se dirige al lado de su mamá, el perro la sigue. Hoy el precio del cartón es de $1.20 y no de $1.50 como lo había previsto Inés por la mañana cuando se inició la pepena de ese día. Mientras esperan para la venta del material, tiene lugar el siguiente diálogo con la observadora:

Observadora: ¿A cuánto pagan el papel de color?
Inés: Lo pagan a menos que el papel blanco. Mire este es el papel de color (señala un contenedor que está ahí cerca). Mire, y este es periódico (muestra lo que está dentro de otro contenedor).
Observadora: Y el periódico ¿lo pagan a menos?
Inés: Creo que igual que el cartón, pero el revoltijo creo que lo pagan peor —explica sin dar un valor exacto del precio. Mire, si a veces sacamos un poco de cartón, un poco de blanco y también periódico, ese lo vendemos como revoltijo, pero ese lo pagan como a 50 centavos.

En el depósito se encuentra el acopiador, quien es dueño del lugar, él se está encargando de pesar el material. También hay un "apuntador" quien escribe en una libreta las cantidades de cartón y papel que el acopiador pesa en la báscula y, al final de pesar lo que cada pepenador lleva, saca la cuenta de lo que se debe pagar. Mientras tanto, otros trabajadores separan el material.

Hay algunos pepenadores que ya vendieron su material o apenas están llegando. Por ejemplo, hoy están los del camión de la basura, al verlo Inés dice: —"¡ay, no!". Cuando ellos están, los demás pepenadores deben esperar más de lo acostumbrado para que les toque su turno y se lleve a cabo la venta.

[73] Para atar el cartón, doña Mariana e Inés hacen una especie de tejido que termina con un nudo que no se desate por el camino pero, que al llegar al depósito, se pueda desanudar sin dificultad. La manera de formar y atar las pacas permite hacer una estimación del peso del cartón considerando otras características de la actividad como el tipo de cartón, el "diablo" con el que se transporta, e incluso su relación con otras tareas como el bautizo. Por un lado, doña Mariana explica: "haga usted de cuenta que el cartón si se acomoda bien, obvio puede caber más, aunque la paca se vea chica… pesa, pero hay pacas que el cartón es bofo y pesa 10 o 15 kilos una paca grande". Por otro lado, al preguntarle por qué en ocasiones no hace el bautizo del cartón, ella dice: "… llevábamos el diablo viejito ¿verdad?, el que me prestaron. ¡Ah!, lo que pasa es que ese diablo su máximo son 80 kilos, ya con 90 (kilos) ya se ladea la llanta; o sea, con 80 kilos ya se siente el diablo muy pesado, y ya llego pujando… [se ríe]".

Entonces, en la técnica peculiar de atar el cartón está implicado, al menos, el tamaño del diablo, el desgaste de sus llantas, el tipo de cartón, la estimación del peso en kilogramos, la forma de la paca y el bautizo.

Cuando llega el momento de la venta del material, doña Mariana e Inés se mantienen cerca de la báscula, ambas están alertas de las acciones del acopiador y del peso del cartón que marca la báscula.

Acopiador: ¿Qué es éste? ¿Periódico? (Dirigiéndose a doña Mariana).
Doña Mariana: Sí, revoltura, la verdad —refiriéndose al papel que pepenaron y que no está separado.
Acopiador: (Pone sobre la báscula el papel de color para pesarlo junto con la revoltura) ¡Sale!, 9 de revoltura —dice en voz alta para que “el apuntador” vaya anotando las cantidades y después saque la cuenta de cuánto le pagarán a doña Mariana.
Inés: ¿A cuánto vale la revoltura, tío? —pregunta al acopiador a quien Inés, en ocasiones, llama tío.
Acopiador: Igual que el cartón —contesta como si no le prestara mucho interés, mientras que con un gesto afirma que sí es revoltura. Asimismo observa qué más se va a pesar, mientras busca con la mirada a uno de sus empleados a quien llama ‘Pelé’.
Inés: No, ¿pero a cuánto vale? —insiste con su pregunta sobre el precio por kilogramo de revoltura.
Acopiador: ¡Sale, Pelé! —grita para que le ayude a trepar a la báscula la caja que contiene el papel blanco que se recolectó, este tipo de papel lo pagan a otro precio.
(Se escucha un silbido).
Doña Mariana: ¡Te hablan, Chucho!, —le dice como esperando que el pequeño vaya con quien le habló.
Acopiador: Fueron qué…¡35 de blanco! (Refiriéndose al peso del papel de archivo).

Chucho ha ido con el conductor del camión de basura, quien está haciendo cuentas con el apuntador, en un espacio dentro del depósito; está ahí con él recibiendo unas monedas que el conductor le da. También le regala un par de zapatos y una muñeca para Inés. Estos regalos son cosas que el conductor saca de la basura y que considera en buen estado. Inés se aparta de la báscula por un momento y va por Chucho.

Doña Mariana: Gracias señor, ¡que dios lo bendiga! —le dice en voz alta al conductor del camión de basura, sin apartarse de la báscula. Chucho se dirigen al lado de doña Mariana, le muestran las monedas que el señor les dio: $20.
Inés y Chucho: ¡Gracias! —dicen al señor conductor del camión de basura.
Acopiador. ¡35 de blanco! —vuelve a mencionar, en un tono más alto. 35 de blanco —le dice a doña Mariana.

¡Échate el cartón, *mano*! (Dirigiéndose a Pelé quien sobre el montacargas baja de la báscula la caja que tiene el papel blanco y sube el cartón).

Doña Mariana: (Mira el cartón que recolectaron y dice al acopiador, mientras Inés sigue viendo cuánto pesará el cartón que pepenaron): ¡60!

Acopiador: (Intuyendo tal vez que serán más de 50 kilos, le cambia la "pesa" a la báscula) ¡69 de… cartón!

Ya no hay más que pesar pues los 9 kg de revoltura, los 35 kg de papel blanco y los 69 kg de cartón fue lo que se logró pepenar ese día.

Acopiador: ¡Amarra bien ese lazo Mari!, —le ordena a Doña Mariana.

Doña Mariana: ¡Sí, don…!

Acopiador: Ahí te pagan, Mari —Señalando a quien le está haciendo la cuenta.

Mientras Inés espera que a doña Mariana le den la paga por la venta del material, confirma en la tabla de precios colocada en la entrada del depósito que ese día el precio por kilogramo es de $1.20 y no de $1.50, como lo había previsto. Entonces, trata de hacer los cálculos para saber cuánto pagarán por el total de cartón (69 kilogramos):

Inés: Uno veinte y uno veinte… dos cuarenta ¿no? Entonces… más otros dos… cuatro ochenta, más uno veinte… (Se ayuda con sus dedos, como una manera para ir controlando cuántas veces ha sumado $1.20. Sin embargo, pronto desiste de este procedimiento).

El tipo de tareas que enfrentó Inés en la mañana, al iniciar la pepena, y por la tarde, al concluirla, es el mismo: el cálculo del costo de cierta cantidad de cartón, pagado a una determinada cantidad de dinero por cada kilogramo. Sin embargo, en el caso de la tarea de la tarde (69 kilogramos a $1.20 el kilogramo), después del primer intento sumando el valor unitario ($1.20) repetidamente, Inés lo intenta otra vez, pero desiste nuevamente. Buscando otra manera de calcular la suma Inés hizo lo siguiente:

Inés*:* Primero sumamos los pesitos, ¿no?, y luego, los "veintes" (20 centavos). Piensa un rato y pregunta: ¿Los veinte centavos también importan? O sea, yo digo…de los pesitos son… $69 y los veintes… sí, sí importan.

Por primera vez pidió papel, lápiz y escribió, de manera vertical, tantas veces como cupo el número veinte a lo largo de la hoja[74]. Al revisar y darse cuenta que no le cabía 69 veces el número 20, borró y sólo escribió este número veinte veces. Una vez que lo hizo, rectificó que exactamente hubiera escrito veinte veces el número 20. En la figura 1 se muestra lo que Inés escribió en la hoja de papel.

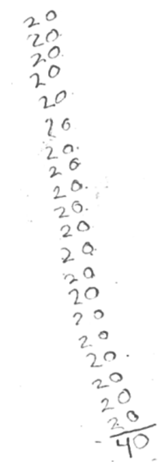


Figura 1. Solución escrita de Inés a la tarea de encontrar la paga de 69 kilogramos de cartón a $1.20 el kilogramo.

Inés resolvió la suma apoyándose en su registro, y siguiendo el algoritmo usual. Sumó veinte veces 0, y colocó el número 0 debajo de la columna de las unidades. Luego, sumó veinte veces 2, siguiendo la serie de 2 en 2 y deduciendo que el resultado son cuarenta. Escribió 4 debajo de la columna de las decenas como suponiendo que, al juntarse con el cero que ya había colocado en las unidades, se formaba el 40, "¿son cuarenta?" se preguntó Inés sin mostrar cómo verificar su resultado.

Finalmente, doña Mariana recibió la paga, contó el dinero recibido y de inmediato lo guardó en la bolsa de su pantalón.

Doña Mariana: ¿Qué pasó Inés?
Inés: Ah, es que estaba sumando lo de los kilos (69 kilogramos a $1.20 el kilogramo).
Doña Mariana: Mmmm, multiplica el...
Inés: Sí, lo sumo.

[74] Esta es la única vez en que, durante la observación de la actividad laboral, Inés pide papel y lápiz.

Doña Mariana entrega al acopiador el lazo y el diablo que le prestó por la mañana al inicio de la jornada laboral.

Doña Mariana: Vámonos ya princesa —dirigiéndose a Inés.
Inés: ¿Cuánto te pagaron ma'?
Doña Mariana: (No responde a la pregunta de Inés).
Inés. ¿No me quieres decir?, ¡bueno! —menciona mientras levanta los hombros.

A pesar de que ya son más de las 4:00 de la tarde, doña Mariana dijo, explicando: "es que hoy fue todo muy rápido, no fuimos con tiempo". De pronto, Inés le preguntó a doña Marina: "¿Oye mamá? ¿Y cuántos kilos fueron?", pero doña Mariana no le contestó. —¡Ay, me duele mi espalda! — dijo finalmente Inés para sí.

A partir de los resultados de la observación de la actividad laboral, se concluye que la actividad de la pepena da lugar a tareas matemáticas específicas (como el acomodo del cartón en pilas que asemejan prismas rectangulares), tareas que implican relaciones de proporcionalidad (básicamente aquellas pertenecientes al tipo de tareas sobre el *cálculo de la paga de una cierta cantidad de cartón a un precio específico por kilogramo*, y una cualitativa y más implícita, que es la relación entre el volumen de la paca y su peso), y tareas "no-matemáticas" (como el bautizo del cartón), que están relacionadas con las tareas de proporcionalidad.

Se encontró que Inés soluciona frecuentemente *problemas típicos de valor faltante* y, cuando doña Mariana decidía vender el cartón con otro acopiador, *problemas de comparación de razones*. Las tareas de proporcionalidad que Inés resuelve, se presentan básicamente en el momento de la recolección, mientras que en la venta de cartón, su rol la pone como observadora de las acciones del acopiador y de la manera en que su madre enfrenta la tarea, acepta, confronta o renuncia a la paga que determina el acopiador.

Estas tareas matemáticas identificadas en la actividad de la pepena son complejas, debido al tipo de números involucrados (naturales y decimales) y al tamaño de las cantidades (desde centésimos hasta cientos, como en el caso del dinero), pero sobre todo por las restricciones, condiciones y demandas bajo las cuales es realizada esta actividad (como que el precio que se paga por kilogramo de cartón varía constantemente, o la tensión que tiene lugar en el momento en que el acopiador pesa el material y determina lo que va a pagar por él).

En la solución de estas tareas, Inés pone en marcha técnicas basadas en el uso de *razones internas*, los *procedimientos sobre la marcha,* la *descomposición de cantidades*, *agrupamientos repetidos*[75] y *procedimientos híbridos* (técnicas en las que, en algunos casos, incorpora algoritmos convencionales). Además se identifican estimaciones sobre la cantidad de cartón recolectado y cálculos sobre la paga que se puede recibir en el depósito al momento de la venta; la estimación parece tener una fuerte presencia en las técnicas.

Estas técnicas que pone en marcha Inés movilizan conocimientos matemáticos que se comunican en una interacción con otros participantes de la actividad, especialmente con su madre, doña Mariana, quien participa como maestra-experta de la pepena de cartón. Las intervenciones "didácticas" de doña Mariana van desde dar explicaciones de cómo acomodar el cartón sobre el diablo, y acciones que sin palabras que muestran a Inés cómo hacer los nudos necesarios y el amarre adecuados para atar el cartón, hasta sugerir hacer una multiplicación para determinar la paga por 69 kilos de cartón recolectado.

Los conocimientos matemáticos que pone en juego Inés quedan determinados por la tarea matemática específica que enfrenta y por la técnica con la que resuelve; pero también por el rol que ella misma cumple y las condiciones sociales propias de la actividad, que desde los primeros acercamientos logran distinguirse causando efectos cualitativos en el saber-hacer en la pepena .

[75] Esta técnica trata de sumas iteradas de una cantidad y de múltiplos de esa cantidad. Durante el segundo momento de análisis se abordará esta técnica.

4.1.2. Tareas específicas identificadas en la observación de la actividad laboral de Inés[76]

A continuación, en la tabla 5 se presentan tareas específicas que implican relaciones de proporcionalidad, identificadas en la observación de la actividad laboral de Inés, junto el análisis de su estructura presentada en forma de tabla[77].

<table>
<tr><th>Tarea específica</th><th colspan="2">Estructura de la tarea</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Si el precio pagado por kilogramo de cartón es de $1.20 y el total de cartón recolectado asciende a 69 kg, calcular cuánto le pagarán por el total de cartón.</td><td>Peso del cartón</td><td>Lo que pagan en el depósito</td></tr>
<tr><td>1 Kg</td><td>$1.20</td></tr>
<tr><td>69 Kg</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">En el depósito pesan el total de cartón recolectado de ese día, el cual asciende a 43 kilogramos, pagan a 80 centavos cada kilogramo, calcular la paga por el cartón recolectado.</td><td>Peso del cartón</td><td>Lo que pagan en el depósito</td></tr>
<tr><td>1 Kg</td><td>80 ¢</td></tr>
<tr><td>43 Kg</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">El día de hoy sólo se juntó aproximadamente 20 kilogramos de papel de archivo, éste lo pagan a $2.50 el kilo, calcular la paga por los kilogramos de papel de archivo recolectados.</td><td>Peso del papel de archivo</td><td>Lo que pagan en el depósito</td></tr>
<tr><td>1 Kg</td><td>$2.50</td></tr>
<tr><td>20 Kg</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">En la recolección, además de cartón, también se juntó 1 kilogramo de latas de aluminio, en el depósito el kilogramo lo pagan a $15.00, calcular la paga por las latas recolectadas</td><td>Peso de las latas de aluminio</td><td>Lo que pagan en el depósito</td></tr>
<tr><td>1 Kg</td><td>$15.00</td></tr>
<tr><td>1 Kg</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Se ha recolectado 16 kilogramos de revoltura, y cada kilo lo pagan a 50 centavos, calcular la cantidad de dinero que se recibirá por la venta.</td><td>Peso de revoltura</td><td>Costo</td></tr>
<tr><td>1 Kg</td><td>50 ¢</td></tr>
<tr><td>16 Kg</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Cuando recolecta PET, aproximadamente se junta 3 kilogramos, cada kilo lo pagan a $4.50, calcular la paga por la venta de PET.</td><td>Peso del PET</td><td>Lo que pagan en el depósito</td></tr>
<tr><td>1 Kg</td><td>$4.50</td></tr>
<tr><td>3 Kg</td><td>¿?</td></tr>
</table>

[76] Las tareas que se presentan en la tabla son sólo algunas de las que fueron identificadas en la actividad laboral de la pepena de cartón, con éstas se procura mostrar la diversidad de tareas específicas que se presentan en la actividad. Algunas de estas tareas, junto con las técnicas que Inés pone en juego, se muestran en la descripción del acompañamiento a la actividad laboral; otras se retoman durante el segundo momento de análisis.

[77] Las primeras once tareas que se muestran se presentaron en el momento de la venta del material en el depósito durante distintos acompañamientos en la pepena; las últimas cinco tareas fueran planteadas ex profeso por la observadora durante el momento de la recolección, aprovechando algunas estimaciones o cantidades sobre el precio y el peso del material, éstas podrían presentarse habitualmente en la pepena.

En un recorrido, una señora te da un costal con botellas de plástico, en el depósito el PET pesa 10 kilogramos, cada kilo lo pagan a $4.00, calcular la paga por la venta de PET.	Peso del PET	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	$4.00
	10 Kg	¿?

Se ha recolectado 20 kilogramos de cartón, y cada kilo lo pagan a 70 centavos, calcular la cantidad de dinero que se recibió por la venta.	Peso de cartón	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	70 ¢
	20 Kg	¿?

Ayer se recibió por la venta de cartón $121, pagaron a 80 centavos cada kilo, calcular la cantidad de kilos recolectados.	Peso del cartón	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	$0.80
	¿?	$121

Después de separar y desarmar las pequeñas cajas, se juntó aproximadamente 35 kilogramos de papel de archivo, éste lo pagan a $2.00 el kilo, calcular la paga por los kilogramos de papel de archivo recolectados.	Peso del papel de archivo	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	$2.00
	35 Kg	¿?

Se ha recolectado 9 kilogramos de revoltura, y cada kilo lo pagan a 50 centavos, calcular la cantidad de dinero que se recibirá por la venta.	Peso de revoltura	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	50 ¢
	9 Kg	¿?

Suponiendo que hoy sólo se recolectan 10 kilogramos de cartón, y pagan $1.50 por kilogramo, calcular la cantidad del dinero que pagarán.	Peso del cartón	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	$1.50
	10 Kg	¿?

Pagan $1.00 por kilogramo de cartón, si se venden en el depósito 15 kilogramos, calcular la cantidad del dinero que pagarán.	Peso del cartón	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	$1.00
	15 Kg	¿?

Pagan $1.50 por kilogramo de cartón, si se venden en el depósito 15 kilogramos, calcular la cantidad del dinero que pagarán.	Peso del cartón	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	$1.50
	15 Kg	¿?

En una bodega le dieron 2 kilos de periódico (según su estimación), el kilo de periódico lo pagan al mismo precio que el cartón, por cada kilo le dan 80 centavos, calcular	Peso de periódico	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	80 ¢
	2 Kg	¿?

cuánto pagarán por los 2 kilos de periódico.		
Y si se recolectaran 20 kilogramos de periódico y pagan a 80 centavos cada uno, calcular la paga que darán en el depósito.	Peso del periódico	Lo que pagan en el depósito
	1 Kg	80 ¢
	20 Kg	¿?

Tabla 5. Tareas de proporcionalidad identificadas en la pepena de cartón

Además, se identificaron características de las tareas de proporcionalidad que pueden favorecer la aplicación de algunas técnicas (las cuales constituyen posibles “variables didácticas”, en el sentido de Brousseau):

i. los conjuntos de cantidades que se relacionan corresponden a magnitudes de diferente naturaleza, en todas las tareas al peso del material, en kilogramos, y la cantidad de dinero que se obtiene por la venta del material, en pesos;
ii. generalmente, el valor unitario por kilogramo de cartón está dado, y puede ser un número natural o decimal; por tanto, el factor constante de proporcionalidad puede ser un número natural o decimal;
iii. el valor unitario por kilogramo de cartón está en un rango entre 40 centavos hasta $1.50, poniendo en juego decimales hasta centésimos; para otro tipo de material, el valor unitario puede ir desde 1.50 hasta15 pesos;

Estas características de las tareas permiten entender las técnicas usadas por Inés. Buscando entender mejor la manera en que estas técnicas toman forma en la actividad laboral, se formula la pregunta ¿qué variables pueden ser modificadas en estas tareas específicas, de tal modo que lleven al límite las técnicas que usa Inés para su resolución (*razones internas*, *procedimientos sobre la marcha, descomposición de cantidades*, *agrupamientos repetidos* y *procedimientos híbridos*)? Como se verá más adelante, es para responder esta pregunta que se llevará a cabo la entrevista con Inés en la que se plantearán tareas matemáticas específicas.

4.1.3. La albañilería y la venta de agua potable, el día a día de trabajo: Ricardo

A continuación, se presenta el análisis de las observaciones que se hicieron respecto al contexto de trabajo de Ricardo: la albañilería y la venta de agua potable en la pipa, sus tareas específicas, sus relaciones familiares y su escolaridad. Estas observaciones fueron registradas entre los meses de agosto a diciembre del 2011.

Debido a que en el momento en que se realizó esta investigación Ricardo sólo trabajaba esporádicamente en la albañilería, la información obtenida al respecto no se pudo levantar *in situ*. Las numerosas conversaciones que se tuvieron tanto con Ricardo, como con varios chalanes y maestros de obra permitieron obtener información relevante sobre las situaciones de proporcionalidad que existen en la albañilería, aunque él no las aborde en la actividad. La exploración que tuvo lugar con Ricardo, además permitió plantearle tareas específicas sobre dichas situaciones, con lo que se obtuvo también información sobre las técnicas que usaría para resolverlas y sobre algunos de los conocimientos matemático que moviliza para hacerlo.

En el caso de la venta de agua, la observación se registró durante los primeros acercamientos y el acompañamiento a la actividad laboral de Ricardo *in situ*. Es durante el acompañamiento que se identifican situaciones y tareas matemáticas que Ricardo enfrenta, pero también se le plantean otras tareas específicas *ex profeso*; a veces, éstas no son las que cotidianamente se presentan en su actividad, sin embargo, permiten entender alcances de sus conocimientos matemáticos.

Además, es importante decir que, respecto a sus cálculos, Ricardo suele ser muy "generoso" con la observadora; casi siempre, mientras resuelve habla en voz alta, incluso parece interesado en explicar las técnicas que usa y en mostrar ejemplos para aclarar su manera de enfrentar las tareas.[78]

---

[78] Por ejemplo, Ricardo determina que el costo por el agua de 20 cubetas es de $12, si el valor unitario fuera 60 centavos por cubeta, y explica: Ira (mira) chécate, es como si compráramos chicles: por 5 pesos te dan 10 (chicles), son a 50 (centavos), y por 10 pesos te dan 20 chicles ¿ya?… 20 de a 50, son 10 pesos [repite]. Los 10 centavos que me sobran: de

Los resultados que se presentan a continuación, describen algunas características y tareas en la albañilería, durante la exploración de la actividad laboral. Luego, se describe el desarrollo de un día completo en la actividad de la venta de agua. Durante esta jornada, Ricardo enfrentó una variedad de tareas específicas que involucran relaciones de proporcionalidad orientadas al cobro por el agua de los recipientes.

La voz de un chalán de corta edad en la albañilería y la venta de agua.

Ricardo es un niño de trece años que trabaja desde los cinco. Además de repartidor de agua, vendedor de naranjas y repartidor de alimento para ganado, se ha desempeñado como chalán de albañilería desde los ocho años. Aunque es originario de Poza Rica, Veracruz, vive actualmente en el Distrito Federal, donde en un predio habita con su familia y se dedica también a la crianza de guajolotes.

Ya tiene más de cinco años que Ricardo comenzó a trabajar en la albañilería, sin embargo, durante los últimos meses sólo se dedica de vez en cuando a esta actividad. Cuando les falla el chalán de base o cuando requieren manos extra para “echar un colado”, don Rafael o don Tony buscan a Ricardo para que les ayude en trabajos sencillos. Hasta hace poco, Ricardo era un trabajador asalariado que cumplía una jornada laboral de ocho horas en la albañilería. A veces, no asistía a la escuela durante días pues trabajaba en la obra desde temprano. Otras veces, también trabajaba los sábados, la jornada completa. En ocasiones, Ricardo trabajaba medio turno; después de la escuela, pasado el mediodía ya estaba en la obra. Por ahora, los trabajos como chalán de albañilería son esporádicos, prácticamente se dedica a la venta de agua potable en la pipa.

Sobre la actividad de la albañilería Ricardo comenta:

Ricardo: No creas que los chalanes cobran barato, yo soy chalán y mínimo me pagan 60 pesos diarios.

---

10 cubetas de a 10 centavos serían 2 pesos, que serían 200 centavos, de 100 centavos es 1 peso. Por eso serían 12 pesos.

En la albañilería, Ricardo trabaja para el maestro de obra. El trabajo consiste básicamente en que Ricardo le pasa los ladrillos y atiende sus órdenes en la organización del trabajo.

> Ricardo: Porque “habemos” tipos de chalanes: los que hacen pura mezcla y otros, como yo, que ya empiezo a pegar ladrillo [...] Pero ahí, si el maestro te dice: hazte cinco botes de arena [se refiere a la mezcla] o ponte un hilo, lo haces. Y si te manda a la tienda por las cervezas, “pus” vas. Por eso es el que paga. 'Ora', también si la “regaste” te regaña, y con groserías eh… hay veces que los chalanes no se dejan y responden, pero yo no.

Según Ricardo, en la albañilería, a veces tiene que preparar solo la mezcla, según indicaciones del maestro de obra; la consistencia de la mezcla le hace ver a Ricardo si la porción de cada material es la adecuada o si tiene que agregar más de alguno de los materiales o de agua. Las tareas en la albañilería implican problemas típicos de valor faltante y otros con un mayor número de relaciones, sobre todo al hacer la mezcla:

> Observadora: ¿Y cómo es eso de hacer la mezcla?
>
> Ricardo: Haz de cuenta, puede ser (mezcla) para pared o para castillo, es diferente; si nomás vas a hacer la pared, nomás son 10 “cubetadas” de arena y el bulto de mortero, para que me entiendas, la de pared no lleva grava. Pero para castillo, ahí sí, por cada bulto de cemento son 10 (botes) de arena y 11 (botes) de grava.
>
> Observadora: ¿El maestro te puede decir que hagas la mezcla para 5 bultos?
>
> Ricardo: Tengo que calcular las cuentas, si me dice 5 de mortero para pared, pus le tengo que echar 50 (botes) de arena; porque haz de cuenta que 1 bulto vale 10, y haz de cuenta que le voy sumando: 10 por 1, 10... 10 por 2, 20... haz de cuenta así, voy sumando hasta llegar al 50, haz de cuenta 10 por 5, 50... 10 bultos de mortero 50 “cubetadas” de arena.
>
> Observadora: Oye, pero entonces ¿cómo sería la mezcla para castillo si preparas lo de 2 bultos?
>
> Ricardo: Serían... 20 de arena y... 22 de grava.
>
> Observadora: ¿El maestro albañil también te puede decir prepara la mezcla para 44 botes de arena?
>
> Ricardo: Si fueron 44 de grava, de la arena van a ser 40 porque va a ser menos, las cubetadas de arena valen 10; entonces si son 40 de arena, de los bultos van a ser 4 de mortero, porque 1 (bulto) me alcanza para 10 de arena y 11 de grava. ¡Ahí sí va estar pesado!

Pero, en la albañilería el maestro de obra dice cómo hacer las cosas y luego pone al chalán a hacerlas. Según narra Ricardo, mientras uno de los chalanes pone los anillos para armar un castillo, el maestro puede dar indicaciones “házmelo cruzadito [refiriendo a la manera de amarrar los anillos] para que agarre mejor la varilla”. Si el maestro ve algo “mal”, corrige: “algunos te vuelven a explicar cómo, otros te dicen ‘así no, no seas güey’…”. Además, los mismos chalanes “sancionan” cuando hay un error en el resultado de la tarea: “haz de cuenta, si haces algo mal se burlan, a veces todo un día pero a la siguiente ya no se te olvida, de tanta burla ya no se te vuelve a olvidar”, dice Ricardo.

En la albañilería Ricardo se relaciona con otros chalanes, casi todos ya adultos, aunque también dice que es frecuente que algunos niños se integren a la actividad laboral: “ahí es de 10 años pa’rriba, aunque yo empecé desde que tenía 8” —menciona—. Ricardo narra que muchas veces, aunque se trabaje con otros, las tareas se reparten y se llevan a cabo casi en solitario; mientras el maestro de obra pega los ladrillos, el chalán mezcla el cemento para luego llevarlo al maestro. Sin embargo, otras tareas se comparten entre los chalanes: “uno pone la arena, otro va por el agua y luego le ‘echamos montón’ (cooperamos todos) para palear la mezcla”.

Las unidades de medida de longitud y de superficie usadas en la albañilería son metros y centímetros lineales o cuadrados, y sus dominios numéricos son usualmente los números enteros y los decimales. El monto de los presupuestos depende del costo de los materiales, pero la mano de obra tiene casi siempre un monto fijo, por ejemplo, el costo de la mano de obra por un metro cuadrado de pared de tabique, dice un maestro de obra.

Observadora: Si quiero mandar a levantar una pared de 5 metros cuadrados, y si me sale a $30.00 el metro ¿cuánto me cobrarías?

Ricardo: No, no me conviene. Lo mínimo que se deja es 40 (pesos). Porque serían 90 pesos, ¡ah, no, sería más! 30 y 30... a ver, 60 de un cacho de pared y 60 de otro, serían 120 (pesos) y el metro que queda, serían 150 pesos, ¡bien poquito, no conviene!

También durante la exploración de la albañilería a Ricardo se le plantean tareas como calcular el costo de 12 bultos de mortero, suponiendo que el valor unitario por bulto es de 80 o 100 pesos:

> Ricardo: 8 por 10, 80… 8 por 2,16… los 800 pesos más los 160 (pesos), a los 800 le sumo los 100… 900 y los 60 que me sobran… 960 (pesos).
>
> Observadora: Pero el bulto cuesta más caro ¿verdad?
>
> Ricardo: Como de a 100 (pesos), 1200 (pesos). Haz de cuenta 10 por 10, 100... 10 por 2, 20... 20 y 100, 120... le sumo los ceros, 1200.

En la albañilería es común encontrar a los maestros de obra, e incluso a los chalanes, haciendo cálculos escritos: cuentas escritas con bicolor sobre los costales de cemento, medidas que acompañan a los dibujos de una pared o de los castillos, incluso, anotaciones o marcas sobre las paredes. Pero también hay restricciones que influyen en el tipo de técnica que se aplica. Por ejemplo, para armar castillos, hay cantidades estándar de anillos y distribuciones usuales de estos; o para calcular el número de castillos necesarios para una pared, hay formas de cálculo que dependen de la altura de la pared, y si la construcción de la pared es para una planta baja o para una planta alta.

Aun cuando Ricardo no se ve involucrado de manera directa en el cálculo del presupuesto o en el cobro, sabe los precios de los diferentes tipos de materiales usados en la construcción, también sabe de las condiciones, restricciones y demandas en la realización de la actividad, asimismo moviliza conocimientos matemáticos en tareas específicas desde su rol de chalán.

En contraste con la albañilería, en la venta de agua Ricardo calcula costos, cobra el dinero por el agua en cada venta y da el cambio exacto a los compradores. En esta actividad él es el responsable de cobrar y manejar el dinero de la venta. A continuación se describe un día completo, a manera de ejemplo de las 8 ocasiones en las que se acompañó a Ricardo:

Son apenas las 7:30 de la mañana de un sábado y Ricardo ya se dirige a uno de los pozos de agua potable de la colonia Ciudad Alegre. Sabe que tendrá que esperar hasta que llegue algún pipero que necesite un chalán. Después de casi tres horas, escucha la voz de René, un pipero con el que ha trabajado antes.

Algunas veces, René es el chofer de la pipa, pero otras hace también las tareas de chalán.

A pesar de que en esta ocasión René acompaña al chofer de una pipa, le ofrece a Ricardo ir con él a la venta. Así, Ricardo le propone llevar el agua a la calle en la que él vive: “ahí conviene ir antes del mediodía porque más tarde pasa la pipa naranja y pus ya gana la venta, ya no se vende; ahora sí que es buena hora”. René asiente y le entrega una libreta en blanco con un lápiz insertado en el espiral. Sin esperar a que le indiquen lo que tiene que hacer, Ricardo trepa hasta la cima de la pipa y abre la llave del pozo. Diez minutos después, suelta un silbido para indicar que la pipa está llena.

Al llegar a la calle en la que se venderá el agua, se entabla el siguiente diálogo:

Chofer: ¿Acá son cisternas grandes? — dice en tono de pregunta, refiriéndose al lugar en el que se hará la venta.
Ricardo: ¿Eh?
Chofer: ¿Que si son cisterna grandes?
Ricardo: No, aquí nomás son “tambores” (tambos) grandes.
Chofer: ¿Por dónde empezamos?
Ricardo: Allá adelante —refiriéndose a algunas casas que se ven casi al fondo de la calle.
Chofer: A ver, bájate para que vayas avisándoles.

Cuando Ricardo baja de la pipa, el chofer llama a René, para preguntarle cómo es que se va a cobrar el agua.

René: Él es el que va a apuntar —dice refiriendo a Ricardo. Tú lo cobras ¿verdad? —le pregunta.
Ricardo: Sí, de a $7 el “tambor”.
René: Él lo cobra —dice, siguiendo como mediador entre el chofer y Ricardo vuelve a preguntar a Ricardo: —Luego nos las das ¿verdad? —refiriéndose a la libreta y el dinero de la venta.
Ricardo: Ajá, todo — dice, mientras asiente con la cabeza.
René: ¡Sale!, ¿por dónde se va a empezar?
Ricardo: Allá adelante.

Hasta este momento han quedado asignadas algunas tareas a los participantes, de acuerdo al rol de cada uno de ellos en la actividad: Ricardo, como chalán, cobrará y apuntará el valor del dinero por la venta; René, que esta vez también participa como chalán, bajará la manguera y llenará los recipientes; y el chofer, que es el pipero, conducirá la pipa. Sin embargo, René no deja a Ricardo resolver todas las tareas de manera autónoma ni “a su modo”; hay diversos momentos en los que interviene, por ejemplo, al llegar a la casa de la señora Ana, le ordena a Ricardo: “Fíjate cuánto tiene en su *Rotoplas*” (haciendo referencia al tinaco que le llenarán a la señora). Luego, cuando Ricardo está cobrando por el llenado de este tinaco, se acerca una niña a decirle a Ricardo: “*¿orita* me llenas allá, en la puerta azul?”. Al escuchar esto, René se adelanta con el chofer a la venta, mientras que Ricardo se queda con doña Ana cobrándole.

Después de unos minutos, Ricardo llega a la puerta azul con un billete de $200, que es con lo que pagó la señora Ana, y pregunta:

Ricardo: ¿Tienes cambio? —Dirigiéndose a René.
René: Yo no, —le responde a Ricardo, para luego con un silbido “echarle aguas” al chofer y que este detenga la pipa lo más cerca de los recipientes que se van a llenar.
Ricardo: ¡Ay! — le responde con un tono de enojo. ¿Tienes cambio de a 200? —le pregunta a la observadora.
Observadora: ¿Cuánto tienes que regresar de cambio?
Ricardo: A 200 tengo que quitarle 46. Ciento… cincuenta y… cuatro.
Observadora: No, sólo tengo 140.
René: ¿Este también? —le pregunta a doña Mari mientras sigue vertiendo el agua a los recipientes.
Doña Mari: ¿Te debo...? —pregunta dirigiéndose a Ricardo.
Ricardo: $15.00 (doña Mari paga con un billete de a 100 pesos).
Ricardo: No tengo cambio.
René: ¿A dónde? —pregunta a Ricardo, para que él le indique cuál es el siguiente cliente.
Ricardo: Ahorita, pa’llá delante.
Doña Mari: ¿Entonces? —insistiendo a Ricardo.
Ricardo: No tengo cambio yo tampoco —Sin recibirle el billete a Doña Mari, le dice que en un rato regresa.
René y el chofer continúan el recorrido de la venta, avanzan algunos metros y se detienen en casa de Abraham, un joven quien pide llenar un tambo y una tina de metal. Ricardo vuelve a la casa de la señora Ana; en cuanto toca la puerta, sale un niño al que Ricardo le dice: “dile a tu mamá que no tengo cambio” devolviéndole el billete de $200 con el que le había pagado.

Cuando René ha terminado de llenar los recipientes le dice a Abraham: “Ahorita que te cobren”. En este instante llega Ricardo.

Ricardo: ¡No hay nada de cambio! —le comenta a René.
A ti, ¿cuánto te cobran? —le pregunta a Abraham.
Abraham: $15.00.
Ricardo: ¡Ah, sí! —asiente, expresando que sí es adecuada la paga de 15 pesos.
Abraham: ¡Cámara! (Le paga con una moneda de $10 y otra de $5).
Ricardo: Es lo que no me gusta, que cuando yo vengo no tienen cambio —le dice a la observadora.
Observadora: Huy, ¿no tienes nada de cambio?
Ricardo: Nomás $15.00

Cabe mencionar que la paga para Ricardo como chalán por ese día será llenar un tinaco con agua para su casa sin tener que pagarlo. Pero como él ha estado consiguiendo el cambio y cobrando, se ha olvidado de mencionarle al chofer que le deje agua en su casa. La pipa ya está más adelante, a lo que Ricardo dice con cierto enojo: "¿y aquí?" (Refiriéndose a su casa), "¡me tienen que llenar gratis!". Así que le hace señas al pipero y le grita: "¡aquí!", en ese instante entra Ricardo a su casa para quitar la tapa de su tinaco y de inmediato sale para llegar a donde se está haciendo la siguiente venta.

Para entonces, la pipa ya está en casa de doña Lupe, quien también ha acomodado un tambo y una tina de metal. Cuando la señora le pregunta a René: "¿cuánto va a ser?", éste le contesta: "Ahorita le dicen", mientras le hace señas a Ricardo para que cobre.

Minutos después, de esta última venta, la cinta que sostiene firmemente la manguera de la pipa se despega y comienza a tirarse bastante agua. René y el chofer tratan de arreglarla, acomodando nuevamente la misma cinta. Ricardo aprovecha esta situación para regresar con las señoras Ana y Mari para que le paguen lo que quedó pendiente:

Observadora: ¿Y ahora?
Richard: Pus ahora voy acá.
Observadora: ¿A dónde?
Ricardo: Acá con la hija de doña Mari a que me pague los $15.00, luego allá me deben treinta y… cuarenta y seis (haciendo referencia a que la señora Ana le debe esta cantidad).

Cuando Ricardo se dirige a cobrar, mira a la hija de doña Mari quien le dice: "ya conseguí cambio", y cuando le paga, ella le habla en tono imperativo: "ahora desbórrame…”, pues al parecer, ella piensa que en la libreta que lleva Ricardo está apuntada aún su deuda pendiente.

La pipa aún está parada afuera de la casa de doña Lupe, René y el chofer continúan tratando de arreglar la manguera que todavía sigue tirando agua. Pero Ricardo parece no confiarse del tiempo y va corriendo a casa de la señora Ana para cobrarle. A su regreso, Ricardo comenta:

Observadora: ¿Sí te dieron cambio?
Ricardo: Sí.
Observadora: ¿Consiguieron?
Ricardo: Sí, ya conseguí. ¿Ya ves qué rápido es?, pero sí sale cansado ¿no? Más cuando no hay cambio.

Después de un rato, terminan de arreglar la avería de la manguera. Ricardo insiste para que regresen a su casa y llenen los recipientes que son su paga por el día de trabajo. El chofer, molesto, le dice: “para qué no dices, tienes que avisar antes... ”. Luego, se entabla la siguiente conversación.

René: Aquí te vamos a cobrar 7 tambos —le dice a Ricardo, como para molestarlo y comienza a verter el agua en el tinaco.
Ricardo: ¡Huy, huy, huy!
Observadora: ¿Sí, son 7 tambos? —pregunta a René.
René: Sí
Observadora: ¿Cómo le sabes?
René: Pus es de 1,400 litros.
Observadora: ¿Y dónde dice? —cuestiona a René, mientras busca sobre el tinaco si está escrita su capacidad.
Ricardo: Nomás le calcula.
René: Antes ¿quién se metía a vender aquí? —pregunta a Ricardo.
Ricardo: Antes, una pipa roja, ahora se mete una anaranjada.
René: ¿A cómo les da el tambo?, ¿A diez?
Ricardo: Pus sí, o un poco más barato, o más caro también.
Observadora: ¿A ese precio está más o menos?
René: Ajá, a diez, las pipas particulares de a 10 o algunas hasta $15.00
Ricardo: Ya ves, sí está cara —dice a la observadora.
Y es que la otra pipa entra más temprano, por eso cuando yo iba al pozo tarde... ya pa’qué —le dice a René. Pero ahorita como ya agarró confianza, ahorita va a entrar como a las doce y pus se va ir llena, por eso tengo que entrar más temprano yo.[79]

[79] El sábado es el día que conviene ir a repartir en la colonia Ciudad Alegre; pero si Ricardo no logra arreglarse con algún pipero antes del mediodía, no convendrá esperar más porque para esa hora otra pipa ya les habrá ganado la venta de

Unas casas más adelante está don Tony, un maestro de obras con quien Ricardo dice haber trabajado algunas veces. Don Tony está levantando una barda y es por tal razón que pide que le llenen un recipiente de forma no-estándar, construido a partir de cortes de un tinaco. En esta venta en particular, Ricardo se ocupa también de sostener la manguera, actividad que según los piperos no es fácil, "es como sostener una columna 'de agua' de 3 o 4 metros (de longitud)"—dice uno de ellos. El agua del contenedor sale por una manguera de 3 pulgadas de diámetro, la presión del agua produce que salga con fuerza a una velocidad de 1000 litros por minuto.

Sin hacer explícita la manera en que obtiene la capacidad del recipiente, ni tampoco los cálculos del costo por el agua, Ricardo le cobra a don Tony. Luego, tiene lugar una conversación en la que se decide por dónde continuar la venta:

Chofer: Ora ¿pa' dónde? —le pregunta a Ricardo.
Ricardo: Pus pa' allá delante.
Observadora: A ver —le dice a Ricardo para que le muestre la libreta con el registro.
Ricardo: Dime cuánto llevo —le pregunta a la observadora al momento que le muestra el registro.
Observadora: A ver, tú dime cuánto.
Ricardo: 80 —dice, después de hacer la suma en voz baja y mirar la libreta.
Observadora: ¿Seguro?
Ricardo: Ajá, $80.00; ya llevo ochenta pesos de puro… —le dice a René.
René: ¿Cuántos tambos?
Ricardo: ¿Tambos? —repite mientras vuelve a mirar su registro, pero ya no responde.
Observadora: Y... ustedes miden la cantidad de agua cuando llegan a… —le pregunta a Ricardo y a René.
René: No, nosotros sabemos cuánta agua tenemos nosotros ahí en la pipa. Nosotros traemos 50 tambos.
Observadora: ¡Ah! ¿Y tienen que entregar la cuenta justa?
René: Ajá, ahí nosotros sabemos cuánto es y cuándo se acaba la pipa.
Observadora: ¿Y cómo es que saben, por ejemplo, si no se acaba el agua?
René: Pus ya nos asomamos por arriba, si tiene 1/4, media, ¾ también (refiriéndose a la cantidad de agua que puede quedar en la pipa). ¿Ya es todo? —le pregunta a Ricardo.
Ricardo: Nomás falta pa'llá adelante y ya hasta el fondo de la calle.

---

agua; si esto sucede, Ricardo deberá esperar hasta el martes o miércoles para ir a Ciudad Alegre; ese día, Ricardo tendrá que faltar a la escuela para asegurar la venta. Para vender agua algún otro día de la semana, Ricardo tendrá que buscar en otros pozos a algún pipero que lo lleve a vender el agua en otras colonias y, para no faltar a la escuela, esta venta tendrá que ser por la tarde.

René: ¡Hasta allá los que salgan! —le grita al chofer.

Después de avanzar un par de casas, el chofer se detiene, pues don Jesús Neri le ha hecho señas para que se detenga y le deje agua. Se vuelve a escuchar el chiflido de René para indicarle al chofer que acerque más la pipa y así puedan llenarse los tambos. Don Neri, ha sacado tres tambos que le comienzan a llenar.

Mientras que René vierte el agua en los tres tambos, Ricardo platica con la esposa de don Neri, al parecer ella le está preguntando sobre cuánto sería por los tambos y además un tinaco. Cuando René ha terminado de llenar los tres tambos, Ricardo se acerca nuevamente a él:

René: ¿Se va a llenar o no? —le pregunta en voz alta a la esposa de don Neri.
Don Neri: ¿Cuánto éste? —pregunta a René señalando el tinaco.
René: ¿Seis por siete? —le pregunta a Ricardo, como tratando de que él dé la respuesta de lo que preguntó don Neri.
Ricardo: ¿Seis... por siete?, —se pregunta en voz baja, mientras que repite la operación 6 por 7 para comenzar a hacer los cálculos y responder la pregunta
René: 42 —da la respuesta, después de que pasan unos segundos.
Don Neri: ¿Y aparte los…?
René: Aparte los tambos.
Don Neri: Serían 42 de este tinaco y aparte los tambos —dice a su esposa, esperando a que ella decida.
Ricardo. 63 —En voz baja da el resultado del costo del tinaco y los tres tambos.
René: Serían 63 pesos.
Don Neri: 63 (pesos) por todo.
René: ¿Sí o no? —le pregunta a Ricardo para que le diga si se va a llenar el tinaco o no.
Ricardo: ¡Que sí! —responde casi gritando.
Entonces René comienza a llenar también el tinaco.

El vecino de don Neri también compra agua, pide a Ricardo que le llene un tinaco, éste se encuentra en la azotea de su casa. Ricardo cobra 50 pesos.

En este momento Ricardo le dice a René: “los doscientos cerrados” (refiriéndose a la cantidad de dinero de la venta, este lo ha contado pero sin mirar el registro). “Nos seguimos para allá adelante”, menciona Ricardo dando la indicación al chofer y a René. Unas casas adelante llenan un tambo más y una tina. Por estos recipientes, Ricardo cobra $15.00; “ya juntamos 170, 180, 190, 215 (habla en voz alta mientras cuenta, otra vez, el dinero que saca de su bolsa)…215 ya llevamos”.

En camino a la siguiente venta, la observadora aprovecha para plantear a Ricardo algunas tareas *ex profeso*, aunque no son usuales en la actividad, lo que da lugar al siguiente diálogo:

Observadora: ¿Qué conviene más comprar, el agua por cubetas (10 litros) o por tambo (200 litros)?

Ricardo: Yo digo que te conviene más el *tambor* (tambo), porque el tambor está a 7 (pesos), le caben 20 cubetas, y la cubeta hay piperos que te la van a cobrar a peso ($1)… 20 cubetas son 20 pesos… así que no te conviene, o sólo que de a 50 centavos, pero aún así te sigue conviniendo comprar por tambor.

Observadora: Huy, y ¿a cuánto me debería costar el agua de la cubeta para que no importe si la compro por cubeta o por tambo?

Ricardo: A ver de a 60 centavos... De las 20 (cubetas), haz de cuenta de a 50 (centavos), son 10 pesos. Ton's (entonces), ahora sí que como de 20 centavos la cubeta para que te convenga, porque por las 20 cubetas van a ser como 4 pesos; ahorita te digo bien, haz de cuenta 2 por 10 (cubetas), 20...y otros 2 por 10, serían 4 pesos, para que te convenga. O hasta 30 (centavos); mira 10 por 3, 30… 3 pesos, y otros 3 pesos, serían 6 pesos. Entonces es de a 35 (centavos)... ¡Ajá, 7 pesos!, porque tres cincuenta ($3.50) de 10 cubetas y otros tres cincuenta ($3.50) de otras 10 cubetas, 7 pesos… o sea, ahí da igual.

Cuando se acercan a una de las últimas casas donde venden el agua, Ricardo mira los tambos que ahí están acomodando, son cuatro y todos de diferente tamaño. Mientras la cliente de esa venta junto con sus hijos enjuaga a prisa los cuatro tambos, Ricardo se acerca a René y le dice: “veintiocho” (como refiriéndose a lo que va a cobrar por los cuatro tambos). Entonces la observadora pregunta:

Observadora: ¿Qué?, ¿ veintiocho qué?

Ricardo: Veintiocho por los cuatro tambos.

René: Ése tiene la mitad —le dice a Ricardo mientras señala uno de los tambos.

Ricardo mueve su cabeza negando lo que René le indicó.

Observadora: Oye, ¿y hay mucha pérdida en la pipa, si no le calculas bien? —pregunta a René.

René: ¡No! —responde confiado—, “varea” por diez o quince pesos.

Ricardo, René y el chofer deciden no seguir esperando a que la señora terminen de limpiar sus tambos, así que el chofer echa a andar la pipa a una casa más adelante. Regresarán sólo si sobra agua. Mientras que René se adelanta, la observadora pregunta a Ricardo:

Observadora: Oye, ¿y cuánto (dinero) tienes que entregar?
Ricardo: Todo, exacto los 350 (pesos). Por eso si me equivoco y cobro menos… ahora sí que lo tengo que reponer de mi pago.
Observadora: Pero, ¿si cobras de más?
Ricardo: Pus te reclaman si les cobro de más, pero hay otros que no te dicen nada, nomás ya no me vuelven a comprar agua, se la compran a otro pipero porque piensan que uno es carero.

Después de que se realiza la venta del agua de dos tambos y una tina de plástico, se escucha la voz de otra señora pidiendo que le llenen una pileta. En este momento, Ricardo le da a la observadora la libreta que tiene el registro de la venta donde ha escrito la cantidad de dinero que les ha cobrado a cada cliente[80], y le dice: "agárrame tantito, voy a ver cuánto sobra de agua…". Trepa a la pipa y se asoma al interior, entonces le silba a René y le hace un movimiento con la cabeza como diciéndole que aún alcanza el agua para llenar la pileta.

La última venta corresponde a los cuatro tambos que estaban limpiando, en la que Ricardo había determinado que cobrarían 28 pesos. Ricardo vuelve a asomarse al interior de la pipa y le dice a René: "todavía sobra algo, pero ya no sale ni un tinaco".

En total, este día se obtuvieron $294. Si a esta cantidad le sumamos lo que no se le cobró a Ricardo por el agua que se le dio "gratis", aproximadamente serían $344.00. Es importante mencionar que la venta del agua por 50 tambos que contiene la pipa es exactamente de $350.00, por tanto sólo faltaron $6.00 para que la venta exacta se obtuviera, lo cual está dentro de los rangos que señala René: "*varea* entre diez y quince pesos".

En resumen, de la observación de las dos actividades laborales que desempeña Ricardo: la albañilería y la venta de agua potable en la pipa, es importante destacar que ambas dan lugar a situaciones matemáticas vinculadas

[80] Cabe señalar que es durante este acompañamiento que se presenta por única ocasión este tipo de registro.

con la proporcionalidad; en el caso de la venta de agua, Ricardo enfrenta tales situaciones , mientras que en la albañilería éstas existen, aunque él no las aborde en la actividad.

Además de los *problemas típicos de valor faltante* que se presentaron en ambas actividades, en la albañilería son usuales problemas que implican un mayor número de relaciones de proporcionalidad (problemas de mezclas). También podrían plantearse problemas de *comparación de razones*, aunque estos no hayan sido observados y probablemente tampoco se presenten *in situ*, por ejemplo, al comparar qué conviene más comprar, cubetas o tambos de agua, o qué mezcla tiene más consistencia de acuerdo a las porciones de material que se usen. Y en la venta de agua, se sabe que aparecen problemas que implican una *función afín* al determinar la ganancia por la venta de una pipa de agua en función de la cantidad de dinero que se paga por la cuenta (inversión de la pipa), el valor unitario del tambo de agua y la cantidad de tambos de agua vendidos. (En la sección correspondiente al Segundo momento se profundiza sobre este tipo de problemas y las técnicas con las que Ricardo los resuelve).

De la observación, se confirma que las situaciones de proporcionalidad que Ricardo enfrenta en la actividad son complejas, tanto por las variables implicadas, como por las condiciones en que tiene lugar la actividad. Para responder a tal complejidad, Ricardo echa a andar técnicas basadas en las *razones internas*, *procedimientos sobre la marcha*, *descomposición de cantidades*, *agrupamiento repetido* y *aproximación* de las soluciones mediante estimaciones sucesivas. Un tipo de cálculo que aparece con una presencia acentuada en las técnicas que usa Ricardo es la estimación. Aproxima resultados usando resultados que ya conoce y, muchas veces, debido a la premura con la que se debe hacer cumplir la tarea.

Lo que permitió la observación es la identificación de conocimientos matemáticos que Ricardo pone en juego en la realización de sus actividades laborales, estos quedan determinados por las características numéricas de las tareas (medidas y proporciones, entre otras), restricciones propias de los contextos y la presencia activa de distintos participantes que comparten con

Ricardo la actividad laboral. En este último punto, cabe destacar la identificación de estos participantes como los “expertos” (maestros albañiles o piperos), adultos a cargo del desarrollo de la actividad y que son también los patrones o supervisores.

Entre estos expertos y Ricardo se identificaron intervenciones "didácticas" que son mostradas en acciones del maestro experto que hacen involucrar a Ricardo en tareas específicas, indicaciones como "fíjate cuánto tiene su Rotoplas", preguntas como "¿7 por 6" para que Ricardo determine un precio por el agua, pero también acciones que no dan lugar al diálogo como sostener la manguera. Se considera que estas intervenciones también dan lugar a la puesta en marcha de conocimientos matemáticos del menor trabajador.

4.1.4. Tareas específicas identificadas en la observación de la actividad laboral de Ricardo[81]

A continuación, en la tabla 6 se presentan las tareas específicas identificadas en la observación de las actividades laborales de Ricardo, junto el análisis de su estructura presentada en forma de tabla[82].

Tarea específica	Estructura de la tarea	
Si el precio de 1 bulto de mortero es de $100, calcular el costo de 3 bultos de mortero.	Bultos de mortero	Costo (pesos)
	1	100
	3	¿?
Si la compra de 1 bulto de mortero es de $100, calcular cuánto se debe pagar por 12 bultos.	Bultos de mortero	Costo (pesos)
	1	100
	12	¿?
Un bulto de mortero se compra a $80, calcular el costo de 12	Bultos de mortero	Costo (pesos)

[81] Las tareas que se presentan son sólo algunas de las que fueron identificadas en la observación de las actividades laborales de Ricardo. Algunas de estas tareas, junto con las técnicas que él pone en juego, se muestran en la descripción de la exploración y el acompañamiento respectivamente, en algunas de ellas se continuará su análisis en el siguiente apartado, en el que también se incluirán otras tareas.

[82] Es importante aclarar lo siguiente: 1) las situaciones que se presentan para el contexto de la albañilería no fueron resueltas por Ricardo en la actividad *in situ*, todas son planteadas *ex profeso* por la observadora; y por la información que se recogió de Ricardo y de otros informantes puede suponerse que son tareas que probablemente se presenten en la actividad. 2) Las tareas sobre la venta de agua se presentan de la siguiente manera: a) Las primeras tres tareas fueron observadas durante el acompañamiento; b) las siguientes tres tareas son planteadas *ex profeso* por la observadora, probablemente podrían presentarse en la actividad, pero los valores unitarios que se dan en éstas no serían los usuales; y c) las últimas tareas, también son planteadas ex profeso por la observadora pero no serían tareas que habitualmente Ricardo resolvería.

bultos.	1	80	
	12	¿?	
Para la construcción de una barda se compra un camión de arena que tiene un costo de $300, calcular el costo si se compran 2 camiones de arena.	Camión de arena	Costo (pesos)	
	1	300	
	2	¿?	
Para hacer una mezcla para pegar ladrillo se pone 1 bulto de mortero, 10 botes de arena. Calcular el material para hacer una mezcla con 13 bultos de mortero.	Bultos de mortero	Botes de arena	
	1	10	
	13	¿?	
Por levantar un metro cuadrado de pared se cobra $30, calcular el presupuesto por levantar 2.5 metros cuadrados de pared.	Metros cuadrados	Costo (pesos)	
	1	30	
	2.5	¿?	
Por un día de trabajo como chalán de un maestro de obra se cobra $50, calcular el número de días de trabajo si el maestro de obra ofrece pagar $150.	Días de trabajo	Costo (pesos)	
	1	50	
	¿?	150	
Para hacer una mezcla para castillo se pone 1 bulto de mortero, 10 botes de arena y 11 botes de grava. Calcular el material para hacer una mezcla con 2 bultos de mortero.	Bultos de mortero	Botes de arena	Botes de grava
	1	10	11
	2	¿?	¿?
Para hacer una mezcla para castillo se pone 1 bulto de mortero, 10 botes de arena y 11 botes de grava. Calcular la cantidad de bultos de mortero y botes de arena para hacer una mezcla a la que tiene 44 botes de grava.	Bultos de mortero	Botes de arena	Botes de grava
	1	10	11
	¿?	¿?	44
Para hacer una mezcla para castillo se pone 1 bulto de mortero, 10 botes de arena y 11 botes de grava. Calcular la cantidad de bultos de mortero y botes de grava si la mezcla lleva 60 botes de arena.	Bultos de mortero	Botes de arena	Botes de grava
	1	10	11
	¿?	60	¿?
A un tinaco mediano (1200 litros) le caben 6 tambos de 200 litros. Si cada tambo tiene un valor de $7, calcular el costo de venta por llenar un ese tinaco mediano[83].	Tambos con agua	Costo (pesos)	
	1	7	
	6	¿?	
En la venta de agua potable, hay piperos particulares que venden el agua de un tambo de 200 litros a $14. Calcular el costo que dan los piperos particulares por vender 6 tambos	Tambos con agua	Costo (pesos)	
	1	14	
	6	¿?	

[83] Para esta tarea específica, Ricardo a veces suele considerar la capacidad del tinaco determinada en número de tambos, considerando el valor unitario por tambo calcula el costo del agua. Pero en otras ocasiones, como se verá más adelante, usa un precio estándar ($50.00) para un tinaco de esa capacidad.

<table>
<tr><td>con agua.</td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Si el costo de la venta de agua por cubeta es de 50 centavos, calcular el valor en pesos al vender el agua de 8 cubetas.</td><td colspan="2">Cubetas con agua</td><td>Costo</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>50 ¢</td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Si en la venta de agua, cada tambo de 200 litros se vende a $10.50, calcular el costo por el agua de un recipiente que le caben 7 tambos.</td><td colspan="2">Tambos con agua</td><td>Costo (pesos)</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>10.50</td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Si el costo por tambo se reduce de $7 a $3.50, calcular el costo por el agua de un tinaco que le caben 7 tambos (1400 litros).</td><td colspan="2">Tambos con agua</td><td>Costo (pesos)</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>3.50</td></tr>
<tr><td colspan="2">7</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Si el costo de la venta de agua por cubeta es de 60 centavos, calcular el valor en pesos al vender el agua de 20 cubetas.</td><td colspan="2">Cubetas con agua</td><td>Costo</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>60 ¢</td></tr>
<tr><td colspan="2">20</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Si un tambo se llena con el agua de 20 cubetas, calcular el número de cubetas que se necesitarían para llenar 6 tambos.</td><td colspan="2">Tambos con agua</td><td>Cubetas con agua</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>20</td></tr>
<tr><td colspan="2">6</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Calcular que conviene más para el pipero al vender 200 litros de agua aproximadamente: A) vender los 200 litros en 20 cubetas de agua por separado, con un valor unitario de $1 por cubeta; o B) vender un tambo de 200 litros con un costo de $7</td><td></td><td>Número de cubetas</td><td>Costo (pesos)</td></tr>
<tr><td>A
Cubetas por separado</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B
1 tambo</td><td>20</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Se sabe que a un tambo le caben 20 cubetas con agua, también se sabe |que el precio por cubeta es de $1, mientras que el precio por tambo es de $7. Calcular el costo por cubeta para que convenga comprar más el agua por cubeta que comprarla por tambo.</td><td></td><td>Número de cubetas</td><td>Costo (pesos)</td></tr>
<tr><td>A</td><td>20</td><td>6
(o cualquier costo menor a $7)</td></tr>
<tr><td>B</td><td>1</td><td>¿?</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Se sabe que a un tambo le caben 20 cubetas con agua, que el precio por cubeta es de $1, mientras que precio por tambo es de $7. Calcular el costo por cubeta para que el precio sea el mismo al comprar el agua en 20 cubetas o comprarla por tambo.</td><td></td><td>Número de cubetas</td><td>Costo (pesos)</td></tr>
<tr><td>A</td><td>20</td><td>7</td></tr>
<tr><td>B</td><td>1</td><td>¿?</td></tr>
</table>

Tabla 6. Tareas de proporcionalidad identificadas en la albañilería y en la venta de agua.

Se observa diferentes tipos de tareas, no sólo con datos distintos, sino con estructuras distintas y, como se mencionó, para los cuales Ricardo echa mano de distintas técnicas de solución. Según su estructura, estas tareas específicas se caracterizan como problemas típicos de valor faltante, problemas que implican un mayor número de relaciones de proporcionalidad (problemas de mezclas) y problemas de comparación de razones.

Al analizar las tareas específicas y sus técnicas de solución, se identifican las siguientes características: a) las razones internas son números enteros, en su mayoría; b) el valor unitario está dado, puede ser entero positivo (natural) o no-entero positivo (decimal o fracción simple); c) los dominios numéricos pueden ser enteros positivos (naturales) o números decimales o fracciones simples; d) en todas las tareas, la magnitudes relacionadas son de distinta naturaleza; y e) hay cantidades de muy diversos tamaños.

Las restricciones, condiciones y demandas del contexto laboral tienen efectos cualitativos sobre las técnicas que pone en juego Ricardo. Sin embargo, después de la sistematización de los datos de esta parte de la investigación, queda claro que aún se requiere profundizar en las técnicas y su vinculación con las características propias de la actividad. Esta profundización posibilitará identificar las maneras en que el conocimiento matemático toma forma y significado, bajo las relaciones sociales y con las restricciones de la actividad laboral.

4.2. Segundo momento. Conocimientos matemáticos de los menores y las situaciones matemáticas que involucran proporcionalidad

Aunque las observaciones *in situ* permitieron identificar y describir algunas de las situaciones matemáticas, tareas y técnicas que tienen lugar en la actividad laboral, también emergieron cuestionamientos que no pudieron ser contestados en las observaciones ni en los acompañamientos. Entre otras cosas, esto se debió a la premura de la realización de las tareas, a la no posibilidad de interrumpir las realizaciones de cálculos o la interacción del menor trabajador con los otros participantes de la actividad. Así que se decidió realizar entrevistas para profundizar en el análisis de las *tareas* identificadas en la actividad laboral de los menores y las *técnicas* que se usaban.

Como se señaló en el capítulo *Metodología*, las tareas experimentales diseñadas para las entrevistas buscaron "llevar al límite" las técnicas de los menores a través de las "variables didácticas", es decir, mediante la variación de las características de las tareas. A partir de los resultados del análisis de las entrevistas, se pudo también comparar las técnicas que los menores pusieron en marcha durante las entrevistas con las que usaron durante la observación *in situ* y el acompañamiento[84].

Si bien la realización de *entrevistas* permitió profundizar en los conocimientos matemáticos involucrados en la actividad laboral de los menores, el análisis mostró que las acciones que realizaban para resolver las tareas planteadas sólo adquirían sentido al considerar las técnicas y las tareas junto con los elementos dados por el contexto. Es decir, para entender las maneras de solución de las tareas se tenían que considerar las restricciones dadas por el contexto, las interacciones entre los participantes y la compleja red de relaciones entre las tareas que se realizan en las situaciones laborales. Es por esta razón que en este apartado del capítulo de análisis se presentan tanto los principales resultados de las entrevistas, como su contrastación con los resultados hallados durante la observación de la actividad laboral.

En el análisis se identificaron los siguientes tres grupos de técnicas usadas por los menores tanto en su actividad laboral cotidiana, como en la solución de las tareas planteadas en las entrevistas que se llevan a cabo.

1. Técnicas basadas en las propiedades aritméticas de las relaciones entre cantidades.
2. Técnicas basadas en las "muestras" y los modos específicos de medición dados en la actividad laboral.
3. Técnicas basadas en aproximaciones y otros "cálculos alternativos".

A continuación, se presenta cada uno de los grupos de técnicas y el análisis correspondiente a su utilización mediante ejemplos en los que se da primero la

[84] En el contexto de la albañilería, con Ricardo, la comparación de sus técnicas se realizó con las identificadas durante el momento de *Exploración*, descrito en la *Metodología*.

tarea específica que se resuelve, luego se presenta la técnica dada por el menor para resolver la tarea y, finalmente, se presenta el análisis de la técnica. Es importante señalar que las tablas y demás representaciones empleadas no fueron producidas por los menores, sino que se introdujeron con fines de análisis.

4.2.1. Técnicas basadas en las propiedades aritméticas de las relaciones entre cantidades

Este grupo de técnicas se puede caracterizar por basarse en las propiedades de las relaciones entre los conjuntos de cantidades involucradas; es decir, a partir de las propiedades de las relaciones de proporcionalidad, los menores manejan las cantidades involucradas para realizar eficientemente los cálculos que les permiten resolver las tareas que enfrentan.

Se encontraron técnicas basadas en:

- la manipulación de las cantidades en juego
- procedimientos sobre la marcha

Como se muestra en los siguientes ejemplos, la aplicación de estas técnicas depende en gran medida de las restricciones dadas por el contexto y la interacción con los demás participantes de la actividad.

4.2.1.1 Técnicas basadas en la manipulación de las cantidades en juego

Diversas investigaciones señalan que en situaciones extraescolares los individuos modifican las cantidades puestas en juego en la tarea, con el fin de hacer cálculos sobre valores más fáciles de manejar (Carraher T., Carraher D., y Schliemann A, 1995; Soto, 2001, Ávila, 2009; Fuenlabrada y Delprato, 2005; Solares, 2012).

En este estudio, se encontraron dos manipulaciones de este tipo: *descomposiciones* y *agrupaciones* (Carraher *et al*, 1995). Es necesario señalar que estas técnicas no se aplican de manera aislada sino que se combinan con otras técnicas. Por ejemplo, la descomposición de cantidades (como 17 = 10 + 7) se usa frecuentemente en combinación con la técnica de “quitar y poner ceros” para simplificar los cálculos con números que son múltiplos de 10 (como $3\times17 = 3\times10 + 3\times7$). El agrupamiento se puede presentar para resolver problemas de multiplicación o división, mediante sumas o restas sucesivas iteradas de una cantidad, y de múltiplos de esa cantidad. Así, por ejemplo, 15×50 se resuelve como $(10 + 5) \times 50 = 10 \times 50 + 5 \times 50$. Entonces para 10×50 se suma repetidamente una misma agrupación y luego se duplica ésta: $10 \times 50 = (50 + 50 + 50 + 50 + 50) \times 2$, es decir, $250 \times 2 = 500$. Para 5×50 se itera una misma cantidad nuevamente, en este caso $500 + (50 + 50 + 50 + 50 + 50)$, formando agrupamientos repetidos que se suman.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de la aplicación y uso de estas técnicas, considerando tanto las tareas planteadas como las condiciones y restricciones dadas por el contexto.

Inés. Observación de la pepena de cartón

Tarea: Calcular el valor de la paga por vender 10 kilogramos de cartón, si el acopiador del depósito paga $1.50 el kilogramo.[85]

Esta tarea específica se presentó en la observación *in situ* de la pepena. Durante la recolección de cartón hay una *cantidad variable* que se va estimando constantemente: la cantidad (en kilogramos) de cartón que se recolecta. De esto depende cuán larga es la jornada de trabajo, a qué lugares se decide ir a buscar cartón o qué otro material se recoge (PET, por ejemplo). Mientras tanto, hay otra cantidad que se considera fuertemente pero que permanece fija durante todo el proceso de recolección: la cantidad de pesos por kilogramo a la que se espera vender el cartón ese día de trabajo. Doña Mariana e Inés calculan esta cantidad de acuerdo con lo que el acopiador les ha pagado en días anteriores. Para esta tarea específica, las cantidades consideradas corresponden al cálculo de la paga por la venta de cartón recolectado en “un día malo”[86].

[85] Esta tarea fue planteada por la observadora durante el acompañamiento a la actividad laboral de Inés. Es usual que esta tarea aparezca en la realización de la pepena.

[86] En la pepena, es común obtener menos de $50 por la venta del cartón. Cuando esto sucede, Inés y doña Mariana hablan de "días malos". Inés dice que un día malo puede deberse a la poca cantidad de cartón recolectado, y doña Mariana también lo atribuye a que en el depósito baja el valor de la paga por kilogramo: “pues hay veces que está alto (el costo), llega hasta 1.20 (pesos) y hay veces que llega hasta 40 centavos. A veces sube y a veces está por los suelos (muy bajo el costo)”.

En ocasiones, cuando doña Mariana e Inés llegan al depósito para la venta del cartón, el precio por kilogramo es distinto al que consideraron durante la recolección. Este precio puede estar indicado en la entrada del depósito, escrito en un cartel. Otras veces, hay que hacer fila, esperar y preguntar directamente al acopiador cuánto es la paga por kilo. Es hasta entonces que saben el precio real del kilogramo de cartón. También es entonces que se determina la cantidad "real" de kilogramos de cartón recolectados, cuando el acopiador, mediante la lectura de la báscula, indica el peso "real" del cartón. Así, las cantidades involucradas en la relación de proporcionalidad descrita: el valor unitario, el total de kilogramos de cartón y la ganancia de Inés y doña Mariana por la jornada de trabajo, quedan determinadas justo en este momento de la actividad. Todas las estimaciones realizadas antes les han servido para prever el resultado de esta medición del peso y el cálculo de la paga. Es por la importancia de esta tarea en la actividad de la pepena de cartón que se eligió para profundizar en las técnicas de que Inés dispone para resolverla.

Como se muestra en la tabla 7, en esta tarea hay cuatro cantidades puestas en relación: dos de ellas dadas por el valor unitario (la cantidad de pesos que se pagan por cada kilogramo de cartón, en este caso $1.50 por 1kg de cartón), y la cantidad estimada de kilogramos recolectados. La tarea consiste en buscar el valor de la incógnita correspondiente a la paga de los kilogramos recolectados y, por su estructura, corresponde a una tarea de multiplicación (Block et al, 2010).

$\times 1.50 \, \frac{\text{pesos}}{\text{kilogramo}}$

Peso del cartón (en kg)	*Costo (en pesos)*	
1	1.50	x10
10	x	

Tabla 7

En la tabla se destacan dos propiedades de la relación de proporcionalidad implicada en esta tarea: el *factor externo constante* que corresponde a multiplicar por $1.50 pesos por kilogramo de cartón; y los *factores internos* que transforman las cantidades de ambos conjuntos haciéndolas 10 veces más grandes. Explicitar estas propiedades permite analizar la estructura del problema. No fueron usadas por Inés para resolver la tarea. Cabe aclarar que otra propiedad de la proporcionalidad que está implícita en la tabla es la *propiedad aditiva*: f(x1+x2)= f(x1) + f(x2), la cual, como veremos más adelante, sí es usada por Inés.

A continuación, se presenta el análisis de la técnica usada por Inés durante la observación *in situ* para resolver esta tarea.

Análisis de la técnica empleada por Inés

Inés. Un kilo (de cartón)… uno cincuenta, y… uno cincuenta, 3 pesos, más uno cincuenta… cuatro cincuenta… [se ayuda con los dedos hasta llegar a los 10 kilos de cartón]. 15 pesos… [menciona dudosa].

Inés va contando oralmente los kilos de cartón, uno por uno. A la par, va calculando cuánto le van a pagar por los kilos de cartón contados. En la tabla 8 esta forma de hacer el cálculo se muestra en dos columnas: la primera corresponde a los kilogramos de cartón, para los que Inés va agregando $1 a la cantidad anterior inmediata[87].

	Peso de cartón (en kg)		*Costo (en pesos)*	
	1	→	1.50	
+1	2	→	3.00	+1.50
+1	3	→	4.50	+1.50
+1	4	→	6.00	+1.50
+1	5	→	7.50	+1.50
+1	6	→	9.00	+1.50
+1	7	→	10.50	+1.50
+1	8	→	12.00	+1.50
+1	9	→	13.50	+1.50
+1	10	→	15.00	+1.50

Tabla 8

En la segunda columna, se muestran las cantidades correspondientes a la paga por los kilos correspondientes; para calcularlas suma $1.50 a la cantidad anterior inmediata[88]. Así a 1kg + 1kg le corresponde $1.50 + $1.50, 2 kg + 1kg le corresponde $3.00 + $1.50, 3kg + 1kg le corresponde $4.50 + $1.50 y así sucesivamente hasta llegar a 9kg + 1kg el cual corresponde a $13.50 + $1.50.

[87] Este conjunto de cantidades también puede ser descrito como el conjunto de los términos de una sucesión aditiva, con constante aditiva $1.

[88] Análogamente, este conjunto de cantidades también puede ser descrito como el conjunto de los términos de una sucesión aditiva, con constante aditiva $1.50.

Esta técnica funciona debido a la propiedad aditiva de las relaciones de proporcionalidad. Se observó que Inés recurre frecuentemente a ella en su actividad laboral y tiene bien identificadas las situaciones donde es adecuado aplicarla. Sin embargo, como se muestra en el siguiente extracto, decide verificar su resultado mediante otra manera de calcular la suma (10 veces 1.50).

> Inés. A ver… mejor, primero los de "a peso", serían… diez pesos, y luego los "cincuentas" [lo que corresponde a las monedas de cincuenta centavos], son… cinco pesos, entonces por los diez kilos… sí, son 15 pesos.
>
> Observadora: ¿Y cómo obtuviste los 5 pesos?
>
> Inés: Pues de 2 monedas de cincuenta [centavos] es un peso, ¿no?

Inés considera por un lado la "parte entera" y por otro lado la "parte decimal", es decir *descompone* las cantidades. Sabe que 10 veces \$1 son \$10, lo cual corresponde a una *solución memorizada* en la práctica (Lave, 2011). Se puede considerar que con los centavos procede de la misma manera, es decir, mediante soluciones memorizadas en la práctica sabe que 10 monedas de 50¢ forman \$5, o que lo correspondiente a las monedas de 50¢ es la mitad de lo que corresponde a las monedas de \$1 (porque \$1 = 2 monedas de 50¢). Otro posible cálculo podría estar basado en el agrupamiento repetido, como el que se muestra en la tabla 9 (agrupando pares de monedas de 50¢ para formar \$1). Sin embargo, Inés da tan rápidamente la respuesta que es más probable que haya recurrido a una solución memorizada. En cualquiera de los casos, Inés usa la técnica de descomposición de cantidades (por una parte los pesos y por otra los centavos) para verificar su solución.

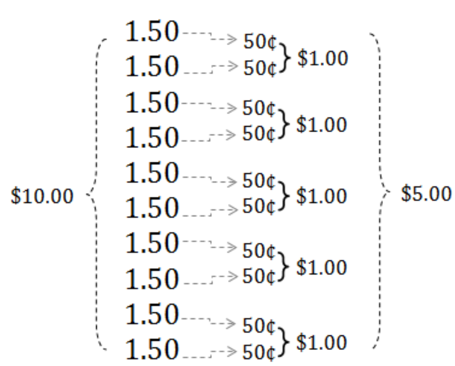


Tabla 9

Para profundizar en la aplicación de estas técnicas y, en general, en los conocimientos matemáticos que Inés moviliza en este tipo de tareas durante la entrevista se plantearon tareas en las cuales se modificaron algunas de las “variables didácticas”, en concreto se variaron el valor de la cantidad de kilogramos recolectados y el valor unitario por kilogramo de cartón.

A continuación, se presentan las tareas propuestas en la entrevista y las técnicas que Inés usó para resolverlas.

Inés. Entrevista sobre el contexto de la pepena de cartón

Tarea: Calcular el valor de la paga por vender 100 kilogramos de cartón, si el acopiador del depósito paga \$1.30 el kilogramo.

Del análisis previo de esta tarea (ver Metodología y Anexo 5), se sabe que se trata de un problema típico de valor faltante que se resuelve, en principio, por una multiplicación; uno de los dos valores unitarios está dado: \$1.30 por kilogramo de cartón; involucra números naturales y decimales; y el factor interno que permite resolver el problema es: $\times$100 (ver la tabla 10).

$\text{x } 1.30 \, \frac{\text{pesos}}{\text{kilogramo}}$

Peso del cartón (en kg)	*Costo (en pesos)*	
1	1.30	x100
100	$\times$	

Tabla 10

Se consideraba que esta tarea sería resuelta poniendo en marcha un procedimiento de descomposición de cantidades. Se quería saber si cuando la cantidad después del entero es distinta de .50 (50 centavos), Inés seguía aplicando las mismas técnicas que se identificaron durante la observación *in situ*.

Análisis de la técnica empleada por Inés:

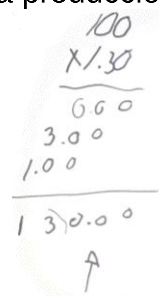
Entrevistadora. Vamos a suponer que en un depósito te pagan un peso con treinta centavos el kilo de periódico, entonces ¿cuánto te pagarían por 100 kilogramos?

Inés. Me está diciendo cuánto me pagarían si fueran 100 (kilogramos) ¿no? [Toma una hoja de papel y lápiz, y escribe].

1.30 X Kg   100 Kg

Pues antes que todo creo que voy a hacer una multiplicación. [Escribe el algoritmo]. Cero por cero, cero; cero por cero, cero; cero por uno, cero.

[Dice oralmente el principio de su solución, el primer renglón de la multiplicación. El resto sólo lo escribe. Cuando termina de multiplicar cada uno de los dígitos del multiplicador por el multiplicando pone puntos decimales en los productos parciales y obtiene 0.00, 3.00 y 1.00; luego obtiene el producto 13000, pero parece titubear al colocar el punto decimal, lo coloca dos cifras a la izquierda, obtiene 130.00. La siguiente figura muestra la producción final de Inés].



Entrevistadora. Cuando fuiste poniendo estos puntos ¿cómo es que los fuiste colocando así?, [señala los puntos que Inés fue escribiendo en los productos parciales]; y después colocaste este punto hasta acá ¿verdad? [le señala el punto decimal que Inés colocó en el producto].

Inés. ¡Ah!, yo que me acuerde ahorita; esto se suma [refiere a los productos parciales], y después pones el punto [señala el producto] que son de los centavos, o sea que sería 130 con cero centavos.

Entrevistadora. ¿Este punto no podría ir en otro lado? [señala el punto decimal en el producto].

Inés. Mmm... ¡no!, no porque yo que sepa, como aquí está [señala al multiplicador] se tiene que poner cada dos números, que sería entre el cero y el otro cero [señala el punto que ha colocado en el producto].

Entrevistadora. [Insistiendo en el titubeo de Inés al colocar el punto decimal en el producto, cuestiona]. Pero ese punto ¿no se podría poner, por ejemplo aquí? [en el producto, señala la posición entre el 3 y el 0 (13.000)].

Inés. Es que mmm… si fueran por ejemplo de unos… cuente que nada más es 1 peso ¿no? [cubre con su mano los 30 centavos que están representados en el multiplicador], nos estuvieran pagando 1 peso (por kilogramo), de todos modos serían 100 (pesos), serían 100 (pesos), porque no creo que fueran 13 (pesos) y que te estuvieran pagando eso, porque si lo multiplicas por 100 yo creo que daría más.

Para obtener la solución de la tarea propuesta, Inés recurre al algoritmo usual de la multiplicación, pero también tiene una noción de cuánto van a pagarle, lo que le permite controlar lo que arroja el algoritmo. En el análisis previo de esta tarea de la entrevista no se contempló el uso del algoritmo como posible técnica y, cuando Inés duda al colocar el punto decimal, la entrevistadora cuestiona su colocación. Inés se ve obligada entonces a explicar cómo decidió colocar ahí el punto: yo que sepa, como aquí está [señala 1.30] se tiene que poner cada dos números, que sería entre el cero y el otro cero, dice Inés. Luego, recurre a una estimación para volver a explicar su respuesta. Descompone el valor unitario en pesos y centavos ($1.30 = $1 + 30¢), y estima que por 100 kilogramos tendrían que pagarle más de $100.

La solución de Inés da cuenta de que cuando la cantidad después del entero es distinta de .50 (50 centavos), las técnicas que se identificaron en la observación cambian. Durante la entrevista se decide confirmar esto, guiados incluso por una pregunta más general: ¿Por qué si Inés identifica la pertinencia de la multiplicación, e incluso muestra conocer el algoritmo para el caso de decimales, en la realización de la pepena recurre al cálculo oral? Entonces, se decide plantear a Inés una tarea más simple. Se reduce la complejidad al retomar el valor unitario de la tarea observada en la actividad laboral. Esta nueva tarea no estaba contemplada en el diseño de la entrevista, sino que es introducida durante su transcurso. La tarea introducida fue la siguiente:

Tarea: Calcular el valor de la paga por vender 100 kilogramos de cartón, si el acopiador del depósito paga $1.50 el kilogramo.

Esta tarea es muy parecida a la tarea identificada en la observación de la actividad laboral, pues, por su estructura, también corresponde a una tarea de multiplicación (Block et al, 2010). La única diferencia es que la cantidad de kilogramos para los que se tiene que calcular la paga es significativamente mayor (100kg), aunque es un múltiplo de 10. Y respecto a la tarea anterior, en ésta el valor unitario se presta a que la parte decimal sea considerada aparte, como medio peso. Ver tabla 11.

$\text{x } 1.50\ \frac{\text{pesos}}{\text{kilogramo}}$

Peso del cartón (en kg)		*Costo (en pesos)*	
1	→	1.50	x100
100	→	x	

Tabla 11

A continuación, se presenta el análisis de la técnica usada por Inés para resolver esta tarea.

Análisis de la técnica empleada por Inés

Inés resolvió la tarea de la siguiente manera.

Inés: A ver, si fueran a uno (un peso) cincuenta centavos [Inés refiere al valor unitario por kilogramo]. [...] Bueno, eso creo que se me facilita un poquito más; más fácil, lo podría hacer mental. Que serían a… serían ciento cincuenta —dice en voz baja—. Sí, ciento cincuenta —afirma.

Entrevistadora: ¿Por cuántos kilos?

Inés: Por cien.

Entrevistadora: ¿Cómo haces para…?

Inés: Ah, es que lo que pasa ahí, pues este eh... se me hizo fácil porque los divido, o sea, divido el peso de los cincuenta centavos. O sea, que primero hago la operación con el peso y los cien kilogramos, y después… ya la hago con los cincuenta centavos y los cien kilogramos.

Entrevistadora: Y ahí ¿cómo le haces?

Inés: Pues es que, el peso es fácil, porque o sea… es que aquí este eh…haga de cuenta que son cien… ¿no? [Escribe sobre la hoja el número 100]. Son cien, es obvio. Como nada más es uno es fácil porque nada más es un peso, y si lo multiplicas pues serían cien veces. Si lo multiplicas cien veces te da cien pesos. Porque si fueran de dos (pesos) serían de doscientos (pesos) y así, o sea que así se me hizo fácil con éste [refiere a la "parte entera"].

Entrevistadora: Ajá, y… ¿con los cincuenta centavos, qué pasa?

Inés: Con los cincuenta centavos, estoy viendo esto: cincuenta centavos, también serían cien moneditas de cincuenta centavos. [Escribe: 0.50=].

Entrevistadora. Entonces...

Inés: Pero si las divides a la mitad, que sería uno cincuenta con uno cincuenta, serían un peso y yo diría que son ciento cincuenta. Cincuenta centavos más cincuenta centavos es un peso. [Se interpreta que cuando Inés dice: "uno cincuenta", se fija en los 50 centavos y, por cada pareja de $1.50, junta dos veces 50 centavos, con lo que junta $1].

Entrevistadora: Pero si son cien moneditas de 50 centavos ¿por qué te salen cincuenta pesos?

Inés: Porque son cien moneditas ¿no? [Refiere a cien monedas de 50 centavos]. Porque los multiplico esto por esto. [Señala la representación del número 100 y después la de 0.50, que ha escrito antes]. Te daría cien moneditas de cincuenta centavos. [Nótese que al decir que multiplica 100 por 0.50 no obtiene 50, sino, dice obtener 100 monedas de 50 centavos, en este caso, los 50 centavos estarían expresando la unidad como una moneda].

Entrevistadora: ¿Y luego?

Inés: Ahora… ajá, sería esa cantidad. Pero haga de cuenta que estos [señala la cantidad 0.50]. ¡Ay, bueno!, son las cien moneditas y cada cien, en cada… Los cien (las cien monedas de 50 centavos), es igual a cincuenta pesos porque yo creo… Los uno [se refiere a unir], por ejemplo, la mitad: si serían cien moneditas de cincuentas y si cada uno (si cada moneda) fueran cincuenta (centavos); la mitad fueran cincuenta moneditas porque ya las uní, cada una, así: un peso, un peso, un peso.

En su cálculo oral, Inés procede descomponiendo las cantidades en parte entera y parte decimal. Como dice al trabajar con la parte entera, "es obvio" que 100 veces $1 da $100. Para los centavos toma 100 moneditas de 50¢ y considera que 50¢ más 50¢ es $1. Al parecer forma 50 parejas de monedas de 50¢, es decir, toma 50 veces $1 = $50.[89] Es posible identificar entonces, dos formas de realización del cálculo en la resolución de las tarea específicas planteadas a Inés: por un lado, hay un uso funcional que incorpora el conocimiento escolar del que Inés dispone, pero que combina con su conocimiento desarrollado en torno a esas tareas específicas en la realización de la actividad laboral; y por otro lado, el cálculo oral en el que hace una *descomposición de cantidades*. Más allá de las características cuantitativas de la tarea, cabe preguntarse ¿qué es lo que estructura el cálculo puesto en marcha por Inés en la solución de las dos tareas antes descritas? Para la primer tarea, el algoritmo convencional constituyó un recurso de estructuración para el cálculo de la paga (Lave, 1991), mientras que para la segunda tarea, se considera que es el *sistema monetario* el recurso que estructura los cálculos que Inés realiza y, a la vez, dota de sentido a la técnica, que consiste en descomponer las cantidades de dinero involucradas en parte entera y decimal (los "pesitos" y los centavos) y operarlas agrupando en términos de las relaciones entre las denominaciones monetarias (como dos monedas de 50¢ hacen una moneda de $1)[90].

---

[89] La descomposición de cantidades en el cálculo oral de Inés puede identificarse en lo reportado por otras investigaciones, sobre todo que indagan procedimientos no convencionales de adultos no alfabetizados (Mariño, G., 1997; Ferreiro *et al.*, 1987) e incluso, encuentra total cercanía con lo explorado por Solares (2012) sobre conocimientos matemáticos de niños y niñas jornaleros en situaciones que implican multiplicación.

[90] Esta manera de proceder, según Ávila (1998) tiene que ver con la forma en que usualmente se maneja el dinero, contando de a poco billetes o monedas de mayor a menor valor.

Si bien la técnica cambia cuando las medidas en la tarea son valores numéricos decimales que no contienen a la mitad de un peso ($0.50), en la actividad de la pepena el uso de lápiz y papel no cobra presencia, a excepción de la única vez que, durante el acompañamiento a la actividad laboral, Inés hace un cálculo escrito ante la tarea de calcular la paga por 69 kilogramos de cartón si el acopiador del depósito paga $1.20 por kilogramo (ver primer apartado del *Análisis*). Esto motiva que durante la entrevista se considere necesario seguir profundizando en los conocimientos matemáticos que Inés moviliza en la realización de estas tareas: ¿cuáles son los alcances de su técnica mediante cálculo oral? Entonces, una vez resuelta esta tarea, se decidió regresar a la tarea original, con el valor unitario $1.30 pesos por kilogramo de cartón.

> Entrevistadora: [...] Entonces si te pagan a un peso con treinta (centavos) el kilo, ¿cómo lo harías?
> Inés: Lo haría con multiplicación pero…
> Entrevistadora: ¿Como ya lo hiciste ahorita? [Para la tarea de calcular el valor de la paga por vender 100 kilogramos de periódico, si el acopiador del depósito paga $1.30 el kilogramo].
> Inés: Ajá, pero dependería cómo hacer la multiplicación porque hay que checar cómo está el puntito [señala el número 1.30].
> Entrevistadora: ¿Entonces?
> Inés: Si lo hubiera puesto aquí [se refiere al punto decimal] hubieran sido mil trescientos [sobre el producto 13000 señala el lugar entre los dos últimos ceros], pero si aquí lo hubiera puesto sería… bueno, “ya me hice bolas” [se refiere a que se ha confundido].
> Entrevistadora: Y ¿cambia mucho la cantidad?
> Inés: La cantidad depende de dónde ponga el puntito…
> Entrevistadora: ¡Ah, ya! Pero a ver, en un día de trabajo puede ser que no lleves papel y lápiz... ¿cómo le haces?
> Inés: Son cien kilogramos ¿verdad?
> Entrevistadora: Sí.
> Inés: Serían cien de los de un peso, pero de los treinta centavos, este… de los treinta centavos serían moneditas de 30 centavos. De todos modos me darían cien moneditas de treinta centavos.
> Entrevistadora: Claro, ¿y esas moneditas de 30 centavos...?
> Inés: Entonces estas moneditas de treinta centavos… ¿la mitad sería de éstas? [Se pregunta para sí misma, refiriéndose a la mitad de 100 “moneditas” de 30 centavos]. Es que esto es más difícil porque no lo puedes unir a la mitad, sino tienes que buscar un número que sea así, por ejemplo, serían tres, seis… Pero de aquí nos pasaríamos porque sería un peso con veinte centavos [se refiere a que con 4 veces 30 centavos obtiene 1 peso con 20 centavos]. Porque en esto

le tendrías que buscar: treinta centavos más treinta centavos, más treinta centavos, hasta que te dé cien centavos, que es un peso. Aquí treinta centavos, sesenta centavos, noventa centavos…

Entrevistadora: Ajá, noventa centavos, ciento veinte centavos…

Inés: Y aquí ya se pasa, sería un peso con veinte, que sería: una, dos, tres, cuatro monedas [de 30 centavos]. Pero para tener otro número serían ciento cincuenta, y aquí ya se me facilita. [Al momento que Inés construye la serie de 30 en 30 de manera oral, también la escribe como se presenta a continuación].

O sea, tendría cinco moneditas, ¿me faltan…? Lo difícil aquí sería hacer cien (monedas) porque te harías medio bolas [refiere a que podría confundirse, mientras señala la serie anterior]. [En este momento Inés se plantea otra tarea: si 5 monedas de 30 centavos es $1.50, calcular la cantidad correspondiente a 100 monedas].

Entrevistadora: Y ¿cuántas faltan?

Inés: Me faltaría... serían noventa y cinco moneditas. [...] Bueno, lo más fácil para mí sería… es que aquí ya son cien; de los de a peso son cien ¿no? [Refiere al total de la parte entera del valor unitario $1.30 si son 100 kilogramos]. Pero después esto [refiere al total de la parte decimal], mmm... ¡creo que ya sé cómo hacerle!

Entrevistadora: A ver, ¿cómo le harías?

Inés: Mire, agarro cada cinco moneditas, a ver es que… [en este momento Inés comienza a poner varios “puntitos” sobre el papel.

Haga usted de cuenta, estas son las moneditas, los puntitos son moneditas, y cada monedita, bueno cada puntito yo siento... Para hacerla más fácil (cada puntito) representa para mí cinco monedas y los voy sumando así hasta que me den noventa y cinco [Tal vez, Inés quiere llegar al 95, suponiendo que ya tiene 5 moneditas de a 30 centavos, éstas con las que determinó el conjunto de $1.50].

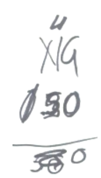
[Señala los puntos de uno en uno y va siguiendo de manera oral la serie de cinco en cinco]. A ver, serían cinco, diez, quince, veinte... ¡Ah no! [Se confunde al contar cada punto. Vuelve a seguir la serie de cinco en cinco y encierra cada punto en un pequeño círculo, al que más adelante Inés nombra “paquetito”], cinco, diez, quince, veinte, veinticinco, treinta, treinta y cinco, cuarenta, cuarenta y cinco, cincuenta, cincuenta y cinco, cincuenta... noventa y cinco.

Veo los paquetitos, cuántos paquetitos tengo. Entonces sería uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once... ¡Ay!, a ver otra vez [Inés se confunde al contar los 19 paquetitos]. Entonces eso los cuento: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, ¡ay! [al tratar de contar vuelve a confundirse]. [Esta vez, toma un lápiz de color y marca cada paquete que va contando] Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis...¡No!

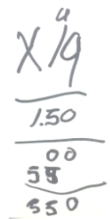
Entrevistadora: Tal vez si pones un número a cada paquetito...

Inés: [Coloca un número a cada paquetito que va contando, al paquete uno no le pone número] Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve. [La representación gráfica hecha por Inés es la siguiente].

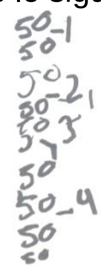
De esos diecinueve paquetitos… Después de esos diecinueve paquetitos que hice, los multiplico por treinta, ¡no! [rectifica], ¡no!, serían por…, ¡sí!, serían por ciento cincuenta [se refiere a 150 centavos. Hace la multiplicación mediante el algoritmo usual]. O sea que… cinco por nueve serían cuarenta y cinco, sí cuarenta y cinco, llevamos una, ¡no!, me equivoqué, sí me equivoqué [ha escrito lo siguiente, 19 × 150 y obtenido 500; tacha].



[Escribe nuevamente el algoritmo] Serían cero, cero [obtiene el primer producto parcial], aquí serían cuarenta y cinco [pone el 4 en el segundo producto parcial y de inmediato corrige sobreponiendo el 5]. ¡Ay!, a ver, tantito... sí, cuarenta y cinco; cinco por uno, cinco; ¿y del…? a ver ¿y del uno? [refiere a la parte entera del multiplicador] ¡No! Nada más dijimos que íbamos a multiplicar los centavos ¿no? [Finalmente ha escrito lo siguiente].



Es que lo que pasa es que ¡ay!, son diecinueve [paquetes] de a uno cincuenta [$1.50]. Espéreme tantito, cincuenta, mmm... lo más *vergonzante* [vergonzoso]: ¡sumar! [se refiere a hacer la suma de 19 veces el número 50; escribe lo siguiente].



A ver, creo que ya lo tengo. Sí, serían... [utiliza sus dedos para hacer cálculos que sólo explicita en voz baja] Serían veintitrés cincuenta de aquí, o sea que serían ciento veintitrés cincuenta. [Al parecer Inés suma 19 monedas de 1 peso más los 4.50 que determina al sumar 9 veces 50 centavos]. [...] ¡No, no, no!, serían... ¡espérame!, ya vi mi falla, serían… nos faltarían diez (monedas de cincuenta centavos). Serían cuatro cincuenta, serían ocho cincuenta, ¡no!, nueve cincuenta, ¡sí!, serían nueve cincuenta (de 19 monedas de 50 centavos); serían nueve cincuenta más diecinueve, serían… dieciocho cin… ¡no! sería veintiocho cincuenta.

Entrevistadora: ¿Y a cuántas monedas querías llegar?

Inés: Entonces nos faltarían, porque yo disque tomé estos de aquí [señala la representación gráfica de los 19 paquetes], pero aquí serían veinte (paquetes). Y de estos veinte, aquí de los centavos serían unos… serían, serían, serían diez pesos, pero de los pesos también serían veinte pesos, serían treinta pesos.

Entrevistadora: Entonces, ¿cuánto estarían pagando por esos cien kilogramos de periódico?

Inés: Serían ciento treinta (pesos).

En el transcurso de los cálculos anteriores para resolver la tarea que propicia la entrevistadora cuando pregunta: “en un día de trabajo puede ser que no lleves papel y lápiz... ¿cómo le haces?”, Inés recurrió en varias ocasiones al algoritmo convencional de la multiplicación. Si bien, esta vez, en las repetidas ocasiones en las que Inés hizo uso de este recurso se manifestaron dudas sobre su funcionamiento, cabe destacar que sabe dónde es pertinente usarlo. Inés recurrió entonces a su conocimiento de las características del sistema monetario y de su manejo del dinero para calcular el resultado de la multiplicación mediante agrupaciones (Carraher et al, 1995).

A pesar de lo largo de la técnica de agrupación, como Inés dice “lo difícil aquí sería hacer cien (monedas) porque te harías medio bolas”, el sistema monetario da nuevamente estructura a los cálculos. En este caso, el sistema monetario motiva la búsqueda de un múltiplo que al unir monedas de 30 centavos dé $1, y al no encontrarlo, Inés busca el número de monedas de 30 centavos que le permita operar con monedas de “montos” conocidos, los cuales están relacionados con el conocimiento memorizado con mayor facilidad.

Es muy interesante señalar la doble descomposición de cantidades que efectúa Inés. Primero, para hacer el cálculo de 100 veces $1.30, descompone en pesos y centavos. Aquí calcula la multiplicación 100 veces 30 centavos, agrupando las “monedas” de 30 centavos en paquetes de 5 monedas, porque 5 veces 30 centavos es igual a $1.50, cantidad que contiene a la mitad de un peso ($0.50) y le permite hacer cálculos de manera eficiente, además de que el sistema monetario tiene monedas de 50 centavos. Después, para calcular el resultado de haber agrupado 19 veces $1.50 (paquetes de 5 monedas de 30 centavos), Inés vuelve a descomponer y calcula por separado con pesos y con centavos, en esta ocasión con 50 centavos.

Es también interesante señalar que cuando Inés reformula el cálculo a 20 veces $1.50 (porque ha formado 20 paquetes en total), Inés sabe que de los pesos serán $20, y de los centavos serían $10, nuevamente descomposición de cantidades basada en las propiedades del sistema monetario, soluciones memorizadas y agrupaciones.

La utilización del cálculo oral durante la entrevista deja ver que Inés aun cuando requiere de apoyo gráfico en el proceso, va controlándolo a cada paso hasta llegar a un resultado exhaustivo y correcto. Sin embargo, como se ha venido mencionando, este tipo de técnica es diferente a lo observado en la actividad laboral. Los cálculos durante la pepena se hacen con los alcances del cálculo oral, en muchas ocasiones sin ser exhaustivos, pero permiten un resultado bastante aproximado. Esto definitivamente no se debe a que Inés no disponga de técnicas más refinadas, sino en buena medida, a las características presentes en la actividad de la pepena de cartón, la cual también aporta *recursos de estructuración* (Lave, 1991).

En las técnicas que Inés pone en marcha hace cruces entre sus conocimientos escolares y sus conocimientos de la actividad laboral. La realización del cálculo oral le permite cumplir con el cuidado que debe tener a su hermano Chucho, al mismo tiempo que procura no perder de vista las acciones del acopiador. La premura en la que se realiza la venta de cartón parece no permitir el cálculo escrito y, la interacción con el acopiador dificulta un cálculo exacto, como veremos más adelante. La manipulación de cantidades lleva a un cálculo rápido y eficiente con resultados aproximados, que le ayuda a doña Mariana e Inés saber en el momento que el acopiador está pagándoles “lo justo”.

Como se mostrará más adelante, para otras actividades laborales las técnicas que se encontraron para la solución de las tareas propuestas son significativamente distintas entre sí, aun cuando la tarea específica implica trabajar con cantidades decimales y a pesar de que la estructura de la tarea y los valores de las variables se conservan.

Si bien en muy pocas ocasiones se pudo “compartir” entre los menores los problemas que resolvían en sus actividades, se tuvo la oportunidad de hacerlo durante la observación de la actividad laboral de Ricardo. Se hizo esto con la finalidad de comparar las técnicas de resolución que ponían en juego los menores, a pesar de desenvolverse en contextos laborales distintos.

Uno de los días de la observación de la actividad de la venta de agua se le contó a Ricardo sobre Inés. Se le contó que Inés recolecta cartón junto con su mamá, que van con un diablo entre las calles para juntar algo de cartón, y que también entran a ciertos negocios donde… “le regalan cartón”, agrega Ricardo. Aunque no ha trabajado en la pepena de cartón, Ricardo sabía bastante de esta actividad laboral.

Luego, se le comentó que en un negocio le dieron a Inés casi 20 kilos de cartón, entonces ahí por esos 20 kilos… Ricardo interrumpió y dijo:

Ricardo: Son 10 pesos… de 50 centavos el kilo.
Observadora: Bueno sí, pero a Inés se lo pagan a 80 centavos [le dice a Ricardo, esperando que dé respuesta al mismo problema que ha resuelto Inés en su actividad laboral][91].
Ricardo: ¡Ah más caro! (haciendo referencia al costo del cartón).
Observadora: ¿Cuánto sacaría Inés por esos 20 kilos?
Ricardo: Ahora sí que como 16 o 17 pesos, más o menos.
Observadora: ¿Y si quisiera saber el precio exacto (de los 20 kilos)?... sería de cada kilo 80 centavos, ¿de 20 kilos?
Ricardo: Porque aquí están de 50 centavos [hace referencia al problema anterior], de 20 kilos son 10 pesos… ahora le ponemos los otros 30 centavos… son máximo 20 pesos [en la búsqueda de la incógnita, Ricardo vuelve a hacer una aproximación donde tal vez al decir “máximo 20 pesos” está asociado a suponer que si le pagan $1 por kilogramo de cartón, serían $20, pero el valor por kilogramo es menor a $1].
Observadora: ¿Por qué máximo?
Ricardo: Porque imagínate, de contar de 30 centavos en 30 centavos… ¡ahora sí está...!, tienes que contar mucho.

La tarea que se planteó a Ricardo es la siguiente:

Tarea: Calcular el valor de la paga por vender 20 kilogramos de cartón, si el acopiador del depósito paga $.80 el kilogramo.

Se trata también de un problema típico de valor faltante que se resuelve por una multiplicación; uno de los dos valores unitarios está dado: $.80 por kilogramo de cartón; involucra números naturales y decimales; y el factor interno que permite resolver el problema es ×20 (ver la tabla 12).

$$\times \frac{4}{5} \frac{\text{pesos}}{\text{kilogramo}}$$

Peso del cartón (en kg)	*Costo (en pesos)*	
1	.80	x20
20	x	

Tabla 12

A diferencia de lo que se esperaba, Ricardo sabía mucho sobre la actividad de la venta de cartón. Sabía de los precios y que en algunos establecimientos

[91] Ver capítulo *Análisis,* apartado *Acompañamiento en la actividad laboral: Inés***;** en el cual se describe cómo Inés enfrenta específicamente dicha tarea.

regalan cartón; sabía también que el cartón recolectado se vende en el depósito. En su primera solución de la tarea planteada, Ricardo recurrió a estimaciones de la solución, “16 o 17 pesos, más o menos”, “son máximo 20 pesos”, decía. Al parecer, Ricardo estaba anticipando que hacer un cálculo exacto podía ser muy tardado y complicado, “…porque imagínate, de contar de 30 centavos en 30 centavos… ¡ahora sí está...!, tienes que contar mucho”. Es como si evitara lo más posible hacer cálculos complicados y recurriera a otros medios para solucionar la tarea, como hacer estimaciones.

La observadora insistió:

Observadora: Pero a ver, supongamos que Inés quiere que le paguen “lo justo” [anteriormente se le explicó que Inés dice que frecuentemente el señor del depósito de cartón paga menos de lo que debería], ¿cuánto sería “lo justo”?

Ricardo: Supongamos, primero lo pongo de a 50 [centavos], por 20 kilos son 10 pesos. Ahora faltan los 30 centavos… de 20, 30, 60, 60, 1 peso con 20 centavos [parece estar haciendo cálculos que sólo explicita en voz baja]… de cuatro, de cuatro… Haz de cuenta, de 4 montoncitos de 30 centavos son 1 peso con 20 centavos, de 4… De otros 4 [montoncitos] son 2 pesos con 40 centavos, de 8 [kilos]… 4 ochenta de otros 4 [montoncitos], pa’ que sean 8 [montoncitos]…

[En este momento Ricardo trata de organizar las cantidades que ha obtenido y empieza a explicar de la siguiente manera]

Ricardo: De 4 [montoncitos] son 1 peso con 20 [centavos], de 8 son 2 pesos con 80, ¡no, 2 pesos con 40… de 8! Y otros 2 pesos con 40 serían… 4 [pausa] 80, de 16 kilos, ¿cuánto?... 4 con 80, de otros 4 kilos serían 1 veinte, creo que 6 pesos… ¡serían 16 pesos!

Observadora: Entonces para que a Inés le pagaran lo justo, ¿le tendrían que pagar…?

Ricardo: 16 pesos.

La solución de Ricardo resulta especialmente interesante al considerarla junto con la de Inés. Los problemas que resolvieron tienen diferentes valores numéricos, pero la misma estructura y, sobre todo, el mismo contexto. Ambos, Ricardo e Inés, recurrieron en algún momento a la *descomposición de las cantidades* para realizar los cálculos: por un lado operan con los pesos y por otro con los centavos. Luego, usando también las características del sistema monetario, *agrupan* las cantidades de centavos para obtener grupos que correspondan a cantidades que efectivamente se presenten en el sistema: 50

centavos, en el caso de Inés, y 20 centavos en el caso de Ricardo. Sin embargo, también hay diferencias entre los procedimientos, Inés encuentra un agrupamiento más práctico con las “5 moneditas de a 30 centavos” a diferencia de Ricardo quien sólo agrupa “4 montoncitos de 30 centavos”. Y mientras Ricardo estima rápidamente e incluso da el resultado exacto, Inés incorpora la utilización de algoritmos escolares.

Para concluir este primer apartado sobre las técnicas encontradas en la observación y las entrevistas con los menores trabajadores, se quiere destacar el rol central de las características del *sistema monetario* para estructurar las técnicas de cálculo, basadas en *agrupaciones* y *descomposiciones* de cantidades. Es importante también destacar el frecuente uso de dos técnicas distintas para verificar los resultados de las operaciones realizadas. Junto con las técnicas anteriores, se encontraron la *estimación*, el uso de *resultados memorizados en la práctica* y los mismos *algoritmos escolares convencionales*.

4.2.1.2. Técnicas basadas en *building-up*

De acuerdo con Block (2010), los *building-up procedures* (o *procedimientos sobre la marcha*, en español) se basan en la conservación de las razones internas y en la propiedad de la aditividad de las relaciones de proporcionalidad (estas técnicas fueron descritas en el capítulo de Marco teórico). En el *bulduing-up* no se anticipa cuál es el factor interno que permite encontrar el valor buscado a partir de los valores dados, sino que se van buscando factores internos y sumas de valores intermedios que permitan aproximarse, poco a poco, a la solución hasta obtenerla, e incluso después de encontrar la solución puede que no se advierta sobre el valor de dicho factor interno.

Las técnicas basadas en los *building up procedures* tienen una presencia marcada en los contextos laborales de los menores trabajadores. A pesar de su alcance relativamente limitado (Hart 1988, citado en Block, 2010), y aun cuando estos procedimientos no necesariamente llevan a resultados exactos (ver por ejemplo Ávila, 2009), son muy efectivos para ciertas tareas y, cuando no arrojan resultados rápidos o exactos, se usan ciertas maneras de “compensación” que ayudan a ajustar los resultados.

En este estudio se identificaron numerosas situaciones que los menores resolvieron mediante *bulduing-up*, tanto en las observaciones de la actividad laboral (incluidas situaciones planteadas por la observadora), como en la entrevista. A continuación, se presenta un ejemplo de su uso para la solución de una tarea en el contexto de la venta de agua.

Ricardo. Observación en el contexto de la venta de agua

Durante la venta del agua, Ricardo se encarga de cobrar. Para eso tiene que determinar cuánta agua le cabe a los recipientes que llenan, calcular el costo, cobrar y dar cambio. De la correcta realización de las tareas que Ricardo tiene a su cargo depende que saquen *la cuenta*[92], que no pierdan dinero y que obtengan las ganancias necesarias para cubrir el día de trabajo.

Como veremos más adelante en este capítulo, en la actividad de la venta de agua hay unidades y técnicas situadas mediante las cuales se determina la capacidad de los recipientes que los clientes piden llenar, los cuales son de las más diversas formas y tamaños. Además, muchas veces el monto de la cuenta varía: usualmente las pipas tienen 10,000 litros de capacidad y generalmente la cuenta es de $190 o $200, pero hay ocasiones en las que es de $100, $300 o hasta $400. El precio del agua depende del monto de la cuenta, así, por ejemplo, el tambo de agua cuesta generalmente $7, pero puede costar $10, $12 o hasta $15. La relación entre el monto de la cuenta y el precio del agua también se analiza más adelante.

Tarea: Calcular el costo por llenar un tinaco “mediano”. Se sabe que al tinaco le caben 6 tambos y que por cada tambo se cobran 7 pesos[93].

En esta primera tarea que se presenta, el análisis se centra en cómo Ricardo determina cuánto tiene que cobrar, cuando la capacidad del recipiente se

---

[92] Como se mencionó en el capítulo *Metodología*, la “cuenta” es la inversión que los piperos hacen por el costo del agua de la pipa; es decir, es el precio dispuesto en los pozos particulares o clandestinos por la venta de agua de una pipa generalmente de 10 000 litros.

[93] Esta tarea específica se presentó en la observación *in situ* de la venta de agua.

calcula como una *solución memorizada*. Como se muestra en la tabla 13 en esta tarea hay cuatro cantidades puestas en relación: la cantidad de tambos de agua y su costo en pesos. En la tabla se destacan dos propiedades de la relación de proporcionalidad implicada en esta tarea: el *factor externo constante* y los *factores internos*, asimismo está implícita la propiedad aditiva. Esta tabla y sus respectivos factores permiten analizar la estructura de la tarea, que corresponde a una tarea de multiplicación (Block et al, 2010).

$$\times 7 \; \frac{\text{pesos}}{\text{tambo}}$$

Tambos de agua (200 litros cada tambo)		*Costo (en pesos)*	
1	⟶	7	x6
6	⟶	x	

Tabla 13

A continuación, se presenta el análisis de la técnica usada por Ricardo durante la observación *in situ* para resolver esta tarea.

Análisis de la técnica empleada por Ricardo:

En la primera parte de la resolución de la tarea, Ricardo indica cómo usar el valor unitario por tambo para calcular el costo del tinaco mediano. El día de la observación, mientras se esperaba a que llegara algún chofer, tuvo lugar la siguiente conversación:

> Observadora: ¿Es muy lejos donde vendes el agua?
> Ricardo: No, aquí cerquita. Si llega “El Gato” (el pipero), lo más seguro es que vayamos a Ciudad alegre[94].
> Observadora: Y ahí, en Ciudad alegre, ¿a cuánto das el agua?
> Ricardo: Haz de cuenta, ahí está a 7 pesos el *tambor* (el tambo). Por ejemplo, a un tinaco mediano le caben 6 *tambores*, si es grande le caben como 10 (tambos), y pues… así cobras: si es mediano 7 por 6 y así.

De la práctica cotidiana en su actividad laboral, Ricardo sabe que a un tinaco mediano le caben 6 tambos. Una vez determinada la capacidad del tinaco (usando la unidad *tambos*), Ricardo señala que para calcular el costo se multiplica 7 por 6. Desde el análisis, esta multiplicación corresponde a usar la *propiedad de las razones internas*: para pasar de 1 tambo a 6 tambos se multiplica por el

[94] Este es el nombre de una colonia en el municipio de Chimalhuacán.

escalar 6; entonces, el costo buscado se obtiene al tomar *6 veces* el costo de un tambo, *6 veces* $7.

Como resultado de esta multiplicación, Ricardo da $32. No se sabe si se trata de un resultado memorizado o estimado en el momento del cálculo. Sin embargo, es claro que como una manera de hacer esa multiplicación calcula mediante un *building-up* y, a partir de este nuevo cálculo, corrige su resultado, como se muestra a continuación.

> Observadora: ¡Ah!, y entonces ¿por ese tinaco mediano cuánto cobrarías?
> Ricardo: Como 32 pesos. A ver... A 7 pesos… 14 por 2, 28 y ya nada más le sumo 14 y me da 32 pesos, ¿sí o no? [se pregunta]. A ver serían 28 por los 4 tambores… 28… 38… 42, sí 42 (pesos), es que no le estaba poniendo los 10 (a los 32 pesos).
> Observadora: Entonces ¿cobras 42 (pesos) por los tinacos medianos?
> Ricardo: Sí, a veces sí. Hay que ver.

En la tabla 14 se presenta una síntesis de lo que Ricardo hizo para calcular el resultado de la multiplicación *6 veces* $7.

	Tambos con agua	*Valor del costo (en pesos)*	
x 2	1	7	x 2
x 2	2	14	x 2
+2	4	28	+14
	6	42	

Tabla 14

Ricardo construye la solución sobre la marcha. En el *building-up* se “apilan bloques de cantidades”. El primer bloque de cantidades queda determinado por el valor unitario de una unidad estándar dada en la actividad laboral (1 tambo → $7); luego, Ricardo duplica las cantidades para obtener las del segundo bloque (2 tambos → $14); para pasar al tercer bloque, vuelve a duplicar (4 tambos → $28); por último, suma las cantidades correspondientes a dos bloques (2 tambos → $14 y 4 tambos → $28) para llegar al costo correspondiente de 6 tambos (6 tambos → $42). Cada bloque se conforma de cantidades que se obtienen mediante la aplicación de la propiedad de factores internos o la aditiva. Así, un bloque se construye sobre el anterior y se va apilando o sumando uno a uno hasta obtener el valor de la incógnita.

Pero no es lo mismo calcular el costo por el llenado de tambos que por cubetas o tinacos. La aplicación de las técnicas queda determinada por las condiciones y las restricciones dadas por el contexto y las relaciones entre los participantes de la actividad, no sólo por las características “matemáticas” de la tarea, como su estructura y el tamaño de las magnitudes. Mientras se espera en ODAPAS a que llegue el chofer de la pipa, el mismo día de la observación *in situ*, se le pregunta a Ricardo:

> Observadora: Oye, ¿y sólo venden el agua por tambo?, ¿y si la gente no tiene tambos?
> Ricardo: A pues sacan sus cubetas, pero esas te las regalan.
> Observadora: ¿Cómo?, ¿alguien puede sacar 20 cubetas para que las llenes de agua y se las regalas?
> Ricardo: [Se ríe] No, ahí si ya se cobran… porque ésas (20 cubetas) son casi un tambo.
> Observadora: ¿Y con cuántas cubetas se llenarán 4 tambos?
> Ricardo: 20… 40… 80… pues nomás sumo: 2 por 4, 8 y le pongo el cero… 80
> Observadora: ¿Y de 6 tambos, con cuántas cubetas se llenarán?
> Ricardo: A ver … 120 porque 2 por 6,12.
> Observadora: [Para hacer más compleja la tarea, aumentando el tamaño de una de las magnitudes, se pregunta lo siguiente] ¿Oye, y también llenan cisternas?
> Ricardo: Ah sí, pero por cisterna, esa sí ya no te la saco (refiriéndose a obtener el costo) te saca la cuenta el patrón porque, por decir, ya no nomás le caben *tambores* (tambos), le caben *tambores* y le caben tinacos, por ejemplo a una chica le caben 2 tinacos.

La tarea es de multiplicación y está dada entre cantidades que están relacionadas de manera proporcional: cantidad de tambos y cantidad de cubetas que corresponden a los tambos (Ver tabla 15).

$\times 20 \, \frac{\text{cubetas}}{\text{tambo}}$

Tambos de agua (200 litros cada tambo)	*Cubetas de agua (10 litros cada cubeta)*	
1	20	x4
4	x	

Tabla 15

En este caso, Ricardo plantea dos formas de resolver la tarea. En la primera, al parecer duplica sucesivamente hasta encontrar el número de cubetas correspondientes a 8 tambos (ver tabla 16). Para esta técnica sólo da los números de cubetas correspondientes: 20, 40, 80.

	Tambos	Cubetas	
	1	20	
x 2			x 2
	2	40	
x 2			x 2
	4	80	

Tabla 16

Sin embargo, cuando Ricardo explica su solución usa directamente el *factor interno* que le permite pasar de lo que le cabe a un tambo a lo que le caben a cuatro: lo que le cabe a 4 tambos es *4 veces* lo que le cabe a 1 tambo; por lo tanto, hay que tomar *4 veces* 20 cubetas. Y, para hacer esta multiplicación, Ricardo usa la propiedad de la *multiplicación por 10* de la siguiente manera: primero, calcula $2\times4=8$; luego, agrega un 0 y obtiene $20\times4=80$. Al igual que Inés, Ricardo pasa por una vía “tradicionalmente enseñada en la escuela, que es sólo colocar un cero al final cuando se hace una multiplicación por diez”. (Carraher, 1995, p. 35). Con lo cual muestra en su técnica un indicio de conocimiento escolar bien aplicado.

También es importante resaltar que Ricardo no se encarga del cobro por el llenado de las cisternas. Como veremos, para ello se utilizan técnicas especiales, reservadas a los maestros piperos. Más adelante, se aborda la discusión de estas técnicas “expertas”.

En la compra-venta de agua transcurren todo el tiempo dos tipos de tareas, la determinación de la capacidad de un recipiente cualquiera y el cálculo del costo por el agua que le cabe. En el ejemplo presentado, Ricardo enfrenta la tarea específica de calcular el costo por llenar un tinaco mediano, sabiendo que por cada tambo se cobran 7 pesos. Durante la realización de este cálculo, *transcurre* también la tarea de calcular la capacidad del tinaco, la cual es sencilla en este caso, pues como un *resultado memorizado* Ricardo determina que a ese tinaco mediano le caben 6 tambos[95].

[95] Como veremos más adelante, la capacidad y el costo para los tinacos medianos varía. Aun cuando la capacidad sea diferente 1100 litros, 1200, o 1400, se cobra un precio estándar. Como dice Ricardo al preguntarle cucobra $42 por los tinacos medianos, él responde “sí, a veces sí. Hay que ver...”

En la realización de estos tipos de tareas mencionadas están involucrados dos sistemas de medidas: el sistema monetario y el sistema de medición de la capacidad de los recipientes[96]. De estos sistemas de medidas emergen recursos que estructuran los cálculos sobre el precio del agua y la estimación respecto a la capacidad del tinaco. En el siguiente apartado, se profundizará sobre las técnicas de cálculo del costo construidas con base en esta manera de medir la capacidad de los recipientes.

4.2.2. Técnicas basadas en las "muestras" y los modos específicos de medición dados en la actividad laboral

Así como el sistema monetario estructura significativamente las técnicas que aplica Inés en la venta de cartón, se encontró que el sistema de medición de capacidad que se usa en la venta de agua y las maneras de medición propias de la albañilería estructuran también fuertemente las técnicas que aplica Ricardo. En este estudio, se encontraron las siguientes técnicas:

- Uso de *muestras* en la albañilería.
- Uso de *medidas normalizadas* en la venta de agua.

A continuación, se presenta el análisis de estas técnicas mediante ejemplos de tareas específicas en los cuales se utilizan.

4.2.2.1. Técnicas basadas en las "muestras"

Las *muestras* en la albañilería

Se trata del uso de unidades que se toman como "muestra" para efectuar cálculos y mediciones. Son razones (o proporciones) estándar, que se privilegian para calcular, se presentan como una *medida intensiva*[97]: "tanto por cada tanto". Estas unidades provienen de la actividad, su introducción responde a necesidades propias de la medición que se realiza en ella, con los instrumentos de los cuales

[96] El *tambo* es la principal unidad de medida de capacidad en la actividad de la venta de agua la cual se construye y se legitima en la actividad. La medida en unidades de litros es sustituida por el *tambo*. Dentro de la actividad de la venta de agua, sucede que aun cuando se tenga una medida de capacidad en litros, dicha medida se pasa a *tambos* para calcular el costo del agua.

[97] De acuerdo con Nunes, T., y Bryant, P., (2003) "[...] Cuando las cantidades se refieren a las relaciones más que a la cantidad real, se denominan *cantidades intensivas*, en contraste con las *cantidades extensivas*, que se refieren a montos". (p. 177).

se dispone y para satisfacer a las restricciones en las cuales se realiza. A continuación, se presentan dos ejemplos en los que Ricardo usa “muestras” para solucionar un par de tareas planteadas durante la entrevista, en el contexto de la albañilería.

Como se comentó anteriormente, en el momento de la observación, Ricardo trabajaba generalmente como ayudante en la venta de agua potable. Sólo en ocasiones trabajaba como chalán de albañil, pero el maestro albañil lo llamaba cuando había mucha carga de trabajo. Para saber más de los conocimientos matemáticos de Ricardo en torno a la albañilería se decidió realizar una entrevista con tareas planteadas en este contexto. A continuación, se presenta el análisis de algunas de ellas.

Ricardo. Entrevista sobre la albañilería

Tarea: Calcular el costo de la mano de obra por levantar una barda que mide 26 metros de largo y 3 metros de altura (sabiendo que 1m^2 se cobra a $60).

Se trata de una *tarea típica de valor faltante*, en la que está dado el *valor unitario* y que puede ser resuelta calculando la superficie total de la barda y, luego, multiplicando por el valor unitario (Block *et al.*, 2010). (Ver tabla 17).

$\times 60 \ \frac{\text{pesos}}{m^2}$

Cantidad de m^2		*Costo (en pesos)*	
1	$\dashrightarrow$	60	x78
78	$\dashrightarrow$	x	

Tabla 17

Esta tarea fue planteada junto con un conjunto de tareas sobre elaboración del presupuesto (ver capítulo 3. *Metodología*). A partir de las primeras observaciones y acercamientos a la actividad laboral de Ricardo, se identificó que tenía gran cantidad de información sobre cómo y qué se cobra en la albañilería. Este conjunto de tareas fue introducido pensando en profundizar sobre los conocimientos de Ricardo sobre la solución de estas tareas, aunque en la práctica no fuera el responsable de realizarlas. En particular, esta tarea fue la primera en la que emergió la determinación de una *muestra* para encontrar la solución. El siguiente episodio presenta la manera en que Ricardo procedió[98].

Análisis de la técnica empleada por Ricardo:

Ricardo. ¿Nada más levantar la barda?
Entrevistador. Nada más levantarla.
Ricardo. No poner castillos… [menciona en tono de pregunta].
Entrevistador. Sí, pared y castillos.
Ricardo. Poner castillos, sale 70 o 80 pesos el castillo.
Entrevistador. ¿Cada castillo?
Ricardo. ¡Cada castillo!, y *pus* (pues) la pared depende del metro cuadrado.
Entrevistador. ¿A cuánto sale el metro cuadrado de mano de obra?
Ricardo. Como a 60 pesos o 50. Ya lo mínimo que se deja es a 40 ¡y ya!
Entrevistador. […] Oye, y no importa que sean castillos más altos o más chaparros?
Ricardo. Mmm ¡no!, hacer un castillo, por eso estás cobrando el metro cuadrado.
Entrevistador. ¿De pared?
Ricardo. Ajá, de pared. No hay inconveniente, es hacer un castillo y ya. Ahora, también depende... ¿Cuánto te están cobrando?
Entrevistador. El metro cuadrado a 60 pesos, de pared.
Ricardo. Son 26 metros ¿no?
Entrevistador. De largo 26 [metros] y de alto 3 [metros].
Ricardo. 47 [pesos] te están cobrando ¿no?
Entrevistador. No, de pared a 60 [pesos].
Ricardo. 60, 80... 60 por 3, 180… a ver 180 por 26… [menciona en voz baja]. ¿Cuántos metros son de largo? [pregunta al entrevistador].
Entrevistador. De largo 26 [metros].
Ricardo. [Toma la calculadora, y va diciendo en voz baja y pausada mientras presiona los dígitos]: ciento-ochenta-por-veinti-seis-igual… [se queda viendo unos segundos el resultado]. Como treinta... [duda], ¡sí!, como treinta mil pesos de pura pared. [Ricardo obtiene en la calculadora la cantidad de 4680, sin embargo, parece que de entrada se le dificulta la interpretación de dicha cantidad].
Entrevistador. ¡Cómo treinta mil pesos...! ¿Y cómo le hiciste?
Ricardo. ¡Calculando!
Entrevistador. A ver.
Ricardo. [Con la calculadora en la mano explica] Mira, son 180 de lo largo [mueve hacia arriba su mano] Haz de cuenta, 180 por un metro cuadrado ¿no?, la altura…3 metros cuadrados, 180 [pesos].
Entrevistador. 180, ¿por 3 metros cuadrados?

[98] Inicialmente la tarea se planteó de la siguiente manera: “Quiero mandar a levantar una barda, ya están los cimientos pero faltan las paredes y los castillos. La barda va a medir 26 metros de largo, 3 metros de altura y va a llevar 7 castillos”. Como se muestra en el episodio que sigue, dicha tarea se transformó como consecuencia de las aportaciones de Ricardo, primero dando solución al cálculo del costo por levantar la barda sin considerar los castillos.

Ricardo. Péreme [espéreme]. Ya le desconté una [columna de 1m de ancho y 3m de alto]; a los 26 [metros de largo] ya le desconté una [columna].

Entrevistadora. Ajá...

Ricardo. Ahora 180 por 26 [teclea los dígitos correspondientes en la calculadora. No menciona el resultado].

Entrevistador. Pero ya le habías descontado uno ¿no?

Ricardo. [En la calculadora borra el resultado anterior] ¡Ah!, 180 por 25, igual... [teclea los dígitos correspondientes en la calculadora]. Cuatro mil... ¿Entonces son...? Cuatro mil quinientos.

Entrevistador. ¿Y cómo sacaste el 4 500?

Ricardo. 180 por 25, igual a 4 500 [Mientras menciona esto también teclea en la calculadora].

Entrevistador. Oye, ¿y por qué por 25?

Ricardo. Porque ora sí lo que mide, haz de cuenta toda la pared ya [hace un movimiento con su mano derecha simulando lo largo de la pared].

Entrevistador. ¿Toda ya?

Ricardo. ¡Toda!

Entrevistador. Pero ¿no media 26 [metros de largo]?

Ricardo. Sí, pero le desconté el que le medí primero, para sacar haz de cuenta el primero que hice... El primer cachito de pared fue para sacar *la muestra* y ya multiplicar todo lo demás; haz de cuenta los tres metros de alto por el metro de ancho, ahí ya le descontaría 1 metro, ¿a los 26...?, 25, 4500 más 987 igual a... [Suma el valor del presupuesto que obtuvo por la mano de obra de los castillos. Hace este cálculo en la calculadora] quinientos ochenta y... quinien... cinco mil cuatrocientos ochenta y siete pesos.

Entrevistador. A ver, anótalo.

Ricardo. [Anota sobre el papel mientras mira el resultado en la calculadora: 587 en lugar de 5 487] ¡Sería todo!

Entrevistador. Pero hay una cosa que no entiendo, porque están los 3 metros así ¿no? [simula los 3 metros cuadrados de la altura de la pared]. Pero, ¿por qué nada más por 25?, ¿no es por 26 también?

Ricardo. No, porque ya le desconté un metro.

Entrevistador. ¿Y no hay que ponérselo de nuevo?

Ricardo. No, no hay que ponérselo de nuevo; haz de cuenta como si ese pedazo ya te lo regalo.

Entrevistador. ¿Me lo regalas?

Ricardo. ¡Ajá! También te puedo descontar lo que yo quiera; bueno así trabajamos los chalanes porque un albañil cobra más.

Entrevistador. ¿Cómo que cobra más?

Ricardo. Él puede cobrar 70, 80 pesos, pero pus no se crea que él te lo puede dejar hasta de 100 pesos por metro y no te conviene.

Entrevistador. Oye, pero vamos a suponer esto: el maestro albañil quiere sacar la cuenta exacta, así sin descontarme porque es maestro, no va a regalar trabajo. Entonces ¿cuánto sería de pared sin descontarme éste [refiere a la columna de tres metros cuadrados], porque tú me estás descontando el que…

Ricardo. Sí, el que te regalé.

Entrevistador. ¿Cuánto sería en total?, así exacto.

Ricardo. Te tendría que volver a sumar el metro que te regalé para ser los 26 exactos [mueve la mano para simular el largo de la pared].

Entrevistador. ¿Cuánto sería?

Ricardo. Serían ciento ochenta por veintiséis. [Toma la calculadora y teclea los dígitos correspondientes a 180 × 26 =] No es mucha la diferencia, son 180 pesos de más.

Para resolver la tarea, en el análisis previo se consideró que Ricardo obtendría la medida total de la superficie de la barda y, luego, multiplicaría por el costo por metro cuadrado de mano de obra. Sin embargo, Ricardo resolvió la tarea de una manera completamente diferente. Primero obtuvo el costo de “un cachito de pared”, es decir, una columna de un metro de base por la altura de la pared (3m) y llamó *la muestra* a esta unidad. Luego, con esta muestra midió y calculó el costo total de la pared. Ricardo calcula (60×3) 26 en vez de 60 (3×26), y no parece un simple uso accidental de la asociatividad, pues le asigna un significado muy claro al primer producto, el de *la muestra*.

Esta *muestra* se obtuvo como un valor unitario implícito en la tarea específica de calcular el costo. El proceso de cálculo involucrado en el uso de *la muestra* requiere descomponer la tarea original en dos problemas típicos de valor faltante. En el primero, se opera con algunos de los datos para “sacar la muestra”: el precio de la mano de obra del metro cuadrado de barda ($60) y la altura de la barda (3m), con estos datos se obtiene el costo de la muestra: $180, y el metro lineal de largo que define la muestra.

En el segundo problema, se opera con *la muestra*. A partir del análisis del episodio, se puede afirmar que *la muestra* permite establecer la razón: 1 muestra cuesta $180, la cual se compara con la razón correspondiente a la superficie total de la pared, medida en muestras: 26 muestras cuestan *x* pesos. Ricardo multiplica 180 por 26 para encontrar la solución.

En el análisis previo de esta tarea se consideró que se llevarían a cabo dos cálculos: el cálculo de la superficie de la pared y el del costo por levantarla. Sin embargo, con el uso de *la muestra* parece que uno de los cálculos “absorbe” por completo al otro, es decir, que el cálculo del costo de la pared se lleva a cabo sin hacer el cálculo de su superficie; pero, aun cuando no se haga explícita esta medida en unidades cuadradas, la superficie se mide al obtener 26 columnas de 1 metro de largo por 3 metros de altura. Estos dos cálculos propios de la actividad de la albañilería *transcurren paralelamente* (Lave, 1991).

En la solución de ésta y otras tareas planteadas en este contexto, Ricardo obtuvo muestras que le eran familiares y que le permitían aplicar técnicas conocidas, muestras que corresponden a los tamaños usuales de paredes, castillos, etcétera. A continuación, se presenta otro ejemplo en el que Ricardo usa *una muestra*, es decir, la forma usual de construir y medir los castillos en la albañilería para la resolución de otra de las tareas planteadas en la entrevista.

Tarea: Calcular la cantidad de los anillos necesarios para levantar los castillos de la pared (que mide 26 metros de largo y 3 metros de altura), sabiendo que la barda lleva 7 castillos y que por cada 2.5 m de castillo se necesitan 15 anillos.

Se trata de una *tarea de valor faltante* en la que no está dado el valor unitario, sino una de las razones (15 anillos para 2.5m de castillo) y se pide la cantidad de anillos necesarios para levantar todos los castillos de la barda. Respecto a los castillos, se dice que son 7 en total y se sabe que, como en las tareas anteriores, la barda tiene 3 metros de altura. En el análisis previo, se consideró que esta tarea podría ser resuelta de al menos dos maneras: calculando la cantidad de anillos para un castillo de tres metros de altura y luego multiplicando esta cantidad por 7 (tabla 18); o calculando la cantidad total de metros de castillo y entonces calcular la cantidad de anillos correspondiente (tabla 19).

$\times 6\,\frac{\text{anillos}}{\text{metro}}$

Metros de castillo	*Cantidad de anillos*	
2.5	15	x1.2
3	×	

Tabla 18

$\times 6\,\frac{\text{anillos}}{\text{metro}}$

Metros de castillo	*Cantidad de anillos*	
2.5	15	x 8.4
21	×	

Tabla 19

En ambos casos, se consideró que una técnica eficiente era calcular el valor unitario, correspondiente a la cantidad de anillos por metro de castillo, y, a partir de él, encontrar la cantidad de anillos pedida. Sin embargo, Ricardo volvió a resolver este problema mediante una técnica que no se esperaba en la entrevista, recurriendo nuevamente a sus conocimientos sobre la práctica de la albañilería.

Análisis de la técnica empleada por Ricardo:

Entrevistador. El maestro albañil dijo que 15 anillos se usan para...
Ricardo. ¿Un castillo?
Entrevistador. No, para dos punto cinco, o sea para dos metros y medio.
Ricardo. O sea que no me va a alcanzar ni para el castillo completo.
Entrevistadora. Ni para el castillo completo.
Ricardo. Faltaría medio (metro)… entonces con otros cinco anillos.
Entrevistador. A ver, ¿cómo sabes que cinco?
Ricardo. Porque si nos falta medio metro ¿no? A cada medio metro le caben cinco anillos.
Entrevistador. A ver ¿apoco sí?, ¿cómo lo encontraste?
Ricardo. Porque ya lo he hecho, esto ya lo he hecho.
Entrevistador. Bueno aquí, fíjate que este maestro, siempre hace… a cada dos punto cinco metros de castillo le pone 15 anillos, porque este maestro tiene sus instrucciones especiales. Aquí, el medio metro cuántos anillos tendría con esta instrucción [refiere a las cantidades planteadas en la tarea].
Ricardo. ¿Cuántos anillos tendría? Medio metro, cinco.
Entrevistador. ¿Cinco, con la instrucción de este maestro?
Ricardo. ¡No!, con la mía. Porque para él no le alcanzaría… si de cada cinco le saldría... veinticinco… treinta anillos. [Ricardo muestra un arraigo por la medida usual de anillos para medio metro].
Entrevistadora. Treinta anillos ¿por cuánto?
Ricardo. Por cada castillo. Mide tres metros ¿no? Por un metro son 10 [anillos]...
Entrevistadora. Con tu instrucción ¿verdad?
Ricardo. Bueno, con la mía son treinta anillos.
Entrevistador. Treinta anillos para el castillo con la tuya, y ¿con la de él?
Ricardo. Serían ¿qué? A ver, si ¿dos punto cinco (2.5)…? 20 anillos.
Entrevistador. ¿Veinte anillos?
Ricardo. Pero él [el maestro albañil] lo mide *por cuartos* o *por medios*; para que le salgan [refiere al número de anillos]. Porque bueno, su método de él puede ocupar hasta 18 anillos para todo el castillo completo.
Entrevistador. ¿18?, ¿por qué 18?
Ricardo. Porque haz de cuenta que él, ahora sí que para hacer un castillo que esté bien… Es como unos… [En este momento Ricardo coloca sus manos a una distancia aproximada a 15 cm, una de la otra; simulando que la primera es donde está un anillo y la otra mano el

segundo anillo, esta distancia la representa de manera vertical] ¿Es qué…? [se pregunta para sí mismo y coloca sus manos en forma horizontal a una distancia similar a la anterior; entonces pregunta al entrevistador] ¿Cómo cuánto será esto?

Entrevistador. Como unos…

Ricardo. Unos diez, quince centímetros ¿no?, como diez [centímetros].

Pero él [el maestro albañil] lo está dejando así [abre sus manos a una distancia mayor a la anterior].

Entrevistador. Los está dejando separados.

Ricardo. Los está separando más, y lo máximo que se separa es así cada anillo [separa sus manos a una distancia menor].

Haz de cuenta, cada anillo del castillo se va separando.

Entrevistador. Y… ¿por qué dices que aquí 18 [anillos]?

Ricardo. Porque ocupa de a tres, mire… Son quince [anillos] ¿no?, para dos metros y medio. Ya nada más ahí puede ocupar tres [para medio metro].

Entrevistador. ¿Tres qué?

Ricardo. Tres anillos. Uno al principio así lo va a separar, otro aquí el de en medio, y el tercero que va al último [con sus manos simula una misma separación de los tres anillos]. Es lo que pienso que él lo ocupa así.

Entrevistador. ¿Tres para cuánto?

Ricardo. Para el medio metro. Pero lo necesario para que quede resistente, son cinco anillos por cada...

Entrevistador. Por cada medio metro, lo que es tu instrucción.

Ricardo. [...] Ajá, pero él [el maestro albañil] los está ocupando de a tres para que le salga como él quiere.

Entrevistador. ¿Cómo sabes?

Ricardo. Porque tres por cinco, quince [15 anillos para 5 tramos de medio metro]; los está ocupando de a medios metros, uniéndolos esos serían dos metros y medio de puro castillo, o sea que sí ocupa 18 [para los 3 metros de castillo].

Entrevistador. ¿Le atinaste o...?

Ricardo. No, ahora sí que… como también digo que he visto como los hacen así, también ya voy valorando.

Entrevistador. Ya vas valorando, porque ya sabes ¿verdad? Y ¿para toda la barda?

Ricardo. Para toda, a ver… dieciocho por dos, a ver veinte… treinta y seis, ¿de cuántos? de dos ¿no? 36 y 36, sesenta… setenta y dos de cuatro castillos, setenta y dos súmale otros dieciocho… setenta y dos, ochenta y dos, y… ¿ocho?, noventa. 90, me faltarían dos (castillos), 90… y 36 de dos ¿no? 90… 120… 130 y… 126. De siete castillos 126 anillos.

Inmediatamente en la resolución de esta tarea, Ricardo consideró su *razón* de 5 anillos por medio metro y encuentra que con la instrucción del maestro albañil se obtienen 18 anillos en lugar de 30. Entonces, comparó la distribución de anillos que le pedía la tarea con la distribución que él generalmente realizaba en su actividad laboral, "porque haz de cuenta que él, ahora sí que para hacer un castillo que esté bien… Es como unos… unos diez, quince centímetros ¿no?, como diez [centímetros]. Pero él [el maestro albañil] lo está dejando así [abre sus manos a una distancia mayor a la anterior]… los está separando más…", dice Ricardo. Usando sus conocimientos "prácticos" sobre el armado de los castillos y la distribución de los anillos, Ricardo obtuvo la solución de la tarea: "su método de él puede ocupar hasta 18 anillos para todo el castillo completo".

Para comprender la solución de Ricardo, se tuvo que preguntar a expertos sobre cómo se distribuyen los anillos en un castillo. En este caso, se recurrió a un ingeniero arquitecto, a quien se contactó en el momento que dirigía una obra de construcción. Se le preguntó, entre otras cosas: ¿hay tamaños estándar de castillos o tipos de castillo?, ¿cuál es la cantidad de anillos que se ocupan para un castillo?, ¿la porción de anillos cambia de acuerdo al tipo de castillo?, ¿la forma de distribuir los anillos varía?, ¿en la construcción de castillos se hace referencia a medidas en *cuartos* o *medios*?, ¿es usual tomar como referencia "medio metro" para distribuir los anillos en el castillo completo?, y ¿cuáles serían otras características a tomar en cuenta al momento de construir un castillo?

De acuerdo con este experto, los castillos para una barda o en la construcción de una casa habitación pueden ser armados distribuyendo de varias maneras los anillos a lo largo de la longitud del castillo. Generalmente los castillos para un cuarto habitable son de 2.50 metros de altura, pero la altura mínima es de 2.20 metros. Para una barda la altura puede variar, puede construirse una barda desde 1m hasta 3m o 4m, pero usualmente su altura es de 2 metros. En la figura 2 se presentan cuatro posibles maneras de distribuir los anillos para un castillo de 3 metros de altura, en estos se retoma aspectos que menciona Ricardo durante la técnica de la tarea planteada, así como los elementos que aporta el experto para profundizar en dicha técnica. En esta figura, los anillos que están resaltados en color rojo representan los "anillos principales", los cuales se colocan al comenzar la distribución correspondiente al tipo de castillo que se arme y sirven para rigidizar la estructura del castillo y colocar después los anillos restantes.

El primer castillo (comenzando por la izquierda de la figura 2), se llama castillo reforzado; se usa para paredes de entrepiso; es un castillo principal que va recibir mucho peso o más peso que los otros. Para armarlos, los maestros albañiles suelen dividir su longitud total en “cuartos”, por los extremos, y en “un medio” al centro. Los primeros anillos en colocarse son los que permiten dividir de esta manera al castillo, como se muestra en la figura 2. En este caso, en los extremos los anillos se distribuyen a 10 centímetros de separación, dejando 5 centímetros en los bordes del castillo. En el centro se colocan cada 20 centímetros, dejando 10 centímetros en la parte superior para ajustar la altura total. En total, se necesitan 23 anillos. Este tipo de castillo tiene una distribución no uniforme de anillos a lo largo de su altura.

En el segundo castillo, la distribución de los anillos se hace a partir de dividir la longitud total del castillo en medios, colocando un anillo abajo, otro en medio y otro al final. Después se colocan los demás anillos a distancias de separación iguales, que van de 15 a 20 centímetros. Para un castillo de este tipo y con esta altura, se colocan todos los anillos a cada 20 centímetros, dejando 10 centímetros en los bordes. En total, se necesitan 15 anillos. Es usual que la distribución de los anillos para este castillo la hagan los maestros expertos porque reparten los anillos con más precisión, “ellos reparten bien rápido y de manera uniforme”, aunque la altura del castillo sea diferente a la usual.

El tercer castillo se arma igual que el segundo: la distribución de los anillos se hace dividiendo la longitud total en medios, se coloca un anillo abajo, otro en medio y otro al final. Los demás anillos se distribuyen a distancias de separación iguales. En este caso, todos se colocaron a 16 centímetros de separación, incluyendo el del borde inferior, pero colocando el superior a 12 centímetros del borde. Con esta distribución se necesitan 18 anillos.

Para el último castillo, la estructura principal se hace usando un anillo cada medio metro. Es usual que este tipo de castillo lo armen los *chalanes* (aprendices), siguiendo las indicaciones de los maestros albañiles. Para comenzar, el castillo se divide en partes de 50 centímetros cada una; después, se colocan los anillos principales a cada 50 centímetros de distancia, poniendo un anillo en el borde inferior y dejando el borde superior sin anillo; el resto de los anillos se colocan siguiendo la instrucción del maestro albañil, quien le puede decir al chalán “repárteme 3 o 4 anillos (en ese medio metro)”. De acuerdo a la información de este experto, generalmente a los chalanes no se les da una medida exacta de la separación entre un anillo y otro, no se les dice “repártelos a 16 cm”, sino que obtienen la estructura principal del castillo y, ya luego, reparten uniformemente. En este tipo de castillo se usan 3 anillos por cada medio metro, los anillos quedan distribuidos a una separación entre 16 y 17 centímetros.

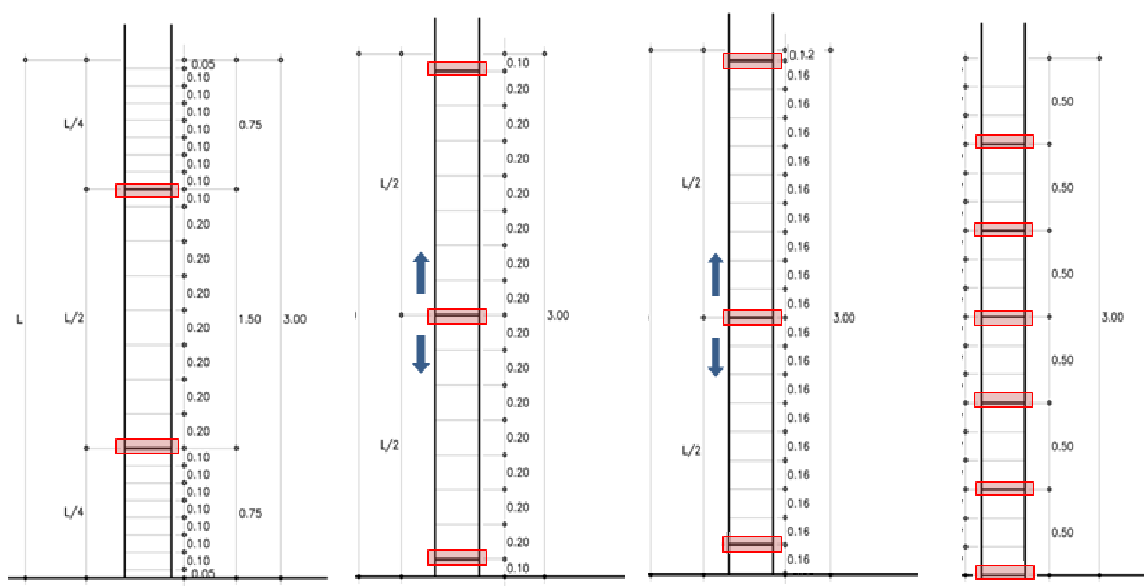


Figura 2. Diversas maneras para distribuir los anillos al armar un castillo.

Se considera que Ricardo construyó su solución distribuyendo uniformemente los anillos, como en el último tipo de castillo señalado por el experto. Ricardo pudo haber usado, como en otras ocasiones, las razones internas para encontrar lo correspondiente a medio metro (si 0.5 metros × 5= 2.5 metros de castillo, entonces 3 anillos × 5= 15 anillos) y, una vez con esto, completar la solución para el castillo de tres metros tomando 6 veces esta cantidad; medio metro se adopta como la unidad para definir el número de anillos. Ricardo dijo “Ya nada más ahí puede ocupar tres [anillos]… Uno al principio así lo va a separar, otro aquí el de en medio, y el tercero que va al último [con sus manos simula la misma separación de los tres anillos]. Es lo que pienso que él lo ocupa así”. Pero para encontrar la cantidad de anillos buscada, siempre tuvo en cuenta la cantidad de anillos que él había observado que se usa en su práctica propia e indicó insistentemente que el otro maestro albañil “los está separando más”. Ricardo estableció como una *muestra* la cantidad de anillos que ha observado que se usa en el armado de castillos, “lo necesario para que quede resistente, son cinco anillos por cada [medio metro]...” dijo Ricardo ayudándose de sus manos y dedos. Esta *muestra para que quede bien el castillo* (5 anillos por cada medio metro) la compara con lo que sería la *muestra del otro albañil* (3 anillos por cada medio metro) y, después, determina la cantidad de anillos del castillo que se pide.

Ricardo recurrió a una práctica muy común de los albañiles para armar castillos: consideró a cada castillo como si estuviera dividido en *medios o cuartos*; luego, consideró que los añillos irían separados a una distancia de 15 a 20 centímetros entre ellos, así como la distribución usual de los anillos en cada medio metro. Se puede afirmar que el uso que hace Ricardo de *las muestras* está determinado por los *recursos de estructuración* provenientes de la actividad laboral misma (Lave, 1991).

El uso de medidas que corresponde a los tamaños que usualmente tiene las cosas que se miden en las actividades laborales (como las paredes y los castillos en la actividad de la albañilería) apareció también en la solución de problemas formulados en otros contextos laborales. A continuación, se discutirá la manera en que las medidas usuales con las que se mide la capacidad en la actividad de la venta de agua estructuran la aplicación de ciertas técnicas de cálculo de la capacidad de recipientes y del costo de la cantidad de agua que les cabe.

4.2.2.2. Las medidas normalizadas

Durante el acompañamiento en la actividad de la venta de agua, se observó que el agua se vende usando unidades de medida provenientes de la actividad misma, distintas de las unidades del sistema métrico-decimal. Para vender agua no se usan litros[99]. El sistema “oficial” de medidas de capacidad es sustituido en la venta de agua y para ella, introduciendo unidades de medida que son útiles y eficientes para realizar la actividad misma. Las unidades de esta actividad laboral se definen a partir de los recipientes que aparecen de modo cotidiano en la venta: cubetas, botes, tambos y tinacos.

La unidad “básica” de medida de capacidad que se usa en la venta de agua es el *tambo*. A partir de ella se define un “sistema” de unidades que consiste en múltiplos y submúltiplos del tambo. Estas unidades están determinadas por los tamaños de los recipientes que usualmente aparecen en la venta de agua. La tabla 20 presenta las unidades y la relación entre sus capacidades.

Recipiente estándar	Equivalencia en número de tambos	Cantidad de litros[100]	Costo por llenado (en pesos)
Cubeta	1/20 (20 cubetas = 1 tambo)	10	0.50 (50 centavos)
Bote	1/10 (10 botes = 1 tambo)	20	1
Tambo	1	200	7
Tinaco mediano[101]	$5^1/_2$, 6 o 7	1100, 1200 o 1400	50

Tabla 20

Además de considerar la relación entre la capacidad de los recipientes, el “sistema” de medidas de la venta de agua considera también los costos de venta. Este sistema está creado con el fin de hacer funcional y eficiente el cobro del agua que se reparte. La tabla 20 muestra los costos de cada una de las unidades del sistema.

[99] Vender agua por litros implicaría usar el valor unitario $0.035 por litro si la cuenta de la pipa es de $200.

[100] En la actividad de la venta de agua no aparecen los litros. Esta columna se incluye con fines de aclarar la relación entre las unidades usadas en la actividad de venta de agua.

[101] No todos los tinacos medianos son del mismo tamaño y usualmente no tienen portador numérico sobre su capacidad. Cuando Ricardo vende el agua por tinaco, a veces toma el tambo como unidad de medida para determinar la capacidad y el valor unitario por tambo para calcular el costo del agua. Pero, otras veces determina un costo estándar de $50. Es importante señalar que para estos casos no rige el principio de entre más agua se compra el costo disminuye (comprar el agua por tinaco, a veces sale más caro que comprarla por tambo).

Ricardo aprendió sobre este “sistema situado” de unidades en el transcurso de la práctica de su actividad laboral. Aprendió tanto a determinar la capacidad de los recipientes, como a determinar el costo correspondiente del agua con las que los llena. En este apartado se discuten algunas de las características de las técnicas que Ricardo usa para determinar el costo de los recipientes.

Del uso del “sistema” de medidas de la venta de agua se deriva la técnica de la *normalización de medidas*, que consiste en usar las unidades de capacidad de este sistema para determinar el monto a cobrar por los recipientes que se llenan. Para ello, las capacidades de los recipientes se aproximan mediante las unidades estándar del sistema (cubetas, botes, tambos y tinacos), se *normalizan*, haciendo *redondeos* a cantidades enteras de las unidades estándar de capacidad; además, en ocasiones se hace *ajustes* a la cantidad de dinero para compensar este redondeo de la capacidad. Un ejemplo se muestra en el siguiente episodio que se presentó durante la entrevista en la tarea de cálculo del costo de agua de dos tinas de distinta forma pero de la misma capacidad.

[Ricardo no sabe que ambas tinas tienen la misma capacidad,100 litros].
Entrevistadora. [Muestra a Ricardo dos tinas, una de base rectangular y otra de base circular]. Si una señora te dice que tiene esta tina [de base rectangular], y que tiene ésta otra [de base circular]...
Ricardo. Con éstas dos [tinas] ya llenas un tambo de 7 pesos [refiere a un tambo estándar de 200 litros]... *tons* (entonces) es lo mismo [para cada tina].
Entrevistadora. ¿Con las 2 [tinas] llenas un tambo de…?
Ricardo. Sí, todavía te falta una cubeta para llenarlo.
Entrevistadora. Pero fíjate que la señora dice que por esta tina le cobran menos que porque es redonda y no es larga como ésta otra.
Ricardo. Por eso, serían 4 y 3 [refiere que para la tina de base rectangular cobraría $4, y para la de base circular cobraría $3].
Entrevistadora: Entonces ¿si le harías caso a la señora?
Ricardo. Sí, porque es menos.
Entrevistadora. ¿Sí es menos?
Ricardo. Sí, un peso es la diferencia…
Entrevistadora. Porque primero dijiste “lo mismo”, ¿no?
Ricardo. Bueno, es que a veces no … por 1 peso, o a veces lo mismo, o sea me… porque ya no es mucho la diferencia.

Este episodio muestra que Ricardo aproxima la capacidad de ambas tinas en conjunto “con éstas dos [tinas] ya llenas un tambo de 7 pesos” y “todavía te falta una cubeta para llenarlo"; sin embargo redondea el precio de $7.50 (1 tambo de 7 pesos + 1 cubeta de 50 centavos) a $7 mencionando que "*tons* (entonces) es lo mismo [para cada tina]". Aunque no se le preguntó a Ricardo, puede suponerse que este redondeo viene, por un lado, de la práctica común en la venta de agua de "regalar" el último chorrito que sale de la manguera de la pipa con lo que según Ricardo se llena una cubeta; y por otro lado, por la eficiencia de cobrar con números redondos. En cualquiera de los casos, Ricardo realiza un primer ajuste de la cantidad de dinero para compensar este redondeo de la capacidad.

Un segundo ajuste de este tipo se presenta cuando a Ricardo se le confronta con la situación hipotética en donde la señora dice que por una de las tinas le cobran menos que por la otra; entonces Ricardo ajusta el precio a 3 pesos y 4 pesos, lo que lleva nuevamente a redondear y no perder dinero en la venta.

Como se muestra en la figura 3, la diversidad de formas y tamaños de los recipientes que aparecen en la venta de agua es realmente enorme. También es muy grande la cantidad de variables a considerar en el cobro del agua correspondiente al llenado de estos recipientes.

Figura 3. Algunos de los diversos recipientes que aparecen en la venta de agua

Además de las diversas variables que hay que considerar en el cálculo de la capacidad del recipiente (por ejemplo, su forma y tamaño pueden ser visibles o no, como en el caso de las cisternas que sus dimensiones no son visibles pues generalmente se encuentra bajo tierra), también son determinantes en el cobro del agua factores como la rapidez en la realización de la actividad; o como la disponibilidad de *cambio*[102] suficiente en el momento del cobro; o si se regala el agua que se desperdicia al subir y bajar la manguera de la pipa. Por ejemplo, no todos los recipientes en forma de cubetas se cobran igual; ni siquiera se cobran proporcionalmente a su capacidad. Al respecto, Ricardo comentó que el costo en pesos del agua de una cubeta es "como a 50 centavos… pero eso sí, haz de cuenta que las cubetitas, esas de leche [que son pequeñas], te las regalan. Ya lo último que va saliendo de la pipa, *el chorrito*, ya te lo regalan". Es en realidad, el "equipo" completo de venta de agua al que pertenece Ricardo en quien recae la responsabilidad última de la determinación del costo a cobrar por el llenado de *cualquier* recipiente (desde una cubeta, hasta una cisterna).

Cuando en los primeros acercamientos se le preguntó cómo aprendió a calcular lo que tiene que cobrar en la venta de agua, Ricardo contestó "yo solito fui aprendiendo… haz de cuenta iba calculando, el patrón nomás me decía el precio fijo, pero si ya pasa de 10 *tambores* (tambos) él ya lo calcula…" Ricardo comentó también que cuando se equivocaba en la cuenta, su patrón (el maestro pipero) lo corregía, pero que también él mismo tiene maneras de corregir, como las que menciona en el siguiente episodio.

Observadora. Supongamos que te equivocaste en el pago cuando vendes el agua en la pipa, ¿hasta cuándo te das cuenta de que te equivocaste, si es que te equivocaste?
Ricardo. En el mismo rato.
Observadora. ¿Y cómo te das cuenta que te equivocaste?
Ricardo. Haz de cuenta, primero hago una [tal vez se refiere a una cuenta], no *pus* ya llevo "tanto", la vuelvo a hacer y si me salió bien… ¡pus ya! Haz de cuenta si me salió igual [si obtuvo un mismo resultado en ambas cuentas]… pero hay veces que me sale "tanto" en la primera y "tanto" en la segunda, entonces la tengo que volver a hacer y ya una de esas dos tiene que ser la correcta.
Observadora. Pero… ¿siempre haces la misma operación?
Ricardo. O con diferente procedimiento… Como, por ejemplo…, haz de cuenta, puedo sumar o restar.

[102] En México, *el cambio* son monedas o billetes de pequeña denominación que sirven para dar a los clientes el dinero sobrante por la paga del costo de un bien o servicio.

Observadora. Bueno entonces vamos a suponer que tienes un tinaco grande que le caben 10 tambos con agua, ¿cuánto me cobrarías por llenar ese tinaco?
Ricardo. 70 pesos [responde de inmediato].
Observadora. ¿Y si entonces necesitas saber que en tu resultado no te equivocaste?
Ricardo. Haz de cuenta 7 por 10, 70. O sea haz de cuenta si a un tinaco le caben 10 tambores… 7 por 10, 70 [con tono de obviedad].
Observadora. ¿Y otro procedimiento? [Insiste].
Ricardo. Voy sumando 7, 7, 7… ¡y ya!

Para explicar cómo confirmaría el monto calculado (70 pesos), Ricardo dice repetir la misma operación, pero con dos maneras de calcular: explicó que puede obtener el resultado mediante la multiplicación 7 x 10 o sumando 7 + 7 + 7 +… (10 veces). Como se puede ver del episodio anterior, seguramente Ricardo conocía de memoria el resultado de la multiplicación 7 x 10 o, como en otras ocasiones, aplicó la técnica de aumentar un cero. Sin embargo, en este caso Ricardo no requería realmente la verificación de la solución, sólo la indicó para dar una explicación a la observadora. Hay otros momentos en los cuales sí resultó necesaria la verificación, como en el que se presenta a continuación, dado también en la observación *in situ* de la venta de agua.

Un cliente pregunta cuánto le cobrarían por llenar tres tambos y un tinaco (1200 litros). En el lugar se encuentran Ricardo, el maestro pipero y el cliente.

Cliente. ¿Cuánto éste? [Señala el tinaco y pregunta dirigiéndose al pipero].
Pipero. [Se dirige a Ricardo y le pregunta, como tratando de que dé la respuesta]. ¿Seis por siete?
Ricardo. ¿Seis por siete…? [Se pregunta en voz baja].
Pipero. [Después de unos segundos] ¡42! [Menciona con un tono de obviedad].
Cliente. ¿Y aparte los…?
Pipero. A parte los tambos.
Ricardo. 63 [En voz baja da el resultado del costo del tinaco y los tres tambos].
Pipero. Serían 63 [pesos] [Le dice al cliente].

En este caso, el maestro pipero *mostró el resultado de la aplicación de una técnica*, específicamente, del cálculo por el llenado de un tinaco mediano, pero sin cobrarlo *parejo* (al precio estándar de $50), como generalmente se hace, sino considerando la cantidad de tambos de agua que le caben. El pipero consideró que a este tinaco de 1200 litros le caben 6 tambos y que a cada tambo se cobra a \$7; entonces, para calcular lo que se cobra por el tinaco hay que hacer la multiplicación: 6×7. No se sabe si el pipero dio como resultado una *solución memorizada* (lo podría ser dada la frecuencia que se presenta este cálculo específico), pues sólo dio el resultado de la operación. En este caso la validación de los resultados (e incluso la "enseñanza" de cómo hacer el cálculo) viene dada por el mismo maestro pipero[103].

En la actividad de la venta de agua, Ricardo no sólo ha aprendido a aplicar las técnicas de cálculo para cobrar por el llenado de recipientes. Ha aprendido también que estos cálculos se realizan siguiendo ciertos "principios de acción" que orientan los cálculos y permiten decidir situaciones ambiguas o conflictos que se presentan en la realización de la actividad. Estos "principios de acción" se comunican y aprenden en el transcurso de la realización de la actividad misma.

Tres maestros piperos señalaron y explicaron estos principios: Efrén, un pipero particular; René, que es con quien Ricardo trabaja; y Gilberto, un chofer de pipa, quien se hace apodar "El Gato". Todos ellos coincidieron en señalar que es esencial que "nunca hay que perder" y, específicamente, expresaron los principios de acción de la siguiente manera.

i. *Si no gano, no pierdo*. O sea, que al menos hay que recuperar lo invertido (la cuenta), aunque no se obtenga ganancia o la ganancia sea mínima. Por ejemplo, comenta René que en la venta de agua el cliente puede preguntar "¿cuánto es lo menos?", y entonces él responde "no *pus* le voy a bajar 10 pesos…". Argumenta que "si sabes que es un buen cliente pues a lo mejor le puedes bajar de tal manera que no pierdas porque si no ya no sería negocio, pero... *si no gano, no pierdo*".

ii. *No perder de ninguna manera, pero ganar lo más que se pueda.* Se reafirma el principio anterior, pero se enfatiza la tendencia a *g*anar todo lo que se pueda. "Pa' que no te hagan *transa*… hasta puedes salir poniendo

[103] Como se presentó en el apartado correspondiente a las *Técnicas basadas en building-up*, en otro momento de la observación *in situ* (con menos premura) Ricardo verificó su solución a esta misma tarea mediante *buiding-up*.

tú, y a que salgas poniendo tú, mejor que te sobre. Aquí es de *ganar todo lo que se pueda*, nada de que pierdas, *perder de ninguna manera*” —comenta don Gilberto (“El Gato”).

iii. *Va una con otra*. Se refiere a la compensación que puede deberse a la combinación de los distintos factores presentes en la realización de la actividad, como el tiempo, los gastos de transporte, el “regateo” del cliente, etcétera. Por ejemplo, puede venderse toda el agua de la pipa (los 10,000 litros) a un precio menor en comparación con la ganancia que se obtiene al repartirla por recipientes: “a lo mejor en lo que hago uno o dos viajes repartiéndola (el agua) en casas, aquí ya hice tres (viajes), o sea, *va una con otra*” —comenta Efrén.

Con la técnica de *normalización de medidas* se calculan los costos garantizando la obtención de una cantidad mínima por la venta, es decir, garantizando “no perder”. Una de las cosas que se hace para “no perder” es “cobrar parejo”, es decir, *redondear hacia arriba*: por ejemplo, se cobra el mismo precio por llenar cubetas de tamaños similares, sin importar que sean pequeñas (excepto cuando se regala el chorrito que cae al subir y bajar la manguera); generalmente, los tinacos “medianos” (de 1200 o 1400 litros) se cobran todos al mismo precio; o si un recipiente tiene un poco de agua, se cobra como si estuviera vacío.

La *normalización de medidas* permite determinar los costos cumpliendo con los “principios de acción” propios del contexto laboral. *El tambo* puede usarse para establecer las comparaciones necesarias del análisis correspondiente. Respecto a las unidades más pequeñas, resulta más barato comprar agua por tambo que por cubetas o botes, porque a un tambo le caben 20 cubetas pero sólo cuesta $7, mientras que si se cobrara cubeta por cubeta o bote por bote, el agua correspondiente a un tambo costaría $10. Respecto a las unidades más grandes, también resulta más barato cobrar por tambos que por tinacos, porque a un tinaco de 1200 litros le caben 6 tambos y, entonces, se cobraría $42 por él. Al tinaco mediano más grande (de 1400 litros) le caben 7 tambos, entonces se cobraría a

$49. Sin embargo, en la práctica de la venta de agua está establecido que todos los tinacos medianos se cobran a $50. El análisis anterior, muestra que vender en tambos proporciona los montos mínimos de ganancia, mientras que al vender por cubetas (o por botes) se obtienen las ganancias máximas.

Ahora, considerando la venta de los 10,000 litros de agua que tiene una pipa[104], la cota mínima, es decir, la menor cantidad de dinero que se obtendría si se vendiera toda el agua en tambos (50 tambos) serían $350. Descontando a este monto de venta los $190 de la inversión inicial (*la cuenta*), se obtiene una ganancia mínima de $160. Por lo tanto, al vender sólo tambos de agua se asegura *no perder* y obtener una "ganancia mínima" de $160. Pero si se vendiera toda el agua de la pipa en cubetas (1000 cubetas) o en botes (500 botes), se obtendrían $500 de venta, lo que da $310 de ganancia. O si se vendieran tinacos medianos, la venta estaría entre 8 tinacos y 2 tambos (tinacos de 1200 litros) o 7 tinacos y un tambo (tinacos de 1400 litros). Esto daría una venta de entre $414 y $357, con ganancias de entre $224 y $167. Por lo tanto, la ganancia máxima por pipa se obtiene vendiendo toda el agua por cubetas (1000 cubetas, $500 de venta, $310 de ganancia) y la ganancia mínima se obtiene al vender toda el agua por tambos (50 tambos, $350 de venta, $160 de ganancia). Ver figura 4.

Figura 4. Cotas máxima y mínima de ganancia por la venta de agua

[104] Como se mencionó anteriormente, es usual que las pipas tengan 10,000 litros de capacidad, y que a los piperos se les cobre $190 o $200 por la "cuenta" de llenar sus pipas de esta capacidad

Cualquier otra venta, que combine el uso de distintos recipientes estándar del sistema de medidas de la venta de agua, proporciona ganancias que caen entre estos valores máximo y mínimo. Es decir, si toda el agua de la pipa se vendiera combinando, por ejemplo, un tinaco (1200 litros), 16 cubetas, 5 tambos, 1 tinaco (1400 litros), 12 cubetas, 1 tina a la que le caben 9 tambos, 1 tinaco (1400 litros), 32 cubetas y, finalmente, 2 tinacos (1 de 1200 y otro de 1400 litros), se obtendría una venta de $378 y una ganancia de $188 (ver figura 5), que están entre los valores máximo y mínimo de la venta de agua.

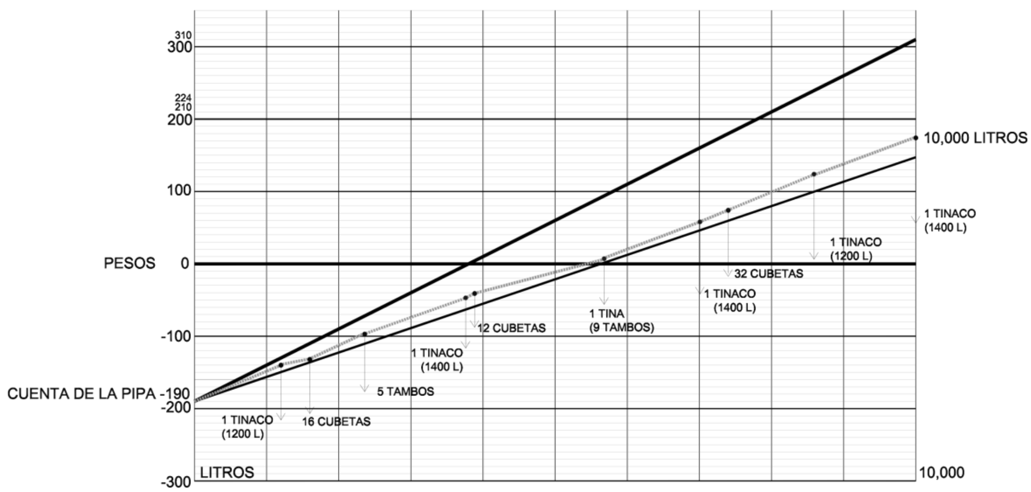


Figura 5. Un ejemplo de ganancia intermedia

La aplicación de la técnica de *medidas normalizadas* para las distintas combinaciones posibles en la venta de agua corresponde a la obtención de una gráfica formada por segmentos de recta (funciones afines) que indican el cambio en el precio del agua al cambiar el recipiente estándar. Sin embargo, como se muestra para el ejemplo dado en la figura 5, sin importar la combinación de recipientes estándar, el dinero obtenido al final de la venta de la pipa caerá siempre en el rango entre la cota máxima (venta total en cubetas) y la cota mínima (venta total en tambos), permitiendo así cumplir con los principios de “nunca perder” pero además “ganar lo más que se pueda”. Es importante señalar que la normalización de medidas se presta no sólo a considerar la diversidad de los recipientes que aparecen en la venta de agua, la variación de su capacidad en función de los precios estándar, o la estimación con rangos amplios, sino que permite la negociación con el cliente. Esta variabilidad y *no proporcionalidad* en conjunto con la normalización de medidas dan lugar, sin duda, a la movilización de conocimientos matemáticos donde sobretodo “nunca perder” implica un reto en el cálculo de la capacidad y el precio por el agua de los recipientes.

También en el contexto de la pepena de cartón se encontraron técnicas que buscan evitar las pérdidas y maximizar las ganancias. Este es el caso específico del *bautizo del cartón*, que consiste en rociar con agua el cartón que se recolecta o meterlo a un recipiente con agua (botes o, incluso, fuentes de agua) para compensar “lo que quitan en el depósito”, es decir, lo que pagan de menos los compradores del cartón, ya sea porque las básculas están mal calibradas o porque los precios de compra son muy bajos.

En el siguiente episodio, doña Mariana, experta recolectora de cartón y madre de Inés, describe algunas de las cosas que hay que saber para la *pepena* de cartón, entre ellas la técnica del *bautizo*.

> Observadora. Oiga, por ejemplo, si yo quisiera dedicarme a la recolección de cartón ¿qué es lo que yo debería saber hacer?
> Doña Mariana. A amarrar [se refiere a hacer las pacas de cartón] […], saber clasificar el papel…
> Observadora. ¿Qué pasa si, a lo mejor, yo no lo sé clasificar?
> Doña Mariana. Eh, es que… haga usted de cuenta que el blanco [el papel blanco], no sé si ha visto un blanco muy amarillento? [Se refiere a un tipo de papel].
> Observadora. Ajá, sí lo he visto.
> Doña Mariana. Ése es blanco de segunda. Y ya el blanco, blanco, ya es blanco, hoja de archivo [en el depósito a este tipo de papel se le llama “papel de archivo”]. Ya es más, se paga mucho mejor. […]
> Observadora. ¿Qué pasaría si no separo?
> Doña Mariana. Pues a menos que se los haga mensos [a los acopiadores], porque…. O le eche mucha agua [se refiere al bautizo del cartón].
> Observadora. […] ¿Usted cree que en el depósito tengan bien calibradas sus básculas?
> Doña Mariana. Bueno, que 1 ó 2 kilos siempre te quitan.
> Observadora. […] ¿Usted hace algo cuando sabe que la balanza está mal calibrada?
> Doña Mariana. ... le echo mucha agua para no perderle.

Separar el material por tipo de papel, así como *bautizar el cartón* buscan que “no se pierda” y, al mismo tiempo, que en el depósito paguen lo más que se pueda. Saber amarrar permite que el cartón no se vea mojado después de que se bautiza; por tanto, también permite aumentar las posibilidades de "no perder y ganar lo más que se pueda"[105]. Doña Mariana también señala que conviene vender el cartón en depósitos cercanos, aun cuando en otros depósitos paguen mejor el kilogramo de cartón. En este caso lo que se deja de ganar no se considera como pérdida: "podría ser que me convenga comparar el precio del cartón en otros depósitos pero hay unos que me quedan bien lejos" — dice doña Mariana**.**

En esta sección se han presentado técnicas y conocimientos matemáticos que los menores trabajadores usan en la realización de tareas que enfrentan en sus actividades laborales. Estas técnicas y demás conocimientos quedan *estructurados* en gran medida por recursos provenientes de la actividad misma (tamaños usuales de varillas y castillos, recipientes estándar para la venta de agua o las características del sistema monetario). Pero además de estas técnicas, los menores también aprenden a identificar las restricciones y los "principios de acción" que rigen su aplicación[106].

4.2.3. Las *aproximaciones* en los cálculos de la actividad laboral

"Porque ahí, en esa bodeguita, o es precisión o me transan"
[Doña Mariana, recolectora de cartón]

En las observaciones de las actividades laborales de la venta de agua y la pepena de cartón, se encontró que en numerosas ocasiones el cálculo preciso se sacrificaba para privilegiar la interacción con otros participantes en la actividad (los

---

[105] Doña Mariana e Inés *amarran* el cartón formando una *paca* (prisma rectangular) que tiene de base una superficie de 1m^2, aproximadamente. Para construir la *paca*, se observaron dos maneras: se puede simplemente apilar prolijamente el cartón en capas; también se puede construir un "esqueleto", como lo llama doña Mariana, que consiste en formar con cartón seco y resistente un prisma hueco. En ambos casos, la parte de en medio (de las capas o del esqueleto) se llena con cartón mojado, es decir, con el cartón que se *bautiza*. En el bautizo de cartón es importante considerar, al menos, otras dos cosas: que el cartón llegue mojado al depósito pero que el acopiador no se dé cuenta de que el cartón ha sido bautizado.

[106] Valdrá la pena dialogar con otros estudios que indagan conocimientos matemáticos con poblaciones específicas en actividades laborales, esto con el fin de explorar de qué manera pueden estar presentes los principios de acción que se reportan en este estudio. De estrada, se han encontrado puntos de contacto con las situaciones descritas por Solares (2012) quien reporta, por ejemplo, cómo en los campos de cultivo los cortadores de uva ponen ocultos –en las cajas de uvas- racimos que no aprueban todos los criterios de calidad, con tal de obtener el peso que se establece para una caja de uvas (20 libras), cuidando que los racimos más visibles sí cumplan con los criterios establecidos. O como algunas familias de jornaleros reconocen que les saldría más barato cambiar sus cheques en los bancos de la ciudad que hacerlo en las tiendas de víveres del campo de cultivo (ahí les cobran comisión). Pero deciden cambiarlo en las tiendas porque ir a la ciudad les implica pagar pasaje y llevar a los hijos. En estas situaciones es posible reconocer que las condiciones de la actividad dan lugar a acciones y decisiones de los sujetos que les permite cumplir con principios como "*si no gano, no pierdo*", "*no perder de ninguna manera, pero ganar lo más que se pueda*" o considerar que "va una con otra".

clientes, los compradores de agua potable, los maestros-expertos, el acopiador del depósito, etc.). Usando palabras de Jean Lave (2011), se observó que en estas actividades el cálculo preciso tiene lugar por debajo de los cálculos alternativos y de las interacciones sociales.

En esta sección, interesa hacer énfasis en el rol que juegan las técnicas mediante las cuales se aproximan las soluciones de las tareas que se presentaron en las actividades laborales observadas. Mediante estas técnicas se "pierde" precisión en los resultados numéricos pero se gana tiempo y se prioriza la atención que se da a las interacciones y al cumplimiento de los "principios de acción".

Por ejemplo, durante la entrevista doña Mariana, experta pepenadora, señaló que en el momento del pesado del cartón es muy importante estar atenta no sólo a las cuentas, sino también a cómo pesan el cartón y a que no le cambien los precios.

> Doña Mariana: Tengo que estarme fijando… si luego le digo [al acopiador] ¿cuánto fue de esto?... ay dice, dice "tú siempre, no estarás buena para amarrar eso (la paca de cartón) pero bien que te estás fijando en las cuentas".
>
> […] Porque, bueno hay veces que dicen es un cierto precio, bueno entonces si es un cierto precio eeh… o llevas tu cartón y haces la cuenta mentalmente, porque si no estee… no puedes saber el precio de algo si no… bueno no puedes hacer la cuenta de algo si no te dan la cuenta bien, o si no te dicen cuántos kilos fueron.
>
> Entrevistadora: ¡Ah, ajá!, entonces usted tiene que ahí estar atenta a ver eso ¿no?
>
> Doña Mariana: Ajá.
>
> Entrevistadora: …yo no he visto que usted use lápiz y papel para hacer esas…
>
> Doña Mariana: No, casi por lo regular me… casi por lo regular, no sé pero me gusta hacer las cuentas mentalmente… Como digo ahorita "cuentas mentales *a todas margaritas* ['a toda madre', muy bien], pero cuentas en los libros, no" [se ríe].

En el siguiente extracto se muestra cómo doña Mariana aproximó mentalmente los resultados de las cuentas que hizo.

> Entrevistadora: [Se ríe] Sí, fíjese que... Bueno a ver a usted que le gusta hacer las cuentas mentalmente ¿no?, por ejemplo eeh…

supongamos que si un día le pagan 121 pesos, por sólo cartón que haya ido a vender usted…

Doña Mariana: [Antes de que la entrevistadora termine de plantear el problema] ¿Pagándolo a cómo? [se ríe].

Entrevistadora: Pues, ¿qué será?, a 1.20.

Doña Mariana: Serían 100 kilos [responde de inmediato].

Entrevistadora: ¿Como 100 kilos?

Doña Mariana: 100 kilos más o menos, 100, 101 kilos.

Entrevistadora: Ajá .

Doña Mariana: No me vaya a reprobar maestra [se ríe].

Entrevistadora: [Se ríe] ¿Y si lo pagaran a 80 centavos, doña Mariana, y le dieran 121 pesos…?

Doña Mariana: Eeeh… son… sería… ciento… ciento doce kilos.

Entrevistadora: Como 112 kilos.

Doña Mariana: No, 112 kilos exactamente [112 kilos a 80 centavos por kilo, da un total de $89.60].

[Doña Mariana, dice que su maestra del INEA le ha enseñado a hacer esas cuentas; toma la calculadora, teclea 80 ÷ 120 seguido del signo de igual, esto da como resultado .666666. El resultado le desconcierta y se le propone que lo haga como antes, mentalmente y con los dedos].

Doña Mariana: Es que haga usted de cuenta que 8 por 10, 80

Entrevistadora: Ajá 8 por 10, 80, ajá.

Doña Mariana: Son 100 kilos.

Entrevistadora: [Asienta con la cabeza].

Doña Mariana: Entonces haga usted de cuenta son ciento… no perdón son ciento veinti…

Entrevistadora: 121 pesos...

Doña Mariana: 120 kilos más o menos para 121 este… 121 pesos más o menos, más o menos yo así lo calculo.

Entrevistador: ¿Y cómo le hizo? porque de 100 kilos ¿cuánto sería?

Doña Mariana: 80 pesos.

Entrevistador: 80 pesos y luego ¿lo que le falta?

Doña Mariana: Eeeeh… son… pues con los dedos.

[…]

Entrevistador: Y ¿por qué con los dedos?, ¿por qué no le anota?

Doña Mariana: Ay porque ahí, en esa bodeguita, o es precisión o me *transan* [refiere al término transar para indicar que le “roban”].

Las dos tareas planteadas a doña Mariana en este episodio son tareas típicas de valor faltante y tienen la misma estructura, son tareas de *división por agrupamiento* (Block et al, 2010), como se muestra en las tablas 21 y 22.

$\times 1.20 \frac{\text{pesos}}{\text{kilogramo}}$

Peso del cartón (en kg)	*Costo (en pesos)*	
1	1.20	$\times \frac{121}{1.2}$
x	121	

Tabla 21

$\times .80 \frac{\text{pesos}}{\text{kilogramo}}$

Peso del cartón (en kg)	*Costo (en pesos)*	
1	.80	$\times \frac{121}{0.8}$
x	121	

Tabla 22

Estas tareas se plantearon con la intención de explorar las técnicas de las cuales echaría mano doña Mariana al tener que operar números decimales para resolver problemas de división. En ambos casos, doña Mariana optó por obtener las soluciones mediante *aproximaciones sucesivas*, es decir, buscando valores para la cantidad de cartón que aproximaran cada vez más la cantidad de dinero buscada: primero probó con 100 kilogramos y, luego, 101 kilogramos para la primera tarea; con 100 kilogramos el "error" es de $1, con 101 kilogramos el "error" es de $0.20. Es importante señalar que en la venta de cartón no se pesan ni se pagan fracciones de kilogramo, sino que siempre se *redondea* al entero (no siempre al más próximo, pues en el depósito lo hacen "hacia abajo", de acuerdo a lo que doña Mariana señala).

Para la segunda tarea, doña Mariana recurrió a sus saberes escolares recientemente estudiados. Identificó que había que realizar una división, pero tuvo problemas para identificar cuál número iba antes y cuál después de oprimir la tecla "÷" de la calculadora. Apoyándose en cálculos realizados mentalmente y con los dedos, las *aproximaciones sucesivas* fueron nuevamente la técnica a la que recurrió doña Mariana, obteniendo un resultado "menos" aproximado en este caso (120 kilogramos, en lugar de 151.25). Parece que si doña Mariana hubiera sabido usar la calculadora, la hubiera preferido al cálculo que hizo. En este caso, las aproximaciones no aparecen como maneras de sacrificar la precisión en aras de la interacción que puede tener lugar en la actividad, sino como una manera de calcular cuando no se tiene otro recurso mejor a la mano. Sin embargo, permite reconocer cómo doña Mariana aproxima las soluciones permitiéndole controlar errores grandes, sobre todo considerando que la calculadora no es usada por ella y tampoco por Inés en la actividad *in situ*. Además, doña Mariana deja claro que en la actividad laboral no anota sus cálculos para atender las acciones del acopiador, específicamente cuidar que "no le roben" en el depósito, lo que la lleva a sacrificar la precisión que puede dar los cálculos escritos: “... porque ahí, en esa bodeguita, o es precisión o me *transan*” — dice doña Mariana**.**

¿Cuál es la “precisión” a la que se refiere doña Mariana? No se refiere únicamente la precisión en los cálculos y resultados obtenidos. Más bien a tener en cuenta los distintos factores presentes en el momento de la venta del cartón en el depósito, como el pesado en la báscula, los precios que le van a ofrecer por el cartón, a no perder el lugar en la fila, a saber cuánto le pagan por cada uno de los tipos de papel, cartón y demás materiales que está llevando, a estar al tanto de “su changuita” (Inés), etcétera. Se interpreta que doña Mariana se refiere a “no perder, pero ganar lo más que se pueda”, en las condiciones específicas en las que realiza su actividad. No se trata sólo de realizar “bien” las cuentas, se trata de realizar la menor cantidad posible de ellas, de manera que no se pierda dinero y que se gane lo más posible.

A continuación, se presentan varios ejemplos en los que las *aproximaciones sucesivas* son usadas, en combinación con otras técnicas, para la solución de algunas de las tareas observadas en la actividad laboral o planteadas en la entrevista. Como se verá, en su aplicación es clara la complejidad de los problemas que estas técnicas permiten resolver, complejidad en términos de la gran cantidad de variables matemáticas involucradas, pero también de las interacciones con los demás participantes y de las restricciones que la actividad misma plantea.

4.2.3.1. Las aproximaciones en el contexto de la venta de agua: *el cálculo de los costos*

La *normalización de medidas* apareció en la solución de gran número de las tareas observadas en la actividad de la venta de agua. Esta técnica es muy eficiente en combinación con las *aproximaciones sucesivas*, como se muestra a continuación.

Ricardo. Entrevista sobre la venta de agua

Tarea: Calcular a cuánto se debe vender cada tambo, si la cuenta es de $400 y se quiere obtener una ganancia de $150.

Durante las primeras observaciones de la actividad de la venta de agua, se preguntó a Ricardo sobre las manera de determinar el costo del tambo de agua, dado que frecuentemente variaban factores de la actividad relacionados con la cantidad de dinero que se invierte, como el monto de la cuenta, los gastos de transporte del agua, la cantidad de viajes que se realizaban, los días de reparto de agua, etcétera. Ricardo informó que, generalmente, *la cuenta* (inversión inicial por el llenado de la pipa) es de $200 y cada tambo de agua se vende a $7. Así, vendiendo toda el agua de la pipa por tambos se obtiene una venta total de $350 (por los 50 tambos que contiene la pipa); por lo tanto la ganancia es de $150. Es esta relación (entre la cuenta, el precio por tambo, el número de tambos vendidos y la ganancia) la que se debe tener en cuenta para que se evite perder dinero[107]. Esta información la confirmaron los demás participantes de la actividad.

Considerando que se vende toda el agua de la pipa (50 tambos), se tiene una relación de "tipo *afín*" entre tres conjuntos de cantidades: la ganancia y, la cuenta b y el precio de cada tambo x. La expresión algebraica que modela esta relación es la siguiente:

$$y = 50x - b$$

Por supuesto, esta modelación algebraica de la relación entre cantidades se introduce con fines de análisis, no se presentó en la observación de la actividad ni en las entrevistas. Si en esta relación se fija el monto de la *ganancia* ($y = 150$, 150 pesos), se puede estudiar la relación *afín* existente entre el *precio del tambo x* y la *cuenta b*, que queda dada por la expresión siguiente:

$$150 = 50x - b$$

La relación entre estas dos cantidades puede representarse también por:

$$150 + b = 50x$$

En este tipo de relaciones se tiene una "parte multiplicativa" ($50x$) y una "parte aditiva" ($150 + b$), de manera que la posible relación de proporcionalidad entre el monto de la *cuenta* y el *precio del tambo* se ve "afectada" por el monto de

[107] Hay que recordar que la *ganancia mínima* se obtiene vendiendo toda el agua en tambos.

la *ganancia* esperada. Es ésta la dificultad que Ricardo tiene que enfrentar al resolver la tarea planteada.

Algebraicamente, la solución al problema planteado puede resolverse considerando la expresión:

$$x = \frac{150 + b}{50}$$ [108]

La expresión algebraica anterior, explicita la relación de dependencia entre el *precio del tambo* x y el monto de la *cuenta* b. Al sustituir el valor de la cuenta b = 400, se obtiene la ecuación:

$$x = \frac{150 + 400}{50} \quad ,$$

la cual permite encontrar el valor unitario del tambo, dado el valor de la cuenta y cumpliendo las condiciones de obtener la *ganancia mínima* y vender los 50 tambos de agua de la pipa.

Es importante señalar que Ricardo resolvió esta tarea considerando explícitamente las relaciones entre estas cantidades (ganancia, cuenta y precio del tambo), por supuesto, sin usar la representación ni las técnicas algebraicas, sino recurriendo a las relaciones entre los conjuntos de cantidades involucrados. Como un ejemplo de la diversidad de variables matemáticas involucradas y del gran número de relaciones, en la tabla 23 se muestran estos conjuntos de cantidades y su dependencia al variar el monto de la *cuenta*, pero dejando fija la *ganancia*.

Cuenta (en pesos) b	Precio de cada tambo (pesos) x	Venta total (valor de *50 tambos* en pesos) $50x$	Ganancia (en pesos) y
200	7	350	150
400	**11**	**550**	**150**
300	9	450	150
100	5	250	150

Tabla 23

[108] O bien $x\ 3\frac{b}{50}$, donde se destaca que el precio de cada uno de los 50 tambos aporta $\frac{1}{50}$ de cuenta, e incluye una ganancia de 3 pesos.

La tarea se planteó a Ricardo en dos momentos, tanto durante la observación *in situ* de la actividad, como durante la entrevista. A continuación se presentan las maneras en que enfrentó su solución.

Análisis de la técnica empleada por Ricardo durante la observación:

Observadora. ¿Y si la pipa no te la dejaran a 200 [pesos], sino que tienes que entregar la cuenta de 400 [pesos]?
Ricardo. [Refiriéndose al valor unitario por tambo] Ora [ahora] sí que tendríamos que cobrar de a 14 [pesos], lo doble; o hasta de a 10 [pesos] para entregar la cuenta.
Observadora. ¿Cómo?, si subió a 400 pesos, tendrías que dar el tambo a…
Ricardo. A 14 [pesos].

Como ya se mencionó, fue durante la observación que se presentó por primera vez esta tarea a Ricardo. Su solución inmediata fue duplicar el precio del tambo, como si las cantidades estuvieran relacionadas de manera proporcional. Lo que parece favorecer la *duplicación* inmediata del precio del tambo (de $7 a $14) es que en la tarea se duplica la *cuenta* (de $200 a $400). Sin embargo, al duplicar el *precio del tambo*, a la par de la *cuenta*, la *venta total* también se duplica, obteniéndose así el doble de *ganancia*, como se muestra en la tabla 24.

Cuenta (en pesos) *b*	Precio de cada tambo (pesos) *x*	Venta total (valor de *50 tambos* en pesos) 50*x*	Ganancia (en pesos) *y*
200	7	350	150
400	14	700	300

Tabla 24

Es necesario decir que en este momento la premura de la realización de la actividad no permitió profundizar en la técnica de Ricardo. Fue así que se decidió presentar nuevamente esta tarea, pero ahora durante la entrevista. A continuación, se presenta su solución.

Análisis de la técnica empleada por Ricardo durante la entrevista:

Entrevistadora. ¿Entonces la cuenta más o menos es de…?
Ricardo. Unos… digamos que $200 pesos.
Entrevistadora. Entonces, vamos suponer que la cuenta es de unos 200 pesos. Cuando la cuenta es de 200 pesos, el pipero vende el tambo a 7 pesos.

Ricardo. Ajá.
Entrevistadora. Entonces ¿cuánto obtiene de ganancia ese pipero?
Ricardo. Los tambos que tiene la pipa son… 50 por 7, 70… 140, y 140, 200… 280 de 4; o sea de 40 tambos son 280 […] 280, más… más, serían… otros 70 pesos, ¡no!, 7 por 10… ¡ajá, otros 70! Serían 3… 280, serían 200, 350 lo que ganaría vendiendo los 50 tambos. Exactos por tambo, por tambo [Ricardo refiere a que la venta total sería de 350 pesos, si el total del agua se vendiera sólo en tambos y no en otro tipo de recipiente, y sin restar la cuenta]. […] Nomás de 350 le quitamos 200 y quedan 150. La ganancia, supongamos del pipero, serían 150 y 200 para volver a llenar la pipa.
Entrevistadora. ¡Ah, ya! Bueno, eso es lo que él está obteniendo de ganancia, 150. Entonces, ¿si esta vez le suben la cuenta de la pipa a 400 pesos?
Ricardo. ¡400!
Entrevistadora. Ajá, ¿a cuánto deberían vender el tambo de agua?
Ricardo. No creo que al doble, ¡no vendería!
Entrevistadora. ¿Cómo que no vendería?
Ricardo. Al doble no vendería.
Entrevistadora. ¿Por qué?
Ricardo. ¡Porque yo digo que no le compran! [Menciona con un tono de obviedad.]
Entrevistadora. ¿La gente no le comprará?
Ricardo. Todavía de a 10 [pesos]. Si de 10 puede sacar la cuenta exacta, o pasándose… Ajá […] Haz de cuenta… para ganarle aunque sea 100 pesos sería de a 10 [pesos por tambo].
Entrevistadora. De a 10 pesos, ¿para sacar cuánto?
Ricardo. 500 pesos porque son 50 tambos, ¿10 por 50? [Ricardo hace esta pregunta como una manera de explicar.]
Entrevistadora. Sí, 10 por 50...
Ricardo. 500. La pipa esta en 400, le sobrarían 100.
Entrevistadora. Y… ¿a cómo podría vender el tambo si quisiera sacar la misma ganancia, de cuando la vendía a 7 pesos?
Ricardo. Como de a 11 pesos, para que le salga 150
Entrevistadora. ¿Sí?
Ricardo. Ajá.
Entrevistadora. ¿Cómo sabes que de a 11 pesos?
Ricardo. Supongamos, porque si de a 10 [pesos] me da 500… ¡ah no, ah sí! 500 ¿no?, sobran 100 [pesos]… ¿y si le sube 1 peso? [a cada tambo], de a peso, haz de cuenta le voy subiendo… son 50 tambos ¿no?
Entrevistadora. Ajá.
Ricardo. Daría 50 y va a salir el resultado de 150 pesos, era lo que sacaba él [el pipero]… dándoselo de a 7 [pesos].

En la entrevista se pidió a Ricardo encontrar primero la *ganancia* obtenida en condiciones normales de venta, es decir, invirtiendo $200 por la *cuenta* y vendiendo a $7 cada tambo de agua. Ricardo calculó el monto de la *venta* por toda el agua, considerando la capacidad de la pipa medida con la unidad estándar, el tambo: como a la pipa le caben 50 tambos y cada tambo se vende generalmente a $7, entonces calculó “50 por 7” y lo hizo mediante la técnica de *building-up*, como se muestra en la tabla 25.

	Número de tambos	Costo (en pesos)	
x 10	1	7	x 10
+10	10	70	+70
x 2	20	140	x 2
+10	40	280	+70
	50	350	

Tabla 25

Para calcular la ganancia, Ricardo restó la *cuenta* a la *venta total*, “Nomás de 350 le quitamos 200 y quedan 150. La ganancia, supongamos del pipero, serían 150 y 200 para volver a llenar la pipa”, dijo Ricardo.

Una vez calculada la *ganancia* por la venta usual ($150), se le pidió a Ricardo determinar el precio al que se debería vender el tambo para que, aún con el aumento en el monto de la *cuenta*, la *ganancia* fuera la misma. Ricardo, al parecer piensa de nuevo en duplicar el valor unitario por tambo. Se considera que el aumento de la *cuenta* al doble ($14), se presentó como una forma de estimar “por arriba” el valor que podría tener el precio del tambo. A partir de su experiencia y de considerar la interacción con los clientes, Ricardo sabía que este valor no era adecuado, así que lo descartó “¡Porque yo digo que no le compran!”, dijo. En palabras de Lave, en este caso la interacción social es una fuente de recursos de estructuración para el cálculo del valor unitario por tambo.

Tomando en cuenta estas restricciones dadas por la actividad, Ricardo propuso un valor nuevo: Todavía de a 10 [pesos]. Con este valor, calculó la venta total ($500) y la ganancia ($100). Seguramente, Ricardo aprovechó las características de las operaciones de múltiplos de 10 (10 por 50 y 500 menos 400) para efectuar rápidamente las cuentas, recurriendo entonces a *aproximaciones* *sucesivas* para solucionar esta tarea. Para aproximar, supuso *posibles precios del tambo* y con ellos calculó los correspondientes montos de la *venta total* multiplicando por 50; luego, calculó la *ganancia* restando la *cuenta*, $400. Así, en el curso de estas aproximaciones, repitió sucesivamente los cálculos de la *venta total* y la *ganancia* (las tareas en transcurso), que son conformadas por la aproximación que se está realizando. Hacer aproximaciones es un recurso de estructuración para el proceso del precio del tambo, y esta tarea conforma a las otras dos (venta total y ganancia). Segú Lave (1991) “generalmente una de las dos es la actividad en progreso, y la otra es conformada más que conformar a la primera” (p. 115).

Para continuar las aproximaciones, en lugar de proponer simplemente un nuevo valor (entre 10 y 14 pesos) y volver a hacer todos los cálculos, Ricardo evaluó la diferencia entre el resultado obtenido en la última aproximación ($100) y el valor buscado para la ganancia ($150). La diferencia es de $50. Para “compensar” esta diferencia, Ricardo aumentó en un peso el precio del tambo, “¿y si le sube 1 peso? [a cada tambo], de a peso, haz de cuenta le voy subiendo… son 50 tambos ¿no?”. Al hacer esto, Ricardo hizo un gran despliegue de su conocimiento de la relación de dependencia entre el precio del tambo, la venta total y la ganancia. El procedimiento de Ricardo saca provecho de la *aditividad* de la relación entre el precio del tambo (x) y la *ganancia* ($y = 50x - 150$). Esta *aditividad* puede estar sustentada en el contexto: la venta total es proporcional al precio de tambo, pues es igual a $50x$; entonces, si se aumenta un peso al precio del tambo, la venta total aumenta en $50; así, la ganancia también aumenta $50 (pues se obtiene al restar la *cuenta* a la *venta total*). “Daría 50 y va a salir el resultado de 150 pesos”, dijo Ricardo.

Algebraicamente, esta *aditividad* se verifica al aumentar $1 el precio del tambo x: $x + 1$, de manera que el monto de la ganancia aumenta: $y(x + 1) = 50(x + 1) - 150 = 50x + 50 - 150 = (50x - 150) + 50 = y(x) + 50$.

Consideramos sorprendente que las técnicas a las que recurre Ricardo, estructuradas fuertemente por las características del contexto, le permitan resolver con tanta eficiencia las tareas planteadas, las cuales involucran una gran cantidad de relaciones (multiplicativas, aditivas y afines).[109]

A continuación, se presentan otras formas de aproximación presentes en la actividad de la venta de agua, en este caso, para la determinación de la capacidad de los recipientes.

4.2.3.2. Las aproximaciones en el contexto de la venta de agua: *el cálculo de la capacidad*

Como ya se mencionó, en la actividad de la venta de agua hay recipientes que son considerados de tamaño estándar: tambos (de 200 litros), botes (de 20 litros), cubetas (de 10 litros) y tinacos (de 1100, 1200 o 1400 litros). El agua se vende por cubetas, botes, tambos o tinacos. El uso de estas medidas estándar permite a Ricardo *normalizar* la capacidad de recipientes de las más diversas formas y tamaños; es decir, la capacidad de un recipiente no-estándar se determina mediante aproximaciones realizadas usando las capacidades de los recipientes estándar.

A continuación, se presentan las técnicas para determinar (aproximar) la capacidad que se identificaron en esta investigación: *se lo come* y la *cubicación*.

Ricardo. Entrevista en el contexto de la venta de agua

Tarea: Calcular a cuánto se debe cobrar por llenar una tina “redonda” (recipiente A), un tambo bajo y ancho (recipiente B) y otro tambo alto y flaco (recipiente C). Ver la figura 6.

Nota: Ricardo no sabe de antemano la capacidad de los recipientes, 90 litros cada uno.

[109] En el caso que se presenta, podría interpretarse que las cantidades puestas en juego parecen facilitar la tarea a Ricardo: al considerar 10 pesos por tambo, resultó que faltaban 50 pesos para tener los 150 pesos de ganancia, y justo hay 50 tambos, entonces cada tambo aporta 1 peso más. Sin embargo, para tareas con otras cantidades, por ejemplo cuando la cuenta es de $190 y la ganancia de $160, Ricardo conserva su técnica mediante *aproximaciones sucesivas* estructurada fuertemente por el contexto de la venta de agua.

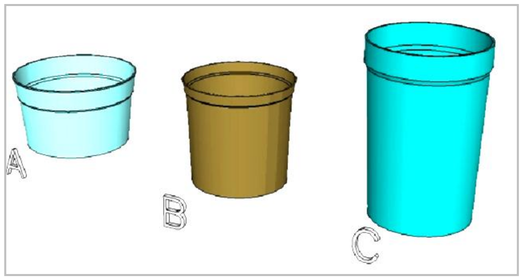


Figura 6

Esta tarea se planteó durante la entrevista realizada en la Tienda de plásticos. Su finalidad fue profundizar en la manera en que Ricardo calculaba la capacidad de recipientes no-estándar. Específicamente, se buscaba poner en conflicto la relación entre la capacidad y la forma y dimensiones de los recipientes. Se esperaba que, para resolver este conflicto, Ricardo explicitara las características “geométricas” en las que se fijaba para determinar la capacidad de los recipientes, pues para explicar que la capacidad es la misma hay que comparar las alturas de los recipientes (dos tambos, uno alto y otro bajo), sus “anchuras” (un tambo flaco y otro ancho) y sus formas (dos tambos con forma de cilindro de base circular y una tina con forma de cilindro de base elíptica).

Como se describió en el capítulo de Metodología, estos recipientes fueron especialmente elegidos de manera que no tuvieran indicada su capacidad (por ejemplo, que no estuviera impresa en sus paredes) pero que fuera la misma. Además, se buscó la colaboración del responsable de la Tienda de plásticos para que, en algún momento de la entrevista, proporcionara las capacidades que desde la fábrica se indican en los registros (generalmente, los plásticos tienen “grabados” números en sus bases; a cada uno de estos números los registros de las tiendas asignan las capacidades respectivas, en litros).

Análisis de la técnica empleada por Ricardo:

Entrevistadora. Fíjate que tengo estos tres recipientes. Éste [recipiente A, una tina de 90 l], tengo éste otro [recipiente B, un tambo chaparro y ancho, de 90 l] y tengo éste [recipiente C, un tambo más alto que el anterior pero más angosto, también de 90 l]. Entonces, tengo estos tres [recipientes] y quiero ver cuánto me cobrarías, por cada uno.

Ricardo. Es de 5 [pesos] [Se refiere al recipiente C, tambo alto y angosto]… 4 [pesos]. [Este precio se refiere al recipiente B, tambo chaparro y ancho].

Entrevistadora. ¿Cuánto, cuánto?

Ricardo. 5, 4, ¡no! [Observa los tres recipientes] ¡No, no, no! A ver, 6 [pesos]… [Se refiere al precio del recipiente C, tambo alto y angosto; luego voltea a mirar los otros dos recipientes]. 5 [pesos] [Toca el recipiente B, tambo chaparro y ancho], ¡no!, por estos dos 4 [pesos], creo que 4 [pesos] porque "se lo come".

[En este momento, Ricardo toma el recipiente B, tambo chaparro, y lo pone dentro de la tina, recipiente A; así, empieza a explicar la técnica de "se lo come"]. Nada más un tanto así por lo que se lo coma [cuando dice "un tanto así" se refiere al hueco que se forma entre el tambo y la tina, recipientes A y B. Ver figura 7].

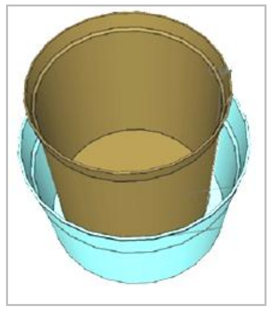


Figura 7

Entrevistadora. Ah… no entiendo.

Ricardo. Mira… toda esa "cuartada" es lo que se lo come

[Ricardo abre su mano y considera la distancia que hay entre la punta de su dedo pulgar y el meñique, *una cuarta*. Con esta "unidad de medida" mide la longitud que la altura del tambo (recipiente B) sobre sale por la altura de la tina (recipiente A); esta longitud es de *una cuarta*. Luego, la compara con el espacio que queda entre el tambo y la tina, midiendo la distancia de separación entre las paredes de los dos recipientes, que también es de *una cuarta*. Ver figura 8].

Si la vaciamos [el agua del tambo, si estuviera lleno] es lo que va a quedar al ras de ésta [de la tina] porque es lo que se lo come.

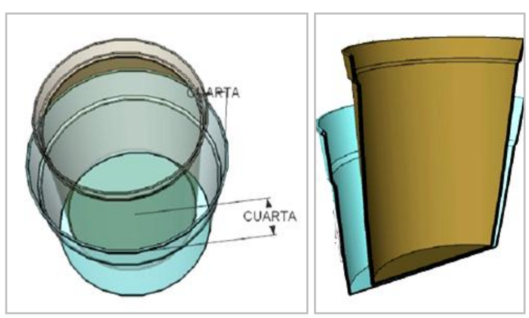


Figura 8

Entrevistadora. O sea que: tú me dices que con lo que me queda aquí [señala la altura del tambo que sale de la tina] es con lo que se va a llenar esto [recorre con su mano el espacio que queda entre el tambo y la tina].

Ricardo. Mira… [en este momento Ricardo pone *la cuarta* de manera horizontal, midiendo la distancia entre el borde superior de la tina y la pared del tambo. Inmediatamente después, "traslada" esta medida para comparar la altura que corresponde a la parte del tambo que sobre sale de la tina].

Entrevistadora. Sí, ¿y por éste cuánto me cobras? [Señala el tambo más alto pero aún más angosto que el anterior, recipiente C].

Ricardo. 5 pesos […]

Para comenzar el análisis de lo hecho por Ricardo, parece conveniente determinar el costo que, de acuerdo a la *normalización de medidas*, podría cobrarse por los recipientes A, B y C, sabiendo que su capacidad es de 90 litros. Usando el "sistema situado" de medidas de la venta de agua, se tiene que a estos recipientes les cabe lo mismo que a 4 botes (de 20 litros cada uno) y una cubeta (de 10 litros); entonces, el costo por llenarlos sería de $4.50. Como se discutió en la sección sobre la *normalización de medidas*, éste sería el costo máximo ya que se determina al vender el agua mediante botes y cubetas.

El costo mínimo se obtiene haciendo los cálculos con la unidad *tambo*. Si en la actividad se vendieran "fracciones" de *tambo*, y considerando que un tambo tiene capacidad de 200 litros y cuesta $7, tendríamos que por 100 litros serían $3.50 y por 90 litros serían $3.15 (aquí se introduce, con fines de análisis, una relación de proporcionalidad entre la cantidad de litros y el costo).

Por lo tanto, los costos que determinó Ricardo, al menos para los recipientes A y B, están entre el máximo ($4.50, medido en cubetas y botes) y el mínimo ($3.15, medido en fracciones de tambo). Resulta realmente sorprendente que los cálculos de Ricardo sean tan eficientes y "precisos", desde el punto de vista de su cercanía al punto medio de los valores máximo y mínimo, que es $3.825.

Queda por analizar la manera en que Ricardo aproximó (con tanta precisión) las capacidades. Es importante señalar que en las tareas anteriores a ésta, Ricardo determinó muy rápidamente y con mucha seguridad los costos a cobrar por distintos recipientes, lo cual contrasta con las dudas que se le presentaron en esta tarea.

Ricardo usó una técnica para comparar las capacidades de los recipientes a la que desde este análisis se hace referencia como “se lo come”. A partir del episodio presentado, se puede decir que esta técnica consiste en realizar una comparación de la capacidad de dos recipientes que pueden ser puestos uno dentro de otro, como hizo Ricardo con los recipientes A y B (ver figura 7). Esta comparación se lleva a cabo estableciendo compensaciones y diferencias entre las dimensiones de los recipientes. En este caso, Ricardo dice que la parte del recipiente B que supera en altura al recipiente A (lo que A sobresale verticalmente respecto a B), se compensa con lo que el recipiente A supera en tamaño al B respecto a sus bases (como la base de B es menor que la de A, entonces B se puede meter dentro de A), “se lo come” dice Ricardo. Para mostrar que estas partes efectivamente se compensan, Ricardo mide mediante *cuartas* (él dice *cuartadas*) la longitud de la altura que sobresale y la distancia entre los bordes de los recipientes (ver esquema 8). Es importante señalar que Ricardo coloca el recipiente B cerca del centro de la base del recipiente A, “lo pones igual en medio”.

En el siguiente episodio, que tuvo lugar un poco después del anterior, Ricardo describe un poco más la manera en que la medición con *cuartadas* permite comparar capacidad y costo.

Ricardo: Te digo que es por cuartadas.
Entrevistadora: Ajá, a ver por cuartadas.
Ricardo: Si se lo come, ya es un peso más o así [en este momento mete uno de los tambos de 90L dentro de la tina, como para ejemplificar]. Y si se lo come y está más ancho, haz de cuenta está más angosto éste ¿no? [se refiere a que si el tambo que está dentro de la tina fuera más angosto]. Bueno…
Entrevistadora: Ajá
Ricardo: … le cabe una cuartada y a éste también una cuartada de alto [coloca la medida de una cuarta de manera horizontal refiriéndose al espacio que hay entre la tina y el tambo, después esa misma medida la coloca de manera vertical de modo que señala la longitud del tambo que sale de la tina].

Matemáticamente la comparación que se obtiene mediante la técnica “se lo come” no es “exacta”, pues al aumentarse x unidades (una cuartada, en este caso) a la altura no se compensa el volumen correspondiente a un aumento de x

unidades (una cuartada) en el radio de la base, ya que el primero es un aumento lineal y el segundo es cuadrático. Sin embargo, nuevamente las unidades estándar del sistema de medidas de la venta de agua, permiten obtener aproximaciones adecuadas para la determinación del costo, pues las capacidades de estos recipientes quedan entre botes y tambos (más precisamente, entre 4 y 5 botes, o entre 4 botes y medio tambo). Si bien la técnica no tiene un nivel de generalidad amplio para cualesquiera dos recipientes, sí lo tiene para la tarea específica y, sobre todo, para la actividad aboral. Se considera que las características de los recipientes específicos involucrados en la actividad estructuran la aproximación de las capacidades de los recipientes y del costo de su llenado.

En esta investigación no se obtuvieron datos suficientes para describir detalladamente la técnica "se lo come", pero identificarla resulta interesante para los fines de esta investigación pues proporciona un ejemplo más de las técnicas de aproximación que se presentan en la actividad y de las maneras en que las técnicas quedan estructuradas por las condiciones de la actividad laboral, como el sistema de medidas.

De acuerdo a lo que Ricardo señaló, esta técnica le fue explícitamente enseñada por uno de los maestros piperos, como se describe en el siguiente episodio.

> Entrevistador: ¿Alguien te enseñó a medir así con *cuartadas*, Ricardo?
> Ricardo: El Gato… el otro señor no.
> Entrevistadora: ¿Cuál otro señor?
> Ricardo: El que es de allá, del pozo de Corregidora.
> Entrevistadora: ¿Ése (señor) cómo te enseñó?
> Ricardo: A ése le decían don Pancho.
> Entrevistadora: ¿Y don Pancho...?
> Ricardo: Haz de cuenta, haz de cuenta estaba así, como aquí ¿no? [los recipientes de la Tienda de plásticos].
> Entrevistadora: Ajá.
> Ricardo: Vamos así, mira, te decía "5, 4, 3 pesos… 7", así te decía [al momento que menciona estas cantidades va señalando algunos de los recipientes que están a su alcance].
> Entrevistadora: ¿Y, y tú cómo le hacías para aprender entonces?
> Ricardo: Pues igual lo seguía, o había unos que los apuntaba…

Entrevistadora: ¿Ajá?
Ricardo: ¡Pero rápido!
Entrevistadora: Y ya los ibas tú… esteee, ¿te los ibas grabando?
Ricardo: Ajá.
Entrevistadora: Porque no siempre eran los mismos botes, ¿no?
Ricardo: No, no y así te van diciendo. Ya si no te los aprendes, te regañan. Como a mí al principio me regañaban, ya después ya no.
Entrevistador: Y cuál [técnica], … ¿qué te sirve más, como te enseñó el Gato (el pipero) o como te enseño el otro señor?
Ricardo: Bueno, como… bueno como ninguno de los dos.
Entrevistador: ¿Cómo le haces?
Ricardo: Más o menos… pero como el Gato, mejor. Porque pus ya te descuento, te cobro menos que el otro señor. Pues el otro señor, si se equivoca o no… Haz de cuenta si me ponen una cubeta de 20 litros y un bote más altito de 20 litros, ése [el bote] va a ser $1 más. Haz de cuenta una cubeta así, ¿no? [Muestra una de las cubetas de la Tienda de plásticos].
Entrevistadora: Ajá.
Ricardo: Un peso, y me ponen otra más angosta y más altita me va a decir: $2 [observación: generalmente, los botes de 20 litros se cobran a $1]. Y el chiste es que es lo mismo. Y así… Y el Gato *te los mide* […]
Entrevistador: Oye, y alguien más… ¿algunos otros niños o chalanes miden así… con cuartadas?
Ricardo: ¿Con cuartadas?, sí. Así se les llama, cuartadas.
Entrevistador: ¿Quiénes más miden así?
Ricardo: Nomás, haz de cuenta como el Gato luego así mide… una cuartada… […] Lo mides así y así [la medida en forma horizontal y vertical]. Más rápido así, a que te digan así, como el señor, “7 [pesos]… así” pues no le entiendes, muchas veces te equivocas, te dicen éste $2 [mira un bote de 20L], y estos 3 [pesos] [señala otro recipiente un poco más grande que el bote], vas a decir éste 3 y éste 2 [señala los recipientes].
Entrevistadora: Ajá.
Ricardo: Y no, y no te acuerdas. Y el Gato, no. El Gato nos enseña así [ejemplifica poniendo una cuarta con su mano de manera horizontal] y pa’ arriba [poniendo una cuarta con su mano de manera vertical].
Entrevistador: ¿Y al Gato quién le habrá enseñado?
Ricardo: Pues él ya es pipero, ¡huy de tiempo!, ajá.

Este episodio muestra uno de los varios *momentos de enseñanza* que se identificaron en la actividad de la venta de agua. La técnica “se lo come” fue *enseñada* a Ricardo por uno de los maestros-piperos, El Gato. Esta técnica le permite resolver situaciones de duda o conflicto, por ejemplo, dice Ricardo cuando “ponen una cubeta de 20 litros y un bote más altito de 20 litros”, algunos piperos cobran un peso por la cubeta y dos por el bote (aunque les quepa lo mismo), pero dice Ricardo "el chiste es que es lo mismo. Y así… Y el Gato *te los mide*". Esta técnica es de aplicación específica para casos como el presentado, y, al preguntársele cómo es mejor, usar la técnica que se basa en las *soluciones memorizadas* (que le enseñó don Pancho) o usar "se lo come" (que le enseñó El Gato), Ricardo contestó "como ninguno de los dos". Ambas tiene sus dominios propios de aplicación.

En esta investigación, se identificó otro caso en el que, ante alguna dificultad especial en las características de la tarea, se introducen técnicas específicas o, incluso, intervienen otros participantes de la actividad. Nuevamente en el contexto de la venta de agua, el chalán se encarga del cálculo del precio por llenar los recipientes y de cobrar a los clientes, pero esto sucede siempre y cuando los recipientes no sean "muy grandes". Cuando se trata de llenar piletas o cisternas, es el maestro-pipero quien se encarga de sacar la cuenta.

> Ricardo: Ah sí, pero por cisterna, esa sí ya no te la saco [refiriéndose a obtener el costo por el agua de ésta]; te saca la cuenta el patrón porque, por decir, ya no nomás le caben *tambores* [tambos]; le caben *tambores* y le caben tinacos.

El maestro-pipero recurre a técnicas "propias" para determinar el costo de piletas y cisternas, por ejemplo, se fija cuánto baja el nivel del agua en el interior de la pipa o le pregunta al cliente cuánto le cobran generalmente por llenar su cisterna. Pero, cuando hay algún conflicto con el cliente por el precio del agua de una cisterna, los maestros-piperos pueden recurrir a la técnica de *cubicar*, que consiste en "sacar un metro", tomar las medidas de largo, ancho y profundidad de la cisterna y calcular su volumen multiplicando las medidas de estas dimensiones, como si fuera un prisma rectangular (ver figura 9).

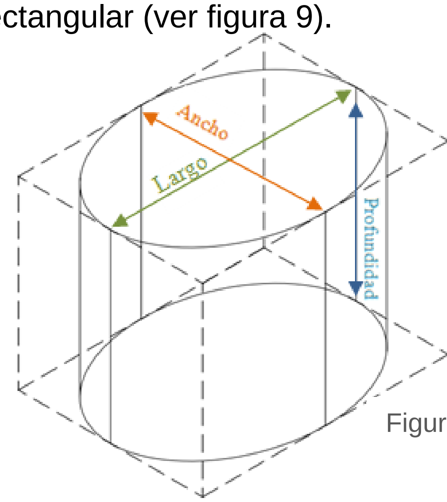


Figura 9

A manera de ejemplo, en esta figura se muestra una cisterna como un cilindro recto de base circular, pero la cisterna puede tener cualquier forma. Es el prisma rectangular que inscribe a la cisterna el que permite efectuar la *cubicación*, aproximando “por arriba” a la capacidad de la cisterna; es decir, la capacidad del prisma es siempre mayor que la de la cisterna, pues la inscribe. Así, se cumple nuevamente con el principio de “no perder”.

En el siguiente episodio de la observación *in situ*, Efrén, maestro-pipero, describe la aplicación de la *cubicación* para el cálculo de la capacidad de una cisterna[110].

Efrén (maestro pipero). Observación en el contexto de la venta de agua

Efrén. [Refiriéndose a las cisternas]: Entonces lo conveniente es medirla, tanto para el cliente como para nosotros, porque yo le puedo decir: “le cobro tanto”, y probablemente se lleve más agua de la que yo tengo contemplada, o menos. ¡Qué te digo!, ya con la práctica pues ya más o menos vas sabiendo.

Observadora. *Ahí nomás como*…

Efrén. *… como a ojo de buen cubero* [“*a ojo de buen pipero*, podría decirse”. Efrén completa el dicho], “no pus a esto le cabe tanto”. Te digo la cisterna hay que cubicarla y cada metro cúbico pues son 1000 litros, el metro cúbico de agua, y te digo por lo regular son 60 o 70 pesos, dependiendo de a dónde tenga que ser [dependiendo del lugar al que haya que trasladarse para llenar la cisterna].

Observadora.¿60 o 70 pesos por metro cúbico? […] ¿Y no te ha llegado a pasar que, por ejemplo, la gente te diga: “me estás cobrando de más”?

Efrén. Bueno, pues ahí ya entra la polémica con el cliente ¿no?: “no que aquí le cabe tanto, no pues que le cabe tanto, o que mi abuelito la hizo y él me dijo que le cabía tanto…” [Risas] Y ya por eso te digo, luego por eso muchas veces conviene traer un metro y ahí: “a ver mire, dos por dos son cuatro, por dos… son ocho [se refiere a medidas supuestas sobre una cisterna] lo que equivale a ocho metros cúbicos, ocho mil litros, entonces yo le tengo que cobrar ‘tanto’…”

Observadora. Ah, ya…

Efrén. Para que también quede contento el cliente.

[110] En México, generalmente las cisternas de las casas-habitación están bajo tierra, de manera que no se pueden ver sus dimensiones ni su forma.

Además del cálculo de la capacidad mediante la fórmula *largo por ancho por profundidad*, Efrén calcula el costo por el llenado de cisternas usando el sistema de unidades “oficial”, el métrico decimal: cobra el *metro cúbico* o los *1 000 litros* a “60 o 70 pesos, dependiendo de a dónde tenga que ser”. Es importante señalar que, en el momento de la observación, Efrén era estudiante de ingeniería y esto hizo que durante la observación se dudara sobre el hecho de que otros piperos aplicaran la técnica de cubicación. Nuevamente fue sorprendente cuando El Gato describió la aplicación de la misma técnica, también para resolver situaciones de posible conflicto con el cliente.

Gilberto “El Gato” (maestro pipero). Observación en el contexto de la venta de agua

Observadora.[…] Y por ejemplo cuando hay una…
Maestro-pipero. ¿Una cisterna?
Observadora. Ajá, una pileta o una cisterna.
Maestro-pipero. Hay que medirla cuánto tiene de hondo, cuanto tiene de largo, y ahí se hace la cuenta entre el tambo, que le entran 200 litros.
Observadora. Ajá.
Maestro-pipero. Haces la cuenta de cuántos tambos le entran. ¿Ya me entendiste? […] Porque luego hay cisternas en que se van medias pipas, hay cisternas en las que se les va 1/4 (de pipa)…
Observadora. Ah, pero ¿usted mide antes?
Maestro-pipero. Sí, ¿sí me entiendes?, hay que medir antes.
Observadora. Y entonces mide ¿qué?...
Maestro-pipero. Sí, lo “cubico” […] Las cisternas pueden ser de 2 metros por 2, es una pipa con 1/4 más, […] Ton’s [entonces] ya nomás le duplicas: ¡*pum, pum,* y hacia abajo! Ya le duplicas todo.
Observadora. ¡Ah!
Maestro-pipero. Hay que ver todo eso, pa’ que no te hagan transa.

Si bien don Gilberto, El Gato, parece dejar implícita una de las dimensiones del prisma rectangular al decir “Hay que medirla cuánto tiene de hondo, cuanto tiene de largo, y ahí se hace la cuenta entre el tambo”, es importante destacar la presencia del uso de esta forma de cálculo del volumen, fuertemente vinculada con los contextos escolares o laborales formales. Es también muy interesante destacar el “retorno” al sistema de medidas de la venta de agua, pues El Gato dice que hay que hacer las cuentas (determinar la capacidad multiplicando las dimensiones de la cisterna) y luego “ahí se hace la cuenta entre el tambo, que le entran 200 litros”. Este regreso al contexto, requiere más operaciones (pasar de metros cúbicos a litros y luego a los tambos) que simplemente calcular el costo por el llenado de la cisterna a partir del costo por metro cúbico, como lo hace Efrén; sin embargo, proporciona la certeza de estar operando con las medidas estándar de la venta de agua y con el conjunto de técnicas “situadas” que pueden permitir hacer ajustes a los cálculos, previsiones, negociaciones con el cliente, etcétera.

Los datos obtenidos en esta investigación dejan pendiente abordar un estudio más detallado de la técnica de *cubicación*, investigando, por ejemplo, si El Gato podría estar tomando en cuenta las tres dimensiones del prisma al hacer las cuentas, pues dice “Las cisternas pueden ser de 2 metros por 2 […] ya nomás le duplicas: ¡pum, pum, y hacia abajo!”[111]. Otro pendiente es la exploración de la gran cantidad de relaciones y unidades que se presentan en esta situación del llenado de una cisterna: por una parte se tienen pipas completas, tambos, litros y metros cúbicos junto con las dimensiones de las cisternas, largo, ancho, profundidad y volumen; por otra parte, hay que considerar los precios del agua vendida por tambo, por metro cúbico, de los 10 000 litros, la cuenta, etc. Estas relaciones involucran problemas de multiplicación, división, suma, resta, afines, relaciones de proporcionalidad múltiple. Probablemente aún estamos lejos de lo que se suele ver en adultos de poca escolaridad o no alfabetizados… ¿Dónde habrán aprendido todos estos conocimientos El Gato, Efrén y, en general, los maestros-piperos, entre la escuela y el trabajo?

Otros momentos de *enseñanza situada* en el contexto de la venta de agua

Parece conveniente cerrar este capítulo de análisis presentando otros pequeños hallazgos en torno a las interacciones entre maestro (experto) y chalán (aprendiz) en el contexto de la venta de agua. Lo peculiar de las interacciones que se encontraron es que no se dan sólo en el transcurso de la realización de la actividad. También se presentan como situaciones que tienen lugar fuera de ella y que están planeadas explícitamente para la enseñanza de algún conocimiento que

[111] Es importante aclarar que no hay medidas estándar de piletas o cisternas. Como se mencionó antes, las cisternas tienen diversas formas, incluso algunas se construyen mediante tinacos que se colocan bajo tierra, por ejemplo.

se considera importante para realizarla. En el estudio se nombran a estas últimas *situaciones de enseñanza situada*.

A lo largo del estudio, se identificaron varios momentos en los que el maestro-pipero *corrige el resultado obtenido* por Ricardo para el cobro de algún recipiente, por ejemplo, en la siguiente situación.

Ricardo y El Gato. Observación en el contexto de la venta de agua

Cliente. [Ha sacado tres tambos, dos de un mismo tamaño y el tercero más pequeño].
Ricardo. Aquí son 7 y 7, 14… 14 y 5…19, 19 a ver… [Menciona a la observadora].
Cliente. ¿Cuánto va a ser?
Maestro experto. [Desde la cabina de la pipa el maestro experto indica]: Ahí tienes que cobrar parejo, esos dos tambos…
Observadora. ¿De a 7 pesos, parejo? [Pregunta dirigiéndose al maestro experto].
Ricardo. 7 y 7, 14, ¿ya viste? [Dice a la observadora] […]
Maestro experto. El de allá es de a 3 pesos, esa tinita [Se refiere al tambo más pequeño].
Ricardo. ¿Qué no es de a 5 (pesos)? [Le pregunta al maestro experto].
Maestro experto. ¿Eh?
Ricardo. ¿Qué no es de a 5? [Vuelve a preguntarle].
Maestro experto. ¿Es tina o es…?
Ricardo. Es un botecito por acá así, y así [extiende sus brazos y entrelaza los dedos de sus manos para formar una circunferencia, de esta manera indica una medida sobre “la base superior” del tambo, después coloca su mano a la altura de su tórax para indicar la altura aproximada del tambo pequeño].
Maestro experto. ¡Ése cuatro pesos, güey! [Le indica a Ricardo].
Observadora. ¡Ah!

En otras ocasiones, la intervención del maestro-pipero indica a Ricardo la aplicación de alguna técnica específica, como se muestra a continuación.

Ricardo y René. Observación en el contexto de la venta de agua

[Ricardo tiene que un cliente le pide determinar el costo por tres tambos de tamaño estándar y un tinaco de 1200 litros. En la situación se encuentran Ricardo, el maestro/experto y el cliente].
Cliente. ¿Cuánto éste? [Señala el tinaco y pregunta dirigiéndose al maestro/experto].
Maestro experto. ¿Seis por siete? [Le pregunta a Ricardo, como tratando de que él dé la respuesta].

Ricardo. ¿Seis por siete…? [Se pregunta en voz baja]
Maestro experto. [Después de unos segundos] ¡42! [Menciona con un tono de obviedad].
Cliente. ¿Y aparte los…?
Maestro experto. A parte los tambos.
Ricardo. [En voz baja menciona la cantidad de 63 (pesos), correspondiente a los 6 tambos contenidos en el tinaco y los 3 restantes].
Maestro experto. Serían 63 (pesos) [Le dice al cliente].

En este caso, el maestro *muestra la aplicación de una técnica*: a un tinaco de 1,200 litros le caben 6 tambos, cada tambo se cobra a $7, entonces, para calcular lo que se cobra por el tinaco se hace la multiplicación: 6x7.

En una de las entrevistas con Ricardo, se le preguntó dónde aprendió a calcular el costo a cobrar por la gran variedad de recipientes que llena en su actividad laboral. Ricardo contestó dando cuenta de la organización intencional de una pequeña “situación de enseñanza” en el contexto laboral.

Ricardo Entrevista en el contexto de la venta de agua (tienda de plásticos)

Entrevistadora. ¿Alguien te enseñó a “medir” la capacidad de los recipientes?
Ricardo. El señor del pozo [de agua potable] de Corregidora. Tiene formados todos los botes de diferentes litros y… pasa así el señor y te dice: 5 [pesos], 4 [pesos]; no te dice… ni te explica…así, nomás te dice: 5, 4, 3, 2… así, 7 [pesos]. No te dicen ni cuántos litros, sólo te dicen 5, 4, 7 así te van diciendo; es rápido.
Chalo [un pipero para quien Ricardo trabajaba] me dijo: “Primero tienes que pasar a que te enseñen”.
Estaban otros tres [aprendices] y yo, y así te van diciendo [“enseñando”]. Pero nos dicen: “y si no aprenden pus ya no es mi problema”. Ya si no te los aprendes te regañan.
Entrevistadora. ¡Órale!, ¿y a los tres les enseñó al mismo tiempo?
Ricardo. Ajá, 5, 4 y así… (refiriéndose al costo de los recipientes).

Este episodio da cuenta de un *modo de enseñar situado en la actividad laboral*, en la que, en ocasiones como la narrada por Ricardo, se organiza de modo explícito e intencional una “situación” en la que se comunican conocimientos matemáticos entre los maestros-expertos de la actividad y los aprendices.

La interacción entre los maestros y los chalanes ha llevado a considerar que hay un ‘tipo de enseñanza’ que puede tener lugar en la actividad laboral, en la que se comunican conocimientos matemáticos que pueden ser desde *soluciones memorizadas*, hasta técnicas más elaboradas, como “se lo come”. Aun cuando no se profundizó en esta relación didáctica “situada”, se recuperan algunos elementos que permiten, al menos, tenerla en cuenta como una conjunto de interacciones entre expertos y aprendices que tienen finalidades de “enseñanza situada”.

Reflexiones finales

Los resultados de este estudio proporcionan elementos para entender cómo funcionan los conocimientos matemáticos de menores trabajadores en situaciones que emergen de la propia actividad laboral. En particular, interesó identificar las tareas de proporcionalidad y las técnicas y conocimientos matemáticos provenientes de lo cotidiano.

De acuerdo con los datos recabados:

- la proporcionalidad tiene una presencia acentuada en las tareas que se resuelven en los contextos laborales de los menores trabajadores con los que se realizó este estudio;
- en las actividades laborales también tiene lugar una amplia variedad de tareas que no son de proporcionalidad pero que tienen relación estrecha con las que sí lo son;
- las tareas que involucran relaciones de proporcionalidad y, en general, las tareas matemáticas no son "estáticas", es decir, no se encuentran aisladas pues su realización depende de otras tareas, tanto matemáticas, como no-matemáticas. Además, se realizan para cumplir con un entramado denso de objetivos, formas de validación e interacciones provenientes de la actividad misma;
- los menores trabajadores disponen de una diversidad de técnicas para enfrentar las tareas de proporcionalidad que les demanda su actividad laboral. En este estudio se identificaron algunas de estas *técnicas situadas*, como la *normalización de medidas*, *las muestras* o *se lo come*;
- para cumplir con los objetivos de las actividades laborales se establece una serie de "principios de acción" que se construyen y tienen significado en el contexto laboral; estos orientan las técnicas matemáticas (y, en general, las acciones) puestas en marcha por los menores;
- los *recursos de estructuración* provenientes de la actividad, como las características del sistema monetario o los sistemas de medidas propios de

la venta de agua, definen la forma de aplicación, el sentido y los alcances de las técnicas matemáticas a las que recurren los menores trabajadores;

- en la *interacción* entre los participantes que comparten la actividad laboral se comunican o propician ciertas técnicas, lo que da lugar, incluso, a *situaciones de enseñanza situada*;
- los menores trabajadores ponen en juego un conocimiento matemático "práctico" conformado en el contexto laboral en donde la proporcionalidad adquiere sentido.

En los contextos laborales que se observó abundan las tareas típicas de valor faltante, con el valor unitario dado y las cuales, por su estructura, pueden ser resueltas con una multiplicación o con una división. Se observó también que las características propias del contexto, determinan significativamente las múltiples técnicas que ponen en marcha los menores. Aun cuando los menores disponen de técnicas con las que podrían obtener resultados exactos, la actividad laboral privilegia aspectos relacionados con el contexto por encima de la "precisión" o "exactitud" de sus resultados y, además, provee de recursos de estructuración que "acotan" los posibles errores y hacen altamente eficiente la realización de los cálculos que se realizan. Es decir, para la solución de muchas de las tareas de proporcionalidad encontradas en esta investigación, no se busca obtener soluciones exactas. Se busca, en cambio, realizar cálculos, que además de ser pocos y suficientemente aproximados, permitan cumplir con las restricciones, interacciones y demandas de la actividad laboral. Esto da lugar al uso de *técnicas situadas*, como la *normalización de medidas*, *las muestras* o *se lo come*, técnicas cuyo sentido se da en la realización de la actividad y que son estructuradas por las condiciones y demandas que provienen de ella misma. Estas *técnicas situadas* se ponen en juego por encima de técnicas que aseguran la precisión (algunas de las cuales son *escolásticas*, usando la terminología de Lave), como la *regla de tres* y el *uso de la razón externa.*

En ésta investigación no se encontró evidencia del uso de la regla de tres y el uso de la razón externa fue implícito. Es probable que esto se deba a una combinación de factores, como que en las tareas identificadas en las actividades laborales estudiadas generalmente está dado el valor unitario, lo cual propicia el uso de técnicas como *razones internas* y *buliding up*; además, en la realización de las tareas matemáticas propias de las actividades laborales (como la venta de agua) no priorizan los resultados "exactos", sino que las soluciones se aproximan por combinación lineal de las distintas unidades de los sistemas de unidades propios de la actividad (como tambos, cubetas, botes y tinacos), donde la regla de tres no es aplicable. La *razón externa constante* aparece implícita en la búsqueda y en el uso del *valor unitario* o en las *aproximaciones sucesivas*, pero no toma la forma de una técnica que explícitamente se use. Una vez encontrado el valor unitario, es común el uso de técnicas como *bulding-up* (Hart 1988, Block et al, 2010), *razones internas* y las diversas formas de *aproximaciones sucesivas* (Lave, 2011).

Otras técnicas previamente identificadas por estudios previos sobre conocimientos matemáticos extraescolares y que se confirmaron en éste son los *procedimientos orales de descomposición* y de *agrupamiento repetido* (Carraher, 1995), los *procedimientos híbridos* y *algoritmos adaptados* sobre algoritmos escolares (Solares, 2012) y *soluciones memorizadas* (Lave, 2011).

De acuerdo con los datos obtenidos en el presente estudio, se puede afirmar que las tareas de proporcionalidad que se resuelven en las actividades laborales están cargadas no sólo de significado matemático sino también "social". Para el análisis y la comprensión de las características que definen a las tareas y técnicas, se hace necesario considerar los *recursos de estructuración* proporcionados por los contextos específicos (Lave, 1991). Por ejemplo, el sistema de medición de capacidad propio de la venta de agua constituye un *recurso de estructuración* que permite aplicar tanto *soluciones memorizadas aprendidas en el contexto* (sin hacer cuentas), como la técnica situada de *normalización de medidas* o una gran diversidad de técnicas (*builidng-up*, *descomposición de cantidades*, etc.); esta diversidad de posibilidades permite elegir la técnica más eficiente, combinar su uso con otras y verificar resultados, dando así forma a los cálculos que se efectúan. Otro de los recursos de estructuración de las técnicas encontradas viene dado por las características del sistema monetario. En las observaciones de la actividad laboral es clara la estrecha relación entre las técnicas y las formas de manejo del dinero, las *descomposiciones de cantidades* y las operaciones (aditivas y multiplicativas) por *múltiplos de 10* se realizan teniendo como referencia al dinero y las característica del sistema monetario.

Las interacciones con los demás participantes constituyen otro recurso de estructuración de las técnicas que usan los menores trabajadores. Se encontró que se privilegian los procedimientos que permiten cumplir con la premura que demanda la actividad y la obtención rápida y eficiente de los resultados; por ejemplo, a pesar de su carácter "limitado" en términos de exactitud de resultados o la complejidad de las operaciones que permite hacer, se privilegia el *cálculo mental* debido a que permite efectuarlo al mismo tiempo que se hace otra cosa, como sostener la manguera de la pipa o no perder de vista cuánto marca la báscula cuando el acopiador pesa el cartón que se vende en el depósito.

Es interesante señalar que, a diferencia de otros estudios (ver por ejemplo, Solares, 2012), no se observó el uso de herramientas de cálculo ni de registros escritos. Esta ausencia se explica en términos de los rasgos que caracterizan a las actividades laborales observadas, que, por una parte, exigen priorizar las interacciones y la realización de otras actividades mientras se realizan los cálculos, lo cual dificulta enormemente el hacer cuentas por escrito o llevar una calculadora y usarla en medio de la realización de la actividad. Y, por otra parte, la actividad misma proporciona técnicas eficientes para su realización.

Cabe aclarar que esto no significa que en otros momentos de la realización de las actividades laborales no aparezcan registros escritos o se usen herramientas de cálculo. Respecto a lo escrito, por ejemplo, Ricardo, en la venta de agua, anota el resultado último de sus cuentas, como una manera de validarlo frente a sus clientes. En la pepena de cartón, se encontraron los carteles que, poco de vez en cuando y sin estar actualizados, se colocan en las entradas de los depósitos mostrando el precio del kilogramo al que se compra cada tipo de material (cartón, papel, vidrio, PET, fierro, etc.) Además, por lo descrito por Inés y doña Mariana, los responsables del depósito sí llevan registros escritos, pero nunca se los muestran a los pepenadores: “tengo que estarme fijando si luego le digo (al acopiador) ¿cuánto fue de esto? [responde el acopiador]: “tú siempre, no estarás buena para amarrar eso (la paca de cartón) pero bien que te estás fijando en las cuentas” —dice doña Mariana—. Queda como un pendiente averiguar cómo se producen esos registros, qué uso se les da y cómo interactúan en torno a ellos los participantes de la actividad, puesto que aún cuando sólo algunos sean quienes los producen, los otros, como doña Mariana, no son indiferentes a ese momento de producción.

Respecto a la calculadora, durante las entrevistas los menores trabajadores la usaron para obtener resultados de operaciones o, incluso, cantidades que les permitieran aproximar las soluciones de las situaciones experimentales planteadas. Además, se auxiliaron de lápiz y papel para resolver algoritmos escolares, algoritmos adaptados, representaciones gráficas y como recursos para apoyar la memoria. Sin embargo, no se observó su uso en la realización de las actividades laborales observadas.

En concordancia con otros estudios (por ejemplo, Lave, 2011; Solares, 2012), en el presente se encuentra que el conocimiento matemático en los contextos laborales se comunica entre los maestros-expertos de la actividad y los aprendices directamente en las situaciones laborales en las que dichos conocimientos se requieren. En la presente investigación, se agrega a los resultados anteriores que, al menos en el contexto laboral de la venta de agua, existen *situaciones de enseñanza situada* organizadas intencionalmente fuera de la realización de la actividad y que buscan comunicar conocimientos que los maestros-expertos consideran importantes para llevarla a cabo.

Además, los resultados del presente estudio muestran usos significativos de técnicas típicamente escolares para la solución de tareas matemáticas de las actividades laborales; por ejemplo, el uso de la técnica de *cubicación* (la fórmula del volumen del prisma rectangular recto) para el cálculo de la capacidad de una cisterna, cuando hay conflicto con el cliente por el precio que se cobra por el llenado; o el uso del algoritmo escolar y usual de la multiplicación de números decimales para el cálculo de la cantidad de dinero que se gana por la venta de cartón.

Tanto la existencia de “relaciones didácticas” en los contextos laborales, como el uso de técnicas escolares en el contexto laboral sugieren fuertemente la cuestión sobre la conveniencia de trasladar al contexto escolar las tareas de proporcionalidad que los menores trabajadores enfrentan, pues se trata de tareas y técnicas sumamente ricas desde el punto de vista matemático. Aunque en este estudio no se aborda el problema de cómo construir en el sistema educativo puentes entre los conocimientos que los menores trabajadores ponen en juego en la escuela y en sus actividades laborales, los resultados hallados llevan a preguntarse: ¿tendría sentido para la escuela reparar en los conocimientos puestos en marcha por los menores trabajadores para resolver problemas de proporcionalidad en contextos laborales específicos y recuperar las situaciones en que esos conocimientos se manifiestan?, ¿cuáles sí tendría sentido y cuáles no?, ¿para qué?, y ¿para quién?; ¿qué implicaciones tendría hacer cruces entre las restricciones propias de la actividad laboral y los contextos en los que se formulan las tareas escolares? Si bien los resultados de esta investigación no permiten responder estas preguntas, sí se puede afirmar que es necesario un diálogo de los resultados de este estudio con los de otras investigaciones realizadas en contextos escolares y profundizar en los conocimientos matemáticos y las relaciones didácticas que tienen lugar fuera de la escuela. Continuar estudiándolos llevará también a comprender mejor cómo funcionan en los contextos escolares.

Pero los resultados de este estudio sí proporcionan elementos para afirmar que los menores trabajadores enfrentan situaciones matemáticas ricas y complejas, tanto por las características matemáticas de las tareas involucradas (tipos de números involucrados, magnitudes, relaciones entre los datos y las incógnitas), como por las técnicas que aplican eficazmente para su solución.

Resulta preocupante que aún con todos esos conocimientos Ricardo haya reprobado el primer grado de telesecundaria y esté en riesgo de reprobar nuevamente; que Jazmín haya dejado la escuela cuando apenas había cursado el primer grado de primaria; o que Irma haya abandonado la secundaria por varios años, aunque ahora estudie en el INEA. Al parecer ellos, como otros menores que trabajan, no han respondido a la exigencia de la escuela y ésta no ha respondido a las necesidades de los menores. ¿Qué futuro le espera hoy a un niño como Ricardo o como Inés cuando la escuela difícilmente los retendrá en su educación básica?, ¿a quién toca retenerlos?

Los niños trabajadores están en las aulas, probablemente más de lo que hasta ahora hemos querido suponer. Dice doña Mariana, mamá de Inés, que ir a la escuela ayuda en el trabajo "porque, pues sí, me ayuda para más o menos guiarme en las cuentas, para no, para no destantearme tanto". Doña Mariana espera que la escuela enseñe a Inés a "valerse por sí misma, si se llega a casar, que según ella no se va a casar nunca, que no, no dependa, sino ella tenga estudios para que sepa ella que tiene algo con que defenderse".

Estos niños y niñas combinan la escuela con el trabajo, e incluso muchos, como Ricardo e Inés, trabajan para poder ir a la escuela. Este estudio permitió encontrarse de manera abierta y directa con los menores trabajadores y hablar de ellos, de sus conocimientos matemáticos, como una manera de dar voz de quiénes son y lo que saben, con la idea de que se hagan visibles a los ojos de quienes les enseñamos.

Referencias bibliográficas

Ávila, Alicia. (2009). "¿Del cálculo oral al cálculo escrito? Constataciones a partir de una situación de proporcionalidad." En J. Kalman, y B. Street (coord.). *Lectura, escritura y matemáticas como prácticas sociales. Diálogos con América Latina*. México: Centro de Cooperación Regional para la Educación de Adultos en América Latina y el Caribe (CREFAL)/Siglo XXI Editores. pp. 223–241.

Becerra, Abigail. (2005). *Trabajo Infantil en México*. Reporte temático, Núm. 4. México: CESOP- Cámara de Diputados LIX Legislatura.

Block, David., Mendoza, Tatiana. y Ramírez, Margarita. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación Básica*. México: SM de ediciones.

Brousseau, Guy. (2000a). Educación y didáctica de las matemáticas. En *Revista Educación Matemática*, Vol. 12. No. 1. Grupo Editorial Iberoamérica. pp. 5 – 38.

Carraher, Terezinha., Carraher, David. y Schliemann, Analúcia. (1995). *En la vida diez, en la escuela cero.* México: Siglo XXI.

Chevallard, Yves. (1999). "L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique". En *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*, 221–266.

Chevallard, Yves. Bosch, Marianna. Gascón, Josep. (1998) *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* México: Biblioteca para la Actualización del Magisterio. Secretaría de Educación Pública (SEP).

Chomsky, Noam. y Heinz, Dieterich. (2003). *La sociedad global. Educación, mercado y democracia*. México: Joaquín Mortiz-Contrapuntos.

CONAPO (2012). <http://www.conapo.gob.mx/index.php?option=comcontent&view=article&id=487&Itemid=1943> (27 de julio de 2012).

Cortés, Fernando. (2006). "Consideraciones sobre la marginación, marginalidad económica y exclusión social. Papeles de población." En *Red de Revistas Científicas de América Latina, España y Portugal*. Vol. 12, Núm. 47, Enero-Marzo. pp. 71 – 84. México: Universidad Autónoma del Estado de México.

Delval Juan. *et al.* (2006). "Experiencia y comprensión. Concepciones sobre el trabajo en menores que trabajan en la calle en la Ciudad de México." En *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. Vol. 11, Núm. 31, pp. 1337-1362, Octubre-Diciembre. México: Consejo Mexicano de Investigación Educativa.

De Agüero, Mercedes. (2006). *El pensamiento práctico de una cuadrilla de pintores. Estrategias para la solución de problemas en situaciones matematizables de la vida cotidiana*. México: CREFAL (en coedición con la Universidad Iberoamericana).

Ferreiro, Emilia., Fuenlabrada, Irma., Nemirovsky, Miriam., Block, David., Dávila, Martha. (1987) *Conceptualizaciones matemáticas en adultos no alfabetizados.* México: DIE-CINVESTAV.

Fuenlabrada, Irma., y Delprato, Fernanda. (2005). "Tres mujeres y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas." En *Revista Educación Matemática.* Vol. 17. No. 003. pp. 25 – 51. Ed. Santillana, México.

Galeana, Rosaura. (1997). *El trabajo infantil y adolescente como instancia socializadora y formadora en, para y por la vida*. Tesis 10. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

García, Virginia. "Medidas del antiguo régimen: medidas con sentido social. En Vera y García (comps.). " En *Metros, leguas y mecates. Historia de los sistemas de medición en México*. Publicaciones de la Casa Chata. México. 2011. pp. 79 – 99.

INEGI (2009). Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo. Resultados del Módulo de Trabajo Infantil. En la *Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo 2009/Instituto nacional de Estadística y Geografía*. Secretaría del Trabajo y Previsión Social. México.

______ (2011). Modulo de trabajo infantil 2011. Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo 2011. Documento metodológico. México.

Lave, Jean. (1991). *La cognición en la práctica.* España: Paidós.

______ (1996). "Teaching, as Learninig, in Practice." En *Mind, Culture, and Activity.* Vol. 3. No. 3. pp. 149 – 164.

______ (2011). *Apprenticeship in Critical Ethnographic Practice*. United States of America: Chicago.

Lave, Jean; Wenger, Etienne. (1991). *Aprendizaje situado. Participación periférica legítima.* Traducción de Carlos Alfaro. Cambridge University Press. New York.

Liebel, Manfred., y Saadi, Iven. (2011). "¿Erradicación de trabajo infantil o trabajo digno para niños trabajadores? Anotaciones al nuevo Informe Global sobre trabajo infantil de la OIT." En *Rayuela. Revista Iberoamericana sobre Niñez y Juventud en Lucha por sus Derechos.* Año 2. Número 4. Mayo 2011. pp. 111 – 115.

López, Miguel. (2001). "La cultura de la diversidad o el elogio de la diferencia y la lucha contra las desigualdades." En Sipán, A. (coord.). *Educar para la diversidad en el siglo xxi*. España: Mira editores.

López, Gema. (2006). "La fuerza de trabajo infantil en México: El ejército infantil de reserva." En *la III Conferencia de la Red Latinoamericana y del Caribe de Childwatch International*, 17 al 19 de julio.

Mariño, Germán. (1997). "Los saberes previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos." *En Conocimiento matemáticos en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la* *educación*. pp. 77 – 100. Chile: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO).

Muñoz, Vernor. (2010). “Promoción y protección de todos los derechos humanos, civiles, políticos, económicos, sociales y culturales, incluido el derecho al desarrollo.” En *Informe Asamblea General de la ONU, 14º periodo de sesiones, 2 de junio.* México: ONU.

Nunes, Terezinha. (2001). “La matemática en la vida y en la escuela: Dos décadas de investigación.” En Lizarzaburu y Zapata (comps.). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos.* España: Ediciones Morata. pp. 234–252.

Nunes, Terezinha., y Bryant, Peter. (2003). “Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño.” México: Siglo XXI.

OIT, (1999). *Datos y cifras sobre el trabajo infantil*. Ginebra.

Rockwell, Elsie. (2008). *Del campo al texto: dilemas del trabajo etnográfico*. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

Solares, Diana. (2011). “Conocimientos matemáticos de niños y niñas jornaleros migrantes: algunas preguntas para la escuela.” En *Rayuela. Revista Iberoamericana sobre Niñez y Juventud en Lucha por sus Derechos.* Año 2. Número 4. Mayo 2011. pp. 101 – 110.

_______ (2012). *Conocimientos matemáticos de niños y niñas jornaleros migrantes.* Tesis de Doctorado. México: Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Soto, Isabel. (2001). “Aportaciones a la discusión sobre la enseñanza de las matemáticas a partir de la didáctica y la etnomatemática.” En Lizarzaburu y Zapata (comps.). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos.* España: Ediciones Morata. pp. 215–233.

Traoré, Kalifa., y Bednarz, Nadine. (2009). Mathématiques de la vie quotidienne au Burkina Faso: une analyse de la pratique sociale de comptage et de vente de mangues. Science - Business Media B.V.UNICEF (2012). *Todos los niños en la escuela en 2015. Iniciativa Global por los niños fuera de la escuela. Completar la Escuela. Un Derecho para Crecer, un Deber para Compartir*. Panamá.

Vergnaud, Gérard. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Trillas.

Anexos

Anexo 1. Entrevista a una maestra-experta en la pepena de cartón: doña Mariana

Objetivos de la entrevista:

1. Indagar sobre los conocimientos (matemáticos y no matemáticos) en torno al oficio de la recolección y venta de cartón (*pepena de cartón*).
2. Indagar sobre la relación "didáctica" entre Doña Mariana ("maestra") e Inés ("aprendiz").

Hipótesis de trabajo:

1. Doña Mariana es una "maestra/experta" recolectora de cartón; así como don Gilberto ("El Gato") es un "maestro pipero", o como don Rafael un "maestro de obras". Además de ser la experta, doña Mariana comunica/transmite ciertos conocimientos a Inés, quien es responsable de algunas tareas específicas en la actividad de la recolección y venta de cartón.

Estructura de la entrevista[112]:

a. Introducción: *¿Quién es doña Mariana?*

a. 1 E: ¿Cómo se inició en este trabajo de la recolección de cartón?
¿Por qué recolectar cartón y no otro material? [¿Por qué no dedicarse a recolectar PET o latas de aluminio que pagan a mejor precio?]

a.2. E: He mirado que, en su mayoría, son los varones quienes se encargan de esta labor que usted realiza, pero ¿hay otras mujeres que trabajen, al igual que usted, en la recolección de cartón? ¿Ser mujer hace que reciba un trato distinto en su trabajo?, ¿le hace más difícil su trabajo?

a.3. E: ¿Hay algún otro trabajo que haya realizado?, ¿en qué otra cosa le gustaría trabajar?, ¿por qué?

---

[112] En adelante (Entrevistadora: E).

b. Sobre los conocimientos involucrados en la recolección de cartón: *El saber hacer en la recolección y venta de cartón (pepena de cartón).*

b.1. E: Si yo quisiera dedicarme a la recolección de cartón ¿qué debería saber hacer?

Nota: Hay dos cosas que se han observado cuando se recolecta el cartón, las cuales parecen difíciles pero además interesantes. La primera es el modo en que se "bautiza" el cartón, y la segunda es la manera en que doña Mariana ata todo el material. Interesa que ella platique sobre esto:

b.2. E: ¿Usted cree que en los depósitos tengan bien calibradas las básculas? ¿Hace usted algo cuando la balanza está mal calibrada (para compensar, para no perder tanto, por ejemplo)? ¿Cómo es esto de "bautizar" el cartón?

Opcional. [Si doña Mariana sólo explicara una manera de cómo se bautiza el cartón se le puede preguntar lo siguiente] Fíjese que la primera vez que miré como bautizaban el cartón, lo hacían echando agua sólo a algunos cartones que usted ya había acomodado de cierta manera, pero después he visto que no siempre se hace igual, entonces ¿por qué a veces se hace distinto?, ¿cómo se hace?

b.3. E: Si en un día de trabajo, además de cartón recolectan periódico, papel de archivo y revoltura, ¿se bautiza todo el material, parejo? El cartón tiene sus formas de ser bautizado, pero ¿los otros tipos de papel se bautizan de la misma manera?

Opcional. [Para hacer más explícita la pregunta, se puede recurrir a lo observado durante el acompañamiento a la actividad laboral] E: Recuerdo que, una vez, de un negocio le dieron varias cajas de cartón pequeñas, forradas de hule y cada una traía un instructivo dentro. Entonces, usted sugirió que las cajas se debían desarmar, pero antes había que sacar el instructivo y quitar el forro; esto con el fin de vender por separado el cartón y el papel blanco. En esta ocasión, se bautizó sólo el cartón y no el papel blanco. ¿Por qué no bautizar también el papel?, ¿no conviene también bautizarlo?, lo digo porque lo pagan más caro ¿no?

b.4. E: La última vez que las acompañé, algunos trabajadores del Office sacaron muchas cajas (de cartón) armadas y desarmadas, ¿se acuerda? Uno de ellos dijo que eran como 200 kilos, pero Inés me dijo que, la verdad, ella pensaba que no eran tantos: “a lo más pueden ser unos 80 kilos” —dijo Inés. ¿Cómo hacen para saber cuánto pesará?, ¿hay que fijarse en algo?

b.5. E: Ese día salieron 64 kilos y usted decidió no bautizarlos, ¿por qué?, ¿cuándo hay que bautizar el cartón?

b.6. E: Me imagino que cuando se bautiza el cartón, y voy a preguntar sobre la segunda cosa que me parece interesante, hay una manera de atar las pacas: ¿Siempre ata del mismo modo el cartón?, ¿cómo lo hace? ¿Un buen acomodo del cartón en qué le beneficia? ¿Cómo me enseñaría a amarrar el cartón?

Nota: Considerar que durante la observación de la actividad se ha llegado a suponer que un buen acomodo del cartón puede estar incluso relacionado con poder estimar la cantidad de éste.

b.7. E: Doña Mariana, ¿qué sucede con los precios del cartón? ¿Cree conveniente comparar el precio del cartón en los otros depósitos, antes de venderlo? ¿En el depósito donde usted decide vender el material, siempre es en el que le dan un mejor precio?

Nota: Considerar que doña Mariana ante la pregunta de qué sucede con el precio del cartón, puede recurrir a palabras de Inés cuando dice: “es como el colesterol” refiriéndose a que éste sube y baja de precio. En este caso se le puede preguntar: ¿sucede lo mismo en todos los depósitos?

Opcional. [Para hacer más explícita la pregunta] De todas las veces que las he acompañado a su trabajo, usted había decidido vender el material en el mismo depósito. Pero la última vez me di cuenta que cambió de depósito [en este caso Doña Mariana hacía referencia, en aquel día, que el motivo por el que no se vendió el material con el acopiador de ese depósito había sido que en días anteriores había tenido un conflicto con él sobre la paga de un material] ¿Qué pasó que ese día cambió de depósito?

b.8. E: [Interesa saber si un “día bueno” o un “día malo” (tal como los menciona Inés), se relaciona con la cantidad total de kilos, o con la cantidad total de dinero, es decir, si el precio del kilo de cartón, influye en el tiempo que doña Mariana dedica a la recolección] ¿Cuánto ganan por un día de trabajo? Por ejemplo: Si sabe que hoy pagan el cartón a un mejor precio, ¿le dedica menos tiempo a la recolección?

b.9. E: Supongamos que en un día recolectan cerca de 10 kilos de cartón y que les pagan a $1.50 el kilo, ¿éste podría considerarse como un “día bueno” o un “día malo”?, ¿qué se hace si es un día malo?, ¿por qué no recolectar PET o aluminio desde el principio? Hubo un día en que las acompañé a hacer el recorrido y, al regreso en el depósito, el cartón recolectado pesó 69 kilos. Pero aquel día pagaron sólo 1 peso con 20 centavos por kilo, ¿ese día también se considera como un “día malo”?, ¿cuánto se obtuvo de ganancia este día?

b.10. E: ¿Cuál ha sido el día, que usted recuerde, que le haya ido mejor en la recolección de cartón?

Supongamos que un día le pagan 121 pesos sólo de cartón ¿cerca de cuántos kilos (de cartón) se habrán recolectado?

b.11. E: Usted comentaba algo acerca de un conflicto que tuvo con el acopiador sobre la paga del “perfil (aluminio)” que llevó a vender. ¿Ha habido veces, en el depósito, que les han querido pagar menos por su material que llevan a vender?, ¿cómo se da cuenta que esa paga no es la que deben darle?

b.12. E: Supongamos que un día están pagando el kilo de papel a $2.00 y el de cartón a $1.00. Digamos que ese día le pagaron $120 por el cartón y el papel que recolectó. ¿Cuántos kilos de cartón y cuántos de papel blanco le estarán pagando?, ¿cuánto dinero está recibiendo por cada material?

c. La relación didáctica: *Doña Mariana una “maestra/experta” e Inés como “aprendiz”.*

c.1. E: ¿Cómo es que usted sabe todo esto que nos dice sobre bautizar el cartón, atar las pacas, sobre cómo “hacer las cuentas”?, ¿de quién aprendió? Y ¿ellos de quién habrán aprendido?

c.2. E: A futuro, ¿trabajarían de la misma manera los tres (usted, Inés y Chucho)?, ¿qué cambiaría?

c.3. E: Veo que Inés sabe hacer varias cosas sobre la recolección de papel. ¿Qué responsabilidades le encarga?, ¿qué necesita saber para realizarlas?, ¿quién le enseñó?, ¿qué le faltaría aprender?, ¿desde cuándo la acompaña a recolectar cartón? ¿Inés usa lo que le enseñan en la escuela?, ¿le gustaría que Inés siguiera estudiando?, ¿qué le gustaría que le enseñaran en la escuela?

Anexo 2.
Análisis previo. Entrevista 1. Situación experimental de la albañilería

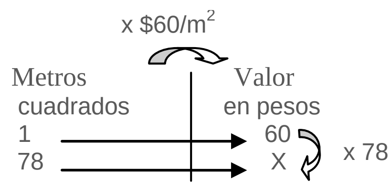
E: Quiero mandar a levantar una barda, ya están los cimientos pero faltan las paredes y los castillos. La barda va a medir 26 metros de largo, 3 metros de altura y va a llevar 7 castillos.

1. Tarea: el cálculo del costo de la mano de obra

E: Si el metro cuadrado de pared está a \$60 y el metro lineal de castillo a \$47, ¿cuánto me cobrarías de mano de obra? Considerando pared y castillos.

1.a) E: ¿Cuánto cobrarías por levantar la pared (los 78 m^2)? Ten en cuenta que se cobra a 60 pesos cada metro cuadrado.

Respuesta: \$4,680 de la pared



Características del problema:

Contexto. El presupuesto de una pared.

Valor unitario. Uno de ellos está dado (1m^2, \$60), siendo el otro: \$1, 1/60 m^2.

Factor constante de proporcionalidad. x \$60/m^2, x 1/60m^2/\$.

Representación de la razón. Factor.

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (m^2, pesos).

cálculo del costo de la mano de obra de la pared	
Metros cuadrados	Valor en pesos por m^2
1	60
78	X

Dominios numéricos. Naturales.

Tamaño de las medidas. Chico.

El valor unitario como múltiplo de 10.

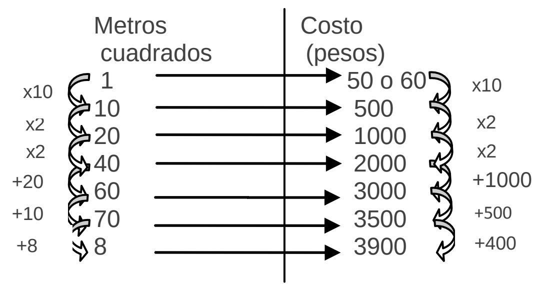
Objetivo: Profundizar en el uso de la razón externa y el valor unitario, en caso de que Ricardo ponga en juego un procedimiento de *descomposición, agrupamiento repetido* o *building up.*

Posibles técnicas de Ricardo:

En esta tarea la técnica de Ricardo puede implicar la descomposición del 78 y el 60: Posible técnica 1: “5x7” 35, agregar ceros, 3500; 5x8, 40, agregar ceros, 400; 500 y 400, 900; 3000 y 900, 3900 y los 10 pesos que faltan, 10x78, 780… 3900 y 780, 4680.

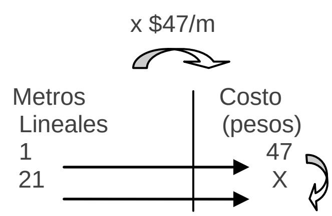
Posible técnica 2: De 10 metros son 500, de otros 10, 1000, de 40 (metros) serían 2000, de otros 20, 3000, 500 de otros 10, 3500 y de ocho 400, 3500 y 400, 3900. Tal vez para calcular lo de 8m^2, al valor de 10m^2 ($500) le reste 100 (lo de 2 m^2) o haga la descomposición de 8x5, 40 y agregue los ceros. Después buscar el valor de 78 m^2 si estuviera a 10 pesos.

Esta técnica estaría relacionada con las razones internas y propiedad aditiva.



1.b) E: ¿Cuánto cobrarías por los castillos (7 castillos, 21m)?

Respuesta: $987 de los castillos.



Características del problema:

Contexto. El presupuesto de la mano de obra por los castillos de una pared.

Valor unitario. Uno de ellos está dado (1m, $47). Siendo el otro: $1, 1/47 m

Factor constante de proporcionalidad. x $47/m, x 1/47m/$

Representación de la razón. Factor

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (m, pesos)

Dominios numéricos. Naturales

Tamaño de las medidas. Chico.

El valor unitario no se presenta como múltiplo de 10.

cálculo del costo de la mano de obra de los castillos	
Metros lineales	Valor por metro (pesos)
1	47
21	X

Posible técnica de Ricardo.

a.3. E: ¿Hay algún otro trabajo que haya realizado?, ¿en qué otra cosa le gustaría trabajar?, ¿por qué?

Posible técnica 1: De 10 metros son 470 (pesos) y 470 (pesos)… 400 y 400, 800 y los 140, 940… más el metro (1 metro), 987 (pesos).

Posible técnica 2: Puede ser que descomponga el 47 (pesos) y lo haga considerando que el costo de cada metro es de 40 pesos para luego operar con el valor de 7 pesos; es decir de 10 metros serían 400 pesos y de otros 10 metros serían 400 pesos más; lo mismo se hace con el 7 al multiplicarlo por 10 metros que serían 70 pesos, más 70 pesos para llegar a los 20 metros, serían 140 (pesos). Después puede sumar el valor unitario de 47 pesos; 400 y 400, 800, más 140, 940 y los 47 de un metro, 987 (pesos).

Posible técnica 3: También puede ser que decida descomponer en 4x2,8… 800; y en 2x7, 14… 140. En este caso el 20 es descompuesto en 2 para después agregar ceros. Luego sumaría: 940 + 47(de 1 metro), 987.

1.c) E: Entonces, ¿cuánto cobrarías por la mano de obra de la barda?

Nota: En este caso se cree que Ricardo sumará ambas cantidades: $4,680 de la pared y $987 de los castillos.

Preguntas opcionales:

E: ¿Cómo le harías para saber cuántos metros cuadrados tiene la barda? Entonces, ¿cuántos metros cuadrados tiene la barda?

Nota: En este caso, no se sabe sobre posibles técnicas que Ricardo puede poner en juego para determinar el área de la barda. Si Ricardo "se detiene", se le ayuda a hacer el cálculo del área.

2. Tareas: cálculos de las cantidades de materiales

E: ¿Qué material se necesita para la pared (ladrillos, mortero, arena)?

E: ¿Qué material se necesita para el castillo (cemento, arena, grava, varillas, anillos)?

E: Aproximadamente, ¿cuánto material se necesita (tabique, mortero y arena para la pared; arena, grava, cemento, varillas y anillos para los castillos)?

2.1. ***Tarea: el cálculo de las cantidades de material para la pared*** (los millares de ladrillo y la mezcla). (Considerando que la barda mide $78m^2$).

Pregunta opcional. E: ¿Cómo venden el ladrillo?

Nota: Ricardo ha mencionado los millares como la unidad de medida en la venta de este material.

2.1.a) E: ¿Cuántos millares de ladrillos necesitarías para levantar la barda? Fíjate que un maestro albañil dice que 1 millar de tabique ligero alcanza para aproximadamente 26 m^2.

Características del problema:

Contexto. El rendimiento del material: cuántos millares de ladrillos para la barda.

Valor unitario. Uno de ellos está dado (1 millar, 26m^2), siendo el otro: 1m^2, 1/26 millar.

Factor constante de proporcionalidad. x 26m^2/millar, x 1/26 millar/m^2.

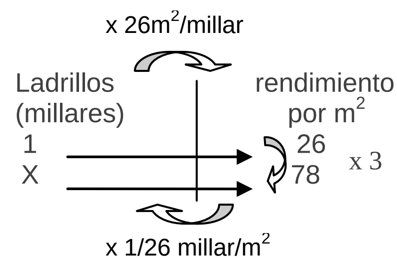
Representación de la razón. Cociente

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (millares, m^2)

Dominios numéricos. Naturales. Las razones se expresan en números enteros.

Tamaño de las medidas. Chico.

cálculo del rendimiento de ladrillo	
Ladrillos (millares)	Rendimiento por m^2
1	26
X	78



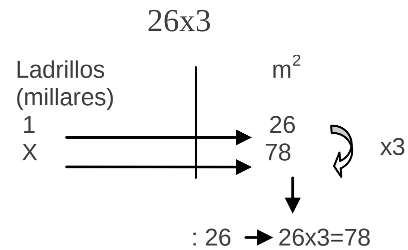
Objetivo. En caso de que en la técnica de Ricardo aparezca implicada la multiplicación “x3”, se pretende profundizar sobre si el “x3” está relacionado con la búsqueda del cociente “÷ 26” o si es usado como factor escalar.

Nota. Este es el primer problema de valor faltante de división durante la entrevista, en donde se pretende “bloquear” el valor unitario, para reconocer si el uso de razones internas se suple, se conserva o se modifica en la técnica.

La técnica de Ricardo puede ser:

Posible técnica 1: Hacer una aproximación a partir de cambiar el 26 por 25 y deducir que 3 veces 25 son 75, entonces determinar que 78 es el triple de 26. Tal vez diga que “26x 3 es 78” y que entonces “3 millares son lo que se necesitan para los 78 m^2”

Posible técnica 2: Con ayuda de sus dedos trate de llevar el control de 26x1, 26x2, 26x3 llegando así al 78, ¿podría esta técnica estar relacionada con encontrar el cociente de 78÷26 y por tanto con la constante de proporcionalidad?, o ¿será que está implicada la propiedad de las razones internas que involucra multiplicar, en este caso, 26x3?



2.1.b) E: Ahora, ¿Cuáles son los materiales que necesitarías al preparar la mezcla para pegar ladrillo? Suponiendo que tu patrón te dice que si tú preparas la mezcla con 1 bulto de mortero y 8 botes de arena, “el rendimiento de esta mezcla viene siendo de 4 m^2”,¿cuántos bultos de mortero y cuántos botes de arena necesitarías?

Respuesta: 19 ½ bultos de mortero y 156 botes de arena.

Características del problema:

Contexto. El rendimiento del material: La mezcla para pegar ladrillo.

Valor unitario. Algunos de ellos están dados (4m^2, 1 bulto de mortero), (8 botes de arena, 1 bulto de mortero).

Factor constante de proporcionalidad. x 4m^2/bulto de mortero, x 8 botes de arena/bulto de mortero, x ½ m^2/bote de arena, x ¼ bulto de mortero/m^2, x 1/8 bulto de mortero/bote de arena, x 2 botes de arena/m^2

Representación de la razón. Factor, cociente, fracción.

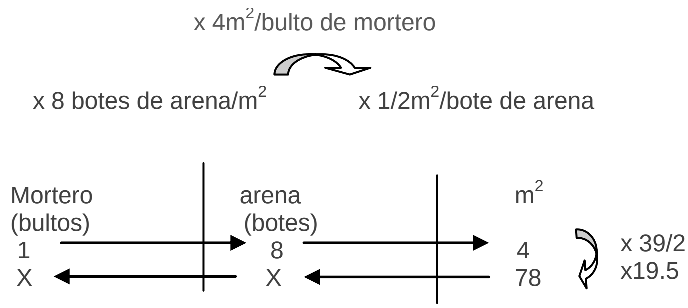
Magnitudes. Son de diferente naturaleza (bultos de mortero, botes de arena, m^2)

Dominios numéricos. Naturales.

Tamaño de las medidas. Chico.

Nota. Este es un tipo de problema *multilineal* en el que se ven privilegiadas las razones externas.

Objetivo. Se pretende profundizar en la técnica de Ricardo cuando, por un lado, la tarea implica un mayor número de relaciones de proporcionalidad, y por otro lado, cuando las constantes de proporcionalidad están privilegiadas por las características cuantitativas de la tarea.



La técnica de Ricardo puede ser:

Posible técnica1: Encontrar la relación entre los botes de arena y los metros cuadrados, así tal vez duplique la cantidad de 78 para obtener la cantidad de los botes de arena (156 botes). Después considerar el valor unitario (1 bulto de mortero, 8 botes de arena) para intentar "dividir" la cantidad de botes de arena (156) entre 8. Para encontrar el valor de los bultos de mortero puede presentarse un *procedimiento sobre la marcha* en el que se aproximará al cociente 156÷8 (específicamente a 156 botes de arena) a través de duplicaciones y obtención de mitades. Nuevamente cabe preguntarse si la técnica estaría implicando el uso de la propiedad de las razones interna, o bien, la constante de proporcionalidad. Por ejemplo, Ricardo puede decir "10x8,80". Si se considera el uso de la constante, la multiplicación 10 x 8 estaría significando 10 bultos x 8 botes por bulto, 80 botes; faltarían 76 para aproximar a 156 botes de arena. Pero si la técnica implica el uso de los factores internos, el 10 representaría 10 veces 8 botes de arena y por tanto, el otro conjunto, 10 veces 1 bulto (10 bultos). Luego podría seguir con: 5x8,40, son 120 (15 veces, 15 bultos), 8x4, 32… 152 (19 veces, 19 bultos), falta 4 para los 156, esto es la mitad de 8 que representa .5 (19.5 bultos).

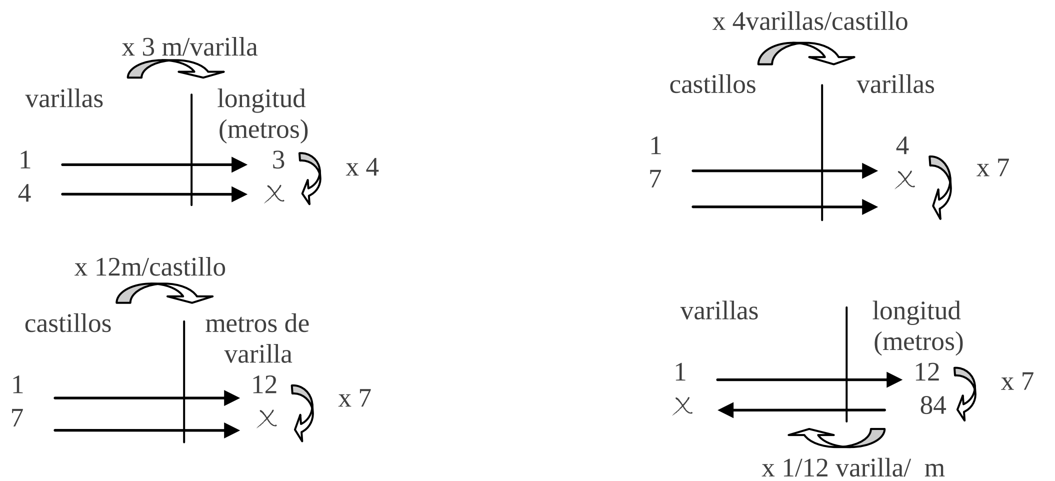
2.2. ***Tarea: el cálculo de las cantidades de material para los castillos*** (las varillas, los anillos y la mezcla).

Pregunta opcional:

E: ¿Qué tipo de mezcla se necesita para los castillos?, ¿se prepara con los mismos materiales que la mezcla para pegar ladrillo?, ¿cuál es la diferencia?

E: Un maestro albañil dio las siguientes cantidades de cemento, arena y grava: “a 1 bulto de cemento se le ponen 5 botes de arena y 7 ½ botes de grava, y dijo que esta mezcla alcanza para 2 ½ metros lineales de castillo”. También dijo que “antes de preparar la mezcla se necesita colocar 4 varillas de 3 m de altura y 15 anillos por cada 2 ½ m de castillo, entonces ya lista la cimbra se hace la mezcla.”

2.2.a) E: Si necesitas para cada castillo 4 varillas de 3 metros, ¿cuántas varillas de 12 metros necesitarías para los 7 castillos?



Características del problema:

Contexto. El rendimiento de las varillas para el armado de catillos en la albañilería.

Valor unitario. En la tarea se presentan dos valores unitarios: 1 varilla, 12 metros (1 metro, $^{1}/_{12}$ de varilla), y 1 castillo, 4 varillas (de 3 metros) (1 varilla (de 3metros), 1/4 de castillo).

Nota. En este problema hay más de una relación de proporcionalidad que puede presentarse durante la técnica. En estas relaciones hay otros valores unitarios que pueden estar involucrados: 1 castillo, 12 metros de varilla (1 metro de varilla, $^{1}/_{12}$ de castillo); 1 varilla, 3 metros (1 metro $^{1}/_{3}$ de varilla); y 1 varilla de 3 metros, 1/4 de varilla de 12 metros. En este caso, puede suponerse que si 1 varilla tiene 3 metros y se necesitan 4 varillas para cada castillo, entonces cada castillo llevará 12 metros y por tanto 1 varilla de esta longitud; así se necesitan 7 varillas de 12 metros de largo para los 7 castillos.

La técnica de Ricardo puede ser:

Posible técnica 1: Poner en juego algunas de las relaciones de proporcionalidad presentadas en los esquemas anteriores. En la búsqueda de cuántas varillas de 3 m se obtienen de 1 varilla de 12 metros, puede aparecer la fracción cómo *fracturador* donde ¼ de varilla de 12 metros equivale a 3 m.

Nota. ¿Ricardo sabrá que una varilla de tamaño comercial estándar es de 12 metros? Esto lo comentó el maestro experto al que se recurrió para saber de algunas cantidades en la albañilería.

2.2.b) E: Si el maestro albañil dijo que se necesitan 15 anillos por cada 2.5 m de castillo, ¿cuántos anillos necesitarías para los 7 castillos que en total tienen una longitud de 21 metros?

Características del problema:

Contexto. El rendimiento de los anillos para el armado de castillos.

Valor unitario. No está dado ni se pregunta por él: 1m, 6 anillos (1 anillo, 1/6 m); 1 castillo, 18 anillos (1 anillo, $^{1}/_{18}$ castillo).

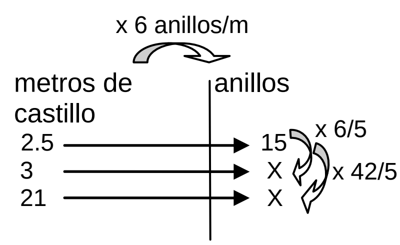
Factor constante de proporcionalidad. x 6 anillos/m, 1/6m /anillo.

Representación de la razón. Factor.

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (metros, cantidad de anillos).

Dominios numéricos. Naturales y decimales.

Tamaño de las medidas. Chico.



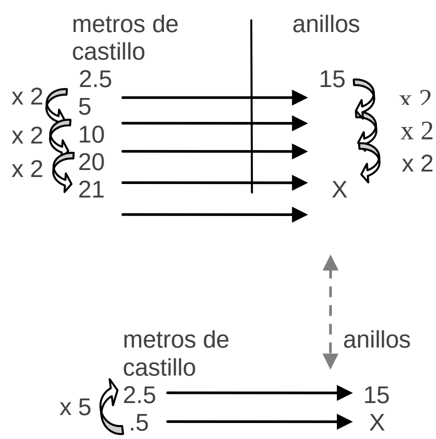
Aunque éste también es un problema típico de valor faltante, la dificultad puede partir de que no se da el valor unitario de cuántos anillos se necesitan para un castillo de 3 metros, o cuántos anillos son por cada metro de castillo; tampoco se pregunta por estos valores unitarios. Sin embargo, puede ocurrir que para calcular la incógnita sea necesario calcular antes el valor unitario de 1m, 6 anillos; o bien 1 castillo de 3 metros, 18 anillos.

La técnica de Ricardo puede ser:

Nota. Cuando Ricardo ha solucionado problemas en los que hay dominios numéricos decimales, estas cantidades representan el valor unitario. En los casos en los que el decimal ha sido mayor a .50, se ha visto que Ricardo descompone en .50 para operar con éste y luego con el complemento; así como duplicaciones, el uso de la propiedad de las razones internas y la propiedad aditiva. Pero cuando aparecen los decimales menores a .50 se ha dado el caso en que el correspondiente a la incógnita ha sido múltiplo de 10, entonces ha aparecido la multiplicación del decimal por 10 y luego aparecen duplicaciones que aproximan la solución. Por otra parte, cuando aparece el decimal como un número mayor a 1, este decimal es descompuesto, desde la técnica de Ricardo se separan los decimales de los enteros, para operar por separado.

Entonces:

Posible técnica 1: Puede suponerse que Ricardo empleé una técnica a partir de las razones internas, duplicando los 2.5 metros y los 15 anillos y continuar con duplicaciones sucesivas. Por otro lado, tal vez, para encontrar el valor unitario (de 1 metro, 6 anillos) descomponga el decimal 2.5 en 5 veces .50 para deducir que a .5 metros (1/2 metro) le corresponden 3 anillos.



Preguntas opcionales:

E: ¿Has cortado varillas?, ¿en cuántas partes? ¿Cuántos anillos necesitarías para un castillo que tiene una altura de 3 metros? (18 anillos).

2.2.c) E: Si para 2 ½ metros de castillo se necesitan 5 botes de arena, 7 ½ botes de grava y 1 bulto de cemento, ¿qué cantidad de estos materiales necesitarías para los 7 castillos (o bien, para los 21 metros lineales de castillo)?

Respuesta: 42 botes de arena, 63 botes de grava y 8.4 bulto de cemento.

Características del problema:

Contexto. El rendimiento del material: La mezcla para los castillos. Cuántos bultos de cemento, cuántos botes de arena y cuántos de grava.

Valor unitario. Uno de ellos está dado (1 bulto de cemento, 5 botes arena, 7 ½ botes de grava, 2.5 m).

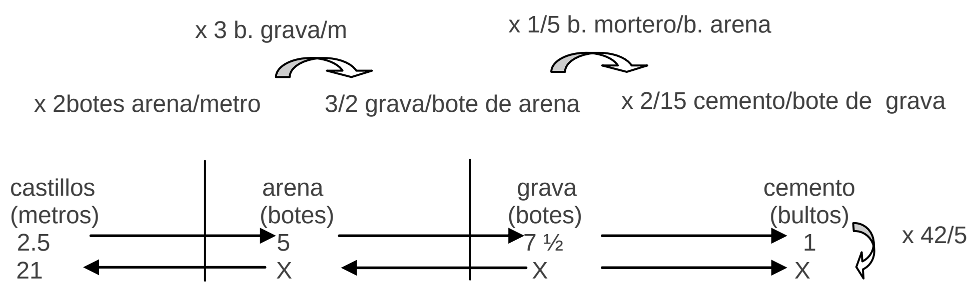
Factor constante de proporcionalidad. x2 botes arena/metro de castillo; ${}^{3}/_{2}$ botes de grava/bote de arena; ${}^{2}/_{15}$ bulto de cemento/bote grava; 3 botes grava/metro de castillo, ${}^{1}/_{5}$ bulto de mortero/bote de arena.

Representación de la razón. Factor, fracción.

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (metros, botes, bultos).

Dominios numéricos. Naturales, decimales y fracción.

Tamaño de las medidas. Chico.



Objetivo. Profundizar en las técnicas cuando en una misma tarea aparecen un mayor número de relaciones, dominios numéricos diversos, y en que aún cuando se trata de privilegiar las razones externas, éstas no corresponden a duplicaciones o a factores enteros.

Nota. Este es un tipo de problema *multilineal* en el que se ven privilegiadas las razones externas. Desde el planteamiento se ha decidido cambiar el orden en el que se mencionan las cantidades, es decir, no se inicia con el valor de 1 bulto de cemento. Puede considerarse que incluso hacer esto puede modificar en algo la técnica de Ricardo.

Si bien Ricardo ha resuelto problemas multilineales, en estos sólo se han puesto en juego tres conjuntos de cantidades, los cuales se relacionaban a partir de las razones externas enteras y en las que también las razones internas han estado privilegiadas.

Puede ser que en esta situación aparezcan conflictos para llegar a una solución, tal vez debido a que en el problema están puestas al mismo tiempo diversas variables.

La técnica de Ricardo puede ser:

Posible técnica 1: Ricardo puede dar solución a partir de considerar el valor unitario; tal vez, primero tome en cuenta la relación entre los bultos de cemento y los botes de arena, identificando que el número de botes es 5 veces respecto al número de bultos; después, reconozca la relación entre los botes de arena y los metros de castillo, identificando que el valor del número de bultos es la mitad respecto al número de botes; para obtener la cantidad de bultos de cemento puede tratar de obtener la quinta parte del número que corresponde a los botes de arena; por último puede dar cuenta que al sumar el número que representa los castillos más el número que representa los botes de arena se obtiene el número que corresponde a los botes de grava.

***3. Tarea: el cálculo de la paga por el trabajo*.**

E: ¿Cuánto ganarás si trabajas como chalán en la construcción de esta barda? Tu patrón te paga de la mano de obra 1%

Respuesta: En la barda Ricardo ganará $56.67

Características del problema:

Contexto. La paga por el trabajo en la actividad de la albañilería.

Valor unitario. No se da el valor unitario.

Factor constante de proporcionalidad. x1%

Representación de la razón. Porcentaje.

Magnitudes. Son de la misma naturaleza (pesos).

Dominios numéricos. Naturales.

Tamaño de las medidas. Grande.

1%	
Ganancia en pesos	Salario en pesos
$ 5, 687	X

Objetivo. Lo que se pretende en esta tarea es profundizar en una situación que implica la noción de porcentaje, la cual se presentó durante uno de los dos momentos que conforman la metodología: la observación de la actividad laboral con Ricardo; él comentó que su patrón le pagaba el 1% de lo que se cobraba por la obra:

Ricardo: Me pagan el 1% de lo que gana él (el maestro de obra).

Observadora: ¿Qué es eso del 1%?

Ricardo: Si él cobra $5,000 yo nomás gano 50 (pesos) al día.

Ricardo: 100 al día, y entonces él ganaría 10, 000 (pesos).

Nota. En este caso, al duplicarse el porcentaje, Ricardo también parece duplicar su salario pero también la ganancia del maestro de obra. Esto lleva a suponer que Ricardo toma el porcentaje como una cantidad y no como una razón:

Observadora: Oye, ¿y el 50% de esos 5,000 pesos?

Ricardo: Serían…2500 pesos.

Observadora: ¿Cómo sabes que son 2,500 pesos?

Ricardo: Porque es la mitad de 5,000; haz de cuenta "dos cincuenta" (2.50) y "dos cincuenta" (2.50)...

Anexo 3
Análisis previo. Entrevista 2. Situación experimental de la venta de agua

<table>
<tr><th>Recipientes estándar</th><th>Capacidad estándar</th><th>¿Ricardo usa una unidad cúbica o usa un precio estándar?, ¿cuál es la unidad de medida que Ricardo usa?</th><th>Preguntas que orientan la identificación de recipientes en el local de plásticos, para plantear las tareas en la entrevista.</th></tr>
<tr><td>Tinaco</td><td>1100 L, 1200 L,
1400 L</td><td>u^3:Tambo (6-7 tambos)
Precio $50</td><td rowspan="13">Recipientes estándar y marcado de referencia.
Identificar los recipientes que:
• podrían ser tomados como los estándar.

1) ¿Hay algún tambo con una capacidad de 200 L?, ¿hay otros con la misma capacidad?, ¿cuáles?
2) ¿Hay cubetas de 10 L?, ¿cuáles otros recipientes tienen la misma capacidad que la cubeta estándar?
3) ¿Qué recipientes tienen capacidad de 20 L?
4) ¿Hay alguna tina con una capacidad de 150 L?
5) ¿Hay tambos, cubetas, botes y tinas con una capacidad mayor que la estándar?
6) ¿Los recipientes estándar tienen un número (portador numérico) que determine su capacidad?, ¿(con qué unidad de medida se asocia dicho número) ese número se refiere a la capacidad en litros de ese recipiente o qué indica? Estos recipientes ¿tienen algunas otras marcas de referencia sobre su capacidad? (este puede ser un portador numérico no explícito o bien líneas de referencia).

• A partir de “los estándar”:
7) ¿qué recipientes pueden tener la mitad, ¾ o ¼ de la capacidad de los estándar?

Mismo tipo v.s diferente forma [diferente capacidad]:
• recipientes que sean del mismo tipo pero que difieran “mucho” de la capacidad del estándar. En estos casos, se podría suponer que Ricardo hará referencia al tamaño (por ejemplo, un recipiente es más grande que otro porque...).

8) ¿Cuántos tamaños de cubeta diferentes hay en el local?
9) ¿A partir de este tambo (el estándar de 200 L), cuál es el tambo más pequeño? [En esta pregunta puede sustituirse “el tambo” por otro recipiente que también suele usarse como el de referencia, o el estándar].
10) ¿Hay, por ejemplo, dos tambos que tengan la misma altura pero que uno sea más “gordo” o más “flaco” que el otro (diferente área de la base pero misma altura)?, ¿qué capacidad tienen estos tambos?
11) ¿Hay, por ejemplo, dos tambos o dos tinas que tengan la misma base pero que una sea más alta o más chaparra que la otra (diferente altura pero misma área de la base)?, ¿qué capacidad tienen estas tinas o estos recipientes?

Misma capacidad v.s diferente tipo
• recipientes que tengan la misma capacidad pero que sean recipientes distintos.

12) ¿Hay alguna tina que tenga la misma capacidad que un tambo?, ¿cuál es la</td></tr>
<tr><td>Tambo</td><td>200 L</td><td>u^3: Cubetas (20 cubetas)
Precio: $7</td></tr>
<tr><td>Tina</td><td>Aproximado a 150 L</td><td>u^3: No se sabe (posiblemente la “normalice” con poco menos de 1 tambo)
Precio: $5</td></tr>
<tr><td>Bote</td><td>20 L</td><td>Precio: $1 ($2 con pipero particular).</td></tr>
<tr><td>Cubeta</td><td>10 L</td><td>Precio: 50 centavos ($1 con pipero particular).</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Recipientes no estándar:</td><td>Parece “normalizarse” a partir del tamaño de los recipientes estándar.</td><td>la u^3 que permite la normalización del recipiente no estándar es la cubeta, el bote y el tambo.</td></tr>
<tr><td>Garrafones</td><td>Se “normaliza” como si fuera un bote estándar.</td><td>u^3: el bote de 20 L.
Precio: $1 ($2 con pipero particular).</td></tr>
<tr><td>Lechera de latón</td><td>Se “normaliza” como si fuera una cubeta estándar.</td><td>u^3: la cubeta de 10 L.
Precio: 50 centavos ($1 con pipero particular).</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Cisternas y piletas</td><td>En el caso de las cisternas y piletas no hay un precio estándar más bien una unidad cúbica (metro cúbico) que permite determinar el volumen, luego se hace una conversión a unidades estándar para determinar el precio.</td><td>u^3: Tambos y tinacos (son las u^3 a las que refiere Ricardo)
u^3: m^3 que se transforman en número de tambos (esto menciona un pipero: don Gilberto).
u^3: m^3 asociados a 1000 L (Efrén, un pipero particular usa esta unidad de medida para "cubicar").</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>El mismo tipo de recipientes que el estándar con ciertas variables</td><td colspan="2">Los recipientes tienen características en donde la “normalización” ya no es suficiente. Aparecen unidades cubicas para determinar la capacidad y sobre ésta el precio; sin embargo,</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>que determinan una capacidad diferente.</td><td colspan="2">por ser recipientes que no coinciden exactamente con la capacidad de los estándar, la unidad cúbica utilizada tiene limitaciones.</td><td rowspan="4">capacidad común?

Misma capacidad - mismo tipo v.s diferente forma
• recipientes que sean los “mismos” pero con distinta forma y la misma capacidad.

13) ¿Hay dos tinas de distinta forma y que ambas tengan la misma capacidad (con diferente forma de la base, tal vez también diferente altura)?

Recipientes de diferente tipo a los estándar

14) ¿Hay recipientes que no sean tambos, cubetas, tinas o botes?, ¿qué forma tienen estos recipientes?, ¿alguno de estos recipientes tienen una misma capacidad que un tambo, una tina, un bote o una cubeta en particular?, ¿cuál es esta capacidad?
15) ¿Habrá algún recipiente elaborado de un material elástico que al momento de llenarlo con agua cambie su forma?</td></tr>
<tr><td>Tinacos</td><td>Algunos tienen un portador numérico sobre su capacidad. Rotoplas: 450 L, 600 L, 750 L, 1100 L, 1200 L, 1400 L.</td><td>Posible u^3: Tambo (200 L)</td></tr>
<tr><td>Tambos</td><td>Su capacidad se determina por su forma:
Chaparro/alto
Gordo/flaco
Ampliación/reducción</td><td>Posible u^3: Cubetas (10 L).</td></tr>
<tr><td>Tinas</td><td>Tamaño y forma diferentes.</td><td>Posible u^3: Tambo (200 L), botes (20 L) o cubetas (10 L).</td></tr>
</table>

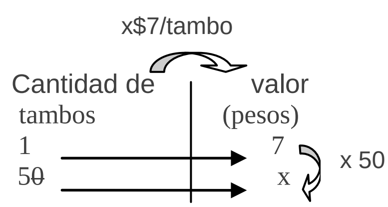
Anexo 4

Análisis previo. Entrevista 2. Situación experimental de la venta de agua (1ª parte)

1. Tarea: el cálculo del costo del tambo de agua para obtener la misma ganancia

E: Un pipero particular comentó que le cambian constantemente el precio de la pipa de agua. Dijo que al menos hay que obtener la misma ganancia independientemente del costo de la pipa. Cuando la cuenta es de 200 pesos, el tambo lo vende a 7 pesos, ¿cuánto obtiene de ganancia?

Respuesta: Si los 10,000 de agua de la pipa se vendiera en tambos de tamaño estándar (200 litros), la ganancia sería de 150 pesos, correspondiente a 50 tambos.



1.a) E: Si esta vez le dejan la pipa a 400 pesos, ¿a cuánto debe vender el tambo con agua? Respuesta: El valor unitario por tambo es de $11.

Nota. Puede suponerse que la tarea dará entrada a explicaciones sobre la actividad laboral, por ejemplo, cómo, cuándo y por qué varía *la cuenta* (la inversión) de la pipa.

En la siguiente tabla están representados los conjuntos de cantidades correspondientes a las magnitudes involucradas en la tarea:

Cuenta (valor en pesos)	Ganancia (valor en pesos)	Venta (valor de *50 tambos* en pesos)	v. u por tambo (pesos)
200	150	350	7
400	150	550	11
300	150	450	9
100	150	250	5

La técnica de Ricardo puede ser:

Nota. Tal vez, Ricardo después de determinar la venta total de los 50 tambos, restará la cuenta de 200 pesos y así obtendrá los 150 pesos de ganancia; la cual en los siguientes problemas se mantendrá constante.

Posible técnica 1: Multiplicar 7x5, decir 35 y después agregar un cero.

Posible técnica 2: Descomponer la cantidad total de tambos: si 1 tambo son $7, entonces 10 tambos son $70, continuar con un procedimiento sobre la marcha en el que 20 tambos serán $140 y, 40 tambos $280, entonces 50 tambos serán $280 más $70. $280 y $20, $300 y los $50 que quedan son $350.

Notas. Al preguntar a Ricardo sobre cuál es el valor unitario por tambo cuando la pipa es de $400, puede aparecer la respuesta inmediata de “14 pesos”, aún después de haber determinado la ganancia que se obtiene cuando la cuenta de la pipa es de $200. Esta respuesta puede relacionarse, por un lado, con las características cuantitativas propias del problema, o por otro lado, con *variables no matemáticas*, vinculadas a la actividad laboral.

Es decir, desde los números implicados en la tarea, que en este caso, representan *la cuenta* como una cantidad de $200 y que después duplica su valor, se puede pensar que favorecen la *duplicación* inmediata del valor unitario, desencadenando la respuesta de “14 pesos”; pero cabe advertir que al duplicar el valor unitario a la par de la cuenta, mientras que la cantidad de tambos permanece constante, la venta total se multiplica por dos obteniendo así el doble de ganancia.

Sin embargo, no se puede asegurar que Ricardo dé la respuesta de 14 pesos sólo porque los números lo favorecen. Podría poner en juego un razonamiento en el que hay variables, implicadas desde la actividad laboral, que lo llevarían a dar tal respuesta; posiblemente él sabe que al duplicar el costo por tambo, aunque la cuenta también suba, será una oportunidad para obtener más ganancia (el doble). Esto estaría asociado con un cálculo, en donde en la estimación de ese valor unitario se estaría buscando la manera de “no perder y ganar lo más que se pueda” (un principio de acción en la actividad laboral); entonces se llegaría a una cantidad en la que se “cobra por arriba”. Pero, también puede ser que la cantidad por tambo esté relacionada con *la costumbre* de cobrar un precio máximo de 14 pesos; posiblemente si sube la cuenta de pipa hay que subir el valor unitario por tambo, y si el incremento es *mucho*, entonces hay que dar el tambo al precio más alto.

Objetivo. Se pretende confrontar a Ricardo con sus explicaciones, de tal manera que explicite sus técnicas para dar solución a la tarea específica, pero además saber a qué otras variables puede dar lugar dicha situación cuando se resuelve en la actividad laboral. Una manera para confrontar es a través de las siguientes preguntas:

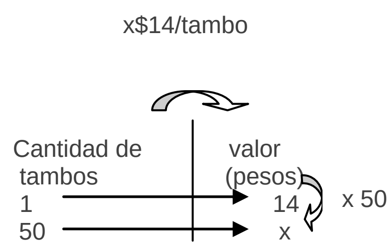
E: Si das ese precio ($14) ¿no estarás cobrando muy por arriba?

E: Yo no he visto que los piperos den el tambo de agua tan caro, entonces ¿ellos estarán obteniendo menos ganancia que otros piperos?

E: ¿Crees que la gente esté dispuesta a pagar 14 pesos por tambo?

E: Pienso que si el agua está a ese precio habrá menos venta, ¿esto le convendrá al pipero?, ¿qué podría hacer él?, ¿tendrá pérdida si la deja más barata?

Las preguntas pueden dar pie a que Ricardo use como una técnica de verificación la solución a un problema de valor faltante, de tipo multiplicativo: si el valor unitario por tambo es de $14 y la pipa tiene 50 tambos, ¿cuál sería la venta total?; y otro de tipo aditivo, en el que a partir de la obtención de la cuarta proporcional se reste *la cuenta*: si la cuenta es de $200 ¿cuál sería la ganancia?



En esta tarea la técnica de Ricardo puede ser:

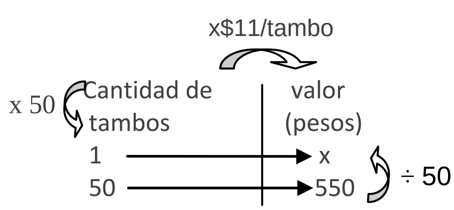
Posible técnica 1: Descomponer la cantidad de 14 pesos, como si el costo por tambo fuera de 10 pesos, de tal manera obtendría $500; después sumaría la cantidad correspondiente a 50 tambos si por tambo se cobrara 4 pesos, es decir, 5x4, 20 y al agregar un cero 200 (pesos), más los $500, $700 (correspondiente al doble de la venta).

Si x=$700

$700 - $400= ganancia

Si Ricardo obtiene el valor de 300 pesos, posiblemente dará cuenta de que esta cantidad representa el doble de la ganancia. Esto puede desencadenar la búsqueda del 550 que representa *la cuenta* más *la ganancia* ($400 + $150), pero como un valor encontrado sobre la marcha; es decir, es un número que, desde el procedimiento, se busca como aquel que “restándole 400 (la cuenta) dé 150 (la ganancia)”. Este número tal vez sea buscado a partir de estimaciones sucesivas, que se verifican a partir de multiplicar el número estimado por 50 tambos y restar la cuenta; si el valor de la ganancia es distinto de 150 puede aparecer una nueva estimación obteniendo un valor aproximado al requerido como precio por tambo.

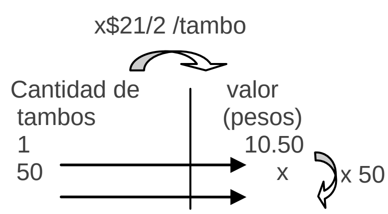
Posible técnica 2: Si Ricardo anticipa que el valor de la venta más la ganancia es de $550, podría aparecer un procedimiento para “dividir” esta cantidad entre 50 (tambos) y encontrar el valor unitario usando las cantidades que se hacen explícitas en el problema. Un procedimiento que Ricardo ha mencionado como “un método” cuando está implicada una división es que “*para alcanzar algo, haz de cuenta… tú tienes una cifra ¿no?, tienes que ir buscándole, haz de cuenta… por “tanto” no me alcanza, otro número más alto, a ver… no ya me alcanza, otro hasta que me dé el exacto”.* En este caso, Ricardo estaría recurriendo a cálculos sobre la relación entre ambas magnitudes, en donde de fondo, se podría estructurar como un problema típico de valor faltante, que se resuelve en principio por una división de tipo reparto, como se muestra en el siguiente esquema:



1.b) E: Fíjate que después bajó el costo del agua sin llegar a su precio común de 200 pesos. Al pipero por llenar la pipa, esta vez, le cobran 300 pesos, ¿cuál sería el costo por tambo?, recordando que, al menos, debe obtener la misma ganancia.

Nota. Durante la observación de la actividad en la venta de agua, se le planteó a Ricardo un problema similar. La respuesta fue estimar que el valor unitario por tambo era de 10 pesos con 50 centavos y agregó*: "A mí me conviene que me la dejen de a 300 (pesos la pipa) porque es más fácil de a 10.50 (diez cincuenta) sacar la cuenta, es más rápido…"* Tal respuesta, lleva a considerar dos cosas para la entrevista, cuando Ricardo dice que es más rápido sacar la cuenta: 1) ¿él referirá a que si el valor unitario por tambo es mayor a $7, entonces con un menor número de tambos vendidos se sacará la cuenta?; o 2) ¿él referirá a que es más fácil ("más rápido") hacer el cálculo para determinar el costo del agua vendida?

Es en este sentido que Ricardo puede dar nuevamente la respuesta de $10.50. Sin embargo, al dar solución al problema 1, esta cantidad puede aparecer con el fin de ser verificada, determinando cuál es la venta total de los 50 tambos, si cada uno costara $10.50 y posteriormente restar la ganancia:



En este caso, puede suceder que Ricardo descomponga la cantidad $10.50, para sumar por un lado las "monedas" de 10 pesos y por la otra las de 50 centavos, así sumar ambas cantidades y determinar el valor de los cincuenta tambos.

Entonces si x= $525

$525 - $300= ganancia

Si Ricardo sabe que al vender el tambo a $10.50, la ganancia obtenida corresponde a $225, tal vez, orientará un procedimiento para ir aproximando hacia abajo el valor unitario por tambo; puede ser que decida que el precio de cada tambo es de 10 pesos y así nuevamente verificar a partir del procedimiento de obtener: 500 – 300 =200. Entonces posiblemente recurrirá a seguir aproximando el valor unitario de tal manera que la cantidad dé exactamente los 150 pesos de ganancia.

Las preguntas para confrontar a Ricardo son las siguientes:

E: Entonces si la dejas a 11 pesos cuando la cuenta es de 400 pesos, ¿acá (cuando la cuenta es de $300) sólo le bajas 50 centavos?

E: ¿Cuánto sería lo menos que el pipero podría dejar el tambo?

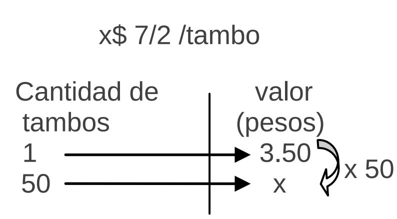
En la tarea planteada, la técnica de Ricardo puede ser:

Posible técnica 1: Él puede tomar como referente que $11 es el precio por tambo cuando la cuenta de la pipa era de $400, y que su correspondiente es $7 a $200. Entonces, si de $7 a $11 hay $4 de diferencia, y de $200 a $400 hay $200 de diferencia; esos $4 corresponden al incremento de $200 en *la cuenta*. Por tanto, si *la cuenta* bajó de $400 a $300, o bien subió de $200 a $300, tal incremento representa $100, esta cantidad estaría relacionada a bajar o subir $2 pesos por tambo. Por tanto, el valor unitario bajaría de $11 a $9 o subiría de $7 a $9; siendo así $9 el costo por tambo. En este sentido podría pensarse que en la técnica se pone en juego una relación aditiva entre *las cuentas* y *las ganancias*.

1.c) E: Y si al pipero le dejan la pipa a 100 pesos, ¿le convendría dar el tambo a $3.50?

En esta tarea la técnica de Ricardo puede ser:

Posible técnica 1: En este problema se propone un valor unitario; de entrada, esta variable lo hace distinto a los anteriores, y además podría provocar que sea Ricardo, y no el entrevistador, quien confronte esa respuesta errónea, desencadenado un procedimiento propio. Tal vez, Ricardo no buscará, necesariamente, el valor unitario por el que se pregunta, sino tal vez decida “probar” qué pasa con el valor unitario propuesto. Puede verificar a partir de multiplicar 50 tambos por el valor unitario por tambo, en este caso, por $3.50. Esto se muestra en el siguiente esquema:



Ricardo, tal vez descomponga la cantidad $3.50, para multiplicar por un lado los 3 pesos y por la otra los 50 centavos, así sumar ambas cantidades y determinar el valor de los cincuenta tambos.

Entonces si x= $175

$175 - $100= ganancia

Ganancia= $75

Posible técnica 2: Ricardo puede mencionar aspectos sobre la relación entre el valor unitario y la cuenta, por ejemplo, que si éstas disminuyen en la misma proporción, hay un efecto también proporcional en la ganancia; sin embargo, cabe advertir que la ganancia debe mantenerse constante. Entonces, posiblemente al saber que si el valor unitario por tabo es $3.50, *la cuenta* es sólo $75, y comience a aumentar el valor unitario a $4 o $5 para verificar con un procedimiento que podría aparecer como consistente en el transcurso del problema sobre la misma ganancia (el de buscar el valor de la incógnita al vender 50 tambos y probando con cada valor unitario supuesto).

Posible técnica 3: Puede suponerse que si Ricardo decidiera encontrar el valor unitario sin antes verificar el que está dado por el problema, decida buscar un número (el valor unitario) que multiplicado por 50 tambos dé una cantidad (la venta total) y que al restarle 100 (la cuenta) obtenga 150 (la ganancia); posiblemente estimar sobre $5 será casi inmediato, pues 5x5, 25 al que agregando el cero correspondiente daría 250-100, 150.

Las preguntas para confrontar son:

E: ¿Qué pasaría si la da a $3.50?, ¿perdería?

2. ***Tarea: el cálculo del costo del tambo de agua para obtener el doble de ganancia***

2.a) E: Aprovechando que, por ahora, la pipa tiene un costo de 100 pesos, el pipero quiere obtener el doble de ganancia, ¿a cuánto crees que vendió el tambo de agua esta vez?

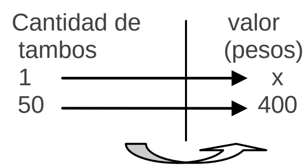
Cuenta (valor en pesos)	Ganancia (valor en pesos)	Venta (valor de *50 tambos* en pesos)	v. u por tambo (pesos)
100	150	250	5
100	300	400	x

Nota. Esta tarea, en comparación con la anterior, implica una misma estructura; lo que varía es la magnitud que se duplica, en este caso, la ganancia.

Posible técnica 1: Se considera que las cantidades implicadas favorecerán la identificación del número correspondiente a la venta total de los 50 tambos: la cuenta más el doble de ganancia, y posiblemente éste sea dividido entre el número de tambos:

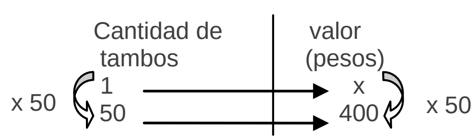
$100 + $300 = $400/50 tambos

Por un lado, si se busca un número que multiplicado por 50 dé 400, podría estar relacionado con identificar el número que hace pasar de 50 tambos a su valor de 400 pesos y por tanto, ese mismo número es el que también hace pasar de 1 tambo a su valor unitario, como se muestra en el siguiente esquema:



50 por “otro número” para que dé 400. Como una manera de llegar al cociente.

Por otro lado, puede no anticiparse, de entrada, por cual número se multiplicará 50 tambos, aunque se sepa que el producto deberá ser 400 pesos. Durante la técnica, este número puede buscarse considerando que para llegar a 50 tambos, 1 tambo se multiplicó por 50; entonces el valor unitario por tambo deberá ser un número que multiplicado también por 50 dé 400.



En ambos casos el valor correspondiente a 1 puede ser buscado por aproximaciones, en donde se pruebe con diferentes valores unitarios multiplicados por 50 (tambos) hasta llegar a 400 (pesos). También podría presentarse una descomposición del 50 para operar sólo con el 5 y luego agregar un cero, identificando que al multiplicar 5 por 8 (pesos) se obtiene 40, y que al agregar un cero da 400 (pesos).

2.b) E: Entonces si la cuenta en ODAPAS es de 190 pesos, la ganancia corresponde a 160 pesos ¿a cuánto podrías vender el tambo para obtener el doble de ganancia?

Nota. En este caso, cambia el valor de las cantidades, éstas son las que se presentan en la actividad real de la venta de agua en la pipa; posiblemente esto dé lugar a otras técnicas, dificultades o conflictos. Cabe preguntarse ¿cómo podrán modificarse las estimaciones de Ricardo con respecto al problema anterior?, ¿qué aproximaciones serán necesarias para determinar el valor unitario?, ¿las cantidades implicadas podrían causar un cálculo más complejo?, de ser así, en la actividad laboral ¿estas cantidades serán la razón para dar entrada a sólo aproximaciones sin llegar a un cálculos exactos, a cobrar por arriba o emplear el redondeo?

Objetivo. Se pretende que esta tarea confirme la relaciones implicadas en las técnicas que Ricardo pone en juego en este tipo de problemas. También saber de qué manera, Ricardo "controla" las cantidades \$190 (la cuenta), \$360 (el doble de ganancia) y 510 (la venta total) a diferencia de las cantidades involucradas en problema anterior en el que se ponen en juego "números cerrados".

Posible técnica 1: Ricardo dará cuenta de que \$320 es el doble de ganancia. Sin embargo, si no toma en cuenta que este problema implica una función afín, podría tratar de determinar el valor unitario a partir de “dividir” \$320 entre 50 tambos, sin considerar la cuenta de \$190:

Cantidad de tambos	valor (pesos)
1 →	x
50 →	320

Posible técnica 1: Al determinar que 510 es la suma de la ganancia más la cuenta, posiblemente Ricardo trate de dividir esta cantidad entre el número de tambos. Tal vez, Ricardo busque un número que multiplicado por 50 dé 510, éste puede ser estimado a partir de multiplicar 50 por 10, 500, y entonces determinar que el valor unitario por tambo es un poco más que 10 pesos, y posiblemente decida aproximar con el número entero siguiente, verificar a partir de multiplicar 50 por 11y ver que éste se pasa, entonces buscará un número entre 10 y 11, tal vez diga 10.50 y verificar, a partir de ahí buscar alguno entre 10 y 10.50, seguir aproximando hasta llegar con el valor unitario.

Nota. A partir del resultado se profundizará en saber si el precio por tambo influyen características propias de la actividad laboral, por ejemplo, facilitar "dar el cambio" durante la venta de agua. Se plantean las siguientes preguntas para confrontar:

E: ¿Lo podría vender casi al mismo precio que vende el tambo un pipero particular?, ¿los vecinos te pagarían ese precio?

E: [Sabiendo que el precio por tambo es de $10.20] Para que te sea fácil sacar “la cuenta”, ¿te conviene este precio? Nota: Es importante identificar si Ricardo hace alusión a “la cuenta” como un tipo de cálculo, es decir, “sacar fácil el cálculo” o si refiere a la inversión como el costo de la pipa.

Análisis previo. Entrevista 2. Situación experimental de la venta de agua (2ª parte)

1. *Tarea: el cálculo del costo de tambos de distinto tamaño*

1. a) E: [Se muestran varios tambos de distinto tamaño] ¿Por cuáles de estos tambos cobrarías 7 pesos?

1. b) E: ¿Cuánto cobrarías por los otros tambos?

Nota. En el local de plásticos se identificaron tambos con diferente capacidad, los cuales tienen un portador numérico en litros: 80 L, 56L, 60L, 88L, 90L, 120L, 100L, 22L. Si se obtiene el costo por el agua de estos recipientes (considerando el valor unitario por litro), éste puede ser por ejemplo $2.80, $1.96, $2.10, $3.08, $3.15, $4.20, $3.50, 77 centavos; mientras que otros recipientes no tienen portador numérico.

Posible técnica: Tal vez pueda pasar que Ricardo busque en algunos recipientes el numero de litros, sobre todo en los que considere casi de 200 litros o de 100 litros. En los demás casos se espera que Ricardo haga comparaciones cualitativas entre los distintos tambos, por ejemplo, comparando con el tambo estándar (200 litros), bajando de $1 en $1 dependiendo la altura y la forma del tambo. También puede presentarse la "normalización de medidas" en los tambos que parezcan tener la misma capacidad que un bote estándar (20L) o una cubeta estándar (10L).

Preguntas para confrontar:

E: ¿Por qué le vas bajando de a peso ($1)?,

E: Si siguiéramos bajando, ¿seguirías bajando de a peso?,

E: Pero a ver vamos a hacer la cuenta; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ¿y aquí?, ¿toda ésta la regalarías (el agua), o cómo la cobrarías?

2. *Tarea: el cálculo del costo de cubetas de distinto tamaño*

E: [Se muestran varias cubetas de distinto tamaño] ¿Cuánto cobrarías por estas cubetas?

Nota. En la actividad laboral es frecuente que Ricardo regale el agua de una o dos cubetas cuando a los clientes ya les ha vendido agua: "ni modo que se cobren a menos de 50 centavos ¿verdad?" — menciona—. Sin embargo, otro pipero ha dicho que "todo lo que sea más chico que una cubeta se cobra a 50 centavos, parejo..."

Con el fin de profundizar en el cálculo del costo de esta unidad de medida, se aprovecha la diversidad de tamaños de cubetas que hay en el local de plásticos. Algunas cubetas, de acuerdo a su marca o el proveedor, portan un número que da referencia de su capacidad, pero en otras, este número refiere al tipo de cubeta.

Entonces, durante la entrevista se considera que Ricardo mencionará que las cubetas se cobran a 50 centavos pero que algunas se pueden regalar.

Preguntas para confrontar:

E: ¿Por qué las regalas?

E: ¿No que no había que perder?, ¿no pierdes si las regalas?

E: [Si Ricardo dijera que después de tres cubetas se cobran]: ¿Por qué no cobrar la primera?, ¿no pierdes si no cobras la primera?

3. ***Tarea: el cálculo del costo de dos tinas de distinta forma y la misma capacidad***

E: [Se muestran dos tinas de distinta forma pero de la misma capacidad] Una señora dice que le cobran menos por esta tina porque es más corta, (porque es redonda y no larga) que por esta otra. ¿Tú qué dices? ¿Tú cuánto cobrarías?

Nota. En la actividad laboral es frecuente la venta de agua en tinas de metal con una capacidad aproximada de 150 litros, pero no se ha identificado un costo estándar, tampoco qué condiciones determinan el precio, o si hay una normalización en cubetas estándar o en botes estándar. También, muchos de los recipientes construidos con cortes de tambos o tinacos dan la apariencia de una tina, éstas son de diversas formas y tamaños. En algunos casos, cuando la tina parece tener una base "alargada" un pipero explicó que se mide lo largo y ancho como si la base fuera completamente rectangular para luego obtener el volumen de ésta, lo cual permitiría "cobrar por arriba".

Posible técnica: Se espera que Ricardo considere, de entrada, lo que se plantea en la tarea y diga que la señora tiene razón; pero que también al argumentar su respuesta determine un precio específico para cada tina y que al hacerlo muestre técnicas de medición y comparación sobre ambos recipientes. Ambas tinas tienen una capacidad de 100 L (la mitad de la capacidad de un tambo estándar), pero ninguna tiene portador numérico que determine su capacidad. Puede suceder que, en principio, Ricardo determine la capacidad de la tina redonda (tal vez $4) y la tome como referencia para determinar el precio del agua por la segunda tina.

Pregunta para confrontar:

E: ¿Entonces cuánto le cabrá a la otra tina?

4. ***Tarea: el cálculo del costo de recipientes de distinta forma y la misma capacidad***

E: [Se le muestran 2 tambos (uno más alto que otro) y una tina; los tres recipientes tienen la misma capacidad de 90 litros] ¿Cuánto cobrarías por estos?

Nota. Los tambos son recipientes con una fuerte presencia en la actividad de la venta de agua. Para determinar el costo del agua vendida en tambos se ha presentado el uso de unidades de medida estándar (la cubeta o el bote estándar), el uso de medidas antropométricas, resultados aprendidos, y comparaciones con el tambo estándar (200 L). Sin embargo, durante la observación no se ha profundizado sobre qué condiciones determinan la capacidad de dichos recipientes. En esta tarea se pretende saber sobre las mediciones, su relación con los costos de agua vendida, pero además, poner en conflicto la técnica de Ricardo.

Posibles técnicas: Tal vez, Ricardo busque algún portador numérico en cada uno de los tambos, al no encontrarlo puede presentarse que sólo los observe y haga una comparación de su tamaño con respecto al tambo estándar (200 litros). También puede presentarse que use las "medidas normalizadas" para determinar su capacidad usando como unidad de medida la cubeta o el bote. Otra técnica es que ponga en juego un "resultado aprendido" sobre la posible capacidad de cada tambo.

Pregunta para confrontar:

E: [Preguntar a un ‘tercero’ sobre la capacidad del recipiente, o bien, buscar un portador numérico]: ¿Qué crees?, que aquí dice que le cabe lo mismo, ¿tú qué opinas?, ¿será cierto?

Anexo 5
Análisis previo. Entrevista 2. Situación experimental de la pepena de cartón

1. *Tarea: solución de problemas típicos de valor faltante*

1. a) E: En un depósito pagan a $1.30 el kilo de periódico ¿cuánto pagarían por 100 kilogramos?

Características del problema:

Un problema típico de valor faltante que se resuelve en principio por una multiplicación.

Contexto. Recolección y venta de periódico.

Valor unitario. Uno de ellos está dado (1 kg., $1.30), siendo el otro: $1, 10/13 kg.

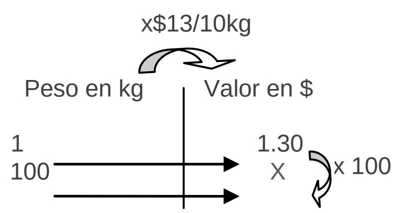
Factor constante de proporcionalidad. x $13/10/kg, x 10/13kg/$

Representación de la razón. Factor.

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (kg, pesos).

Dominios numéricos. Naturales y decimales

Tamaño de las medidas. Chico. El correspondiente de la incógnita como múltiplo de 10.



Posible técnica 1: Inés puede resolver poniendo en marcha un procedimiento de *descomposición de cantidades*, sumando por un lado los pesos y, por el otro lado, los centavos.

Posible técnica 2: En este caso, los centavos son diferente a .50; esto podrá llevar a un *procedimiento híbrido*.

1. b) E: Si quisieras juntar $78, sólo recolectando PET ¿cuántos kilos necesitarías juntar, sabiendo que mínimo te pagan $4 por kg?

Características del problema:

Un problema típico de valor faltante que se resuelve en principio por una división de tipo agrupamiento.

Contexto. Recolección y venta de PET.

Valor unitario. Uno de ellos está dado (1kg., $4), siendo el otro: $1, 1/4 kg.

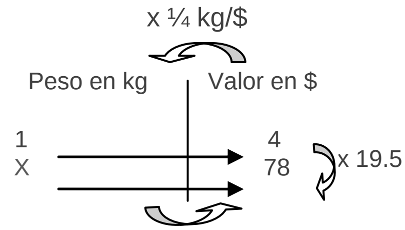
Factor constante de proporcionalidad. x \$4/kg, x 1/4kg /\$.

Representación de la razón. Cociente.

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (kg, pesos).

Dominios numéricos. Naturales. La incógnita es un número con escritura decimal (19.5 kilogramos).

Tamaño de las medidas. Chico.



Notas: Considerar que Ricardo dio solución a un problema, desde el contexto de chalán de albañil, donde se ponían en juego las mismas cantidades de estas tarea. Comparar no tanto el problema sino la técnica generada para el problema.

posible técnica 1: Puede ser que se presente el uso de sucesiones aritméticas (de un lado aumenta 1 y del otro 4), o bien, las duplicaciones como parte de la técnica.

1. c) E: Si en el depósito te pagan 15 pesos por 2.5 kg de PET, ¿cuánto te pagarían por 21 kg?, y ¿a cuánto te están pagando el kilogramo?

Características del problema:

Un problema típico de valor faltante en el que no se pregunta, de entrada, por el valor unitario. Sin embargo, en la búsqueda de éste se resolvería en principio por una división de tipo reparto.

Contexto. Recolección y venta de PET.

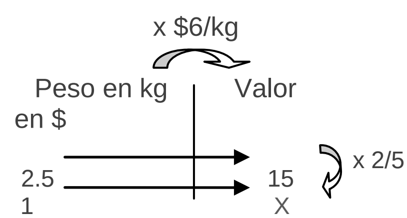
Valor unitario. No está dado y se pregunta por él (1kg., \$6), siendo el otro: \$1,1/6 kg.

Factor constante de proporcionalidad. x \$6/kg, x 1/6kg/\$.

Representación de la razón. Factor.

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (kg, pesos).

Dominios numéricos. Naturales y decimales.



Tamaño de las medidas. Chico. La incógnita es un número entero ($126).

Nota. La técnica de Inés se podrá comparar con la de Ricardo cuando a él se le planteó un problema con características similares pero desde un contexto diferente: Si el maestro albañil dijo que se necesitan 15 anillos por cada 2.5 m de castillo, ¿cuántos anillos necesitarías para los 7 castillos que en total tienen una longitud de 21 metros? Tal vez considerar, ¿Cuántos anillos necesitarías para un castillo que tiene una altura de 3 metros? (18 anillos).

Posible técnica 1: Inés puede resolver tratando de buscar el valor unitario, basando su técnica en la costumbre de que el valor unitario en el contexto laboral está dado. Sin embargo, este número puede ser difícil de encontrar, así que puede tratar de hacer una suma de 2.5 relacionando alternadamente con el valor de $15 hasta llegar a 21 kg.

Pregunta opcional: Bueno, por 2 kilos y ½ te dan $15, ¿cuánto te dan por 5 kilos?, ¿y por 10 kg?, ¿por 20 kg?

1. d) E: Por 30 kilogramos te dan $45, ¿cuánto te dan por kilo?

Características del problema:

Un problema típico de valor faltante en el que de entrada se pregunta por el valor unitario. Está implicada una división de tipo reparto.

Contexto. Recolección y venta de cartón.

Valor unitario. No está dado y se pregunta por él (1kg., $1.50), siendo el otro: $1, ${}^{2}/_{3}$ kg.

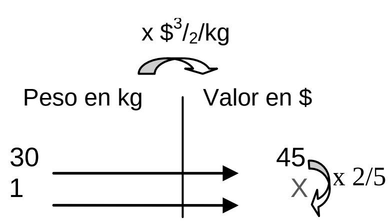
Factor constante de proporcionalidad. x $\$^{3}/_{2}$/kg, x ${}^{2}/_{3}$kg /$.

Representación de la razón. Factor.

Magnitudes. Son de diferente naturaleza (kg, pesos).

Dominios numéricos. Naturales y decimales. La incógnita es un número con escritura decimal ($1.50).

Tamaño de las medidas. Chico.



Nota. Este problema se está considerando porque Inés no ha resuelto un problema de valor unitario. Puede que este tipo de problemas se presente en la actividad, sin embargo, no se ha observado.

Posible técnica 1: Al preguntar a Inés por el valor unitario, es probable que ella tome en cuenta valores unitarios conocidos y comience a probar con ellos tratando de multiplicar por la cantidad de kilogramos hasta llegar al valor en pesos.

2. *Tarea: solución de problemas de comparación de razones*

2. a) E: De acuerdo a los siguientes precios que dan en diferentes depósitos por el cartón que compran, ¿en cuál dirías que se da una mejor paga? [En el contexto laboral el tamaño de las medidas que se relacionan son grandes].

Depósito A. Por cada kilo dan 70 centavos (v.u = $.70)

Depósito B. Por cada 3 kilos dan $4.50 (v.u = $1.50)

Depósito C. Por cada 6 kilos dan $7.20 (v.u = $1.20)

Depósito D. Por cada 15 kilos dan $12 (v.u = $ .80)

Nota. La “mejor paga” no depende sólo de la cantidad en pesos por kilogramo sino también de la cantidad de kilogramos vendida en cada depósito.

Características del problema:

Contexto. Recolección y venta de cartón.

Valor unitario. Uno de ellos está dado en una de las relaciones (1kg., $.70), siendo el otro: ${}^{7}/_{10}$ kg / $.

Dominios numéricos. El valor que le corresponde a la unidad de kilogramos está representado con un número decimal. Aunque en la relaciones para comparar la magnitud en pesos se representa con números decimales y naturales. Mientras que la magnitud en kilogramos se da en números enteros múltiplos de 3.

Tamaño de las medidas. Los valores numéricos son números chicos.

Número de comparaciones. 4 relaciones puestas en juego.

Posible técnica 1: Tal vez, Inés ponga en marcha la técnica de “igualar un término”.

Posible técnica 2: El contexto de dinero y la costumbre de saber el valor unitario por kilogramo de material puede llevar a Inés a la búsqueda del correspondiente a la unidad de kilogramos en pesos, probando con distintos valores unitarios conocidos.

2. b) E: En un día de trabajo recolectas varios materiales. Cuando llegas al depósito los pesan y te dicen que son 9 kg de revoltura, 12 kg de periódico, 35 kg de papel blanco y 73 kg de cartón. Además del depósito de Don Armando, hay otro en el que pagan un precio distinto por cada tipo de material. Hay que vender todo el material en el mismo depósito, ¿en cuál te conviene más?

Estos son los precios por kilogramo que pagan en cada depósito:

Depósito de Don Armando. Revoltura: 60 centavos Periódico: $1.50 Papel de archivo: $2.50 Cartón: 70 centavos	Depósito "San Luis" Revoltura: 50 centavos Periódico: $1.30 Papel de archivo: $1.00 Cartón: $1.25

Características del problema: Una situación matemática en la actividad laboral que desempeña Inés, puede hacer referencia a la *comparación de razones* que se ponen en juego un mayor número de relaciones.

Contexto. Recolección y venta de distintos materiales en el depósito de desperdicios.

Valores unitarios. Están dados en cada relación. Se da el valor correspondiente a la unidad por kilogramos de cada tipo de material y en cada depósito.

Dominios numéricos. Todos corresponden a valores numéricos representados con decimales.

Tamaño de las medidas. Los valores numéricos son números chicos.

Nota. El lugar en el que conviene vender el material no depende sólo de la cantidad en pesos por kilogramo que ofrece cada depósito, sino de la cantidad de kilogramos que se vende, ésta a su vez, relacionada con el tipo de material.

Posible técnica 1: La solución al problema puede ser cualitativa; donde el conflicto se encuentre principalmente en la comparación entre el peso y precio del papel de archivo, y el precio y peso del cartón que se da en ambos depósitos. Tal vez Inés pueda decir que vendería con don Armando todo el material excepto el cartón, para vender éste en el otro depósito. Sin embargo, cuando se le planteé la condición de vender todo el material en un mismo depósito, Inés buscará la paga por todo el material en cada depósito; o tal vez, ponga la mirada en calcular los materiales en los que hay mayor cantidad de kilogramos recolectados.

3. *Tarea: solución de problemas que involucran una función afín*

E: En un día de trabajo se juntó cartón y papel de archivo. Sabemos que por cada kilogramo de cartón pagan $1.50; y por cada kilogramo de papel de archivo pagan $2.50. Cuando se vendió en el depósito, por ambos materiales pagaron $120 ¿cuántos kilos de cartón y cuántos de papel blanco te pagaron?, ¿cuánto dinero recibiste por cada material?

Contexto. Recolección y venta de cartón.

Valores unitarios. Se dan los dos valores unitarios por kilogramo de cada tipo de material: 1 kg., $1.50; y 1 kg., $2.50.

Dominios numéricos. Corresponden a números naturales.

Tamaño de las medidas. Los valores numéricos son números chicos.

Notas. Un tipo de problema como el que se plantea puede presentarse en la pepena de cartón. En el momento en que doña Mariana, Inés y Chucho llegan al depósito, les pesan el material recolectado; después, es Doña Mariana quien recibe la paga. En el depósito puede pasar que quien se encarga de pesar, no les indica el peso de cada material, en este caso, sólo se recibe la paga. Aunque se sabe el valor correspondiente por kilogramo de cada material que se vendió, la cantidad que se paga es por ambos materiales y en conjunto.

Hay varias maneras a través de las cuales Inés puede resolver la tarea. Una de estas maneras es a partir de la estimación que se realiza en el momento en que se va pepenando el cartón u otro material; ya sea doña Mariana o Inés, estiman la cantidad de kilogramos de cartón que está sobre el diablo (tal vez, esta estimación, relacionada con el volumen del material), y entonces a partir del valor unitario por kilogramo también estiman la cantidad de pesos que recibirán en el depósito. En este caso, la tarea ya no requiere otro cálculo si la paga que reciben en el depósito se aproxima a la estimada durante la pepena del cartón, esta estimación puede hacerse de manera separada por cada tipo de material para después sumar ambos resultados, es decir, ésta sería una solución anticipada al momento de vender el cartón.

Posible técnica 1: Puede suceder que Inés considere que de cada \$4.00, \$1.50 corresponde a cada kilogramo de cartón y \$2.50 a cada kilogramo de papel de archivo. Entonces por \$120, \$45 corresponden a la paga por el cartón y \$75 a la paga por el papel de archivo. En este caso una solución puede ser que tanto los kilogramos de cartón como los kilogramos de papel de archivo sea el mismo, ambos materiales corresponder a 30 kilogramos. Sin embargo, cabe señalar que esta solución sería ajena al contexto, pues no se pepena 1 kilo de cartón por cada kilo de papel de archivo, o viceversa.

Nota: El problema, que le demanda la actividad laboral a Inés, puede ser visto desde la siguiente representación algebraica: $ax + by = z$. En esta representación hay dos incógnitas correspondientes a los kilogramos de cartón y de papel de archivo.

No obstante, la tarea a veces puede cambiar, por ejemplo, cuando doña Mariana está al pendiente de cuántos kilogramos marcó la báscula o cuando el acopiador grita la cantidad de kilogramos que pesa alguno de los materiales. Suponiendo que se sabe el peso de, al menos, uno de los materiales, la tarea sería: sabiendo que en el depósito pagan el kilogramo de cartón a \$1.50 y por cada kilogramo de papel de archivo se reciben \$2.50 ¿Cuántos kilogramos se habrán recolectado si al final de la jornada pagan \$120, de los cuales \$75 son de la venta de cartón?, ¿cuántos kilogramos de papel de archivo están pagando?