

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL



SECRETARÍA ACADÉMICA

COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

Creencias y conocimientos de profesores de educación primaria y sus relaciones en la práctica escolar al trabajar problemas matemáticos.

Tesis que para obtener el grado de
Maestro en Desarrollo Educativo
Presenta

Miguel Ángel Sánchez Álvarez

Directora de Tesis
Dra. Verónica Hoyos Aguilar

México, D.F.

Diciembre, 2014

Agradecimientos

Al programa de becas del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico para la realización de este trabajo de tesis y en especial por el financiamiento otorgado para la estancia de investigación en la Universidad de Alicante, España.

A mi directora de tesis Dra. Verónica Hoyos Aguilar por su diligente asesoría durante todo el trayecto del programa de maestría y elaboración de la presente investigación. Sin su acertada orientación e inteligentes consejos la conclusión de este trabajo no habría llegado a buen término.

A los distinguidos lectores de tesis Dra. Mariana Sáiz Roldan (Universidad Pedagógica Nacional), Dr. Salvador Llinares Ciscar (Universidad de Alicante, España), Dra. Julia Valls González (Universidad de Alicante, España) y Mtro. Iván Rodolfo Escalante Herrera (Universidad Pedagógica Nacional), por sus valiosas aportaciones en la mejora de este escrito.

A la Universidad Pedagógica Nacional, a la planta docente de la Maestría en Desarrollo Educativo, al personal administrativo de la Coordinación de Posgrado y en especial a todos los profesores de la línea de Educación Matemática por brindarme sus conocimientos y contribuir a mi desarrollo profesional.

A la Dirección de Educación Especial y sus autoridades por su apoyo con la beca comisión para cursar de tiempo completo la Maestría en Desarrollo Educativo.

A la Universidad de Alicante España, a la Facultad de Educación y su honorable planta académica y en especial a los Doctores Salvador Llinares Ciscar y Julia Valls González por su cálido recibimiento e invaluable aportaciones durante mi estancia en Alicante.

A todas las personas que de alguna manera contribuyeron a la realización de este proyecto de investigación, es especial a los profesores de educación primaria que colaboraron conmigo en esta tesis, ejemplos de servicio y dedicación a la educación infantil.

A todos Ustedes muchas gracias.

Dedicatoria

Por toda tu paciencia y amor incondicional
A mi compañera de vida en 25 años
Con amor para mi esposa Martha

A mis hijos Belén Alhelí, Sara Miriam y Miguel Ángel
que este trabajo les inspire a construir
su propio futuro.

A mis padres Ángel (q.e.p.d.) y Josefina
A mi hermana Norma Angélica
Por su apoyo y confianza

A Ustedes, mi familia.

INDICE

	Página
Introducción.....	7
Capítulo 1. Antecedentes y contextualización.....	11
1.1 Las creencias y concepciones de los profesores al enseñar matemáticas.....	11
1.1.1. Diferencias entre creencias y concepciones de los docentes.....	12
1.1.2. Las creencias de los profesores de educación primaria.....	16
1.1.3. Las creencias de los docentes sobre la naturaleza de las Matemáticas.....	18
1.2. El modelo de enseñanza de las matemáticas.....	19
1.3. El enfoque de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas.....	20
1.2.1. La Educación Matemática y la resolución de problemas.....	21
1.2.2. Definiendo el problema matemático.....	22
1.2.3. La resolución de problemas en el currículo de la educación básica.....	25
1.3. Competencias docentes para la enseñanza de las matemáticas en México.....	26
1.4. Los conocimientos docentes en la práctica de la enseñanza de las matemáticas.....	29
1.5. Planteamiento del objetivo de investigación.....	35
Capítulo 2. Marco teórico.....	36
2.1. Retomando el significado de creencias.....	36
2.1.1. La estructura de las creencias.....	38

2.1.2. La organización de las creencias. Las creencias como organizadores de la persona.....	39
2.1.3. Las creencias en la enseñanza y el aprendizaje.....	42
2.1.4 Las creencias de los docentes.....	44
2.1.5 Recapitulando sobre las creencias.....	45
2.2. Las competencias docentes y las creencias.....	48
2.2.1 El modelo del conocimiento docente desarrollado en contexto.....	48
2.3. Planteamiento del problema de investigación.....	52
Capítulo 3. Método.....	54
3.1. Participantes y contexto.....	54
3.2. Métodos de investigación sobre las creencias y los conocimientos de los docentes.....	56
3.2.1 Las creencias y sus métodos de investigación.....	56
3.2.2. Los conocimientos y sus métodos de investigación.....	58
3.3 Instrumento de recogida de datos.....	59
3.3.1 El cuestionario.....	59
3.3.2 Estudio de caso.....	61
3.4. Análisis de los datos.....	64
3.4.1. Primera fase: Los mapas cognitivos.....	64
3.4.2.1 Categorías de análisis de las creencias de los docentes.....	66
3.4.3. Segunda fase: Relaciones entre los conocimientos de la docente y sus creencias en un contexto determinado.....	68
3.4.3.1 Categorías de análisis de los conocimientos de los docentes.....	68
Capítulo 4. Resultados.....	71
4.1. El contenido de las creencias de los docentes.....	71

4.1.1. Contenido de las creencias sobre qué son las matemáticas.....	71
4.1.2. Contenido de las creencias sobre qué es el pensamiento matemático.....	76
4.1.3. Contenido de las creencias sobre qué es un problema matemático	79
4.1.4. Contenido de las creencias sobre cómo resuelvo un problema matemático.....	84
4.1.5. Creencias sobre qué contenidos o temas son de mayor dificultad para mis alumnos.....	90
4.1.6. Creencias sobre que estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en que mis alumnos presentan mayor dificultad.....	91
4.1.7. Creencias sobre que contenidos o temas de los programas de estudio de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos.....	92
4.1.8. Creencias sobre qué temas o contenidos de los programas de estudio de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos.....	93
4.2. Estudio de caso.....	93
4.2.1. Reflejo de las creencias de la docente en su práctica cotidiana.....	94
4.2.2. El Conocimiento del contenido matemático	99
4.2.3. Conocimiento del contenido pedagógico	103
4.2.4. Conocimiento de las cogniciones de los alumnos en matemáticas.....	109
4.3. Posibles relaciones entre conocimientos y creencias de la docente.....	112
Capítulo 5. Conclusiones.....	114
Referencias bibliográficas.....	123
Anexo 1.....	131
Anexo 2.....	141
Anexo 3.....	159

“Somos, no tanto por lo que pensamos, sino por lo que creemos.”

René Descartes (1596-1650)

INTRODUCCIÓN

En este trabajo de investigación se presentan resultados que tienen que ver con las creencias y conocimientos de los docentes de educación primaria y sus relaciones en la práctica escolar al trabajar la resolución de problemas matemáticos. Se presentan también reflexiones y consideraciones para la realización de futuras investigaciones sobre el tema.

El interés en el tema de investigación surge a partir de mi experiencia como formador de docentes en Centros de Maestros impartiendo cursos de actualización a maestros de educación básica, principalmente de temas vinculados a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En especial me interesó la indagación de las creencias y conocimientos de los profesores y posibles relaciones al resolver problemas matemáticos en su práctica escolar.

Otro aspecto que me interesó, a partir de mi experiencia como maestro de apoyo en escuelas primarias, adscrito a la Dirección de Educación Especial de la Secretaría de Educación Pública, es en relación a los resultados obtenidos por los estudiantes mexicanos en evaluaciones internacionales y nacionales como PISA y ENLACE, en donde el 55% de los alumnos menores de 15 años no puede resolver problemas sencillos de matemáticas.

Los resultados inferidos en la presente investigación a partir del cuestionario aplicado a 83 docentes de educación primaria concuerdan con lo expresado por Pajares

(1992) quien sugiere que existe una fuerte relación entre las creencias de los profesores, su enseñanza y su planificación, decisiones de instrucción y prácticas en el aula, aunque todavía no se ha estudiado cuidadosamente ni la naturaleza en la adquisición de creencias educativas ni el enlace a los resultados de los estudiantes.

Así mismo, los resultados de esta tesis concuerdan con lo expresado por Nespor (1987) quien argumenta que las personas usan el pensamiento estratégico en la selección de las herramientas cognitivas para resolver un problema, pero las creencias desempeñan la importante función de determinar la tarea a realizar o la definición del problema.

En el primer capítulo se presentan los antecedentes referenciales que permiten tener una visión general de la problemática en la que se centra la presente tesis. Se parte de una revisión en torno a las creencias y concepciones de los docentes al enseñar matemáticas en educación primaria. Se revisan las diferencias entre creencias y concepciones y se centra el análisis en la conceptualización de creencias. Un segundo aspecto que se aborda es el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas y su tratamiento en la educación básica en nuestro país. Organizaciones internacionales como el National Council of Teachers Mathematics (NCTM) y el Informe Cockcroft, recomiendan la adopción del enfoque de resolución de problemas para la enseñanza de las matemáticas, pero tales cambios dependen de reformas institucionales que no pueden llevarse a cabo si no contemplan cambios en los sistemas de creencias profundamente arraigados en los profesores, especialmente las creencias de los maestros sobre la naturaleza de las matemáticas y sus esquemas mentales de la enseñanza de las matemáticas. El tercer aspecto que se revisa son las competencias docentes que desarrolla el profesor de educación primaria al trabajar problemas en el aula escolar

En el capítulo 2 se describe el marco teórico utilizado para abordar el objeto de investigación. Se describen en primera instancia las conclusiones de Pajares (1992) con respecto a las creencias de los docentes. Se describe también el constructo del conocimiento docente desarrollado en contexto de Fennema y Franke (1992), el cual utilizamos para determinar las posibles relaciones entre las creencias y el conocimiento de los profesores de educación primaria en la práctica escolar al trabajar problemas

matemáticos. Al final del capítulo se plantean las preguntas de investigación que guían el presente trabajo de investigación.

En el capítulo 3 se describe en primer término los docentes participantes con los que se trabajó en los momentos de indagación, así como el contexto general en que se dio la intervención. En segundo lugar se presentan los instrumentos de recogida de datos. Finalmente se describe de qué manera se realizó el análisis de los datos recabados.

En el capítulo 4 se describen los resultados obtenidos en las 2 fases de la investigación, se presentan en primer lugar los mapas cognitivos y tablas que muestran las relaciones identificadas en las respuestas de los docentes participantes a las 8 preguntas de los cuestionarios aplicados, a continuación se presenta el análisis de caso realizado con base en una entrevista semiestructurada realizada en contexto en el aula de una docente seleccionada exprofeso y una observación de clase, así como las respuestas al cuestionario de la docente referida.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones de los resultados de la presente investigación que tiene que ver con las creencias y conocimientos de los docentes de educación primaria y sus relaciones en la práctica escolar al trabajar la resolución de problemas matemáticos. Se destaca que el 78.5% de los docentes cuestionados manifiestan una visión platónica de las matemáticas ya que consideran que son una ciencia exacta o formal, una asignatura o materia escolar que tiene que ver con los números, el cálculo y la geometría principalmente, contra solamente un 8.9% de los docentes cuestionados que manifiestan una visión de resolución de problemas en la que relacionan a las matemáticas con problemas o con los elementos, procesos o procedimientos que ayudan a solucionar problemas.

Otro aspecto que resalta es que en cuanto a cómo resuelven un problema matemático los profesores de educación primaria participantes en la investigación, el 58% contestan que resuelven problemas matemáticos analizando, comprendiendo, razonando, haciendo cálculos numéricos, aplicando algoritmos, conceptos o conocimientos (visión platónica), en contra de solamente el 14% de los profesores participantes que manifiestan que resuelven problemas matemáticos utilizando diversas estrategias o caminos para encontrar una de diferentes posibles soluciones (visión de resolución de problemas).

Con base en un estudio de caso de una de las docentes encuestadas, a través de una entrevista semiestructurada y una observación de clase se identifican en su práctica conocimientos relacionados con el contenido matemático en el que se observan los conceptos, procedimientos y procesos de resolución de problemas dentro del dominio en que son enseñados por la maestra. Es posible identificar el conocimiento pedagógico de la docente en relación a los procedimientos de enseñanza como estrategias de planeación, rutinas en el aula, manejo de conducta, organización del aula y motivación del aprendizaje. También se identifica el conocimiento que tiene la docente de las cogniciones de los alumnos en matemáticas

Se concluye la presente investigación al señalar que el desempeño de la docente en estudio sugiere una fuerte relación entre sus creencias, su forma de enseñar y la planificación de sus clases, así como de las decisiones que toma diariamente en su práctica en el aula. Es importante observar que no se ha explorado ni la naturaleza en la adquisición de creencias educativas ni su relación con la comprensión de los estudiantes, lo cual podría ser tema de futuras investigaciones en el campo de la educación matemática.

“Además del uso que un profesor hace de su conocimiento en las situaciones de enseñanza, sus creencias epistemológicas y las condiciones contextuales en las que se toman las decisiones también influyen en su razonamiento didáctico.”

Salvador Llinares (1996, p. 15)

CAPÍTULO 1. Antecedentes y contextualización

En este capítulo se presentan los antecedentes referenciales que permiten tener una visión general de la problemática en la que se centra la presente tesis. Se parte de una revisión en torno a las creencias y concepciones de los docentes al enseñar matemáticas en educación primaria. Se revisan las diferencias entre creencias y concepciones y se centra el análisis en la conceptualización de creencias. Un segundo aspecto que se aborda es el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas y su tratamiento en la educación básica en nuestro país. El tercer aspecto que se revisa es la competencia docente que desarrolla el profesor de educación primaria al trabajar problemas en el aula escolar, así como los conocimientos docentes que se identifican en la enseñanza de las matemáticas. Se cierra el presente capítulo presentado el objetivo de investigación que guía el trabajo de esta tesis.

1.1. Las creencias y concepciones de los profesores al enseñar matemáticas.

Una de las primeras preguntas que surgen al abordar la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria es en relación a ¿cuál es la mejor forma de enseñar matemáticas? Y aún más allá ¿qué son las matemáticas? Una cita clásica de Thom (1973,

p.) afirma que *toda pedagogía matemática, aunque apenas coherente, se basa en una filosofía de las matemáticas.*

Plantear estas preguntas a profesores de matemáticas o que enseñan matemáticas tiene que ver con sus creencias y con sus concepciones sobre la materia.

Definir las matemáticas es complejo, diversos autores lo han mencionado, como Schoenfeld (1994, p.55) quién la señala como la ciencia de los números y el espacio. El mismo autor cita a Holfaman (1989, citado por Schoenfeld, 1994), quien la define como la ciencia de los patrones, la cual tiene que ver con la teoría de los números (que se relaciona con el procesamiento y transmisión de datos), con matemáticas aplicadas (por ejemplo la tomografía asistida por computadora, C.A.T., etc.) y las matemáticas puras (por ejemplo la solución al problema clásico de los cuatro colores), a lo que Schoenfeld (1994, p.55) complementó como *la cosa* que caracteriza acerca de la teoría de los números, matemáticas aplicadas, matemáticas puras, etc., en alusión a la dificultad para definir las matemáticas.

1.1.1. Diferencias entre creencias y concepciones de los docentes.

Más que tratar de encontrar una definición exacta de las matemáticas, la pregunta se centra entonces en ¿qué creen las personas, y en específico los docentes, que son las matemáticas? Como señalan Ezquerra y Argos (2008, p. 1) *no siempre lo que creen los docentes es lo que hacen.* Los autores señalan que los docentes construyen sus propias teorías, en vez de aplicar aquellas que aprendieron en sus programas de formación. Consideran que los maestros a medida que van desarrollando su trabajo profesional construyen sus propias teorías [o creencias] a partir de sus propias prácticas, que no siempre son coherentes con las del modelo propuesto por su autoridad educativa (Ezquerra y Argos, 2008).

Otra dificultad se presenta al tratar de definir las creencias y las concepciones, ya que cada autor lo hace desde su propia perspectiva. No existe un consenso respecto a que constituye una creencia. En términos generales, tampoco parece haber un acuerdo

sobre los conceptos de *concepciones de los profesores* o *cogniciones de los profesores*. Sin embargo, independientemente de si uno se refiere a los que piensan los maestros como creencias, conocimientos, concepciones, cogniciones, puntos de vista u orientaciones, con toda la sutileza que estos términos implican o la forma en que se evalúan, sí existen evidencias claras de que lo que los maestros piensan tiene influencia directa con lo que sucede en el salón de clases, con lo que los maestros comunican a sus alumnos y con lo que los estudiantes finalmente aprenden (Cooney, 1999).

Ernest (1989) sitúa las creencias en relación con el conocimiento y las actitudes y describe “la estructura del pensamiento de los profesores” para referirse a un modelo de *conocimientos, creencias y actitudes de los profesores*.

Esta relación también es señalada por Ajzen (1991) quien señala que creencias es la información que tiene una persona al enlazar un objeto con algún atributo esperado: *Las creencias están normalmente en interrelación con una dimensión de probabilidad subjetiva y conocimiento*. Por su parte Flores (1998, p. 29) concluye que el término creencia se atribuye a una actitud y a un contenido, en donde la actitud contempla un grado de probabilidad de certeza y la predisposición a la acción, con un componente emotivo no explícito. Con respecto al contenido encierra un conocimiento que no requiere formularse en términos de modelos compartidos, y que se caracteriza por no haber sido contrastado (Flores, 1998).

Por su parte Thompson (1992, p. 129) afirma que las creencias tienen como característica poder ser sostenidas con diferentes grados de convicción y no ser consensuales. Siguiendo a Green (1971) destaca que las creencias se presentan en grupos formando sistemas de creencias según la forma en que *se cree* y no por su contenido. Tanto las concepciones como las creencias tienen un componente cognitivo, lo que hace la diferencia es que las concepciones son mantenidas con plena convicción, son consensuadas y se pueden validar en tanto que las creencias no. No obstante, cabe señalar que Thompson (1992) no realiza una distinción clara entre creencias y concepciones ya que en otros contextos los refiere como sinónimos.

En relación a las concepciones Ponte (1994) las define como los marcos organizadores implícitos de conceptos, *con naturaleza esencialmente cognitiva y que condicionan la forma en que afrontamos las tareas.*

Otro autor que no establece una distinción entre creencias y concepciones es Ramos (2005) quien señala que las creencias son ideas relativamente estables que tiene un individuo sobre un tema determinado, elaboradas a través de su experiencia personal en un proceso de construcción social, que se agrupan en redes o sistemas, de cuya veracidad está convencido y sirven como un filtro a través del cual la persona percibe e interpreta su mundo, tomando en consecuencia sus decisiones.

Una distinción más precisa entre los conceptos de creencias y concepciones es la que proporcionan Moreno y Azcarate (2003) con base en los reportes de Llinares (1991), de Pajares (1992), de Thompson (1992) y de Ponte (1994). Ellos definen creencias como *los conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy consistentes y duraderas para cada individuo.* Con respecto a las concepciones las definen como *organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva y que incluyen creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, etc., que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan.* Los autores señalan que las concepciones al apoyarse en un sustrato filosófico que describe la naturaleza de los objetos matemáticos, el carácter subjetivo es menor.

En la revisión de la literatura realizada con respecto a los dos conceptos, aunque varios autores coinciden en señalar que las creencias son una parte o se sitúan dentro de las concepciones, se pueden observar algunas diferencias claras entre los dos constructos conceptuales. Diferencias que mostramos a través de la tabla 1.1. (Moreno y Azcarate, 2006, p.88).

Tabla 1.1. Características específicas de las creencias y concepciones

Creencias	Concepciones
<ul style="list-style-type: none"> • Están asociadas a las ideas personales (de tipo afectivo y empírico) • Influyen en el proceso enseñanza-aprendizaje • Tienen un valor afectivo • Son un tipo de conocimiento • Se justifican sin rigor alguno 	<ul style="list-style-type: none"> • Forman parte del conocimiento • Producto del entendimiento • Actúan como filtros en la toma de decisiones • Influyen en los procesos de razonamiento.

Las creencias del profesor están más fundamentadas en lo intuitivo o empírico mientras que las concepciones son producto del razonamiento y entendimiento de un concepto determinado. Sin embargo sus límites fronterizos se encuentran en constante movimiento (Moreno y Azcarate, 2006).

El conocimiento que desarrollan los profesores de educación primaria se encuentra por lo general más enfocado en los aspectos didácticos de la enseñanza por lo que no profundizan en el conocimiento del contenido o el contenido específico de las asignaturas. Es interesante entonces conocer cuáles son las concepciones o creencias de los docentes en torno del contenido a enseñar. Ese es el objetivo de la presente tesis de maestría, el objeto de estudio de este trabajo son las creencias que se identifican en los profesores de educación primaria en su práctica cotidiana, en torno de las matemáticas en general y sobre los contenidos específicos a enseñar. En este trabajo nos concentramos en las creencias de los docentes en torno de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. El instrumento creado para obtener los datos fuente de las evidencias de los argumentos que aquí se desarrollan estuvo abocado a obtener información en referencia a las matemáticas (la disciplina) y su enseñanza, y no se plantearon preguntas relativas al aprendizaje de las matemáticas.

1.1.2. Las creencias de los profesores de educación primaria.

Las investigaciones sobre las creencias asumen que las experiencias tempranas en la vida de los docentes tienen un profundo y duradero impacto en las carreras de los profesores. *Los docentes tienden a enseñar en la manera en que ellos han sido enseñados* (Llinares y Krainer, 2006, p. 426), es una declaración frecuentemente usada. Los resultados sobre estos estudios han mostrado la complejidad del concepto de *creencias*.

Esta complejidad se refleja en las dificultades que tienen los investigadores al tratar de organizar las creencias de los docentes en constructos psicológicos o esquemas con el propósito, como lo señala Llinares (1992 citando a Shavelson, 1986) de estructurar los significados generados por los docentes.

Partimos de que a).- las personas orientan sus acciones hacia los objetos en función de lo que significan para ellos, b).- el significado de estos objetos es consecuencia de la interacción social y c).- los significados se manipulan a través de la experiencia (Llinares, 1992, p.59). Estas ideas sugieren que los significados que los profesores dan a los objetos (todo aquello que puede ser indicado, señalado o a lo que se puede referir) constituyen el centro gravitacional de sus acciones educativas (enseñanza, aprendizaje, currículum, interacción grupal, metas educativas, etc.) en un contexto determinado (Llinares, 1992).

Por otra parte Llinares y Krainer (2006, p.430) también coinciden al decir que los investigadores han usado diferentes significados para referirse a las creencias de una forma más o menos explícita. Señalan que las investigaciones sobre creencias fueron primero llevadas a cabo desde perspectivas psicológicas y posteriormente fueron tratadas como fenómenos cognitivos, por lo que suponen que entender la influencia de los programas de desarrollo profesional en maestros involucra identificar cambios en sus creencias.

Abelson (1979) define las creencias en términos de los conocimientos que manipulan las personas para un propósito particular o dentro de circunstancias necesarias.

Por otra parte, Ramos (2005) dice que las creencias son ideas relativamente estables que tiene un individuo sobre un tema determinado, forjadas a través de su experiencia personal bajo la influencia de un proceso de construcción social, agrupadas en

redes o sistemas, de cuya veracidad está convencido y que actúan como un filtro a través del cual percibe e interpreta el mundo que lo rodea, tomando sus decisiones de acuerdo con ello.

Para efectos de la presente investigación retomamos la definición que plantea Pajares (1992, p. 316) que habla de las creencias como:

un juicio individual de la verdad o falsedad de una proposición, un juicio que puede solamente ser inferido de un entendimiento colectivo de lo que la persona dice, pretende o hace, son verdades personales indiscutibles, sustentadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, que tienen un fuerte componente evaluativo y afectivo. Las creencias son manifestadas por medio de declaraciones verbales o de acciones justificadas.

Elegimos esta definición de creencia retomando los argumentos que señala el mismo Pajares (1992) quien señala que una comunidad de académicos dedicados a la investigación de áreas y temas comunes tiene la responsabilidad de comunicar ideas y resultados lo más claramente posible en el uso de términos comunes. Por estas razones, es importante la utilización de los términos consistentemente, con precisión y apropiadamente una vez que sus definiciones se han acordado.

Para construir su definición de creencia Pajares (1992) realiza una amplia revisión de autores que investigan y definen las creencias. Las definiciones son básicamente las convenciones, acuerdos generales entre los investigadores de que un término en particular representara un concepto específico.

Las creencias no se dan de forma aislada, sino que conforman sistemas de creencias relacionados entre sí. El sistema de creencias del profesor es la raíz de donde surgen gran parte de sus decisiones y actuaciones. Constituyen lo que se denomina “la cultura de la enseñanza”, en donde están imbricados las creencias y los conocimientos relacionados con su trabajo (Richards y Lockhart, 1994).

En el caso de los profesores de matemáticas un interés recurrente ha sido identificar las redes o sistemas de creencias que fundamentan u orientan al profesor a tomar

determinadas decisiones con respecto a la enseñanza o aprendizaje de la asignatura, así como la concepción que tienen con respecto a la naturaleza o lo que les significa las matemáticas.

Lo que los psicólogos sociales llaman sistemas de creencias tienen una estructura jerárquica. Las creencias centrales serían las que se refieren a la identidad personal, rodeadas de las concernientes al mundo exterior, desde el más inmediato al más lejano, en las que se incluirían las creencias relacionadas con el ambiente cultural y social. Un nuevo círculo estaría formado por las creencias sobre el pasado, en cuanto determinan e influyen sobre nuestro presente. En el siguiente círculo aparecerían las creencias que se refieren a los ideales humanos y los valores de la vida. Y en el círculo final aparecerían los conocimientos científicos.

1.1.3. Las creencias de los docentes sobre la naturaleza de las matemáticas.

Los profesores para la enseñanza de las matemáticas dependen principalmente de sus sistemas de creencias, especialmente de sus creencias sobre la naturaleza y el significado de las matemáticas, así como de sus esquemas mentales de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Ernest, 1989, p.2). Ernest describe tres creencias o visiones (puntos de vista) de las matemáticas que se distinguen por su ocurrencia en la filosofía de las matemáticas y que tienen influencia en la enseñanza de las mismas:

- Visión instrumentalista donde las matemáticas son una acumulación de hechos, reglas y habilidades para ser utilizadas para cumplir con un objetivo externo, como una caja de herramientas para ser utilizadas por un hábil artesano. Así las matemáticas son un conjunto de reglas y hechos no relacionados pero utilitarios.
- Visión platónica donde las matemáticas son un cuerpo unificado estático del conocimiento, como una red cristalina de estructuras interconectadas y verdades o postulados, unidos por delgados filamentos de significado y

lógica. Las matemáticas son un monolito, un producto estático inmutable. Las matemáticas son descubiertas, no creadas (el punto de vista de Platón).

- Visión de resolución de problemas donde las matemáticas se ven como un campo en continua expansión dinámica orientada a la resolución de problemas de matemáticas. Las matemáticas son un proceso de consulta e investigación, no son un producto terminado, ya que sus resultados están abiertos a revisión, en constante expansión de la creación y de la invención humana, de suma de conocimientos en donde se generan los patrones y luego se llega al conocimiento

Ernest (1989, p.3) señala que el sistema de creencias del docente puede incluir aspectos de más de una de las anteriores visiones e incluso aunque estas sean contradictorias. El autor también señala que estas tres filosofías de las matemáticas que forman la base del sistema de creencias del docente, se pueden jerarquizar de la siguiente manera: la visión instrumentalista está en el nivel más bajo, que implica el conocimiento de hechos matemáticos, principios y métodos como entidades separadas. En el siguiente nivel, la visión platónica de las matemáticas, que implica una comprensión global de las matemáticas como una estructura consistente, conectada y objetiva. En el más alto nivel, la visión de la resolución de problemas, ve a las matemáticas como una estructura organizada de forma dinámica situada en un contexto social y cultural (Ernest, 1989).

Otro aspecto que ha sido de interés en la investigación educativa matemática ha sido con respecto a cómo enseñar las matemáticas en la escuela.

1.1.4. El modelo de enseñanza de las matemáticas.

El modelo de enseñanza de las matemáticas es la creencia que tiene el maestro sobre la naturaleza y el alcance de los fines de enseñanza, las acciones y las actividades del salón de clases relacionados a la enseñanza de las matemáticas (Ernest, 1989, p.2). Los tres modelos diferentes que según Ernest (1989) se pueden identificar a través del papel del profesor y los resultados de la enseñanza son:

- El docente como *Instructor* con habilidades y procesos específicos que le son útiles al realizar su función.
- El docente como *Explicador* que requiere una comprensión conceptual y una estructuración de los conocimientos.
- El docente como *Facilitador* con funciones de guía y orientador en los procesos de resolución de problemas.

Este modelo de enseñanza se complementa con el uso que le da el profesor a los materiales de enseñanza o materiales curriculares de las matemáticas (Ernest, 1989, p.3). El uso de los materiales curriculares en matemáticas tiene una importancia fundamental al aplicar un modelo de enseñanza. Ernest (1989) identifica tres patrones de uso:

- El desarrollo estricto de los textos curriculares
- La modificación del planteamiento de los libros de texto, enriquecido con problemas y actividades adicionales
- El docente o la escuela en construcción del currículo de matemáticas

Revisando los anteriores apartados podemos resumir que la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con lo que significan las matemáticas para el maestro, con sus formas o modelos de enseñanza y el uso que el docente da a los materiales de enseñanza lo cual está fuertemente influenciado por sus creencias, conocimientos y su experiencia previa o práctica profesional.

1.2 El enfoque de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas.

Es de nuestro interés agregar a este estudio la revisión del enfoque de la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, que se encuentra vigente en los programas curriculares actuales en nuestro país.

1.2.1. La Educación Matemática y la resolución de problemas.

La Educación Matemática, concebida como un sistema social complejo que incluye la teoría, el desarrollo y la práctica sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, engloba como subsistema a la Didáctica de las Matemáticas que es el campo de investigación que tiene como objetivo identificar, caracterizar y comprender los fenómenos y procesos asociados a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Bartolini, 2003).

Como área académica la educación matemática se originó en las universidades europeas a finales del siglo XIX como respuesta a la necesidad de tener mayor cantidad de profesores mejor preparados (Kilpatrick, 1994).

En nuestro país sus orígenes se remontan 35 años atrás junto con la historia institucional del CINVESTAV. Filloy (2006) identifica 22 líneas de trabajo en el campo de la educación matemática que se han impulsado desde este centro de investigación.

Unas de las líneas importantes dentro de la educación matemática, de acuerdo al grupo PME (Psychology of Mathematics Education) son la formación docente, la resolución de problemas, las concepciones de los alumnos, creencias y las concepciones de los maestros, entre otras (Nicol y Lerman, 2008).

Es a partir de 1930 que comienza a hablarse en Europa y Estados Unidos de la "Matemática moderna", en referencia a una corriente que pretende organizar el estudio de las matemáticas en torno a establecer unas bases comunes en su enseñanza desde una concepción estructuralista y formalista que tiene a la teoría de conjuntos, la lógica y la sobresaturación de contenidos de los programas curriculares como principales referentes. Vredenduin, teórico estructuralista, resume años después las dificultades asociadas a esta conceptualización de las matemáticas en la siguiente cita "Un edificio maravilloso, pero no creo que haya un estudiante que comparta esta opinión" (Sánchez y Fernández, 2003).

El cambio conceptual y metodológico comienza a gestarse con el informe Cockcroft en 1985, en el que se habla de la utilidad de las matemáticas en la medida en que pueden ser aplicadas a la solución de problemas (Cockcroft, 1985).

En palabras de Fernández (2008) *Cada vez más surge la necesidad de buscar técnicas que ayuden a entender y comprender los procesos matemáticos, cuyos procedimientos básicos se dirijan a "enseñar a pensar", más que absorber algoritmos vacíos de significado* (p. 5).

Un documento fundamental en cuanto al énfasis en la resolución de problemas como enfoque didáctico principal lo representa *An Agenda for Action* del NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) que en 1991 señala “Es esencial desarrollar...la capacidad [de los estudiantes] de resolver problemas...La resolución de problemas ha de ser el punto de mira de las matemáticas escolares. Para desarrollar esa capacidad...[algunos problemas] deberían implicar trabajo en pequeños grupos o una clase entera trabajando en conjunto” (NCTM, 1980). Sin embargo, a pesar de que este documento señala la resolución de problemas como el objetivo principal de la enseñanza de las matemáticas, no especifica lo que entiende por “resolución de problemas” (Kilpatrick, 1981).

1.2.2. Definiendo el problema matemático.

Lester (1983) fue uno de los primeros autores en definir qué es un problema matemático. Para el autor un problema es una tarea para la cual:

- El individuo o grupo que se enfrenta a ella quiere o necesita encontrar la solución.
- No hay un procedimiento fácilmente accesible que garantice o determine completamente la solución.
- Y el individuo o grupo debe de hacer un intento para encontrar la solución.

Otro autor clásico en el estudio de los problemas matemáticos es Polya (1981) quien señala que un problema matemático es: *encontrar una salida a una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, alcanzando un objetivo que no era inmediatamente*

alcanzable...tener un problema significa buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar. En esta caracterización el autor identifica tres componentes de un problema:

- Estar consciente de una dificultad.
- Tener deseos de resolverla; y
- La no existencia de un camino inmediato para resolverlo.

El mismo Polya (1981) plantea cuatro fases o momentos en la resolución de un problema:

1. *Comprender el problema*, estableciendo cuál es la meta y los datos y condiciones de inicio.
2. *Idear un plan de actuación*, que permita alcanzar la solución, conectando además los datos con la meta.
3. *Llevar a cabo el plan* pensado previamente.
4. *Mirar hacia atrás* para comprobar el resultado obtenido y revisar el procedimiento realizado.

Por otra parte Santos (1996) señala la necesidad de identificar los tres componentes que caracterizan un problema:

- La existencia de un interés. Es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar una solución.
- La inexistencia de una solución inmediata. Es decir, no hay un procedimiento o regla que garantice la solución completa de la tarea.

- La presencia de varios caminos o métodos de solución (algebraico, geométrico, numérico).

Ante la misma pregunta ¿Qué es un problema matemático? García (2002) responde que existe un problema siempre que se quiere conseguir algo y la persona no sabe cómo hacerlo o no tiene, a su alcance o no le sirven, los métodos para lograrlo. Es decir, que se tiene una meta más o menos clara pero no existe un camino inmediato y directo para alcanzarla, por lo que la persona se ve obligada a elegir otra vía indirecta o realizar un rodeo (García, 2002).

Más recientemente, Fernández (2008) dice que un problema es: cuando un sujeto es consciente de lo que hay que hacer, sin saber, en principio, cómo hacerlo. En este sentido, el sujeto reconoce un desafío novedoso al que hay que dar respuesta. A su vez el autor se pregunta ¿qué procesos cognitivos se encuentran involucrados en la resolución de problemas?, a lo cual señala:

- Memoria
- Atención selectiva
- Razonamiento lógico:
 - Deductivo
 - Inductivo
 - Analogías
- Creatividad
- Intuición (heurística)
- Lenguaje

Por otra parte Nespor (1987) argumenta que las personas usan el pensamiento estratégico para seleccionar las herramientas cognitivas para resolver un problema y aquí es donde las creencias desempeñan la importante función de determinar la tarea a realizar o la definición del problema. La progresión de un nivel a otro implica sistemas de pensamiento

cada vez más abarcativos [de un nivel más sencillo a otro más complejo], pero las tareas y problemas se definen por las creencias.

En el siguiente apartado revisaremos la actual propuesta para la enseñanza de las matemáticas en los programas de estudio vigentes en nuestro país, basada en la resolución de problemas.

1.2.3. La resolución de problemas en el currículum de la educación básica.

En México esta propuesta se concreta en el currículum oficial a partir de los programas de estudio en la reforma de 1993 en la que se propone en primer término el planteamiento y resolución de problemas como formas de construcción de los conocimientos matemáticos (SEP, 1993).

Este planteamiento se retoma en la reforma de 2009 y está vigente en los actuales programas de estudio de matemáticas (SEP, 2012) en los que se sugiere, en cuanto a la metodología didáctica para el estudio de las matemáticas, *consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los problemas...* (p. 67).

Al revisar las últimas evaluaciones internacionales (OCDE, PISA, 2012) se observa que México se ubica en el último lugar en las áreas de ciencias, lectura y matemáticas. En específico el 55% de los estudiantes menores de 15 años se ubican en el nivel 2 de PISA lo cual significa que más de la mitad de los estudiantes que terminan la educación básica no tienen los conocimientos ni habilidades necesarios para resolver problemas elementales a pesar que desde los programas de estudio de 1993 el énfasis en el estudio de las matemáticas está en la resolución de problemas. En los programas de estudio de matemáticas (SEP, 2012) las principales estrategias que se proponen para la resolución de problemas son la conjetura, la argumentación y el razonamiento lógico-matemático a través

de la "modelización" matemática, el uso de técnicas y recursos, y el fomento de la actitud hacia el estudio.

Es claro que para poder desarrollar estas habilidades y actitudes en los alumnos el docente tiene que tener por lo menos un manejo adecuado de los elementos especificados. Sánchez y Llinares (2011) señalan que:

"es fundamental que el docente conozca el contenido matemático que debe ser aprendido por los estudiantes y sepa qué conocimiento didáctico posee en relación con dicho contenido, pues estos le permitirán seleccionar tareas para generar actividades matemáticas, gestionar la comunicación y el discurso matemático en el aula, evaluar el desempeño de sus estudiantes y encontrar formas de trabajar las tareas y su propia gestión de la clase (p. 35)."

1.3. Competencias docentes para la enseñanza de las matemáticas, en México.

Se define como competencia docente los conocimientos, las habilidades y las actitudes necesarias para llevar a cabo las tareas profesionales que constituyen los sistemas de actividad en la enseñanza de las matemáticas. Ser Profesor de Matemáticas tiene ver con una serie de competencias docentes que están vinculadas con lo que es "enseñar matemáticas". La competencia docente del profesor es un requisito para que los alumnos aprendan con comprensión, además de que tiene que usar de manera flexible el conocimiento específico sobre las matemáticas, el aprendizaje y la gestión del discurso matemático, así como, la interacción en el aula (Llinares, 2011, p. 134).

Por otra parte, además del uso que un profesor hace de su conocimiento en las situaciones de enseñanza, sus creencias epistemológicas y las condiciones contextuales en las que se toman las decisiones también influyen en su razonamiento didáctico (Llinares, 1996, p. 15).

El papel de las creencias en el conocimiento del profesor aparece de forma más relevante en el modelo de Fennema y Franke (1992, p. 162), pues las creencias aparecen influenciando todas las componentes del conocimiento, el modelo de estos autores es

dinámico e interactivo por naturaleza y define un conocimiento docente desarrollado en contexto con componentes que se encuentran en compleja interacción. El conocimiento del contenido matemático, el conocimiento pedagógico, el conocimiento de las cogniciones de los alumnos en matemáticas y las creencias de los docentes. Este modelo puede ser usado para describir lo que necesitan los profesores conocer para la enseñanza de las matemáticas.

Ernest (1989, p.1) señala que los informes oficiales tales como “An agenda for action” del NCTM (1980) o el “Informe Cockcroft” (1982) recomiendan la adopción del enfoque de resolución de problemas para la enseñanza de las matemáticas, pero tales reformas dependen en gran medida de la reforma institucional: los cambios en el plan de estudios general de matemáticas. Estos cambios dependen fundamentalmente del sistema de creencias del profesor, y, en particular, en la creencia del maestro sobre la naturaleza de las matemáticas y sus esquemas mentales de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Las reformas de la enseñanza no pueden realizarse a menos que las creencias de maestros profundamente arraigadas sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje cambien. Además, estos cambios en las creencias se asocian con mayor reflexión y autonomía por parte del profesor de matemáticas. Así, para Ernest (1989, p. 1), la práctica de la enseñanza de matemáticas depende de una serie de elementos clave, sobre todo:

- Los contenidos o esquemas mentales del maestro, en particular, el sistema de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje;
- El contexto social de la situación de enseñanza, en particular las limitaciones y las oportunidades que ofrece; y
- El nivel de los procesos de pensamiento y reflexión del maestro.

Estos factores son, por tanto, los que determinan la autonomía del profesor de matemáticas, y por tanto también el resultado de la innovación pedagógica (Ernest, 1989, p. 1).

Si bien para Ernest (1989) estos elementos claves son los que determinan la autonomía del docente, esta tesis es un primer acercamiento a la práctica del docente en el

aula, en torno de la resolución de problemas y sólo se enfocará a los dos primeros elementos clave señalados por este autor.

Por otro lado, los programas de estudio vigentes en México (SEP, 2012) identifican las tres visiones que plantea Ernest (1989) sobre la naturaleza y el significado de las matemáticas y plantean que:

“el currículo en matemáticas y los métodos de enseñanza han sido inspirados durante mucho tiempo sólo por ideas que provienen de la estructura de las matemáticas formales organizadas en contenidos escolares y por métodos didácticos fuertemente apoyados en la memoria y en la algoritmia, donde... el estudiante se encuentra imposibilitado de percibir los vínculos de los procedimientos con las aplicaciones más cercanas a su vida cotidiana (SEP, 2012, p. 341).”

Así mismo, señalan que el desarrollo del pensamiento matemático suele interpretarse de tres distintas formas o visiones:

“por un lado, se entiende como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por otro, se entiende al pensamiento matemático como parte de un ambiente creativo en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas; finalmente, una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en el quehacer cotidiano de múltiples tareas (SEP, 2012, p. 342).

Esta última visión de las matemáticas es la que los programas de estudio vigentes interesa desarrollar con las orientaciones didácticas planteadas, *debemos mirar a la matemática un poco más allá que los contenidos temáticos, explorar el conocimiento en uso en su vida diaria.* Los mismos programas de estudio son claros al definir el enfoque propuesto como la construcción social del conocimiento (SEP, 2012, p. 276).

Si bien, por una parte los programas de estudio vigentes proponen como metodología didáctica para el estudio de las matemáticas la utilización de secuencias de

situaciones problemáticas, por otra parte se puede observar esta visión instrumentalista que se ve reforzada cuando los programas de estudio vigentes señalan que en situaciones de aprendizaje los alumnos usan *teoremas* como herramientas, aunque no sean conscientes de su empleo (SEP, 2012, p. 272).

Por otra parte, en algunas ocasiones se identifica el papel del docente en la enseñanza de las matemáticas en los programas de estudio vigentes, como *Instructor* ya que este enfoque *rompe con el esquema clásico de enseñanza, según el cual el maestro enseña y el alumno aprende*. Sobre el papel del docente recae la responsabilidad del diseño y coordinación de las situaciones de aprendizaje (SEP, 2012, p. 271). Pero en otras ocasiones se le identifica como *Facilitador* ya que se plantea que uno de los grandes desafíos para el docente es *Lograr que los alumnos se acostumbren a buscar por su cuenta la manera de resolver los problemas que se les plantean, mientras el docente observa y cuestiona localmente en los equipos de trabajo, tanto para conocer los procedimientos y argumentos que se ponen en juego como para aclarar ciertas dudas, destrabar procesos y lograr que los alumnos puedan avanzar* (SEP, 20112, p. 77).

Aunque los anteriormente citados programas de estudio son claros al señalar que es necesario por parte del docente un conocimiento profundo de la didáctica de la asignatura de matemáticas (SEP, 2012, p. 78), no analizan el papel que desempeñan las creencias en la práctica del docente de educación primaria.

1.4. Los conocimientos docentes en la práctica de la enseñanza de las matemáticas.

Las recientes reformas educativas han definido nuevos roles y responsabilidades para el profesor de educación primaria en la enseñanza de las matemáticas. En específico están caracterizando nuevos significados a los procesos de enseñanza aprendizaje del contenido matemático, y en relación a la actividad que genera este conocimiento en el alumno. Un aspecto importante a resaltar es el papel que pueden ejercer los modos de representación de los conceptos matemáticos en el proceso de aprendizaje. En el diseño e implementación de situaciones de aprendizaje es importante considerar el conocimiento del

docente de las características de los distintos modos de representación de temas concretos. Llegar a comprender los procesos contextualizados de razonamiento pedagógico desarrollados por el docente requiere de explicitar los diferentes aspectos de las componentes del conocimiento del profesor (Llinares, 1996, p.17).

La literatura sobre el conocimiento matemático en y para la enseñanza muestra una preocupación de la comunidad educativa matemática en profundizar en la comprensión de que conocimiento tiene o debe tener un maestro para la enseñanza de las matemáticas, y cómo ese conocimiento es adquirido o construido (Carrillo, 2011. P. 273).

No hay un acuerdo universal sobre un marco teórico ampliamente aceptado para describir el conocimiento matemático de los docentes en la enseñanza. Incluso desde la investigación existen preocupaciones porque no hay una comprensión común acerca del significado del conocimiento y a qué se parece éste en la práctica (Petrou y Goulding, 2011, p. 9).

Los trabajos de Shulman en 1986 y 1987 son pioneros en la investigación del conocimiento docente (Ball, 2008). Shulman y sus colegas (Petrou y Goulding, 2011, p. 10) propusieron siete diferentes categorías del conocimiento docente que son necesarios para la efectiva enseñanza:

- Conocimiento pedagógico general
- Conocimiento de las características de los alumnos
- Conocimiento del contexto educacional
- Conocimiento de los valores y fines educativos

Estas primeras cuatro categorías enlistadas se refieren a aspectos generales del conocimiento docente y fueron el foco de atención de los trabajos de Shulman. Las siguientes tres categorías son la propuesta principal de las investigaciones realizadas por Shulman y sus colegas (Petrou y Goulding, 2011, p. 10):

- Conocimiento del contenido
- Conocimiento del currículum

- Conocimiento del contenido pedagógico

Estas últimas categorías juntas conforman lo que Shulman refiere como el paradigma faltante en la investigación de la enseñanza.

El conocimiento del contenido incluye el conocimiento del tema y sus estructuras organizativas, a lo que Shulman llamó Subject Matter Knowledge (SMK), el *conocimiento de la materia*, y lo describió como “la suma y organización del conocimiento *per se* in la mente del profesor”. Shulman sugirió que “pensar correctamente sobre el conocimiento del contenido requiere ir más allá del conocimiento de los hechos o de los conceptos de un dominio”.

La segunda categoría de contenido relacionado es el *conocimiento del currículum* que es representado por la amplia gama de programas diseñados para la enseñanza de materias y temas particulares en un determinado nivel, la variedad de materiales instruccionales disponibles en relación con estos programas, y el conjunto de características que sirven tanto para las indicaciones como las contraindicaciones para el uso de un currículum particular o un programa de materiales en circunstancias particulares (Petrou y Goulding, 2011).

La última y más influyente de las tres categorías relacionadas con el contenido descritas por Shulman es el concepto de Pedagogical Content Knowledge (PCK), *conocimiento del contenido pedagógico*, que indica el conocimiento del profesor de diferentes formas de representar las ideas para hacerlas comprensibles a los alumnos, junto a lo que hace difícil o fácil el aprendizaje de un tema particular. La forma en que un maestro comprende el tema matemático determina (en parte) el tipo de actividades y estrategias pedagógicas que pueda utilizar (Llinares, 1996, p. 17).

De acuerdo a Ball, Schilling y Hill (2008), la distinción entre las nociones del conocimiento del contenido y conocimiento del contenido pedagógico descrita por Shulman es a menudo poco clara. Adicionalmente la conceptualización de Shulman no reconoce la interacción entre las diferentes categorías del conocimiento (Petrou y Goulding, 2011) y puede ser criticada por presentar lo que parece ser una visión estática del

conocimiento docente, ignorando la naturaleza dinámica del conocimiento, y que el conocimiento del docente a menudo se desarrolla a través de la interacción en el aula con los estudiantes sobre la materia (Fennema y Franke, 1992).

Otro constructo teórico inspirado en los trabajos seminales de Shulman es el del equipo de Ball, Hill y Schilling (2008) de la Universidad de Michigan quienes examinan las formas en que las ideas de Shulman pueden ser operacionalizadas en la educación matemática. Durante los últimos 18 años, los trabajos del Proyecto de la enseñanza y aprendizaje para enseñar (MTLT) y el Proyecto de aprendizaje de las matemáticas para la enseñanza (LMT) se han enfocado ambos en la enseñanza de las matemáticas y en las matemáticas usadas en la enseñanza. El objetivo fue desarrollar una teoría basada en la práctica del conocimiento del contenido necesario para la enseñanza de las matemáticas. El primer proyecto se enfocó en lo que los maestros hacen mientras enseñan. De acuerdo a los autores por enseñanza se entiende:

“todo lo que hacen los profesores de apoyo a la instrucción de sus alumnos [...] el trabajo interactivo de las clases de enseñanza en el aula, y todas las tareas que surgen en el curso de éstas [...] Cada una de estas tareas implica conocimiento de ideas matemáticas, habilidades de razonamiento matemático [...] fluidez con ejemplos, y la reflexión acerca de la naturaleza de la competencia matemática” (Petrou y Goulding, 2011, p. 15).

El modelo sugiere que el conocimiento de la materia (SMK) de Shulman puede ser dividido en tres categorías: conocimiento del contenido común, conocimiento del contenido especializado y conocimiento del horizonte. Conocimiento del contenido común se refiere al contenido matemático y las habilidades que son usadas en cualquier escenario, no necesariamente de la enseñanza, e incluye una capacidad individual para calcular un resultado y solucionar problemas matemáticos correctamente. El conocimiento del contenido especializado, una idea central en el modelo propuesto, es el conocimiento que es usado en escenarios de salón de clases y se necesitan los maestros para ser enseñado. El conocimiento del horizonte incluye la conciencia de los profesores de cómo los temas

matemáticos cubiertos en años anteriores en las escuelas están relacionados con los temas que el plan de estudios aborda en los años siguientes.

Además de lo anterior, los autores sugieren que el conocimiento del contenido pedagógico (PCK), descrito por Shulman, puede ser dividido en conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del contenido y del currículum. El conocimiento del contenido y de los estudiantes es el conocimiento que combina conocimiento acerca de los estudiantes y conocimiento acerca de las matemáticas. Esto significa que los profesores deben de ser capaces de anticiparse a las dificultades y obstáculos de los estudiantes, escuchar y responder apropiadamente a los pensamientos de los estudiantes y elegir apropiadamente ejemplos y representaciones durante la enseñanza. Finalmente el conocimiento del contenido y de la enseñanza es el conocimiento que combina el conocimiento acerca de las matemáticas y el conocimiento acerca de la enseñanza. Éste se refiere a las decisiones del maestro en la secuencia de actividades y ejercicios, su conciencia de las posibles ventajas y desventajas de representaciones usadas mientras enseña y a sus decisiones para detener una discusión en el salón de clases para más aclaraciones, o para usar una opinión de un estudiante para hacer una observación matemática (Ball et. al., 2008).

Sin embargo la conceptualización de Ball et. al. (2008) del conocimiento matemático para la enseñanza no reconoce la importancia de la creencias del docente en su enseñanza. Las investigaciones sugieren que las creencias del maestro acerca de la naturaleza de las matemáticas pueden estar vinculadas con el conocimiento de la materia en la forma en que los maestros se aproximan a las situaciones matemáticas. Si el maestro cree que las matemáticas son principalmente un conjunto de reglas y rutinas que deben de ser memorizadas, entonces su enfoque hacia los problemas desconocidos se verá limitado, y esto puede impactar en su enseñanza (Petrou y Goulding, 2011, p. 17).

También Petrou y Goulding (2011, p. 18) mencionan que dentro de la tradición cognitiva, pero en diferentes circunstancias políticas, el Cuarteto del Conocimiento es el modelo teórico reportado en los resultados del proyecto SKIMA (Conocimiento de la materia en matemáticas) por T. Rowland, P. Huckstep y A. Thwaites en 2005 en la

Facultad de Educación de la Universidad de Cambridge. El cuarteto del conocimiento es un marco teórico que surgió de las investigaciones sobre el conocimiento del contenido matemático de maestros en formación de educación primaria en Inglaterra y Gales. El equipo se enfocó en investigar la relación entre el conocimiento de la materia (SKM) y el conocimiento del contenido pedagógico (PCK) de maestros en formación, para lo cual observó y videograbó lecciones de matemáticas impartidas por maestros en formación en un curso de Certificado de educación de posgrado de un año. El proyecto se establece en el marco teórico establecido por Shulman, pero toma distancia de éste categorizando situaciones en los salones de clases donde el conocimiento matemático emerge en la enseñanza. Este marco teórico puede ser usado como una herramienta para clasificar las formas en que los conocimientos de la materia (SMK) y los conocimientos del contenido pedagógico (PCK) del estudiante a maestro entran en juego en el salón de clases. El cuarteto del conocimiento consiste de cuatro dimensiones nombradas Fundación, Transformación, Conexión y Contingencia.

Los componentes claves de la categoría fundación son los conocimientos del maestro y la comprensión de la pedagogía matemática, así como sus creencias acerca de estos. Transformación incluye el tipo de representaciones y ejemplos usados por los maestros, así como las explicaciones a las preguntas de los alumnos. La tercera categoría, conexión, incluye los enlaces hechos entre diferentes lecciones, entre diferentes ideas matemáticas y entre las diferentes parte de una lección. También incluye la secuencia de actividades para la instrucción y una conciencia de posibles dificultades y obstáculos que los estudiantes pueden tener con diferentes temas y tareas matemáticas. La cuarta categoría, contingencia, la preocupación y disposición de los maestros a responder a las preguntas de los estudiantes, a responder apropiadamente a respuestas equivocadas de los estudiantes y a desviarse de su planificación de clase. En otras palabras, la preocupación y disposición de los maestros a reaccionar a situaciones que son casi imposibles de planear (Petrou y Goulding, 2011).

Petrou y Goulding (2011) argumentan que aunque, en general, el marco teórico del cuarteto del conocimiento fue comprensible en la clasificación de situaciones de enseñanza

en que el conocimiento matemático de los participantes emerge durante la enseñanza, temas relacionados a la interpretación y uso de los libros de texto en la enseñanza de las matemáticas no fueron abordados. La misma autora agrega que cuando se adapta el cuarteto del conocimiento para observar lecciones de clases en otros países, se debe de ser cuidadoso en cuanto a posibles diferencias entre el contexto en que el marco teórico fue originalmente desarrollado y el contexto en que éste será aplicado.

Fennema y Franke (1992, p. 161) proponen un modelo del conocimiento del docente desarrollado en contexto, construido a partir de la modificación de los trabajos pioneros de Shulman. Este modelo sugiere que el conocimiento que es enseñado es necesariamente dinámico e interactivo por naturaleza y como se señaló en la sección precedente la conforman cuatro componentes en compleja interacción: El conocimiento del contenido matemático, el conocimiento pedagógico, el conocimiento de las cogniciones de los alumnos en matemáticas y las creencias de los docentes.

En mi trabajo de investigación de tesis retomo el marco teórico de Fennema y Franke (1992), reconstruido o argumentado por Petrou y Goulding (2011), por lo que su modelo es descrito con mayor profundidad en el capítulo 2.

1.5. Planteamiento del objetivo de investigación.

Las formas de pensar de los docentes, sus creencias acerca de las matemáticas, de los problemas matemáticos y su resolución, y la relación de estos tres aspectos con sus competencias profesionales, que incluye los conocimientos docentes, son el tema de interés de la presente tesis que tiene como objetivo:

- Indagar las relaciones entre las creencias y los conocimientos de los profesores de educación primaria al trabajar problemas matemáticos en su práctica escolar.

“Las reformas de la enseñanza no pueden realizarse a menos que las creencias de maestros profundamente arraigadas sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje cambien.”

Paul Ernest (1989, p. 1)

CAPÍTULO 2. Marco Teórico

En este capítulo se describe el marco teórico utilizado para abordar el objeto de investigación. Se describen en primera instancia las conclusiones de Pajares (1992) con respecto a las creencias de los docentes. Se describe también el constructo del conocimiento docente desarrollado en contexto de Fennema y Franke (1992), el cual utilizamos para determinar las posibles relaciones entre las creencias y el conocimiento de los profesores de educación primaria en la práctica escolar al trabajar problemas matemáticos. Al final del capítulo se plantean las preguntas de investigación que guían el presente trabajo de investigación.

2.1. Retomando el significado de creencias.

Como se estableció en el anterior capítulo, en la presente investigación se asume el significado de creencias que da Pajares (1992, p. 316), quién las define como:

un juicio individual de la verdad o falsedad de una proposición, un juicio que puede solamente ser inferido de un entendimiento colectivo de lo que la persona dice, pretende o hace, son verdades personales indiscutibles, sustentadas por cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, que tienen un fuerte

componente evaluativo y afectivo. Las creencias son manifestadas por medio de declaraciones verbales o de acciones justificadas.

Así mismo se estableció la diferencia entre creencias y concepciones y el justificante en la decisión de optar por el término de creencias para efectos del presente estudio. En este sentido nos interesa indagar las creencias que el profesor de educación primaria tiene con respecto a la naturaleza de las matemáticas y aspectos relacionados con su práctica escolar al trabajar problemas matemáticos.

Un investigador importante en el estudio de las creencias de los docentes es Pajares (1992) quien realizó un estudio de las creencias que es guía y referente en estudios posteriores, como el de Lasley, quien señala que las creencias son creadas a través de un proceso de enculturación y construcción social. Esta transmisión cultural tiene tres componentes: la inculturación, la educación y la escolarización. La inculturación implica el proceso de aprendizaje incidental que los individuos sufren durante toda su vida, e incluye su asimilación, a través de la observación individual, la participación y la imitación, de todos los elementos culturales presentes en su mundo personal. La educación es el aprendizaje dirigido y con un propósito, ya sea formal o informal, que tiene como principal tarea llevar un comportamiento acorde con los requerimientos culturales. La escolarización es el proceso específico de la enseñanza y el aprendizaje que tiene lugar fuera de la casa (Lasley, 1980).

En este sentido el interés de la presente investigación es analizar las creencias que intervienen en los procesos de enseñanza de matemáticas de los docentes que laboran en la educación primaria en nuestro país.

Munby (1982) señala que cuanto antes una creencia se incorpora a la estructura de creencias, tanto más difícil es el de alterar, ya que estas creencias afectan la percepción y posteriormente influyen fuertemente en el procesamiento de nueva información. Es por esta razón que las creencias adquiridas recientemente son más vulnerables. Con el tiempo y el uso, se robustecen y las personas se aferran a creencias basadas en el conocimiento incorrecto o incompleto, incluso después de que explicaciones científicamente correctas se presentadas a ellas. El poder de las creencias fácilmente puede pesar más que la más

convinciente y clara evidencia contraria (Munby, 1982). Las personas son a menudo reacios a participar en los debates que tocan en lo que ellos sienten que son sus más profundas creencias (nunca discutir de política o religión), pero, cuando lo hacen, por lo general se las arreglan para sobrevivir a la terrible experiencia con ideas preconcebidas. Una vez que se forman las creencias, las personas tienen una tendencia a construir explicaciones causales que rodean los aspectos de esas creencias (Pajares, 1992).

2.1.1. La estructura de las creencias.

Al hablar de la estructura de la creencia es necesario caracterizar los elementos o componentes que la conforman. Pajares (1992) destaca tres componentes de una creencia: un componente cognitivo, un componente afectivo y un componente conductual. El primero representa el conocimiento, el afectivo es capaz de provocar emoción, y el componente conductual se activa cuando lo requiere la acción.

De acuerdo a Flores (1998), lo que los psicólogos sociales llaman sistemas de creencias tienen una estructura jerárquica, en donde las creencias centrales son las que se refieren a la identidad personal, rodeadas de las relacionadas con el mundo exterior, que incluye las creencias concernientes al ambiente cultural y social, desde lo más inmediato a lo más lejano. Un segundo círculo está formado por las creencias sobre el pasado, que determinan e influyen el presente. En un siguiente círculo se sitúan las creencias relacionadas con los ideales humanos y los valores de vida. En el círculo final se establecen los conocimientos científicos.

Pajares (1992) describe que cuando se organizan grupos de creencias en torno a un objeto o situación y predispuestos a la acción, esta organización se convierte en una actitud. Las creencias también pueden convertirse en valores, que albergan las creencias evaluativas, comparativas y las que tienen funciones de juicio y reemplazan la predisposición con el imperativo de la acción. Creencias, actitudes y valores conforman el sistema de creencias de un individuo.

2.1.2. La organización de las creencias. Las creencias como organizadores de la persona.

Los investigadores de las creencias utilizan la metáfora de sistemas de creencias para entender cómo se organizan las creencias. Green (1971) establece 3 dimensiones para explicar la forma en que se relacionan las creencias. La primera dimensión es una **relación cuasi-lógica** que parte del supuesto de que una creencia nunca se mantiene con total independencia de todas las demás creencias, y que algunas creencias son *primarias* a otras creencias que son *derivadas*, de la misma forma en que las razones se relacionan con las conclusiones.

La segunda dimensión que establece Green es la **dimensión espacial** que relaciona la fuerza psicológica o con el grado de convicción con el que se mantienen las creencias. De tal forma que puede haber creencias *centrales*, que son las creencias más fuertemente mantenidas, y creencias *periféricas*, que son las más susceptibles de cambio o evaluación.

La tercera dimensión señalada por Green se refiere a la forma de relación entre agrupamientos, caracterizado por el agrupamiento o aislamiento de los grupos o *clusters*. Green afirma que las creencias se mantienen en agrupaciones, más o menos aisladas de otras agrupaciones y protegidas de cualquier relación con otras series de creencias. Este agrupamiento evita la confrontación entre ellas, y hace posible mantener series de creencias en conflicto o contradictorias.

Green señaló que "una creencia puede ser lógicamente derivada y a pesar de todo ser psicológicamente central, o puede ser lógicamente primaria y psicológicamente periférica". Sostuvo que el sistema de creencias de una persona se distingue por tener una estructura cuasi-lógica, semejante a la que se caracteriza en las teorías causales entre las proposiciones y las conclusiones. Pueden presentarse unas creencias más básicas que otras y algunas son más centrales que otras, y se organizan en sistemas más o menos aislados entre sí, lo que permite la coexistencia de creencias contradictorias (Green, 1971).

Nisbett y Ross (1980) señalaron que hay evidencia sustancial que sugiere que las creencias persisten incluso cuando ya no son representaciones exactas de la realidad, y no

podieron encontrar ninguna literatura que muestran que los individuos persiguen, incluso en formas leves, las estrategias que ayudan en la alteración o el rechazo de las creencias irracionales o inexactas. Esto no quiere decir que las creencias no cambian en ningún caso, pero que por lo general no cambian aun cuando sea lógico o necesario que lo hagan.

Esta estructura aparentemente rígida, sin embargo, es importante para ayudar a la gente a entenderse a sí mismos y a los demás y de adaptarse al mundo y sus lugares. Aún inflexibles como las creencias pueden ser, proporcionan un significado personal y ayudan a definir lo que es relevante. Las creencias ayudan a las personas a identificarse entre sí y a formar grupos y sistemas sociales.

En un plano cultural y social, proporcionan elementos de estructura, orden, dirección y valores compartidos. Tanto desde una perspectiva personal como socio-cultural, los sistemas de creencias reducen la disonancia y confusión, incluso cuando la disonancia está lógicamente justificada por las creencias inconsistentes que se tengan. Esta es una razón por la que adquieren dimensiones emocionales [las creencias] y se resisten al cambio. Las personas crecen cómodas con sus creencias y estas creencias se convierten en su "yo", de modo que los individuos llegan a ser identificados y comprendidos por la misma naturaleza de sus creencias y sus hábitos. El entredicho de Pogo¹ *Hemos encontrado al enemigo, y somos nosotros mismos* bien puede ser un motivo para la reflexión sobre la red de creencias inconsistentes e inexplorados que a menudo dan lugar a un comportamiento desconcertante (Pajares 1992).

Peterman (1991) sugiere que, si las creencias son representaciones mentales integradas en los esquemas existentes, tres supuestos las preceden: Las creencias forman una red semántica similar a un esquema, creencias contradictorias residen en diferentes dominios de la red, y algunas creencias pueden ser *núcleo* y difíciles de cambiar.

En este sentido las creencias o los sistemas de creencias pueden ser esquematizados o representados gráficamente con un objetivo de análisis, tal como lo sugiere Llinares (1992) a través de mapas cognitivos, lo cual será abordado en el siguiente capítulo de la presente tesis.

¹ J. Wayne Gacy "Pogo" acusado de asesinar 33 personas en Chicago y ejecutado con inyección letal en 1994.

Rokeach (1968) define un sistema de creencias *por haber representado dentro de ella, de una forma organizada psicológica pero no necesariamente lógica, todas y cada una de las innumerables creencias de una persona acerca de la realidad física y social*. Su análisis incluyó tres supuestos: Las creencias difieren en intensidad y poder, las creencias varían a lo largo de una dimensión centro-periferia y en tanto más central es una creencia, más se va a resistir al cambio. Rokeach comparó una estructura de creencias a la de un átomo, su núcleo mantiene unidas las diferentes partículas en un sistema estable. Algunas creencias forman el núcleo del sistema en esta dimensión centro-periferia, y estas creencias centrales son más importantes y resistentes al cambio.

Rokeach señala que la centralidad de una creencia se define en términos de su *conectividad*. Cuanto más una creencia dada está funcionalmente conectada o en comunicación con otras creencias, más implicaciones y consecuencias tiene para otras creencias y, por tanto, es más central la creencia. El mismo autor propuso cuatro supuestos para la conectividad que forman un conjunto de prioridades para la importancia percibida de una creencia: a). Creencias que tocan en la identidad de un individuo o por cuenta propia están más conectadas, como lo son las creencias que uno comparte con los demás, b). Creencias derivadas que se aprenden de los demás, c). Creencias no derivadas que se aprenden por encuentro directo con el objeto de creencias. Las creencias no derivadas tienen conexiones más funcionales, en parte debido a que el fenómeno *yo vi con mis propios ojos* es existencial y conectado a nuestro sentido del *yo*. Y d). Por último, están las creencias acerca de cuestiones de gusto, y éstas son arbitrarias, menos centrales y tienen menos conexiones (Rokeach, 1968).

Las subestructuras de las creencias (actitudes y valores) son parte de esta red de creencias y también pueden ser consideradas como conectadas a hebras centrales o periféricas de esa red. Su fuerza puede ser interpretada por sus conexiones funcionales a otras creencias y estructuras, y esta conectividad le permite a uno inferir su importancia y la predisposición a la acción. En total, se trata de un modelo conceptual con una premisa muy simple: los seres humanos tienen creencias diferentes, en diferentes intensidades y conexiones complejas que determinan su importancia (Pajares, 1992).

Rokeach (1968) sugiere que los esfuerzos para determinar y comprender las conexiones funcionales a lo largo de las cuatro dimensiones ayudan a determinar la importancia de las creencias individuales.

Es interés del presente trabajo de investigación vislumbrar posibles conexiones y jerarquías entre las creencias y conocimientos de los profesores de educación primaria al trabajar problemas matemáticos en su práctica escolar.

2.1.3. Las creencias en la enseñanza y el aprendizaje.

Posner, Strike, Hewson y Gertzog (1982) estudiaron las concepciones de los estudiantes universitarios de las teorías científicas de la relatividad especial y desarrollaron un modelo de cambio conceptual para explicar cómo se pueden alterar los conceptos. Sugirieron que los individuos poseen una ecología conceptual que incluye anomalías, analogías y metáforas, los compromisos epistemológicos, creencias y conceptos metafísicos, y otros conocimientos. Debido a que las creencias y conceptos metafísicos son fundamentales para una concepción, ya que filtran la información nueva antes de que se adquiera el conocimiento, es razonable discutir el modelo mediante la sustitución de la palabra concepción con la de creencia, sin embargo, la comprensión de la concepción, según lo descrito por Posner et al. (1982), es un constructo más amplio.

De acuerdo a Posner et al. (1982), los patrones de cambio conceptual son análogos al proceso de Kuhn de cambio de paradigma durante una revolución científica. Se utilizan los conceptos de Piaget de asimilación y acomodación para describir cómo los nuevos fenómenos son acordados. La asimilación es el proceso por el que la nueva información se incorpora a las creencias existentes en el ecosistema; acomodación tiene lugar cuando la nueva información es tal que no puede ser asimilada y creencias existentes deben ser reemplazadas o reorganizadas. Ambos resultan en cambio de creencias, pero la acomodación requiere de una alteración más radical. Cuando las creencias epistemológicas y metafísicas son profundas y fuertes, una persona tiene más probabilidades de asimilar la nueva información que para acomodarla. Posner et al. (1982) sugirieron que los individuos deben estar insatisfechos con las creencias existentes y que las nuevas creencias deben ser

inteligibles y parecen plausibles antes de que más acomodación pueda tener lugar. Por otra parte, las nuevas creencias deben ser compatibles con otras concepciones del ecosistema. Rokeach (1968) sugiere que las creencias deben tener conexiones funcionales a otras creencias en la estructura. El aprendizaje y la investigación dependen de las creencias previas que no sólo hacen los fenómenos actuales inteligibles sino también organizan y definen la nueva información.

Es poco probable que las creencias sean reemplazadas a menos que no sean satisfactorias, y es poco probable que no sean satisfactorias a menos que sean desafiadas y uno sea incapaz de asimilarlas a las concepciones existentes. Cuando esto sucede, se produce una anomalía, algo que debería haber sido asimilable es resistido. Incluso entonces, el cambio de creencias es la última alternativa (Pajares, 1992). Posner et al. (1982) encontraron que los estudiantes en su estudio rechazaron la nueva información, lo consideraban irrelevante, compartimentaban sus concepciones para evitar que entraran en conflicto con sus creencias existentes, o incluso las asimilaban forzosamente de cara a la lógica contradictoria, la razón y la observación antes de considerar acomodarlas.

Una serie de condiciones deben existir antes de que los estudiantes encuentren anomalías bastante incómodas para dar cabida a la información contradictoria. En primer lugar, deben entender que la nueva información representa una anomalía. En segundo lugar, deben creer que la información debe ser conciliada con las creencias existentes. En tercer lugar, deben querer reducir las inconsistencias entre las creencias. Y por último, los esfuerzos de asimilación deben ser percibidos como infructuosos. No es de extrañar, que las creencias rara vez se debiliten por anomalías. Los estudiantes generalmente no son conscientes de sus anomalías. Además, siempre y cuando el cambio conceptual tenga lugar, las creencias adquiridas recientemente deben ser probadas y probar ser efectivas, o corren el riesgo de ser desechadas (Pajares, 1992).

Sin embargo estos cambios en las creencias requieren de estudios más completos de tipo longitudinal que por las características de estudio de este trabajo de tesis no pueden ser abordados por lo que el interés de la presente investigación es únicamente en relación a las creencias previas de los profesores.

2.1.4. Las creencias de los docentes.

La investigación educativa, en especial la formación docente ha empezado a considerar el papel determinante que desempeñan las ideas que mantienen los docentes y estudiantes para profesores sobre los que son los elementos que articulan su actividad u objeto de estudio durante el período de formación: instrucción, aprendizaje, objeto de educación, materias curriculares, etc. (Llinares, 1992, p. 58).

Se ha venido subrayando desde hace algún tiempo la necesidad de considerar estas ideas previas que mantienen los profesores en activo y los alumnos para profesores. La importancia que tienen para la formación de profesores las ideas mantenidas por los profesores en formación radica en que *filtran* la información que procede de las situaciones concretas y fundamentan posibles acciones en contextos todavía no presentes.

Estas ideas previas de los profesores abarcan desde el conocimiento y creencias de contenido pedagógico en relación a las metas, objetivos y propósitos educativos, su papel como profesores y los niños como aprendices, pasando por el conocimiento y creencias sobre el contenido particular de las materias curriculares (Bromme y Brophy, 1986, citados por Llinares, 1992).

Esto es consistente con las conclusiones de Guskey (1986) en el sentido de que los programas de desarrollo del personal, por lo general, no tienen éxito en el logro de cambios de actitud y creencia, pero, cuando los maestros pueden hablar de un procedimiento que resulta eficaz para mejorar el rendimiento estudiantil, a menudo se reportan significativos cambios de actitud. Este cambio, sin embargo, no se materializa cuando los profesores no utilizan la técnica o, más importante aún, cuando lo usan pero notan ninguna mejora en sus alumnos. Esto llevó a Guskey a concluir que el cambio en las creencias viene después que, más bien que preceder, al cambio en el comportamiento (Guskey, 1986).

Por otra parte, Nespor (1987) argumentó que los individuos utilizan el pensamiento estratégico para seleccionar las herramientas cognitivas con las que resuelven un problema, y es aquí donde las creencias desempeñan la importante función de la determinación de la

tarea a realizar o la definición del problema. La progresión de un nivel a otro implica sistemas de pensamiento cada vez más abarcales, pero las tareas y problemas se definen por las creencias.

Es por estas razones que la investigación de las creencias educativas de los profesores y los candidatos a maestros debe convertirse en un foco de la investigación educativa actual, y también es por estas razones que los programas de preparación de maestros no se pueden permitir ignorar las creencias que tienen los futuros profesores (Pajares, 1992).

2.1.5. Recapitulando sobre las creencias.

Fundamentales para la investigación educativa, en especial la concerniente a las creencias son las conclusiones a las que arriba Pajares (1992) en su investigación:

- Las creencias se forman temprano y tienden a perpetuarse, aun en contra de las contradicciones causadas por la razón, el tiempo, la educación o la experiencia.
- Los individuos desarrollan un sistema de creencias que alberga todas las creencias adquiridas en el proceso de transmisión cultural.
- El sistema de creencias tiene una función adaptativa ya que ayuda a las personas a definir y entender el mundo y a ellos mismos.
- Conocimiento y creencias están íntimamente entrelazados, pero lo afectivo, evaluativo y la naturaleza episódica de las creencias es un filtro a través del cual los nuevos fenómenos se interpretan.
- Los procesos de pensamiento bien pueden ser precursores y creadores de la creencia, pero el efecto de filtrado de las estructuras de creencias en última instancia, redefine, distorsiona o cambia la forma de pensar y el posterior procesamiento de la información.

- Las creencias epistemológicas juegan un papel clave en la interpretación de conocimientos y monitoreo cognitivo.
- Las creencias se priorizan según sus conexiones o relaciones con otras creencias u otras estructuras cognitivas y afectivas. Aparentes contradicciones pueden explicarse mediante la exploración de las conexiones funcionales y la centralidad de las creencias.
- Las subestructuras de creencias, como las creencias educativas, deben entenderse en términos de sus relaciones no sólo entre sí, sino también a otras, tal vez más centrales. Los psicólogos suelen referirse a estas subestructuras como las actitudes y valores.
- Por su naturaleza y origen, algunas creencias son más incontrovertibles que otras.
- Entre más temprano una creencia se incorpora a la estructura de creencias, tanto más difícil es alterar. Creencias recién adquiridas son las más vulnerables al cambio.
- El cambio de creencias en la edad adulta es un fenómeno relativamente raro, la causa más común comienza en la conversión de una dominante a otra o de un cambio de forma o figura (gestalt). Las personas tienden a aferrarse a las creencias basadas en el conocimiento incorrecto o incompleto, incluso después de que las explicaciones científicamente correctas se les han presentado.
- Las creencias juegan un papel decisivo en la definición de tareas y la selección de las herramientas cognitivas con las que se interpreta, planifica y toman decisiones respecto de las tareas; por lo tanto, juegan un papel crítico en la definición del comportamiento y organización del conocimiento y la información.

- Las creencias influyen fuertemente en la percepción, pero pueden ser una guía poco fiable a la naturaleza de la realidad.
- Las creencias de los individuos afectan en gran medida su comportamiento.
- Las creencias deben ser inferidas y esta inferencia ha de tener en cuenta la congruencia entre las declaraciones de las creencias de los individuos, la intención para comportarse de una manera predispuesta y el comportamiento relacionado con la creencia de que se trate.
- Las creencias sobre la enseñanza están bien establecidas en el momento en que un estudiante llega a la universidad.
- La investigación de las creencias de maestros es una vía necesaria y valiosa de la investigación educativa.
- Explorar la naturaleza de las creencias es una empresa gratificante y sus resultados sugieren una fuerte relación entre las creencias de los profesores, su enseñanza y su planificación, decisiones de instrucción y prácticas en el aula, aunque ni la naturaleza en la adquisición de creencias educativas ni el enlace a los resultados de los estudiantes, aún no se han explorado cuidadosamente.

Munby (1982) señala que la exploración exhaustiva de la literatura sobre las creencias educativas le llevó a sugerir que cuando los estudios muestran una falta de relación entre las creencias y los comportamientos y decisiones de los maestros, ya sea el instrumento o el modelo fue mal escogido.

Consideramos que las conclusiones del estudio de Pajares (1992) deben de ser un referente importante en cualquier investigación sobre creencias, en específico las relacionadas con la práctica docente.

2.2. Las competencias docentes y las creencias.

Como observamos en el capítulo anterior en su práctica cotidiana al trabajar problemas matemáticos con su grupo escolar el docente requiere desarrollar competencias más allá de lo curricular.

La literatura sobre la enseñanza de las matemáticas con respecto a que necesita el docente para enseñar matemáticas abarca los trabajos clásicos de Ball et al. (2008), Sullivan y Wood (2008), Llinares y Krainer (2006), Ponte y Chapman (2006), y Petrou y Gouding (2011) entre otros.

Coincido con lo señalado por Llinares (1996) en el sentido de que, además del uso que un profesor hace de su conocimiento en las situaciones de enseñanza, sus creencias epistemológicas y las condiciones contextuales en las que se toman las decisiones también influyen en su enseñanza. Como se señaló en el capítulo primero, en este trabajo de tesis retomo la definición de competencia docente de Llinares (2011) quién señala que son los conocimientos, las habilidades y las actitudes necesarias para llevar a cabo las tareas profesionales concernientes a la enseñanza de las matemáticas.

2.2.1 El modelo del conocimiento docente desarrollado en contexto.

En mi trabajo de investigación de tesis retomo el marco teórico de Fennema y Franke (1992), quienes construyeron, a partir de la modificación de los trabajos de Shulman, un modelo del conocimiento docente a partir de su desarrollo en el contexto de su práctica en el aula. Sugiere que el conocimiento que es enseñado es necesariamente dinámico e interactivo por naturaleza. El modelo de Fennema y Franke puede ser usado para describir que necesitan los maestros conocer para la enseñanza de las matemáticas (Petrou y Goulding, 2011).

En el siguiente esquema (Figura 2.1.) se aprecian los elementos que consideran Fennema y Franke (1992) para construir su modelo del conocimiento docente y cómo se vinculan estos.

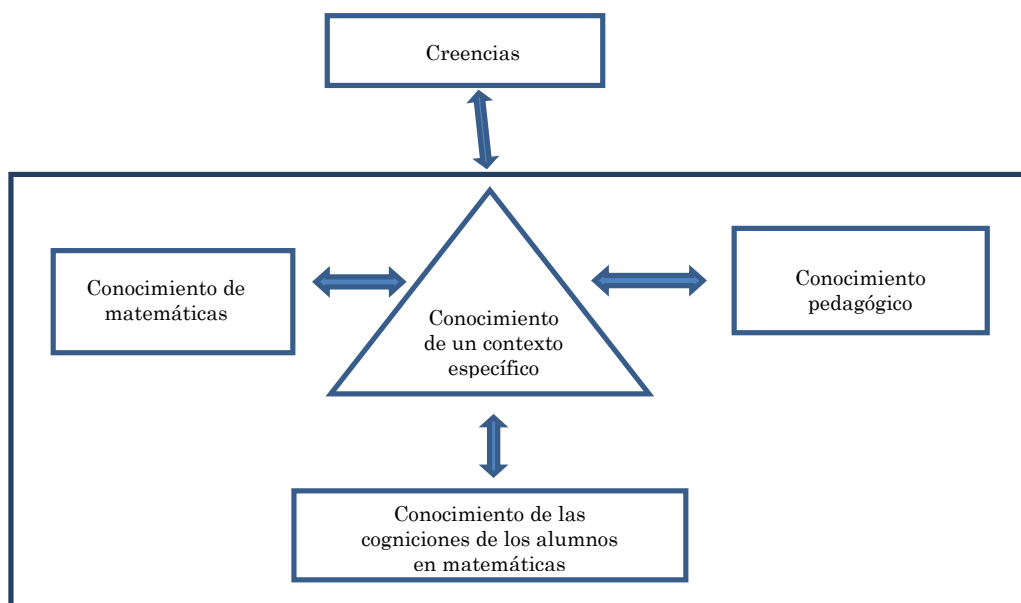


Figura 2.1. Modelo del conocimiento docente desarrollado en contexto (Fennema y Franke, 1992)

El contexto es la estructura que define como los componentes del conocimiento docente y sus creencias se ponen en juego en un ambiente de enseñanza que las autoras definen como contexto situado. El conocimiento del docente es transformado durante la enseñanza y se vincula con el contexto en que se desarrolló. Si el contexto, del que el maestro forma parte, cambia (diferentes contenidos a enseñar, diferente estructura del salón de clases o diferentes estudiantes), el conocimiento que desarrolla el docente también debe cambiar (Fennema y Franke, 1992).

Fennema y Franke (1992) plantean un modelo teórico para explicar cómo se desarrolla el conocimiento del docente en un contexto específico. Las autoras describen un modelo dinámico e interactivo por naturaleza, integrado por cuatro componentes en compleja interacción: El contenido matemático, el conocimiento pedagógico, el conocimiento de las cogniciones de los estudiantes de matemáticas y las creencias de los

docentes. Todas estas componentes interrelacionados alrededor de un contexto dado por el salón de clases.

La primera componente del conocimiento del docente que describen Fennema y Franke (1992,) es el *contenido de las matemáticas* que incluye el conocimiento del docente de los conceptos, procedimientos y procesos de solución de problemas dentro del dominio en el que se enseñan, así como en los dominios de contenidos relacionados (pág. 162). Incluye el conocimiento de los conceptos implícitos en los procedimientos, la interrelación de estos conceptos y como estos conceptos y procedimientos son usados en diversos tipos de resolución de problemas. La forma en que el conocimiento se organiza es de suma importancia en el conocimiento del profesor de los contenidos a enseñar, lo que es indicativo del conocimiento que tienen los maestros de las relaciones entre las ideas matemáticas.

La siguiente componente del conocimiento del docente que se describen en el modelo de Fennema y Franke (1992) es el conocimiento pedagógico del docente que incluye el conocimiento que tiene de los procedimientos de enseñanza tales como estrategias efectivas para la planeación, rutinas en el salón de clase, técnicas de manejo de conducta, procedimientos de organización del aula y técnicas motivacionales.

La tercera componente que Fennema y Franke (1992) identifican como vinculado en su modelo teórico del conocimiento del docente es el conocimiento de las cogniciones de los estudiantes al estudiar matemáticas, el cual está relacionado con lo que los alumnos piensan y aprenden, y, en particular, cómo esto ocurre dentro del contenido matemático específico. Esto incluye el conocimiento de cómo los alumnos adquieren el conocimiento del contenido matemático que es abordado, así como la comprensión de los procesos que los estudiantes utilizarán y las dificultades y los aciertos que posiblemente ocurran.

Por último, *las creencias* son otro aspecto que Fennema y Franke (1992) relacionan en su modelo teórico sobre el conocimiento que desarrolla el docente, las cuales, consideran imposible que puedan ser separadas de los conocimientos. Sin embargo, las especialistas están de acuerdo con las conclusiones de las investigaciones de Thompson (1992) al respecto.

De forma similar a lo que plantean Fennema y Franke (1992), Fenstermacher (1982) y Boursersfeld (1980) señalan por una parte que no existe una descripción adecuada y completa de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas si no incluye la consideración de las creencias y las intenciones de los maestros. Por otra parte, el análisis reflexivo de las relaciones entre las creencias y prácticas docentes ha aumentado la conciencia de la fuerte influencia que el contexto social del aula tiene sobre las intenciones y acciones de los docentes, influencia que ha llevado a un mayor reconocimiento de la necesidad de ver al aula de matemáticas como una unidad organizada socialmente donde las situaciones sociales están constituidas en cada momento a través de la interacción de sujetos reflexivos (Boursersfeld, 1980).

Thompson (1992, p. 142) concluye su investigación señalando que las creencias de los docentes implican algo más que conocimiento matemático específico y las habilidades pedagógicas. Implican conocimientos y creencias sobre las matemáticas, sobre las normas vigentes en la enseñanza y el aprendizaje de la materia y más. La mayor parte de esto no se enseña explícitamente en la escuela o en programas de formación docente, por lo que se debe aprender de la experiencia en el aula.

Una diferencia importante entre los resultados de investigaciones que estudian las creencias de los docentes como los de Thompson (1992) y Pajares (1992), en contraste con los trabajos que estudian el conocimiento de los docentes y sus creencias como Fennema y Franke (1992) y Petrou y Goulding (2011) es que los primeros autores formulan sus conclusiones a partir de revisiones de la literatura educativa (aunque Thompson reporta un estudio de caso con tres profesoras) centrada en las creencias de los profesores. Pajares (1992) reporta que los instrumentos mayormente utilizados en la investigación de las creencias son los cuantitativos como los cuestionarios, es decir a partir de lo que los docentes dicen y no, como los segundos (Fennema y Franke, 1992 y Petrou y Goulding, 2011) a partir de lo que hacen los profesores durante su práctica docente. Las investigaciones de los últimos autores, Fennema y Franke (1992) y Petrou y Goulding (2011), se basan en evidencias observadas en el contexto del salón de clases, de las acciones de enseñanza y de lo que ocurre en el aula durante la práctica del docente. La definición de conocimiento del modelo de Fennema y Franke (1992) está centrada en la

práctica docente de lo que sucede en el salón escolar. En palabras de Petrou y Goulding (2011, p. 9) no hay un acuerdo universal sobre un marco teórico ampliamente aceptado para describir el conocimiento matemático que utilizan los docentes durante su práctica de enseñanza. Estas autoras incluso manifiestan que desde la investigación existen preocupaciones porque no hay una comprensión común acerca del significado del conocimiento y a qué se parece éste en la práctica.

Esta tesis se posiciona en el marco referencial de Thompson (1992) y Pajares (1992) quienes resaltan a las creencias como significativas (con una estructura, organización, y caracterización) en la enseñanza; y en el marco teórico de Fennema y Franke (1992) y Petrou y Goulding (2011) quienes enfatizan en el análisis del conocimiento del docente a través de tres componentes en compleja interacción: el conocimiento del contenido matemático, el conocimiento pedagógico, y el conocimiento de las cogniciones de los estudiantes de matemáticas. Las creencias de los docentes aparecen en el esquema de Fennema y Franke (1992) como factores que influyen en los conocimientos del docente, pero estas no son el objeto de estudio de estos autores. Las componentes de Fennema y Franke aparecen interrelacionadas alrededor de un contexto situado en el salón de clases. Es importante hacer notar que Fennema y Franke (1992) retoman el trabajo de Thompson (1992) en relación a las creencias de los docentes.

El interés de la presente investigación es indagar sobre las creencias de los docentes asociadas a los procesos de enseñanza, y cómo es que estas se vinculan con el conocimiento docente que se desarrolla dentro del aula escolar, en la práctica cotidiana.

2.3. Planteamiento del problema de investigación.

Las anteriores consideraciones nos han llevado a reflexionar y realizar una serie de planteamientos que tienen que ver con las formas de pensar de los docentes, sus creencias acerca de las matemáticas, los problemas y su resolución; sus conocimientos en la práctica, la didáctica de los temas y sus competencias profesionales. Con el objetivo de avanzar en una primera exploración con docentes de educación primaria en torno a la identificación de las creencias, los conocimientos, las formas de resolución de problemas, las formas de

utilizar los materiales curriculares y la conciencia de los propios procesos de resolución de problemas, planteamos las siguientes preguntas de investigación:

¿Qué creencias sobre las matemáticas y sobre su enseñanza se identifican en los profesores de educación primaria?

¿Qué creencias sobre las formas y procesos de resolución de problemas se identifican en los profesores de educación primaria?

¿Qué conocimientos y creencias, o que vinculación entre estos aspectos se identifican en los profesores de educación primaria al trabajar la resolución de problemas matemáticos en el contexto del aula escolar?

“Las creencias deben ser inferidas y esta inferencia ha de tener en cuenta la congruencia entre las declaraciones de las creencias de los individuos, la intención de que se comporten de una manera predispuesta y el comportamiento relacionado con la creencia de que se trate.”

Frank Pajares (1992, p. 326)

CAPÍTULO 3. Método

En este capítulo se describe en primer término los docentes participantes con los que se trabajó en los momentos de indagación, así como el contexto general en que se dio la intervención. En segundo lugar se presentan los instrumentos de recogida de datos. Finalmente se describe de qué manera se realizó el análisis de los datos recabados.

3.1. Participantes y contexto.

En esta investigación participaron 83 profesores, de los cuales 73 eran profesores en ejercicio en los distintos cursos de educación primaria y 10 solo realizaban funciones de apoyo a la educación como directivos (1), asesores técnicos pedagógicos (5) o docentes de educación especial (4) (Tabla 3.1.). Todos los docentes ejercían la docencia en escuelas primarias públicas de la Ciudad de México y alrededores, si bien la mayor parte de ellos laboraban en la región sur de la ciudad. En cuanto al género de los participantes se observa que la muestra está conformada por un 83.13 % de docentes del género femenino y un 16.87 % del género masculino de los 83 docentes que contestaron el cuestionario.

Tabla 3.1. Curso de primaria y número donde ejercían la docencia los participantes.

Grado Escolar	1°	2°	3°	4°	5°	6°	Apoyo a la educación	Total
N° Docentes	14	11	13	12	12	11	10	83

La muestra es homogénea en relación a los grados escolares atendidos por los docentes participantes ya que presenta un promedio de 12 docentes en cada uno de los grados escolares (con excepción de los 10 docentes en funciones de apoyo educativo) y con una desviación estándar de 1.06.

Los participantes tenían una antigüedad laboral entre un año y 42 años. Siendo una docente la de menor antigüedad (1 año) y la de mayor antigüedad de 42 años (Tabla 3.2). El promedio de antigüedad del grupo evaluado es de 14.4 años de servicio.

Tabla 3.2. Antigüedad Laboral de los Participantes

Años de Servicio	1-7	8-14	15-21	22-28	29-35	36-42	Total
N° docentes	29	15	18	15	4	2	83

En relación al número de alumnos que atiende cada uno de los docentes participantes se observa que el grupo escolar con menor número de alumnos atendido por algunos de los docentes es de 20 alumnos (3 docentes), siendo el grupo con más alumnos, atendido por algunos de los participantes, de 40 alumnos (6 docentes). El promedio de alumnos atendido por los docentes participantes es de 33 alumnos (Tabla 3.3.).

Tabla 3.3. Número de alumnos por aula

Nº alumnos por aula	20- 23	24- 27	28- 31	32- 35	36- 39	40- 43	Apoyo a la educación	Total
Nº docentes	9	15	12	15	16	6	10	83

Por economía y facilidades de acceso los participantes fueron seleccionados de forma contingente de grupos de profesores que se encontraban en un proceso de formación docente (curso, taller o reunión técnica).

3.2. Métodos de investigación sobre las creencias y los conocimientos de los docentes.

En la indagación de las creencias y los conocimientos de los docentes se han empleado métodos cuantitativos como cualitativos como lo reportan, Thompson (1992), Pajares (1992), Forgaz y Leder (2008), Carrillo (2011), Boero y Guala (2008), Llinares y Krainer (2006) y Petrou y Goulding (2011). Aunque de acuerdo a Schunk (1991), los métodos cuantitativos se han utilizado en mayor proporción que los cualitativos para el estudio de las creencias. La elección de un enfoque cuantitativo o cualitativo, por supuesto, depende en última instancia de lo que los investigadores desean saber y cómo quieren saberlo (Pajares, 1992).

3.2.1. Las creencias y sus métodos de investigación.

El interés por las investigaciones de las creencias de los docentes ha ido en aumento en el campo de la educación matemática (Forgaz y Leader, 2008, p. 173).

Sin embargo, como señala Pajares (1992), como un constructo global, la creencia no se presta fácilmente a la investigación empírica. Con fines de investigación las creencias deben de ser inferidas.

Rokeach (1968) advierte que las creencias no pueden ser observadas directamente o medidas, sino que deben deducirse de lo que la gente diga, tenga la intención o haga.

Pajares (1992) señala que si bien es evidente que, si las inferencias razonables acerca de las creencias requieren valoraciones de lo que dicen las personas, lo que es su intención y lo que hacen, entonces las expresiones verbales de los maestros, la predisposición a la acción y los comportamientos de enseñanza deben ser incluidos en las evaluaciones de las creencias. No hacerlo pone en duda la validez de los resultados y el valor del estudio. El autor señala también que los inventarios de creencias tradicionales proporcionan una información limitada con la cual hacer inferencias. Medidas adicionales, tales como entrevistas, respuestas abiertas a los problemas y la observación de la conducta deben ser incluidos si deben hacerse inferencias más ricas y precisas.

Los métodos de investigación sobre las creencias de los docentes mayormente utilizados, además de los cuantitativos como los cuestionarios abiertos (Pajares, 1992), en estudios en donde se identifican relaciones entre las creencias de los docentes y el aprendizaje de los alumnos, han sido las entrevistas semiestructuradas, observaciones en el aula escolar, revisión de planes de clase, diarios personales, relatos biográficos, cuestionarios tipo Likert, estudios de caso, análisis de videos y situaciones-problema. (Forgasz y Leder, 2008).

Además de los anteriores Llinares (1992) señala los autoinformes que pueden ser verbales o escritos, las discusiones en grupo, la conversación personal y las entrevistas que además de las estructuradas y semiestructuradas, dependiendo de los objetivos a seguir pueden ser entrevistas centradas y entrevistas narrativas. El autor propone los mapas cognitivos como metodología de análisis alternativo para identificar y representar gráficamente los componentes de los significados de los sistemas o estructuras de las creencias.

3.2.2. Los conocimientos y sus métodos de investigación.

En palabras de Petrou y Goulding (2011, p. 9) no hay un acuerdo universal sobre un marco teórico ampliamente aceptado para describir el conocimiento matemático de los docentes en la [práctica de la] enseñanza. Estas autoras incluso manifiestan que desde la investigación existen preocupaciones porque no hay una comprensión común acerca del significado del conocimiento y a qué se parece éste en la práctica.

Para el estudio de los conocimientos del docente se han empleado diversas metodologías de acuerdo a las necesidades y recursos de los investigadores. Fennema y Franke (1992) describen estudios realizados en Estados Unidos con pruebas estandarizadas para determinar posibles relaciones entre el conocimiento de los docentes y el aprendizaje de los alumnos como el Estudio Nacional Longitudinal de Habilidades Matemáticas (NLSMA). Otras investigaciones que refieren son de tipo interpretativo a través de observación de clases de docentes, análisis de planeaciones de clases, bitácoras de clase y reportes escritos, entre otros.

En estudios de indagación de la comprensión de las nociones matemáticas y modos de representación en estudiantes a docentes y profesores en servicio, Llinares y Sánchez (1996) refieren el uso de entrevistas semiestructuradas y cuestionarios estructurados diseñados específicamente para la investigación.

En Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education, Llinares y Knainer (2006) realizan una revisión de la literatura sobre el conocimiento docente y creencias y reportan el uso de cuestionarios cerrados y abiertos basados en viñetas que describen situaciones hipotéticas en el salón de clases, donde los estudiantes proponen soluciones alternativas a problemas matemáticos, para ser analizados por estudiantes a profesores. Describen también el uso de entrevista clínica para indagar los razonamientos de los alumnos. Los cuestionarios de actitudes, estudios de rejillas y relatos biográficos de los docentes son también utilizados en este tipo de investigaciones.

Ball et. al. (2008) reportan sesiones con docentes en programas de formación profesional explorando el conocimiento de la solución de problemas de alumnos de

primaria para predecir posibles dificultades de los niños. En otros estudios reportan la construcción de escalas multireactivos de opción múltiple para evaluar el conocimiento del contenido matemático de los profesores. También describen la utilización de entrevistas cognitivas y la observación de videograbaciones de alumnos resolviendo problemas, para analizar los propios procesos de razonamiento de los docentes. Proponen también el análisis factorial para la revisión de los datos.

3.3. Instrumento de recogida de datos.

Para realizar esta investigación se utilizó un cuestionario y una entrevista semiestructurada realizada en contexto, es decir dentro del aula escolar en que se lleva a cabo la práctica docente, contruidos ex profeso para la investigación, y la observación de la práctica de una de las participantes (estudio de caso). La recogida de datos se realizó en dos fases. En la primera fase se les aplicó el cuestionario diagnóstico a los 83 docentes de educación primaria. En la segunda fase se realizó una entrevista (en contexto) a una de los docentes participantes de trayectoria reconocida en educación primaria por su comunidad escolar y se observó su práctica y/o el tipo de tareas que abordaba en la clase de matemáticas como un estudio de caso. Tanto el cuestionario como la entrevista semiestructurada y la observación de clase se videograbaron. La transcripción completa de las sesiones se anexa al final de la tesis (anexos 1 y 2).

3.3.1. El cuestionario.

El cuestionario diagnóstico (Tabla 3.4.) lo constituye 8 preguntas de tipo abierto en torno a las creencias de los docentes, a la naturaleza de las matemáticas, sus objetivos y utilidad, a los problemas y métodos de resolución y aspectos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para complementar los datos de los participantes se agregaron 3 ítems de aspectos generales que indagaban acerca de la antigüedad laboral del docente, el grado escolar atendido y el número de alumnos de su grupo, lo anterior con el objetivo de tener un panorama general de la muestra de profesores estudiada. También se solicitó el nombre de

los participantes, aunque incluir ese dato se mencionó que era opcional, todos los participantes anotaron su nombre completo.

Las tres primeras preguntas del cuestionario ¿Qué son las matemáticas? ¿Qué es el pensamiento matemático? y ¿Qué es un problema matemático? hacen referencia a las creencias epistemológicas de los docentes con respecto a la naturaleza, los objetivos y la utilidad de las matemáticas. Las preguntas 4 ¿Cómo resuelvo un problema matemático?, está en relación con las creencias de los docentes respecto a los procesos de resolución de problemas matemáticos. La pregunta 5 ¿Qué contenidos o temas matemáticos son de mayor dificultad para mis alumnos?, nos permite inferir respecto a las creencias de los docentes en relación a los temas matemáticos que son del dominio de sus alumnos. Por último, las preguntas 6, 7 y 8 ¿Qué estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en que mis alumnos presentan mayores dificultades?, ¿En qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos? y ¿Qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos?, respectivamente, se relacionan con aspectos sobre la enseñanza de las matemáticas.

El siguiente es el formato del cuestionario entregado a los docentes participantes en la investigación (Tabla 3.4):

Tabla 3.4. Cuestionario diagnóstico

<p>Nombre: _____</p> <p>Años de servicio: _____</p> <p>Grado que atiende: _____</p> <p>No. de alumnos: _____</p>
<p>1. ¿Qué son las matemáticas? _____</p> <p>_____</p>
<p>2. ¿Qué es el pensamiento matemático? _____</p> <p>_____</p>
<p>3. ¿Qué es un problema matemático? _____</p> <p>_____</p>
<p>4. ¿Cómo resuelvo un problema matemático? _____</p> <p>_____</p>
<p>5. ¿Qué contenidos o temas matemáticos son de mayor dificultad para mis alumnos? _____</p> <p>_____</p>
<p>6. ¿Qué estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en que mis alumnos presentan mayores dificultades? _____</p> <p>_____</p>
<p>7. ¿En qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos? _____</p> <p>_____</p>
<p>8. ¿Qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos? _____</p> <p>_____</p>

3.3.2 Estudio de caso.

Schunk (1991) sugirió que, si bien los métodos cuantitativos normalmente se han utilizado en el estudio de las creencias, los métodos cualitativos, como el estudio de casos o narrativas también, son necesarios para obtener conocimientos adicionales, en particular para el estudio de las creencias de estudiantes para maestro tal como recomienda Brookhart y Freeman (1992). En el mismo sentido, Munby (1984) sugirió que la metodología de la investigación cualitativa es especialmente apropiada para el estudio de las creencias.

Toda investigación depende de la interpretación de sus datos, en los estudios cuantitativos las preguntas de investigación buscan una relación entre un pequeño número de variables. Los esfuerzos van dirigidos a acotar la investigación para que sea operativa, a definir las variables y a reducir al mínimo la importancia de la interpretación hasta que los datos estén analizados. Al contrario de los estudios cualitativos que dirigen las preguntas de la investigación a casos o fenómenos y buscan modelos de relaciones inesperadas o previstas (Stake, 1998).

Los estudios de caso tienen como característica básica que abordan de forma intensiva una unidad, ésta puede referirse a una persona, una familia, un grupo, una organización o una institución. De un estudio de casos se espera que abarque la complejidad de un caso particular. Estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo. Buscamos el detalle de la interacción con sus contextos. El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (Stake, 1998).

Para el estudio de caso no se contó con opciones de elección para los docentes participantes, sino que el caso en estudio se armó de manera completamente contingente, y sirvió para efectuar una primera exploración en torno de las posibles relaciones entre las creencias de la docente y sus conocimientos observados en el contexto del aula escolar, a través de una entrevista y observación de clase. Es relevante que la docente que proporcionó la información del caso cuenta con una trayectoria como profesora que es reconocida dentro de la propia comunidad escolar.

- **La entrevista**

La entrevista semiestructurada se realizó en el aula escolar de la docente durante el horario de clases. En el momento de la entrevista los alumnos se encontraban resolviendo ejercicios de otra asignatura en su cuaderno escolar. La entrevista tuvo una duración aproximada de 50 minutos y se hicieron las siguientes preguntas.

- ¿Cómo trabaja matemáticas con sus alumnos?
- ¿Es trabajo individual o en equipo?

- ¿Cuánto tiempo dedica a la enseñanza de matemáticas en el salón de clase?
- ¿Con los niños que presentan mayores dificultades como trabaja con ellos matemáticas?
- ¿Qué actividades trabaja con material concreto?
- ¿Cómo trabaja la resolución de problemas con sus alumnos?
- De cuando inició como maestra a la actualidad, ¿Qué cambios importantes ha tenido en su forma de enseñanza?

La entrevista tuvo como objetivo profundizar con respecto a las creencias de la docente (permitió contrastar sus respuestas al cuestionario) y explorar la relación de tales creencias con los conocimientos de la docente mostrados en su práctica escolar, quien en el momento del estudio impartía el 3º grado de educación primaria conformado por 32 alumnos y con una antigüedad laboral de 14 años.

- **La observación**

El foco de atención de la observación realizada en la clase de la profesora entrevistada se centró en los siguientes aspectos:

- Tipo de actividades que trabaja con los alumnos
- Uso de los recursos (material concreto, libros de texto, libros de apoyo, TIC'S, cuadernos, etc.)
- Agrupaciones de los alumnos
- Interacción maestra-alumno, alumno-alumno
- Manejo del error

La fecha y horario de la observación se acordó con la docente y tuvo una duración aproximada de 50 minutos.

Tanto la entrevista como la observación en el aula se registraron por medio de videograbación que posteriormente fueron transcritas.

La transcripción completa de la entrevista, la observación de clase y las respuestas al cuestionario de la profesora seleccionada para el estudio de caso se localizan en los anexos 1 y 2.

3.4. Análisis de los datos.

El análisis de los datos se realizó en dos fases. En la primera fase se realizó un análisis cualitativo de las respuestas de los docentes participantes a las 8 preguntas del cuestionario con el objetivo de obtener información que dé cuenta de las creencias epistemológicas de los docentes y las relaciones existentes entre ellas a través de mapas cognitivos (Llinares, 1992). En la segunda fase se analizó la entrevista y la observación de clase realizada a la docente participante en el estudio de caso para identificar posibles relaciones entre sus conocimientos y sus creencias en un contexto específico de enseñanza de acuerdo al modelo teórico de Fennema y Franke (1992) y Petrou y Goulding (2011).

3.4.2. Primera Fase: Los mapas cognitivos

El análisis de los datos obtenidos en la aplicación de los cuestionarios se llevó a cabo a través de la elaboración de mapas cognitivos que rescatan el significado de las creencias epistemológicas de los docentes, en este caso de educación primaria (Llinares, 1992). De acuerdo a la propuesta de análisis cognitivos, las creencias se estructuran en función de los siguientes constructos psicológicos; *Ideas núcleo*, *Razones*, *Perspectivas de Acción y Dudas*.

Las Ideas núcleo se refiere a las ideas básicas (fundamentos, principios) en las que se apoya y articula el sistema conceptual de los docentes. En otras palabras las Ideas núcleo son el punto de apoyo que justifican las acciones del profesor en el aula. En los siguientes ejemplos de respuestas expresadas por dos de los profesores cuestionados a la pregunta ¿Qué son las matemáticas? Se identifica la idea núcleo con respecto la naturaleza de las matemáticas:

- M17 *Es una ciencia exacta que nos permite interpretar números, medidas.*
- M43 *Ciencia aplicada y exacta que nos enseña los números, su funcionalidad y relación con el ser humano.*

En ambos casos la idea núcleo o básica que subyace es ver a las matemáticas como una ciencia exacta o formal.

Las Razones son los argumentos que justifican la elección de determinada creencia o Idea núcleo y la conectan con las acciones del docente en el aula escolar. Preguntas como ¿Por qué? ¿Cómo? Permiten inferir su importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En las siguientes respuestas proporcionadas por dos docentes a la pregunta ¿Qué son las matemáticas? Se infieren las razones o argumentos que justifican la elección de la creencia o idea núcleo (se subrayan las razones o argumentos):

- M17 *Es una ciencia lógica que busca dar respuesta a acontecimientos y problemas que se nos presenta en la vida cotidiana de manera objetiva.*
- M11 *Un conjunto de conocimientos relacionados con la vida cotidiana que sirven para desarrollar habilidades de razonamiento.*

Las Perspectivas de acción se refieren a los esquemas proposicionales que son las expectativas en cuanto a los conocimientos, motivaciones y acciones del profesor, así como las posibles estrategias pedagógicas que el docente empleará para la enseñanza de la materia o manejo de la clase.

Los siguientes son ejemplos de las perspectivas de acción que se infieren de las respuestas de dos docentes a la pregunta ¿Qué es el pensamiento matemático? (se subrayan las perspectivas de acción):

- M45 *Utilizar todas las formas posibles para llegar al resultado, armar una figura, etc.*
- M6 *Capacidad que tenemos para dar respuesta a los problemas matemáticos siguiendo un procedimiento.*

Las Dudas es el constructo psicológico que permite al investigador encuadrar aquellas proposiciones que no le es posible identificar dentro de los otros constructos.

Un ejemplo de lo anterior es la siguiente respuesta proporcionada por un docente a la pregunta ¿Qué son las matemáticas?:

- M38 *Un conjunto de números,*

La respuesta proporcionada por la docente genera más dudas que resultados que puedan ser inferidos.

3.4.2.1 Categorías de análisis de las creencias de los docentes.

Para el análisis de los resultados de las creencias de los docentes y la elaboración de los mapas cognitivos se revisaron las respuestas de los docentes participantes a las 4 primeras preguntas del cuestionario aplicado: ¿Qué son las matemáticas?, ¿Qué es el pensamiento matemático?, ¿Qué es un problema matemático? y ¿Cómo se resuelven los problemas matemáticos?, las cuales se agruparon de acuerdo a su coincidencia en el contenido conceptual a las siguientes categorías, tomando como referencia los puntos de vista en cuanto a las creencias epistemológicas de los docentes señaladas por Ernest (1989):

Visión Platónica; donde las matemáticas son un cuerpo unificado estático del conocimiento, como una red cristalina de estructuras interconectadas y verdades o postulados, unidos por delgados filamentos de significado y lógica.

Un ejemplo de esta creencia la observamos en la siguiente respuesta proporcionada por un docente a la pregunta ¿Qué son las matemáticas?:

- M18 *Es una ciencia formal que parte de una serie de elementos lógicos matemáticos que se relacionan: números, geometría, operaciones, así como las propiedades y sus aplicaciones en situaciones prácticas y del conocimiento para resolver situaciones problemáticas*

Visión Instrumentalista; donde las matemáticas son una acumulación de hechos, reglas y habilidades para ser utilizadas para cumplir con un objetivo externo, como una caja de herramientas para ser utilizadas por un hábil artesano.

A partir de la pregunta *¿Qué es el pensamiento matemático?*, identificamos en la siguiente respuesta de un docente, un ejemplo de esta visión:

- M14 *Es cuando se da solución a situaciones cotidianas haciendo uso de herramientas que el alumno posee (saberes previos)*

Visión Resolución de problemas; donde las matemáticas se ven como un campo en continua expansión dinámica orientada a la resolución de problemas de matemáticas. Las matemáticas no son un producto terminado, sus resultados están abiertos a revisión.

En la siguiente respuesta expresada por un docente a la pregunta *¿Qué es un problema matemático?*, es posible ejemplificar esta visión o creencia:

- M27 *Es una situación donde se plantea un reto, el cual debe cumplir con características, como por ejemplo, que represente una dificultad alcanzable, por parte de quien desea resolverlo*

En cada una de las preguntas descritas se seleccionaron palabras claves tales como ciencia exacta, herramientas, procedimientos, reto, etc..., para conformar las Ideas núcleo en cada una de las categorías señaladas.

Las respuestas de los docentes participantes a las preguntas *¿Qué contenidos o temas son de mayor dificultad para mis alumnos?*, *¿Qué estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en que mis alumnos presentan mayores dificultades?*, *¿En qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos?* y *¿Qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos?* las categorizamos como creencias ya que no tenemos los sustentos pedagógicos o documentales que nos permitan determinar que el docente tiene pleno conocimiento de lo que asevera, nos basamos únicamente en lo que los docentes afirman que conocen. Para el análisis de las respuestas de los docentes se realizó una cuantificación de los temas, contenidos o

estrategias que los docentes reportaron y se calcularon porcentajes de frecuencias. Algunos temas, contenidos o estrategias se agruparon para una mejor representación de estos (se señalan entre paréntesis).

3.4.3. Segunda Fase: Relaciones entre los conocimientos de la docente y sus creencias en un contexto de enseñanza determinado.

En esta fase se retomaron extractos de la entrevista situada en contexto y la observación de clase realizada a la docente seleccionada, así como sus respuestas a las preguntas del cuestionario aplicado, con el objetivo de encontrar relaciones entre los componentes de los conocimientos docentes y las creencias en un contexto determinado, de acuerdo al marco teórico de Fennema y Franke (1992) y Petrou y Goulding (2011).

3.4.3.1 Categorías de análisis de los conocimientos de los docentes.

El análisis de los datos de los conocimientos de los docentes obtenidos de la entrevista en el aula y la observación de clase de la docente del estudio de caso se realizó con base en las mismas categorías descritas por Fennema y Franke (1992), quienes en los conocimientos de los docentes incluyen sus creencias como un aspecto que influye en éstos, ambos aspectos aparecen de manera intrincada y en torno a un contexto específico.

Conocimiento del contenido matemático. Incluye el conocimiento de los conceptos, procedimientos y procesos de solución de problemas dentro del dominio en el que se enseñan, así como en los dominios de contenidos relacionados. Incluye el conocimiento de los conceptos implícitos en los procedimientos, la interrelación de estos conceptos y como se utilizan estos conceptos y procedimientos son usados en diversos tipos de resolución de problemas.

Un ejemplo de este tipo de conocimiento lo ejemplificamos en el siguiente fragmento de la entrevista realizada a la docente del estudio de caso:

M - Entonces hay cosas que yo las había enseñado de una manera, como operaciones, [...] restas en forma desarrollada, yo las había enseñado así, [...] pero ahora para la notación desarrollada, resulta que ya no se hacen en el desarrollo que de una vez hagan la situación de que en lugar de 40 va ser 30 y aquí va a ser 13, aquí va 10 más 8

Conocimiento pedagógico. Incluye el conocimiento que tiene el docente de los procedimientos de enseñanza tales como estrategias efectivas para la planeación, rutinas en el salón de clase, técnicas de manejo de conducta, procedimientos de organización del aula y técnicas motivacionales.

El siguiente fragmento es un ejemplo de este tipo de conocimiento que se puede inferir de la entrevista realizada a la docente del estudio de caso:

I - ¿Cómo trabaja actualmente las matemáticas?

M – Así como ahorita, pongo el tema en el pizarrón, lo leemos y vamos explicando. Yo por lo regular en ese sentido soy un poco tradicionalista, me gusta que tengan el resumen del tema que estoy viendo...

Conocimiento de las cogniciones de los alumnos. Está relacionado con cómo los alumnos piensan y aprenden, y, en particular, con cómo esto ocurre en un contenido matemático específico. Incluye la comprensión de los procesos que los estudiantes usan y las dificultades y aciertos que es probable que ocurran.

Este tipo de conocimiento también puede ejemplificarse con el siguiente fragmento de la entrevista realizada a la docente del estudio de caso:

I - ¿Y cómo lo trabajan, individual o en equipo?

M – Lo trabajamos individual, le voy a decir por qué, mire, tengo niños que no entienden nada y si los pongo por equipo, por ejemplo el niño que esta hasta atrás, el peloncito que está aquí donde se paró la niña hasta atrás. Con el trabajo los colores...

Los indicios de posibles relaciones observadas entre los conocimientos docentes inferidos de la entrevista en el aula y la observación de clase de la profesora participante, y las creencias manifestadas en las respuestas al cuestionario diagnóstico aplicado, se obtuvieron a partir de contrastar directamente los datos obtenidos mediante los tres instrumentos: cuestionario, entrevista y observación de clase. Se puso especial interés en aquellas preguntas o aspectos que presentaron similitudes o relaciones evidentes. Por ejemplo, en las preguntas ¿qué es un problema matemático? y ¿cómo resuelvo un problema matemático?, hubo similitudes con las respuestas de la docente observadas en la entrevista en el aula y la observación de clase, ello en relación con los procedimientos de resolución de restas y repartos en problemas matemáticos (ver Sección 4.2.2).

En el capítulo siguiente se presentan todos los resultados obtenidos en las dos fases de la investigación: en relación a las creencias y los mapas cognitivos construidos a partir de la aplicación de los cuestionarios (Fase 1), y los indicios de las relaciones entre los conocimientos y las creencias derivados del análisis de la entrevista semiestructurada en contexto y la observación de clase (Fase 2).

“...vamos a ver ¿tú crees que este mal, tu respuesta? Sí, entonces, ¿cómo crees tú que se resuelve? [el problema matemático]”

Maestra de 3º grado de primaria.

CAPÍTULO 4. Resultados

En este capítulo se describen los resultados obtenidos. En primer lugar se presentan los resultados derivados de los cuestionarios aplicados en relación a las características de las creencias de los docentes participantes acerca de las matemáticas, de los problemas matemáticos y su resolución, de los temas que causan dificultades a los alumnos y de posibles estrategias para abordarlos. En segundo lugar se presentan los resultados correspondientes al estudio de caso en relación a los conocimientos docentes.

4.1. El contenido de las creencias de los docentes.

Los resultados obtenidos sobre el contenido de las creencias de los docentes los presentamos estructurados en función de constructos psicológicos: Ideas núcleo, Razones, Perspectivas de Acción y Dudas, basados en los mapas cognitivos de Llinares (1992), y enmarcadas en las tres visiones sobre la naturaleza o significado de las matemáticas: Visión Platónica, Instrumentalista y Resolución de problemas (Ernest, 1989).

4.1.1. Contenidos de las creencias sobre qué son las matemáticas.

En relación a las creencias sobre qué son las matemáticas, las respuestas de los participantes se agruparon en categorías basadas en las tres visiones descritas por Ernest

(1989). En la tabla 4.1 se muestra el porcentaje observado en cada una de las categorías. Entre paréntesis se describe la Idea núcleo de cada una de las categorías.

Tabla 4.1. Creencias sobre qué son las matemáticas

Visión	Platónica (ciencia exacta o formal que tiene que ver con los números, cálculo o geometría)	Instrumentalista (símbolos, actividades, estructuras en interacción con el entorno)	Resolución de problemas (procesos o procedimientos que ayudan a resolver problemas)	Total
Docentes	78.5%	12.6%	8.9%	100%

- **Visión Platónica:** El 78.48% de los participantes que tienen esta visión consideran a las matemáticas una ciencia exacta o formal, una asignatura o materia escolar que tiene que ver con los números, el cálculo y la geometría principalmente. Una evidencia de esta visión la encontramos en las respuestas dadas por los siguientes docentes quienes indican:
 - M30 *Es una ciencia que estudia las propiedades de entes abstractas en donde se involucran números, símbolos, figuras, búsqueda de soluciones exactas....*
 - M43 *Ciencia aplicada y exacta que nos enseña los números, su funcionalidad y relación con el ser humano*
 - M26 *Ciencia exacta que estudia situaciones o problemas matemáticos*

Las justificaciones que dan los participantes de esta visión las hemos enmarcado en dos constructos psicológicos: razones o argumentos y las dudas. A su vez, los que justifican desde las razones o argumentos se podrían categorizar en tres

tipos. Los que justifican desde la resolución de problemas (27.4%) tal como lo hacen los siguientes maestros que indican:

- M3 *...un medio para resolver problemas de la vida cotidiana*
- M1 *...nos ayuda a resolver problemas*
- M17 *...busca dar respuesta a acontecimientos y problemas que se nos presenta en la vida cotidiana de manera objetiva*

Los que justifican indicando que tienen que ver con indagar, interpretar o relacionar números, operaciones, símbolos o elementos geométricos (35%), como lo indican los maestros siguientes:

- M76 *... lo relacionado con la medición, conteo, probabilidad, estadística, interpretación de gráficas, la geometría, se encarga de relacionar las cosas*
- M12 *... nos permite interpretar números, medidas*
- M16 *... estudia los números y sus relaciones*

Y por último, los que dicen que tiene que ver con conocer, comprender, explicar o aplicar conocimientos, habilidades o capacidades en situaciones cotidianas (9.6%) como indican los siguientes maestros:

- M73 *...permiten comprender de forma científica la realidad*
- M68 *...se aplica en nuestra vida cotidiana en todo lo que hacemos, aplicando nuestras habilidades, destrezas y competencias*

Dentro del constructo de dudas hemos incluido aquellas justificaciones que por sus características no es posible clasificar en otro tipo de constructo psicológico (28%). Este es el caso de los siguientes maestros:

- M46 *Es una ciencia exacta*
- M42 *Es una ciencia, es reflexiva y utiliza el pensamiento lógico.*
- **Visión Instrumentalista:** Los profesores que tienen esta visión (12.65%) consideran que las matemáticas tienen que ver con símbolos, actividades, ejercicios, conjunto de conocimientos, estructuras, esquemas o formulas en relación o interacción con un contexto, tal como lo indican los siguientes maestros:
 - M9 *Son una serie de símbolos con un valor agregado que tienen relación con el espacio en que interactuamos*
 - M32 *Son estructuras, esquemas o fórmulas que se piensan o razonan de forma lógica utilizando el análisis para llegar a soluciones exactas o precisas*
 - M58 *Es una forma simbólica de explicar los fenómenos que ocurren a mi alrededor*

Las justificaciones que dan 7 profesores se categorizan como razones o argumentos dado que manifiestan que esos símbolos, esquemas, conjuntos, actividades, ejercicios, les permiten explicar o interactuar con el entorno, tal como lo manifiestan los profesores M9 y M58, incluidos en los últimos ejemplos.

- **Visión de Resolución de problemas:** Los 7 profesores que tienen esta visión relacionan a las matemáticas con problemas o con los elementos, procesos o procedimientos que ayudan a solucionar problemas, tal como nos muestran los siguientes docentes:
 - M7 *Son los elementos existentes que me ayudan a solucionar un problema de la vida diaria en el cual intervienen números*
 - M5 *Son problemas cognitivos en donde se utilizan los números y el razonamiento lógico*

- M40 *Son todos aquellos procesos que llevan hacia un razonamiento lógico para la resolución de problemas.*

Las justificaciones que dan estos profesores al respecto las hemos categorizado como razones dado que estas señalan dos tipos de aspectos. a) la utilización de números, elementos, procesos o procedimientos para b) resolver problemas o encontrar soluciones a los mismos, como lo podemos observar en las respuestas de los anteriores docentes.

Resumiendo lo observado en este apartado con respecto a las creencias de los docentes observamos que cuando menos tres cuartas partes de los docentes consideran que las matemáticas es una ciencia exacta o formal que tiene que ver con números, el cálculo y la geometría, en una visión platónica principalmente y solo una cuarta parte de los docentes consideran que las matemáticas tiene que ver con símbolos, herramientas, conocimientos, ejercicios desde una visión instrumentalista o con los elementos, procesos o procedimientos que ayudan a solucionar problemas, desde una visión de resolución de problemas, destacando que estas dos últimas visiones son las que promueven los programas de estudio vigentes en nuestro país y las más importantes asociaciones internacionales como la NTCM.

La figura 4.1 muestra un mapa cognitivo que resume las creencias sobre qué son las matemáticas.

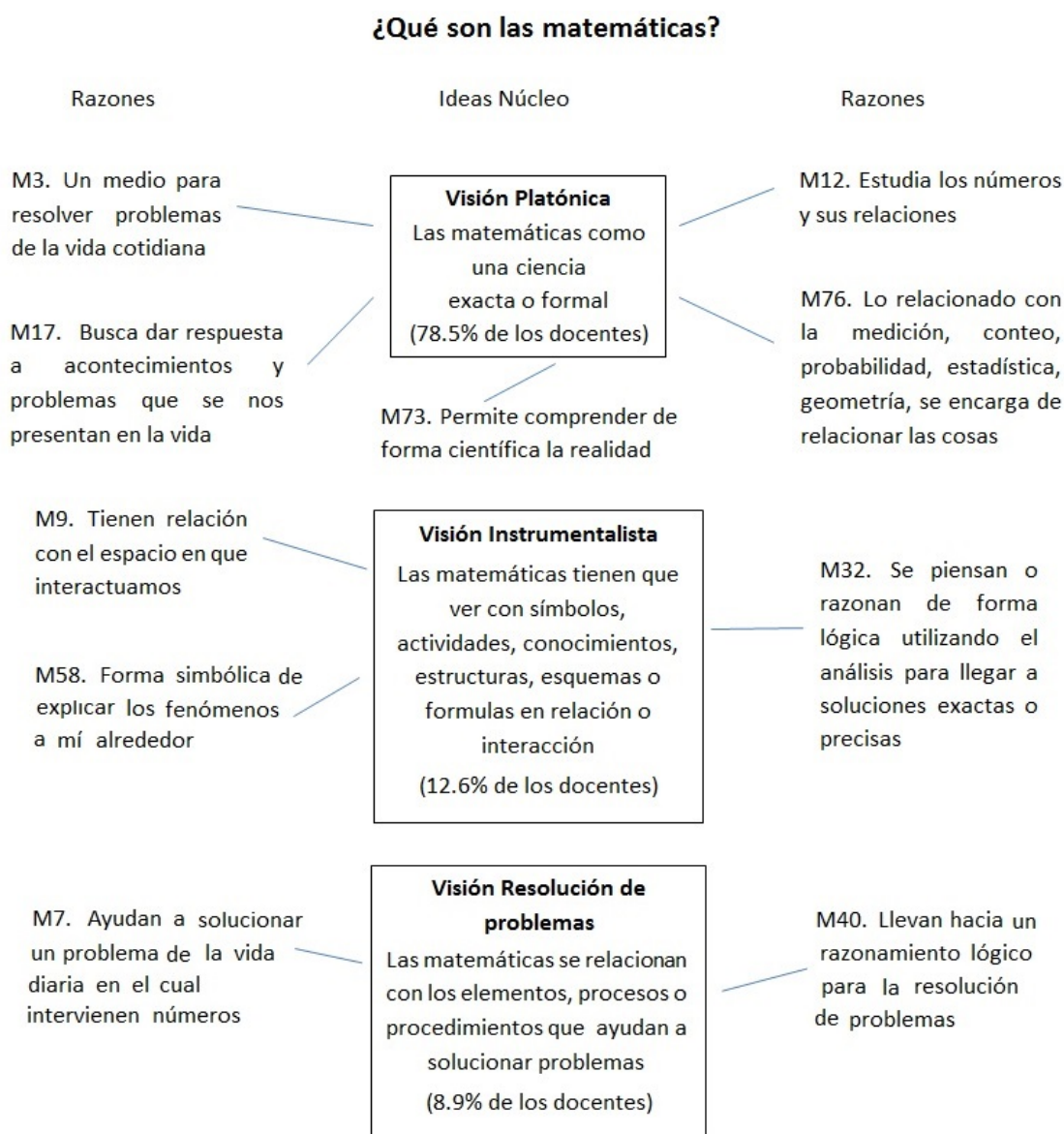


Figura 4.1. Mapa cognitivo de las creencias sobre ¿Qué son las matemáticas?

4.1.2. Contenidos de las creencias sobre qué es el pensamiento matemático.

Con respecto a las creencias sobre qué es el pensamiento matemático, categorizamos las respuestas de los docentes participantes en las tres visiones de Ernest (1989) y en el constructo psicológico perspectivas de acción, que son las expectativas en cuanto a los conocimientos, motivaciones y acciones del profesor y que tiene que ver con las posibles estrategias pedagógicas que el docente empleará para la enseñanza de la materia. En este caso la pregunta a plantearse sería ¿Para qué pensamos matemáticas? Las

respuestas de los docentes también las enmarcamos en las tres visiones sobre la naturaleza o significado de las matemáticas (Ernest, 1989), de acuerdo a la siguiente tabla.

Tabla 4.2. Creencias sobre qué es el pensamiento matemático

Visión	Platónica (razonamiento lógico para comprender, analizar o resolver un problema)	Instrumentalista (aplicar conocimientos, habilidades o herramientas para resolver un problema)	Resolución de problemas (procesos mentales o acciones para resolver un problema)	Total
Docentes	51%	31.8%	16.6%	100%

- **Visión Platónica:** El 51% de los maestros que tienen esta visión refieren que el pensamiento matemático es el razonamiento lógico (formas de o capacidad de) que permite comprender, analizar, plantear o resolver un problema. Evidencia de esta visión la encontramos en las respuestas dadas por los siguientes maestros quienes indican:
 - M6 *Es la capacidad que tenemos para dar respuesta a los problemas matemáticos de manera lógica y razonable siguiendo un procedimiento*
 - M2 *Es la capacidad de razonamiento y planteamiento con el uso de las matemáticas*
 - M9 *Son formas de razonamiento en donde se cuestiona continuamente para dar un resultado exacto*

- **Visión Instrumentalista:** Los profesores que tienen esta visión (31.8%) consideran que el pensamiento matemático es cuando se utilizan o aplican los conocimientos, habilidades, herramientas adquiridas para la solución de un problema o de una situación específica, tal como lo indican los siguientes maestros:
 - M3 *La manera adecuada de utilizar los conocimientos adquiridos después de realizar la situación y llegar a la solución*
 - M15 *Es cuando se dan solución a situaciones cotidianas haciendo uso de herramientas que el alumno posee (saberes previos)*
 - M28 *Es el cúmulo de habilidades (comprender, analizar, desarrollar, diferenciar, clasificar, organizar, memorizar, etc.) que posee cada individuo y pone en práctica ante un problema matemático.*

- **Visión de Resolución de problemas:** El 16.6% de los profesores que tienen esta visión responden que el pensamiento matemático son procesos mentales o acciones que permiten dar solución a un problema, tal como nos muestran los siguientes docentes:
 - M13 *Proceso mental que te permite resolver problemas*
 - M45 *Utilizar todas las formas posibles para llegar al resultado, armar una figura, etc.*
 - M57 *La forma personal de cómo resolvemos problemas con diferentes estrategias que conocemos o vamos construyendo*

Como podemos observar, en las respuestas a la pregunta ¿Qué es el pensamiento matemático? es posible identificar claramente las tres visiones o creencias con

respecto a la actividad matemática, por una parte la mitad de los maestros consideran como esencial el razonamiento lógico, en tanto que 32% considera que lo importante es aplicar los conocimientos o herramientas adquiridas previamente en la solución de problemas, en tanto que el 17% menciona una postura más amplia al considerar como pensamiento matemático todo lo que permita resolver problemas.

La figura 4.2 muestra un mapa cognitivo que resume las creencias sobre qué es el pensamiento matemático.

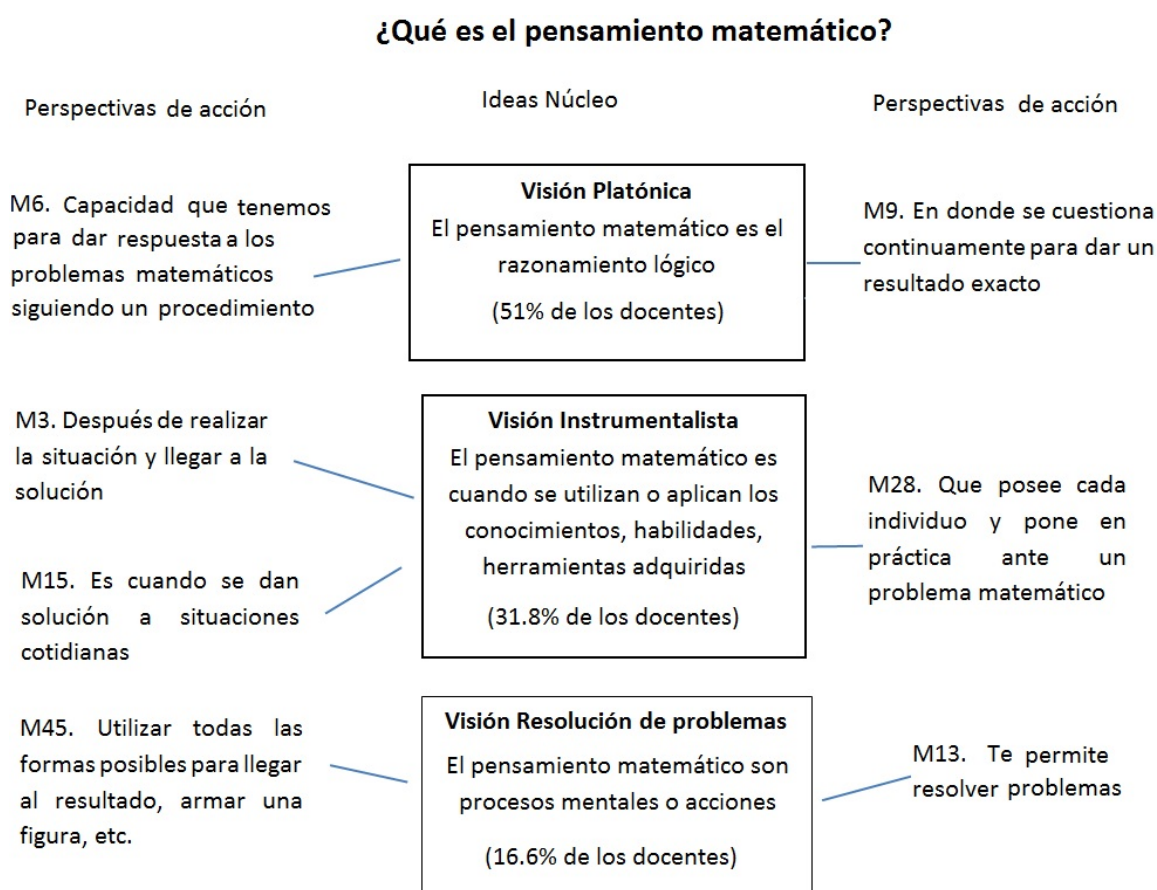


Figura 4.2. Mapa cognitivo de las creencias sobre ¿Qué es el pensamiento matemático?

4.1.3. Contenido de las creencias sobre qué es un problema matemático.

En relación a las creencias sobre que es un problema matemático, un primer elemento de análisis es el que el 56% de los docentes participantes dicen que un problema

es una *situación* que requiere una solución. Es importante destacar que la propuesta metodológica para el estudio de las matemáticas, vigente en los programas de estudio de la educación primaria en México, consiste en utilizar secuencias de *situaciones problemáticas* que despierten el interés de los alumnos y los inviten [...] a encontrar diferentes formas de resolver los problemas (SEP, 2012). En dichos programas de estudio se utiliza en forma indistinta como sinónimos los términos *situación* y *problema*, sin embargo no se define a ninguno de los dos, por lo que se da por un hecho que el docente a quien va dirigido el texto conoce su significado.

En el Diccionario Esencial de la Lengua Española se define situación como “conjunto de realidades o circunstancias que se producen en un momento determinado, que determina la existencia de la persona o de las cosas” (Real Academia Española, 2006).

Por otra parte en la Guía para el maestro, Campo de formación Pensamiento Matemático se menciona que “una situación de aprendizaje debe entenderse como el diseño didáctico intencional que logre involucrar al estudiante en la construcción de conocimiento” (SEP, 2012, p. 315), por lo que podemos teorizar que de acuerdo a estos programas una *situación problemática* es el diseño intencional que involucra al estudiante en la construcción del conocimiento matemático.

En relación a las creencias sobre qué es un problema matemático, las respuestas de los docentes participantes las agrupamos también en torno a las tres categorías o visiones manejadas anteriormente como ideas núcleo, lo cual a continuación se describe (Tabla 4.3).

Tabla 4.3. Creencias sobre qué es un problema matemático

Visión	Platónica (su solución requiere razonamiento lógico, algoritmos, conceptos o cálculo numérico)	Instrumentalista (conflicto que permite aplicar herramientas, conocimientos, habilidades para resolverlo)	Resolución de problemas (situación o reto para cuya solución se emplean diferentes estrategias)	Total
Docentes	43%	20%	37%	100%

- **Visión Platónica:** El 43% de los profesores que tienen esta visión consideran un problema matemático como una situación o planteamiento cuya solución requiere la utilización de razonamiento lógico, conceptos, algoritmos o cálculo numérico. Una evidencia de esta visión la encontramos en las respuestas dadas por los siguientes docentes quienes indican:
 - **M2** *Una situación que requiere ser resuelta utilizando conceptos operaciones matemáticas*
 - **M5** *Situación que causa un conflicto cognitivo, la cual necesita una solución lógica o numérica*
 - **M22** *Es el planteamiento de una situación conflictiva en la que se requiere la búsqueda de un resultado a partir de la aplicación de una operación matemática*

En los anteriores ejemplos se han subrayado las que consideramos **razones** de la **idea núcleo**, de las cuales se identifica que el 44% de los anteriores docentes argumentan a los números o el cálculo numéricos como necesario para resolver los problemas, el 26% menciona que se requieren de algoritmos para lograrlo y el 30% de los profesores señalan el razonamiento como necesario para la solución. También destacamos que un 17% señala más de un elemento (números, algoritmos, razonamiento) necesario para solucionar el problema.

- **Visión Instrumentalista:** Los profesores que tienen esta visión (20%) consideran al problema matemático como una situación conflictiva que permite aplicar herramientas, conocimientos, habilidades, capacidades para resolverla, tal como lo indican los siguientes maestros:
 - **M11** *Una situación didáctica que pretende movilizar los conocimientos adquiridos hacia la solución del problema planteado*

- **M35** *Es una situación que conflictua mis saberes y pone en juego mis habilidades, conocimientos y capacidades matemáticas para resolverlo*
- **M6** *Es un reto al que tenemos que reflexionar y aplicar el pensamiento matemático para su solución aplicando diversas herramientas*

Se subrayan las que consideramos son las razones que argumentan las ideas núcleo ejemplificadas. Observamos que en este rubro el 61% de estos docentes mencionan que se aplican los conocimientos adquiridos al resolver un problema y el 39% de los docentes restantes mencionan que aplican herramientas, habilidades o capacidades.

- **Visión de Resolución de Problemas:** El 37% de los docentes que tienen esta visión contestan que un problema matemático es una situación o reto de la vida cotidiana o real que requiere solución para lo cual se pueden emplear diferentes estrategias, tal como nos muestran los siguientes docentes:

- **M10** *Es un planteamiento que requiere de diversas estrategias para su solución*
- **M21** *Es una situación que se presenta con la vida real, la cual llega a tener una o varias soluciones por medio de procedimientos válidos*
- **M27** *Es una situación donde se plantea un reto, el cual debe cumplir con características, como por ejemplo, que represente una dificultad alcanzable, por parte de quien desea resolverlo*

Se subrayan las que consideramos **razones** de las ideas núcleo identificadas y todas ellas tienen en común que no se encuadran en un tipo de solución sino por el contrario

muestran apertura a intentar, buscar, utilizar diferentes estrategias o formas de resolver el problema.

En la última respuesta de los docentes descritos (M27) también es interesante observar que la definición concuerda con las concepciones de Polya (1981) y Fernández (2008) con respecto a un problema matemático:

Un problema es encontrar una salida a una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, alcanzando un objetivo que no era inmediatamente alcanzable...tener un problema significa buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar. Polya (1981).

Un problema es cuando un sujeto es consciente de lo que hay que hacer, sin saber, en principio, como hacerlo. En este sentido, el sujeto reconoce un desafío novedoso al que hay que dar respuesta. Fernández (2008).

M27: [Un problema] *Es una situación donde se plantea un reto, el cual debe cumplir con características, como por ejemplo, que represente una dificultad alcanzable, por parte de quien desea resolverlo.*

La figura 4.3 muestra un mapa cognitivo que resume las creencias sobre qué es un problema matemático.

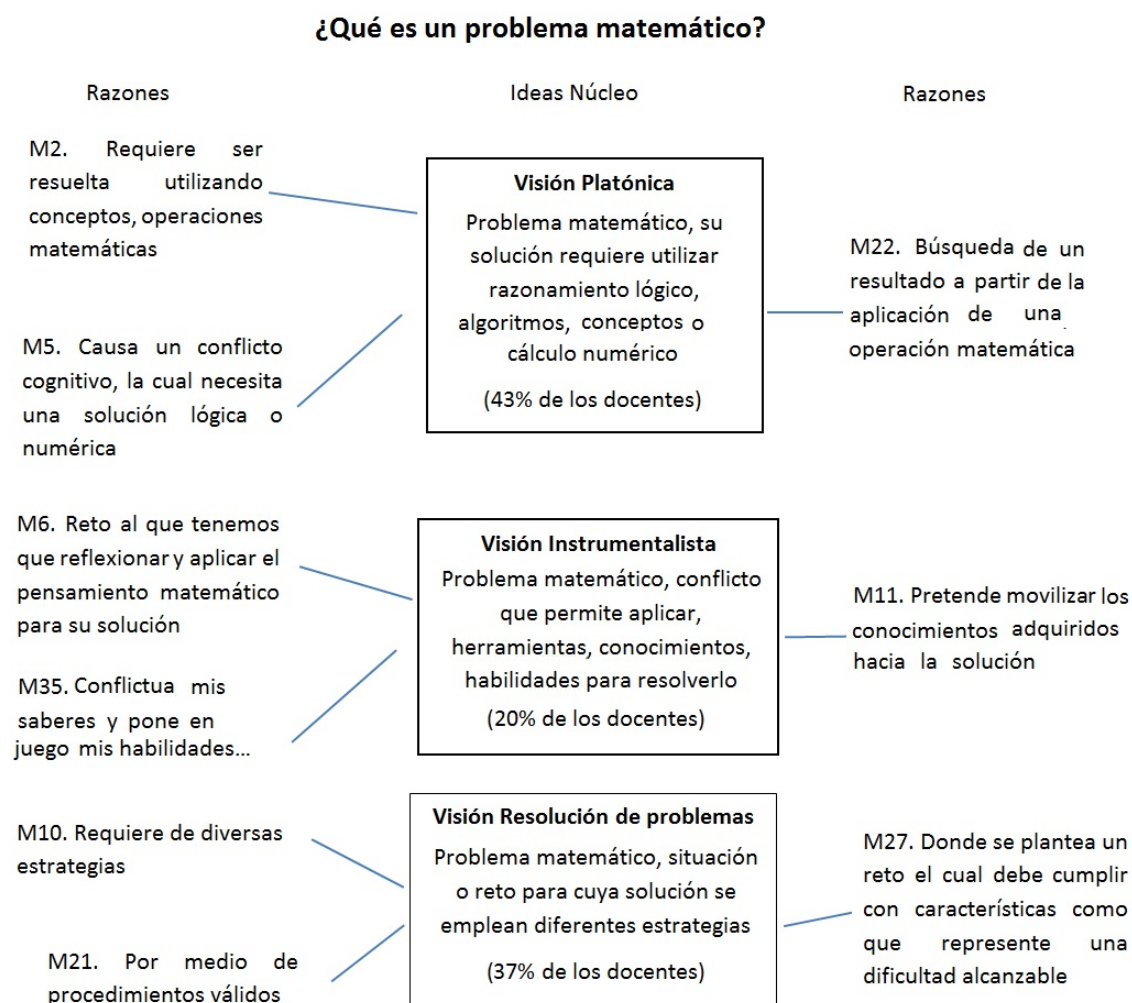


Figura 4.3. Mapa cognitivo de las creencias sobre ¿Qué es un problema matemático?

4.1.4. Contenido de las creencias sobre cómo resuelvo un problema matemático.

La creencia sobre cómo resuelvo un problema matemático está relacionada con la creencia de la naturaleza de las matemáticas pero también nos permite identificar la creencia que el docente tiene en relación al aprendizaje de las matemáticas, tanto de sus alumnos como del propio. Sin un análisis previo supondríamos que las respuestas de los docentes a cómo resuelven un problema deberían de concordar con las respuestas que el docente expreso en relación a qué es un problema matemático. Al realizar un análisis observamos que solo en el 60% de los casos las respuestas dadas a la pregunta 4 (¿cómo resuelvo un problema matemático?) concuerdan plenamente con lo expresado en la

pregunta 3 (¿qué es un problema matemático?). Las creencias de los docentes en cuanto a cómo resuelvo un problema matemático también han sido agrupadas en torno a tres **ideas núcleo** que tienen que ver con las visiones de la naturaleza de las matemáticas que señala Ernest (1989), lo cual se describe en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4. Creencias sobre cómo resuelvo un matemático

Visión	Platónica (analizando, comprendiendo, razonando, cálculos numéricos, aplicando algoritmos conceptos o conocimientos)	Instrumentalista (aplicando o poniendo en práctica conocimientos, habilidades, herramientas, procedimientos o estrategias)	Resolución de problemas (utilizando diversas estrategias o caminos para encontrar una o varias soluciones)	Total
Docentes	58%	28%	14%	100%

- **Visión Platónica:** El 58% de los docentes que tienen esta visión contestan que resuelven problemas matemáticos analizando, comprendiendo, razonando, haciendo cálculos numéricos, aplicando algoritmos, conceptos o conocimientos. Una evidencia de esta visión la encontramos en las respuestas dadas por los siguientes docentes quienes indican:
 - **M2** *Analizo el planteamiento para obtener los datos que tengo y lo que me pregunto o deseo obtener como resultado final. Con base a lo anterior planteo la operación u operaciones a realizar para obtener mi resultado*
 - **M22** *Primero: leo el planteamiento, segundo: analizo lo que se solicita, tercero: defino el procedimiento, cuarto; resuelvo la operación, quinto: contextualizo el resultado.*

- **M39** *Utilizando todos los conocimientos previos, el razonamiento lógico y la información contextual para dar una respuesta*

Podemos inferir que lo importante para estos docentes es que sus alumnos adquieran conocimientos, aprendan algoritmos y desarrollen habilidades de análisis, reflexión, comprensión, razonamiento lógico, numéricas para poder resolver problemas. Otro dato interesante es que en el 79% de los docentes que se clasifican en esta categoría, sus respuestas a como resuelven un problema concuerdan con las respuestas dadas a qué es un problema matemático, por lo que inferimos que en este caso las respuestas a cómo resuelvo un problema matemático son a su vez razones o argumentos a las ideas núcleo con respecto a que es un problema matemático.

- **Visión Instrumentalista:** Los profesores que tienen esta visión (28%) contestaron que resuelven un problema matemático aplicando, utilizando o poniendo en práctica herramientas, conocimientos, estrategias, procedimientos o habilidades, tal como lo indican los siguientes maestros.
 - **M8** *Utilizo diversas estrategias y habilidades para llegar o tener una solución asertiva*
 - **M30** *Considero que primeramente será importante comprender el planteamiento, posteriormente poner en juego todas aquellas habilidades y conocimientos que me van a permitir llegar a la resolución del problema*
 - **M28** *Considerando las diferentes estrategias que existen para resolver un problema (tanteo, planteamiento de hipótesis, realización de diagramas, entre otras) puede realizarse de forma individual o en equipo*

Aunque en esta categoría también aparecen en las respuestas los conocimientos, al igual que en la Visión Platónica, aquí se utilizan como una herramienta más. De esta manera podemos inferir que la prioridad de estos docentes en cuanto al aprendizaje de las matemáticas es que adquieran saberes, habilidades, estrategias o diferentes procedimientos para que los puedan utilizar como herramientas o instrumentos en la resolución de problemas. Al igual que en el anterior apartado de la Visión Platónica, la concordancia de las respuestas a *cómo resuelvo un problema* y *qué es un problema matemático* es alta ya que en el 85% de los casos las respuestas concuerdan. También en este caso planteamos que las respuestas *cómo resuelvo un problema* son a su vez razones de las respuestas a la pregunta *qué es un problema matemático* (en los casos en que existe concordancia).

- **Visión de Resolución de Problemas:** El 14% de los docentes que tienen esta visión responden que resuelven problemas matemáticos utilizando diversas estrategias o caminos para encontrar una de diferentes posibles soluciones, tal como nos muestran los siguientes docentes:
 - **M23** *A partir de encontrar diversos caminos de cómo resolver y a través de ver cómo otros resuelven ese mismo problema*
 - **M27** *Hay diversas estrategias para resolver un problema, compararlo con problemas similares previamente resueltos, por ensayo y error, resolver de atrás hacia adelante, separarlo en pequeños problemas, diagramas.*
 - **M33** *Establezco en que consiste, realizo el planteamiento y busco distintas formas de resolverlo*

Inferimos que los docentes que tienen esta visión consideran primordial desarrollar en sus alumnos una búsqueda continua por diferentes caminos de posibles soluciones a los problemas, así como la socialización de esas soluciones. Sin embargo en este caso la concordancia entre las respuestas de las preguntas *qué es un problema matemático* y *cómo*

resuelvo un problema matemático es muy baja ya que solo en el 20% de los casos las respuestas concuerdan. Es decir que algunos docentes que por sus respuestas a la pregunta qué es un problema matemático fueron ubicados en la Visión de Resolución de Problemas, en sus respuestas a cómo resuelvo un problema matemático fueron ubicados en la Visión Platónica (61%) o en la Visión Instrumentalista (19%).

En la figura 4.4 se muestra un mapa cognitivo que resume las creencias sobre cómo resuelvo un problema matemático.

En relación a la concordancia entre las respuestas dadas por los docentes sobre qué son las matemáticas, qué es el pensamiento matemático, qué es un problema matemático y cómo los resuelvo hemos observado que solamente en el 15% de los docentes existe concordancia entre las respuestas a estas preguntas y en todos los casos las respuestas se han categorizado dentro de la Visión Platónica. Los siguientes son ejemplos de docentes que sus respuestas concuerdan en las cuatro primeras preguntas (solo se anota el número de pregunta y la respuesta a la misma).

M2

1. *Es la ciencia basada en el cálculo numérico y manejo de la información*
2. *Es la capacidad de razonamiento y planteamiento con el uso de las matemáticas*
3. *Es un planteamiento cuya solución se basa en el pensamiento matemático y el cálculo numérico*
4. *Analizo el planteamiento para obtener los datos que tengo y lo que me pregunto o deseo obtener como resultado final. Con base a lo anterior planteó la operación u operaciones a realizar para obtener mi resultado*

M9

1. *Es una ciencia exacta, que propicia el desarrollo del pensamiento lógico, mediante la aplicación de diferentes algoritmos*
2. *Es la capacidad de razonar y reflexionar sobre una situación que se desconoce elaborando hipótesis y comprobándolas mediante diversos algorítmicos*

¿Cómo resuelvo un problema matemático?

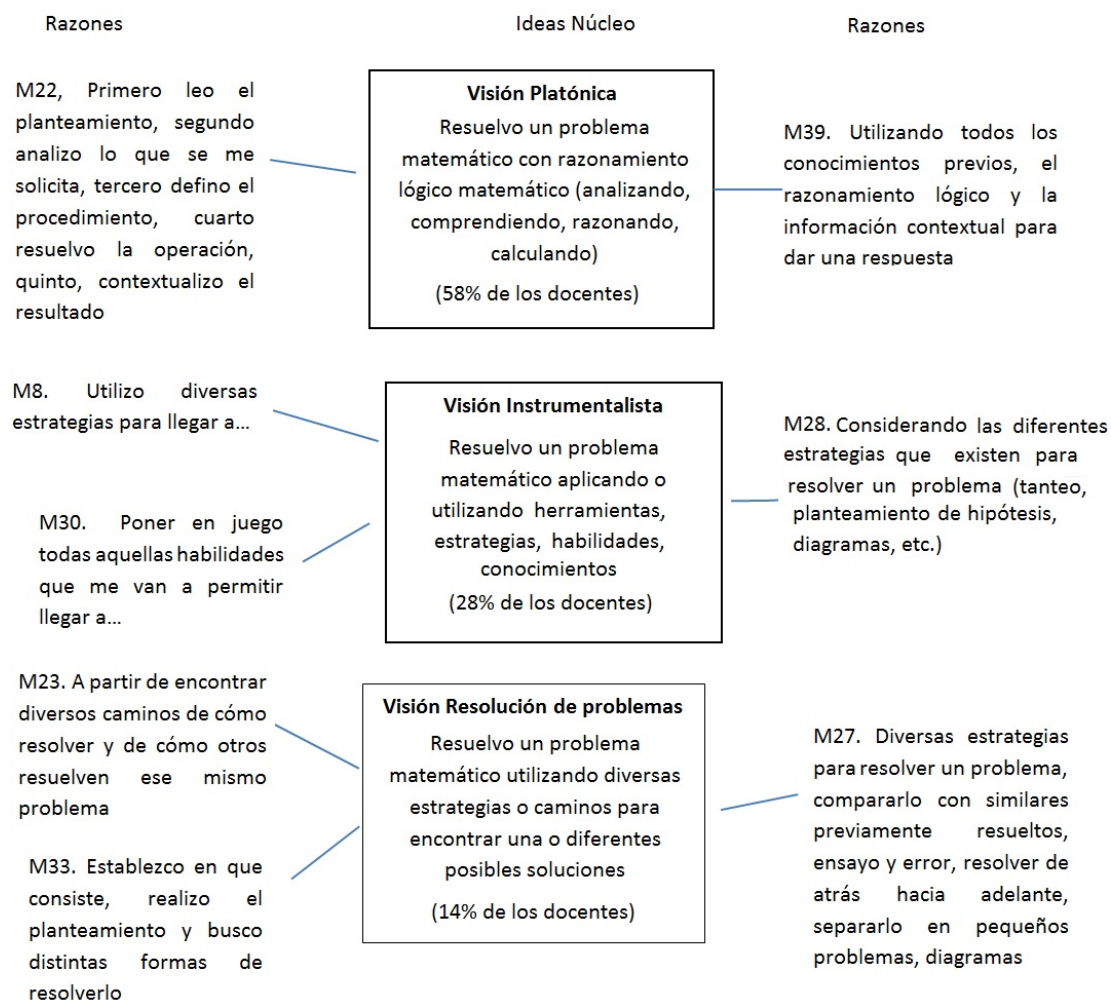


Figura 4.4. Mapa cognitivo de las creencias sobre ¿Cómo resuelvo un problema matemático?

3. *Es una situación que busca una solución o varias mediante la aplicación de diversas operaciones*
4. *Lo leo, lo analizo, lo desmenuzo, rescato los datos que te proporcionan y las incógnitas que te plantean e identifico cual es la operación más indicada*

M50

1. *Es una ciencia exacta*
2. *Es el algoritmo mental que ayuda a la resolución de razonamientos matemáticos*

3. *Es un razonamiento matemático*
4. *A través de diversos instrumentos y razonamiento algorítmico únicos, asimilando, analizando, comparando y descartando datos o información*

4.1.5. Creencias sobre qué contenidos o temas son de mayor dificultad para mis alumnos.

Los contenidos o temas que presentan mayor dificultad para los alumnos hacen referencia a las fracciones, en particular, a la equivalencia de fracciones y sus operaciones, y a la resolución de problemas, el 59% y el 57%, respectivamente (Tabla 4.5). Por el contrario, los que presentan menor dificultad son los números decimales, 12 %, seguido de distintos conceptos de Geometría, 18%. Entre un 39% y un 33% se encuentran las operaciones aritméticas, el sistema de numeración y el manejo de la información (Tabla 4.5). Entre paréntesis se encuentran los contenidos que hacen referencia a un mismo concepto.

Tabla 4.5. Resultados sobre los conceptos matemáticos que presentan mayor dificultad para los estudiantes.

Temas que presentan dificultades	Nº de Respuestas (%)
Fracciones (equivalencias, operaciones)	59%
<u>Resolución de problemas</u>	57%
Operaciones (resta, multiplicación, división, suma, en ese orden)	39%
Sistema de numeración (conteo, series numéricas, valor Posicional, recta numérica)	33%
Manejo de la información (proporcionalidad, porcentajes, Tratamiento de la información y gráficas)	25%
Geometría (perímetros, áreas, ángulos, volumen, medición)	18%
Números decimales	12%

4.1.6. Creencias sobre qué estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en que mis alumnos presentan mayor dificultad.

Las respuestas de los docentes participantes a qué estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en los que los alumnos presentan mayores dificultades, tienen que ver con la enseñanza de las matemáticas y en particular a cómo resuelvo un problema matemático y se han clasificado en siete categorías. Los distintos tipos de estrategias de cada una de las categorías se presentan entre paréntesis (Tabla 4.6). La estrategia más utilizada por los docentes es el uso de material concreto, 74%, seguida del, 39%. y 31% actividades didácticas (sin especificar de qué tipo). Por el contrario las estrategias menos utilizadas son los ejercicios o actividades cotidianas y actividades lúdicas, 18% y el uso de software didáctico, 8%.

Tabla 4.6. Resultados sobre las estrategias que han implementado los docentes para atender los contenidos matemáticos en los que sus alumnos presentan mayores dificultades y una posible relación de temas en los que las emplean.

Temas	Estrategias empleadas	Nº de Respuesta(%)
Fracciones (equivalencias, operaciones)	Uso de material concreto (didáctico, de la vida real)	74%
Resolución de problemas	Resolución de problemas (individual, en binas, en equipo y grupal)	39%
Operaciones (resta, multiplicación, división, suma, en ese orden)	Actividades didácticas (sin especificar)	31%
Sistema de numeración (conteo, series numéricas, valor posicional, recta numérica)	Actividades cotidianas o ejercicios (cuestionarios, cálculo numérico, exposición del docente)	18%
Manejo de la información (proporcionalidad, porcentajes, gráficas)	Actividades lúdicas	18%
Geometría (perímetros, áreas, ángulos, volumen)	Uso de software didáctico	8%

4.1.7. Creencias sobre qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos.

Las respuestas a la pregunta en qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos, tiene que ver con la enseñanza de las matemáticas pero también con el aprendizaje de los alumnos y se han clasificado en 6 categorías. Los temas o contenidos afines al tema central se muestran entre paréntesis (Tabla 4.7.). El tema o contenido que más refieren los docentes tener mayor dominio para su enseñanza a los alumnos es la geometría, 49%, con menor frecuencia refieren los temas de sistema de numeración, 31%, tratamiento de la información, 27%, operaciones básicas, 24%, y fracciones y resolución de problemas 18%.

Tabla 4.7. Resultados sobre los conceptos matemáticos en los que los docentes consideran tener mayor dominio.

Temas con mayor dominio	Nº de Respuestas (%)
Geometría (perímetros, áreas, figuras y cuerpos geométricos)	49%
Sistema de numeración	31%
Tratamiento de la información (porcentajes, probabilidad, proporcionalidad, gráficas, probabilidad)	27%
Operaciones básicas	24%
Fracciones	18%
Resolución de problemas	18%

4.1.8. Creencias sobre qué temas o contenidos de los programas de estudios de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos.

Las respuestas a qué contenidos o temas de los programas de estudio de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos se relacionan con las respuestas a la pregunta qué contenidos o temas de los programas de estudio de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos y tienen que ver con la autopercepción que los docentes tienen sobre sus debilidades o temas que necesitan desarrollar para dar una mejor enseñanza a sus alumnos. Las respuestas se clasificaron en 5 categorías (Tabla 4.8.). El tema o contenido que más refieren que necesitan fortalecer los docentes para su enseñanza a los alumnos es tratamiento de la información, 36%, seguido de geometría, 34%, fracciones, 32 % y resolución de problemas 30%. El tema o contenido matemático con menor frecuencia referido es operaciones básicas, 6%.

Tabla 4.8. Resultados sobre los conceptos matemáticos que los docentes consideran necesitan fortalecer para su enseñanza.

Temas que necesitan fortalecer	Nº de Respuestas (%)
Tratamiento de la información	36%
Geometría	34%
Fracciones	32%
Resolución de problemas	30%
Operaciones básicas	6%

4.2. Estudio de caso.

En esta sección presentamos los resultados inferidos del estudio de caso: entrevista y observación de clase de una docente (M65), en relación a los componentes del modelo del conocimiento docente desarrollado en contexto, de Fennema y Franke (1992): las creencias, el conocimiento del contenido matemático, el conocimiento pedagógico y las cogniciones de los alumnos (C4), con el objetivo de establecer las posibles relaciones entre sus creencias y sus conocimientos, mostrados en la práctica cotidiana en el aula de 3° de

primaria. Como señalan Fennema y Franke, el reto para la investigación en el campo de conocimiento de los maestros es desarrollar una metodología que permita comprender la interacción entre las diferentes categorías de conocimiento de los maestros. Aseguran que la clave para la comprensión de este tipo de relación requiere que los investigadores tomen muy en cuenta el contexto en el que trabajan los profesores como elemento central de los conocimientos y creencias que se manifiestan en el profesor al enseñar matemáticas (Petrou y Goulding, 2011).

Como se describió en el capítulo 3, la elección del caso en estudio fue completamente contingente, y sirve para efectuar una primera exploración en torno de las posibles relaciones entre las creencias de la docente y sus conocimientos. A continuación se comienza por describir en primer término los resultados a las 8 preguntas del cuestionario aplicado a la docente del estudio de caso para enseguida vincular tales creencias con los conocimientos que muestra la docente en estudio en la práctica.

4.2.1 Reflejo de las creencias de la docente en su práctica cotidiana.

En este apartado se analizan las respuestas al cuestionario por parte de la profesora del estudio de caso, con la intención de constituir la componente de las creencias que Fennema y Franke (1992) relacionan con las diferentes formas del conocimiento docente en su modelo teórico.

En las respuestas dadas por la profesora a las dos primeras preguntas del cuestionario:

1.- ¿Qué son las matemáticas?

Es la ciencia que estudia los números, las formas, la medición, la proporción, etc.

2.- ¿Qué es el pensamiento matemático?

Es la estimación de una situación donde se involucra la aritmética y la geometría.

Como se señaló en el anterior capítulo las dos primeras preguntas del cuestionario; ¿Qué son las matemáticas? Y ¿Qué es el pensamiento matemático? , hacen referencia a las

creencias epistemológicas de los docentes con respecto a la naturaleza, los objetivos y la utilidad de las matemáticas.

Se observa que la docente tiene una creencia sobre las matemáticas acorde a la visión platónica, es decir, entiende la matemática como un cuerpo unificado y estático del conocimiento. Visualiza la matemática como una disciplina que conjunta una serie de contenidos organizados curricularmente: *números, formas, medición, proporción*, en la que son fundamentales: *La aritmética y la geometría*. Esta creencia o visión de la naturaleza de las matemáticas es reforzada con lo *observado* en la entrevista realizada a la maestra en la que señala la importancia para el aprendizaje de las matemáticas de la enseñanza de contenidos o temas matemáticos, tal como se pone de manifiesto en el siguiente segmento de la entrevista en la que se describe como una maestra *tradicionalista* y explica por qué se define así. [I- Investigador, M – Maestra].

I - ¿Cómo trabaja actualmente las matemáticas?

M – Así como ahorita, pongo el tema en el pizarrón, lo leemos y vamos explicando [...] En ese sentido soy un poco tradicionalista, me gusta que tengan el resumen del tema que estoy viendo.

También, como señala Ernest (1989), es frecuente que los docentes incluyan en sus creencias, aspectos de más de una de las tres visiones que señaló. Es así como también se puede apreciar en la respuesta de la docente a *¿Qué es un problema?*, la visión instrumentalista de las matemáticas como una caja de herramientas en donde los problemas son *un planteamiento que requiere de un procedimiento para hallar el resultado*. Sin embargo la maestra regresa a la visión platónica porque al responder *¿Cómo resuelve un problema matemático?* reconoce que *por medio de la reflexión*. En una parte de la entrevista la docente también reconoce en relación a la resolución de problemas por parte de los alumnos: *“el chiste es que razonen para que puedan resolverlo”*.

Con respecto a la respuesta a la pregunta:

5.- *¿Qué contenidos o temas matemáticos son de mayor dificultad para mis alumnos?*

La resolución de problemas.

La profesora coincide con lo expresado por el 57% de los docentes que contestaron al cuestionario, quienes señalaron que la *resolución de problemas* es la principal dificultad para sus alumnos. Esta creencia es reforzada por lo que los propios padres de familia le manifiestan a la docente y ésta manifiesta en la entrevista:

I - ¿Qué temas o contenidos se les dificulta más a ellos?

M – Los problemas. Por ejemplo hoy que hubo firma de boletas una mamá me dijo: no encuentro como hacerle para para que razone los problemas, es lo que decía yo, no le diga éste se resuelve con una suma, éste se resuelve con una resta. Ellos tienen que pensar qué operación es la que tienen que realizar.

Como se puede observar su respuesta coincide con su creencia manifestada en el cuestionario en cuanto a cómo se resuelven los problemas (*Por medio de la reflexión*).

Sin embargo la docente también considera que las creencias intervienen en la forma en que se resuelven los problemas. Así se infiere del siguiente segmento de la entrevista.

M - Cuando veo que está mal la operación, bueno habrá quien salga y diga, “no, eso no es”, haber vamos a ver ¿tú crees que este mal, tu respuesta? Sí, entonces, ¿cómo crees tú que se resuelve? [el problema matemático] Entonces vemos, la ponemos, la que está mal y la que está bien para que comparen (se refiere a dos producciones de los niños, una errónea y otra exitosa).

La respuesta de la docente a la pregunta *¿Qué estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en que mis alumnos presentan mayores dificultades?*, *“Uso de material concreto, representación gráfica y análisis grupal”*, coincide con lo que contestó el 74% de los docentes participantes y con el 39% de los que señalan que la resolución de problemas se debe realizar de forma individual, en binas, en equipo o, como lo describe la docente en estudio, a través de análisis grupal. Esta respuesta también es contestaron el uso de material concreto como estrategia utilizada y el 39% que señala el trabajo con resolución de problemas, ya sea de forma individual, en binas, en equipo o, como lo describe la docente en estudio, a través de análisis grupal. Ésta respuesta también

es posible inferirla de la entrevista realizada ya que en el 50% de las actividades relatadas por la maestra se refieren a utilizar material concreto para apoyar su enseñanza:

I - ¿Estos ejemplos de donde los retoma, del libro, de otro material...?

M – Casi no he encontrado de este tipo de secuencias [...], entonces yo invento mis figuritas, les voy poniendo a lo mejor un cuadrado, con un triangulito [...] tengo que ir adaptando algunas figuras [...] les hice la figurita así con cartulina y así se las iba girando para que vieran que era lo que sucedía...

En este segmento se observa además la iniciativa de la docente de elaborar su propio material manipulativo de acuerdo a sus creencias. En el siguiente segmento de la entrevista la profesora expresa su creencia sobre la utilidad del material concreto.

I - ¿Y éste (un problema del cuaderno del alumno que la maestra muestra al investigador), cómo lo resuelven ellos?

M – yo [...] le dije, no le entendiste [...] puse mis gomas, sacapuntas y demás (la maestra coloca el material concreto sobre el escritorio), a ver, repártelo entre tres ¿cuántos te sobraron? Ellos lo hicieron manualmente, no todos, pero cuando vi esto, con material, para que se les facilite, entiendan lo que repartición.

I – Y lo hacen así, con material.

M - No sé de qué otra manera pudiera hacerlo.

El siguiente segmento de la entrevista reafirma la creencia de la docente de la utilidad del material concreto en la enseñanza de las matemáticas.

M - ...yo traje frijoles y a cada quien le di un puñito, haber cuenta tus frijoles, ahora has un montoncito de 10 ¿Cuántos te sobraron? Fue como enseñe unidades y decenas.

En la observación realizada a la clase de la docente también es posible observar la creencia que esta tiene sobre la utilidad del material manipulativo como apoyo en la enseñanza de contenidos matemáticos. La docente para trabajar con secuencias numéricas

construye un gusano con una tira de papel doblada en 6 partes como acordeón tal como se pone de manifiesto en uno de los diálogos de la maestra con sus alumnos:

M - Esto que tenemos aquí (les muestra a sus alumnos una tira de papel de 12 X 30 cm. aprox.) va a ser un gusanito que vamos a tener. Pongan atención ¿Ya? Vean lo que voy a hacer. Voy a dibujar en esta parte (señala la primer división) la carita de mi gusanito con una gran sonrisa porque nos vino a visitar y en su cabecita le voy a poner dos patitas, en el rectángulo que le sigue, le voy a poner la otra parte de su cuerpecito ¿y cuantas patitas dije qué va a tener en cada parte?... (La docente continúa explicando a sus alumnos la forma en que realizarán el gusanito para ilustrar la secuencia numérica 2, 4, 6, 8, 10, 12).

La respuesta de la docente a la pregunta:

¿En qué contenidos o temas de los programas de estudio de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos?

Geometría y operaciones básicas.

Pone de manifiesto que la docente coincide con el 49% de los docentes que también señalaron a la geometría como contenido de mayor dominio, así como con el 24% de los docentes que señalan las operaciones básicas, como el tema donde tienen mayor dominio para su enseñanza a sus alumnos.

En cuanto a la respuesta a la última pregunta:

¿Qué contenidos o temas de los programas de estudio de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos?

Fracciones.

La profesora en estudio coincide con lo que señalan el 18% de los docentes encuestados que también señalan que las fracciones es el tema que necesitan fortalecer para su enseñanza a sus alumnos.

En síntesis es posible observar relaciones entre las creencias de la docente y su práctica escolar ya que como se mostró anteriormente en relación a las creencias epistemológicas de la profesora se identifica una visión platónica de las matemáticas ya que las conceptualiza como una disciplina que conjunta una serie de contenidos organizados curricularmente: *números, formas, medición, proporción*, en la que son fundamentales: *la aritmética y la geometría* y que en su práctica escolar se relaciona con su autodescripción como una maestra *tradicionalista* que transmite los conocimientos al alumno a través de la exposición y el trabajo en el pizarrón, así como el *razonamiento* como principal procedimiento para la resolución de problemas. Pero también es posible apreciar que la profesora incluye en sus creencias con respecto a los problemas matemáticos una visión instrumentalista ya que los considera como *un planteamiento que requiere de un procedimiento para hallar el resultado*, lo cual se ve reflejado en su práctica escolar cuando en la entrevista describe los *procedimientos* que explica a sus alumnos para resolver algoritmos de resta y división en la solución de problemas, como se ilustra en este mismo capítulo más adelante (ver Sección 4.2.2). Otra creencia en que se observa relación con su práctica escolar es en cuanto al uso del material manipulativo como estrategia pedagógica para apoyar a sus alumnos en la resolución de problemas ya que en cuando menos en el 50% de actividades que la docente describió durante la entrevista en su aula escolar y en la observación la clase refirió o utilizó material manipulativo en apoyo a las actividades escolares, como se aprecia en la siguiente sección.

En los siguientes apartados se mostrarán los conocimientos observados en la práctica de la docente del estudio de caso.

4.2.2. El conocimiento del contenido matemático.

La componente del contenido de las matemáticas incluye el conocimiento del profesor de los conceptos, procedimientos y procesos de resolución de problemas dentro del dominio en que son enseñados así como el conocimiento de los conceptos implícitos en los procedimientos, la interrelación de estos conceptos, y cómo se utilizan estos conceptos y procedimientos en diversos tipos de resolución de problemas (Fennema y Franke, 1992).

La docente objeto de estudio tiene un conocimiento conceptual de las figuras geométricas y su aplicación en la práctica del salón de clases lo realizó a través de la visualización e identificación de las características geométricas de las figuras, como es que los cuatro lados sean iguales o no, tal como se aprecia en el siguiente segmento de la entrevista.

I - Usted me platicó las dificultades que habían tenido los niños con el desafío que trabajó la directora con ellos. A partir de esas dificultades que vio en los niños, usted decía que no podían describir las figuras - ¿Qué estrategias implementó?

M – Bueno, volvimos a ver las figuras. Entonces yo les hacía preguntas, pero con figuras sencillas, esta es una figura que tiene cuatro lados iguales o tiene dos lados largos, dos lados cortos ¿qué figura soy? Para que poco a poco vayan identificando y en ese proceso estamos, que vayan identificando las figuras de esa manera.

En otro momento de la entrevista se observan dos aspectos, *Desafíos* y *Enlace* (ver anexo 3) que influyen en las clases de matemáticas de las escuelas primarias de la Ciudad de México y que tienen que ver con las políticas educativas.

I – ¿Los desafíos, maestra, los está trabajando?, ¿los desafíos que están pidiendo aquí en la zona? [Se refiere al programa de aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas implementado por la autoridad educativa local en 2012]

M – Nosotros no tenemos el libro, lo tenemos electrónico. Yo en verdad los desafíos como tal no, yo veo el tipo de problemas, porque también nos debemos de abocar a que ya nos van hacer el examen por zona de matemáticas [evaluaciones nacionales de ENLACE a través de la aplicación bimestral de ensayos o pretests].”

Otra inferencia que se hace a partir de las respuestas de la docente es en cuanto a su toma de decisiones al planificar la clase, ya que aunque reconoce que la propuesta educativa de la autoridad estatal es abocarse al desarrollo del programa de *Desafíos*, ella considera que es más importante trabajar el tipo de problemas que se presentan en la prueba *ENLACE* que está próxima a aplicarse en su zona escolar.

En el siguiente segmento de la entrevista también observamos el manejo con respecto al conocimiento del contenido matemático de la maestra al referir diferentes procedimientos para resolver la misma operación (resta).

M - Entonces hay cosas que yo las había enseñado de una manera, como operaciones, [...] restas en forma desarrollada, yo las había enseñado así, [...] pero ahora para la notación desarrollada, resulta que ya no se hacen en el desarrollo que de una vez hagan la situación de que en lugar de 40 va ser 30 y aquí va a ser 13, aquí va 10 más 8, ahora el siguiente paso nos hace primero esto – 30 menos 10 da 20, 13 menos 8 me da 5 y decir 20 más 5 es igual a 25, 43 menos 18 me va a dar 25. Yo lo había hecho, bueno, yo empezaba por las unidades y después por las decenas, simplemente que en el libro así nos la ponen

En este segmento la maestra se refiere al procedimiento ilustrado en el libro de texto del alumno de 2º grado (SEP, 2013. p. 115) en el que se plantea que una forma de resolver las restas es descomponiendo el minuendo y el sustraendo en sumas, en contraposición al procedimiento que ella comúnmente enseña que consiste en restar primero las unidades del sustraendo a las unidades del minuendo, realizando inclusive la acción de tomar o *pedir prestado* una decena en caso de ser necesario y posteriormente restar las decenas.

En este caso la maestra está haciendo referencia a sus conocimientos del contenido matemático que posee y que es diferente al contenido matemático que se desarrolla en el libro de texto, está consciente de estas diferencias y adecua su enseñanza de acuerdo a la situación. También se observa en este segmento de la entrevista el *procedimiento* que ha desarrollado la maestra de *pedir prestado* para resolver la resta.

Los siguientes párrafos también muestran el conocimiento matemático que desarrolla al trabajar la resolución de problemas con sus alumnos.

M - ¿Préstame tu cuaderno de tareas? [se dirige a uno de los alumnos]. Ayer vimos problemas de reparto y... [llega la niña con el cuaderno solicitado] ¿Aquí anotaste tu problema? [pregunta a la niña].

I - ¿Y éste, como lo resuelven ellos? [se refiere al problema que vieron el día anterior].

M – Ah, bueno, yo [...] entonces le dije, a ver, no le entendiste [...] aquí sí supieron [señala un problema], éste no [señala otro problema]. Puse mis gomas, sacapuntas y demás [la maestra coloca el material concreto sobre el escritorio], bueno, a ver. Repártelo entre tres, ¿cuántas te sobraron? ¿Sí?, pero ellos lo hicieron manualmente, digo, no todos, pero cuando vi esto, con material, para que a ellos se les facilite, entiendan que es repartición.

I - Y lo hacen así con material [afirmando].

M – No sé de qué otra manera pudiera hacerlo, o sea, haz de cuenta que estas son tus gomas, repártelo en tres, cuenta cuantas te quedan, les digo dale uno a cada uno, bueno eren tres, los que te sobraron ¿alcanzan para darles tres otra vez? Sí, intenta darles ¿te alcanza para darles otra vez? Ya después le quedaban dos, le digo ¿te alcanza para darle a los tres? Si, a ver fíjate bien ¿Cuántos niños son? Tres, ¿Cuántos colores son? Dos, ¿te alcanza? No, entonces esto es lo que te sobra y cuenta cuanto le diste a cada quien, entonces yo se lo fui anotando y ella iba contando.

La maestra en la entrevista hace claramente referencia a los problemas de reparto que en el programa de estudios vigente de 2º grado de primaria se enlistan dentro de los problemas multiplicativos, incluyendo los problemas de división (reparto y agrupamiento). Aquí el contenido matemático específico a enseñar es la *resolución de problemas que involucren sumas iteradas o repartos mediante diversos procedimientos* (SEP, 2013, p. 84). Un ejemplo del tipo de problema que la maestra acaba de abordar aparece en el libro de texto del alumno de 2º grado, en la lección 40 que se llama *Divido en partes iguales* y que tiene como contenido matemático a desarrollar *Resuelve distintos problemas de reparto y agrupamiento donde se obtengan resultados alrededor de 10 mediante diversos procedimientos* (SEP, 2013, p. 159):

Fernando tiene 9 canicas, Julia 8 y Pedro 16. Deciden juntarlas y repartirlas entre los tres en partes iguales.

¿Cuántas canicas hay en total?

¿Cuántas canicas le tocan a cada uno?

Lo siguiente es un procedimiento similar de resolución al referido por la maestra:

Existen tres conjuntos de canicas [9 Fernando, 8 Julia y 16 Pedro] y se agrupan en un solo conjunto de 35 canicas [Los alumnos no necesariamente necesitan contar las canicas de este nuevo conjunto]. Los estudiantes para resolver el problema pueden utilizar el mismo procedimiento utilizado por la maestra Luisa para resolver el problema de las gomas, sacapuntas y lápices [aunque a diferencia del problema ejemplificado por la maestra, en el que se reparten tres conjuntos entre tres niños, en el problema del libro de texto del alumno solo se reparte un conjunto entre tres niños], es decir del conjunto de canicas le asignan una canica al primer niño [Fernando], la siguiente al segundo [Julia], la siguiente canica al tercero [Pedro], la cuarta canica al primer niño ... y así sucesivamente hasta agotar todas las canicas del conjunto inicial, pero constatando que a cada niño le corresponda la misma cantidad de canicas que a los otros niños, para lo cual tienen que sumar las canicas que reciben cada niño y anotar también las canicas que sobran y que ya no pueden repartirse en partes iguales entre los tres niños. En conclusión, la maestra claramente está mostrando que conoce el procedimiento de resolución de este tipo de problema, sin embargo en el mismo segmento referido de la entrevista es posible observar la reflexión de la maestra de que su estrategia de enseñanza es la correcta y única cuando señala: *no sé de qué otra manera pudiera hacerlo.*

4.2.3. Conocimiento pedagógico.

Otra de las componentes del conocimiento del docente que se describen en el modelo de Fennema y Franke (1992) es el conocimiento pedagógico del docente que incluye el conocimiento que tiene el docente de los procedimientos de enseñanza tales como estrategias efectivas para la planeación, rutinas en el salón de clase, técnicas de manejo de conducta, procedimientos de organización del aula y técnicas motivacionales.

La entrevista y la observación de clase realizadas a la maestra nos dan cuenta de la utilidad de estos instrumentos para identificar este componente de la práctica docente en un contexto situado, como podemos observarlo en los siguientes fragmentos:

I - ¿Cómo trabaja actualmente las matemáticas?

M – Así como ahorita, pongo el tema en el pizarrón, lo leemos y vamos explicando. Yo por lo regular en ese sentido soy un poco tradicionalista, me gusta que tengan el resumen del tema que estoy viendo, no nada más irme así. En este sentido soy un poco tradicionalista porque los papás, a veces no entienden de qué les estoy hablando. Por ejemplo ahorita que está un problema que hay varias operaciones, pongo el problema, lo leemos y me van diciendo, yo nunca les digo, que operaciones realizamos, ellos me tienen que decir. Entonces, ellos me van diciendo que operación creen que es la que se está realizando. Pero de ellos tiene que salir, no esta tiene que ser una suma, esta tiene que ser una resta, el chiste es que razonen para que puedan resolverlo.

I - ¿Y cómo lo trabajan, individual o en equipo?

M – Lo trabajamos individual, le voy a decir por qué, mire, tengo niños que no entienden nada y si los pongo por equipo, por ejemplo el niño que esta hasta atrás, el peloncito que está aquí donde se paró la niña hasta atrás. Con el trabajo los colores [...] entonces, con la situación del grupo es muy difícil trabajar en equipo, para mí, sí hay una que otra cosa que sí hacemos en equipo, pero así es como trabajamos la mayor parte de las veces.

En el anterior fragmento de la entrevista se destacan dos aspectos interesantes, por una parte el razonamiento que hace la maestra de lo que considera enseñanza tradicional de las matemáticas [escritura del tema en el pizarrón, copia del texto en el cuaderno de los alumnos, lectura grupal en voz alta del escrito y explicación del tema por parte de la docente], la cual señala como propia y que tiene que ver con las estrategias de planeación y las rutinas del docente en el salón de clase. Por otra parte la forma como organiza al grupo en el salón de clases [trabajo individual en el pupitre], que también parte de un razonamiento propio de que el trabajo individual de las matemáticas es mejor que el trabajo en equipo por las condiciones del grupo.

En el siguiente fragmento de la entrevista se sigue observando los procesos de enseñanza que la maestra desarrolla con sus alumnos.

I - ¿Qué más ha trabajado con material concreto?

M – Ah, cuando vimos prismas, se ve cuerpo geométrico. Entonces les pedí un cuerpo geométrico, cualquiera que fuera, [...] yo traje figuras planas y ahora qué diferencia hay entre ésta y ésta. Alguien trajo una cajita de medicina. Este es un prisma, vean esta, no termina en pico. Entonces que vean ligeramente las características de uno y otro. Este como tiene sus caras rectangulares es un prisma. Este las tiene triangulares es una pirámide. [...] Así fue como lo trabajé.

I – Y aquí en el salón ¿Cómo los trata los problemas?

M – Por eso así, los leemos, por ejemplo ahorita que es de varias operaciones, les puse uno que eran unos patos, eran diez patos y que a cada pato le daban dos veces al día de comer, ¿Cuántas porciones entonces prepara la señora?

I – ¿Lo leen y entonces qué es lo que hacen?

M – Y entonces ellos van contestando. Después dice que llegaron 5 patos más, entonces ¿cuántos patos son? Ya me dijeron que quince, entonces ¿cuántas porciones les va a preparar el señor? Y entonces una niña me dijo cincuenta, haber, vamos a hacer de cuenta que cada uno y ya le contamos 2, 4, 6, 8, 10 hasta 15, vamos a contar ¿Sabes contar de 2 en 2? Haz de cuenta que cada quien es un pato y vas a ir contando a ver cuántas porciones vas a preparar contándote tú y empieza a contar 2, 4, 6, 8... hasta 30. Así fue como le trabajé. Entre todos lo leemos y entonces ¿haber, quién me dice cómo se resuelve? Y entonces levantan la mano, participan, hay unos que siempre quieren participar, pero les damos oportunidad a que otros participen,... Cuando veo que está mal la operación, bueno habrá quien salga y diga, “no, eso no es”, haber vamos a ver ¿tú crees que este mal, tu respuesta? Sí, entonces, ¿cómo crees tú que se resuelve? Entonces vemos, la ponemos, la que está mal y la que está bien para que comparen.

La maestra realiza la planeación de los temas a enseñar de acuerdo a sus conocimientos tal como se infiere del siguiente segmento de la entrevista.

M - ...como ya son temas que hemos visto no voy al ritmo de los libros, voy atrasada en libros y son temas que ya se vieron y entonces vamos trabajando. Es la forma de trabajar de uno.

La maestra se refiere a que no sigue el orden de libros de texto oficiales que están editados acorde a la propuesta curricular de los programas de estudio de matemáticas. Otro segmento en el que se aprecian los conocimientos de la docente en cuanto a la planeación de la clase de matemáticas es el siguiente.

I - ¿Cuánto tiempo le dedica diario a las matemáticas?

M – Se debe de poner como, creo que una hora ¿no? nos aumentaron el número de horas.

I – Bueno, eso es lo que dice el programa, y usted ¿Cuánto tiempo trabaja con ellos, en matemáticas?

M – Por lo regular una hora.

En el siguiente fragmento de la entrevista se pueden apreciar los conocimientos de la docente en cuanto a la búsqueda de diferentes estrategias para la enseñanza a sus alumnos.

I - ¿y si usted ve que muchos tienen la misma dificultad?

M – Entonces quiere decir que no entendieron bien el problema, entonces nos regresamos, haber, con otro ejemplo vamos a resolverlo. Si la mayoría no entendió ¿qué quiere decir? Entonces no explique bien a lo mejor, hay que reconocerlo, ¿no? somos humanos y cometemos errores. Si la mayoría no entendió, yo tengo que buscar otra manera para que ellos entiendan. No decir pues ahí se acabó.

I - ¿y por ejemplo, cuál podría ser otra forma en caso de que ellos no hayan entendido?

M – Bueno, en ese momento yo, entonces mañana busco otra manera de entenderlo, a lo mejor objetivamente, a ver para que entiendan vamos a hacerlo así [...] Por ejemplo (se dirige a una de sus alumnas y le pide su cuaderno), las multiplicaciones dos veces cinco, yo hacía que lo dibujaran, o sea, hagan conjuntos de dos veces el cinco [...] Es como yo empiezo la multiplicación. Y lo tienen que representar para

que entiendan porque sale el diez. Dicen que dos veces cinco. Está es una vez, está es otra vez y lo tienen que representar.

Como yo les digo, uno siempre aprende.

En la sesión de observación a la clase también podemos identificar el conocimiento pedagógico que la maestra pone en juego con sus alumnos. La siguiente secuencia muestra cómo a partir de un contenido específico, en este caso series numéricas, la maestra implementa diversas estrategias para enseñar el mismo contenido [I – Investigador, M – Maestra, A – Alumno, AS – Alumnos].

M – A ver, otra vez pongan atención [los alumnos siguen las instrucciones de la maestra para doblar un rectángulo de papel de color de aprox. 10 X 30 cm.] Le voy a doblar sin marcarle y al doblar el otro lo quiero que casi me quede del mismo tamaño. No me puede quedar así porque entonces ya no son tres partes, [...] seis, fíjense que vamos a hacer. Esto que tenemos aquí va a ser un gusanito que vamos a tener, Ah, que padre. Pongan atención ¿Ya? Vean lo que voy a hacer. Voy a dibujar en esta parte [señala la primera división] de la carita de mi gusanito con una gran sonrisa porque nos vino a visitar y en su cabecita le voy a poner dos patitas. En el otro cuadrado, en el rectángulo que le sigue, le voy a poner la otra parte de su cuerpecito ¿y cuantas patitas dije qué va a tener en cada parte?

As – dos [a coro]

M - ¿ahora cuantas patitas llevo?

As – cuatro

M – aquí le voy a poner cuatro [escribe el número en el rectángulo] Y voy a hacer otra parte de su cuerpecito ¿Cuántas patitas va a llevar?

As – [varios niños comienzan a gritar algunos dicen 6, otros 2] seis, dos

M – [trata de controlar al grupo] a ver, a ver, levantando la mano ¿Cuántas patitas tiene cada parte?

En esta primera parte de la secuencia los niños (con apoyo de la maestra) construyen en el rectángulo de papel un gusano seccionado en 6 partes y dibujan dos patas en cada una de las secciones. El objetivo de la maestra es que identifiquen la serie numérica

2, 4, 6, 8 y 10, que corresponde al número de patas del gusano. Nótese que en el transcurso de la actividad también se aprecian las estrategias de la docente para organizar el aula y el manejo del grupo, así como el razonamiento de la docente de que animando (a través del *gusanito*) la actividad matemática va a lograr mayor atención de sus alumnos.

En el mismo sentido se observa la siguiente intervención de la maestra para organizar la clase.

M – a ver, te voy a pedir de favor y por última vez [se dirige a un alumno] ¿Qué tienes qué hacer para poder participar?

As – levantar la mano

M – levantar la mano y tú no estás siguiendo las reglas que hemos puesto desde la otra vez.

En la segunda parte de la secuencia didáctica los niños se convierten en el material concreto ya que escriben en una hoja de papel proporcionada por la maestra el número que les asigna la maestra. A indicación de ella solicita que pasen al frente del salón los alumnos con los números 2, 4, 6, 8, 10... y así sucesivamente para que se construya la serie numérica hasta el número 32.

M - lo que van a hacer en su hoja, yo les voy a dar un número [...] les iba a pedir su número de lista pero como no vinieron todos no puedo hacer eso

A1 – Maestra, este Alejandro [los nombres de los alumnos han sido cambiados] tiene dos hojas.

A2 – maestra yo no tengo hoja

M - a ver ¿quién dice que no tiene hoja? A ver, tienes una compañera atrás [se dirige a Alejandro para que pase la hoja a su compañera]. ¿Ya? Fíjense, les voy a dar un número y ustedes, lo más grande que puedan...No quiero un numerito así [con la mano muestra el tamaño], porque no lo vamos a ver. A cada quien le voy a dar un número y tiene que hacer su número, si doy el 20, pues lo tienen que hacer grandote ¿Si?

A3 - ¿Con lápiz?

M – con lápiz, ¿vas a ser el número? [Señala al primer alumno de la primera hilera]

M – Uno [contesta la maestra al ver que el alumno se queda callado] ¿Qué número sigue? [Pregunta al siguiente alumno].

A5 – dos

M – ¿Qué número sigue del dos? [Señala al siguiente alumno]

A6 – tres

M – Escríbelo [le indica al niño] ¿Qué número sigue del tres?

A7 – el cuatro

M – [en los siguientes alumnos la maestra ya nos les pregunta, solo los señala y los alumnos verbalizan el número que les corresponde: 5, 6, 7 8, 9, 10, hasta el 11].

4.2.4. Conocimiento de las cogniciones de los alumnos en matemáticas.

La cuarta componente que Fennema y Franke (1992) identifican como vinculado en su modelo teórico del conocimiento del docente es el componente de las cogniciones de los alumnos que incluye el conocimiento de cómo los estudiantes piensan y aprenden, y en particular, cómo esto ocurre dentro de contenidos específicos de matemáticas, así como la comprensión de los procesos que los estudiantes utilizarán y las dificultades y los aciertos que posiblemente ocurran.

Los siguientes párrafos de la entrevista a la maestra muestran el conocimiento que tiene con respecto a las cogniciones de sus alumnos, sabe cuáles son las dificultades intelectuales y físicas que intervienen en la comprensión de los temas.

I - ¿Y cómo lo trabajan, individual o en equipo?

M – Lo trabajamos individual, le voy a decir por qué, mire, tengo niños que no entienden nada y si los pongo por equipo, por ejemplo el niño que esta hasta atrás, el peloncito que está aquí donde se paró la niña hasta atrás. Con él trabajo los colores...

I – ¿Con los niños que tienen más dificultades, cómo trabaja con ellos matemáticas?

M – La verdad la tengo que trabajar igual, tengo 45 niños, para mí es muy difícil, por ejemplo, esta niñita que está al frente, está volteando, es muy rápida, éste niño de aquí es muy rápido, entonces viene y dice ¿puedo hacer un dibujo? Sí, porque los demás se tardan mucho. Entonces es bien difícil, ahora, Kevin tiene problemas porque le están haciendo estudios porque al parecer, hace poco me dijo la señora, porque el niño no aprende a leer, que su cerebro parece que no se desarrolló bien. Emanuel el de hasta atrás, nunca se preocupan por él, no cumple con tarea. Tengo otro niño que también la mamá... [no termina la idea]. Tenía 16 niños que no sabían leer cuando inició el ciclo escolar. Ahorita me quedan dos [que no saben leer], Kevin que sabemos que tiene problemas [físicos] y Jónathan que la mamá no se preocupa por él, porque ya le dije, pues que debería ser una madre comprometida ¿no?

Esto (el conocimiento que tiene la maestra de las cogniciones de sus alumnos) también se observan en los diálogos que se producen entre la maestra y los alumnos en el salón de clase.

A – [se acerca una niña a la maestra y le dice] – Maestra, este Jonathan nada más me anda copiando –

M - Es que no sabe hija, déjalo – [le contesta la maestra].

En otro momento del diálogo entre la maestra y los alumnos se observa como la maestra realiza una atención personalizada a una alumna, Edna, que presenta dificultades para acceder al conocimiento enseñado. Esta atención personalizada es una evidencia de que la maestra tiene conocimiento de las cogniciones de los alumnos.

M – [golpea con el lápiz el pizarrón para llamar la atención de los alumnos] ¿Qué dijimos? Que el gusanito tenía dos patitas. Vamos a hacer un gusanito. ¿Quién tendrá el número 2? [se escucha murmullo de los niños]. Nadie diga nada. [La maestra alza la voz] Todos debemos de estar atentos ¿verdad Gabriel? [La maestra se dirige a uno de los niños que no están atentos].

M - ¿Quién de ustedes tendrá el número dos? Y lo quiero al frente con su hojita [se para el alumno con el número dos pero aún no ha escrito su número por lo que se apresura a hacerlo].

No hay dos [la maestra se percata de la situación] o sea ¿a nadie le tocó el dos?

A8 – Yo

M - ¿A quién le tocaría el dos?

A8 – [termina de dibujar su número, alza la mano y pasa al frente]

M – [continúa preguntando por los demás números de dos en dos hasta el 30 y comienza una nueva serie de tres en tres y ante el error que tiene la niña con el número 9 de identificar cuál es el número que sigue la maestra le pide que den tres saltos contando entre cada uno a partir de 10 para ver a qué número llegan]

M [da un salto]

Edna – once

M – once [repite] ¿y cuantos me faltan para tener tres? [Pregunta a Edna]

Edna – uno

M – uno, doce [y vuelve a dar un salto junto con la niña] ¿A qué número llegamos

Edna?

Edna – al doce

La maestra conoce las limitaciones y dificultades de sus alumnos al acceder a los contenidos matemáticos, lo cual es parte del componente del conocimiento de las cogniciones de los alumnos al estudiar matemáticas.

En el siguiente párrafo se observa como la maestra cambia de actividad al constatar que sus alumnos están aprendiendo.

M – [comienza a repartir a los niños una hoja tamaño carta blanca] A ver si es cierto que vamos aprendiendo. Ahorita les estoy dando una hoja blanca, ahorita les digo para qué es esa hoja blanca.

El contexto es la estructura que define como los componentes del conocimiento docente y sus creencias se ponen en juego en un ambiente de enseñanza que las autoras definen como contexto situado. El conocimiento del docente es transformado durante la

enseñanza y se vincula con el contexto en que se desarrolló. Si el contexto, del que el maestro forma parte, cambia (diferentes contenidos a enseñar, diferente estructura del salón de clases o diferentes estudiantes), el conocimiento que desarrolla el docente también debe cambiar, tal como se pone de manifiesto en el siguiente fragmento de la entrevista:

M - Cada grupo es distinto profesor, uno nunca puede trabajar igual en un grupo y con otros porque cada grupo tiene sus características y entonces cada grupo es distinto. Yo no puedo trabajar igual con ellos que cuando trabaje con los que ahora están en quinto grado, en el que estaba el niño autista. Yo no puedo trabajar con ellos al igual que con ellos mismos que me llegaron 19 sin saber leer, entonces tengo que trabajar distinto. En los otros grupos de segundo grado he tenido que partir de primero para llegar a segundo, porque con 19 no puede uno empezar a adelantar a como es el ritmo de planes y programas. Uno depende de cómo trabaje el grupo, puedo avanzar más rápido o tengo que ir más lento, tengo que primero, aprender a que lean para que puedan leer el libro, porque como voy hacer que trabajen los libros si no saben leer.

4.3. Posibles relaciones entre conocimientos y creencias de la docente.

Los conocimientos del contenido matemático que posee la docente tales como su conocimiento conceptual de las figuras geométricas y de los procedimientos que utiliza para la enseñanza de los algoritmos de la sustracción y para la resolución de problemas de reparto se relacionan con sus visiones platónica e instrumentalista de ver las matemáticas y la resolución de problemas. También es posible identificar el conocimiento pedagógico de la docente en relación a los procedimientos de enseñanza como las estrategias de planeación, rutinas en el aula, manejo de conducta, organización del aula y motivación del aprendizaje, cuando la docente se reconoce en la entrevista como una maestra *tradicionalista* y describe su *procedimiento* general de enseñanza (escritura del tema matemático en el pizarrón, lectura grupal y exposición del tema), así como desde una organización individual en el aula (trabajo individual en el pupitre), aspectos que se corresponden con la planeación de la docente y que se observan en el manejo conductual

del grupo y actividades de animación (elaboración de un gusanito para construir series numéricas) para motivar la clase. Este conocimiento pedagógico se relaciona con las creencias de la docente en cuanto al uso del material concreto como estrategia pedagógica para la resolución de problemas y la visión platónica e instrumentalista ya señaladas, en las que identifica la docente las matemáticas como *la ciencia que estudia los números, las formas, la medición, la proporción*, y a los problemas matemáticos como *el planteamiento que requiere de un procedimiento para hallar el resultado*. Finalmente también se identifica el conocimiento que tiene la docente de las cogniciones de los alumnos en matemáticas, cuando esta hace un recuento como de los alumnos con mayores dificultades en su aprendizaje o también en los ajustes que realiza la docente de las actividades para identificar las dificultades de algunos alumnos a fin de que estos puedan acceder a los contenidos matemáticos.

En el siguiente capítulo se presentan las principales conclusiones que se infieren de los resultados obtenidos, tanto de los cuestionarios aplicados como del análisis de caso con base a la entrevista y la observación de clase a la docente.

“Las personas usan el pensamiento estratégico en la selección de las herramientas cognitivas para resolver un problema, pero las creencias desempeñan la importante función de determinar la tarea a realizar o la definición del problema.”

Jan Nespør (1987)

CAPÍTULO 5. Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones de los resultados de la presente investigación que tiene que ver con las creencias y conocimientos de los docentes de educación primaria y sus relaciones en la práctica escolar al trabajar la resolución de problemas matemáticos, desde la perspectiva de los resultados obtenidos por el gran grupo y por el caso objeto de estudio. Se presentan también reflexiones y consideraciones para realización de futuros estudios.

- **En relación al gran grupo.**

La relevancia del presente trabajo de investigación desarrollado con los profesores de educación primaria participantes en las dos fases del diseño metodológico de la presente tesis es que ha permitido identificar las creencias y los conocimientos de los docentes en vinculación con la resolución de problemas en un contexto escolar, a través de un análisis cualitativo de datos obtenidos mediante la aplicación de los instrumentos de evaluación seleccionados.

En los resultados obtenidos hemos observado como los docentes construyen sus propias teorías, en vez de aplicar aquellas que aprendieron en sus programas de formación. Los maestros en la medida en que van desarrollando su trabajo profesional construyen sus propias teorías [o creencias] a partir de sus propias prácticas, que no siempre son coherentes con las del modelo propuesto por la autoridad educativa, tal como indican Ezquerro y Argos, (2008).

También se concuerda con lo que señala Ernest (1989) quién sitúa las creencias en relación con el conocimiento y las actitudes en su descripción de la estructura del pensamiento de los profesores.

Así mismo en los cuestionarios aplicados y el estudio de caso se puede inferir la estructura jerárquica que los psicólogos sociales hacen en relación al sistema de creencias. Las creencias centrales serían las que se refieren a la identidad personal, rodeadas de las concernientes al mundo exterior, desde el más inmediato al más lejano, en las que se incluirían las creencias relacionadas con el ambiente cultural y social. Un nuevo círculo estaría formado por las creencias sobre el pasado, en cuanto determinan e influyen sobre nuestro presente. En el siguiente círculo aparecerían las creencias que se refieren a los ideales humanos y los valores de la vida. Y en el círculo final aparecerían los conocimientos científicos (Pajares, 1992).

Coincidimos con lo señalado por Nespor (1987) en el sentido de que los docentes usan el pensamiento estratégico para seleccionar las herramientas cognitivas para resolver un problema pero las creencias desempeñan la importante función de determinar la tarea a realizar o la definición del problema.

En el segundo capítulo del marco teórico, hicimos un recuento de las conclusiones más significativas de Pajares (1992) en relación a las investigaciones sobre las creencias de los docentes. También se retomaron los planteamientos teóricos de Fennema y Franke (1992) quienes describen un modelo de conocimiento del docente a partir de su desarrollo en el contexto de su práctica en el aula. En particular describen un modelo dinámico e interactivo por naturaleza, integrado por cuatro componentes en compleja interacción: el contenido matemático, el conocimiento pedagógico, el conocimiento del aprendizaje

cognitivo de los estudiantes de matemáticas y las creencias de los docentes. Todos estos componentes interrelacionados alrededor de un contexto dado por el salón de clases.

En el tercer capítulo el de metodología, se describieron las características de los docentes participantes y los diferentes momentos de la indagación. Se incluyen los instrumentos de recogida de datos, los cuales fueron cuestionario, entrevista semiestructurada y observación de clase. Se destacan el empleo de los mapas cognitivos (Llinares, 1992) y el estudio de caso (Stake, 1999) para el análisis cualitativo de los datos. Llinares (1992) propone los mapas cognitivos como metodología de análisis alternativo para identificar y representar gráficamente los componentes de los significados de los sistemas o estructuras de las creencias epistemológicas de los docentes, en nuestro caso de educación primaria. Las creencias se estructuran en función de los siguientes constructos psicológicos; ideas núcleo que se refiere a las ideas básicas en las que se apoya y articula el sistema conceptual de los docentes, son el punto de apoyo que justifican las acciones del profesor en el aula, las razones que son los argumentos que justifican la elección de determinada creencia o idea núcleo y la conectan con las acciones del docente en el aula escolar y las perspectivas de acción que se refiere a los esquemas proposicionales que son las expectativas en cuanto a los conocimientos, motivaciones y acciones del profesor, así como las posibles estrategias pedagógicas que el docente empleará para la enseñanza de la materia o manejo de la clase.

Específicamente se coincide con Pajares (1992) con respecto a que la investigación de las creencias de maestros es una vía necesaria y valiosa de la investigación educativa, pues los resultados inferidos en la presente investigación sugieren una fuerte relación entre las creencias de los profesores, su enseñanza y su planificación, decisiones de instrucción y prácticas en el aula, como se pudo observar con la profesora del caso en estudio (4.2.1 Reflejo de las creencias de la docente en su práctica cotidiana).

Entre los principales resultados que se obtuvieron se pueden destacar la identificación de las creencias epistemológicas de los docentes participantes en el estudio. Por una parte se observó que el 78.5% de los docentes encuestados tienen una visión platónica de las matemáticas ya que manifiestan que son una ciencia (en algunos casos exacta o formal) o una asignatura escolar (solo el 12%) que tiene que ver con los números,

el cálculo y la geometría principalmente. Sólo un 12.7% de los docentes evaluados refieren una visión instrumentalista (acorde con el enfoque vigente en los programas de estudio 2012 de la SEP) en la que señalan que las matemáticas tienen que ver con símbolos, actividades, ejercicios, conjunto de conocimientos, estructuras, esquemas o formulas en relación o interacción con un contexto. Y solamente un el 8.86% de los profesores encuestados refieren una visión que tiene que ver con problemas o con los elementos, procesos o procedimientos que ayudan a solucionar problemas (visión que proponen organismos internacionales como la NTCM). Con respecto a qué es el pensamiento matemático el 51% de los docentes refieren que es el razonamiento lógico (formas de o capacidad de) que permite comprender, analizar, plantear o resolver un problema. Contra el 31.8% de los profesores evaluados que responden que es cuando se utilizan o aplican los conocimientos, habilidades, herramientas adquiridas para la solución de un problema o de una situación específica y el 16.6% de los profesores que contestaron el cuestionario responden que el pensamiento matemático son procesos mentales o acciones que permiten dar solución a un problema. En relación a qué es un problema matemático el 43% de los profesores lo refieren como una situación o planteamiento cuya solución requiere la utilización de razonamiento lógico, conceptos, algoritmos o cálculo numérico (visión platónica). El 37% de los docentes que contestaron el cuestionario en esta pregunta contestan que un problema matemático es una situación o reto de la vida cotidiana o real que requiere solución para lo cual se pueden emplear diferentes estrategias (visión resolución de problemas) y el 20% de los encuestados mencionan al problema matemático como una situación conflictiva que permite aplicar herramientas, conocimientos, habilidades, capacidades para resolverla (visión instrumentalista). En cuanto a cómo resuelven un problema matemático, el 58% de los docentes encuestados contestan con una visión platónica. Analizando, comprendiendo, razonando, haciendo cálculos numéricos, aplicando algoritmos, conceptos o conocimientos. El 28% de los docentes contestaron el cuestionario que resuelven un problema matemático aplicando, utilizando o poniendo en práctica herramientas, conocimientos, estrategias, procedimientos o habilidades (visión instrumentalista) y el 14% de los docentes responde que resuelve problemas matemáticos utilizando diversas estrategias o caminos para encontrar una de diferentes posibles soluciones (visión resolución de problemas).

Estos resultados permiten inferir que cuando menos un 50% de los docentes evaluados consideran como prioridad que sus alumnos adquieran conocimientos, aprendan algoritmos y desarrollen habilidades de análisis, reflexión, comprensión, razonamiento lógico, numéricas para poder resolver problemas. Ernest (1989) señala que los docentes de matemáticas dependen fundamentalmente de sus sistemas de creencias y en particular de sus creencias de la naturaleza y el significado de las matemáticas, y en sus modelos mentales de lo que es enseñar y aprender matemáticas.

Es importante observar que en la pregunta ¿Qué contenidos o temas son de mayor dificultad para mis alumnos? la respuestas con mayor porcentaje referido son las fracciones (59%) y la resolución de problemas (57%) y que en la pregunta ¿Qué contenidos o temas de los programas de estudios de matemáticas tengo mayor dominio para su enseñanza a mis alumnos?, los temas o contenidos que se reconocen con menor dominio son también fracciones y resolución de problemas (18%). Por otra parte en la pregunta ¿Qué contenidos o temas de los programas de estudio de matemáticas necesito fortalecer para su enseñanza a mis alumnos?, las fracciones y la resolución de problemas son también temas o contenidos con un bajo porcentaje (32% y 30% respectivamente) de los que refieren que necesitan fortalecer o desarrollar los docentes evaluados. Contrasta el porcentaje alcanzado en la pregunta ¿Qué estrategias he implementado para atender los temas o contenidos en que mis alumnos presentan mayores dificultades?, la respuesta de uso de material concreto (74%) a comparación del tipo de metodología utilizada en la resolución de un problema (39%).

Estos resultados nos llevan a inferir que aunque los docentes reconocen que la principal dificultad de sus alumnos es la resolución de problemas, a su vez reconocen que no se sienten totalmente capacitados para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas, pero no sienten que ésta sea una prioridad de capacitación ya que probablemente tratan de suplir esta debilidad con mayor uso de material didáctico o concreto en las actividades de enseñanza.

- **En relación al estudio de caso.**

En el caso en estudio se pudo observar cómo se relacionan las creencias con los conocimientos que manipula la docente con un propósito particular [resolver un problema] o dentro de circunstancias necesarias al igual que indica Abelson (1975).

En las respuestas de la docente en estudio se observó una creencia de las matemáticas acorde a la visión platónica, como un cuerpo unificado y estático del conocimiento. La maestra describe a la matemática como una disciplina que conjunta una serie de contenidos organizados curricularmente (*números, formas, medición, proporción*), en la que son fundamentales la *aritmética* y la *geometría* (ver Sección 4.2.1.). Además de lo anterior es posible identificar los conocimientos que la docente en estudio refleja en salón de clases como en la componente del conocimiento del contenido matemático en el que se observan los conceptos, los procedimientos y procesos de resolución de problemas dentro del dominio en que son enseñados por la maestra con respecto a su conocimiento conceptual de las figuras geométricas, con respecto al procedimiento que enseña para la resolución de operaciones de resta y en cuanto a el procedimiento que trabaja con sus alumnos para la solución de problemas de reparto (ver Sección 4.2.2). Los ejemplos del conocimiento del contenido matemático que posee la docente se relaciona con sus visiones platónica e instrumentalista de ver las matemáticas y la resolución de problemas. También es posible identificar el conocimiento pedagógico de la docente en relación a los procedimientos de enseñanza como estrategias de planeación, rutinas en el aula, manejo de conducta, organización del aula y motivación del aprendizaje (ver Sección 4.2.3). La docente se reconoce en la entrevista como una maestra *tradicionalista* y describe su *procedimiento* general de enseñanza (escritura del tema matemático en el pizarrón, lectura grupal y exposición del tema), en la misma sección la maestra refiere la organización grupal en el aula (trabajo individual en el pupitre) y además se muestran aspectos de su planeación, el manejo conductual del grupo y actividades de animación (elaboración de un gusanito para construir series numéricas) para motivar la clase. Todos estos aspectos de la docente se relacionan con el conocimiento pedagógico las creencias de la docente en cuanto al uso del material concreto como estrategia pedagógica para la resolución de problemas. Su visión platónica e instrumentalista le permite identificar las matemáticas como *la*

ciencia que estudia los números, las formas, la medición, la proporción, y a los problemas matemáticos como *el planteamiento que requiere de un procedimiento para hallar el resultado*. Finalmente en esta tesis también se identificó el conocimiento que tiene la docente de las cogniciones de los alumnos en matemáticas, como se aprecia en la entrevista en la que la docente hace un recuento de los alumnos con mayores dificultades en su aprendizaje (ver Sección 4.2.4) o en relación a los ajustes que realiza la docente en las actividades cuando identifica dificultades de algunos alumnos para acceder a los contenidos matemáticos.

A partir de estos resultados inferimos que la docente en estudio lleva cabo su práctica escolar con el objetivo de realizar una adecuada gestión de clase al planear sus actividades, organizar la clase, motivar a sus alumnos, presentando diferentes materiales, desarrollando sus conocimientos y procedimientos matemáticos, interesándose en el conocimiento de las cogniciones de sus alumnos. Es evidente la influencia y vinculación de sus sistemas de creencias en su visión y práctica de las matemáticas, particularmente al definirse como una maestra tradicional para quien es fundamental el trabajo con el pizarrón y exposición de los temas, el trabajo individual en los pupitres y la disciplina en el aula, la organización curricular de los temas (*número, forma, medición, proporción*) y la reflexión, procedimientos y uso de materiales concretos en la resolución de problemas.

Como lo describen Fennema y Franke (1992) en su modelo, el conocimiento de los maestros sólo va a entenderse en el contexto en el que estos trabajan. Coincidimos con la opinión de Petrou y Goulding (2011) de que el contexto en el que trabajan los profesores es la estructura que define los componentes de los conocimientos fundamentales para la enseñanza de las matemáticas. Se incluye en este "contexto" el sistema educativo, los objetivos de la educación matemática, el plan de estudios y los materiales asociados (tales como libros de texto) y el sistema de evaluación.

Reiteramos que el trabajo de la presente tesis es una primera exploración en torno a la identificación de las creencias y de los conocimientos de los docentes y sus posibles relaciones en un determinado contexto. Petrou y Goulding (2011) aseguran que la clave para la comprensión de las relaciones entre las diferentes categorías o componentes del conocimiento docente (incluyendo las creencias) requiere que los investigadores tomen

muy en cuenta el contexto en el que los maestros trabajan, como elemento central de los conocimientos y creencias que se evidencian en la enseñanza de las matemáticas. Señalan estas autoras que dentro de un país en particular, el plan de estudios y sus materiales asociados proporcionan el marco dentro del cual trabajan los maestros. Reflejan creencias sobre lo que es la matemática, lo que los estudiantes necesitan saber acerca de las matemáticas, y de qué manera las matemáticas deben ser enseñadas. Sin embargo, reconocen que ese contexto también es local. Esto incluiría los recursos, tanto materiales como humanos, de que los maestros tienen en su escuela o localidad, así como las prácticas y el espíritu del lugar de trabajo.

Las creencias de los docentes implican algo más que conocimiento matemático específico y habilidades pedagógicas. Implican conocimientos y creencias sobre las matemáticas, sobre las normas vigentes en la enseñanza y el aprendizaje de la materia y más. La mayor parte de esto no se enseña explícitamente en la escuela o en programas de formación docente, por lo que se debe aprender de la experiencia en el aula. (Thompson, 1992).

Se concluye la presente investigación al señalar que el desempeño de la docente en estudio sugiere una fuerte relación entre sus creencias, sus conocimientos, su forma de enseñar y la planificación de sus clases, así como de las decisiones que toma diariamente en su práctica en el aula. El presente estudio aporta elementos de análisis en relación a los conocimientos de los docentes en un contexto de enseñanza de las matemáticas de acuerdo al modelo desarrollado por Fennema y Franke (1992).

- **Implicaciones para futuras investigaciones.**

Es importante señalar que ni la naturaleza en la adquisición de creencias educativas ni el enlace a los resultados de los estudiantes, aún no se ha explorado cuidadosamente, lo cual podría ser tema de futuras investigaciones en el campo de la educación matemática (Pajares, 1992).

Los docentes usan el pensamiento estratégico para seleccionar las herramientas cognitivas para resolver un problema pero las creencias desempeñan la

importante función de determinar la tarea a realizar o la definición del problema (Nespor, 1987). Futuras investigaciones deberán tomar en cuenta estas consideraciones para determinar o confirmar con mayor precisión los procesos que el docente sigue al resolver un problema y el papel de las creencias en dicho proceso.

Referencias bibliográficas

- Abelson, R. (1979). Differences between belief and knowledge systems, en *Cognitive Science*, **3**, 355-366, 1979, Bloomington: Cognitive Science Society
- Ajzen, I. (1991) The theory of planned behavior, en *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, **50**, 179-211, 1991, Netherlands: Academic Press, Inc.
- Ball, D., Schilling, S. y Hill, H. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students, en *Journal for Research in Mathematics Education*. 2008, Vol. 39, No. 4, 372-400.
- Bartolini, M. y Bazzini, L. (2003). Research, practice and theory in didactics of mathematics: Towards dialogue between different fields. *Educational Studies in Mathematics*. vol. 54 (2-3) pp. 203-223 ISSN: 0013-1954.
- Boursensfeld, H. (1980), Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom, en *Educational Studies in Mathematics*, v. 11, enero, 1980, 23-41.
- Boero, P. y Guala, E. (2008). Development of mathematical knowledge and beliefs of teachers, en P. Sullivan y T. Wood (eds), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education, V. 1, Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development*, 2006, 223-244, Rotterdam: Sense Publishers.
- Bromme, R. y Brophy, J. Teachers' Cognitive Activities, en B. Christiansen, A. Howson, y M. Otte (eds.). *Perspectives on Mathematics Education. Mathematics Education Library*, v. 2, p. 99-139.

- Brookhart, S., y Freeman, D. (1992). Characteristics of entering teacher candidates. En *Review of Educational Research*, 62, 37-60.
- Carrillo, J. (2011). Building mathematical knowledge in teaching by means of theorized tools, en T. Rowland & K. Ruthven (eds.). *Mathematical knowledge in teaching*, London: Ed. Springer.
- Cockcroft, W. (1982) *Mathematics Counts*, HMSO, London. Cooney, T. J. (1985) *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(5), 324-336.
- Cooney, T. (1999) Conceptualizing Teachers' way of knowing, en *Educational Studies in Mathematics*, 38: 163-187, 1999, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ernest, P. (1989). The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics', in P. Ernest, Ed. *Mathematics Teaching: The State of the Art*, London, Falmer Press, 1989: 249-254.
- Ezguerra, M. y Argos, J. (2008). Lo que creemos no es siempre lo que hacemos: Los educadores infantiles y la organización del espacio mediante rincones, en *International Journal of Early Childhood*, Vol. 40, No. 1, 2008, p. 53-63.
- Fennema, E. y Franke, M. (1992). Teachers' knowledge and its impact, en D. Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (p. 147-164) New York: Macmillan.
- Fenstermacher, G. (1982). On Learning to Teach Effectively from Research on Teacher Effectiveness, en *Journal of Classroom Interaction*, v. 17, n. 2, 7-12.
- Fernández, J. (2008). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*, Bilbao: Ed. Wolters Kluwer.

- Filloy, E. (2006). *Matemática educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual*, México: Ed. Santillana.
- Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Tesis de Doctorado, Granada: Universidad de Granada.
- Forgaz, H. y Leader, G. (2008). Beliefs about mathematics and mathematics teaching, en P. Sullivan and T. Wood (eds.). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education*, Vol. 1. Rotterdam, Sense Publishers. 173-192.
- García, J. (2002). Resolución de problemas y desarrollo de capacidades. *En UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 29, 20-38.
- Green, T. (1971). *The Activities of Teaching*, New York: McGraw-Hill
- Guskey, T. (1986). Staff development and the process of teacher change. *En Educational Researcher*, 75(5), 5-12.
- Kilpatrick, J. (1981). Stop the bandwagon, I want off. *En Arithmetic Teacher*, v. 28 n. 8 p: 2, Apr. 1981.
- Kilpatrick, J. (1994). La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad, en J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (eds.). *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia: [Primer Simposio Internacional de Educación Matemática: marzo 1993]*, Bogotá: Una empresa docente, 1998.
- Lasley, T. (1980). Preservice teacher beliefs about teaching. *En Journal of Teacher Education*, 31, Julio, 38-41.

- Lester, F. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. En R. Lesh (Ed.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 229-261). New York: Academic press.
- Llinares, S. (1991). La formación de profesores de matemáticas. GID: Universidad de Sevilla.
- Llinares, S. (1992). Los mapas cognitivos como instrumento para investigar las creencias epistemológicas de los profesores. En Marcelo, C. (ed.) (1992) *La investigación sobre la formación del profesorado. Método de investigación y análisis de datos* (57-95), Buenos Aires, CINSEL.
- Llinares, S. (2011). Pautas para la formación continua de los profesores de educación básica. En E. López, H. Balbuena y E. Sánchez (coords.), *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*, México: Secretaría de Educación Pública.
- Llinares, S., Gimenez, J y Sánchez, V. (1996). El proceso de llegar a ser un profesor de primaria, cuestiones desde la educación matemática, Granada: Editorial Pomares.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners, en A. Gutierrez y P. Boero (eds), *Handbook or Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present, Future*, 429-459, 2006, Rotterdam: Sense Publishers.
- Moreno, M. y Azcarate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, en *Enseñanza de las Ciencias*, 2003, 21 (2), 265-280, Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Moreno, M. y Azcarate, C. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial, en *Relime* Vol. 9, Núm.

- 1, marzo, 2006, p. 85-116. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Munby, H. (1982). The place of teachers' beliefs in research on teacher thinking and decision making, and an alternative methodology, en *Instructional Science*, Diciembre, 1982, v. 11, 201-225.
 - Munby, H. (1984). A qualitative approach to the study of a teacher's beliefs. En *Journal of Research in Science Teaching*, v. 21, 27-38.
 - NCTM (1980). Agenda for Action, NCTM, Reston, Virginia.
 - Thom, R. (1973) in Howson, A. G. (ed.) *Developments in Mathematical Education*, Cambridge, 194-209.
 - Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching, en *Journal of Curriculum Studies*, vol. 19, num. 4, 317-328, 1987.
 - Nicol, C. y Lerman, S. (2008). A brief history of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), en *PME History. The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008)*. Recuperado de <http://www.icmihistory.unito.it/pme.php>
 - Nisbett, R., y Ross, L. (1980). Human inference: Strategies and shortcomings of social judgment. Englewood Cliffs: Prentice-Hall
 - OECD, PISA (2012). Programa para la evaluación internacional de alumnos. PISA 2012 – Resultados. México. Recuperado en: <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf>
 - Pajares, F. (1992). Teacher's beliefs and educational research: cleaning up a messy construct. En *Review of educational research*, 1992, 62:307.

- Peterman, F. (1991). An experienced teacher's emerging constructivist beliefs about teaching and learning. Ponencia presentada en la *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, Chicago.
- Petrou, M y Goulding, M. (2011). Conceptualizing teachers' mathematical knowledge in teaching, en T. Rowland y K. Ruthven (eds.). *Mathematical knowledge in teaching*, London: Ed. Springer.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery on understanding, learning and teaching problems solving*, New York: Ed. John Wiley and Sons.
- Ponte, J. (1994). Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros, en In K. Krainer & F. Goffree (Eds.) (1999), *On research in teacher education: From a study of teaching practices to issues in teacher education* (p. 43-50). Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Ponte, J. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices, en A. Gutiérrez y P. Boero (eds.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present y future* (461-494), Rotterdam: Sense Publishers.
- Posner, G., Strike, K., Hewson, P., y Gertzog, W. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change, *en Science Education*, 66, 211-227.
- Ramos, C. (2005). Ideaciones de estudiantes universitarios alemanes sobre su proceso de aprendizaje de español como lengua extranjera ante una enseñanza mediante tareas. Tesis. España: Universidad de Barcelona.
- Real Academia Española (2006). *Diccionario esencial de la lengua española* (1ª ed.), Madrid: Autor.

- Richards, J. y Lockhart, Ch. (1994). *Reflective teaching in second language classrooms*, New York: Cambridge University Press.
- Rokeach, M. (1968). *Beliefs, attitudes, and values: A theory of organization and change*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Sánchez, J. y Fernández, J. (2003). *La enseñanza de la matemática, Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*, Madrid: Editorial CCS.
- Sánchez, M. (2009). Orquestación documental: herramienta para la estructuración y el análisis del trabajo documental colectivo en línea. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.30, n°3.
- Sánchez, E. y Llinares, S. (2011). Didáctica de las matemáticas y el profesor de los niveles básicos. En E. López, H. Balbuena y E. Sánchez (coords.), *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares*, pp. 109-128. México: Secretaría de Educación Pública.
- Santos, I. (1996). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*, México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Schoenfeld, A. (1994) Reflections on Doing and Teaching Mathematics, en A. Schoenfeld (ed). *Mathematical Thinking and Problem Solving*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers (53-70).
- Schunk, D. H. (1991). Self-efficacy and academic motivation. En *Educational Psychologist*, v. 26, 207-231.
- Secretaría de Educación Pública (1993). *Programas de estudio 1993*, México: Secretaría de Educación Pública.

- Secretaría de Educación Pública (2012). *Desafíos Alumnos. Sexto grado Primaria*, México: Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública (2012). *Desafíos Docente. Sexto grado Primaria*, México: Secretaría de Educación Pública.
- Secretaría de Educación Pública (2012). *Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Primaria. Sexto grado*, México: Secretaría de Educación Pública. Secretaría de Educación Pública (2013). *Matemáticas, Segundo grado*, México: Secretaría de Educación Pública.
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ed. Morata.
- Sullivan, P. y Wood, T. (eds.). (2008). *Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development*, Rotterdam: Sense Publishers.
- Thom, R. (1973). *Modern mathematics: Does it exist?*, en A. G. Howson (Ed.), *Developments in mathematics education* (pp. 194-209). Cambridge: Cambridge University Press.
- Thompson, A. (1992). *Teacher's Beliefs and conceptions. A synthesis of the Research*, en D. Grouws (ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Nueva York. Macmillan. p. 127-142.

Anexo 1

La siguiente es la transcripción completa de la entrevista realizada a la maestra Lucía (I- Investigador, M – Maestra).

I – Maestra, ¿qué le pareció la actividad que trabajamos con su grupo?

M – Me gustó porque los niños pudieron manejar la figura, pudieron... como les dio figuras geométricas por equipos, ellos pudieron palpar, qué era un vértice, qué era una arista, identificar las partes de los cuerpos para llegar al final a que ellos formaran sus figuras ¿no?

I - Pudieron manejar el material concreto, pudieron manipularlo.

I – y ¿cómo vio el desempeño de sus alumnos?

M – Bueno, en general bien. Sabemos que hay niños con barreras o no sé cómo ahora se les llame, pero en general al menos si no entendían los otros, los del equipo decían no aquí esto y lo iban pasando y estaban muy interesados en todos palpar esta situación ¿no?

I – Lo que a mí me intereso mucho fue lo que comentamos antes de la sesión, usted me platicó las dificultades que habían tenido los niños con el desafío que le trabajo la directora o ¿Quién lo trabajo?

M – Otra directora

I – Otra directora, usted encontró esas dificultades en sus niños. A partir de esas dificultades que vio en los niños, - usted decía que no podían describir las figuras - ¿Qué estrategias usted implementó?

M – Bueno, volvimos a ver las figuras, ¿sí? Entonces yo les hacía preguntas, pero con figuras sencillas, - esta es una figura que tiene cuatro lados iguales o tiene dos lados largos, dos lados cortos ¿qué figura soy? Para que poco a poco vayan identificando y en ese proceso estamos, que vayan identificando las figuras de esa manera.

I - ¿Cómo lo está trabajando?

M – Así

I – Así nada más ¿Los desafíos maestra los está trabajando, los desafíos que están pidiendo aquí en la zona?

M – Los desafíos que estamos trabajando, nosotros no tenemos el libro, lo tenemos electrónico. Yo en verdad los desafíos como tal no, yo veo el tipo de problemas, porque también nos debemos de abocar a que ya nos van hacer el examen por zona de matemáticas, entonces hay cosas que yo las había enseñado de una manera, es lo mismo pero revolcado, como operaciones, le voy a poner una profesor, en forma desarrollada, restas en forma desarrollada, así, y yo las había enseñado así, pero digo yo no las había enseñado así, en notación desarrollada, pero ahora para la notación desarrollada, resulta que ya no se hacen en el desarrollo que de una vez hagan la situación de que en lugar de 40 va ser 30 y aquí va a ser 13, aquí va 10 más 8, ahora el siguiente paso nos hace primero esto – 30 menos 10 da 20, 13 menos 8 me da 5 y decir 20 más 5 es igual a 25, 43 menos 18 me va a dar 25. Yo lo había hecho, bueno, yo empezaba por las unidades y después por las decenas, simplemente que en el libro así nos la ponen.

I - ¿Y usted cómo ve esta otra forma de hacerlo?

M – Pues es lo mismo pero revolcado, bueno, en esta situación si está bien

I - ¿Se le facilita más al niño?

M – Sí, si se les facilita, digo, les costó trabajo al principio, pero ya después, como yo si les había enseñado de esta manera, no en forma desarrollada pero si les decía a 3 le pueden quitar 8? No, entonces ¿qué hago? Le pido una decena prestada, y entonces ya saben que por eso se hace 13, porque pido una decena, entonces ya fue fácil entender que este 30 es este y este 13 es este.

I - ¿Aquí, cuando usted decía esta parte de que a 4 le pide una decena o que a 40 le pide una decena, cómo lo manejaban esto los niños?

M – Ah bueno, si le pedí una decena, una decena, entonces ellos ya entendían que era 10 y por eso se convierte en 13 y aquí se convierte en 3 porque eran 4 le pedí una prestada se convierte en 3.

I – tres decenas.

I - ¿Cómo trabaja actualmente las matemáticas?

M – Así como ahorita, pongo el tema en el pizarrón, lo leemos y vamos explicando. Yo por lo regular en ese sentido soy un poco tradicionalista, me gusta que tengan el resumen del tema que estoy viendo, no nada más irme así ¿sí? En este sentido soy un poco tradicionalista porque los papás, a veces no entienden de qué les estoy hablando. Por

ejemplo ahorita que está un problema que hay varias operaciones, pongo el problema, lo leemos y me van diciendo, yo nunca les digo, que operaciones realizamos, ellos me tienen que decir. Entonces, ellos me van diciendo que operación creen que es la que se está realizando. Pero de ellos tiene que salir, no esta tiene que ser una suma, esta tiene que ser una resta, el chiste es que razonen para que puedan resolverlo ¿no?

I - ¿Y cómo lo trabajan, individual o en equipo?

M – Lo trabajamos individual, le voy a decir por qué, mire, tengo niños que no entienden nada y si los pongo por equipo, por ejemplo el niño que esta hasta atrás, el peloncito que está aquí donde se paró la niña hasta atrás. Con el trabajo los colores.....Entonces, con la situación del grupo es muy difícil trabajar en equipo, para mí, sí hay una que otra cosa que sí hacemos en equipo, pero así es como trabajamos la mayor parte de las veces.

I - ¿Y los temas, de donde toma los temas, del libro, del programa?

M – De libros, del libro de planes y programas, de..., digo, los temas son del libro de planes y programas y entonces yo me apoyo de ejercicios de otros libros, ¿sí?, por ejemplo, nos va a venir secuencias de figuras...

I - ¿Para el examen de zona?

M – Si, entonces ya les había puesto secuencias, pero, este triángulo, círculo, cuadrado, triángulo, círculo, cuadrado ¿Qué sigue? Poco a poco la secuencia y se quedó ahí en la junta de consejo que también iba a ver como lo que les ponen en secundaria de razonamiento ¿no? Si tengo esta figura, ¿sí? Ahora me va a quedar así la figura (la maestra dibuja una secuencia sencilla de líneas) y ahora de qué otra manera, eso es lo que estamos viendo.

I - ¿Estos ejemplos de donde los retoma, del libro, de otro material...?

M – Casi no he encontrado de este tipo de secuencias, me prestaron uno pero era para ir a la secundaria, se los hicieron de Trillas para ellos, lógico, para sexto, entonces yo invento mis figuritas, les voy poniendo a lo mejor un cuadrito, con un triangulito, aquí (dibuja en una hoja) y entonces que sigue, que sigue. Tengo que ir adaptando algunas figuras, el de la, esta, les hice por ahí, no sé ni donde está, les hice la figurita así con cartulina y así se las iba girando para que vieran que era lo que sucedía y que figura seguía.

I – Ese examen ¿cuándo lo van a tener?

M – Creo que para la otra semana.

I – ¿Cuánto tiempo le dedica diario a las matemáticas?

M – Se debe de poner como, creo que una hora ¿no? nos aumentaron el número de horas.

I – Bueno, eso es lo que dice el programa, y usted ¿Cuánto tiempo trabaja con ellos, en matemáticas?

M – Por lo regular una hora.

I – Una hora ¿Antes del recreo, después del recreo?

M – Antes del recreo. Casi siempre lo primero que veo es español porque lo primero que tenemos que llegar a hacer es leer.

I – 20 minutos diarios.

M – Aja, a español, después nos vamos por lo regular a matemáticas. Mira (se dirige a uno de sus alumnos), hazme un favor, ahí derecho está el horario del salón de clases, tráemelo, despégalo. Y bueno, hay días, los lunes y miércoles les toca educación física, después del recreo les toca inglés, los viernes a primera hora les toca inglés, entonces yo debo adecuar que es lo que sigue ¿no? entonces, aquí está (muestra al entrevistador el horario de clases) Entonces casi siempre es una hora. Es que ahora tenemos que dar como 9 horas, una cosa así, ya no me acuerdo.

I – Por ser de jornada ampliada, ¿y por ejemplo, con los niños que tienen más dificultades, cómo trabaja con ellos matemáticas?

M – Maestro, la verdad la tengo que trabajar igual, tengo 45 niños, para mí es muy difícil, por ejemplo, esta niña que está al frente, está volteando, es muy rápida, éste niño de aquí es muy rápido, entonces viene y dice ¿puedo hacer un dibujo? Sí, porque los demás se tardan mucho. Entonces es bien difícil, ahora el niño tiene problemas porque le están haciendo estudios porque al parecer, algún día me dijo un día hace poco la señora, porque el niño no aprende a leer, que su cerebro parece que no se desarrolló bien. Emanuel el de hasta atrás, nunca se preocupan por él, no cumple con tarea. Tengo otro niño que también la mamá...(no termina la idea). Tenía 16 niños que no sabían leer cuando inició el ciclo escolar. Ahorita me quedan dos (que no saben leer) Kevin que sabemos que tiene problemas y Jónathan que la mamá no se preocupa por él, porque ya le dije, pues que debería ser una madre comprometida ¿no?

I – ¿Les deja tarea de matemáticas?

M – Sí

I – ¿Qué tarea les deja?

M– Ah, bueno (se acerca una niña a la maestra y le dice) – Maestra, este Jonathan nada más me anda copiando – Es qué no sabe hija, déjalo (le contesta la maestra).

M - ¿Préstame tu cuaderno de tareas? (se dirige a uno de los alumnos). De acuerdo al tema que yo vea... ésta, mire (me muestra el cuaderno del niño) de acuerdo al tema que yo veo es lo que les dejo de tarea. Ayer vimos problemas de reparto, estaba yo calificando tarea y exactamente... (llega la niña con el cuaderno solicitado) ¿Aquí anotaste tu problema? (se dirige a la niña).

I - (La maestra me muestra el problema de reparto que trabajaron el día anterior) En una bolsa hay 5 gomas, 10 sacapuntas y 10 lápices, se va a repartir todo en tres montones ¿Cuántos lápices, cuantos sacapuntas y cuantas gomas habría en cada montón? ¿Y éste, como lo resuelven ellos?

M – Ah, bueno, yo... entonces le dije, a ver, no le entendiste...aquí si supieron (señala un problema), de este no (señala otro problema). Puse mis..., fueron mis gomas, sacapuntas y demás (la maestra coloca el material concreto sobre el escritorio), bueno, a ver. Repártelo entre tres, ¿cuántas te sobraron? ¿Sí?, pero ellos lo hicieron manualmente, digo, no todos, pero cuando vi esto, con material, para que a ellos se les facilite, entiendan que es repartición.

I - Y lo hacen así con material.

M – No sé de qué otra manera pudiera hacerlo, o sea haz de cuenta que estas son tus gomas, repártelo en tres, cuenta cuantas te quedan, les digo dale uno a cada uno, bueno eren tres, los que te sobraron ¿alcanzan para darles tres otra vez? Sí, intenta darles ¿te alcanza para darles otra vez? Ya después le quedaban dos, le digo ¿te alcanza para darle a los tres? Si, a ver fíjate bien ¿Cuántos niños son? Tres, ¿Cuántos colores son? Dos, ¿te alcanza? No, entonces esto es lo que te sobrar y cuenta cuanto le diste a cada quien, entonces yo se lo fui anotando y ella iba contando.

Así fue como les enseñe unidades y decenas, yo traje frijoles y a cada quien le di un puñito, haber cuenta tus frijoles, ahora has un montoncito de 10 ¿Cuántos te sobraron? Fue como enseñe unidades y decenas.

I - ¿Qué más ha trabajado con material concreto?

M – Ah, cuando vimos prismas, pero prismas, se ve cuerpo geométrico ¿sí? Entonces les pedí un cuerpo geométrico, cualquiera que fuera, pero fue globalizado, no, este es un hexaedro, no, sino, yo traje figuras planas y ahora qué diferencia hay entre esta y esta. Alguien trajo una cajita de medicina, este es un prisma, vean esta, no termina en pico. Entonces que vean ligeramente las características de uno y otro. Este como tiene sus caras rectangulares es un prisma. Este las tiene triangulares es una pirámide, pero aquí el tema, en general, global. No como el cuadro, que es un prisma cuadrangular, prisma triangular, no, así fue como lo trabaje.

I - ¿Qué temas o contenidos se les dificulta más a ellos?

M – Los problemas. Por ejemplo hoy que hubo firma de boletas una mamá me dijo: no encuentro como hacerle para que razone los problemas, es lo que le decía yo, no le diga este se resuelve con una suma, este se resuelve con una resta, ellos tienen que pensar qué operación es la que tienen que realizar.

I – Entonces ¿les deja tareas de resolver problemas?

M – Si

I – Y aquí en el salón ¿Cómo los trata los problemas?

M – Por eso así, así, los leemos, por ejemplo ahorita que es de varias operaciones, les puse uno que eran unos patos, eran diez patos y que a cada pato le daban dos veces al día de comer, ¿Cuántas porciones entonces prepara la señora?

I – Lo leen y entonces ¿qué es lo que hacen?

M – Y entonces ellos van contestando ¿sí? Después dice que llegaron 5 patos más, entonces ¿cuántos patos son? Ya me dijeron que quince, entonces ¿cuántas porciones les va a preparar el señor? Y entonces, van diciendo ¿no? y entonces una niña me dijo cincuenta, haber, vamos a hacer de cuenta que cada uno y ya le contamos 2, 4, 6, 8, 10 hasta 15, vamos a contar ¿Sabes contar?, ¿Sabes contar de 2 en 2? Haz de cuenta que cada quien es un pato y vas a ir contando a ver cuántas porciones vas a preparar contándote tú y empieza a contar 2, 4, 6, 8... hasta 30. Así fue como le trabaje.

Ellos en realidad no tienen un lugar fijo, bueno Adriana sí, uno que otro, por lo regular ellos llegan en las mañanas y con su mochila cada quién escoge su lugar, ya los últimos, bueno, donde les toca.

Préstame tu cuaderno Alejandra completo (se dirige a una de las niñas y me muestra el problema), donde dice ejercicio (me muestra el problema). Y acá ya se complementa, que es eso del pizarrón (me muestra la segunda parte del problema). Entre todos lo fuimos contestando.

I - ¿Ese entre todos lo fueron contestando?

M - Sí. Sí, Sí, digo, como apenas vimos el tema, entre todos lo vamos contestando, para que entiendan que situación es.

I - ¿Cómo un ejemplo?

Maestra – Como un ejemplo y entonces ya está éste, el segundo (me muestra otro problema)

I - ¿Ya les toca resolver a ellos?

M – Para ver que dificultad tuvieron. El primero como ejemplo entre todos lo resolvemos para que vean que operación es, ya después entre todos contestamos. De todos modos, todos los días, antes de empezar matemáticas yo les pongo un problema. Ellos lo resuelven y entonces damos un tiempo estimado. Si acaso 15 mins. Y entonces ya, lo leemos todos, porque como hay algunos muy bajos en lectura, a mí me gusta estar siempre leyendo, qué les pongo algo de español, entre todos lo leemos y entonces ¿haber, quién me dice cómo se resuelve? Y entonces levantan la mano, participan, hay unos que siempre quieren participar, pero les damos oportunidad a que otros participen, tú ya me contestaste esto, entonces ahorita va a contestar otro, para que haya oportunidad de que todos participen. Cuando veo que está mal la operación, bueno habrá quien salga y diga, “no, eso no es”, haber vamos a ver ¿tú crees que este mal, tu respuesta? Sí, entonces, ¿cómo crees tú que se resuelve? Entonces vemos, la ponemos, la que está mal y la que está bien para que comparen.

I - ¿y si usted ve que muchos tienen la misma dificultad?

M – Entonces quiere decir que no entendieron bien el problema, entonces nos regresamos, haber, con otro ejemplo vamos a resolverlo. Si la mayoría no entendió ¿qué quiere decir? Entonces no explique bien a lo mejor, hay que reconocerlo, ¿no? somos humanos y cometemos errores. Si la mayoría no entendió, yo tengo que buscar otra manera para que ellos entiendan. No decir pues ahí se acabó.

I - ¿y por ejemplo, cuál podría ser otra forma en caso de que ellos no hayan entendido?

M – Bueno, en ese momento yo, entonces mañana busco otra manera de entenderlo, a lo mejor objetivamente, a ver para que entiendan vamos a hacerlo así...Por ejemplo... (se dirige a una de sus alumnas y le pide su cuaderno). Por ejemplo las multiplicaciones dos veces cinco, yo hacía que lo dibujaran, o sea, hagan conjuntos de dos veces el cinco... Es como yo empiezo la multiplicación. Y lo tienen que representar para que entiendan porque sale el diez. Dicen que dos veces cinco. Está es una vez, está es otra vez y lo tienen que representar.

Como yo les digo, uno siempre aprende.

Yo no mando libros a la casa, los libros los vamos leyendo y los vamos resolviendo aquí. Porque a veces vienen bien complicados y como ya son temas que hemos visto no voy al ritmo de los libros, voy atrasada en libros y son temas que ya se vieron y entonces vamos recordando además de... Es la forma de trabajar de uno.

I – De cuando inicio su práctica como docente, cuando empezó a trabajar a este momento ¿Qué cambios importantes ha observado en su práctica? ¿Cómo era su práctica al inicio? cuando empezó como maestra.

M – Cuando empecé como maestra empecé dando clases en educación de adultos, porque mi trabajo de tesis fue sobre educación de adultos, pero era cuando iniciaba educación de adultos, cuando tuvo su auge las escuelas de educación de adultos. Entonces en realidad yo empecé con educación de adultos. En mis prácticas de la normal las hice con niños

I - ¿En dónde estudio la normal?

M – En la INA, en la que estaba enfrente de la Normal, la que llamaban “La normalita”

I - ¿pertenecía a la S.E.P.?

M – Bueno, pertenecía a la S.E.P. pero era particular

I – era particular

M – Si, entonces, la verdad nunca entre a la S.E.P. porque me chocó irme a sentar por semanas a la “Charra” (se refiere a la oficina sindical de los docentes que era afín a los intereses gubernamentales oficiales) que estaba en Coruña, estar esperando a, para que me dieran plaza y el interinato, y le tardaban años en pagar, en ese entonces tardaban años en pagar, entonces decidí meterme a particular.

I - ¿Cuántos años trabajó en particular?

M – casi 20

I – y en educación para adultos ¿cuánto tiempo estuvo?

M – yo creo que estuve como cuatro años

I – y ¿qué diferencias encuentra entre el trabajo de educación para adultos y educación para niños?

M – Es muy distinto profesor, porque los adultos se comprometen, escuela particular que les costaba aprender, era gente que se comprometía porque les costaba los estudios.

Yo – Con ellos, con los adultos ¿cómo trabajaba las matemáticas?

Maestra – Con los libros porque además eran tres horas al día. Yo trabajaba cuatro turnos al día, más aparte los días que no podía ir entre semana, iba los sábados de 8 a 2.

I – y ¿cuándo empezó en la particular?

M – En la particular con niños, pues era de esos planes donde uno nada más palomeaba las actividades que iba hacer y yo llevaba libros de apoyo. En realidad casi no ocupaba uno los libros de la S.E.P., si los ocupaba pero siempre en particular yo le he dado prioridad a los de apoyo porque son libros que costaron mucho y le cuestan al padre como para que uno los haga al lado, entonces yo me iba a los de apoyo pero también llenaba los de la S.E.P., entonces me apuraba en los de apoyo y reafirmábamos en los de la S.E.P. Además en los de apoyo vienen otros temas que no vienen en los de la S.E.P. y aún me siguen regalando libros, que a veces vienen más amplios los temas, o, tengo uno de cuando mi hija, deje ver si lo encuentro, porque los traigo eh? Tengo uno de matemáticas (la maestra busca entre varios libros de editoriales el que quiere mostrarme) Vea, otro tipo de presentación. Yo no digo que no vienen los temas de la S.E.P. por supuesto pero a veces vienen más amplios, por ejemplo, ay es que lo estoy buscando pero no lo encuentro. Casi siempre en mi escuela usábamos el Santillana y venía por ejemplo, es que también los he regalado los he prestado, llevábamos de ortografía, aquí tenía uno de matemáticas que usé con mi hija, porque es de mí hija eh. (la maestra sigue buscando el libro que quiere mostrarme). Vea (me muestra uno), usábamos pocos libros, vea y tengo así montones en mi casa (me enseña un bloque de libros (5 o 6). Y tengo uno de matemáticas que me gusta pero no lo encuentro para mostrárselo.

I - ¿Y ese porque le gusta?

M – es que le iba a enseñar como tiene otros temas, ¿sí? O sea, puede tener serie numérica pero aparte me da otros temas, como complemento del mismo tema

I - ¿y en la S.E.P. cuánto tiempo lleva?

M – Cuatro años, desde 2009 para acá

I – y de ese entonces, cuando inicio con los niños en particular, a ahora que cambios ha notado usted en su forma de trabajar con ellos

M – bueno, en primera cada grupo es distinto profesor, uno nunca puede trabajar igual en un grupo y con otros porque cada grupo tiene sus características y entonces cada grupo es distinto. O sea, yo no puedo trabajar igual con ellos que cuando trabaje con los que ahora están quinto que estaba el autista. Yo no puedo trabajar con ellos al igual que con ellos mismos que me llegaron 19 sin saber leer, no y en antepasado, los que van en quinto, me los pasaron 19 no sabían leer, entonces tengo que trabajar distinto. Entonces en los otros segundos he tenido que partir de primero para llegar a segundo, porque con 19 no puede uno empezar a adelantar así a cómo va el ritmo de planes y programas, o sea, y uno depende de cómo trabaje el grupo, es lo que va uno diciendo puedo avanzar más rápido o tengo que ir más lento, tengo que primero, aprender a que lean para que puedan leer el libro, porque como voy hacer que trabajen los libros si no saben leer.

I - ¿y su cuaderno de matemáticas?

M – no, solo trabajo con un cuaderno.

I – y ahí vienen todos los temas

M – aja y de todas las áreas, por eso ponen margen verde porque es exploración (la maestra les dio la indicación a los alumnos de que saquen el cuaderno de trabajo y que le pongan margen verde a la hoja).

I – y rojo es para matemáticas

M – aja, y azul para español (la maestra me muestra el cuaderno de una niña). Y siempre he trabajado así.

Anexo 2

Investigador [Cuando llegó al salón la clase ha iniciado y los alumnos siguen las instrucciones de la Maestra para doblar un rectángulo de papel de color de aprox. 10 X 30 cm.]

Maestra – Mario ¿en qué quedamos? Yo paso (la maestra llama la atención a uno de los alumnos que se ha parado de su asiento). Así, remátenlo (muestra a otro alumno como debe de doblar el papel). Ustedes están acostumbrados ¿eh? a que les hagan las cosas, ¿eh? (se dirige en voz alta a todo el grupo) Así, remátenlos, no, ésta se va a doblar, mira les dije no la rematen ¿eh? Ve. (sigue mostrando a otro niño como hacer los dobleces).

Maestra - ¿En tres? ¿Tú crees que esto es tres? ¿está como la mía? (se dirige a otra alumna). A ver, pongan atención (se dirige a todo el grupo) Si ustedes lo quieren hacer antes de poner atención por eso no queda bien.

Alumno - ¿así maestra?

Maestra - ¿haber? Exacto

Varios alumnos - ¿maestra, así?

Maestra – ahorita paso, ahorita paso

Otro alumno - ¿maestra, así?

Maestra- (dirigiéndose al niño en voz alta) Ahorita paso.

Maestra – (dirigiéndose a todo el grupo) A ver, otra vez pongan atención (en el frente del salón la maestra muestra al grupo) Le voy a doblar sin marcarle y al doblar el otro lo quiero que casi me quede del mismo tamaño. No me puede quedar así porque entonces ya no son tres partes, deben de tratar de...

Alumna: ¿así?

Maestra – ¿Me esperas un segundo? (se dirige a la niña) ¿Tú crees que esta así en tres partes? ¿Tú crees que esta como ésta Jessica?

Otro alumno: ¿así?

Maestra: Si (la maestra circula entre las filas mostrando y viendo las producciones de los alumnos y corrigiéndoles mientras habla en voz alta) (los niños le preguntan) Si, remácalo. Sí, remácalo.

Alumno - (un alumno de la primera fila le enseña) – ¿así maestra?

Maestra - (la maestra se acerca y dice) Si

Otro alumno - ¿así?

Maestra – ¿A ver? ¿A ver? (recorre las filas y se detiene con un niño) Ay David, Ay David, les dije miles de veces... (le realiza los dobleces al niño) (otro niño le pregunta) Mas o menos, ¿a ver fíjate si esta como este? (le enseña la muestra). Más o menos. Si (va recorriendo los lugares entre las filas) ¿Esta como este? (el niño contesta que no) Mira, esta uno más chiquito, ve (le muestra al niño).

Alumno – ¿así?

Maestra – Si así, No fíjate como está el de ella. Sí, bien (se sitúa al frente del salón y pregunta) ¿Ya? Remátenlo los que ya les quedó.

(un alumno comenta que le quedo dividido en cuatro partes, a lo que la maestra contesta) Porque no estas poniendo atención Emiliano. (los alumnos siguen preguntando si está bien su producción a lo que la maestra sigue retroalimentándolos).

Maestra – (se dirige a un alumno) Siéntate correctamente ¿Ya le doblaste? Bien ¿En cuántas partes doblamos nuestro rectángulo? Perdón ¿De qué forma es? (muestra el rectángulo a los niños (un rectángulo contestan varios niños) lo dividimos ¿en?

Alumnos – (varios contestan a coro) Seis.

Maestra - fíjense que vamos hacer. A ver ¿ya? Pongan mucha atención en lo que vamos a hacer.

- Hijito ya – (se dirige a un niño) Ahorita voy a pasar a tu lugar por favor.

¿ya? ¿Todo mundo tiene así sus tres partes?

Alumnos – Si (contestan varios de ellos)

Maestra - ¿Quién dijo no? Ahora fíjense bien lo que vamos hacer. Cada parte... Pongan mucha atención porque si no nos va a quedar, Cada parte, no ésta, una de estas ¿ya? La desdoble así, todo mundo. No desdoblen lo demás. La voy a partir a la mitad

Alumno – ¿Así maestra? (se encuentra sentado en la última fila)

Maestra (se traslada hasta donde está el niño) A ver, está la primera parte, la voy a doblar a la mitad. Quiero ver la primera parte doblada a la mitad (se dirige al niño) Esta parte vas a doblarla a la mitad (se dirige a otro niño) ¿ya? (a todo el grupo) la dejo así (les muestra) La segunda parte, ahora la otra, igual, la doblo a la mitad.

Alumno – ¿a la mitad? (la maestra no contesta)

Maestra – vean, esta es la otra parte y la doble igual a la mitad y la última parte, vean, como esta ¿Ya vieron mis dos partes? La última parte también la voy a doblar a la mitad, eh ¿Qué tal? Están así sus dos partes (les muestra en un papel) ¿De acuerdo? Así, todo mundo así, ¿haber? Ahora, esta parte de en medio la van a doblar que estos mismo dobleces queden así a la mitad ¿y quién me dice cuántas partes nos quedaron?

Alumno – cuatro

Maestra – ¿a ver?

Otro alumno – dos

Maestra - ¿Cuántas partes me quedaron?

Alumno – seis

Maestra – Seis, fíjense que vamos a hacer. Esto que tenemos aquí (les muestra) va a ser un gusanito que vamos a tener, Ah, que padre. Pongan atención ¿Ya? Vean lo que voy a hacer. Voy a dibujar en esta parte (señala la primer división) de la carita de mi gusanito con una gran sonrisa porque nos vino a visitar y en su cabecita le voy a poner dos patitas. En el otro cuadrado, en el rectángulo que le sigue, le voy a poner la otra parte de su cuerpecito ¿y cuántas patitas dije que va a tener en cada parte?

Alumnos – dos (a coro)

Maestra - ¿ahora cuantas patitas llevo?

Alumnos – cuatro

Maestra – aquí le voy a poner cuatro (escribe el número en el rectángulo) Y voy a hacer otra parte de su cuerpecito ¿Cuántas patitas va a llevar?

Alumnos – (varios niños comienzan a gritar algunos dicen 6, otros 2) seis, dos

Maestra – (trata de controlar al grupo) a ver, a ver, levantando la mano ¿Cuántas patitas tiene cada parte?

Alumnos – Dos (contestan a coro varios niños)

Maestra – Dos ¿Pero aquí en el cuerpecito cuantas llevo?

Alumnos – seis

Maestra – seis, levantando la mano. Voy a hacer otra parte de su cuerpecito (las anotaciones las realiza colocando el rectángulo sobre el pizarrón) Voy a hacer otra parte de su cuerpecito ¿Cuántas patas va a llevar?

Alumnos – Ocho

Maestra – a ver. Quiero que me pongan atención ¿Cuántas patas va a llevar esa partecita de su cuerpo?

Alumnos – dos

Maestra – dos, ahora sí ¿cuántas patas llevo?

Alumnos – ocho

Maestra – y ahora voy a hacer otra parte de su cuerpecito

Alumno – diez

Maestra – (dirigiéndose al niño que contestó) ya está. En primera no levantaste la mano. ¿Cuántas patas van a llevar esa parte de su cuerpecito?

Alumnos – dos

Maestra – dos, ahora si ¿Cuántas patitas llevo? ¿Elena?

Elena – 10

Maestra – 10, y por último, la última parte de su cuerpecito ¿Cuántas patas va a llevar adentro?

Alumnos – dos

Maestra – dos ¿y ya a qué número llegué?

Alumnos – al doce

Maestra – doce, o sea, fíjense que conté ¿De cuánto en cuánto? (señala a una niña)

Alumna – de dos en dos

Maestra – de dos en dos ¿verdad? Ustedes van a hacer ahora su gusanito. (dirigiéndose a un niño) ¿qué número va aquí? (el alumno contesta erróneo) No es cierto (el alumno contesta correctamente) Eso. Ahora vas a ser las otras partes del cuerpo ¿Dónde está la cabeza? No le hace que no te salga derechito. No estés borrando que vas a echar a perder tu trabajo ¿Dónde está el gusano? (dirigiéndose a otro niño) ¿Dónde está el tuyo? ¿a ver? (la maestra va recorriendo los lugares).

Maestra – A ver Emiliano, si tú haces esto. Emiliano ya te había dado una nueva hoja y ve lo que haces. Fíjense ¿Qué le hace falta al gusanito del compañero? (se los enseña).

Alumnos – las patas

Maestra – las patas porque entonces no estoy contando de dos en dos

Alumna – maestra, ¿así?

Maestra – Si

Maestra – ¿Ya?

Emiliano – maestra, ¿lo hago otra vez o ya no?

Maestra – ¿tú qué crees?

Emiliano – qué si

Maestra – pues si

Maestra – A una parte le haces la cabeza y le pones dos patitas, a la otra parte... (indica a otro niño) ¿En dónde está la cabeza? (lo que la maestra quiere que hagan los niños es que dividan el rectángulo en 6 partes iguales alineadas en forma horizontal las 6). (la maestra continúa desplazándose entre las filas).

Emiliano - ¿maestra, del otro lado la hago?

Maestra – ¿En dónde esté el gusano? (pregunta a otro alumno)

Emiliano - ¿Del otro lado la hago maestra? (vuelve a preguntar sin tener respuesta)

Maestra – (se traslada nuevamente al frente) ¿Ya?

Alumnos – Si, no (contestan)

Maestra – A ver, guarden silencio. O sea que el gusanito aprendía a contar ¿de cuánto en cuánto?

Alumnos – De dos en dos (contestan algunos)

Maestra – (comienza a repartir a los niños una hoja carta blanca) A ver si es cierto que vamos aprendiendo. Ahorita les estoy dando una hoja blanca, ahorita les digo para qué es esa hoja blanca.

Alumno - ¿Qué vamos a hacer?

Maestra – ahorita lo vas a ver

Alumno – ¿lo vamos a pegar?

Maestra – No... Tomas una ¿y qué vas a hacer con las demás?

Alumnos – pasarlas, pasarlas las demás

Maestra – 1, 2, 3, 4,...(cuentas las hojas para cada hilera) Tomas una y pasas ¿las..?

Alumnos – demás

Maestra – pero tú no (indica a un niño).

Maestra – Juan José, te voy a pedir que no estés jugando.

Maestra - ¿sí? ¿Te sientas bien? (indica a otro niño).

Maestra – tomas una y pasas las demás, tomas una y pasas las demás (sigue repartiendo las hojas en las hileras).

Maestra – Bien, ¿listos? (cuando se dirige a todo el grupo la maestra eleva el nivel de voz). Fíjense lo que van a hacer en su hoja, yo les voy a dar un número..., les iba a pedir su número de lista pero como no vinieron todos no puedo hacer eso...

Alumno – Maestra, este Alejandro tiene dos hojas.

Alumna – maestra yo no tengo hoja

Maestra - a ver ¿quién dice que no tiene hoja? A ver, tienes una compañera atrás (se dirige a Alejandro).

Alejandro – (pasa la hoja a su compañera)

Maestra - ¿Ya? Fíjense, les voy a dar un número y ustedes, lo más grande que puedan...No quiero un numerito así (con la mano muestra el tamaño), porque no lo vamos a ver. A cada quien le voy a dar un número y tiene que hacer su número, si doy el 20, pues lo tienen que hacer grandote ¿Si?

Alumna – y debe escribir el veinte abajo ¿verdad?

Maestra – No, nada más le vamos a poner el número. Vamos a empezar

Alumna - ¿Con lápiz?

Maestra – con lápiz, ¿vas a ser el número? (señala al primer alumno de la primera hilera)

Maestra – Uno (contesta la maestra al ver que el alumno se queda callado. ¿Qué número sigue? (pregunta al siguiente alumno).

Alumno – dos

Maestra – ¿Qué número sigue del dos? (Señala al siguiente)

Alumno – tres

Maestra – Escríbelo (le indica al niño) ¿Qué número sigue del tres?

Alumno – el cuatro

Maestra – (en los siguientes alumnos la maestra ya nos les pregunta, solo los señala y los alumnos verbalizan el número que les corresponde: 5, 6, 7 8, 9, 10, hasta el 11) Once, vamos en el once ¿Qué número sigue del once? (pregunta al siguiente niño)

Alumno – doce

Maestra – doce. Aquí grande por favor (señala a un niño en su hoja) Él es el doce ¿vuelve a tocar el doce? (pregunta al equivocarse el siguiente niño).

Alumno – trece

Maestra – pues escríbelo, trece catorce, quince, ¿diceci...? (la maestra va repitiendo después de que los alumnos mencionan su número correspondiente)

Alumno – Maestra, ¿lo podemos hacer con números gorditos?

Maestra – Con números gorditos, flaquitos (contesta mientras sigue señalando a cada alumno) ¿Qué número fuiste Alejandro? Porque aquí el compañero... ¿a ver qué número?

Maestra – diecinueve, veinte...

Alumnos – 21, 22, 23, 24 (responden los alumnos al señalarlos la maestra)

Maestra – (señala a una alumna que se queda callada y se voltea al grupo a preguntar) ¿a ver?

Alumna – 25 (otros niños le dictan la respuesta)

Maestra – 25, 26, 27, 28, 29, 29 (va repitiendo con los niños)

Alumno -30

Maestra – ¿Ya todo mundo tiene su número?

Alumnos – Ya, si (contestan)

Maestra – a ver si es cierto. Hubo dos compañeros. A ver pongan atención. Hubo dos compañeros como que se perdieron... (una alumna hace un comentario) (varios niños comienzan a moverse y hacer ruido). Gracias Teresita...

Maestra – (golpea con el lápiz el pizarrón para llamar la atención de los alumnos) Hubo dos compañeros que no supieron que número seguía... Bien, se va...fíjense como le vamos hacer ¿Qué dijimos? Que el gusanito tenía dos patitas. Vamos a hacer un gusanito. ¿Quién tendrá el número 2? (se escucha murmullo de los niños). Nadie diga nada (la maestra alza la voz). Todos debemos de estar atentos ¿verdad Gabriel? (la maestra se dirige a uno de los niños que no están atentos).

Maestra - ¿Quién de ustedes tendrá el número dos? Y lo quiero al frente con su hojita (se para el alumno con el número dos pero aún no ha escrito su número por lo que se apresura a hacerlo).

No hay dos (la maestra se percata de la situación) o sea ¿a nadie le tocó el dos?

Alumno – Yo

Maestra - ¿A quién le tocaría el dos?

Alumno – (termina de dibujar su número, alza la mano y pasa al frente)

Maestra – (continúa preguntando por los demás números de dos en dos hasta el 30 y comienza una nueva serie de tres en tres, pasan los niños con el número 3, 6 y 9 y ante el error que tiene la niña con el número 9 de identificar cuál es el número que sigue la maestra le pide que den tres saltos contando entre cada uno a partir de 10 para ver a qué número llegan)

Maestra (da un salto)

Edna – once

Maestra – once (repite) y ¿cuántos me faltan para tener tres? (pregunta a Edna)

Edna – uno

Maestra – uno, doce (y vuelve a dar un salto junto con la niña) ¿A qué número llegamos

Edna?

Edna – al doce

Maestra – al doce. Voy a contar otros tres (vuelve a dirigirse al grupo)

Alumnos – quince

Maestra - ¿Quién será el número quince? (la niña que le corresponde no ha terminado de dibujar su número) Termínalo, así, rápido, ya sin negrita mamacita, que se vea. Ése quince está mal, bien, voy a contar otros tres y llegaré ¿al?

Alumno – dieciocho (algunos niños dicen otro número)

Maestra – a ver el quince cuenta tres (se dirige a la niña que dijo otro número)

Alumna –dieciséis, diecisiete, dieciocho

Maestra – (dirigiéndose a la niña) ¿ahora si estas conforme con que llegamos al dieciocho?

Dieciocho.

Alumno – veintiuno

Maestra – dieciocho, cuento tres y llegare ¿al?

Alumnos – 21 (un niño menciona 22)

Maestra – a ver ¿quién dijo otro número?

Alumno – él

Maestra – veintiuno, llega hasta el veintiuno. Voy a contar otros tres

Alumnos – 24, 24

Maestra - ¿Quién será el veinticuatro?

Alumno – yo soy número doce

Alumna – (se para la niña con el número 24)

Alumno – 27 (se adelanta a la maestra)

Maestra – (se acerca la maestra con el niño que le corresponde el número 21 y le toma su hoja y se lo corrige) ¿Qué número es él?

Alumnos – 21

Maestra – ¿tú eres?

Otro alumno - 21

Maestra – Es que lo puso al revés (12)

Alumno – oh

Maestra – Déjenlo, acuérdense que cualquiera nos podemos equivocar. Vamos... ¿no ha salido él verdad? (señala a un niño). Veinticuatro. Voy a contar otros ¿cuántos?

Alumna – veintiséis

Maestra - ¿Cuántos voy a contar?

Alumnos – veintiséis, veintisiete

Maestra - ¿Cuántos voy a contar?

Alumno – tres

Maestra – tres, ¿voy a llegar al número?

Alumnos – veintisiete

Maestra – veintisiete, Voy a contar ¿otros cuántos?

Alumnos – tres

Maestra – tres, y voy a llegar ¿al?

Alumno – treinta

Maestra – treinta,

Alumnos – treinta, treinta

Maestra – hójole ¿Está completa nuestra serie?

Alumnos – Si

Maestra – a ver ahora a su lugar (se dirige a los niños que se formaron al frente) (los niños pasan a sus lugares)

Maestra – ahora vamos a ver si sabemos de 4 en 4. ¿listos?

Alumno – Maestra, todavía no me pasa a mí

Maestra - ¿por qué tú crees que yo no te he pasado? (dirigiéndose al niño)

Maestra - ¿ustedes creen que yo no lo he pasado? No, lo que pasa que su número no le ha tocado a ninguna serie ¿De acuerdo?

Alumno – (se acerca a la maestra y le dice) Maestra, a lo mejor ya le toca a él porque... (inaudible)

Maestra – Bien, empezamos

Alumno – cuatro

Maestra - ¿Quién será el cuatro? ¿No hay cuatro? (se para el niño que le corresponde) ¿Qué número sigue?

Alumnos – ocho

Maestra - ¿No hay ocho? (se para el niño que le corresponde) ¿Qué número seguirá?

Alumnos – Doce

Maestra – No oigo ¿Qué número seguirá?

Alumnos – Doce (con volumen más alto)

Maestra – A ver ¿hay algún doce?

Alumno – yo, yo (se para el niño correspondiente)

Maestra - A ver, a ver, escúchenme, Diego no está de acuerdo en que toque el doce. A ver, ven Diego (Diego se para y se acerca).

Alumno – cuatro, ocho, doce

Maestra – Bueno, pero Diego no está conforme

Alumna – Maestra, porque estamos en el cuatro ¿verdad?

Maestra – Estamos de cuatro en cuatro (señala con la mano cuatro dedos). Ya llegamos al ocho (toma a Diego de los hombros y lo ve a los ojos). Vamos a dar... vamos a brincar a cuatro cuadritos (se refiere a las losetas del piso) Uno, espérate, uno, dos, tres, cuatro (va dando los pasos conforme cuenta). Haz de cuenta que cada cuadrito es un número. Del ocho sigue ¿él?

Alumnos – nueve

Maestra – Del ocho sigue ¿el? (se dirige a Diego)

Diego – nueve

Maestra – A ver, (toma a Diego de la mano y da un salto) nueve. De nueve ¿cuál sigue?

Diego – diez

Maestra – diez (da un salto junto con Diego), llevamos dos ¿cuál sigue del diez?

Diego – once

Maestra – once (da otro salto junto con Diego), llevamos tres, ¿Cuál sigue del once?

Diego – doce

Maestra – doce (da otro salto) ya llevamos los cuatro cuadritos, ¿a qué número llegué?

Diego – al doce

Maestra – al doce ¿ahora si estás convencido? (Diego regresa a su lugar)

Maestra – de doce le voy a contar cuatro ¿a qué número voy a llegar?

Alumnos – al dieciséis

Maestra - ¿quién tiene el dieciséis? (se forma el niño que le toca) De dieciséis voy a contar ¿Cuántos?

Alumnos – cuatro

Maestra – cuatro ¿a qué número voy a llegar?

Alumnos – veinte

Maestra – ¿quién será veinte? (se para el niño)

Alumno – veinticuatro

Maestra - ¿quién será veinticuatro? (se forma la niña con el 24)

Alumnos – veintiocho

Maestra - ¿Quién será veintiocho?

Alumno - ¿Quién será treinta idos?

Maestra – ya no hay, ya no llegamos ¿al?

Alumnos – treintaidos

Maestra – treintaidos ¿Esa serie está correcta?

Alumnos – no

Maestra - ¿por qué no si solo somos 30, porque no va a estar correcta Edna?

Alumno – si

Maestra – a ver, Edna no sabe contar de cuatro en cuatro

Alumno – 4, 8, 12...

Maestra – veintiocho (toma de la mano a Edna y la para en la misma posición que Diego)

¿Estamos de acuerdo Edna? Vamos a brincar cuatro cuadritos, 1, 2, 3, 4. Estamos en el 28.

Bríncale (se dirige a Edna, y la alumna salta) ¿cuál sigue del 28? 29 ¿qué número sigue?

Edna – 30

Maestra – del 29 ¿Cuál sigue?

Edna – 30

Maestra – 30

Edna – 31, 32

Alumno – 31

Otra alumna – no le ayuden

Maestra – 32 ¿tenemos número 32 Edna?

Edna – no

Maestra – por eso ya no podemos poner 32

Alumno – porque no vinieron los demás

Maestra – porque no vinieron los demás (Edna regresa a su asiento)

Maestra - ¿Esta claro? Que una serie..., pongan atención, una serie numérica debo de contar de acuerdo a como yo me está indicando el número siguiente.

Maestra – a ver siéntense (da la indicación a los alumnos que se formaron). Rápido. Una serie puedo decir que es ascendente como la hemos hecho de mayor...

Alumnos – a menor

Maestra – No es cierto, ya ven. De menor a mayor (los niños repiten de menor a mayor), eso es ascendente, porque del más chiquito, del número más chiquito hemos ido ¿al más?

Alumnos – grande

Maestra – grande, pero ahora la vamos a hacer descendente, quiere decir que del más grande (algunos niños repiten más grande) voy a ir ¿al más? Chico (los niños repiten chico). Pero no es necesario que yo empiece con 3, 6. YO me debo de fijar... (se acerca al lugar de Diego y lo acomoda en su asiento).

Maestra – párate (le indica a Diego), esta silla está mal ¿eh? Pregunté ¿Quieres acomodar tu silla por favor? (se dirige al niño delante de Diego) Pregunte ¿Qué silla está mal acomodada? Y Diego nunca dijo mi silla está mal acomodada.

Otro alumno – yo también le dije

Maestra – y ya nos vas a echar a perder el jueguito. Camínale (le indica a Diego), rápido. Ponte aquí (para a Diego al inicio de la nueva formación). La vamos a hacer en forma ¿de qué?

Alumno – del más chiquito al más...

Maestra – de..., ¿de...?

Alumno – ascendente

Maestra – no, de...descendente. Ahora yo voy a escoger otro y ustedes me van a decir de cuanto en cuanto va a ir mi serie (va por otro niño y lo lleva a la formación). Fíjense del 23 al 20 ¿cuántos números fueron?

Alumno – 3

Maestra – 3 ¿Qué le seguirá?

Alumnos – 17, 21, 17 (se dividen)

Maestra - A ver hijo, de 20 voy a quitar 3 cuadritos

Alumno 1– 23, 23

Alumno 2– 17

Alumno 1- 23

Maestra - ¿cuál?

Alumno – 23

Alumno 2 – 17

Maestra – 17 ¿quién será 17? No vino el 17?

Alumno – si (se para a la formación)

Maestra - ¿Qué será? Quitémosle 3 ahora

Alumno – 14

Alumna – 12

Maestra – a ver Andrés, por segunda vez, ¿quieres brincar 3 cuadritos en retroceso? o cuenta con tus deditos, a ver. Pon tus dedos.

Alumnos– 14, 16

Maestra – Tengo 17 y le voy a quitar 3, 16, 15...

Andrés – 14

Maestra - ¿Estás de acuerdo?

Maestra - ¿Quién es 14?, ¿no hay 14? ¿no hay 14? (se para un niño)

Alumno – hay Sebastián

Alumno – 11 sigue maestra

Maestra – 11 sigue ¿habrá algún once? (se forma el niño)

Alumna – 8, no, si 8

Maestra – 8? Quien será el 8? Y luego ¿qué numero?

Alumno – 2

Alumno – 5

Maestra – 5, ¿quién será el 5?

Alumno - ¿quién será el 2?

Maestra - ¿quién será el 2? (uno a uno se van formando los niños que les corresponde) Y hasta ahí llegó mi serie de. Esta serie ¿cómo dijimos que va a ser? ¿de forma qué? Levantando la mano ¿Quién me lo dice? ¿Cómo se llama del más grande al más chico? Descendente. Está en forma descendente porque del más grande (muestra el número más grande) llegamos al más chico (muestra el número) y si yo cuento de aquí para allá va a ser en forma que a...ascendente. Pasen a su lugar (se dirige a los niños de la serie).

Maestra – Ahora sí abran su cuaderno y vamos a escribir series...

Alumno – numéricas

Maestra – numéricas. ¿Cuál fue la primera serie que hicimos?

Alumnos – De dos en dos

Maestra – De dos. Voy a empezar, vamos a poner series numéricas en forma a... (comienza a escribir en el pizarrón) fíjense como se escribe ascendente. A..scen..den... te, ya me equivoque (corrige en el pizarrón) en forma ascendente, o sea de...

Alumnos – de mayor a menor, de menor a mayor

Maestra – de menor a...

Alumnos – mayor

Maestra - ¿Quién me dice la primera serie?

Alumno – 2

Maestra – 2

Otro alumno – 4

Maestra - ¿Quién me dijo 3?

Alumno – 4

Maestra – 4 ¿Cuál sigue?

Alumnos – 6, 6.

Maestra – 6

Alumnos – 8, 8

Maestra - ¿Creo que alguien no está levantando la mano, eh?

Alumnos – 10, 12

Maestra - ¿Quién dijo 12? No levantaste la mano.

Alumno – 14

Maestra – 14

Otro alumno 16

Maestra – 16

Alumnos -18, 18

Maestra – (señala a un niño para que responda) 18

Alumno – 20

Maestra – 20

Alumno - 22

Maestra – 22, levanten la mano por favor, pero también permitan que los demás participen

Sebastián, 24, 26

Alumnos – 28

Maestra – 28 y llegamos hasta ¿el..,?

Alumnos – 30

Maestra – 30. Peguen también su gusano. A la vuelta, después lo vamos a pegar, si a la vuelta, pero primero terminamos nuestras series y ya. Bien ¿Qué otra serie hicimos? ¿Quién me dice?

Alumno – la del 3

Maestra – la del 3. ¿Quién me dice cuál es el primero?

Alumno – 3

Maestra – 3

Alumno – 6

Maestra – a ver, te voy a pedir de favor y por última vez (se dirige a un niño) ¿Qué tienes que hacer para poder participar?

Alumnos – levantar la mano

Maestra – levantar la mano y tú no estás siguiendo las reglas que hemos puesto desde la otra vez.... ¿Qué sigue del 6?

Alumno – 9

Maestra – 9 ¿qué número sigue? (señala a un niño)

Alumno – 12

Maestra – 12 ¿Qué número sigue?

Alumno - 15

Maestra – 15 ¿Solo hay dos niños que saben contar de 3 en 3?

Maestra – 18

Alumno – maestra yo sé, 21

Alumnos – 21, 21

Maestra - 21

Alumno – maestra, 24

Maestra – 24

Alumno – maestra, 27

Maestra – haber Elena (señala a una niña)

Elena – 30

Maestra – 30. Ahora la última que hicimos

Alumna – 34

Maestra – No, no pasamos de 30 Jesi, acuérdate, fuimos 30. ¿Qué otra serie hicimos?

Alumno – 4

Alumna – de 4 en 4

Maestra – de 4 en 4. Cuatro

Edna – 6

Maestra – A ver. Cuéntale a 4, cuatro Edna. Edna chula

Alumno – 8

Otro alumno – cuatro más cuatro

Alumna – cuatro más cuatro

Maestra – Edna, ya tienes 4, a esos 4 súmale 4

Alumno – cuenta con tus dedos

Maestra – Bien fuerte

Alumnos – ocho (incluyendo Edna)

Alumnos – doce, doce

Maestra - ¿Qué sigue del doce? Alberto, Alberto que no ha participado para nada, ¿no quieres participar Alberto? ¿no? bien, Alberto no, tú (señala a otro niño).

Diego – maestra, yo no he participado

Maestra – a ver, la mano levantada, yo no te veo con la mano levantada Diego, A dieciséis súmale 4 Diego, porque estamos en la serie de 4.

Alumno – son...

Maestra – scht...Diego

Diego – 24

Maestra – ah caray, otra vez Diego

Diego – 20

Maestra – Ah

Alumno – le dijo Paola, maestra

Maestra – 20

Alumno – 24

Maestra – 24

Alumno – 28

Maestra – 28 y hasta ahí va a terminar nuestra serie porque ¿cuál seguiría del 28?

Alumnos – 32

Maestra – 32 pero no tuvimos 32

Alumno – porque no vinieron los demás

Maestra – porque no vinieron los otros compañeros. Y por último.

Alumno – la del 5

Maestra – Hicimos del 5, No me acuerdo

Alumnos – no

Alumna – la del 2

Maestra - ¿Qué número empezamos?

Alumno – del 23

Maestra – del 23, para atrás ¿en forma...?

Alumna – a..., a,,,

Alumno – Descendente

Maestra – Descendente, Levantas la mano y te quedas pensando en qué número íbamos

Alumno – ¿le digo?

Maestra – vamos para atrás, Diecisiete. ¿sólo Andrés sabe contar para atrás?

Alumno - Yo – ¿Catorce?

Alumna – 11, 8, 10? Once, once

Maestra – once. Hijito, por última vez, ya te ensucié tu zapato

Alumno – 8

Maestra – a ver, a 9 quítale 3, como 8?

Alumnos – 7, 6, 7, 6

Maestra - a ver ¿cuál va a ser lo correcto? Todo mundo con los dedos aquí (alza la mano para que todos la vean) y vamos a contar, a 9 le quito uno ¿cuánto me queda?

Alumnos – 8

Maestra – ocho, siete...

Alumnos – seis

Maestra – fíjense que aquí y no me di cuenta, ahí un error

Maestra – tenemos 11

Alumno – 8 era 8 maestra

Maestra – era 8

Alumna – entonces ahí salía 5 maestra

Alumno – 5

Alumno – el 2 maestra

Otro alumno – ya maestra

Maestra – ¿ya todo mundo?

Alumnos – ya, no...

Maestra – ahora sí, a la vuelta ponen margen rojo y ¿qué van a pegar?

Alumnos – el gusanito

Maestra – el gusano.

Anexo 3

El programa *Desafíos* implementado en 2012 por la autoridad educativa local del Distrito Federal consiste en una propuesta metodológica para el trabajo de los contenidos matemáticos en la escuela primaria a través de la resolución de problemas. El programa *Desafíos* se lleva a cabo a través de dos libros de texto, uno para los alumnos y otro para los docentes, capacitación para supervisores, directores y docentes de primaria y seguimiento del programa por parte de las autoridades educativas. Esta propuesta retoma las recomendaciones que los especialistas en educación matemática proponen para la enseñanza de las matemáticas en educación básica: trabajo en equipo, la perspectiva del docente como facilitador del conocimiento, y el acceso a los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas. Se hace énfasis en el trabajo en equipo y en ningún momento en trabajo individual. Por el contrario los exámenes de zona de supervisión que menciona la maestra corresponden a otro programa de trabajo de la propia autoridad educativa, el cual pretende preparar a los alumnos para la aplicación de las evaluaciones nacionales de *ENLACE* a través de la aplicación bimestral de ensayos o pretests, en donde, a diferencia del programa *Desafíos*, los problemas que se plantean tienen que ser resueltos por los alumnos en forma individual (tanto en los pretests como en la prueba *ENLACE* anual).

En resumen una diferencia sustancial entre los programa *Desafíos* y *Enlace* es que la resolución de problemas es en colaboración y/o de manera individual correspondientemente.

El siguiente es un ejemplo de uno de los problemas que aparecen en el libro de *Desafíos Docentes Sexto Grado Primaria* (SEP, 2012, p. 94).

Organizados en equipos resuelvan el siguiente problema:

En un almacén está la promoción de 25% de descuento en todos los artículos, aunque también hay que pagar el 15% de IVA.

¿Cuál es el precio final de un refrigerador con precio de lista de \$4,200.00?

Este problema corresponde a la lección 30 *Tantos de cada cien* del libro *Desafíos Alumnos Sexto grado Primaria* (SEP, 2012, p. 60). En la versión de *Desafíos Docentes* se incluye además de la consigna del problema las secciones: *intención didáctica*, *consideraciones previas* y *apuntes didácticos*. A continuación se presenta un problema del tipo de los que se plantean en las evaluaciones de preparación para la prueba ENLACE.

63. *¿Cuánto tendría que ahorrar la mamá de Juanito para hacerle una merienda en su cumpleaños, si quiere dar rebanadas de un pastel que le cuesta 290 pesos, refrescos que le cuestan 134 pesos y los desechables que le salen en 56 pesos aproximadamente?*

Las opciones de respuesta son:

- A) 300 pesos
- B) 400 pesos
- C) 500 pesos
- D) 600 pesos²

Los problemas de los textos *Desafíos* se trabajan en el salón de clases presentándoles a los alumnos la consigna; los estudiantes se organizan en equipos con la finalidad de que resuelvan el problema sin la ayuda del maestro; luego exponen los equipos su trabajo y se procede a discutir las diferentes resoluciones presentadas [Es lo que se le llama *puesta en común*]. El papel del profesor en este proceso es el de facilitador o mediador en el análisis o discusión que se organizó en el salón de clase. El maestro no dice que es lo que está correcto o que es lo incorrecto, sino que se aboca a resolver dudas de los estudiantes.

En cuanto a los problemas que se plantean tipo prueba *ENLACE*, su proceso de solución en el salón de clase consiste en que la maestra escribe el problema en el pizarrón; los estudiantes lo leen y la maestra hace preguntas a los alumnos acerca de cómo se puede

²La respuesta señalada como correcta en la página de donde se tomó el reactivo de ejemplo (http://siie.tamaulipas.gob.mx/sistemas/docs/Enlace/2012/Analisis/BimIII_IV/Tabla_de_contenidos_Matematicas_3o.pdf) es: C) 500 pesos, lo cual es incorrecto ya que la respuesta correcta es: 480, además hay error en la redacción de la consigna que dice "¿Cuánto tendría que ahorrar...", cuando lo correcto sería "¿Cuánto tendría que gastar...".

resolver el problema; este se termina resolviendo entonces en forma conjunta (maestra-alumnos). Hasta aquí lo que se ha querido mostrar de manera detallada es que los procesos de resolución en los dos casos presentados es completamente distinto y la maestra del estudio de caso es consciente de ello, es decir, conoce los diferentes procesos de resolución de los problemas y conoce también que asociados a esos procesos distintos corresponden distintos tipos de problemas.