UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD 094

LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE ALGUNAS NOCIONES GEOMETRICAS EN EL TERCER GRADO DE PRIMARIA

GRACIELA MENDEZ MANSILLA

TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL TITULO
DE LICENCIADO EN EDUCACION BASICA

MEXICO, D.F.,1991

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

ANEXO 8

DICTAMEN DEL TRABAJO
PARA TITULACIÓN.

México, D.F. a 22 de noviembre de 1991.

C. PROFR.(A) GRACIELA MENDEZ Y MANSILLA
P R E S E N T E :

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: "LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE ALGUNAS NOCIONES GEOMETRICAS EN EL TERCER GRADO DE PRIMARIA"

opción INVEST. DOCUMENTAL
a propuesta del asesor C. Profr.(a) JUAN QUINTIL CASTREJON TELLEZ
manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E

PROFR. MIGUEL ANGEL IBARRA HERNANDEZ,
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN.

S. E.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD
D. F. CENTRO

A mis hijos

Al maestro Juan Q. Castrejón por el apoyo y el estímulo que me brindó para la realización de este trabajo

A Irma Fuenlabrada por el tiempo que me dedicó y por sus valiosas aportaciones para elaborar este trabajo.

INDICE

INTRODUCCION

Si bien es cierto que los aportes de la Teoría Psicogenética son mencionados en las reestructuraciones que se han venido haciendo a los programas en las últimas dos décadas, también podemos afirmar que en la actualidad los maestros continúan utilizando en su práctica métodos tradicionales.

Consideramos que la metodología que sugieren los programas oficiales, no contribuye a desterrar esas prácticas tradicionales porque a pesar de pretenderlo, no favorecen la elaboración de los conceptos por parte del alumno para que posteriormente pueda aplicarlos a otras contextos, como tampoco fomenta la creatividad del maestro para diseñar otro tipo de situaciones.

En la enseñanza de las matemáticas, el empleo de estos métodos -en los que predominan la memoria, la verbalización y también la utilización de elementos concretos, gráficos y simbólicos, pero con los que el alumno no interactúa, sino que le son presentados con el fín de que los observe y se formen en su mente imágenes-, afecta el desarrollo de la inteligencia del niño ya que obstaculizan la formación de operaciones.

De esta manera, en que he visto desarrollar a mi alrededor este tipo de práctica, surge mi interés por investigar cómo se abordan en clase algunas nociones geométricas en el tercer grado, ya que considero que la enseñanza mecánica de los conceptos geométricos, propician el aprendizaje de una geometría rígida, de formas y figuras estáticas que no corresponden al espacio que el niño está construyendo.

Espero que los resultados de este estudio contribuyan a cuestionar las conceptualizaciones que poseen algunos maestros acerca de ciertas nociones geométricas, a desterrar de mi comunidad escolar las concepciones tradicionales que imperan acerca del aprendizaje y a concientizar a los docentes de que existen otras alternativas de enseñanza en el que el proceso enseñanza-aprendizaje favorece el rol activo del alumno y fomenta la reflexión, la crítica y la creatividad de tal manera que pueda accederse a los contenidos, en este caso los referentes a la geometría, con una concepción diferente a la que se ha tenido: circunscribir su enseñanza al trazo de algunas figuras y a la memorización de fórmulas.

La investigación se llevó a cabo con: los alumnos de cuarto grado del Colegio Mayapán, tres maestros que prestan sus servicios en esta escuela y ocho maestros de diferentes escuelas oficiales.

Para obtener información se utilizaron cuestionarios tanto con maestros como con alumnos, pero con los niños se emplearon además otras dos actividades que se iniciaron por medio del juego.

En algunos casos las respuestas obtenidas estuvieron sujetas a nuevas preguntas que contribuyeran a una mejor interpretación de las justificaciones dadas por los sujetos.

Los cuestionarios elaborados para los alumnos, fueron aplicados la segunda semana después de haberse iniciado el curso escolar, dado que en la semana precedente no se había llevado a cabo todavía ninguna actividad de geometría del programa de cuarto grado lo que podría desvirtuar la información obtenida acerca de los conceptos que adquirieron los niños en tercer grado.

El estudio de los conceptos geométricos pertenece desde luego al campo de las matemáticas, pero dado el enfoque constructivista de aprendizaje que pretendo se tenga en cuenta al enseñar, elegí la teoría Psicogenética de Piaget, los trabajos de teorización sobre las situaciones didácticas en matemáticas que ha desarrollado el equipo dirigido por Guy Brousseau en el Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de la Matemática en Burdeos, Francia (IREM), así como algunas investigaciones realizadas en esta misma línea por la Dirección de Investigación Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, para orientar y fundamentar teóricamente mi trabajo.

I. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS EN NUESTRO PAIS EN LAS ULTIMAS TRES DECADAS

La enseñanza de las matemáticas ha constituido uno de los problemas que aquejan con mayor frecuencia a los profesores de todos los niveles.

Por lo que se refiere a la educación primaria podemos palpar la aversión que sienten los niños hacia la clase de matemáticas y la incapacidad que manifiestan para resolver problemas elementales de la vida diaria.

Las reformas a los programas han pretendido modernizar la concepción acerca de esta materia y la metodología de su enseñanza, pero sus efectos han sido limitados y las innovaciones pronto caen de nuevo en sistemas tradicionales.

Creemos que una de las causas se debe a que la didáctica continúa apoyándose en el conductismo, por lo que se le da prioridad a la enseñanza de las mecanizaciones y al cálculo mental, cuando actualmente con el avance de la tecnología contamos con máquinas calculadoras de las más simples hasta las más complejas; o bien se contempla la enseñanza de una geometría rígida que no responde a los audaces diseños de construcción actuales que se observan en todos los ramos.

Por otra parte, el problema no se circunscribe solamente al aula, por lo que otro factor de la problemática lo constituye la política educativa del Estado, que mediante las leyes correspondientes inculca su discurso ideológico a través de la práctica escolar.

Es por esto que considero necesario para el propósito de este trabajo, revisar qué es lo que ha sucedido con esa práctica a través de las modificaciones que se han venido haciendo a los programas en los últimos treinta años.

A - Régimen presidencial del Lic. Adolfo López Mateos. En materia educativa el sexenio comenzó con una iniciativa para la formulación de un plan cuyos objetivos serían la extensión y el mejoramiento de la educación primaria.

Se elaboraron nuevos planes y programas de estudio en los que las recomendaciones generales fueron eliminar el conocimiento enciclopédico y memorístico, así como buscar un equilibrio entre la formación y la información.

En la educación primaria uno de los propósitos y realizaciones del Plan de Once Años fueron los libros de texto gratuito.

La comisión de libros de texto gratuito dotó no sólo a los niños sino también a los maestros, de un auxiliar didáctico que contribuiría a homogeneizar la enseñanza.

Los libros de texto distribuidos a los niños que en un principio fueron motivo de controversia y rechazo, se convirtieron más tarde en el principal auxiliar didáctico del maestro, que encontró en ellos un libro de consulta, una guía metodológica para enseñar y un libro que contenía todos los ejercicios necesarios para sus alumnos.

De esta manera se unificó una metodología ya existente en los programas y que ahora se hacía explícita en los textos.

Los programas abandonaron la organización de conocimientos por asignaturas y tratando de enlazar el aprendizaje con las necesidades y experiencias del niño, se estructuraron las materias en áreas. De esta manera el lenguaje y el cálculo constituyeron el área de adquisición de los instrumentos de la cultura.

Se elaboraron dos libros de Aritmética y Geometría para cada grado. En uno estaban desarrollados por lecciones o temas todos los contenidos que el alumno debería aprender en esta materia durante el año escolar, el otro contenía únicamente ejercicios.

En cada lección o tema se "definía" o explicaba el concepto, la mayoría de las veces se hacía al inicio, otras después de una pequeña motivación o de presentar un problema. Por ejemplo el tema Operaciones Aritméticas con Enteros y Decimales del libro de sexto año comienza así:

> "Se llaman operaciones aritméticas fundamentales la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.
> En una operación aritmética se trata de encontrar un número relacionando números conocidos.
> Los números conocidos se llaman datos, y el número que se busca recibe el nombre de resultado.
> Datos y resultados son los términos de una operación aritmética" [1].

---

[1] Julio S. Hernández y Aurelio López Orche. Mi libro de Sexto Año Aritmética y Geometría. p.18.

En el libro de tercer año la lección XII División comienza con una pequeña motivación y a continuación aparece la siguiente "definición" destacada en color rojo: "Para dividir una cantidad en partes iguales se hace una división"[2].

En seguida se muestra como se hace el signo de la división,para después explicar cómo colocar los números en los lugares correspondientes y proseguir con la enseñanza del procedimiento para dividir.

Las definiciones o explicaciones que se asientan en estos libros no encierran el significado del concepto que se enuncia como tema, el desarrollo de las lecciones tiene como fin que el niño se apropie de los signos gráficos con que se puede representar el concepto o de los algoritmos para que pueda operar mecánicamente con los "conceptos aprendidos".

Tratándose de la Geometría sucede exactamente lo mismo. Se definen las características de: puntos, líneas, figuras y cuerpos. Los conceptos de perímetro, área y volumen se contemplan sólo en función de la medición, cuando aún se tienen dificultades con la conservación (entendido el término en el sentido en que lo emplea Piaget) de la longitud y el área, por lo que el aprendizaje de las nociones geométricas se reduce a la memorización de definiciones y fórmulas y a hacer la correcta sustitución de esas fórmulas por los datos de los problemas que se presentan.

Con los libros de ejercicios se pretende ejercitar y mecanizar los conceptos aprendidos, por lo que contienen una gran variedad de preguntas, algoritmos, problemas y trazos. Casi en todos los problemas se presenta el siguiente modelo: datos, operaciones, resultado y cuando se trata de problemas de geometría :datos, fórmula, sustitución, operaciones y resultado, como si el aislar los datos del problema planteado ayudara al alumno a decidir qué operación debe realizar para resolver el problema.

Además de la ejercitación, las experiencias de los alumnos para aprender se reducen a ver y oir, por lo que los libros estaban llenos de recursos gráficos y simbólicos, cuyas imágenes tenía el niño que grabar, y de demostraciones que el maestro repetía ante la clase.

Con este tipo de enseñanza mecanicista, en la que se recurre a métodos intuitivos, el niño no tiene ninguna oportunidad de plantearse problemas relacionados con su realidad o su interés.

---

[2] Sofía Caballero y Berta Villaseñor.Mi Libro de Tercer Año Aritmética y Geometría. p.44

Desgraciadamente las recomendaciones del Plan de Once Años para elaborar los nuevos programas eliminando el conocimiento enciclopédico y memorístico no fue posible.

B. El Plan de Estudios de 1972. La política educativa del Lic. Luis Echeverría Alvarez, se etiquetó como "Reforma Educativa".

La reforma a la enseñanza primaria fue la acción principal de la administración educativa del sexenio; se definieron planes y programas de estudio y se modificaron totalmente los libros de texto.

Se diseñó una estructura programática por objetivos con el fin de lograr en el alumno comportamientos que rebasaran la simple retención de información y promovieran y desarrollaran entre otras posibilidades el pensamiento crítico y creativo.

Para llevar a cabo la reforma de planes y programas no se optó por ninguna teoría de aprendizaje en sentido estricto, ni se vínculó en particular con algunas de las corrientes psicológicas que estaban en boga; los planes fueron redefinidos de acuerdo a un nuevo concepto de enseñanza aprendizaje basado en principios de libertad y responsabilidad, que asegurara la armonía entre educadores y educandos y desarrollara en éstos la capacidad para aprender por sí mismos y favoreciera el trabajo en grupo y el diálogo.

La reforma a la enseñanza primaria se llevó a cabo principalmente a través de los libros de texto. En ellos se advierte la función académica que las autoridades pretendieron con ella. En lugar de transmitir conocimientos debía procurarse desarrollar actividades de experimentación, reflexión y crítica, enseñar a aprender, fomentar el autoaprendizaje y formar una conciencia histórica.

Actualmente el plan de estudios de 1972 continúa vigente; sin embargo los programas y libros de texto han sido revisados y modificados en mayor o menor grado.

Las reformas a los programas de matemáticas de primero a sexto contemplaron tanto los objetivos del estudio de esta área como la metodología de la enseñanza.

El objetivo general de la enseñanza de las matemáticas fue: "Dotar a los alumnos de instrumentos que le permitan mejorar su comprensión e interpretación de los fenómenos en forma cuantitativa y relacional" [3], el que en 1977 fue modificado en los siguientes términos: "Propiciar en el alumno el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional, como un instrumento de comprensión, interpretación y expresión de los fenómenos sociales, científicos y artísticos". [4]

Como apoyo didáctico se le proporcionaron al docente libros auxiliares para que pudiera desarrollar el programa. En estos libros estaba contenida la nueva metodología de enseñanza. En el área de Matemáticas, el libro del maestro de tercer año en el apartado "Consideraciones Generales", explícitó el por qué del cambio en la didáctica.

Estas consideraciones mencionan la inutilidad de memorizar relaciones en abstracto que hacen a la Aritmética ajena a todas las experiencias del niño y sólo conducen a la memorización de reglas y al aprendizaje de algoritmos para poder "operar", aunque no se entiendan los conceptos en que están basados tales algoritmos. Por lo mismo enfatizan la necesidad de desarrollar en los niños la capacidad para razonar lógicamente, lo que implica el desarrollo de un espíritu deductivo y crítico.

Para lograr esos objetivos se señala la importancia de que al enseñar matemáticas se enfrente a los niños con una gran cantidad de experiencias y problemas concretos antes de intentar cualquier proceso de abstracción.

Se destaca la importancia de la abstracción, pero como ésta no es un paso fácil ya que requiere de la utilización de símbolos y de reconocer la generalidad del resultado abstracto, considera necesario que se realicen numerosos ejercicios planteados con símbolos, similares a los que resolvió con cosas concretas, para mostrarle la coincidencia de ambos casos. Esto lo llevará a la utilización del modelo aritmético: observación de lo concreto, abstracción y vuelta a lo concreto para aplicar los nuevos resultados.

También se menciona que los niños llegan a la escuela con conocimientos intuitivos de la Aritmética que deben ser el punto de partida para profundizar en tales conocimientos.

Se hace ver la necesidad de que el maestro domine los temas que presenta a sus alumnos. Con este propósito se presentan en los auxiliares de segundo a sexto la información que el maestro requiere.

---

[3] SEP. Plan de Estudios y Programas de Educación Primaria Quinto Grado. p.64.

[4] SEP. Plan y Programas de Estudio para la Educación Primaria. Quinto Grado. p. 42.

En el auxiliar de cuarto se hace referencia a la verbalización, pero no en el sentido tradicional de repetir información, sino como la capacidad de formular conclusiones propias, pero como la considera unida a la madurez mental se especifica que por este motivo no se insistió en ella en el libro de tercero.

Los libros de texto estaban divididos en lecciones en las que se formulaban preguntas cuyo fin era afinar las ideas intuitivas del niño, colocándolo en situaciones que requirieran la realización de actividades con ayuda de sus compañeros y de su maestro en caso de que lo necesitara. Por lo que se hace hincapié en que si al maestro no le es posible dejar de intervenir ya que muchos niños no comprenden lo que leen, por lo menos no debe anticiparles las respuestas.

Los libros del maestro constituyeron verdaderos apoyos didácticos para éste, ya que en ellos podía encontrar información acerca de diversos aspectos de las matemáticas; información acerca de los contenidos a enseñar y de la importancia de su aprendizaje así como sugerencias didácticas acordes con la nueva metodología.

Sin embargo, a pesar del enfoque hacia una "nueva matemática" advertimos:

Que aún habiéndose sugerido que el maestro intervenga lo menos posible, se proponen situaciones didácticas cuyos pasos están dirigidos a que el niño responda lo que el maestro quiere.

Que se hizo mucho énfasis en que debía proponérsele al niño situaciones concretas, dado que la enseñanza irracional de los algoritmos conduce a que solo aprenda reglas; sin embargo en los libros de texto de 4o. y 5o. grados se presentan operaciones con racionales que están fuera de toda reflexión por parte del alumno.

Por ejemplo en el libro de 4o. año en la lección 37 se le dice al niño que "es fácil sumar quebrados con iguales denominadores, porque sólo hay que sumar los numeradores"[5] y que "También es fácil restar quebrados con iguales denominadores porque sólo hay que restar los numeradores"[6]. Después de estas "explicaciones" aparecen varios ejercicios de suma y resta de racionales con numeradores como 8228,428,132,etc. En los libros de 5o. año tanto en los del maestro como en los del alumno se desarrolla en las

[5]SEP. Matemáticas Cuarto Grado. p.99

[6] Ibid. p. 101.

lecciones 66 y 79 una demostración gráfica y numérica de la división de fracciones para que los alumnos entiendan el por qué de los resultados de esa operación,lo que por supuesto resulta imposible para los niños cuyo pensamiento es operatorio, pero todavía concreto.

C - Modificaciones posteriores a la reforma educativa.

En 1977 se llevó a cabo la primera reforma a los planes y programas existentes. Por lo que se refiere a los programas de matemáticas sólo se modificó el objetivo general y la redacción de algunos objetivos particulares y específicos expresándolos de otra manera , agregando o quitando alguna idea que de todas maneras estaba implícita en las actividades que siguieron siendo las mismas.

Los libros de texto del alumno y los libros auxiliares del maestro no sufrieron ningún cambio.

En 1980 después de dos años de estudio se llevó a cabo la reestructuración de los programas y libros de texto de primero y segundo grados, y se conformó el programa integrado para primer año y en 1981 el de segundo año.

En 1982 aparecen los programas de tercero a sexto, en éstos se continúa la enseñanza por áreas, pero agregándosele el área: Educación para la Salud.

Para todos los grados desaparecieron los libros auxiliares del maestro y en lugar de éstos apareció un libro por grado que contiene: los objetivos de la educación primaria, las características del niño según su edad y la estructura programática que incluye además de los objetivos y las actividades de cada área, el enfoque que se pretende con el estudio de éstas.

En cuanto al estudio de las Matemáticas, el enfoque se modificó solamente en el programa de tercer año, ahora éste pretende que el niño las utilice como un instrumento que le permita conocer y transformar su mundo, partiendo siempre de la realidad para llegar a la abstracción y después construya el modelo matemático que le permita aplicarlo a la realidad de la cual partió.

De los anteriores libros auxiliares del maestro · se retomaron algunas ideas como: Aprovechar las nociones intuitivas que el alumno maneja por sus vivencias cotidianas así como la "verbalización" que se propone se utilice a partir de cuarto año.

En la misma sección se mencionan las implicaciones que este nuevo enfoque conlleva como: la manipulación de objetos, la elaboración y reconstrucción de los conceptos matemáticos a partir de las experiencias propias del educando.

Señalar el cambio de concepciones no es suficiente para hacerlo efectivo, éste implicaría reconsiderar los contenidos, objetivos y actividades. Sin embargo después de revisar y comparar los programas y libros de texto anteriores y actuales comprobé que de 4o. a 6o. grados éstos no se han modificado, solamente se cambió la redacción de algunos objetivos y actividades como se hizo en 1977 (el objetivo general sigue siendo el mismo) y se suprimieron otros referentes a la Lógica que no estaban contemplados en los libros de texto o también se dividió en dos algún objetivo que contenía dos conceptos.

Por ejemplo el programa de 5o. año de 1977 en la Unidad 5 propone el siguiente objetivo: "El alumno calculará las áreas del romboide y del triángulo al aplicar las formulas respectivas".[7] En el programa vigente encontramos estos dos objetivos: "Calcular el área del romboide". "Calcular el área de algunos triángulos".[8] Las actividades son las mismas aunque en ocasiones se les agrega la expresión: "discuta con sus compañeros"; en consecuencia los libros de texto continúan exactamente iguales.

El programa y los libros de texto de tercer año sí fueron reformados en cuanto a objetivos y actividades; los contenidos referentes a la lógica fueron eliminados.

Sin embargo, la reestructuración de objetivos y actividades modifica las concepciones anteriores en cuanto a la forma de lograr que el niño adquiera los conceptos. Por ejemplo en el programa anterior la noción de simetría se desarrolla con una gran diversidad de actividades que sirven de base para introducir los conceptos de paralelismo y perpendicularidad, así como para clasificar triángulos y cuadriláteros atendiendo a los ejes de simetría.

En el programa vigente se desarrolla muy pobremente la noción de simetría y aunque los objetivos pretenden que este concepto sea utilizado por el niño en el trazo de figuras, no se establece claramente la relación en las actividades sugeridas.

El cambio más sobresaliente se puede apreciar en primero y segundo grados, ya que los nuevos programas presentaron

---

[7] SEP. <u>Plan y Programas de Estudio para la Educación Primaria, 5o.Grado</u>. Op. cit. p.77.

[8] SEP. <u>Libro para el maestro. 5o Grado</u>. p.89.

la integración de los contenidos programáticos, atendiendo al imperativo psicológico del niño. De esta manera las Matemáticas se presentan dentro de un todo unificado, pero que pueden ser estudiadas como una área del aprendizaje.

Los objetivos que se pretenden con el estudio de las matemáticas en primero y segundo años son similares a los de tercer grado; sin embargo se advierte un enfoque didáctico perceptual en algunos de los planteamientos generales. Se hace referencia a los sentidos como si la impresión fuera el origen del conocimiento. "Como maestros, sabemos que los alumnos comprenden mejor y logran aprendizajes más firmes cuando no solamente utilizan la vista y el oído, sino que emplean también sus otros sentidos. Por ello es recomendable que el aprendizaje de las matemáticas sea multisensorial"[9].

Además en el programa de primer año entre las actividades que se proponen para desarrollar el aspecto cognoscitivo del niño, de manera que su pensamiento prelógico se vaya transformando en pensamiento lógico, se describen como actividades de "seriación" y "clasificación", ejercicios de secuencia y discriminación en los que se desarrolla la percepción del niño; pero ese tipo de actividades propuestas no contienen relaciones de equivalencia ni de orden que intervienen en la construcción de las estructuras lógico matemáticas.

Las observaciones descritas son el producto no sólo de la revisión que hice de los programas y libros de texto sino de mi práctica docente. A través de 26 años de trabajo en el aula he podido experimentar los cambios en los modelos educativos y algunas de sus consecuencias.

Por lo tanto, aunque mis observaciones son un tanto asistemáticas y empíricas me permito considerar que actualmente la enseñanza de las matemáticas ha sufrido un retroceso con respecto a la década anterior.

En primer lugar, se suprimió un libro para el maestro que contenía la fundamentación teórica y la metodología que sugerían los programas, resultado de la investigación en matemática educativa de ese momento y sin embargo se continúan utilizando de cuarto a sexto grados, los mismos libros de texto y unos programas que en esencia no han sido modificados, con lo que las actividades señaladas en estos programas resultan "recetas" para el maestro.

En segundo lugar, en los programas de actualización de docentes no se ha considerado la difusión del estado actual de

---

[9] SEP. Libro para el maestro primer grado. p.23.

la investigación educativa en matemáticas, por lo que el maestro sólo tiene como recursos teóricos para diseñar situaciones didácticas los lineamientos de unos programas que datan de hace 19 años o en el mejor de los casos de 9 años, como son los de primero, segundo y tercer grados.

Por último, la falta de recursos teóricos impide que pueda vincularse la teoría con la práctica, por lo que el maestro cae de nuevo en la utilización de una didáctica tradicional para enseñar matemáticas que no favorece el logro de los objetivos que propone el estudio de esta área.

II. EL PROGRAMA VIGENTE DE TERCER AÑO

A. El libro del maestro tercer grado. El programa oficial actual de tercer año de primaria está contenido en el Libro para el maestro tercer grado, el cual fue reformado por última vez en el año de 1982.

El Libro para el maestro fue concebido con el fin de proporcionarle al docente el apoyo necesario para el desarrollo de su labor.

El volumen está dividido en cuatro secciones. En la primera sección se le ofrece un panorama general de lo que debe ser la educación que imparta el Estado y en particular la educación primaria que es la que le concierne. También en esta sección se encuentran definidos los objetivos generales que de acuerdo con las finalidades de la educación, las necesidades del niño y las condiciones socioeconómicas y políticas del país, se pretende que el alumno alcance al terminar la educación primaria.

Los objetivos generales siguen siendo en síntesis los mismos que se propusieron en el plan de estudios de 1972: lograr el desarrollo integral del educando, favorecer su proceso de socialización, desarrollar el pensamiento reflexivo y la conciencia crítica, aprender por sí mismo, desarrollar un sentimiento de solidaridad basado en la igualdad de derechos de todos los seres humanos.

La segunda sección le suministra información general acerca de las características del niño de ocho-nueve años, según las teorías en boga del desarrollo infantil. Para facilitar su estudio éstas se presentan por aspectos: desarrollo cognoscitivo, socioafectivo y psicomotor. En el aspecto cognoscitivo se destaca que en el niño de ocho y nueve años van apareciendo nuevas formas de organización, su pensamiento va siendo cada vez más lógico, pero ligado a la experiencia concreta, necesita apoyarse en cosas que pueda ver y tocar, necesita de la manipulación de objetos y de referencias concretas para deducir conclusiones.

La tercera sección contiene la estructura programática del tercer grado. Se presentan los programas de ocho áreas de aprendizaje desarrolladas cada una en ocho unidades y correlacionadas con los libros de texto.

Cada programa comprende el enfoque con el cual fue concebido, la metodología didáctica explícita que se propone a través de algunas recomendaciones para el empleo de estos materiales, e implícita que se sugiere a través de los objetivos y actividades de aprendizaje.

Se señalan para cada una de las áreas, objetivos generales que los alumnos deben alcanzar al terminar el grado escolar, objetivos particulares que deben lograr al término de cada unidad y que conducen a la obtención de los primeros. Para la consecución de estos objetivos se proponen y describen una serie de actividades que los niños deben realizar.

Por último en la cuarta sección se subraya la importancia de la evaluación de los aprendizajes para mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje, para lo cual se sugieren algunos lineamientos que el maestro debe tener en cuenta al evaluar.

A pesar de la significación que se le concede a la evaluación de los aprendizajes como influencia determinante en el desempeño académico de los niños y en la actuación del docente, las sugerencias que presenta esta sección, se limitan a tomar en consideración sólo algunos elementos del proceso enseñanza-aprendizaje para evaluar el aprendizaje de los alumnos, pero siempre desde el punto de vista de los comportamientos de éstos, sin estimar que las acciones de los maestros son igualmente importantes de evaluar en función del rendimiento de los escolares, es decir, no se menciona ninguna recomendación para que el maestro autoevalúe el empleo que hace de los factores que intervienen en su práctica docente.

B. El programa de Matemáticas. Objetivos y actividades que se señalan para el aprendizaje de algunos contenidos geométricos. El programa de matemáticas "pretende que el niño de primaria reconozca en esta ciencia un instrumento que permite conocer, interpretar y transformar al mundo; es decir, que encuentre en ella un lenguaje que le ayude a organizar las ideas e informarse sobre su ambiente y a plantear y resolver una gran diversidad de problemas que surgen de dicho ambiente"[10]. Además agrega que tal perspectiva implica que se parta de la realidad del niño y se termine en la aplicación de los conocimientos que adquiera a esa realidad, es decir, "que el alumno elabore sus propios conceptos matemáticos mediante la actividad corporal, la manipulación, la observación, la comparación, el análisis, la obtención de conclusiones, etc., derivados de la problemática planteada y que, una vez elaborados dichos conceptos, los aplique en forma creativa a otras situaciones"[11].

Algunos objetivos de este programa se refieren a conceptos

---

[10] SEP. Libro para el maestro. Tercer grado. p. 59.

[11] Idem

geométricos que el niño debe adquirir en este grado, tales como: simetría, paralelismo, perpendicularidad, rectángulo, triángulo rectángulo, área y perímetro.

Se pretende que los niños vayan adquiriendo estos conceptos a través de las actividades que se sugieren.

Entre los objetivos generales que el niño debe alcanzar al término del grado escolar se encuentran dos referentes a la geometría. El primero: "Trazar figuras en las que aplique sus nociones de simetría, paralelismo o perpendicularidad"[12].

La unidad I menciona el siguiente objetivo particular que el alumno debe alcanzar al terminar la unidad: "Aplicar la noción de simetría axial al colorear o recortar algunas figuras"[13]. Para lograrlo se sugiere que el niño realice los ejercicios de las páginas 34 y 35 de su libro de texto, donde se le presentan algunas figuras simétricas ya coloreadas en una de sus mitades para que él coloree la otra mitad. También se recomienda que los niños doblen hojas de papel y recorten a partir del doblez cualquier motivo para que al desdoblar la hoja observen el efecto logrado e iluminen simétricamente la figura.

La unidad 2 indica el siguiente objetivo: "Clasificar figuras en simétricas y no simétricas con respecto a un eje"[14], para lo que se propone la actividad 14: "Discrimine figuras simétricas entre varias figuras dadas"[15]. Los pasos para desarrollar esta actividad son los siguientes: recortar las figuras de su libro, doblarlas en dos haciendo coincidir sus bordes, trazar una línea sobre el doblez de las figuras simétricas y llamarle eje de simetría, señalar las figuras simétricas en un conjunto de figuras dadas y trazarles el eje de simetría. El conjunto de figuras mencionado se encuentra en el libro de texto.

En lo que se refiere a la noción de simetría, éstas son las actividades que señala el programa para que el niño logre aplicar sus conocimientos de simetría en el trazo de figuras.

En cuanto a los conceptos de paralelismo y perpendicularidad que el niño aplicará al trazar figuras, se pretende que los adquiera a través de tres actividades que marca la Unidad 3:

---

[12] Ibid. p. 64.

[13] Ibid. p. 65.

[14] Ibid. p. 70.

[15] Ibid. p. 75.

Actividad 7 "Dibuje figuras en las que haya rectas paralelas"[16]. Actividad 9 "Dibuje figuras en las que haya perpendiculares"[17]. Actividad 10 "Descubra relaciones entre paralelas y perpendiculares"[18].

En estas actividades se describen también paso a paso las instrucciones acerca de lo que el niño debe construir, dibujar, colorear y concluir en cada actividad.

La Unidad 4 señala como objetivo: "Aplicar la idea de paralelismo y perpendicularidad en la definición de rectángulo y de triángulo rectángulo"[19]. Se sugieren seis actividades para el logro de este objetivo. Las tres primeras se refieren al trazo e identificación de triángulos rectángulos y las otras tres al de rectángulos.

Para la identificación y trazo de triángulos rectángulos como de rectángulos se sugiere la misma metodología. A partir del trazo de líneas paralelas o perpendiculares que aprendió en la Unidad 3, el niño deberá construir triángulos rectángulos uniendo dos líneas perpendiculares; o construir rectángulos trazando perpendiculares a dos líneas paralelas. Estos trazos los efectuará primeramente en el patio utilizando cordeles, después los hará en su cuaderno ayudándose con la regla y la escuadra, posteriormente intercambiará cuadernos para observar las semejanzas y diferencias de sus trazos con los de sus compañeros. Por último identificará entre diversos triángulos y cuadriláteros cuáles son triángulos rectángulos y cuáles cuadriláteros.

Trazar rectángulos y triángulos rectángulos es el objetivo que marca la Unidad 5 y se proponen dos actividades que contemplan el trazo de rectángulos y de triángulos rectángulos de medidas dadas, ayudándose con la regla y la escuadra. Con estas actividades se terminan las acciones encaminadas a alcanzar el primer objetivo general que citamos anteriormente.

La metodología indicada para realizar todas estas actividades es la misma, marcarle al niño los pasos que debe seguir para hacer sus trazos señalándole lo que debe observar.

El segundo objetivo general relacionado con la geometría que designa el programa de Matemáticas es: "Resolver problemas relacionados

[16] Ibid. p. 79

[17] Ibid. p. 80.

[18] Idem

[19] Ibid. p. 81.

con su entorno que impliquen la obtención de áreas o perímetros"[20]. Para poder alcanzarlo se señalan objetivos particulares así como diversas actividades.

La Unidad 3 menciona el siguiente objetivo: "Resolver problemas que impliquen medición y cálculo del perímetro de algunas figuras"[21]. Se sugiere sólo una actividad para lograrlo: "Obtenga perímetros de algunas figuras"[22]. En la descripción de esta actividad encontramos que en uno de los pasos se propone que los alumnos discutan cómo obtener la medida del contorno de una de las figuras, pero lamentablemente no se diseña una situación didáctica a partir de esta sugerencia, de manera que sean los alumnos los que elaboren el conocimiento, sino por el contrario se continúa la descripción de la actividad, señalando el procedimiento que deben seguir los niños para obtener el perímetro.

En la Unidad 4 se determina el logro del siguiente objetivo: "Resolver problemas que impliquen el cálculo del perímetro de algunas figuras de lados congruentes"[23] mediante la siguiente actividad: "Obtenga perímetros de figuras cuyos lados sean de igual longitud"[24].

De la misma manera que en las actividades anteriores, se señala el procedimiento a seguir y después se pide que se encuentre el perímetro de otras figuras siguiendo un camino semejante.

La Unidad 5 contiene el objetivo: "Determinar cuántas veces una región rectangular cabe en otra"[25]. Para conseguirlo los alumnos deben realizar la actividad 6: "Superponga rectángulos para determinar cuántas veces cabe uno en el otro"[26].

Aparentemente esta actividad se inicia permitiendo que los niños actúen libremente para resolver la situación que se les planteó, pero enseguida se les coarta, ya que el libro de texto les indica cómo deben ir realizando la actividad, la cual consiste en una serie de enunciados que deben ser completados con los resultados que van obteniendo al seguir el procedimiento señala-

---

20 Ibid. p. 64.

21 Ibid. p. 77.

22 Ibid. p. 80.

23 Ibid. p. 81.

24 Ibid. p. 83.

25 Ibid. p. 85.

26 Ibid. p. 88.

do. Al finalizar se les pide que hagan otros ejercicios similares.

"Determinar en centímetros cuadrados el área de algunas superficies rectangulares"[27] es el objetivo propuesto en la Unidad 6 y se sugieren las siguientes actividades para lograrlo: "Determine el área de algunos rectángulos superponiendo en ellos un centímetro cuadrado"[28] y "Determine el área de algunos rectángulos cuadriculándolos"[29].

La secuencia de actividades que indica el programa está desarrollada en el libro de texto ya que se pretende que los niños logren el objetivo al cumplir con las indicaciones que allí se les dan. Al finalizar la actividad se les pide que realicen ejercicios similares.

En la Unidad 7 se encuentra el siguiente objetivo: "Determinar el área de algunos rectángulos en función de la medida de sus lados"[30], se presenta una actividad para conseguirlo: "Calcule el área de algunos rectángulos utilizando las medidas de sus lados"[31].

Nuevamente la descripción de la actividad se convierte en una guía de lo que los niños deben hacer para calcular el área de rectángulos, asimismo se les señala cómo deben expresar e interpretar lo que resulta de sus acciones, esto se ve como el producto del número de centímetros que tiene la base, por el número de centímetros que tiene la altura.

Por último, en la Unidad 8 el objetivo pretende que el alumno sea capaz de : "Determinar el área de algunos triángulos aplicando sus conocimientos sobre el área del rectángulo"[32], para lo que debe realizar actividades donde determine el área de triángulos no rectángulos formados por otros triángulos rectángulos cuya área conoce.

Al finalizar las actividades se hace nuevamente la recomendación: utilizar un procedimiento semejante para encontrar el área de otros triángulos no rectángulos.

---

[27] Ibid. p. 89.

[28] Ibid. p. 91.

[29] Ibid. p. 96.

[30] Ibid. p. 93.

[31] Ibid. p. 94.

[32] Ibid. p. 98.

Por lo tanto, después de terminar la revisión de esta parte del programa de matemáticas, considero que a pesar del enfoque con el que se concibió: partir de la problemática real del niño, y que éste elaborara sus propios conceptos matemáticos para aplicarlos en forma creativa a otras situaciones, la metodología que sugiere el programa no favorece esta elaboración, ya que la construcción de un conocimiento no implica un sujeto pasivo al que se le va indicando lo que debe hacer, sino por el contrario un sujeto activo, que reflexiona, que se enfrenta al objeto de conocimiento a partir de las hipótesis que elabora, con base en los conocimientos previos que tiene de ese objeto.

Las situaciones didácticas que plantea el programa no favorecen la actividad reflexiva, porque cuando los niños manipulan, comparan, observan, obtienen conclusiones, etc., sus acciones son dirigidas por el maestro que atiende las sugerencias metodológicas que le indica el programa, las que además están plasmadas en el libro de texto, y cuando se presentan actividades donde se manifiesta algún indicio de que va a permitirse a los niños formular sus propias hipótesis acerca de la situación que se les planteó, aparece enseguida el procedimiento que deben utilizar para resolverlas y las conclusiones a las que deben llegar.

Por lo tanto si el conocimiento no es construido por el niño no podrá generalizarlo a otros contextos y menos aplicarlo en forma creativa si se le propone al finalizar las actividades, que resuelva problemas o ejercicios similares a los que le presenta el maestro o el libro de texto.

III. LA DIDACTICA CONSTRUCTIVISTA

A - Teoría psicogenética de Jean Piaget.

1. Por qué se elige esta teoría. Consideramos que generalmente en el aula los maestros nos preocupamos por organizar las actividades de aprendizaje para los niños cuidando sólo aquello que es externo al niño mismo, por ejemplo, la información que ha de transmitirse, las técnicas que emplearemos, la selección de materiales adecuados, etc.; es decir, concebimos el aprendizaje como un proceso que implica fundamentalmente, una incorporación de elementos externos. De esta concepción del aprendizaje resulta que el niño es considerado como un ser pasivo cuyo proceso de conocimiento está dirigido desde fuera por los adultos.

Por otra parte, el empleo en la escuela de la didáctica tradicional, que está fundamentada en una psicología que se ha calificado de sensual-empirista que considera que las imágenes son los elementos fundamentales del pensamiento aritmético y geométrico, conduce a una práctica escolar que pretende lograr el aprendizaje ofreciendo al niño elementos sensibles a la percepción, ya que considera que una vez que se ha logrado imprimir las imágenes se dará el proceso de abstracción por la capacidad o aptitud de los sujetos para extraer los elementos comunes de esas imágenes.

Esta concepción ha dado lugar a la enseñanza intuitiva en la que se utilizan figuras u objetos ya preparados que el niño debe observar, pero que no permiten transformaciones ni manejo de los materiales por parte de los alumnos, por lo que éstos sólo tienen que imaginar la operación que se les describe, o en el mejor de los casos presencian una demostración del maestro o de un alumno de manera que el tema presentado se vaya imprimiendo en la mente del niño.

Sin embargo, la experiencia escolar nos muestra que ésto no sucede así, aún cuando constatamos que los niños "ponen atención". La psicología genética de Piaget nos da la respuesta, los niños no son capaces de interiorizar las operaciones que se les presentan así; el proceso de conocimiento implica la interacción entre el niño y el objeto de conocimiento en donde el papel de la acción es fundamental. En una enseñanza intuitiva la participación del alumno es tan pobre que sus acciones se reducen a observar, en cambio dentro de un enfoque psicogenético el niño es quien construye su mundo a través de las acciones y reflexiones que realiza al relacionarse con los objetos, acontecimientos y procesos que conforman su realidad y al maestro le toca proporcionarle un conjunto cada vez más rico de oportunidades para que sea el niño quien se pregunte y busque respuestas acerca del mundo que le rodea.

Con el objeto de poder fundamentar teóricamente el problema en la Teoría Psicogenética de Piaget describiremos algunos conceptos generales que constituyen los pilares de dicha teoría, después describiremos los aspectos más importantes de la etapa operatoria concreta que precisamente coincide con la estancia del niño en la escuela primaria, debido a que se extiende entre los siete y doce años aproximadamente y por último señalaremos algunas diferencias que Piaget establece entre percepción e inteligencia, lo cual nos resulta indispensable para comprender y analizar las conductas que presentaron los niños al clasificar las figuras geométricas.

2. Conceptos Generales. En primer lugar analizaremos el concepto de interacción.

Existe una opinión bastante generalizada acerca de que el mundo externo está separado del sujeto, por lo que el conocimiento objetivo es el resultado de registros perceptivos, asociaciones motoras, descripciones verbales, es decir, una copia de los objetos y la función de la inteligencia es archivar, corregir, etc., esa información.

Para Piaget esta concepción pasiva del conocimiento se contrapone en todos los niveles del desarrollo, pues para conocer los objetos el sujeto actúa sobre ellos transformándolos, esto es, desplazándolos, combinándolos, separándolos y volviéndolos a unir, ya que desde las acciones sensoriomotoras más elementales hasta las operaciones intelectuales más elevadas, el conocimiento está unido a la acción.

Además, para estar conciente de sus acciones, el sujeto necesita de elementos subjetivos como son los elementos de análisis y coordinación, sin los cuales no podría diferenciar lo que pertenece al objeto, lo que pertenece a la acción tomada y lo que le pertenece a él mismo. Es por esto que el conocimiento no surge de los objetos ni del sujeto, sino de las interacciones entre el sujeto y los objetos.

Como no es posible referirse a la inteligencia separándola de su desarrollo, porque es precisamente en el cómo llega el sujeto a conocer los objetos, es decir, a tener objetividad, que surge otra idea central de la teoría: la construcción.

La objetividad no es una característica inicial del sujeto sino una conquista que logrará mediante construcciones sucesivas que son el resultado de las interacciones entre el sujeto y los objetos. Esto implica dos tipos de actividades interdependientes que se originan a través de la acción: por un lado la coordinación de las acciones mismas y por otro la introducción de interrelaciones entre los objetos.

Es por esto que el conocimiento objetivo está subordinado a ciertas estructuras de acción que son el resultado de una construcción que no está dada en los objetos ya que dependen de la acción, ni en los sujetos ya que éstos deben aprender a coordinar sus acciones. Esto es cierto para todos los niveles del desarrollo mental desde el sensoriomotor hasta el pensamiento científico.

Esta idea de construcción continua nos lleva a otros conceptos fundamentales de la teoría como es la del equilibrio.

El desarrollo mental al igual que el orgánico tiende hacia el equilibrio y en este proceso de equilibración destacan dos aspectos complementarios: un funcionamiento constante que permite el paso de un nivel al siguiente y las estructuras variables que definen las formas de los estadios sucesivos de equilibrio.

Cuando se presenta cualquier tipo de necesidad, sea fisiológica, afectiva o intelectual se desencadena la acción para resolverla, porque el interés es un mecanismo común a todas las edades y a todos los niveles, la inteligencia trata de comprender o de explicar. Al lado de estas funciones constantes existen las estructuras variables, como los intereses y las explicaciones particulares que marcan las diferencias de un nivel a otro, desde el recién nacido hasta el adolescente.

Ahora bien, una necesidad es la manifestación de un desequilibrio ya que impone un reajuste de la conducta. A cada momento la acción se encuentra desequilibrada y cada nueva conducta consiste en restablecer el equilibrio que cada vez tiende a ser más estable que antes de la perturbación.

De esta manera toda necesidad tiende a incorporar las cosas y las personas a la actividad propia del sujeto, es decir a "asimilar" el mundo exterior a las estructuras ya construidas y por otro lado a reajustar éstas en función de las transformaciones sufridas, es decir a "acomodarlas" a los objetos externos.

"Desde el punto de vista biológico, la asimilación es la integración de elementos externos a estructuras completas o en desarrollo de un organismo"[33]. El concepto de asimilación no sólo se aplica a la vida orgánica sino también a la conducta, porque ninguna conducta aún siendo nueva para el individuo constituye un comienzo absoluto siempre existen esquemas previos, trátese de esquemas innatos como los reflejos o de esquemas adquiridos. Aquí resalta lo inadecuado de la teoría Estímulo Respuesta, ya que un estímulo puede provocar una respuesta sólo cuando el organismo ha sido sensibilizado a ese estímulo, es decir, cuando el organismo o sujeto puede responder porque ya posee un esquema o estructura al cual se asimila el estímulo y por ese esquema se tiene la capacidad de responder.

Sin embargo, con la sola asimilación no habría variaciones en las estructuras del niño sin su contraparte: la acomodación.

La acomodación es cualquier modificación de una estructura o esquema de asimilación por los elementos que asimila.

Asimilación y acomodación son desde su origen indisociables. La acomodación de las estructuras mentales a la realidad implica la existencia de esquemas de asimilación e inversamente la constitución de esquemas por la asimilación implica la utilización de cualidades exteriores a las que debe acomodarse, aunque sea en mínima medida.

En el desarrollo de la inteligencia encontramos que en todos los niveles el equilibrio entre asimilación y acomodación se puede alcanzar, aunque es difícil de lograr y mantener. Pero existen diferentes tipos de equilibrios entre asimilación y acomodación de acuerdo al nivel de desarrollo y a los problemas a resolver que en ellos se presentan, por ejemplo en la etapa sensoriomotora los problemas son únicamente prácticos. Es este equilibramiento progresivo que permitirá el paso de unas estructuras a otras hasta la formación de las estructuras lógico-matemáticas.

De este concepto surge otro esencial para comprender el desarrollo del conocimiento: la idea de operación.

Como ya mencionamos, conocer un objeto es no sólo verlo o hacer una copia mental de él. Conocerlo es actuar sobre él transformándolo, entendiendo cómo está construido.

La operación es: "Un conjunto de acciones que modifican al objeto y capacitan al sujeto que conoce para llegar a las estructuras de la

[33] Jean Piaget. "La teoría de Piaget" en: Optativa Jean Piaget. p.71.

transformación".[34]

La operación es una acción interiorizada y reversible, es decir, que puede tener lugar en ambas direcciones.

Una operación nunca se encuentra aislada, está siempre vinculada a otras operaciones que forman una estructura.

Las estructuras operacionales forman la base del conocimiento.

Por último mencionaremos las cuatro etapas del desarrollo mental. Cada una de ellas se caracteriza por la aparición de estructuras originales cuya construcción las distingue de los estadios anteriores. Lo esencial de estas construcciones sucesivas subsiste en el nivel o niveles subsiguientes en forma de subestructuras sobre los cuales se edificarán los nuevos caracteres.

La primera etapa es la SENSORIOMOTRIZ que tiene lugar aproximadamente durante los dieciocho primeros meses de vida. En ella se desarrolla el conocimiento práctico, es una inteligencia vívida y no reflexiva, pero que constituye la subestructura del pensamiento representacional. En esta etapa se construyen los esquemas del objeto permanente , del espacio, del tiempo y la causalidad, que, como ya dijimos, son estructuras indispensables para la construcción posterior de estos esquemas en el nivel representacional.

El segundo estadio corresponde al PENSAMIENTO REPRESENTACIONAL PREOPERACIONAL. Es el inicio del lenguaje, de la función simbólica, en suma, de la representación. En esta etapa el niño reconstruye todo aquello que desarrolló en el nivel sensoriomotor; pero, como las acciones no se traducen inmediatamente en operatorias, es por lo que se denomina a este estadio preoperatorio.

La tercera etapa de las OPERACIONES CONCRETAS es llamada así porque aparecen las operaciones de la lógica elemental, de la matemática elemental, de la geometría elemental, etc.; pero éstas operan sobre los objetos y no sobre hipótesis expresadas verbalmente.

Finalmente, la cuarta etapa , recibe el nombre de FORMAL o de OPERACIONES HIPOTETICO -DEDUCTIVAS , porque en ella el niño es capaz de razonar de acuerdo a hipótesis que él elabora y no sólo mediante manipulación de objetos.

---

[34] Jean Piaget. "Desarrollo y Aprendizaje" en : <u>El niño aprendizaje y desarrollo</u>. p.11.

3. Etapa operatoria concreta. Hacia los siete años de edad aparecen formas nuevas de organización que son decisivas para el desarrollo mental. Esta etapa que abarca aproximadamente de los siete a los doce años asegura un equilibrio más estable y el inicio de una ininterrumpida serie de nuevas construcciones.

Desde el punto de vista de las relaciones interindividuales, el niño después de los siete años adquiere cierta capacidad de cooperación, ya no confunde su punto de vista con el de los otros sino que los disocia, por lo que puede coordinarlos. De esta manera las discusiones que se hacen posibles en esta edad suponen la búsqueda de justificaciones en apoyo de sus afirmaciones. También aparece la necesidad de conexión entre las ideas y su justificación lógica. Esto conduce a que las conductas impulsivas del estadio anterior, que estaban acompañadas de un egocentrismo intelectual se vean modificadas de manera que ahora el niño piensa antes de actuar, es decir, reflexiona (lo que cual equivale a una discusión consigo mismo, de la misma forma que podría mantenerla con otros).

Por lo tanto, podemos decir que, así como la reflexión es una discusión interiorizada, la discusión socializada es una reflexión exteriorizada.

Al comenzar a liberarse tanto de su egocentrismo intelectual como social, podemos decir que el niño de siete años está ya en los inicios de la lógica misma, que no es sino la construcción de un sistema de relaciones que permite la coordinación de varios puntos de vista, tanto de los que corresponden a otros individuos como los suyos propios. Este sistema de coordinaciones sociales origina una moral de cooperación y una autonomía personal en contraste con la heteronomía propia de los niños pequeños.

La doble coordinación lógica y moral se hace posible gracias a la cooperación tanto en lo que se refiere a la inteligencia como a la voluntad.

Por otra parte, las formas egocéntricas de causalidad y representación del mundo comienzan a declinar para dar paso a nuevas formas de explicación que aunque proceden de las anteriores van a ser paulatinamente corregidas.

Es a partir de los siete años que van a adquirirse también, mediante una construcción sucesiva, principios de conservación que estaban ausentes en el niño pequeño, como por ejemplo la conservación de la sustancia, del peso, del área, de los conjuntos discontinuos, que son el equivalente en el terreno del pensamiento a la construcción del esquema del objeto en el estadio sensoriomotriz.

Las nociones de conservación resultan de la coordinación de operaciones en sistemas de conjunto que tienen la propiedad de ser reversibles. Es decir, la operación va a permitir al niño la posibilidad de volver al punto de partida, ya que corrige la ilusión momentánea y transforma las relaciones perceptivas en un sistema coherente de relaciones objetivas.

Otra conquista del pensamiento lógico es la del tiempo y el espacio concebidos ya como esquemas generales del pensamiento y no como simples esquemas de acción o de intuición. Por lo tanto podemos concluir que el pensamiento del niño se convierte en lógico debido a la organización de sistemas de operaciones que obedecen a leyes de conjunto comunes. Estos sistemas de operaciones se caracterizan por una estructura general que las matemáticas llaman grupo, porque las relaciones y nociones no pueden contruirse aisladamente, ya que son organizaciones de conjunto en las cuales todos los elementos son solidarios y se equilibran entre sí. Esta estructura confirma un mayor equilibrio que el del estadio anterior.

Paralelamente a las conquistas intelectuales se producen transformaciones en la afectividad, la cual "se caracteriza por la aparición de nuevos sentimientos morales y, sobre todo, por una organización de la voluntad, que desemboca en una mejor integración del yo y en una regulación más eficaz de la vida afectiva" [35]

Así como los primeros sentimientos morales derivan del respeto unilateral del pequeño hacia los adultos, lo que comporta una moral heterónoma, el nuevo sentimiento tiene lugar en función de la cooperación entre niños y de las formas de vida social a que da lugar y consiste en un respeto mutuo. Este respeto surge cuando los individuos se consideran iguales entre sí.

El respeto mutuo conduce a nuevas formas de sentimientos morales, un ejemplo lo tenemos en el sentimiento de la regla. En el juego colectivo cuando los niños están dominados por el respeto unilateral hacia los mayores , se niegan a admitir nuevas reglas que provengan de los niños, a pesar de que no se preocupan demasiado por obedecer las normas conocidas; ellos consideran que las únicas reglas verdaderas son las que emiten los adultos. En cambio para los niños mayores una nueva regla es verdadera si cada uno la adopta, lo que significa la expresión de una voluntad común, de un mutuo acuerdo. La regla es respetada por el acuerdo explícito de los jugadores.

El respeto mutuo implica una serie de sentimientos morales antes desconocidos por el niño, por ejemplo la honradez que no

---

[35] Jean Piaget. Seis Estudios de Psicología. p.13.

concibe las trampas en el juego, no porque estén prohibidas sino porque violan el mutuo acuerdo.

Otro sentimiento es el de la justicia. Los pequeños confunden lo justo con lo que se ordena, es decir con la obediencia, en cambio los mayores sostienen la idea de una justicia basada en la igualdad que tome en cuenta las circunstancias e intenciones de cada uno. El respeto mutuo al irse diferenciando poco a poco del respeto unilateral conduce a una nueva organización de los valores morales e implica una autonomía relativa de la conciencia moral. Esta nueva moral que resulta de la cooperación supone una forma de equilibrio superior a la moral de sumisión.

4. Inteligencia y percepción. Como ya hemos mencionado, para la teoría psicogenética , la inteligencia procede de la acción, de la transformación de lo real, de manera que las estructuras sensoriomotoras son la fuente de las futuras operaciones del pensamiento.

Por el contrario, la corriente empirista que tanto ha influido sobre la Pedagogía, considera que el conocimiento es una copia de lo real, con lo que resulta que la inteligencia procede sólo de la percepción.

Piaget juzga necesario revisar la evolución de la percepción en el niño para determinar el papel que ésta juega en la evolución intelectual. Sin embargo, el estudio de las percepciones no ha sido posible en el recién nacido, a pesar de los datos neurológicos que se poseen, por la dificultad que estriba someterlos a experiencias precisas de laboratorio. Es a partir de los seis meses aproximadamente que se pueden ya relacionar los problemas de percepción con las actividades sensoriomotoras.

Entre los problemas de percepción destacaremos el de las constancias de tamaño y forma.

"Se llama constancia del tamaño la percepción del tamaño real de un objeto situado a distancia, con independencia de su aparente disminución; la constancia de la forma es la percepción de la forma habitual del objeto...independientemente de su presentación perspectiva"[36].

Toda percepción implica un sistema de relaciones, ya que no existe elemento que pueda percibirse de manera aislada. Cuando se comparan perceptualmente dos elementos entre sí, las relaciones que se establecen no son lógicas porque deforman los valores de uno y otro elemento. Por ejemplo, en una relación de líneas

---

[36] Jean Piaget y Barbel Inhelder. Psicología del Niño. p,40.

$A<B$ se acentúan las diferencias subestimando A y sobreestimando B, o se percibe la relación como una igualdad cuando la diferencia es objetivamente pequeña.

Esto se debe a que "la percepción es esencialmente probabilística y procede por una especie de sorteo al azar[37]". Volviendo al ejemplo de las líneas, sólo se comparan algunos puntos o segmentos de una y otra, lo que da lugar a deformaciones porque los elementos donde se fija la mirada se dilatan y en los que no se fijan se contraen. Estas dilataciones y contracciones se alternan dependiendo de los desplazamientos de la mirada. Es decir, las zonas que en un momento son centrales en otro son periféricas y la zona de centración es precisamente donde se encuentra el elemento que se mira por más tiempo o el más interesante y que resulta agrandado.

Es por estas deformaciones que las relaciones perceptuales no se traducen en leyes lógicas, ya que no pueden ser transitivas porque la relación entre dos pares de elementos no determina una tercera. Por ejemplo si $A = B$ y $B = C$ puede darse una relación $A < C$.

Las relaciones perceptuales tampoco pueden ser reversibles porque sus mismas relaciones provocan que las transformaciones no sean compensadas.

Tampoco son asociativas es decir, independientes del camino recorrido, porque cada relación percibida depende de las relaciones que le han precedido y no consideran ningún elemento igual a sí mismo porque al compararlo con otros elementos varía su valor en función de las relaciones que se establecen. Por ejemplo, la temperatura de un cuarto parece diferente después de haber salido un momento al frío.

Cuando vemos que los mecanismos perceptuales conducen a relaciones adecuadas como en el caso de formas geométricas como el círculo y el cuadrado, se debe a las relaciones objetivas y privilegiadas que están en juego en esas figuras como la igualdad de los radios del círculo, la de los cuatro lados del cuadrado o de sus ángulos rectos, etc., lo que produce la aparición de descentraciones por compensaciones; en cambio no sucede lo mismo con un rectángulo en el que se puede subestimar el largo respecto al ancho.

Sin embargo con la edad las deformaciones que resultan de la centración van atenuándose porque los mayores van mirando cada vez más activamente, es decir los movimientos de la mirada para comparar un segmento y otro van siendo más frecuentes, exploran de forma tal que los puntos de centración les ofrezcan la mayor

[37] Jean Piaget. Introducción a la epistemología genética. p.164.

información. Esta sucesión de percepciones que consisten en comparaciones, transportaciones, anticipaciones, etc. es lo que se denomina "actividad perceptual"[38].

La actividad perceptual supera la percepción simple ya que vincula las percepciones entre sí, pero sigue siendo insuficiente al carecer de un mecanismo operatorio.

Hacia los seis o siete años los movimientos oculares están mejor dirigidos y sobre todo siendo la edad en que comienzan a constituirse las primeras operaciones lógico matemáticas, la inteligencia puede dirigir la actividad perceptiva, lo que no significa que la inteligencia sustituya a la percepción; pero al estructurar lo real, contribuye a programar la información o a indicar lo que se debe mirar con más atención.

Por lo tanto "bastará en efecto, que la actividad que anima la percepción sobrepase el contacto inmediato con el objeto, y se aplique sobre distancias crecientes en el espacio y en el tiempo, para que desborde el campo perceptivo y se libere así de las limitaciones que le impiden alcanzar la movilidad y la reversibilidad completas"[39].

---

[38] Ibid. p. 169.

[39] Jean Piaget. Psicología de la Inteligencia. p.96.

B. Didáctica constructivista de las matemáticas.
1.- La didáctica de las matemáticas y la psicogenética. Generalmente se ha pretendido aplicar los modelos de los procesos de desarrollo intelectual, o de aprendizaje de alguna teoría psicológica, a la adquisición de los diferentes contenidos escolares.

El restarle importancia a la particularidad de los contenidos a enseñar puede reducir a la Pedagogía a una tecnología a la que informan todas las ciencias que estudian al niño y cuyo objetivo será buscar métodos generales de enseñanza que sean independientes de los contenidos que se apliquen.

La psicología genética ha contribuido a evitar gran parte de estos problemas al explicar el desarrollo lógico- matemático. Sin embargo, aquí vemos también que las transposiciones que se han hecho a la pedagogía de las matemáticas son también cuestionables, ya que hablar de la adquisición de un conocimiento matemático no es lo mismo que hablar del desarrollo de la inteligencia.

La mala interpretación de la teoría psicogenética ha traído también graves consecuencias. Se ha querido reducir la psicogénesis a una secuencia cronológica y el concepto de estadio a un catálogo de nociones.

A partir de estas concepciones aparecen algunos intentos de aplicación pedagógica de la teoría en diversos países y contextos educativos. En la década de los 70 se elaboraron en los Estados Unidos programas que contenían la enseñanza de las nociones de conservación, de clasificación y seriación a través de las tareas piagetianas clásicas; pero con esta interpretación conductista solo se consigue enseñar las respuestas; claro que el alumno puede aprender a responder de manera adecuada a ciertas situaciones de estímulo-respuesta, pero esto no significa que se haya adquirido la noción, lo que sucede es que se está confundiendo el resultado de la operación con la operación misma. Las situaciones experimentales inventadas por Piaget no fueron diseñadas con fines didácticos sino de investigación.

Otra interpretación errónea ha sido considerar como determinantes las edades en que el sujeto accede a los distintos estadios, ignorando la relatividad de la edad, dado que lo que postula la teoría es "la necesidad del orden de progresión de los estadios, y no de las edades de aparición"[40], es decir, no accede el niño al estadio de las operaciones concretas solo por haber cumplido seis años, sino mediante un proceso de

---

[40] Emilia Ferreiro. Psicogénesis y Educación. p. 9.

construcción en el que la interacción del sujeto con el medio externo juegan un papel fundamental.

Por lo tanto lo que el sistema educativo debe tomar en cuenta para determinar las posibilidades de adquisición de los contenidos matemáticos por parte de los alumnos, son las etapas del desarrollo del niño. Sin embargo, el proceso de construcción mediante el cual el niño adquiere el conocimiento no nos dice cómo puede aprender los contenidos matemáticos, por lo cual surge la necesidad de buscar una línea de investigación que articule los procedimientos de adquisición de los conocimientos matemáticos con las situaciones didácticas.

Es la didáctica constructivista la que cumple con los presupuestos epistemológicos que hemos mencionado. Pero el estudio de la adquisición y transmisión de los conceptos de esta ciencia en el medio escolar, es decir, el estudio del sistema didáctico y de su funcionamiento, pone de manifiesto que la didáctica de las matematicas debe constituir una ciencia independiente de la psicología, de las matemáticas y aún de la pedagogía. No es que se pretendan menospreciar los aportes de otras disciplinas con las que se relaciona, sino que se juzgan que ésta debe desarrollar sus propias problemáticas y metodología, porque, aunque esté ligada a las didácticas de otras disciplinas, la separan saberes diferentes cuya apropiación y transmisión plantean problemas específicos de conocimiento[41].

2.- La adquisición de conocimientos en el ámbito escolar.

La didáctica de las matemáticas estudia los procesos de transmisión y adquisición de conceptos matemáticos en el medio escolar, por lo que en general su objeto de estudio lo constituyen las situaciones didácticas. "Una situación didáctica es un conjunto de relaciones establecidas de forma implícita y/o explícita entre un alumno o un grupo de alumnos, un medio (que comprende los instrumentos o a los objetos) y un sistema educativo (el profesor), que tiene por finalidad hacer que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución"[42].

De estas relaciones resulta un contrato que une al profesor y al alumno y determina sus actuaciones y obligaciones.

a.- El Contrato Didáctico. Dada la interacción entre maestro y alumno surgen normas implícitas que regulan esa interacción, las cuales constituyen el contrato didáctico.

---

[41] Michele Artigue. "Modelización y Reproducción en la enseñanza de las Matemáticas" en: La Matemática en la Escuela II p. 135.

[42] Guy Brousseau. De un problema al estudio a priori de una situación didáctica. Ponencia. p. 1.

El contrato didáctico se interpreta como un pacto mediante el cual el maestro se compromete a enseñar algo y el alumno acepta el compromiso sometiéndose a la voluntad de enseñanza del maestro y poniendo su voluntad de aprender.

Este contrato resulta de por si "defectuoso"porque por un lado, el alumno desconoce lo que va a enseñársele y por lo tanto si es efectivamente lo que ofrecieron enseñarle y por otra parte cuando el profesor selecciona la actividad que considera necesaria para que el alumno aprenda, éste la realiza de acuerdo a la interpretación personal que hace de los deseos del maestro. Además, las acciones que ejecuta el alumno carecen de significación para él, porque sólo obedece órdenes que cumple para complacer al maestro haciendo lo que él cree que el maestro quiere que haga y no lo que él cree que debe hacer.

Por lo tanto la dependencia que se establece respecto a los deseos del maestro obstaculiza el aprendizaje.

Para que el aprendizaje se produzca es necesario que el contrato didáctico se rompa, con lo que alumno recupera su autonomía y decide las acciones a realizar en función de su criterio, sin importarle lo que el maestro quiere.

En cambio, una situación didáctica que ha sido bien diseñada, permitirá que el alumno se dé cuenta de los resultados de sus acciones y podrá modificarse en función del objetivo, que la misma situación indicará si ha sido alcanzado.

Existe una paradoja en el contrato didáctico en el hecho de que el niño aprende cuando no hace lo que él ha interpretado que el maestro quiere que haga y, no aprende cuando hace lo que él cree que el maestro quiere que haga.

Esto resulta una paradoja y no una contradicción en virtud de que el contrato didáctico hace posible el aprendizaje a través de situaciones alternas de restablecimiento y ruptura, así como de dependencia y autonomía respecto del maestro.

b.- Situaciones problema.

Las preocupaciones en las investigaciones realizadas por el equipo de Guy Brousseau radican en construir un proceso de aprendizaje en el que el conocimiento no sea enseñado directa o indirectamente por el maestro, sino que surja de las confrontaciones a las que el niño se ve sometido para vencer los obstáculos que aparecen en el curso de la actividad.

Esto es posible cuando se coloca al niño ante "situaciones problemáticas... que dejan al sujeto la tarea de obtener cierto resultado mediante la realización de elecciones o de acciones, por los cuales es responsable"[43].

La interacción del alumno con situaciones problemáticas es una "interacción dialéctica (porque el sujeto anticipa, finaliza sus acciones) donde el compromete conocimientos anteriores, los somete a revisión, los modifica, los completa o los rechaza para formar concepciones nuevas"[44]. Por lo tanto, el fin de la didáctica debe ser el estudio de las condiciones que deben tener las situaciones problemáticas que se propongan a los alumnos para favorecer la aparición, el funcionamiento y el rechazo de esas concepciones.

Se ha considerado que para hacer matemáticas es necesario que el alumno plantee y resuelva problemas. Las dificultades surgen cuando se quiere saber cuáles problemas deben plantearse y quién debe plantearlos.

Se puede considerar la existencia de un problema cuando el sujeto que se lo plantea, o al que se le plantea, dispone de los medios para entender la situación problemática y no posee ya las respuestas que le permitirán responder en forma inmediata. En consecuencia un problema podrá serlo para un individuo, pero no para otro porque esta fuera de su alcance, es decir, porque no dispone de ningún esquema que le permita comprender ni resolver la situación o porque para los conocimientos que posee ha dejado de serlo, es decir, la situación que se le presenta al sujeto no constituye un problema para éste.

Es por esto que debemos diseñar problemas de acuerdo a la edad de los niños, para que estos intenten resolverlos poniendo en juego recursos con que ya cuentan, pero que más tarde les sean insuficientes y se vean en la necesidad de construir otros.

Además los problemas resultarán interesantes para el alumno, en la medida de lo que ponga en juego para franquear los obstáculos que se le presentan para resolver el problema.

Existe una diferencia entre una concepción clásica de aprendizaje y una concepción de aprendizaje que pretende que se acceda a los conocimientos en "términos de obstáculos", sobre todo en lo que se refiere a la manera de organizar las situaciones problemas y al rol que va a jugar cada problema en el

---

43 Ibid. p.3.

44 Guy Brousseau. Los obstáculos epistemológicos y los problemas en Matemáticas. Ponencia. p. 6.

aprendizaje de los conceptos.

Dentro de esta nueva concepción, plantear un problema estriba en poner al alumno en una situación que represente para el un obstáculo, pero que el ir franqueándolo le significará construir y apropiarse un nuevo conocimiento.

En consecuencia al igual que para apropiarse un conocimiento, para vencer un obstáculo es necesario establecer una dialéctica entre el alumno y el objeto de conocimiento, por lo que deberá ofrecércele al niño numerosas situaciones que le proporcionen las informaciones que hagan necesario un cambio en sus concepciones.

La situación debe permitir un primer intento de solución por parte del alumno, en el que este utilice los conocimientos que hasta ese momento posee. Si el alumno fracasa, teniendo en cuenta que las sanciones o retroalimentaciones deben partir de la propia situación y no de fuera, la situación debe enviar una nueva situación modificada por el fracaso, pero que continué formando parte de la situación.

Para hacer posible este tipo de situaciones es necesario que el maestro permanezca al margen y la responsabilidad sólo se comparta con otros compañeros.

Aunque las condiciones en que deben darse las interacciones sean en un principio elegidas por el maestro, el control debe pasar lo más pronto posible a manos del alumno que va a "cuestionar" la situación. De esta manera surge la motivación, la que en estas condiciones no es externa al sujeto, sino que forma parte de él. Es por esto que la resolución de un problema representará para el alumno una especie de experimento.

Por último, no podemos dejar a un lado el significado de los errores en los obstáculos.Guy Brousseau señala: "un obstáculo se manifiesta, por lo tanto, por sus errores, pero esos errores no son debidos al azar"[45]. Los errores que presenta un sujeto están relacionados entre sí ,porque la concepción que un individuo posee en un momento dado aunque no sea correcta es coherente y le ha sido eficaz para realizar una serie de acciones.

Por consiguiente los errores no pueden desaparecer de golpe, persisten y vuelven a resurgir, es decir se manifiestan de nuevo aun cuando haya pasado mucho tiempo de que el sujeto los haya rechazado como defectuosos.

c.- Clasificación de las situaciones de enseñanza. Para la

---

[45] Ibid. p.7.

escuela tradicional el saber consiste en un conjunto de preguntas y respuestas acertadas, por lo que el proceso de enseñanza que resulta se reduce a la forma pregunta-respuesta; es decir, se dice que los alumnos han aprendido si responden correctamente; cuando no es así, se hace necesario dar una información, una enseñanza. En cambio cuando se trabaja en el esquema situación-alumno, éste aprende cuando se adapta a un medio que le pone en dificultades, en desequilibrios. Entonces el aprendizaje es la respuesta que le permite adaptarse al problema que se le ha planteado y no la respuesta a una pregunta donde se le solicita repetir una información.

Las relaciones del niño con el medio que lo rodea constituyen, en un momento dado, una situación pedagógica si la situación es organizada de tal forma que sea el medio para conseguir un determinado comportamiento.

Ninguna situación es estática, evoluciona con el tiempo debido al intercambio constante de informaciones y acciones entre el sujeto y la situación. La sucesión de intercambios y acciones constituyen un proceso dialéctico mediante el cual el niño va modificando su idea primitiva de la situación creando y probando un nuevo comportamiento, un modelo mental.

Las situaciones de enseñanza pueden describirse y clasificarse a partir de esas interacciones entre los alumnos, el maestro, el objeto de conocimiento y el medio ambiente.

La teoría de las situaciones didácticas elaborada por Guy Brousseau, clasifica las situaciones didácticas con base en las relaciones que éstas establecen con el objeto de conocimiento.

En las situaciones didácticas en las que se propicia la construcción del conocimiento, Brousseau señala cuatro fases fundamentales en las relaciones que se establecen a través de la adquisición de un conocimiento.

Situaciones de acción.- En esta primera fase llamada de acción el alumno actúa en busca de un resultado, ya sea solo o en colaboración con sus compañeros. El se siente motivado a actuar físicamente porque posee ciertos modelos mentales implícitos que le permiten recibir e interpretar informaciones provenientes de la situación. "Modelo implícito" es el "conjunto de relaciones o de reglas en base a las que el alumno toma sus decisiones sin ser capaz de tomar conciencia y a fortiori de formularlas (lo que no significa que una regla de acción aparezca siempre sin que sea capaz de formularla)"[46].

A través de las situaciones de acción el alumno irá construyendo estrategias que le permitirán elaborar un método para resolver el problema.

Cuando el niño no posee una estrategia inicial procede mediante ensayo y error, lo que le brindará información que necesita para construir una estrategia.

En una estrategia existen ya nociones que se consideran como pertinentes a la situación y conforman un modelo que le permite tomar decisiones.

Cuando el alumno rechaza una estrategia para adoptar una nueva puede hacerlo de manera intuitiva o racional, pero la nueva estrategia es sometida a una prueba por el alumno que la aprueba o la rechaza dependiendo de su eficacia. Esta evaluación puede ser implícita, es decir, no la ha concientizado, ni es capaz de formularla; aunque como ya se mencionó, esto no quiere decir que sea incapaz de hacerlo.

Se ha reservado el termino "dialéctica de la acción" para las situaciones didácticas que no requieren la formulación del modelo utilizado por el niño, y se ha empleado la palabra "dialéctica" en lugar de interacción debido a que en la serie de situaciones que se producen entre el alumno y el medio, éste establece un diálogo con las situaciones mediante el cual elabora una representación de la situación que va a servirle de modelo para poder hacer anticipaciones de lo que sucederá con sus decisiones.

La influencia que una situación ejerce sobre el alumno se le denomina "feed back" y es percibida por este como una sanción negativa o positiva referente a su acción, lo que le permite modificar, aceptar o rechazar una hipótesis o escoger entre diferentes soluciones.

Es importante insistir en que los cambios son orientados por las sanciones; sin embargo se observa que los modelos se van empobreciendo cuando el niño logra una serie de acciones exitosas, ya que este busca cada vez menos información y sólo se queda con lo necesario para encontrar el resultado que busca. Por el contrario cuando las acciones fracasan, el sujeto tiende a precisar y enriquecer el modelo para que le dé una mayor cantidad de información hasta que considera que debe abandonarlo.

---

[46] Guy Brousseau. <u>Estudio local de los procesos de adquisición en situaciones escolares.</u> p. 9.

La adecuada organización de esta primera fase da por resultado una gran comunicación entre los niños.

Situaciones de formulación.- La segunda fase es la que se denomina la "situación dialéctica de la formulación" se la considera un caso particular del esquema de la acción, pero en la que esta acción solo es posible a través de la formulación.

En esta fase los alumnos tendrán que expilicitar sus modelos implícitos. Las situaciones deben diseñarse de manera que sean éstas las que retroalimenten las explicitaciones de los alumnos y no sea el profesor el que los interrogue sobre lo que piensan, porque así el alumno se siente obligado a tratar de adivinar lo que el profesor espera, lo que conduce a la pérdida del sentido de sus explicitaciones.

Es necesario que el niño pueda expresar las informaciones que cree pertinentes en un lenguaje convencional que conozca o que pueda crear.

Cuando el niño se da cuenta de que sus informaciones no son suficientes para que sus acciones sobre la situación tengan éxito, trata de intercambiar informaciones con sus compañeros.

Es por esto que la situación debe propiciar las confrontaciones entre los niños y esto se logra cuando ellos tienen interés en comunicar algo a sus compañeros, ya sea alguna estrategia que les ayudara a resolver el problema o sencillamente alguna información que juzguen conveniente.

El intercambio de mensajes escritos constituye uno de los recursos que se utilizan para generar formulaciones. En el envío de mensajes de un alumno o grupo de alumnos a otro se establece una dialéctica entre emisores y receptores que es la que va conducir a la explicitación de sus modelos, es decir, a la formulación que se busca.Es importante también, cuando la situación lo amerite, dejar que se produzcan mensajes orales.

El esquema de la formulación funciona de la manera siguiente: Cuando el niño recibe un mensaje actúa en función del mensaje recibido, pero si su acción no tiene éxito puede corregirla intercambiando nuevamente mensajes. Para que pueda establecerse la comunicación es necesario que tanto el emisor como el receptor utilicen el mismo lenguaje y obviamente que el mensaje sea correcto.

Sólo cuando los interlocutores son alumnos o grupos de alumnos, la situación es controlada en forma natural por las relaciones de los niños. Por eso es muy importante que tanto en esta fase como en la anterior el maestro no trate de controlar las reflexiones de los niños, él no es ya el guardián de la verdad, es la situación la que debe favorecer la revisión de sus opiniones.

Tratándose de matemáticas se pretende que los mensajes se produzcan con notación matemática, lo que se conseguirá paulatinamente marcando ciertas condiciones que se deben cumplir al elaborarse, como por ejemplo: que el escrito sea breve, sin redundancias, que no tenga dibujos, ni colores, etc.

La matemática se aprende respetando la capacidad del niño para expresarse y para justificarse.

Los progresos no se hacen esperar porque las propias situaciones incitan a los alumnos a pedir a su debido tiempo las estructuras que emplean los adultos.

Tercera fase: Validación.- En esta tercera fase se trata de demostrar mediante la aportación de pruebas que el modelo explicitado es el correcto, para lo cual es indispensable adoptar una actitud crítica y reflexiva. Nuevamente es indispensable insistir en que deben ser los alumnos los que aporten las pruebas y los que las requieran.

Las razones que utiliza para convencer a otros o para aceptar una proposición, estrategia o modelo, son construidas paulatinamente. Las actitudes que adoptan para probar las opiniones que sostienen se desarrollan a través de ciertas situaciones didácticas que las favorecen; aunque frecuentemente las razones utilizadas son insuficientes y torpes y las teorías que emiten o las que aceptan son falsas. Una vez más, se hace hincapié en que es la situación didáctica la que debe propiciar la revisión de sus opiniones y la sustitución de teorías falsas por verdaderas.

El nivel que se alcance en esta fase dependerá de la edad de los alumnos, del tipo de situación y del camino que se haya recorrido.

Es importante en esta fase que los niños encuentren interés en demostrar que sus hipótesis son válidas y cómo funcionan, así como en descubrir las fallas en las pruebas que otros aportan.

Lo importante para el niño resulta en saber emplear las matemáticas en tanto razones que le sirven para aceptar como para rechazar proposiciones, estrategias, modelos.

Las matemáticas no pueden ser aprendidas sólo por conformidad a las reglas o a la autoridad del maestro, es indispensable que haya una convicción personal, la que no puede ser transmitida. Además su aprendizaje implica una construcción en la que las relaciones con el medio son absolutamente indispensables, sobre todo en la edad escolar.Por lo tanto el "hacer matemáticas" debe encerrar para el niño no sólo una actividad individual, sino también social.

Situaciones de institucionalización.- En esta fase el maestro adquiere un papel principal. El se hará cargo de que el conocimiento que han construido los niños adquiera un nombre y una nomenclatura convencionales. De ninguna manera se trata de imponer a los niños lo convencional sino de que el alumno utilice el lenguaje y la escritura matemática, indispensables para que exista un aprendizaje de matemáticas.

Con esta fase se cierra el ciclo del proceso de construcción de un conocimiento, pero consideramos necesario aclarar que no todas las adquisiciones en matemáticas son posibles de organizar como construcciones, como por ejemplo la noción de infinito, lo que pone de manifiesto la necesidad de hacer una selección.

IV. EL GRUPO DE CUARTO GRADO

A. Consideraciones acerca de los antecedentes del grupo. Con el propósito de indagar si las nociones geométricas acerca del rectángulo y del triángulo señaladas por el programa de Matemáticas de tercer grado son adquiridas por los niños en el transcurso del año escolar, realicé una evaluación en el grupo de cuarto año de la escuela donde trabajo. Las actividades que para este propósito elaboré, se llevaron a efecto la segunda semana del mes de septiembre, con el fin de que los niños no hubieran tenido todavía ninguna actividad relacionada con el programa de geometría de cuarto grado, y después de haber transcurrido dos meses y medio de que recibieron las últimas clases.

Como información complementaria solicité a los niños sus libros de texto de Matemáticas de tercer grado, así como sus cuadernos, y a la maestra su registro de avance programático. El fin que perseguí fue descubrir si la maestra tomaba en cuenta las actividades y los objetivos del programa al planear sus clases y si al enseñar llevaba a cabo otras actividades y de qué tipo.

Me fueron proporcionados dieciocho libros de texto, catorce cuadernos y el avance programático de la maestra.

Al examinar este material pude observar que:

- El avance programático de la maestra estaba elaborado de acuerdo al programa.

-Las actividades que contienen los libros de texto habían sido realizadas y calificadas.

-En los cuadernos había actividades que sugería el programa y otras propuestas por la maestra.

Las actividades que propuso la maestra fueron casi en su totalidad problemas que implicaban la obtención de perímetros y áreas, en los que se empleaba para resolverlos el modelo: fórmula, sustitución, operación, resultado.

B. Descripción y análisis de los instrumentos seleccionados y de la información obtenida.

El diseño de los instrumentos que se utilizaron en la primera parte de la investigación, tuvieron por objeto determinar si los niños lograron alcanzar los objetivos propuestos por el programa de tercer año en cuanto a : aplicar los conceptos de paralelismo y perpendicularidad para discriminar los rectángulos de otros cuadriláteros y considerar al cuadrado como un rectángulo especial, así como trazar y reconocer el triángulo rectángulo y aplicar sus conocimientos sobre el área del rectángulo para determinar el área de algunos triángulos.

También se deseaba investigar si los niños consiguieron distinguir el área del perímetro de las figuras mencionadas, en relación con las unidades de medida lineales y cuadradas que utilizaron para obtenerlos.

Estos instrumentos consistieron en dos actividades de juego y una prueba pedagógica de cuestionario. (Ver apéndice B).

Para la segunda parte de la investigación se elaboró un cuestionario que se aplicó a maestros de diferentes escuelas (oficiales y particulares), para conocer sus conceptualizaciones acerca de las nociones geométricas que hemos nombrado y los criterios que manejan para su enseñanza. (Ver apéndice C).

1. Juegos.

Se llevaron a cabo dos actividades.

Para realizar la primera actividad se les proporcionó a cada uno de los niños un sobre con figuras geométricas: nueve cuadriláteros entre los que se encontraban tres rectángulos y una figura de seis lados que inicialmente era un rectángulo, pero que se le recortó una esquina en ángulo recto. (Ver apéndice A).

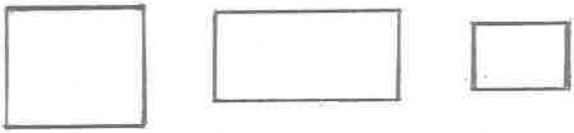
Con esta primera actividad se pretendía que los niños discrimir.aran los rectángulos de diferentes medidas de las otras figuras, después de observarlas y compararlas.

La consigna que se les dio fue que sacaran las figuras del sobre y las colocaran sobre la mesa, las observaran, las compararan, formaran alguna figura con ellas, después agruparan las que se parecían y por último escogieran las que eran rectángulos para que utilizándolos como plantillas los dibujaran en el espacio indicado en la hoja de papel que previamente se les había entregado.

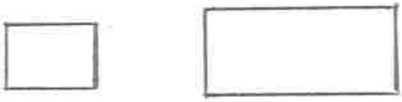
Para realizar la segunda actividad se le dio a cada niño un triángulo isósceles (ver apéndice A) y se les pidió que lo cortaran de la forma que quisieran para formar con él un rectángulo, la única condición era que no debían sobrar piezas.[47]

Los resultados de estas actividades fueron las siguientes:

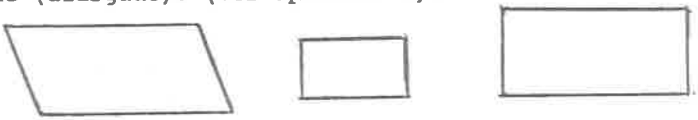
En la primera actividad sólo el 34% del grupo (14 niños de 41) discriminó correctamente los tres rectángulos;



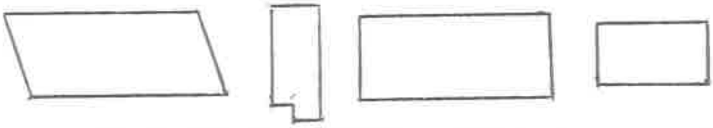
El 17% (7 niños) identificó sólo dos rectángulos.



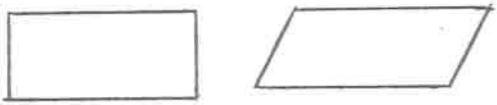
De los 20 niños restantes, 18 reconocieron dos o tres rectángulos, pero de éstos 12 agregaron a su clasificación el romboide (alargado). (Ver apéndice A).



Seis niños agregaron la figura de seis lados.



Los dos niños que discriminaron solamente un rectángulo seleccionaron también el romboide (alargado).



De los 19 que lograron identificar dos rectángulos, sólo 5 seleccionaron el rectángulo cuyos lados eran casi iguales (ver apéndice A).

Se seleccionaron al azar algunos niños para que justificaran sus respuestas.

---

[47] CONAFE. DIE - CINVESTAV. Dialogar y descubrir Manual del Instructor Comunitario p. 218.

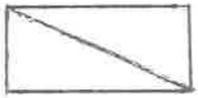
A los niños que identificaron los tres rectángulos se les preguntó "¿por qué crees que las figuras que escogiste son rectángulos ?". Las respuestas que dieron fueron de este tipo: " porque están alargadas"; "porque estos lados son más grandes que éstos"; "porque son más largos y tienen menos ancho".

Los que incluyeron el romboide entre los rectángulos lo justificaron diciendo: "porque está largo"; " porque tiene estos lados largos y los de enfrente cortos"; "porque tiene dos lados diferentes a los otros dos".

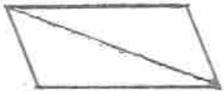
De los que escogieron la figura que parece un rectángulo, pero a la cual se le recortó una esquina en ángulo recto quedando así de seis lados, tenemos las siguientes respuestas: "porque el largo está más grande que el ancho"; "por su forma, de aquí es más grande y de aquí más pequeño".

Del análisis de estas respuestas se concluye que la mitad de los niños consideran como rectángulos a los cuadriláteros que tienen dos lados opuestos visiblemente más largos que los otros dos y no toman en cuenta la perpendicularidad de los lados entre sí, es decir, **están centrados** en la longitud de los lados opuestos.

Para realizar la segunda actividad se proporcionaron a los niños todos los triángulos que solicitaron en sus intentos para transformar un triángulo isósceles en rectángulo; pero sólo seis niños lograron hacerlo, cortando el triángulo por su eje de simetría y uniendo las dos partes de manera que la unión constituyera una diagonal del rectángulo.



Otros 5 niños utilizaron el mismo procedimiento, pero al unir las dos partes las invirtieron de modo que formaron un romboide.

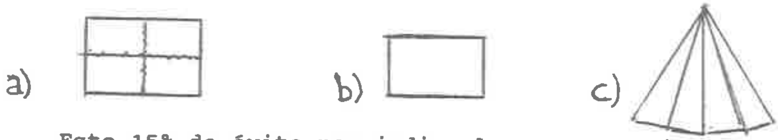


De los 30 niños restantes:

a) 14 niños recortaron el triángulo en varios pedacitos, utilizando parte de ellos para formar un pequeño rectángulo y tiraron los pedazos que no emplearon.

b) 11 utilizaron el triángulo como un simple pedazo de papel, al que le dieron forma de rectángulo con las tijeras.

c) 5 niños después de hacerle cortes al triángulo en el sentido del vértice hacia la base, intentaron reconstruirlo.



Este 15% de éxito nos indica la poca o casi nula manipulación y transformación de figuras que realizan los niños en actividades relacionadas con la geometría.

2.- Prueba pedagógica.

Se aplicó al grupo de 4o. año, al que asistieron ese día 41 alumnos de los 45 que forman el grupo, un cuestionario que contenía 11 reactivos. El tiempo que emplearon los niños en su resolución fue de 1 hora con 45 minutos.

A continuación se describe la secuencia en que fueron presentados los reactivos (ver apéndice B).

Primero se les pidió que tomaran nuevamente la hoja donde habían dibujado los rectángulos, que los observaran y justificaran su elección.

En el siguiente reactivo, deberían reconocer el triángulo rectángulo entre otros triángulos dibujados en diferentes posiciones, marcándolos con una cruz. Enseguida deberían explicar el porque de su elección.

El siguiente paso fue pedirles que construyeran dos figuras de diferente forma (un cuadrado y un rectángulo), pero con la misma superficie, para lo cual se les proporcionaron cuadritos de cartoncillo de un centímetro cuadrado y una vez que hubieran anotado el área de cada figura construida deberían obtener su perímetro y registrarlo también.

El siguiente reactivo les planteaba un problema donde deberían determinar las medidas de los lados de una figura, habiéndoseles dado el perímetro y cuya solución permitía utilizar diferentes estrategias.

A continuación deberían encontrar el área de un triángulo rectángulo, a partir del dibujo de un rectángulo dividido en dos por su diagonal y cuya área estaba explicitada.

Por último se propusieron dos situaciones clásicamente escolares: la obtención del área de un rectángulo y de un triángulo de medidas dadas.

Los resultados fueron los siguientes:

En el primer reactivo que planteaba la pregunta ¿por qué crees que las figuras que escogiste son rectángulos? Agrupamos las respuestas de los niños en seis tipos:

a) Tiene cuatro lados como el cuadrado, pero es más largo.

b) Tiene dos lados largos y dos cortos.

c) Son largos de los lados.

ch) Las partes de arriba y de abajo son largas o también angostas.

d) Los cuadrados son más chicos.

e) Así son los rectángulos.

Las respuestas a, b, c,d, ch y d, refuerzan lo que anteriormente hemos dicho: **los niños se centran en la definición de que el rectángulo tiene dos lados más grandes y dos más chicos.** Esto nos lleva a otra conclusión: cuando los niños dicen los cuadrados son más chicos (respuesta d) no se están refiriendo al tamaño, sino a la configuración, no hay lados largos.

En el análisis de respuestas sólo encontramos una donde se menciona la perpendicularidad. Se interrogó al niño que la dio para conocer si éste poseía efectivamente el concepto o su respuesta era el producto de una definición memorizada. A la pregunta ¿ por qué crees que los rectángulos son perpendiculares? Contestó: "no se por qué pero yo me acuerdo que los rectángulos son perpendiculares".

El haber comprobado que esta única respuesta que menciona la perpendicularidad es el resultado de una definición memorizada, confirmamos la conclusión a la que habíamos llegado en la primera actividad del juego: la perpendicularidad de los lados no es para estos niños una característica del rectángulo.

En el reactivo 2 deberían reconocer el triángulo rectángulo entre otros triángulos, pero sólo 5 niños lo consiguieron y justificaron en el reactivo 3 su elección de la siguiente manera:

1. Porque tiene la forma de un triángulo rectángulo.

2. Porque en el triángulo rectángulo hay un rectángulo.

3. Porque adentro tiene un triángulo.

4. Porque se parece al triángulo nada más que le aumentaron

rectángulo.

5. Porque se parece a un triángulo y a la vez a un rectángulo.

Se interrogó al niño que dió la respuesta 2 con el objeto de saber si al decir que en el triángulo rectángulo había un rectángulo se refería al ángulo recto, pero lo que intentó decir fue que en un rectángulo hay dos triángulos, aunque quizá para el niño el concepto de triángulo rectángulo esté implícito en esta explicación.

De los 36 niños que no identificaron el triángulo rectángulo, 8 no contestaron y 5 contestaron no me acuerdo, los otros 23 respondieron en forma similar a las cinco mencionadas.

Estas respuestas nos indican que el reconocimiento de la figura citada por algunos niños fue producto del azar o puramente perceptual, dado que las razones aducidas por ellos no muestran en absoluto, que cognitivamente puedan diferenciarlas de otros triángulos.

En el reactivo 4 se les solicitó que dibujaran un cuadrado de 16 cm2 de área, proporcionnándoles para ello 30 cuadritos de 1 cm2 de superficie, aclarándoles que podían utilizar regla y escuadra si así lo deseaban.

En el reactivo 5 deberían obtener el perímetro del cuadrado dibujado.

En el reactivo 6 se les pidió que dibujaran un rectángulo, también de 16 cm2 de área.

En el número 7 tendrían que encontrar el perímetro del rectángulo dibujado.

Se pudo observar en los reactivos 4 y 6 los intentos de algunos niños por emplear el material que se les había proporcionado; pero al fin terminaban por desechar los cuadritos y utilizaban la regla o la escuadra para trazar las figuras.

En 17 pruebas encontramos numerosos borrones que nos permiten ver los tanteos realizados por los niños para lograr dibujar un cuadrado y un rectángulo de 16 cm2 de área. En total se encontraron 25 trazos correctos del cuadrado (58%) y solamente 5 del rectángulo (12%).

En cuanto a la obtención de los perímetros encontramos que sólo 7 niños sumaron los lados de las figuras que trazaron; 16 niños trataron de obtenerlo multiplicando bxa, para lo cual utilizaron las medidas del cuadrado y del rectángulo que habían dibujado; 2 niños sumaron sólo dos lados de las figuras; 16 niños registraron el perímetro en centímetros cuadrados; 10 niños no registraron ninguna respuesta para el cuadrado y 14 para el rectángulo y por último las respuestas anotadas por 4 niños no se comprende cómo las obtuvieron.

Las actitudes observadas en los niños al resolver estos cuatro reactivos, así como la clase de respuestas o la ausencia de ellas, manifiestan el conflicto que les causó el haber tenido que construir dos figuras de distinta forma, pero con la misma área y cuyo perímetro resultaba de diferente medida.

En el reactivo número 8 se les pidió que dibujaran un corral, que se había fabricado con 12 m de tela de alambre y 4 postes, debiendo anotar qué nedida le resultaba a cada lado. Se obtuvieron 16 respuestas correctas.

De los 25 niños que fracasaron, 2 dibujaron la cerca del corral longitudinalmente con cuatro postes y tres tramos de tela de cuatro metros; otros 2 lo dibujaron de la misma forma, pero sin anotar medidas; 2 más dibujaron también la cerca en forma lineal, pero sin postes ni medidas; 8 dibujaron un rectángulo de 12 cm de largo y 4 cm de ancho;; 7 dibujaron rectángulos de diferentes medidas que tampoco registraron, pero que no sumaban 12; 1 no hizo ningun dibujo sólo anotó 12 x 4 = 48 y por último 3 niños no registraron ningún tipo de respuesta.

En el análisis de respuestas correctas observamos que todos estos niños dibujaron corrales en forma de cuadrado o rectángulo y tanto unos como otros le asignaron a cada lado una medida de 3 metros. Los dibujos de los rectángulos no muestran que se haya intentado hacer coincidir las medidas con la forma que le dieron al corral. Tampoco se observa que se haya tratado de dibujar otra clase de cuadrilátero. Creemos que el procedimiento utilizado por estos niños fue el de dividir exactamente los 12 metros entre cuatro lados.

Notamos entre algunos de los que dieron respuestas incorrectas los intentos por asignarle medidas a una figura de cuatro lados, pero les fue imposible descomponer el 12 por lo que trazaron rectángulos de 12x4.

En el reactivo 9 se les presentó el dibujo de un salón con forma de rectángulo, dividido en dos triángulos rectángulos por medio de una diagonal, y en el que se les indicaba cual era el área total del rectángulo, para que ellos encontraran el área de cada triángulo. Hubo 19 alumnos que resolvieron correctamente la situación, pero ninguno de ellos explicitó el algoritmo de la división. De los 24 alumnos restantes, 5 se limitaron a medir los lados del rectángulo dibujado y a anotar las medidas de cada lado en centímetros; 2 escribieron las medidas de dos lados y las sumaron; 4 multiplicaron lo que medía el dibujo de base por la altura; 10 no registraron ninguna respuesta y en el registro de 3 niños nos fue imposible comprender cómo llegaron al resultado que registraron.

En el reactivo número 10 debían encontrar el área de un rectángulo de medidas dadas. Se encontraron 25 respuestas correctas, aunque no todos los niños indicaron que eran centímetros cuadrados. Encontramos entre estos niños, 10 que además de anotar la multiplicación, cuadricularon el rectángulo en cuadrados de 1 cm de lado y 7 que anotan como fórmula alguno de los siguientes símbolos: l x l, a x l, al x a, a x a.

El comparar los resultados de este reactivo con los del número 6, en el que solamente 5 niños lograron construir un rectángulo de 16 cm2 de área, nos lleva a concluir que los niños aciertan a la solución de los problemas cuando estos presentan el mismo patrón de las situaciones escolares, en cambio fracasan cuando no se les ha dado el modelo a seguir.

En el reactivo número 11 se les pidió que encontraran el área de un triángulo de medidas dadas. Los resultados fueron los siguientes: 4 niños aplicaron la fórmula, pero 2 de ellos se equivocaron al hacer las operaciones. Del resto del grupo tenemos 14 que multiplicaron base x altura; 8 que obtuvieron el perímetro; 4 que sumaron dos lados; 6 no registraron ninguna respuesta y 5 que escribieron un resultado, pero que no corresponde al área del triángulo dado.

El análisis de estas respuestas en relación con las del reactivo 9, nos lleva a considerar que, si aproximadamente la mitad del grupo pudo resolver correctamente que del área de un rectángulo le corresponde la mitad de ésta a cada triángulo rectángulo, fue porque lo podían observar en el dibujo; en cambio esta última situación exigía que el niño reconstruyera que el triángulo presentado que no era rectángulo constituia también la mitad de un rectángulo, lo cual no sucedió como nos lo muestran los resultados mencionados. Observamos que en general al igual que en el reactivo 10 tampoco recurrieron a la fórmula.

Finalmente, considero necesario agregar a las observaciones hechas y a las conclusiones dadas, que generalmente estos niños tienden a utilizar los algoritmos para resolver cualquier tipo de situación en la que intervienen números, aunque sea posible emplear otro tipo de alternativas o la situación problemática no lo requiera. Tampoco recurrieron a las fórmulas a pesar de que por los cuadernos pudimos advertir que en tercer año realizaron numerosos ejercicios para obtener áreas de rectángulos y triángulos y que para resolverlos debían anotar previamente la fórmula y la sustitución de ésta por los datos que se les proporcionaban. Sin embargo los niños no emplearon las fórmulas para resolver las cuestiones que les presentamos y los que pretendieron utilizarlas usaron símbolos no convencionales.

3. Cuestionario a maestros. Se elaboró un cuestionario de 14 preguntas con las cuales se pretendía conocer el criterio de algunos maestros acerca de la enseñanza de áreas y perímetros de figuras geométricas; las conceptualizaciones que éstos tienen acerca del rombo y del triángulo y la importancia que le conceden a la enseñanza de la geometría en sí y en relación con otros aspectos del programa de matemáticas.

Nueve de las preguntas eran de respuesta cerrada; sin embargo, en cinco de ellas se solicitó la justificación de la afirmación o negación.

El cuestionario fue entregado a tres maestros de la escuela donde trabajo, para ser resuelto allí mismo de manera que no hubiera intercambio de opiniones. Se aplicaron otros ocho cuestionarios a maestros de otras escuelas con la misma consigna.

En la primera pregunta se les solicitaba que expresaran cuál era el objetivo de la enseñanza de la geometría.

Las respuestas se agruparon en cinco tipos:
-Aprender a sacar áreas, perímetros y volúmenes.
-Resolver problemas.
-Conocer las formas geométricas y las líneas.
-Aplicar los conocimientos en situaciones prácticas.
-Tener la capacidad de analizar y observar tamaños y formas del medio que les rodea.

Dado que esta pregunta era abierta, 2 maestros incluyeron más de una opinión y un maestro no anotó ninguna respuesta.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- Aprender a sacar áreas perímetros y volúmenes. (3 maestros).

- Resolver problemas. (2 maestros).

- Conocer las formas geométricas y las líneas . (1 maestro).

- Aplicar los conocimientos en situaciones prácticas. (5 maestros).

- Tener la capacidad de analizar y observar tamaños y formas del medio que les rodea. (3 maestros).

Se observa que más de la mitad de los maestros, el 64% opina que el objetivo de la enseñanza de la geometría es aplicar los conocimientos en la práctica, en la solución de problemas.

En cuanto a la segunda pregunta, el lugar que le conceden a la geometría en orden de importancia respecto a otros aspectos de las matemáticas como numeración, algoritmos, fracciones, probabilidad y estadística, el análisis de las respuestas nos muestra que: 1 maestro sitúa la geometría en segundo lugar; 7 maestros en tercer lugar; 2 en cuarto lugar y 1 en quinto lugar.

En los resultados observamos que ninguno de los maestros le concede el primer lugar y que el 64% le asigna cierta importancia, pero casi siempre después de algoritmos y numeración.

En la pregunta número tres, 10 de los 11 maestros coinciden en que el programa de tercer año debe considerar la obtención del área de cualquier clase de triángulo y no sólo la del triángulo rectángulo y las razones que aducen son principalmente que:

- "La fórmula para obtener el área del triángulo es la misma para cualquier tipo de triángulo".

- "El niño de esta edad puede captar la variedad de triángulos".

- "El alumno en su vida cotidiana está rodeado de formas geométricas entre ellas el triángulo de cualquier tipo y no únicamente el triángulo-rectángulo".

- "Si el niño entiende cómo sacar el área del triángulo rectángulo se le podrá enseñar cómo hacerlo con otras figuras".

- "Es necesario que el alumno conozca todas las figuras geométricas".

El único maestro que opina que deben aprender solamente a obtener el área del triángulo rectángulo lo justifica diciendo: "esa es la única clase de triángulo cuya área puede derivarse del área del rectángulo".

A pesar del error que contiene la afirmación de este maestro, ya que todo triángulo constituye la mitad del área del rectángulo en que está inscrito, es el único que destaca la necesidad de que el alumno derive el área del triángulo a partir del área del rectángulo.

Como respuesta a la pregunta número cuatro, los maestros propusieron una serie de pasos para que los niños aprendieran a obtener áreas de rectángulos y triángulos rectángulos, así como los materiales que utilizarían.

Consideramos que dentro de los siguientes modelos están contenidas las propuestas de todos los maestros:

- Establecer bien el conocimiento de triángulos y rectángulos, trazarlos de diferentes maneras, aprender y comprender las fórmulas de cada figura, realizar problemas.

- Observar figuras, investigar la forma de sacar el área, aplicar el conocimiento.

- Cuadricular rectángulos, contar los cuadros, después partir los rectángulos en diagonal para ver que se obtienen dos triángulos rectángulos.

- Seccionar figuras para que el alumno razone sobre la superficie de las mismas.

- Hacer las figuras en papel y mediante dobleces los niños observen la diferencia en lados y ángulos y puedan obtener la fórmula.

- Plantearles un problema, buscar soluciones, hacer que sobrepongan cuadros pequeños sobre las figuras, crearles la necesidad de tener una fórmula e introducirlos en ella.

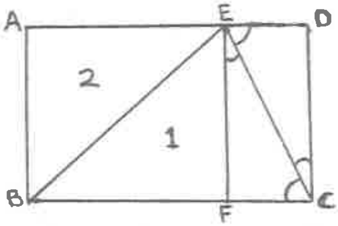
- Trazar figuras de diferentes maneras para que aprendan y comprendan las fórmulas de cada figura y después puedan resolver problemas de áreas.

Entre los materiales que utilizarían para la enseñanza de las áreas se mencionaron: papel lustre, cartulina, papel cuadriculado y el geoplano con ligas.

Las respuestas obtenidas se compararon con las de la pregunta uno, en la que el 64% de los maestros opinaba que el objetivo de la enseñanza de la geometría debía ser que el alumno pudiera utilizar los conocimientos en la práctica. Sin embargo ahora cuando describen el proceso de enseñanza de un contenido geométrico sólo el 19% menciona la aplicación práctica del conocimiento.

Por otra parte, el análisis de las actividades de juego que realizaron los alumnos de 4o. grado, nos mostró que los niños presentaron una gran dificultad para transformar figuras. No obstante, sólo un maestro propone seccionarlas, acción indispensable para que el niño comprenda que de todo rectángulo se pueden obtener dos triángulos congruentes que no necesariamente son triángulos rectángulos, y que con dos triángulos congruentes (de cualquier tipo) se puede construir un rectángulo.

Para demostrar la primera afirmación construiremos un triángulo que tenga como base cualquier lado del rectángulo A B C D. Por ejemplo, si escogemos el lado B C y situamos el vértice del triángulo en cualquier punto del lado A D, siendo E ese vértice, podremos trazar la altura del triángulo B C E por el vértice E que en este caso la constituiría el segmento E F. De lo que podemos concluir:



1) El lado D C tiene la misma medida que E F porque son perpendiculares entre paralelos.

2) El ángulo D E C es congruente con el ángulo F C E.

3) El ángulo E C D es congruente con el ángulo C E F.

A partir de estas conclusiones se puede afirmar que los triángulos E D C y C F E son congruentes.

La misma demostración se puede hacer con los triángulos A E B y F B E.

Observamos también en la pregunta cuatro que casi todas las metodologías propuestas pretenden llevar a los niños de la mano para obtener el conocimiento, sin cuestionar cuáles son las concepciones que los niños tienen acerca del área y cuáles son los conocimientos previos que poseen acerca de este concepto. Sólo encontramos un maestro que propone partir del problema para que los niños busquen soluciones. Por lo tanto considero que los pasos sugeridos se reducen a una demostración hecha por el maestro, del razonamiento para deducir las fórmulas para obtener áreas.

Las preguntas cinco, seis y siete están relacionadas entre sí. En la número cinco de les preguntó si creían necesario que el niño memorizara las fórmulas para obtener perímetros , y en la número seis si debían memorizar las fórmulas para obtener áreas y justificaran en cada caso su afirmación o negación.

Los resultados fueron los siguientes: 5 maestros (45%0) opinan que no es necesario memorizarlas, porque lo importante es el razonamiento; tres coinciden en que es necesario memorizarlas para poderlas aplicar,aunque es importante razonarlas y los otros 3 consideran que no es necesaria la memorización para el perímetro, pero sí para las áreas y lo justifican de la siguiente manera:

"Porque el área de una superficie es más intangible y por lo tanto más difícil de comprender; sin embargo juzgo conveniente no recurrir a la memoria hasta haber alcanzado la comprensión del tema".

"Tiene que razonar los pasos, pero posteriormente debe memorizar las fórmulas".

"Porque son diversas fórmulas".

En la pregunta número siete se les presentaron dos alternativas y se les requiere la justificación de la que elijan, acerca de lo que ellos hacen cuando sus alumnos van a resolver un problema para obtener el área de alguna superficie: les recomiendan a sus alumnos que primero anoten la fórmula correspondiente o lo dejan a su elección.

Las respuestas que encontramos fueron las siguientes:

Cinco maestros recomiendan anotar la fórmula y lo justificaron con respuestas como:"partiendo de ésta se resolverá el problema en forma más ordenada"; "habrá menos posibilidad de error y de inmediato se podrá ver si se está utilizando la fórmula adecuada"; "porque le pido al niño todos los pasos: fórmula, desarrollo, operación y resultado"; "Porque para despejar la fórmula primero deberán tener los : datos, fórmula, operaciones, resultado". De los 6 maestros que dejan a la elección del niño anotar primero la fórmula, 5 consideran que lo importante es que éste razone y uno opina que el niño debe decidir los pasos que estime adecuados.

La comparación de las preguntas 5, 6 y 7 nos muestra que de los 5 maestros que en la pregunta cinco consideraron que no era necesario memorizar las fórmulas, uno de ellos recomienda en la pregunta siete que el niño debe anotarlas al resolver problemas para "poder seguir los pasos: fórmula, desarrollo, operaciones, resultado".

Por lo tanto llegamos a la conclusión de que más del 50% de los maestros consideran necesaria la memorización de las fórmulas y que a pesar de sus comentarios sobre la importancia del razonamiento, no creen capaz al niño de utilizar los conocimientos a los que llega por la vía de la razón.

Esta conclusión se encuentra reforzada no sólo por los comentarios mencionados que encontramos en la pregunta siete, sino también por las opiniones de los maestros que exigen a sus alumnos al resolver problemas seguir el modelo "datos, fórmula, sustitución, operaciones y resultado", porque así se aseguran que el niño, "no va a olvidar ningún detalle".

En la pregunta ocho se les solicitaba su opinión acerca de si el niño es capaz de llegar por sí solo a discriminar el rectángulo y el cuadrado de otros cuadriláteros o si habría que enseñárselo. Diez maestros opinan que los niños pueden llegar por sí solos a discriminar el cuadrado y el rectángulo de otros cuadriláteros; sin embargo 7 de ellos consideran que habrá que darles materiales y variados ejercicios para que puedan lograrlo.

En la pregunta 9 se les requería que propusieran una secuencia metodológica y los materiales didácticos que utilizarían, en caso de pensar que habría que enseñarles a discriminar el cuadrado y el rectángulo de otros cuadriláteros.

Cinco maestros no propusieron ninguna secuencia didáctica; de los seis restantes, dos proponen darles el concepto de la figura geométrica: triángulo, cuadrado,etc., explicar sus características, hacer los trazos de las figuras. Otros tres sugieren presentarles las figuras a los niños o que ellos las elaboren en materiales vivos, pero ellos son los que le van señalando las características que el niño debe discriminar. Sólo un maestro menciona que mediante la manipulación de los materiales, " el niño saca por sí solo semejanzas y diferencias".

Las preguntas 10, 11, 12, 13 y 14 fueron elaboradas con el fin de investigar si estos maestros poseen ciertos conceptos geométricos o si son capaces de deducirlos, ya que las respuestas implican no sólo poder definir las características de las figuras mencionadas, sino de anticipar qué sucede cuando se aplica una transformación a éstas o se las presenta en una posición distinta a la manera en que estamos acostumbradas a verlas y trazarlas.

En la pregunta 10, que era de respuesta cerrada, se les pedía que dijeran si es posible o no transformar un cuadrado en rombo sin que se modifiquen las medidas de sus lados. Encontramos 6 maestros que respondieron afirmativamente, 4 en forma negativa y 1 no contestó. Entre los maestros que respondieron en forma afirmativa, hubo uno que agregó que era posible inclinándolo.

Se solicitó en la pregunta 11 que anotaran la característica o características que se conservan al transformar un cuadrado en rombo. Encontramos 9 maestros que expresaron sólo una característica; 1 maestro dos características y 1 que no contestó.

Las respuestas y sus frecuencias fueron las siguientes:

-Se conservan sus cuatro lados. (4 maestros)

-Se consevan sus cuatro lados iguales. (4 maestros).

-Se conservan los ángulos rectos. (1 maestro).

-Se conserva el área que contiene cada figura. (1 maestro).

-Sus cuatro lados siguen siendo paralelos. (1 maestro).

La primera respuesta se consideró independiente de la segunda precisamente porque los cuatro maestros que respondieron en forma negativa en la pregunta 10 a la posibilidad de transformar un cuadrado en rombo sin que se modifiquen las medidas de sus lados, fueron los que consideraron que la característica que se conserva en esta transformación es únicamente la de seguir teniendo cuatro lados. Encontramos en dos de estos cuestionarios las siguientes justificaciones: "únicamente que tiene 4 lados, porque se modifican tanto las medidas de sus lados como las de sus ángulos"; "son nada más sus 4 lados los que quedarán como características".

Entre estos maestros se halla también uno que señala como característica los cuatro lados paralelos, lo cual constituye un error de expresión, porque una figura cerrada no puede tener cuatro lados paralelos sino lados opuestos paralelos.

Ahora bien entre los 6 maestros que afirman que es posible la transformación sin que se modifiquen las medidas de los lados se encuentra uno que la considera posible si se inclina el cuadrado, por lo que menciona como característica que se conserva la de los cuatro ángulos rectos. Este maestro no comprende lo que es una transformación, la cual confunde con un cambio de posición en el espacio, es decir con una rotación.

Otro de estos 6 maestros también está confundiendo la transformación con la rotación de la figura ya que expresa que la característica que se conserva es el área que contiene la figura.

Observamos que, en general,los maestros no comprenden ni reflexionan acerca de lo que sucede en la transformación de un cuadrado en rombo, ni sobre las características que hacen del cuadrado una clase de rombo.

La pregunta 12 era de respuesta cerrada y en ella se requería que contestaran sí o no a la siguiente cuestión: ¿Un triángulo rectángulo puede ser también equilátero? Nueve maestros respondieron en forma negativa, uno no contestó y otro lo condicionó a la medida de sus lados.

Se interrogó al maestro que condiciona a la medida de los lados el que un triángulo rectángulo pueda ser equilátero para que nos explicara en qué consistía esa posibilidad. Su justificación fue la siguiente: "Si un triángulo tiene un ángulo recto y dos agudos es un triángulo rectángulo y si además sus tres lados son iguales es también equilátero"

Este tipo de justificaciones nos muestran de nuevo los errores conceptuales que manejan algunos maestros, los cuales son el producto de una enseñanza verbalista o intuitiva, cuyas consecuencias no han podido ser desterradas y contribuyen a que éstos empleen en su práctica docente métodos tradicionales desprovistos de toda actividad que lleve al niño a reflexionar y construir los conocimientos.

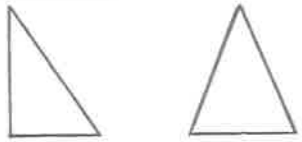
A la pregunta número trece, 7 maestros respondieron que un triángulo rectángulo **no** puede ser isósceles; ; 3 respondieron que **sí** y 1 no contestó.

Se interrogó a 5 de los maestros que negaron que un triángulo rectángulo pudiera ser también isósceles.

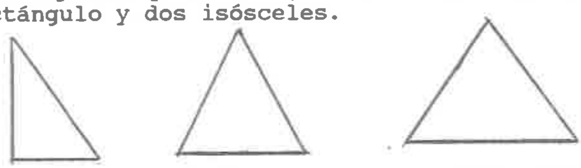
Para mayor claridad se transcriben las respuestas y los dibujos de tres de los maestros, ya que los otros dos contestaron en forma similar.

El primero respondió que "el triángulo rectángulo tiene un ángulo recto y dos agudos y el isósceles tres agudos".

El segundo maestro dibujó un triángulo rectángulo y un isósceles, en la posición que generalmente lo presentan los libros , con lo que pretendió demostrar que un triángulo rectángulo no puede ser isósceles.



El tercer maestro nos contestó: "el triángulo isósceles tiene dos lados iguales y el triángulo rectángulo no" y dibujó un triángulo rectángulo y dos isósceles.



Estas respuestas nos indican que los maestros niegan que un triángulo rectángulo pueda ser isósceles, porque sólo conciben este clase de triángulo en la clásica posición en la que lo presentan los libros (como una torre).

Por último en la pregunta número catorce, 8 maestros respondieron que un triángulo rectángulos **sí** puede ser también escaleno; dos maestros respondieron que **no** y un maestro no contestó.

El análisis de estas últimas tres preguntas arroja un 88% de respuestas correctas para la pregunta 12; sólo un 18% para la pregunta 13 y un 72% para la pregunta 14.

Estos resultados nos muestran los errores conceptuales de algunos maestros que apoyados en definiciones que transmiten a sus alumnos, pero que a veces no han sido correctamente interpretadas como en el caso de la palabra isósceles, no les permiten reflexionar, ni modificar los conceptos que creen poseer y en consecuencia conducen a la enseñanza de formas rígidas y estáticas que impiden que los niños elaboren correctamente los conceptos.

CONCLUSIONES

A pesar de que en las últimas tres décadas el Estado ha puesto en marcha diversas acciones como son las reformas a los planes y programas de estudio para mejorar la calidad de la educación, la práctica educativa pronto se ve asimilada de nuevo a concepciones tradicionales.

No obstante que los programas vigentes pretenden un enfoque constructivista en el aprendizaje de las matemáticas, ya que apelan a los postulados de la teoría psicogenética en la selección de los contenidos y en la metodología que sugieren, ésta no favorece la elaboración de conceptos por el propio niño.

La metodología sugerida propone la acción del niño; pero ésta es conducida desde fuera por el maestro o por el libro de texto, de manera que las relaciones que el niño establece entre los objetos no es el resultado de su actividad reflexiva sino del proceso deductivo indicado en el programa.

Los maestros de la muestra cumplen con los programas oficiales "llenando" los libros de texto, pero en su práctica utilizan métodos tradicionales donde predominan las demostraciones verbales y la utilización de recursos visuales.

Los maestros entrevistados frecuentemente transmiten conceptos equivocados o deficentes sobre los que no reflexionan y que son el fruto de un aprendizaje memorístico.

Las experiencias lógico matemáticas que facilitan la formación de operaciones, deben permitirle al alumno la propia interacción con los materiales que manipula.

Las situaciones didácticas deben ser situaciones problemáticas en las que el alumno pueda poner a prueba sus propias hipótesis así como favorecer las confrontaciones con sus compañeros.

Los conceptos geométricos acerca del triángulo y el rectángulo a los que los alumnos deben acceder en tercer grado, no fueron adquiridos por estos niños, ya que con los métodos de enseñanza empleados sólo se consigue que discriminen perceptualmente algunas formas, pero no tienen éxito cuando les es necesario tener en cuenta las propiedades de las figuras para identificarlas o descartarlas como tales.

En cuanto a las nociones de área y perímetro, los resultados obtenidos nos muestran que la confusión que causan en los niños estos conceptos es el producto de la forma en que se abordan en clase.

El laborar en diversos medios socioeconómicos no constituyó un hecho que marcará diferencias en las conceptualizaciones que tienen estos maestros sobre la enseñanza, ni en los conocimientos que poseen.

Por último quiero señalar que las modificaciones a los planes y programas no bastan para modificar la práctica docente, es necesario actualizar al maestro para que pueda llevar a su clase los avances que se han logrado en materia educativa, porque si se quiere lograr un cambio en el proceso enseñanza-aprendizaje es imprescindible que el docente vincule la teoría con la práctica.

BIBLIOGRAFIA

AEBLI, Hans. Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Tr. Federico F. Monjardín. Buenos Aires, Ed.Kapeluz, 1987 (c1958) 190 p.

ARTIGUE, Michelle." Modelización y reproducción en la enseñanza de las matemáticas" en: La Matemática en la Escuela II. Antología, México, UPN, 1985. 330 p.

BLOCK, David y Alcibiades Papacostas."Didáctica constructivista y matemáticas: una introducción". en Cero en Conducta. Núm. 4 México, 1986. 63 p.

BROUSSEAU, Guy." Proceso de matematización" en: La Matemática en la Escuela Elemental. Tr. Ricardo Monroy.V. 1, París, APMEP, 1970. 10p.

__________" Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas" en: Ponencia C.I.A.E.E.M. Bélgica,1976.21p.

__________" De un problema al estudio a priori de una situación didáctica" en: Escuela de educadores especializados. Olivet, 1982. 42p.

__________" Estudio local de los procesos de adquisición en situaciones escolares" en: Boletín del Irem de Bordeaux No. 18. Francia, 1977. 18p.

__________" Efectos y paradoja del contrato didáctico" en: La Matemática en la Escuela II. Antología, México, UPN, 1985. 330 p.

__________" El fracaso y el contrato" en: La politique de l'Ignorance, Recherches No. 41. París, 1980. 10p.

__________" El papel del maestro y la institucionalización" en Curso de didáctica de las matemáticas, Escuela de Verano. 1984. 9 p.

BRUN, Jean." Pedagogía de las matemáticas y psicología: Análisis de algunas relaciones" en: La Matemática en la Escuela II. Antología, México, UPN, 1985. 330 p.

CABALLERO Sofía y Berta Villaseñor. Mi Libro de Tercer Año Aritmética y Geometría. 11 ed., México, Comisión Nacional de Libros de Texto. 1969 (c 1960) p. 205.

CONAFE. DIE-CINVESTAV. Dialogar y descubrir manual del instructor comunitario. México, (c 1989) 218 p.

ERMEL DEL IREM." Los problemas en la escuela primaria" en: La Matemática en la Escuela II. Antología. México, UPN, 1985. 330 p.

FERREIRO, Emilia. Psicogénesis y Educación. DIE-CINVESTAV, 1985. 13 p.

HERNANDEZ, Julio S. y Aurelio López Orche. Mi Libro de Sexto Año Aritmética y Geometría. 11 ed., México Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos 1973 (c1960) 125 p.

PARRA, Blanca M." Dos concepciones de resolución de problemas matemáticos" en: Formación de profesores sobre áreas fundamentales de la educación básica. México, DIE- CINVESTAV, 1990. 122 p.

PIAGET, Jean. Psicología de la inteligencia. Tr. Juan Carlos Foix. Buenos Aires, Ed. Psique, 1987. 189 p.

__________ Psicología y Epistemología. 5 ed. Tr. Antonio M. Battro. Buenos Aires, Ed. Emecé, 1986 (c 1972) 143 p.

__________ Introducción a la epistemología genética. Tr. María Teresa Cevasco y Víctor Fischman. México, Ed. Paidós, 1987. 315 p.

__________ Psicología del niño. 10 ed., Tr. Luis Hernández A., México, Ed. Morata, 1981. 172 p.

__________ Psicología y Pedagogía. 8 ed., Tr. Francisco J. Fernández. México, Ed. Morata, 1981 (c 1969 1981) 208 p.

__________ Seis estudios de Psicología. 3 ed., Tr. Nuria Petit.México, Ed.,Seix Barral,1984 (1967 y 1981) 227p.

__________ "La teoría de Piaget" en: Optativa Jean Piaget. México, UPN, 1984. 439 p.

__________ "Desarrollo y aprendizaje" en: El niño aprendizaje y desarrollo. México, UPN, 1985. 253 p.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA. Plan de Estudios y Programas de Educación Primaria. Quinto Grado. México, 1973. 274 p.

__________ Plan y Programas de Estudio para la Educación Primaria. Quinto grado, México 1977. 278 p.

__________ Matemáticas Cuarto Grado. México, 1982, 255 p.

__________ Libro para el maestro, Quinto grado. 7 ed. México, 1982. 298 p.

__________ Libro para el maestro, Primer grado. México, 1980. 381 p.

__________ Libro para el maestro, Tercer grado. 6 ed. México, 1987 (c 1982) 250 p.

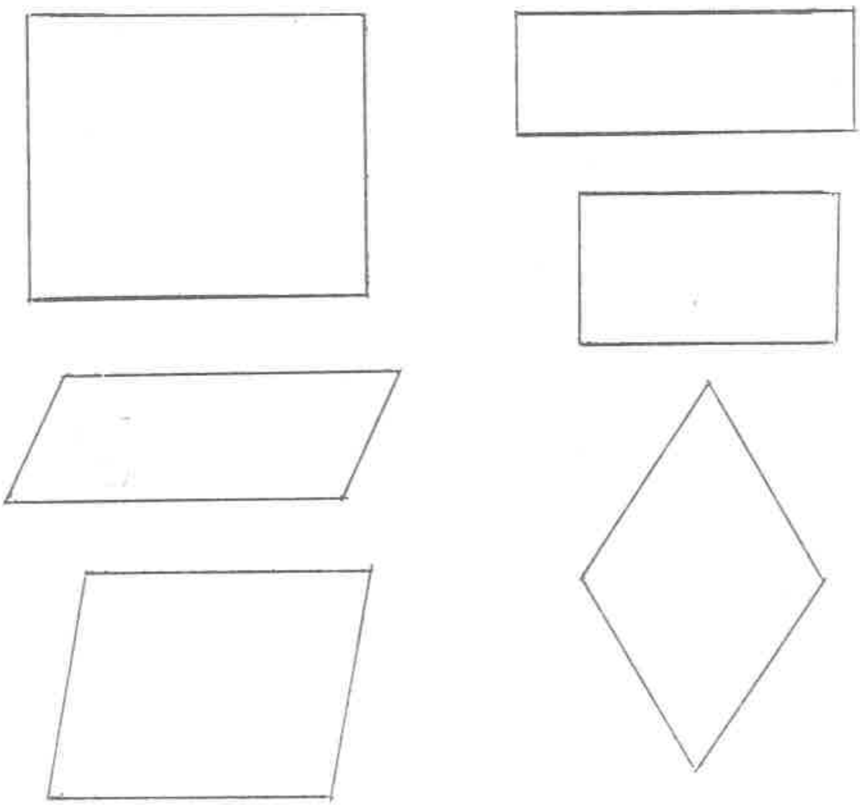
__________ Matemáticas, libro para el maestro tercer grado. México, 1979, (c 1972) 124 p.

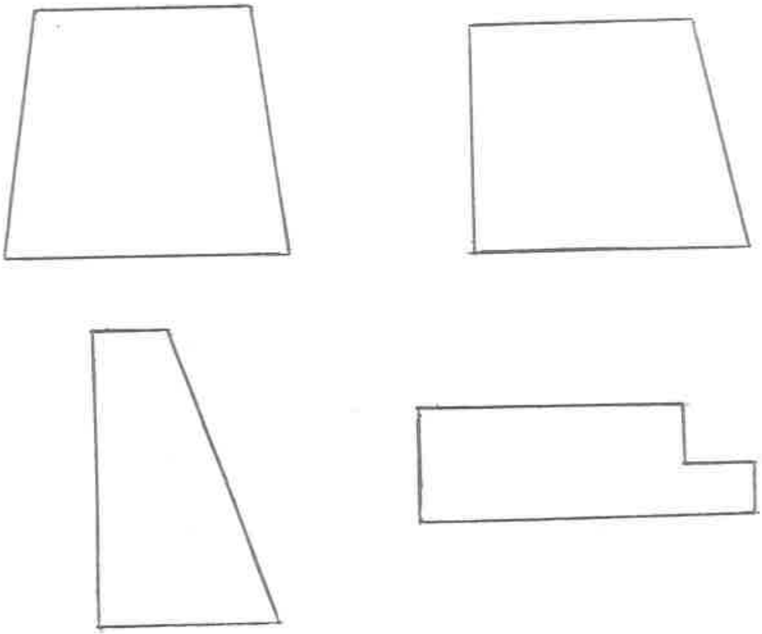
APENDICE A

FIGURAS CONTENIDAS EN EL SOBRE PARA REALIZAR LAS ACTIVIDADES DE JUEGO Y LA PRUEBA PEDAGOGICA

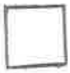
Para las actividades de juego:

Tres rectángulos, un rombo, dos romboides, un trapecio isósceles, dos trapecios rectángulos y una figura de seis lados.





Para la prueba pedágogica cuarenta cuadros de un centímetro cuadrado.



APENDICE B

ACTIVIDADES DE JUEGO Y PRUEBA PEDAGOGICA

Nombre del niño____

- Dibuja en este espacio los rectángulos que encontraste en el sobre; úsalas como plantillas.

I.- Ahora escribe cinco razones por las que crees que las figuras que dibujaste son rectángulos.

1.-

2.-

3.-

4.-

5.-

II.- Tú ya conoces los triángulos rectángulos porque en tercer año te los enseñaron, los trazaste muchas veces en tu cuaderno e hiciste muchos ejercicios con ellos en tu libro de Matemáticas.

De los triángulos que aquí ves tacha el tríangulo rectángulo.

-Por qué se llama triángulo rectángulo?

III.- Dibuja un cuadrado que tenga 16 cm2 de área. Puedes ayudarte con los cuadritos que están en el sobre y también con la regla y la escuadra.

IV.- Obtén el perímetro de ese cuadrado.

P=

V.- Ahora dibuja un rectángulo que tenga también 16 cm2 de área. Puedes utilizar nuevamente los cuadritos, la regla y la escuadra.

VI.- Obtén el perímetro de ese rectángulo.

P=

VII.- Resuelve el siguiente problema:

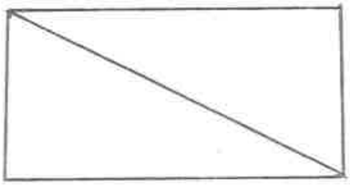
A Luis le regaló su papá unos pollitos, pero le dijo que tendría que construirles una cerca para que no se escaparan por lo que le dio 12 metros de tela de alambre y 4 postes de fierro para clavarlos en el suelo y sostener el alambrado.

Dibuja cómo habrías hecho tú el corral con esa tela y los cuatro postes. Escribe la medida en cada lado del corral.

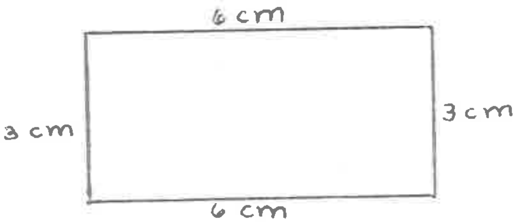
VIII.- La maestra de un jardín de niños dividió en dos partes iguales el salón de juegos de la escuela, por medio de una raya blanca, para que pudieran jugar de un lado las niñas y del otro los niños.

Observa bien el dibujo. Si el área de todo el salón es de 24 m2 -Cuál será el área de cada triángulo?

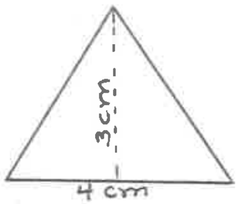
Puedes escribir la medida dentro de cada triángulo.



IX.- Cuánto mide el área del siguiente rectángulo?



X.- Cuánto mide el área del siguiente triángulo?



-Con el triángulo que te acabo de dar trata de formar un rectángulo. Puedes recortarlo como quieras, pero no deben sobrar piezas.. Si lo ecchas a perder pide otro. Cuando logres hacerlo ponles pegamento a las piezas y pégalo en el espacio que sigue.

APENDICE C

CUESTIONARIO A MAESTROS.

1.- Cuál es para tí el objetivo general de la enseñanza de la geometría?

2.- El programa de Matemáticas de tercer año desarrolla objetivos referentes a: numeración, algoritmos, fracciones, geometría, probabilidad y estadística.

Anótalos en orden de importancia, esto es, el más importante colócalo en primer lugar y así continía hasta el último, si prefieres asígnale un porcentaje a cada uno.

3.- El programa de geometria de tercer año incluye en sus objetivos, que los niños logren trazar rectángulos y triángulos rectángulos, midan sus perímetros y determinen el área de algunos de ellos.

Crees que el conocimiento de la obtención del área del triángulo debe circunscribirse en este grado únicamente a los triángulos rectángulos?

Sí____ No____

Por qué?

4.- El programa propone una metodología para que los niños aprendan a obtener áreas de rectángulos y de triángulos rectángulos. Qué pasos propondrías tú para enseñar ese conocimiento y qué materiales utilizarías?

5.- Consideras necesario que el niño memorice las fórmulas para obtener perímetros?
SI____ No____
Por qué?

6.- Consideras necesario que el niño memorice las fórmulas para obtemer áreas?
SÍ____ No____
Por qué?

7.- Cuando los niños van a resolver un problema para obtener el área de una superficie:

a) Le recomiendas que anote primeramente la fórmula.

b) Lo dejas a su elección.

Por qué?

8.- Crees que el niño puede llegar por sí solo a discriminar por sí solo a discriminar el rectángulo y el cuadrado de otros cuadriláteros o habrá que enseñárselo?

9.- En caso de que pienses que habrá que enseñárselo qué secuencia propondrías y qué materiales emplearías?

10.- Crees que es posible transformar un cuadrado en rombo sin que se modifiquen las medidas de sus lados?