

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD UPN-192

Diseño de estrategias didácticas para la enseñanza-aprendizaje  
del área de figuras regulares e irregulares en sexto grado.

P r e s e n t a :

OSCAR JAIME RODRIGUEZ TREVIÑO.

Propuesta para obtener el título de  
Licenciado en Educación Primaria.

Cd. Guadalupe, Nuevo León.

Verano del 91.

DICTAMEN DEL TRABAJO  
PARA TITULACIÓN.

GUADALUPE , N. L. , 29 de JULIO de 1991

C. PROFR.(A) OSCAR JAIME RODRIGUEZ TREVINO.  
P R E S E N T E :

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: DISEÑO DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL AREA DE FIGURAS REGULARES E IRREGULARES EN SEXTO GRADO.

GICA. , opción PROPUESTA PEDAGOGICA.  
a propuesta del asesor C. Profr.(a) MARTHA B. GONZALEZ ESTRADA , manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E

  
  
LIC. LAURA ELENA GONZALEZ FLORES,  
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION  
DE LA UNIDAD UPN. UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD SEAD 192  
CD. GUADALUPE, N. L.

## I N D I C E

PAG.

Introducción.....	1
CAPITULOS	
I.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
a).- Antecedentes.....	5
b).- Definición.....	13
c).- Justificación.....	13
d).- Objetivos.....	14
II.- MARCO TEORICO.	
1.- Desarrollo y aprendizaje.....	16
2.- Etapas del Desarrollo.....	29
2.1. Caracteres de los estadios.....	29
2.2. El período de la inteligencia sensorio-motriz....	32
2.3. El período de preparación y de organización de -- las operaciones concretas.....	34
2.3.1. El Sub'período de las representaciones preopera torias.....	34
2.3.2. El sub'período de las operaciones concretas....	36
2.4. El Período de las Operaciones formales.....	36
2.5. El Niño de Sexto grado.....	37
3. Análisis de los Programas de 5o. y 6o. Grado.....	40
4. El área.....	42
4.1. Comparación de regiones.....	42
4.2. Unidades de áreas.....	43
4.3. Una escala para estimar un área.....	44

4.4. Ideas básicas sobre el área.....	47
4.5. Conceptualización.....	48

III. ESTRATEGIAS METODOLOGICO-DIDACTICAS.

1) Formulación del problema.....	51
2) Fase exploratoria.....	52
3) Diseño de la investigación.....	53
4) Trabajo de campo.....	55
5) Trabajo de gabinete.....	56
6) Limitaciones.....	57

IV. PROPUESTA PEDAGOGICA.

"Diseño de estrategias didácticas para la enseñanza-aprendi- zaje del área de figuras regulares e irregulares en sexto grado." .....	59
Conclusiones.....	80
Citas bibliográficas.....	82
Bibliografía.....	83

## INTRODUCCION

Hoy se reconoce universalmente que los estudios geométricos son de importancia tal, que deben formar parte de todo el plan racional de enseñanza. No es ya la geometría ciencia que solo estudian los eruditos ni que se enseña sólo a los alumnos de inteligencia privilegiada o de excepcionales aspiraciones. Más, por lo mismo que debe enseñarse a mayor número de alumnos de toda condición, es preciso exponerla de conformidad con los últimos principios de la Pedagogía Moderna. Tal es el propósito, que nos ha llevado a tratar una parte de la geometría, la cual se refiere a la enseñanza-aprendizaje del área de las figuras en las escuelas primarias, haciéndolo con el rigor de la lógica y la sencillez que la claridad exige, y se ha tratado el tema de una forma especial que pone de manifiesto al alumno los diferentes pasos que ordenadamente se van dando, sea en la demostración de un principio general, sea en la resolución de un problema. Vista la relevante importancia del tema, se hace además, una fundamentación teórica e histórica del mismo con el fin de reunir los mayores elementos conceptuales y metodológicos para su aplicación en la enseñanza en los alumnos.

Adentrándonos en materia de Modernización Educativa, la misma ha planteado como necesidad prioritaria elevar la calidad de la educación básica y ha sido a través de la práctica continua, del involucramiento del magisterio del País, de las consultas efectuadas a Instituciones dedicadas a la investigación Educativa, a

la sociedad en general, donde se han vertido opiniones y propuestas de considerable relevancia. Es importante mencionar que esta serie de opiniones y propuestas son elementos indispensables en la formación de los nuevos planes de estudio.

De acuerdo a lo anterior, el papel de la Universidad Pedagógica Nacional tomando en cuenta el objetivo de elevar la calidad de la educación, adquiere un papel relevante y determinante dentro del organigrama educativo al formar cada vez, más y mejores maestros en el desempeño de su labor docente.

Es por ello, que en el presente trabajo, agradeciendo de antemano las asesorías impartidas por el personal docente de la Universidad Pedagógica Nacional, formulamos una propuesta que se titula: **Diseño de estrategias didácticas para la enseñanza-aprendizaje del área de figuras regulares e irregulares en sexto grado.**

Esto se hace partiendo de nuestra experiencia personal y de acuerdo a un problema educativo que, por lo general, se detecta en todas las escuelas primarias.

Dicha propuesta, está dividida en las siguientes partes:

- Planteamiento del problema. En este apartado hacemos una breve historia de los antecedentes del problema que se detectó. Estos antecedentes son desde el punto de vista histórico y del contexto escolar en que se ubica el problema planteado. Asimismo, hacemos una justificación acerca del porqué se abordó el estudio del problema señalado y qué se pretende lograr. Por último, los obje

tivos que se pretenden alcanzar al abordar dicha temática.

Marco Teórico: En este apartado se presentan lecturas referentes a la teoría psicogenética de Jean Piaget para tratar de conocer más ampliamente la forma en que el niño construye y desarrolla su pensamiento, un tema que se refiere al análisis del pensamiento del niño de 6o. grado así como de los programas del último ciclo escolar, una lectura que trata acerca del tema de las áreas, esto, para conocer de una manera más amplia los conceptos básicos que se refieren al **"área de figuras regulares e irregulares."**

-Estrategias Metodológicas Didácticas. En este punto, hacemos un relato de cómo llevamos a cabo el proceso de la investigación para llegar al trabajo final.

- Propuesta Pedagógica: Surge en base al marco teórico, se proponen algunas actividades didácticas que tratan de dar una solución al problema planteado.

Por último, tenemos las conclusiones a que llegamos en base a la investigación emprendida; las citas bibliográficas y referencias bibliográficas a las cuales acudimos para documentarnos para llevar a feliz término la actividad emprendida.

Para terminar el presente apartado, se abriga la esperanza de que esta Propuesta didáctica, sirva de base y de apoyo para los posibles lectores maestros integrantes de nuestro sistema educativo para adaptarla a su realidad escolar.

C A P I T U L O     I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

a) Antecedentes.

El tema de las áreas es de interés general para los docentes, especialmente para los del nivel de educación primaria, y -- sobre todo, para los que tienen a su cargo el 5o. y 6o. grado respectivamente.

Cuando el alumno llega a este aspecto de la geometría es necesario dominar ampliamente todo lo relacionado con las operaciones fundamentales, esto para poder tener la posibilidad del -- acceso al conocimiento y dominio del área de las figuras tanto -- regulares como irregulares.

Al presentarse este problema, es conveniente presentar -- una reseña histórica del desarrollo de la geometría desde sus -- inicios hasta la actualidad; así como también algunos antecedentes desde el punto de vista del contexto escolar en cuanto al -- aprendizaje de las áreas.

En tiempos muy remotos, toda la ciencia geométrica se reducía a las reglas que sirven para mediciones y cálculos de áreas y volúmenes sencillos, reglas que hoy se enseñan como parte o -- aplicación de la aritmética. Se sabía determinar el área de un -- rectángulo, y los documentos matemáticos más antiguos contienen -- discertaciones sobre los triángulos y sobre los volúmenes de los sólidos. Lo referente a la geometría proviene de Babilonia y -- Egipto. Los de Babilonia escribieron como 2,000 años antes de la era cristiana en pequeñas tablas o planchas de arcilla, - - - --

algunas como del tamaño de la mano, cocidas luego al sol. Indican que sus autores tenían algunos conocimientos de agrimensura, y -- que probablemente habían llegado hasta determinar el área del --- trapecio. Los sucesores inmediatos, así como los hebreros, empleaban 3 por valor de  $\pi$  en las medidas relativas al círculo.

El primer documento que da idea clara del estado de las - matemáticas en el antiguo Egipto es una copia hecha en papiro por Ahmés, que probablemente apareció por los años 1,700 antes de - - nuestra era. El original que copió, escrito como en el año 2,300, no se conoce; la copia se conserva en el museo Británico. Este -- manuscrito, que está casi todo consagrado a las fracciones y a -- una especie de álgebra tosca y primitiva, contiene algo relativo\_ a la medida de las áreas. "Da las reglas curiosas pero erróneas\_ de que el área de un triángulo isósceles es igual a la mitad del\_ producto de la base por uno de los lados iguales y que el área de un trapecio isósceles de bases  $b$  y  $b'$  y lados no paralelos  $a$  es -  $1/2 a (b+b')$ ". (1) Obsérvese no obstante en esta obra un progreso notable en cuanto al área del círculo, de la cual se dice que es\_ igual al cuadrado del radio multiplicado por  $\frac{(16)^2}{9}$ , lo que da --- para  $\pi$  el valor 3,1605. Pero mucho antes de Ahmés los egipcios - tenían conocimientos importantes de geometría práctica, como lo - indican la construcción de las pirámides y de muchos templos y -- canales.

Del Egipto, y quizá también de Babilonia, la geometría -- pasó a las costas del Asia menor y a Grecia. El estudio científico de ella principia con Tales, uno de los siete sabios que nació

en Mileto como en el año 640 y murió en el 548 antes de la era cristiana. Fue mercader en su juventud, y acumuló riqueza suficiente para consagrar al estudio los años de su edad madura. Visitó el Egipto, y según se dice, aprendió los elementos de geometría que allí se conocían. Fundó en Mileto una escuela de matemáticas y filosofía, llamada escuela jónica. El estado rudimentario en que se hallaba entonces la geometría puede inferirse del hecho de que la tradición atribuye a Tales como descubrimientos notables los cuatro teoremas siguientes:

- 1) Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.
- 2) Dos triángulos son iguales si tienen iguales respectivamente un lado y los ángulos adyacentes a ese lado.
- 3) En todo triángulo isósceles los ángulos opuestos a los lados iguales son iguales.
- 4) Todo ángulo inscrito en un semicírculo es un ángulo recto.

El discípulo más célebre de Tales, así como uno de los hombres más famosos de la antigüedad, fue Pitágoras. Dícese que fue el primero en demostrar que el cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos. El teorema ya era conocido, al menos para casos especiales, mas parece que no se había demostrado.

También es probable que él o a sus discípulos se deba la construcción del pentágono regular y la de los cinco poliedros regulares. "La construcción del pentágono regular exige la divi-

si3n de una recta en medio y extremo, problema que se atribuye -- generalmente a los pitag3ricos, si bien desempeñ3 papel importante en la escuela de Plat3n."(2)

Muchos teoremas y resoluciones se descubrieron en los dos siglos siguientes. En3pides de Chio( como 465 A. de C) demostr3 los procedimientos para bajar una perpendicular a una recta y construir un 3ngulo igual a un 3ngulo dado. Pocos a3os despu3s, -- como en 440, Hipocr3tes de Chio escribi3 el primer texto griego de matem3ticas.

Por los a3os de 430, Antiforo y Bris3n, dos maestros griegos hicieron investigaciones sobre la medida del c3rculo. El primero trat3 de hallar el 3rea doblando sucesivamente el n3mero de lados de un pol3gono regular inscrito, y el segundo aplicando el mismo procedimiento a los pol3gonos inscrito y circunscrito. --- Iban, por decirlo as3, agotando la diferencia entre el c3rculo y el pol3gono, y por eso se di3 a tal m3todo el nombre de m3todo de exhausti3n o de agotamiento.

Durante este per3odo (429-348 A. de C.) floreci3 en Atenas la escuela de Plat3n, a la cual se deben los primeros esfuerzos matem3ticos para establecer las definiciones, axiomas y postulados precisos, y para separar la geometr3a elemental de la superior. La elemental se restringi3 a las cuestiones que pueden -- resolver por medio del comp3s y la regla, quedando as3 excluidos de ella el problema de construir un cuadrado equivalente a un c3rculo dado (la cuadratura del c3rculo), de la trisecci3n del

ángulo y el de construir un cubo de volumen doble del de un cubo dado (la duplicación del cubo), que son los tres problemas más famosos de la antigüedad.

El primer gran texto de geometría, y el más famoso de los que se conocen, fue escrito por Euclides, profesor de matemáticas en la Universidad de Alejandría, cerca de 300 años antes de la era cristiana. Euclides enseña poco de geometría del espacio, pues poco de ella se sabía en su tiempo.

Es Arquímedes (287-212 A. de C.), célebre matemático Siracuso, en Sicilia, a quien se deben algunos teoremas más importantes de la geometría del espacio, sobre todo los referentes a la esfera y el cilindro. Demostró que se halla entre  $3 \frac{1}{7}$  y  $3 \frac{10}{71}$ .

Después de esta época, los griegos no hicieron grandes progresos en la geometría elemental, aunque Apolonio de Perga, que enseñó en Alejandría entre los años 250 y 200, escribió mucho sobre las secciones cónicas, y "Herón de Alejandría, cerca del principio de nuestra era, demostró que el área de un triángulo de lados  $a, b, c$  y perímetro  $2p$  es igual a  $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ "<sup>(3)</sup>

Poco debe la geometría al Oriente, aunque el álgebra le debe mucho. El primer escritor matemático de la India fue Aryabhata, nacido en 476 de nuestra era, quien halló para  $\pi$  el valor de 3.1416.

"Los signos matemáticos son comparativamente modernos: Los (+) y (-) aparecen por primera vez en una obra alemana

de 1489; el (=), es una inglesa de 1557; los (>) y (<) se deben a Harriot (1560-1621) y el (x) a Oughtred (1574-1660)." (4)

A Nivel de contexto escolar, se ha comprobado estadísticamente la dificultad de los alumnos para la comprensión de este tema (áreas de las figuras).

Se aplicó un examen a un grupo de sexto año del ciclo -- escolar 1990-1991 en la escuela primaria federal "Salvador de -- Apodaca y Loreto", T.V. C.C.T. 19DPR1224J, ubicada en privada -- Río Orinoco No. 308, Fomerrey 54, Unidad Pueblo Nuevo, Municipi-- pio de Apodaca, Nuevo León.

De acuerdo a dicho examen se obtuvieron los siguientes --  
datos del grupo.

No.	N o m b r e	triángulo	Rectán gulo	Pentá gono	Trape cio	Prom.
1.	Cabello Quevedo Erika.	0	0	0	25	25
2.	Cantú Torres Armando.	0	0	0	0	0
3.	Cárdenas Tovanche Andrés.	0	0	0	0	0
4.	Castilleja Sánchez Juan.	25	0	0	25	50
5.	Cervantes Mascorro Estela.	25	25	0	25	75
6.	Coronado Gzz. Juan.	0	0	0	0	0
7.	Dávila Hedz. Tomás.	0	0	25	0	25
8.	Del Río Torres Ana.	0	25	25	0	50
9.	Ferryzco Ibarra María.	0	0	0	0	0
10.	García García Milton.	25	25	25	25	100
11.	Hedz. Correa Juan.	25	25	0	0	50
12.	Ibarra Gtz. Luis.	0	25	25	0	50
13.	Jiménez Santiago Daniel.	0	0	0	0	0
14.	Lara Gzz. Francisca.	0	0	0	0	0
15.	Martínez Martínez Maricela.	0	25	0	0	25
16.	Medina Ocón Mirian.	0	0	0	0	0
17.	Medina Sepúlveda María	25	25	25	25	100
18.	Montoya Rangel Angélica.	0	0	25	0	25
19.	Montoya Rangel Armando.	0	25	25	0	50
20.	Pérez Castro Karina.	0	0	0	0	0
21.	Puente Galván Armando.	0	0	0	0	0
22.	Ramírez Rodríguez Jesús.	0	0	0	0	0

23. Ramírez Rdz. Rosario.	0	25	0	0	25
24. Sánchez Cantor Patricia.	0	0	0	0	0
25. Sánchez Mtz. Yéssica.	0	25	25	0	50
26. Sánchez Mercado Víctor.	0	0	0	0	0
27. Solís Soria Francisca.	0	0	0	0	0
28. Torres Betancourt Gloria.	0	0	0	0	0
29. Zaragoza Conde Yolanda.	25	0	0	25	50
30. Zúñiga Reynoso Gpe.	25	25	0	25	75
SUMAS	175	275	200	175	825
PROMEDIO.	5.8	9.1	6.7	5.8	

PROMEDIO GENERAL 6.85 (ESCALA 0 - 100)

Como se puede observar en el anterior cuadro de resultados, es preocupante obtener tan bajo nivel en lo que respecta a las áreas de figuras; a continuación tenemos un cuadro en el cual se encuentran registrados los siguientes datos en base a los primeros:

RUBROS	TRIANGULO	RECTANGULO	PENTAGONO	TRAPECIO
PORCENTAJE DEL GRUPO QUE APROBO	23%	37%	27%	23%
PORCENTAJE DEL GRUPO QUE REPROBO	77%	63%	73%	77%
TOTALES.	100%	100%	100%	100%

b) Definición:

"Diseño de estrategias didácticas para la enseñanza aprendizaje de las áreas de figuras regulares e irregulares en sexto grado."

c). Justificación.

Como se señaló en líneas anteriores, para detectar este problema se tomó en cuenta los resultados de un examen que se aplicó al grupo; es preocupante observar tan bajos promedios en un área tan importante como lo es las matemáticas.

Por lo tanto, es importante llevar a cabo la presente investigación para tratar de conocer mejor a los alumnos que se tienen en los grupos de aprendizaje (problemas, habilidades, dificultades, destrezas, etc.) Esto con la finalidad de adecuar el programa de estudio a las características de los alumnos; o bien para tratar de elaborar un manual para la enseñanza de este aspecto de las matemáticas (área de figuras tanto regulares como irregulares).

Este estudio es importante puesto que se alcanzarán resultados favorables así como beneficios, a corto y largo plazo para los docentes y alumnos; a los docentes les permitirá mayores conocimientos para la elaboración de estrategias didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje, y sobre todo, en lo que se refiere a las matemáticas; a los alumnos les permitirá adquirir los conocimientos necesarios (pensamiento crítico, reflexivo, lógico, etc)

como estructuras previas e indispensables para poder tener - - -  
acceso a esferas más elevadas del conocimiento matemático, así -  
como el científico, aspectos importantes que le permitirán el --  
desarrollo armónico e integral de su personalidad; lo cual lo po  
sibilitará para participar activamente como agente dentro de la\_  
sociedad para su transformación en beneficio del propio país, al  
evitar o contribuir en menor escala al rezago educativo.

d). Objetivos.

1.- Conocer mejor las características del pensamiento del --  
alumno de sexto grado.

2.- Elaborar estrategias didácticas para favorecer la ense--  
ñanza-aprendizaje del área de figuras regulares e irregulares.

C A P I T U L O    I I

MARCO TEORICO.

## 1.- DESARROLLO Y APRENDIZAJE.

Durante la conferencia de Cornell en 1964 sobre desarrollo Jean Piaget dió varias pláticas. El presente documento es una de ellas , en las que se trató sobre el desarrollo y aprendizaje. Términos como operación, equilibración, reversibilidad, asimilación y acomodación requiere que se piense con cuidado y se hablará de ellos en el presente trabajo.

Piaget parte de la aclaración de dos problemas: el problema del desarrollo en general, y el problema del aprendizaje.- Piaget señala que éstos problemas son muy diferentes, aunque - - algunas personas no hacen esta distinción.

"El desarrollo del conocimiento es un proceso espontáneo vinculado a todo el proceso de embriogénesis. La embriogénesis - se refiere al desarrollo del cuerpo, pero concierne de igual manera, al desarrollo del sistema nervioso y de las funciones mentales."(5)

En el caso del desarrollo del conocimiento de los niños, la embriogénesis termina sólo hasta la edad adulta. Es un proceso de desarrollo total que debemos relocalizar en el contexto general biológico y psicológico. En otras palabras, el desarrollo es un proceso que se relaciona con la totalidad de las estructuras del conocimiento.

El aprendizaje presenta el caso opuesto. En general, el aprendizaje es provocado por situaciones: Por un experimentador biológico o por un maestro, de acuerdo a determinada estrategia.

didáctica. Además, es un proceso limitado a un solo problema, o a una sola estructura.

De esta manera, Piaget piensa que el desarrollo explica el aprendizaje y esta opinión es contraria a la muy difundida y sustentada que dice que el desarrollo es una suma de experiencias de aprendizaje descritas. Para algunos psicólogos, el desarrollo se reduce a una serie de items aprendidos específicos, y el desarrollo es, por lo tanto, la suma, la acumulación de esta serie de items específicos. De acuerdo a la opinión de Jean Piaget, el desarrollo es un proceso esencial, en el que cada elemento del proceso de aprendizaje se da como una función del desarrollo total, más que como un elemento que explica el desarrollo.

Para entender el desarrollo del conocimiento, se debe -- comenzar con una idea central: La idea de una operación. El conocimiento no es una copia de la realidad. Conocer un objeto, conocer un evento, no es simplemente verlo y hacer una copia mental de él. Conocer un objeto es actuar sobre él. Conocer es modificar, transformar el objeto y entender el modo como el objeto -- está construido. Así una operación es una esencia del conocimiento, es una acción interiorizada que modifica el objeto de conocimiento. Por ejemplo, una operación consiste en reunir objetos en una clase para construir una clasificación. O una operación consistiría en contar o medir. En otras palabras, "Es un conjunto -- de acciones que modifican al objeto y capacitan al sujeto que -- conoce para llegar a las estructuras de la transformación." (6)

Una operación es una acción interiorizada. Además es una acción reversible; esto es, puede tener lugar en ambas direcciones, por ejemplo, sumando o restando, uniendo o separando. Así se trata de un tipo particular de acción que da lugar a estructuras lógicas.

Por encima de todo, una operación nunca se encuentra aislada. Está siempre vinculada a otras operaciones, y, como resultado, es siempre una parte de la estructura total. Por ejemplo, una clase lógica no existe aislada; lo que existe es la estructura total de la clasificación.

"La seriación es la estructura operacional básica natural". Un número no existe aislado y lo que existe aislado es la serie de números que constituyen la base del conocimiento, la realidad psicológica, en términos de la cual se debe entender el desarrollo del conocimiento y el problema central del desarrollo es entender la formación, elaboración, organización y funcionamiento de estas estructuras.

Piaget distingue cuatro etapas principales en el desarrollo de estas estructuras:

La primera es sensorio-motriz, una etapa preverbal que tiene lugar aproximadamente durante los primeros dieciocho meses de vida. En esta etapa, se desarrolla el conocimiento práctico que constituye la subestructura del conocimiento representacional posterior. Un ejemplo es la construcción del esquema del objeto permanente, para un niño, durante los primeros meses, un

objeto no tiene permanencia. Cuando desaparece de su campo perceptual, no existe más. No hace ningún intento para encontrarlo de nuevo. Posteriormente el niño tratará de encontrarlo, y lo encontrará localizándolo espacialmente. Consecuentemente, junto con la construcción del objeto permanente, se da la construcción del espacio práctico sensorio-motriz. Existe también de manera similar, la construcción de la sucesión temporal y de la causalidad sensorio-motriz elemental. En otras palabras, existe una serie de estructuras que son indispensables para las posteriores estructuras del pensamiento representacional.

En una segunda etapa, tenemos la representación preoperacional: Los principios del lenguaje, de la función simbólica, y -por tanto, del pensamiento o de la representación. Pero al nivel del pensamiento representacional, debe existir ahora una reconstrucción de todo aquello que se desarrolló en el nivel sensorio-motor. Esto es, las acciones sensorio-motrices no se traducen en operaciones. De hecho, durante todo este período de representaciones preoperacionales, no existen todavía operaciones en los términos como las que se definieron en las primeras líneas del presente trabajo. Específicamente, no existe todavía la conservación, que es el criterio psicológico que indica la presencia de operaciones reversibles. Por ejemplo, si vertimos líquido de un vaso a otro de diferente forma, el niño preoperacional pensará que hay más en uno de los vasos que en el otro. En ausencia de la reversibilidad operacional, no existe conservación de cantidad.

"En una tercera etapa, aparecen las primeras operaciones pero Piaget las llama Operaciones concretas porque operan sobre objetos, y aún no sobre hipótesis expresadas verbalmente." (8)

Por ejemplo, existen las operaciones de clasificación, ordenamiento, la construcción de la idea de número, operaciones espaciales y temporales, y todas las operaciones fundamentales de la lógica elemental de clases y relaciones, de las matemáticas elementales de la geometría elemental y hasta la física elemental.

Finalmente, en la cuarta etapa, estas operaciones son -- sobrepasadas conforme el niño va alcanzando el nivel que Piaget llama formal o de operaciones hipotético-deductivas; esto es, él puede ahora razonar de acuerdo a hipótesis, y no solo a objetos. -- El construye nuevas operaciones de lógica proposicional, y no -- simplemente operaciones de clases, relaciones y números. El obtiene nuevas estructuras que son, por un lado, combinatorias, y por otro lado estructuras grupales más complicadas. Al nivel de operaciones concretas, las operaciones se aplican dentro del ambiente inmediato; por ejemplo, clasificación por inclusiones sucesivas.

Piaget realiza la siguiente interrogante: ¿ A qué factores podemos acudir para explicar el paso del desarrollo de un -- grupo de estructuras a otro? y él mismo da la respuesta señalando que existen cuatro factores principales: el primero de todos, la maduración, en el sentido de que éste desarrollo es una continuación de la embriogénesis, segundo, el papel que juega la experiencia de los efectos del medio ambiente físico sobre las es---

estructuras de la inteligencia; tercero, la transmisión social en el sentido amplio (transmisión lingüística, educación etc.) y cuarto, un factor que demasiado frecuentemente ha sido dejado de lado, y que se refiere al factor de equilibración o de autorregulación.

A continuación se hará un análisis somero de cada uno de los anteriores niveles:

Primer factor: MADURACION. Se podría pensar, siguiendo las hipótesis de Gesell, que éstas etapas son simplemente un reflejo de maduración del sistema nervioso. La maduración juega ciertamente un rol indispensable y no debe ser ignorada.

Toma parte en cada transformación que se da durante el desarrollo del niño. A pesar de esto, este primer factor es insuficiente por sí solo.

En primer lugar, prácticamente nada sabemos sobre la maduración del sistema nervioso más allá de los primeros meses de existencia del niño. Sabemos algo sobre la maduración durante los primeros dos años, pero sabemos muy poco pasado éste tiempo. Pero por encima de todo, la maduración no explica todo, porque las edades promedio en las que éstas etapas aparecen (las edades cronológicas promedio) varían gradualmente de una sociedad a otra. El ordenamiento de éstas etapas es constante y ha sido encontrado en todas las sociedades estudiadas; y así en algunos países se presentan más avanzadas, y en otros, más atrasados.

Segundo factor: La EXPERIENCIA. La experiencia de obje--

tos, de la realidad física, es un factor básico en el desarrollo de las estructuras cognoscitivas. Pero, una vez más, este factor no lo explica todo. Se pueden dar dos razones para explicar esto. La primera razón, es que algunos de los conceptos que aparecen al comienzo de la etapa de operaciones concretas son tales, que no se puede observar que son derivadas de la experiencia. Ejemplo: - tomemos la conservación de la substancia en el caso del cambio de forma de una pelota de plastilina. Damos esta pelota de plastilina a un niño que cambia su forma de pelota a la forma de una salchicha y se le pregunta si hay la misma cantidad de materia, esto es, la misma cantidad de substancia que había antes. También le preguntamos si tiene ahora el mismo peso, y en segundo lugar, si tiene ahora el mismo volumen. El volumen es medido por el desplazamiento de agua cuando colocamos la pelota o salchicha en un vaso con agua. Estos hallazgos que han sido los mismos cada vez que se ha realizado este experimento, nos muestran que antes que nada se da la conservación de la cantidad de la substancia aproximadamente a los ocho años, un niño dirá: "Hay la misma cantidad de plastilina." Solo posteriormente el niño afirma que el peso se conserva y aún más tarde, que el volumen se conserva. "A través de la percepción puede llegarse al peso de la pelota o al volumen de la pelota, pero la percepción no puede darnos una idea de la cantidad de la substancia."<sup>(9)</sup> El niño puede pesar la pelota y esto podrá llevarlo a la conservación del peso. El niño puede sumergir la pelota en agua y eso podría llevarlo a la conservación de volumen. Pero la noción de substancia se obtiene antes que la

de peso o de volumen. Esta conservación de la substancia es simplemente una necesidad lógica, el niño entiende ahora que cuando ocurre una transformación, algo debe conservarse, puesto que al invertir la transformación, uno puede regresar al punto de partida y tener de nuevo la pelota. El niño sabe que algo se conserva, pero no sabe qué, no es todavía el peso, es todavía el volumen, es simplemente una forma lógica; una necesidad lógica. En lo anterior, Piaget piensa que existe un ejemplo de un progreso del conocimiento, una necesidad lógica de que algo se conserve aunque ninguna experiencia puede llevarlo ahora a esta noción.

La segunda objeción que señala Piaget, se refiere a la insuficiencia de la experiencia como factor explicatorio es decir que esta noción de experiencia es muy equívoca. Existen de hecho dos clases de experiencia que son, psicológicamente muy diferentes, y esta diferencia es muy importante desde el punto de vista pedagógico; primero que nada, señala Piaget, existe lo que se llama experiencia física, y, en segundo lugar, lo que se llama experiencia lógico-matemática.

La experiencia física consiste en actuar sobre objetos y en derivar algún conocimiento respecto a los objetos por medio de la abstracción de los mismos. Por ejemplo, para descubrir que una pipa es más pesada que un reloj, el niño pasará ambas y encontrará la diferencia en los objetos mismos.

Pero existe un segundo tipo de experiencia, a la que se le llama lógico-matemática, en la que el conocimiento no se deriva de los objetos sino de las acciones que se efectúan sobre los

objetos, esto no es lo mismo, cuando uno actúa sobre los objetos, los objetos se encuentran en verdad ahí, pero también existe el conjunto de acciones que los modifican.

A continuación se ejemplifica este tipo de experiencia; Piaget señala que es un ejemplo agradable ya que lo verificó --- muchas veces en niños pequeños de menos de siete años de edad, pero es también un ejemplo que uno de sus amigos matemáticos le relató sobre su propia niñez, y a partir de esta experiencia él fija el comienzo de su carrera de matemático: Cuando tenía cuatro o cinco años de edad, estaba sentado en el suelo de su jar-  
dín contando piedras. Para contar éstas piedras, las colocó en fila y las contó una, dos, tres hasta diez, esto le pareció mar-  
avilloso, que fueran diez en una dirección y diez en la otra - -- dirección. Así que las colocó en un círculo y las contó de esta manera, y encontró que eran diez otra vez. Entonces las contó en la otra dirección y encontró diez una vez más. Así que las colo-  
có de otra manera y siguió contándolas y siguió encontrando diez. Allí estaba el descubrimiento que había hecho.

¿ Ahora qué fue en verdad lo que él descubrió ? No des--  
cubrió una propiedad de las piedras, descubrió una propiedad de la  
acción de ordenar. Las piedras no tenían orden. Fue su acción la  
que introdujo un orden lineal o un orden cíclico, o cualquier tipo  
de orden. El niño descubrió que la suma era independiente -  
del orden. El orden fue la acción que él introdujo entre las --  
piedras. Se aplica el mismo principio a la suma. Las piedras no ti-  
enen suma, están simplemente apiladas para hacer una suma, fue necesaria la operación de colocar juntos y contar. El niño encon-

trō que la suma era independiente del orden, en otras palabras -- que la acción de colocar juntos es independiente de la acción de ordenar. "El niño descubriō una propiedad de las acciones' y no -- una propiedad de las piedras." (10)

No es la propiedad física de las piedras las que descubre la experiencia. Se trata de las propiedades de las acciones que se llevan a cabo sobre las piedras, y esta es una forma muy distinta de experiencia. Es el punto de partida de la deducción matemática. La deducción subsecuente consistirá en interiorizar estas acciones y luego combinarlas sin necesidad de las piedras. El matemático no necesita ya de las piedras, él puede combinar sus -- operaciones simplemente con símbolos, y el punto de partida de -- sus deducciones matemáticas es la experiencia lógico-matemática, y no es, de ninguna manera, experiencia en el sentido que la utilizan los empíricos. "Es el comienzo de la coordinación de acciones, pero esta coordinación de acciones antes de la etapa de las operaciones necesita ser apoyada por material concreto. Posteriormente, esta coordinación de acciones lleva a las estructuras lógico-matemáticas." (11)

La fuente de la lógica es la coordinación total de acciones, acciones que colocan cosas juntas, o que ordenan cosas, etc: Esto es en lo que la experiencia lógico-matemática consiste. Trata de una coordinación total de las acciones del sujeto, y no de una experiencia de los objetos mismos, Es una experiencia necesaria antes de que puedan existir operaciones. Una vez que las operaciones han sido obtenidas, esta experiencia no es ya necesaria

y las coordinaciones de acciones pueden darse por si mismas bajo la forma de deducción y construcción de estructuras abstractas.

El tercer factor, es la transmisión social, transmisión lingüística o transmisión educativa. Este factor, una vez más, es fundamental. Este factor es insuficiente porque el niño puede recibir información valiosa vía lenguaje o vía educación dirigido por un adulto solo si se encuentra en la etapa en la cual puede comprender esa información. Esto es, al recibir la información - debe poseer la estructura que lo capacita para asimilar esta información. Esta es la razón por la cual no se puede enseñar matemáticas superiores a un niño de cinco años de edad. El niño no posee todavía las estructuras que lo capacitan para entender.

Cuarto factor: El de equilibración. Puesto que ya existen tres factores éstos deben equilibrarse de alguna manera - entre ellos mismos. Esta es una de las razones para introducir el factor de equilibración. Otra razón, es que en el acto del conocimiento, el sujeto es activo, y consecuentemente, cuando se enfrenta con una molestia externa, reacciona con objeto de compensar y, consecuentemente, tendrá el equilibrio. Equilibrio, definido como una compensación, lleva a la reversibilidad. La reversibilidad operacional es un modelo de un sistema equilibrado donde una transformación en una dirección es compensada por una transformación en la otra dirección. Equilibración, como Piaget lo entiende, es entonces, un proceso activo....es un proceso de autoregulación (factor fundamental en el desarrollo).

"Este proceso de equilibración toma la forma de una sucesión de niveles de equilibrio, de niveles que tienen una cierta probabilidad que se le llamará una probabilidad secuencial, esto es, las probabilidades no están establecidas a prioridad"<sup>(12)</sup> -- Existe una secuencia de niveles. No es posible alcanzar el segundo nivel de equilibrio a menos que el equilibrio haya sido alcanzado en el primer nivel, y el equilibrio en el tercer nivel sólo es posible cuando el equilibrio ha sido alcanzado en el segundo nivel, y así en adelante. Esto es, cada nivel es determinado como el más probable cuando el nivel precedente ha sido alcanzado. No es el más probable al principio, pero es el más probable una vez que el nivel precedente ha sido alcanzado.

Como ejemplo, se tomará el desarrollo de la idea de conservación en la transformación de la pelota de plastilina a la forma de salchicha. Lo más probable al comienzo es que el niño se fije en una sola dimensión y de hecho el niño dirá: "Esta es más larga, así que hay más en la salchicha." Una vez que ha alcanzado el primer nivel, si se continua alargando la salchicha, llegará un momento en que dirá; "no, ahora está demasiado delgada, así que hay menos", ahora está pensando en el grueso, pero se olvida de la longitud, luego entonces, se llega al segundo nivel que llega a ser el mas probable al comienzo. Una vez que se ha fijado en el grueso, volverá tarde o temprano a fijarse en el largo.

Aquí se tiene un tercer nivel en el que el niño oscilará entre grueso y largo y en donde él descubrirá que los dos están

relacionados. Cuando se alarga, se hace más delgado y cuando se -  
acorta se hace mas grueso. El niño descubre que ambos están sóli-  
damente relacionados y al descubrir esta relación, empezará a ---  
pensar en términos de la configuración final. Ahora el niño dirá\_  
que cuando se alarga, se hace más delgada, así que es la misma --  
cosa. Hay más en la longitud, pero menos en grueso. "Cuando se --  
acorta se hace más grueso, hay menos en longitud y más grueso por  
lo tanto, existe una compensación, compensación que define el ---  
equilibrio en el sentido que se ha definido anteriormente. Conse-  
cuentemente, hay operaciones y conservación."<sup>(13)</sup> En otras palabras,  
en el curso de este desarrollo se encontrarán siempre un proceso\_  
de autoregulación que se llama equilibración, y que se señala - -  
como el factor fundamental en la adquisición del conocimiento ló-  
gico-matemático.

## 2. ETAPAS DEL DESARROLLO.

En el dominio de las operaciones intelectuales se presenta un doble fenómeno a conocer:

- 1) En primer lugar, se puede observar cómo se forman las estructuras, a las que se pueden seguir paso a paso desde los primeros lineamientos y,
- 2) En segundo lugar, el que se refiere a su terminación, es decir a la constitución de niveles de equilibrio.

Lo anterior se puede ejemplificar con la organización de los números enteros: Se puede seguir esta estructuración a partir de los números 1,2,3, etc. hasta el momento en que el niño descubre la serie de números y, al mismo tiempo, las primeras operaciones aritméticas.

Así pues, "Cuando una estructura está constituida y consigue su nivel de equilibrio estable, los números enteros no se modificarán ya en la vida al integrarlos en sistemas más complejos (números fraccionarios, etc. <sup>(14)</sup> "De acuerdo a las líneas anteriores, se puede señalar que estamos en presencia de un dominio privilegiado, en el cual podemos asistir a la formación de estructuras y a su terminación, en el que diferentes estructuras pueden sucederse o integrarse según múltiples combinaciones.

### 2.1. CARACTERES DE LOS ESTADIOS.

- 1) Para que haya estadios es necesario en primer lugar que el --

orden de sucesión de las adquisiciones sea constante. Los estadios en una población dada pueden caracterizarse por una cronología, pero ésta es extremadamente variable, depende de la experiencia del niño y no solamente de su maduración, y depende además, del medio social que puede acelerar o retrasar la aparición de un estadio, e incluso impedir su manifestación. En vista de esta complejidad, con respecto a los estadios, el orden de sucesión de las conductas hay que considerarlo como constante, es decir, que un carácter no aparecerá antes que otro en cierto número de sujetos y después de otro en otro grupo de sujetos.

2) El carácter integrado, es decir, que las estructuras reconstruidas en una edad dada se convierta en parte integrante de las estructuras de la edad siguiente: Por ejemplo, el objeto permanente que se construye en el nivel sensorio-motor será un elemento integrante de las nociones de conservación ulterior (cuando haya conservación de un conjunto o de una colección, o incluso de un objeto cuya apariencia espacial se deforma). Además, las operaciones concretas se constituyen en una parte integrante de las operaciones formales en el sentido de que estas últimas constituirán una nueva estructura, pero que reposa sobre las primeras a título de contenido.

3) "La caracterización de un estadio se hace por una estructura de conjunto y esta noción adquiere un sentido preciso en el dominio de la inteligencia, y más preciso que en otras partes."<sup>(15)</sup>  
Por ejemplo, una estructura será, en el nivel de las operaciones

concretas, un agrupamiento, con los caracteres lógicos del agrupamiento en que se encuentran en la clasificación o seriación. -- (Más tarde, en el nivel de la operación formal, la estructura -- será el grupo de las cuatro transformaciones.)

Estas estructuras pueden caracterizarse por sus leyes de totalidad de la manera que, una vez alcanzada la estructura, pueden determinarse todas las operaciones que recubre. Se sabe así que, cuando el niño alcanza una u otra estructura es capaz de multitud de operaciones distintas y, sin embargo, a primera vista -- sin ninguna relación visible entre sí. Ahí se puede localizar la ventaja de la noción de estructura: Cuando son complejas, permiten reducir a una unidad superior una serie de esquemas operatorias sin vínculos aparentes entre sí; entonces es la estructura de conjunto como tal la que es característica de estadio.

4) Por otra parte, un estadio comporta a la vez un nivel de preparación, y por otro, uno de terminación. Por ejemplo, para las operaciones formales el estudio de preparación será todo el período de los once a los trece, catorce años, y para la terminación será el nivel de equilibrio que aparece en ese momento.

5) Como la preparación de adquisiciones ulteriores puede extenderse más de un estadio y existen en las terminaciones diversos grados de estabilidad, es necesario distinguir, en toda clase de estadios, los procesos de formación y las formas de equilibrio finales.

De acuerdo a los anteriores puntos, se puede dividir el desarrollo intelectual en tres períodos:

- A) El Período de la inteligencia sensorio-motriz.
- B) El Período de preparación y Organización de las Operaciones concretas de clases, relaciones y números.
- C) El Período de las Operaciones formales.

Se hablará de "períodos" para designar las grandes unidades, y de "estadios" y "subestadios" para descubrir sus subdivisiones.

A continuación se hará un análisis específico de cada período.

## 2.2. EL PERIODO DE LA INTELIGENCIA SENSORIO-MOTRIZ.

Este primer período comprende desde el nacimiento a la aparición del lenguaje, o sea aproximadamente durante los dos primeros años de la existencia. Ese período se subdivide en seis estadios:

- 1) Ejercicios reflejos: del nacimiento a un mes.
- 2) Primeras costumbres: Comienzo de los condicionamientos estables y reacciones circulares "primarias" (es decir, relativas al propio cuerpo: por ejemplo, chuparse el dedo) Desde uno a cuatro meses y medio.
- 3) Coordinación de la visión y la prensión y comienzo de las rea

acciones circulares "secundarias" (es decir, relativas a los -- cuerpos manipulados). " Principio de la coordinación de los - espacios cualitativos hasta entonces heterógeneos, pero sin -- búsqueda de los objetos desaparecidos; y principio de la diferenciación entre fines y medios pero sin fines previos en el - momento de la adquisición de una nueva conducta."<sup>(16)</sup> De los - cuatro meses y medio a los ocho o nueve aproximadamente.

- 4) Coordinación de los esquemas secundarios, en ciertos casos con visitas a alcanzar un nuevo objetivo (muchos medios posibles - para un mismo fin y muchos fines posibles para un mismo medio). Comienzo de la búsqueda del objeto desaparecido pero sin coordinación de los desplazamientos (y localizaciones) sucesivas.- Desde alrededor de los ocho o nueve meses hasta los once o doce meses.
- 5) Diferenciación de los esquemas de acción por reacción circular "terciaria" (variación de las condiciones mediante exploración y tanteo dirigido) y descubrimiento de nuevos medios. Ejemplos: Conductas del soporte (tirar de una tapadera para atraer el -- objeto colocado sobre ella, la creación es negativa si el objeto está al lado o más alla del soporte), del hilo o del bastón (por tanteo). Busca el objeto desaparecido con localización -- en función de los sucesivos desplazamientos perceptibles y comienzo de la organización del "grupo práctico de los desplazamientos" (rodeos y vueltas en las acciones). Desde alrededor - de los once o doce meses hasta los dieciocho.

6) Comienzo de la interiorización de los esquemas y solución de algunos problemas con detención de la acción y comprensión brusca. Ejemplo: Conducta del bastón cuando no ha sido adquirida por tanteo durante el anterior estadio. Generalización del grupo práctico de los desplazamientos con incorporación en el sistema de algunos desplazamientos no perceptibles. Aproximadamente desde los dieciocho a los veinticuatro meses.

### 2.3. EL PERIODO DE PREPARACION Y DE ORGANIZACION DE LAS OPERACIONES CONCRETAS.

Se les llamará operaciones concretas a las que versan sobre objetos manipulables, en oposición a las operaciones que se refieren a las hipótesis o enunciados simplemente verbales (lógica de proposiciones).

Este período, que comprende desde aproximadamente los dos años hasta los once o doce, se subdivide en un sub-período de las representaciones preoperatorias, y un sub-período de las operaciones concretas.

#### 2.3.1. EL SUB-PERÍODO DE LAS REPRESENTACIONES PREOPERATORIAS.

Este sub-período se subdivide a su vez en tres estadios a conocer:

1) Aparición de la función simbólica y comienzo de la interiorización de los esquemas de acción en representaciones (desde los dos a los tres años y medio o cuatro).

Las características relevantes de este sub-período son:-  
 La aparición de la función simbólica en sus diferentes formas: -  
 Lenguaje, Juego Simbólico (o de imaginación), por oposición a --  
 Los juegos de ejercicio, lo único representados hasta aquí, imi-  
 tación diferida y comienzo de la imaginación mental concebida --  
 como una imitación interiorizada.

-Nivel del Nacimiento de la representación: Dificultades de apli-  
 cación en el espacio que no está próximo y en los tiempos no pre-  
 sentes de esquemas de objeto, de espacio, de tiempo y de causali-  
 dad ya utilizados en la acción efectiva.

2) Organizaciones representativas basadas, ya sobre configuracio-  
 nes estáticas, ya sobre una simulación o la propia acción. --  
 (de los cuatro a los cinco años y medio). El carácter de las\_  
 primeras estructuras representativas que manifiestan en este\_  
 nivel las preguntas a propósito de los objetos para manipular  
 es la dualidad de los estados y las transformaciones: Los pri-  
 meros son pensados como configuraciones y las segundas son --  
 asimiladas a acciones.

3) Regulaciones representativas articuladas. De los cinco años -  
 y medio a los siete u ocho). Fase intermedia entre la no con-  
 servación. Comienzo de la relación entre los estados y las --  
 transformaciones gracias a regulaciones representativas que -  
 permiten pensar éstas en formas semireversibles (Ejemplo: Cre-  
 cientes articulaciones de las clasificaciones, de la relación  
 de orden, etc.)

### 2.3.2. EL SUB-PERÍODO DE LAS OPERACIONES CONCRETAS.

Es la etapa que comprende desde los siete u ocho años --- hasta los once o doce, y que se caracteriza por una serie de es-- estructuras en vías de terminación que se pueden estudiar de cerca\_ y analizar en su forma. En el plano lógico se reducen todas a lo\_ que se ha llamado los "agrupamientos", es decir, no son todavía - "grupos": Tales son las clasificaciones, las seriaciones, las co-- rrespondencias término a término, las correspondencias simples o\_ seriales, las operaciones multiplicativas, etc. Se pueden agregar, en el plano aritmético, los grupos aditivos y multiplicativos de\_ los números enteros y fraccionarios.

Este período de las operaciones concretas puede subdivi-- dirse en dos estadios: Uno el de las operaciones simples y el -- otro el de la terminación de ciertos sistemas de conjunto, en -- particular en el dominio del espacio y del tiempo. En el dominio del espacio, es el período en el que el niño llega, hacia los -- nueve o diez años, a los sistemas de coordenadas o de referen--- cias. Igualmente es el nivel de la coordinación de conjunto de - las perspectivas. Este es el nivel que representa los sistemas - más amplios en el plano concreto.

### 2.4. EL PERÍODO DE LAS OPERACIONES FORMALES.

Se asiste en él, desde los once o doce años (primer esta-- dio) con un nivel de equilibrio hacia los trece o catorce años - (segundo estadio), multitud de transformaciones relativamente --

rápidas en el momento de su aparición y que son extremadamente -  
diversas. En este estadio, se ven aparecer operaciones tan dife-  
rentes unas de otras como las siguientes. En primer lugar opera-  
ciones combinatorias, hasta aquí hay únicamente encajamientos --  
simples de conjuntos y operaciones elementales. La combinación -  
se inicia por el contrario hacia los once o doce años y engendra  
de "retículo". "En este mismo nivel se ven aparecer las propor--  
ciones, la capacidad de representar y razonar según los sistemas  
de referencia a la vez, las estructuras de equilibrio dinámico,-  
etc" (17)

En este último nivel se ven aparecer la lógica de las --  
proposiciones, la capacidad de razonar sobre enunciados, sobre -  
hipótesis y no solamente sobre objetos colocados en la mesa o --  
inmediatamente representados.

Como punto aparte, se puede señalar que éstos tres perio-  
dos, con sus estadios particulares, constituyen escalones sucesi-  
vos para llegar a la equilibración. Desde que se alcanza el equi-  
librio en un punto, la estructura se integra en un nuevo sistema  
en formación hasta un nuevo equilibrio siempre más estable y con  
un campo siempre más extenso.

## 2.5. EL NIÑO DE SEXTO GRADO.

Las teorías sobre el desarrollo infantil han logrado pre-  
cisar una serie de características del niño que ayudan a todo --  
educador a adaptar medidas pedagógicas apropiadas a situaciones -  
concretas.

El desarrollo del ser humano es un proceso continuo y no es posible determinar con precisión el paso de una etapa evolutiva a otra, menos aún las diferencias de un grado escolar al siguiente. Con todas las limitaciones que esto supone las investigaciones que ha realizado la psicología en el aspecto evolutivo siempre representarán para el maestro un marco de referencia de suma utilidad.

El maestro de sexto grado se encuentra con alumnos de una edad de transición, once y doce años, a la que puede caracterizar como una infancia en vías de desaparecer o un comienzo de preadolescencia con todo lo que ésta implica de ruptura con la niñez.

De acuerdo al problema que se trata en la presente propuesta, se señalan a continuación las características del niño en su desarrollo cognoscitivo:

- Tiene capacidad para anticipar resultados y consecuencias; incipiente sistematización y organización del pensamiento.
- Tiene más habilidad para cuantificar los objetos, lo que le permite realizar una estimación de tiempo y espacio; puede utilizar patrones de medida y aplicar diversas operaciones matemáticas.
- Es capaz de representar un objeto con diferentes ubicaciones.
- Sus nociones geométricas se tornan más precisas; puede anticipar las deformaciones que sufren las figuras al ser proyectadas y es capaz de representar figuras tridimensionales y de reprodu-

cir modelos a escala, mediante la aplicación de cálculos sistemáticos que superan la reproducción por ensayos.

- Realiza cuantificaciones de figuras, lo que le permite seriarlas.

- Está apto para determinar anticipadamente las posibles combinaciones de diversos objetos y para calcular las posibilidades de ocurrencia de un evento.

- Comprende algunos criterios que determinan la vida, es decir, su pensamiento se vuelve más objetivo y preciso.

De acuerdo a las anteriores características, surge la necesidad de una atenta observación por parte del maestro para saber cuando una táctica resulta prematura y cuando otra ya es inoperante.

### 3. ANALISIS DE LOS PROGRAMAS DE 5o. y 6o. GRADO.

Para tratar el presente apartado, se va a hacer por medio del análisis de los programas de quinto y sexto grado de educación primaria en lo que respecta a las matemáticas específicamente en el aspecto de la geometría. En este análisis se abarca lo relacionado a localizar puntos en un plano, cálculo del perímetro, cálculo de áreas, cálculo de volúmenes, resolución de problemas que impliquen conocimientos para calcular el perímetro del círculo, ángulos y escalas. Todo lo anterior se hace para:

- Detectar si se le da la debida importancia al cálculo de áreas de figuras regulares e irregulares.
- Para observar si en los programas se encuentran los objetivos correspondientes que sirven de base para otros.
- Para darnos cuenta si existe una programación adecuada y sistemática en la enseñanza de las áreas.

Al analizar los diferentes objetivos generales y específicos que se caracterizan en las ocho unidades del programa de quinto grado, nos damos cuenta de lo siguiente:

- a) El tema de las áreas, se trata solamente en las unidades 4,5, y 6.
- b) Para encontrar las áreas de las figuras, necesariamente el alumno debe saber las operaciones fundamentales.
- c) En el programa, no se detectan objetivos en donde el alumno logre el aprendizaje de las áreas de los pentágonos, hexágonos, etc.

Lo anterior, es muy importante puesto que se constituye como base para conocimientos futuros.

d) Se llega a la afirmación de que no hay una planeación adecuada del programa de 5o. grado.

Se procedió de la misma manera al analizar el programa de sexto grado, del cual obtuvimos lo siguiente:

- a) El tema de las áreas se tratan solamente en las unidades 1 y 5.
- b) No hay una calendarización correcta de los objetivos de aprendizaje, puesto que hay algunas unidades en las cuales no se trata nada de las áreas y en las que se tratan, hay una carga de objetivos.
- c) Los objetivos de aprendizaje, no implican la reflexión del alumno en la resolución y cálculo de áreas, tanto regulares como irregulares.
- d) En el programa no se contemplan objetivos de aprendizaje en los que se involucren las situaciones de la vida diaria del alumno.

## 4. EL AREA.

## 4.1. COMPARACION DE REGIONES.

En el caso de regiones planas, esta comparación es más -- complicada, tanto conceptualmente como en la práctica. Esto es -- debido a que las formas de las dos regiones que se comparan pueden ser tales que ninguna "queda en" la otra. Por ejemplo, ¿Cómo comparamos según el tamaño (área) las dos regiones planas dibujadas a continuación ?



Fig. 1.

Si consideramos éstas dos regiones como superpuestas, -- ninguna de ellas cabrá en la otra. Sin embargo, en este caso particular, podemos pensar, que las dos piezas de la región triangular sombreadas fuertemente en la figura 2a. se recortan y se -- adaptan a la región cuadrada, como en la figura 2 b.

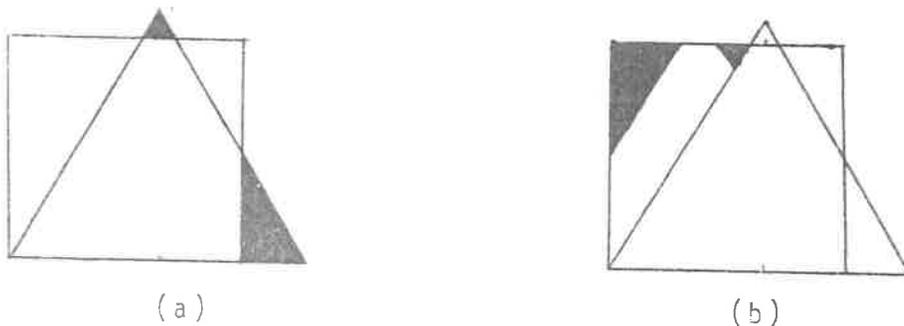


Fig. 2

Esto muestra que la región triangular es de área menor -- que la región cuadrada. Conforme las figuras consideradas tienen formas mas complicadas, este tipo de comparación esta sujeto a -- crecientes dificultades prácticas. Necesitamos un método mejor -- para estimar el área de una región.

#### 4.2. UNIDADES DE AREA.

- Pasos para encontrar una medida del área.

El primer paso consiste en escoger la unidad de área, --- esto es una región cuya área, convendremos, está medida exactamen te por el número 1. Se pueden considerar regiones de muchas for-- mas y tamaños. Una cosa importante a cerca del segmento elegido\_ como unidad de longitud era que si se yuxtaponían sucesivamente - (o sea se tocaban sin empalmarse) suficientes segmentos unitarios, cubrirían cualquier segmento dado, exactamente o con algún exceso. De manera análoga, necesitamos una región plana unitaria tal que, si se yuxtaponen suficientes regiones unitarias de modo que se -- toquen sin empalmarse, se cubrirá cualquier región plana dada ya sea exactamete o con algún exceso. Con algunas formas no se puede realizar esto, por ejemplo las regiones circulares no tienen esta propiedad. Así en la figura 3, si tratamos de cubrir una región - triangular con pequeñas regiones circulares congruentes que no - se empalmen, siempre habrá partes de la región triangular que --- permanecerán descubiertas.

Por otro lado, siempre podemos cubrir completamente una región =

triangular, o cualquier región, utilizando suficientes regiones cuadradas congruentes que no se empalmen.

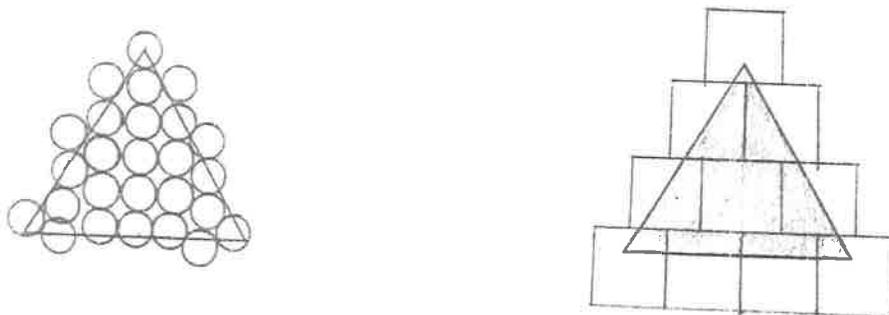


Fig. 3

Aunque una región cuadrada no es el único tipo de región con esta propiedad de cubrimiento, tiene la ventaja de ser una región de forma simple. El tamaño de la unidad de área se determina escogiendo un cuadrado cuyo lado tiene longitud igual a una unidad lineal. Resulta que el uso de tal región cuadrada como -- unidad de área hace que sea más fácil calcular el área de un rec-- tángulo, hasta formar el producto de dos números que miden, res-- pectivamente, las longitudes de dos lados consecutivos.

#### 4.3. UNA ESCALA PARA ESTIMAR UN AREA.

Ordinariamente, no disponemos de un instrumento para cal-- cular las áreas, pero con facilidad podemos hacernos uno. Tal es una cuadrícula, es decir, una disposición regular de regiones -- unitarias cuadradas que no se empalman, como se muestra en la -- figura 4.

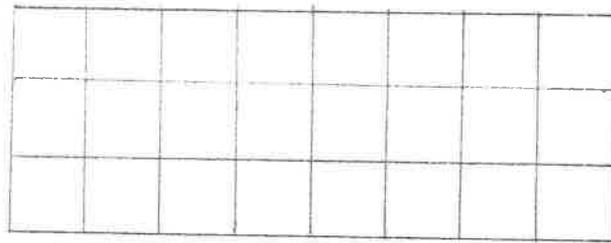
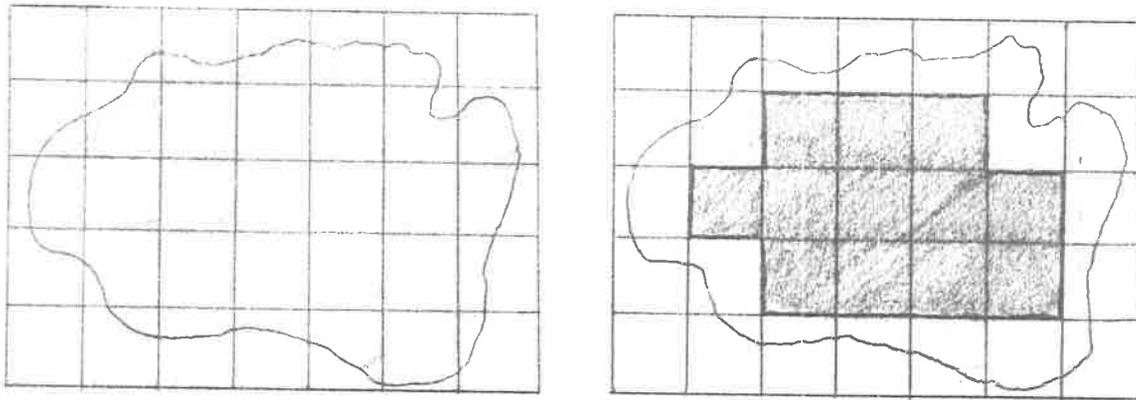


Fig. 4 Una cuadrícula.

Para usar dicha cuadrícula en el cálculo del área de una región dada, la imaginamos superpuesta a la región, como se ilustra en la figura 5. Contando podemos verificar que en la región dada están contenidos, enteramente, ya de las regiones unitarias mencionadas dibujadas. Estas son las regiones sombreadas fuertemente en la figura 5a. Esto muestra que el área de la región es por lo menos de 12 unidades. Así tenemos una estimación por defecto. También podemos verificar, contando que en la figura 5 b hay 20 regiones unitarias adicionales ligeramente sombreadas, -- las cuales cubren el resto de la región. Por tanto, toda la región es cubierta por  $12 + 20$  ó  $32$  Unidades. Esto muestra que el el área de la región es a lo más de 32 unidades. Entonces 32 -- es una estimación por exceso de la medida. Es decir, ahora sabemos que el área de la región mide entre 12 unidades y 32 unidades. Ya que la diferencia entre las dos estimaciones es de 20 -- unidades, vemos que la precisión no es muy buena. En la figura 5 b, la región ligeramente sombreada representa esta diferencia.



(a) Figura 5, Uso de una cuadrícula para b) medir una región.

Volveremos a calcular el área de la misma región de la figura 5, utilizando esta vez la unidad de área determinada por una unidad de longitud que justamente es la mitad de la anterior.

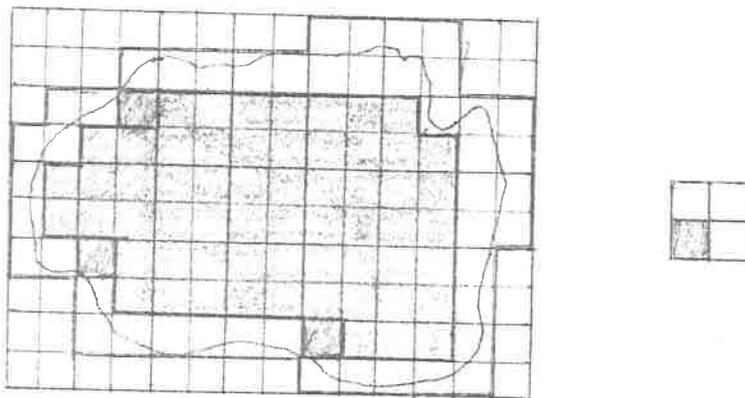


Fig. 6. Uso de una nueva unidad,  $\frac{1}{4}$  de la Unidad anterior

Contando, podemos verificar que en la región dada están contenidas, enteramente, 63 de las nuevas regiones unitarias dibujadas. Esto muestra que el área de la región es por lo menos de 63 unidades (nuevas). También podemos verificar, contando -- que hay 45 regiones unitarias adicionales las que juntas cubren el resto de la región. Así, toda la región es cubierta por  $63 + 45$  ó 108 unidades nuevas. Esto muestra que el área de esta re---

gi3n es a lo m3s de 108 unidades (nuevas). Es decir, ahora sabemos que el 3rea de la regi3n mide entre 63 unidades (nuevas) y 108 -- unidades (nuevas).

Comparemos estas dos nuevas estimaciones del 3rea con --- las unidades nuevas, como se ve en la figura 6. Cada unidad nueva es  $1/4$  de la unidad anterior. Entonces, las nuevas aproximaciones son  $1/4 \times 63$  3  $15 \frac{3}{4}$  y,  $1/4 \times 108$  3 26 unidades antigu3s, -- comparadas con nuestras primeras estimaciones de 12 y 32. La diferencia es  $103/4$  unidades antigu3s comparada con la inicial de 20. Evidentemente, las nuevas estimaciones basadas en la unidad -- m3s peque3as son las m3s precisas. Esto todav3a puede no ser suficientemente satisfactorio. Sin embargo, en principio, es posible aproximar el 3rea de esta regi3n o de regiones de forma bastante general, con el grado de precisi3n que se quiera mediante -- el uso de una cuadr3cula con unidades suficientemente peque3as y -- siguiendo el mismo m3todo. En la pr3ctica, la operaci3n de contar implicada pronto se har3 muy tediosa. Adem3s, cuando se usan dibujos para representar la regi3n y la cuadr3cula consideradas, -- tambi3n estar3amos evidentemente limitados por la mayor o menor -- precisi3n de 3stos dibujos.

#### 4.4. IDEAS BASICAS SOBRE EL AREA.

Resumamos lo expuesto hasta este momento. En realidad, -- aqu3 no nos interesan tanto las estimaciones precisas como la -- necesidad de captar la siguiente sucesi3n de ideas b3sicas.

- 1.- En cierto sentido, el área es una propiedad de la región y -- no de su frontera.
- 2.- Las regiones se pueden comparar según el área (menor, igual, mayor), y regiones de formas diferentes pueden tener igual -- área.
- 3.- Igual que una longitud, en teoría, un área sería describible o medible, exactamente, por medio de un número apropiado (no necesariamente un número cardinal).
- 4.- Para este fin necesitamos elegir previamente una unidad de -- área.
- 5.- El número que mide exactamente el área de una región se puede calcular aproximadamente, por defecto o por exceso, mediante un número cardinal de unidades.
- 6.- En general, las unidades más pequeñas dan estimaciones más -- precisas de un área.

#### 4.5. CONCEPTUALIZACION.

Unidad de superficie. Llámese unidad de superficie o -- unidad superficial, la superficie de una figura tomada como unidad para medir la superficie de un cuadrado cuyo lado es igual a la unidad de longitud.

Si la unidad de longitud es el metro, la correspondiente de superficie es el metro cuadrado, que es un cuadrado cuyo lado es de 1 metro. Si la unidad de longitud es el centímetro, la --

correspondiente de superficie, es centímetro cuadrado, es un cuadrado cuyo lado es 1 centímetro. Las expresiones metro cuadrado, centímetro cuadrado se abrevian así respectivamente  $m.^2$   $cm.^2$  o así: m.c., cm.c.

Area de una superficie. Llámase área de una superficie la medida de esa superficie en unidades superficiales.

Cuando se dice, por ejemplo, que el área de un cuarto es de  $30m.^2$ , quiere decirse que su superficie contiene 30 veces la de  $1 m.^2$

Las áreas se obtienen siempre multiplicando las longitudes de dos líneas. Si estas longitudes se expresan en metros, el producto da el área en metros cuadrados. Si en centímetros, en centímetros cuadrados; y así de otras unidades.

Figuras equivalentes. Llámense figuras equivalentes las que tienen una misma área.

Es claro que dos figuras iguales son también equivalentes. Pero dos figuras pueden ser equivalentes sin ser iguales. - triángulo, por ejemplo puede ser equivalente a un rectángulo o a un círculo.

Algunos autores emplean algún signo especial, como  $\cong$ , para indicar equivalencia. Sin embargo, el signo igual puede emplearse para el mismo objeto, pues las circunstancias dan siempre a conocer de qué se trata. Cuando se trata de áreas el nombre de una figura se refiere al área.

C A P I T U L O      I I I

ESTRATEGIAS METODOLOGICAS - DIDACTICAS.

## 1.- Formulación del Problema.

En base a la experiencia, conocimientos y preocupaciones académicas se hizo la elección del problema.

En el caso particular hemos trabajado los últimos cuatro ciclos escolares con 5o. y 6o. grado, dándonos cuenta que los -- alumnos en el aspecto de la geometría, específicamente a lo re-- ferente a las áreas de figuras regulares e irregulares, es en -- donde se encuentran con mayores problemas, puesto que no tienen -- la práctica de la reflexión, así como en dichos contenidos los -- programas no se encuentran debidamente estructurados y graduados en base de la preparación del alumno. Así que, de acuerdo a lo -- anterior, nos sirvió como punto de partida para estructurar la -- definición, la cual surge como una necesidad para tratar de solu-- cionar el problema de aprendizaje que se les presenta a los alum-- nos al término de su educación primaria. Para estructurar la de-- finición del problema lo hicimos en base al nivel del desarrollo del niño, la actuación que debemos tener nosotros como docentes, el grado de complejidad de los contenidos matemáticos y también -- los factores institucionales (tiempos especificados para el tra-- tamiento de los contenidos, números de alumnos en el grupo).

Formulamos una serie de objetivos para tratar de encon-- trar una solución a dicha problemática; éstos objetivos que se -- tratan de alcanzar son a un nivel teórico y didáctico y surgen -- en base a una inquietud personal para tratar de conocer más a -- fondo las características del pensamiento del niño de sexto gra--

do así como la elaboración de una guía gradual de enseñanza-aprendizaje del área de figuras regulares e irregulares, y a la vez,-- para tener un auxiliar confiable y eficaz para tratar de erradicar dicha problemática. Estos objetivos son planteados para tratar de lograrlos a corto plazo (un ciclo escolar) y van dirigidos a maestros y alumnos.

## 2.- Fase exploratoria.

Como de todos es conocido, para llevar a cabo una investigación, es necesario recurrir a diferentes fuentes de consulta y hacer una recopilación documental. En el caso concreto, desde el momento mismo de la formulación del problema, fue necesario -- recurrir a bibliotecas, revisión de Antologías de la Universidad Pedagógica Nacional así como a diferentes folletos que hacen referencia a dicho tema.

A continuación se hace un relato a grandes rasgos de los pasos que se siguieron para formular la presente propuesta pedagógica:

En primer lugar, teniendo como punto de referencia el --- problema planteado se avocó a acudir a bibliotecas en las cuales se hizo una relación de los libros de matemáticas que tratan sobre las áreas de figuras regulares e irregulares; después de esto se procedió a hacer una revisión del índice de cada libro para - determinar las posibles lecturas que nos podrían servir para llevar a cabo la investigación, por último, en base a la revisión -- del índice, se hizo la elección de las lecturas para consultar y\_

dar forma a la propuesta de trabajo. Los libros básicos que nos sirvieron en estos lugares fueron: Geometría Plana y del espacio de los autores norteamericanos Jorge Wentworth y David Eugenio -- Smith; un folleto titulado "Desarrollo del niño editado por el -- departamento de educación preescolar en el Estado de Nuevo León.

En segundo lugar, se procedió a hacer una relación de -- las antologías de la Universidad Pedagógica Nacional y se seleccionaron aquellas que tratan acerca de las características y desarrollo del pensamiento del niño; se procedió de igual manera -- que el punto anterior, es decir, análisis del índice de lecturas y selección de lecturas. En este caso específico, nos auxiliamos de la antología Teorías del aprendizaje y de ella se consultó lo referente a las etapas del desarrollo.

Por último, se hizo una reunión y análisis de los programas de 5o. y 6o. grado. En los mismos, primeramente se revisó el índice para ubicar las páginas en donde aparece el área de las matemáticas; después de esto, se realizó el estudio comparativo de las ocho unidades de cada grado en lo referente al aspecto -- de la Geometría.

### 3.- Diseño de la Investigación.

En este apartado se trata específicamente a lo relacionado con el marco teórico.

Dicho marco teórico surge como una necesidad con el fin de contar con los elementos necesarios para conocer con más pro-

fundidad y dar solución al problema formulado.

Lo anterior permite conocer:

- Los elementos intervinientes en el problema que es objeto de estudio.
- El contenido curricular.
- Los sujetos del proceso educativo escolar.
- Las características del pensamiento del alumno de sexto grado.
- Identificar las características psico-sociales de los participantes en el proceso educativo.
- Reconocer sus relaciones cognitivas y afectivas.

Por todo lo anterior, se escogió el presente marco teórico que nos permite conocer más de dicha problemática.

El marco teórico se realizó en base a la perspectiva ideológica y científica del francés Jean Peaget, quien en sus amplios y profundos escritos, nos ofrece una información amplia y detallada de las características del pensamiento del niño, en el cual, nosotros como docentes, debemos favorecerlo en el niño en una forma reflexiva para que encuentre las soluciones a los problemas que se le planteen.

Para recopilar la información que se encuentra en el marco teórico, se realizó de la forma siguiente:

- Se acudió a bibliotecas.

- Se elaboró un índice de lecturas y se escogieron las apropiadas para la estructuración del marco teórico.
- Se revisó la antología técnicas y recursos de investigación II\_ de la Universidad Pedagógica Nacional con el fin de obtener la información necesaria de cómo se debe sintetizar los contenidos de una lectura.
- Por último, se sintetizó la información de las lecturas seleccionadas así como la elaboración de los cuadros comparativos -- de los programas de 5o. y 6o. grado en la forma que se aborda -- el tema de la geometría.

#### 4.- Trabajo de Campo.

El universo de estudio para llevar la investigación fue -- ron los alumnos de una escuela primaria federal que lleva el nombre de "Salvador de Apodaca y Loreto" T.V., C.C.T. 19DPR1224J, -- Zona Escolar 113, Sector 5 ubicada en privada Río Orinoco No. 308 en Fomerrey 54, Unidad Pueblo Nuevo, Municipio de Apodaca, Nuevo\_ León.

La muestra que se tomó en cuenta del universo de estudio fue un grupo de sexto grado compuesto de 17 mujeres y 13 hombres dando un total de 30 alumnos.

Los instrumentos que se emplearon para llevar a cabo la -- investigación fueron:

A). Observación.



92477

92477

Se utilizó para obtener información objetiva del comportamiento de los alumnos de sexto grado. Además se realizó desde el punto de vista científico y basada en conocimientos teóricos comprobados.

#### B). Exámenes.

Se aplicaron al inicio del año escolar y los resultados sirvieron como base para justificar la definición y presentación del problema formulado.

#### C). Recopilación documental.

Las fuentes documentales permitieron obtener la información necesaria para estructurar los diferentes apartados de la propuesta.

Todo lo anterior, se llevó a cabo en base de una calendarización personal para llevar a cabo y estructurar los diferentes puntos de la propuesta pedagógica.

#### 5.- Trabajo de Gabinete.

El acudir a diferentes asesorías impartidas en la Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 192, nos permitió conocer la siguiente información correspondiente a como presentar la propuesta.

- Cuáles son los apartados que debe llevar.
- Cuál es su presentación en el trabajo final: márgenes, sangrías etc.

- Cómo estructurar los diferentes apartados y cuáles son sus características.

#### 6.- Limitaciones.

Como en todo trabajo de investigación, que se haya limitado por una serie de factores para su realización, en el desarrollo de la presente propuesta pedagógica también hubo una serie de elementos que obstaculizaron en mayor o menor medida su realización. Dentro de estas limitaciones tenemos las siguientes:

##### - Académicas.

Esta limitación se dió en menor escala, ya que por parte de la Universidad Pedagógica Nacional, se organizaron varios talleres de asesoramiento para la correcta realización de la propuesta de trabajo; además se contó con las antologías de técnicas y recursos de investigación, las cuales, en sus contenidos abordan profunda y ampliamente esta temática.

##### - Personales.

En esta parte, nos encontramos con el problema de falta de tiempo para llevar adecuadamente las investigaciones de la propuesta pedagógica. Esta falta de tiempo fue debido a las ocupaciones en el grupo de la escuela primaria en donde laboramos, también por el tiempo invertido en la escuela secundaria en el turno matutino. Este problema influyó notablemente a que no hayamos asistido a todas las asesorías organizadas por la Universidad Pedagógica Nacional.

#### - Institucionales.

Como sabemos, un problema trae como consecuencia otro. - En el presente caso, los problemas de falta de tiempo trajo como consecuencia la falta de organización para tener elaboradas a -- tiempo las diversas propuestas que solicitó la Universidad Pedagógica Nacional para acreditar el octavo semestre. Al pedirse -- este requisito, provocó que no se le dedicara el tiempo debido - a la Propuesta de titulación, ya que se le dió más interés al -- trabajo de las otras áreas de aprendizaje para acreditar el se-- mestre, y por lógica, tener completo y acreditado el plan de estu-- dios. Por lo anterior, se señala que la disposición Institucional de la Universidad de elaborar cuatro propuestas pedagógicas limi-- tó el tiempo de titulación.

#### - Temporales.

Las actividades que se proponen en la presente propuesta pedagógica no se aplicaron a los alumnos del ciclo escolar 1990-1991, ya que cuando se terminó la investigación, también ya - -- había terminado el ciclo escolar. Por lo tanto, se pretenden --- aplicar estas actividades durante el desarrollo del próximo ci-- clo escolar 1991-1992; esto se hará intercalándolas en el desa-- rrollo del programa escolar de 6o. grado.

C A P I T U L O        I V

PROPUESTA PEDAGOGICA.

"DISEÑO DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDI-  
ZAJE DEL AREA DE FIGURAS REGULARES E IRREGULARES EN SEXTO --  
GRADO."

El presente trabajo es una guía gradual y metódica cuyo objetivo principal es lograr la reflexión en el alumno para la solución de diversos problemas.

En el desarrollo de las actividades nos auxiliamos del geoplano y de ligas. En dichas actividades se le confronta (al alumno) con diferentes situaciones problemáticas en las que pone en juego sus anteriores estructuras del conocimiento para proponer posibles soluciones. A través de la acción les permitirán ir construyendo el objeto de conocimiento. Además podrá ir formando un "lenguaje" que le permitirá intercambiar información con los compañeros de su grupo.

Por otro lado, se lleva a cabo un proceso de validación en el cual se demuestra lo que el alumno propone por medio de la acción. En el presente trabajo se parte de una situación globalizadora para después hacer un análisis de los elementos que la conforman.

Como punto final, también se deja en libertad al alumno para que dé solución a las diversas situaciones problemáticas, las cuales son formuladas por el maestro.

Para llevar a la práctica el presente trabajo se sugiere hacer un análisis completo del programa de sexto grado a fin de organizar un buen plan de trabajo anual (calendarización) y un horario de clases. Dentro de dicho horario es conveniente dedicar la primera sesión de trabajo para la realización de las presentes actividades. Para iniciar su aplicación, será en base a las

características individuales de los alumnos así como también en sus deficiencias escolares; un ejemplo de estas deficiencias escolares es:

- Que el alumno no domine ampliamente las operaciones fundamentales de las matemáticas.

Lo anterior le ocasionará problemas al alumno al tratar de encontrar las áreas de las figuras regulares e irregulares.

Además, es conveniente que se maneje en los primeros meses del ciclo escolar puesto que el conocimiento que se alcance le servirá al alumno como base para otros futuros (volumen de los prismas)

## 1a. Clase.

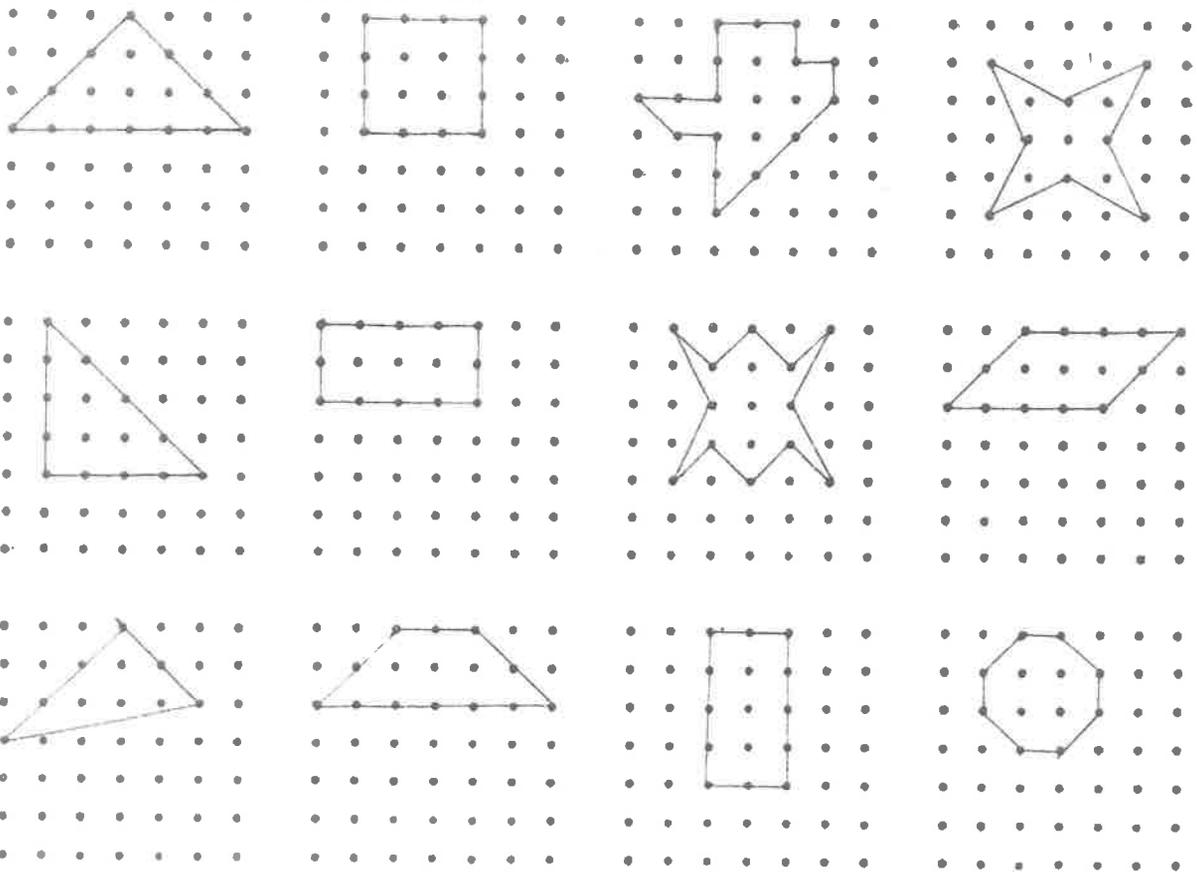
## A).- CONSTRUCCION Y ANALISIS DE FIGURAS.

## 1.- Consigna:

Construye en el geoplano y con las ligas una figura

- Las figuras construidas se colocan al frente del salón a la --  
vista de los alumnos.

Posibles construcciones:



- Ahora clasificalas en dos grupos.

En esta parte se espera que una de las clasificaciones propues-  
tas sea en:

a) Cõncavas \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

b) Convexas. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Si los alumnos no pueden llegar a este tipo de clasificaci3n , el maestro digigirá el interrogatorio para lograrlo, y el alumno dará la definici3n de cõncavas y convexas en base a sus acciones.

- ¿ En qué se parecen las figuras de los dos grupos ? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

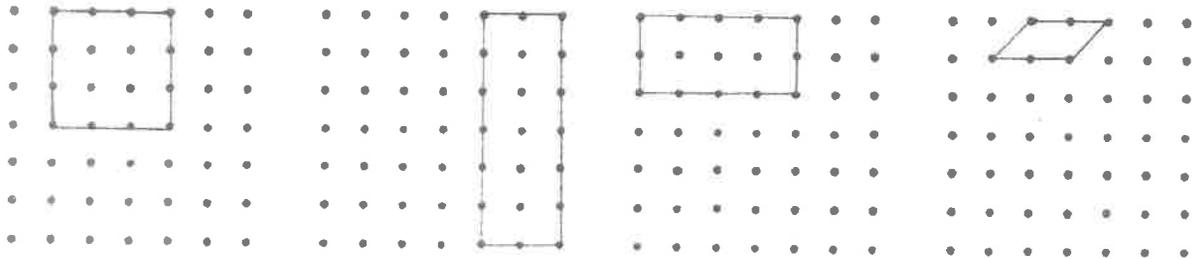
-¿ En qué se diferencian los dos grupos ? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

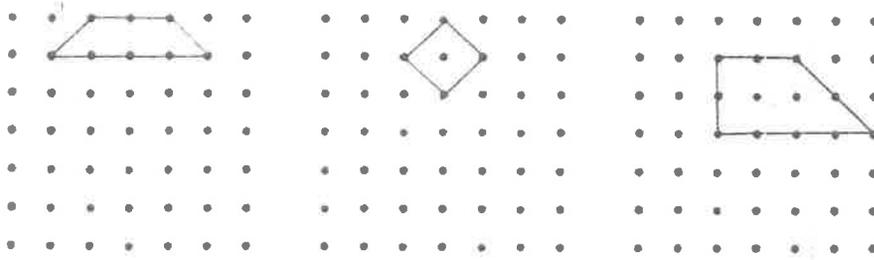
2a. Clase.

B) AREAS DEL CUADRADO Y EL RECTANGULO.

1.- Construyan cuadriláteros convexos en sus geoplanos.

- Las figuras construidas se colocan al frente del salón a la vista de los alumnos.

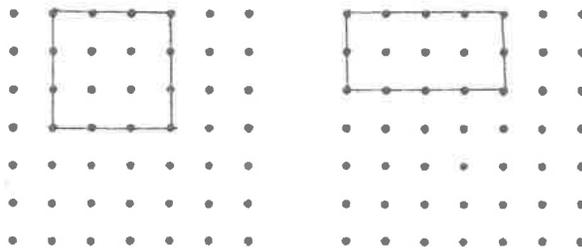




- Clasifícalos en dos grupos
- ¿ En qué se parecen los dos grupos ? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- ¿ En qué se diferencian? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Se pretende que el alumno sugiera la clasificación de ~~cuadriláteros~~ cuadriláteros paralelogramos y no paralelogramos.

- El maestro escoge dos figuras y las muestras al grupo.



- ¿Cuál de las dos figuras es más grande ? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- ¿ Porqué ? \_\_\_\_\_

Pueden surgir varias respuestas de los alumnos. Por ejemplo, atender lo largo y lo ancho de los lados o el número de clavos que abarcan las figuras.

- Ahora, van a contar el número de cuadritos que hay en cada figura.

¿ Cuál tiene más cuadritos ? \_\_\_\_\_

- De acuerdo a lo anterior, ¿A cuál conclusión podemos llegar?

Posible conclusión: "El criterio que se toma en cuenta para saber cuál figura es más grande es el número de cuadritos que abarcan."

- Los alumnos construyen figuras convexas y determinan si es más grande o más chica que la de sus compañeros.

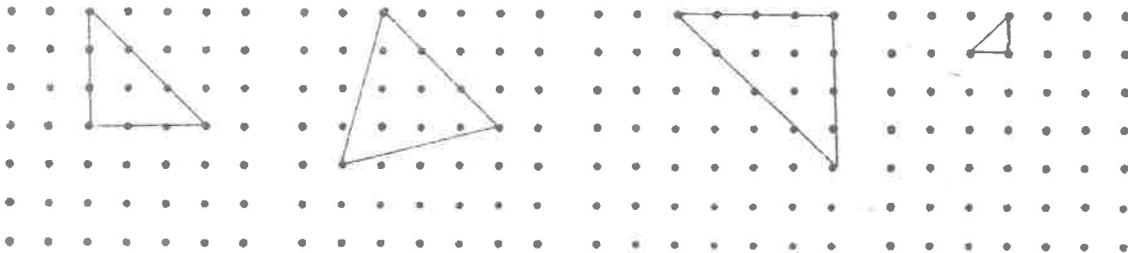
3a. Clase.

C) AREA DEL TRIANGULO.

1.- En su geoplano, construyan triángulos.

- Se ponen al frente del grupo, a la vista de todos.

- Posibles construcciones.



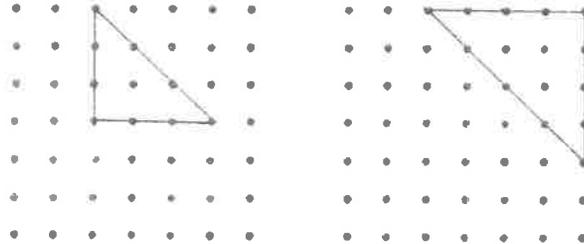
- Clasifícalas en dos grupos.

- ¿ En qué se parecen los dos grupos ? \_\_\_\_\_

- ¿ En qué se diferencian los dos grupos ? \_\_\_\_\_

En esta parte se pretende que los alumnos sugieran la --  
clasificación de triángulos rectángulos y triángulos no rectángu  
los. En caso de que no se logre, el maestro conducirá el interro  
gatorio para lograrlo.

- El maestro escoge dos triángulos rectángulos.



- ¿Cuál de los dos triángulos es más grande ? \_\_\_\_\_

¿ Porqué ? \_\_\_\_\_

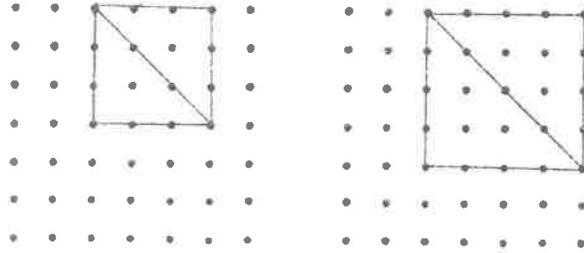
El alumno puede tomar en cuenta el largo y lo alto de --  
las figuras.

- ¿ Cómo le podemos hacer para saber cuál es más grande ?

" Contar los cuadrillos que contiene cada figura"

En caso de que el alumno dé esta respuesta, el maestro --  
lo cuestionará para que se dé cuenta que hay cuadrillos que no --  
están completos y es necesaria otra sugerencia. El maestro me---

diante interrogatorios lo conducirá para que logre la sugerencia.  
 - Posible sugerencia: "Podemos encerrar las figuras en cuadros -- completos. Encontrar el área total y restarle el área del triángulo agregado."



¿ Qué observas ? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿ Cuántos cuadritos tiene la primera figura? \_\_\_\_\_

¿Cuál es su mitad? \_\_\_\_\_

¿ Cuántos cuadritos tiene la segunda figura? \_\_\_\_\_

¿Cuál es su mitad? \_\_\_\_\_

- Por lo tanto, ¿ Cuál de las dos figuras es más grande? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- De acuerdo a lo anterior, ¿ A qué conclusión podemos llegar? --

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

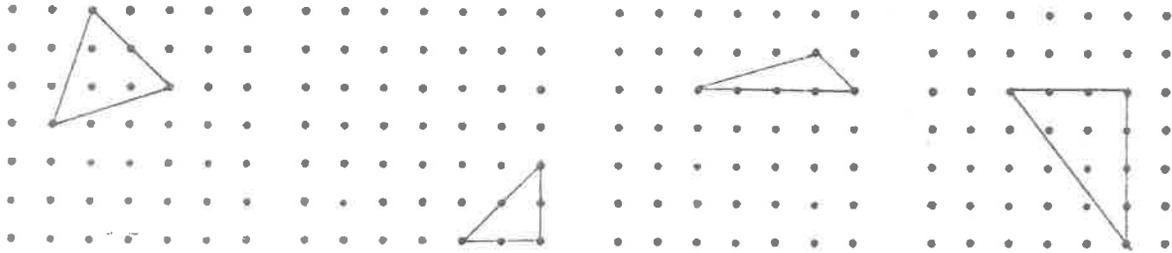
- Los alumnos construyen triángulos rectángulos y determinan si es más grande o más chico que el de sus compañeros

4a. Clase.

1.- Construyan triángulos en su geoplano.

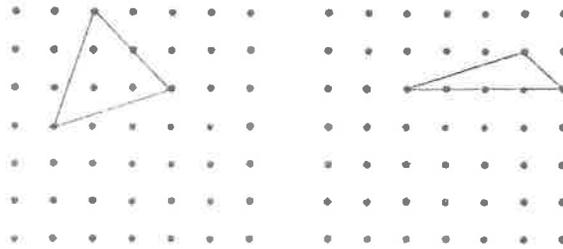
- Ponerlos a la vista.

- Posibles construcciones.



- Clasifícalas en dos grupos.

- El maestro escoge dos triángulos no rectángulos



- ¿Cuál es más grande ? \_\_\_\_\_

¿ Porqué ? \_\_\_\_\_

¿ Cómo le podemos hacer para saber cuál es más grande ?

"Dividiendo los triángulos en triángulos rectángulos. Encerrán<sub>do</sub>los en cuadrados o rectángulos y encontrar sus mitades."

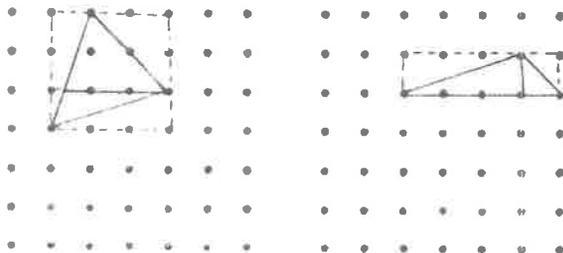


Fig.1 { ¿Cuál es el área del rectángulo. 1.? \_\_\_\_\_ Mitad \_\_\_\_\_  
 ¿Cuál es el área del rectángulo. 2.? \_\_\_\_\_ Mitad \_\_\_\_\_  
 ¿Cuál es el área del rectángulo. 3.? \_\_\_\_\_ Mitad \_\_\_\_\_  
 ¿Cuál es el área total de triángulo? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Fig.2 { ¿Cuál es el área del rectángulo. 1.? \_\_\_\_\_ Mitad \_\_\_\_\_  
 ¿Cuál es el área del cuadrado. 2.? \_\_\_\_\_ Mitad \_\_\_\_\_  
 ¿Cuál es el área total del triángulo? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

- Por lo tanto, ¿Cuál figura es más grande? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

-¿A qué conclusión podemos llegar? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

- Construye triángulos no rectángulos en el geoplano y determina si son mayores o menores que los de tus compañeros.

5a. Clase.

AREA DEL PARALELOGRAMO.

1.- Construye cuadriláteros convexos en tu geoplano.

- Colócalos a la vista de todos los alumnos al frente del grupo.

Posibles construcciones.



Clasifícalos en dos grupos.

- Los alumnos los clasificarán de varias maneras y enuncian el criterio clasificatorio que siguieron. Para ello se les cuestiona:

- ¿ En qué se parecen los dos grupos: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- ¿ En qué se diferencian los dos grupos ? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- En esta parte se pretende que los alumnos sugieran la clasificación de cuadriláteros paralelogramas y cuadriláteros no -- paralelogramas. En caso de que no se logre, el maestro conducirá el interrogatorio para lograrlo.

- El maestro escoge dos figuras y las muestra al grupo.

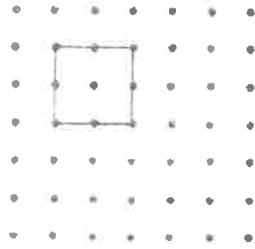


fig. 1

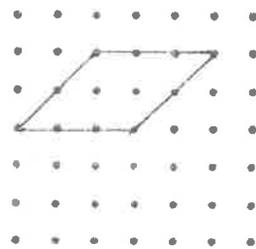


fig. 2

- ¿Cuál de los dos paralelogramas es más grande? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- ¿Porqué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

El alumno puede tomar en cuenta lo largo y lo ancho de las figuras.

- ¿Cuál es el área de la primera figura? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- ¿Cómo le podemos hacer para saber cuál es el área de la segunda figura? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- Se pretende que el alumno diseñe métodos para encontrar el área del paralelogramo:

- Posibles respuestas.

1.- Dividir el paralelogramo en triángulos rectángulos.

2.- Dividir el paralelogramo en triángulos rectángulos y cuadrados.

3.- Rodear las figuras con una liga y convertirlas en rectángulos. Encontrar el área total y restarle el área de los triángulos formados.

- Se exhorta al grupo para acordar un método, el que le parezca más sencillo. Si una parte del grupo escoge un método y otra parte otro método, es válido. Pero todo el grupo deberá practicar ambos métodos.

- ¿Cuál es el área de la figura? \_\_\_\_\_

- Por lo tanto, ¿ cuál figura tiene más área? \_\_\_\_\_

- De acuerdo a lo anterior, ¿ a qué conclusión podemos llegar? -

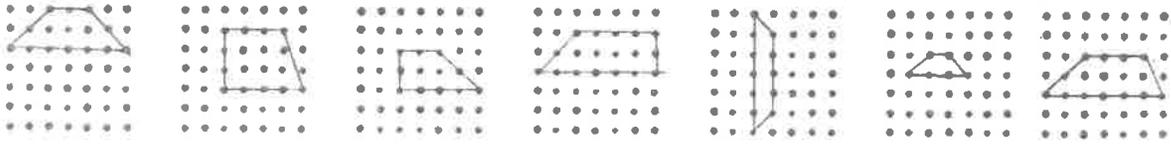
- Los alumnos construyen dos paralelogramas y determinan sus áreas y solicitan a uno de sus compañeros que les conteste la pregunta: ¿Cuál es la más grande ?

#### 6a. Clase.

1.- Construyan un trapecio en su geoplano.

- Se colocan al frente del grupo a la vista de todos los alumnos.

- Posibles construcciones:



- ¿ Cómo le podemos hacer para clasificarlos en dos grupos ? \_\_\_\_\_

---



---

- ¡ Clasifícalos !

- ¿ En qué se parecen los dos grupos ? \_\_\_\_\_

---

- ¿ En qué se diferencian los dos grupos ? \_\_\_\_\_

---

- El maestro escoge dos figuras y las muestra al grupo.

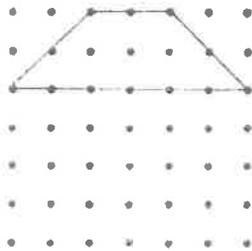


Fig. 1

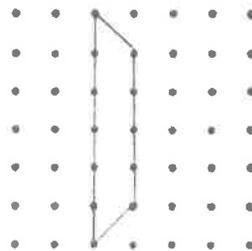


Fig. 2

- ¿Cuál de las dos figuras es más grande? \_\_\_\_\_

---

- ¿ Porqué ? \_\_\_\_\_

---

- ¿ Cómo le podemos hacer para el área de las dos figuras? \_\_\_\_\_

---



---

- Se pretende que el alumno diseñe métodos para encontrar el área de los trapecios.

- Posibles respuestas:

- 1.- Convertir las figuras en rectángulos. Encontrar su área total y restarle el área del triángulo agregado.
- 2.- Dividir las figuras en triángulos rectángulos y cuadriláteros.
- 3.- Convertir las figuras en un paralelogramo.

- Se exhorta al grupo para acordar un método, el que le parezca más sencillo. Si una parte del grupo escoge un método y otra parte otro método, es válido. Pero todo el grupo deberá practicar ambos métodos.

- ¿ Cuál es el área de la figura ? \_\_\_\_\_

- Por lo tanto, ¿ Cuál figura tiene más área ? \_\_\_\_\_

---

- De acuerdo a lo anterior, ¿ A qué conclusión podemos llegar? \_\_\_\_\_

---



---

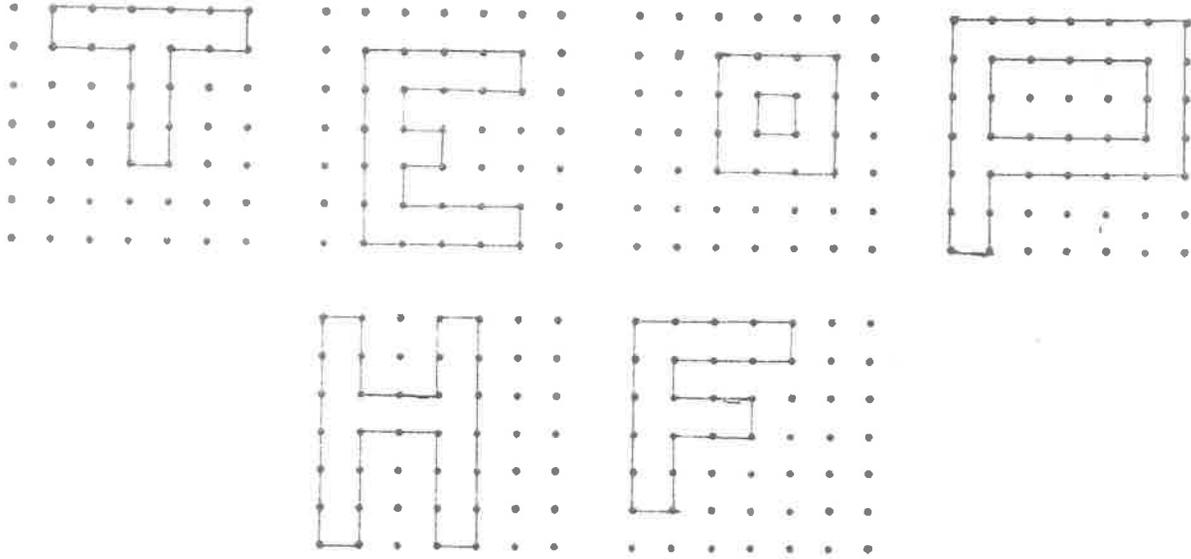
- Los alumnos construyen dos trapecios y determinan sus área -- y solicitan a uno de sus compañeros que les conteste la pregunta: ¿ Cuál es la más grande ?

## 7a. Clase.

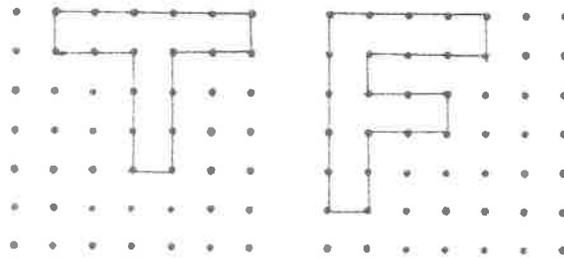
1.- Hagan la primera letra de su nombre y encuentren su área.

- Se colocan al frente del grupo y a la vista de todos.

- Posibles construcciones.



- El maestro escoge dos figuras.



- ¿Cuál mide más? \_\_\_\_\_

- Los alumnos construyen dos polígonos en forma de letra y le pide a uno de sus compañeros que le conteste la pregunta: ---

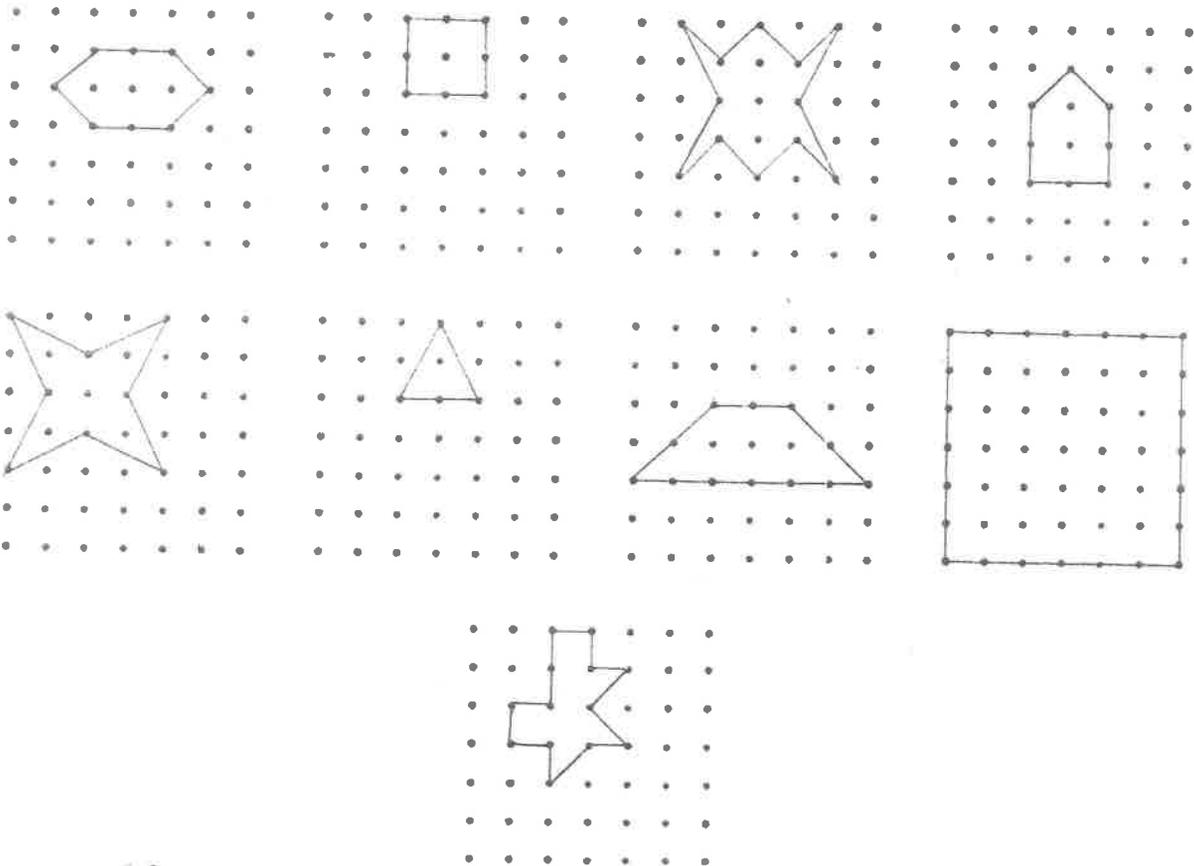
¿Cuál mide más ?

## 8a. Clase.

1.- Construyan una figura en su geoplano.

- Se colocan al frente del grupo y a la vista de todos.

- Posibles construcciones.



- Clasifícalos en dos grupos.

- ¿ En qué se parecen los dos grupos? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- ¿ En qué se diferencian los dos grupos? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- El alumno puede clasificarlos en cóncavas y convexas o en regulares e irregulares, etc.
- El maestro escoge dos figuras.

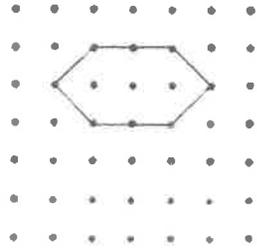


Fig. 1

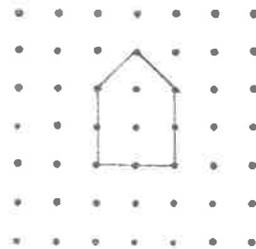


Fig. 2

- ¿Cuál tiene mayor área? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

- ¿Porqué? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

\* El alumno puede atender el largo y la altura de las figuras.

- ¿Cómo le podemos hacer para saber cuál figura tiene más área?

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

\* Se pretende que el alumno sugiera dividir las figuras en triángulos rectángulos y cuadriláteros.

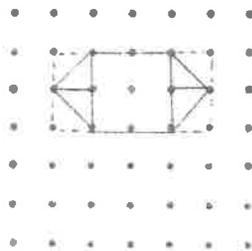


Fig. 1

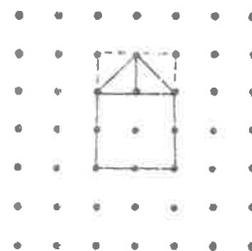


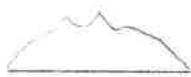
Fig. 2

- ¿ Cuál es el área del cuadrado? \_\_\_\_\_
- Fig.1 ¿ Cuál es el área de los triángulos? \_\_\_\_\_
- ¿ Cuál es el área de la figura? \_\_\_\_\_
- ¿ Cuál es el área del cuadrado? \_\_\_\_\_
- Fig.2 ¿ Cuál es el área del triángulo? \_\_\_\_\_
- ¿ Cuál es el área de la figura? \_\_\_\_\_
- = Por lo tanto, ¿ Cuál figura mide más? \_\_\_\_\_
- = Todo lo anterior, ¿ A qué conclusión nos lleva? \_\_\_\_\_
- 

- Los alumnos construyen dos polígonos y determinan sus áreas -  
 y solicitan a uno de sus compañeros que les conteste la pregunta:  
 ... ¿ Cuál es la más grande ?

#### 9a. Clase.

- 1.- Dibujen el Cerro de la Silla en una hoja en blanco.
- Recorten la figura.



- ¿ Cuál es el área de la figura ? \_\_\_\_\_
- 

\* El alumno probablemente no sabrá la respuesta por lo cual se --

le invitará a hacer uso del geoplano.

- Sobreponer la figura en el geoplano y encontrar un área aproximada.



Area aproximada. \_\_\_\_\_

- El alumno dibuja una figura y trata de encontrar su área aproximada utilizando el geoplano. Luego le pide a un compañero -- que trate de encontrar el área aproximada de su figura.

## C o n c l u s i o n e s .

Dentro del organigrama educativo intervienen una serie de elementos que inciden en gran medida en el logro del proceso -- enseñanza-aprendizaje. Asimismo los docentes se enfrentan a una -- serie de dificultades para llevar a cabo su labor educativa. Por -- lo tanto, todo maestro debe convertirse en un investigador de los problemas educativos para encontrar las soluciones adecuadas. Tal es la realidad de esta problemática de nuestro sistema educa -- tivo, motivo por el cual, en la presente propuesta hacemos una -- investigacion de un problema educativo y la cual nos lleva a las -- siguientes consideraciones:

Los programas de enseñanza no están estructurados debida -- mente. En los análisis de los mismos, encontramos objetivos de -- aprendizaje que no tienen como base otro anterior.

En el proceso enseñanza- aprendizaje, interesa más el -- producto (alumno) y no el proceso. (forma en que el alumno alcan -- za el conocimiento).

Al abordar el aprendizaje de las áreas, se va directamen -- te a las fórmulas y no a la manipulación de los objetos, es de -- cir, se aborda primeramente el aspecto formal y no se trata nada de lo relacionado del aspecto concreto.

Es importante que primeramente se trate el aspecto con -- creto para pasar al aspecto formal, por lo tanto, el maestro de --

be plantear las situaciones didácticas adecuadas con las debidas consignas a fin de que el alumno lleve a cabo una reflexión de sus propias acciones que llevan sobre los objetos.

- Para llevar a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje es necesario conocer ampliamente las características del pensamiento de los alumnos que tenemos a nuestro cargo. Esto para conocer las características individuales de los alumnos integrantes del grupo y tratar de adecuar los diferentes objetivos de aprendizaje del grado correspondiente a las necesidades propias del grupo.
- El maestro debe favorecer el pensamiento reflexivo en el niño para que por él mismo encuentre las respuestas a las diferentes situaciones problemáticas. El maestro puede propiciar las situaciones de aprendizaje para que el alumno encuentre las respuestas.
- Como lo señalamos en líneas anteriores, lo importante no es propiamente la manipulación de objetos, sino las abstracciones que el niño hace sobre sus propias acciones al actuar sobre los objetos.
- El alumno logrará el aprendizaje y comprensión de las áreas de las figuras regulares e irregulares cuando primeramente manipula y experimente con los propios objetos.

Citas bibliográficas.

- (1) Smith, David. Geometría plana y del espacio, pp. 453.
- (2) íbid pp. 454.
- (3) íbid pp. 455.
- (4) íbid pp. 455.
- (5) S.E.P. Desarrollo del niño. pp.58.
- (6) íbid pp. 60.
- (7) íbid pp. 61.
- (8) íbid pp. 62.
- (9) íbid pp.64.
- (10) íbid pp. 64.
- (11) íbid pp. 65.
- (12) íbid pp. 65.
- (13) íbid pp. 66.
- (14) Piaget, Jean. Problemas de Psicología genética, pp. 180.
- (15) íbid pp. 61.
- (16) íbid pp. 63.
- (17) íbid pp. 65.