UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

Unidad Ajusco

Licenciatura en Psicología Educativa

UNIVERSIDAD
PEDAGÓGICA
NACIONAL

“Análisis de elementos gramaticales en problemas aritméticos planteados por estudiantes de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional”

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADOS EN PSICOLOGÍA EDUCATIVA

P R E S E N T A N

Florencia Esperanza García Adán

Román Antonio Pino Gutiérrez

ASESORA

Alba Yanalte Álvarez Mejía

CO-ASESOR

Cuauhtémoc Gerardo Pérez López

México, D.F., octubre de 2013

Dedicatoria

A mi esposo Jorge, sin tu apoyo en todos los sentidos, no hubiera logrado no solo esta tesis, sino mi carrera. Gracias infinitas por tu confianza, tolerancia, apoyo incondicional, tu orientación, tus sugerencias, por los vastos conocimientos que compartes conmigo. Gracias amor. Te amo y lo sabes.

A mi hija Abril, gracias por tu amor, por tolerar mis ausencias, por entenderlo a tu forma. Eres mi motivación para lograr mis objetivos. Gracias preciosa, te amo.

Agradecimientos

A mis papás y hermano, por estar al pendiente y demostrar interés sobre los avances de mi carrera.

Mi agradecimiento y reconocimiento a mi compañero y amigo Román por emprender esta meta en común. Gracias por tu tolerancia y paciencia conmigo (no cualquiera), por tu dedicación, tu lucidez. Enfrentaste situaciones personales muy difíciles, sin embargo, la fortaleza de tu espíritu te ayudó a sobreponerte y a retomar tus proyectos de vida.

A mi profesora y asesora Yanalte Álvarez, gracias por la confianza, la orientación y el apoyo.

A la profesora Silvia Alatorre por sus conocimientos, sus aportaciones valiosas al trabajo y sus comentarios ocurrentes, muchas gracias.

Al profesor Cuauhtémoc Pérez, nuestro co-asesor y guía, gracias por las contribuciones que hicieron posible la realización de este trabajo.

Gracias y muchas, a ustedes por amar lo que hacen, la enseñanza.

A Omar Daniel, mi jefe, quizá te incumplí en muchos trabajos que me asignaste ¡pero mira! valió la pena…gracias de verdad por las facilidades que me otorgaste en diversos momentos y por creer que la educación y la preparación profesional son trascendentales para cada individuo.

Florencia.

Dedicatoria

Al final de este camino, al voltear la vista atrás y ver aquello que inició en su momento, miro a quiénes estuvieron junto a mí en todas esas horas de trabajo, cansancio, desesperación, angustia, enojo, alegría y esperanza para llegar a la conclusión de una meta por demás deseada.

A Dios, por darme otra oportunidad de vida, por llevarme en sus manos a donde Él cree que debo de estar y permitirme realizar mis sueños en esta etapa de mi vida.

A mis Madres, Nena y Yudi, ya no presentes. Y a Mayi quienes me apoyaron incondicional y amorosamente en toda mi vida y que al mismo tiempo han sido ejemplo de fortaleza, templanza, perseverancia y amor a seguir.

A Liliam Judith y Carlos Fernando, mis mayores orgullos, mi inspiración y estímulo, mis mejores ejemplos de estudio y dedicación, ¡Gracias, por ser excelentes hijos!

Agradecimientos

A Zuly, por su respaldo en estos años.

A mis maestras Silvia Alatorre y Natalia de Bengoechea, por escucharme, aconsejarme y no dejar que me rindiera en los momentos difíciles.

A mis maestros asesores, Yanalte Álvarez y Cuauhtémoc Pérez, quienes creyeron y confiaron en que realizaríamos un trabajo de calidad.

A Florencia, por tu dedicación, esfuerzo y empuje que tuviste hacia mí, gracias por todo tu apoyo incondicional, gracias por seguir conmigo en tantas horas de trabajo, gracias por no dejar que me rindiera en los momentos más difíciles, gracias por tu gran amistad y cariño. Y gracias a Jorge y Abril, tu preciosa familia, que nos cedió muchas hora de su tiempo.

A Sonia y Ana, quienes con su amistad, cariño, trabajo, esfuerzo compartieron nuestra aventura desde otro punto de vista.

A mis amadas amigas de profesión de la Secundaria 176, que me estimularon, apoyaron y me alentaron de una y mil formas a seguir persistiendo para que el cansancio no me venciera.

A todos mis hermanos en Cruz Roja y Scouts que me brindaron su amor y cariño para que cumpliera la misión que me impuse y me brindaron su respaldo incondicional para concluir con éxito este proyecto de vida.

A TODOS MI AMOR, CARIÑO, RESPETO Y GRATITUD.

Román.

ÍNDICE Pág.

CAPÍTULO 2 – Método

Resumen

Se diseñó una investigación de tipo descriptivo-cuantitativo, el objetivo general fue analizar la estructura gramatical de los elementos considerados en la invención de problemas aritméticos por estudiantes de la asignatura de Modelos de Enseñanza Aprendizaje de las Matemáticas de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional; los problemas están pensados para alumnos de primero, tercero y quinto grado de educación primaria, mediante un estímulo visual en una situación de compra venta. De las producciones, según objetivos específicos, se analizaron: inclusión de una historia, contextualización sociocultural, adecuación a los programas de matemáticas de cada grado, cantidad y ubicación de incógnitas, palabras clave; coherencia del enunciado, coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado y si lo planteado es un problema o no. Respecto a los resultados del análisis de las producciones se obtuvo que estaban acordes con el contenido del Programa de Matemáticas de primaria (SEP, 2009) tuvieron coherencia gramatical y coherencia de las operaciones con la estructura del texto. Se prefirió ubicar la incógnita al final del enunciado. Los enunciados redactados (según palabras clave) fueron de adición. La secuencia u orden de los datos en el enunciado, estuvo estructurada con Contexto, Acción, Operación e Incógnita. Los planteamientos en general describen situaciones específicas, el lugar, personajes, acciones y temporalidad, se incluye una historia; el vocabulario y entorno sociocultural están apegados a la edad y nivel escolar. Algunas conclusiones señalan que se esperaba que los estudiantes de la asignatura tuvieran mayor habilidad para plantear adecuadamente los problemas por ser agentes que orientan las estrategias y herramientas didácticas, para la enseñanza de resolución y/o formulación de los problemas, sin embargo, se halló que no consideraron contenidos del programa, no incorporaron el conocimiento procedimental y el estratégico, desarrollando únicamente los contenidos que ellos conocen o pueden manejar, en sus invenciones tradicionales. Por otro lado, la redacción de un enunciado matemático debe transmitir información explícita, contextualizada al lector (resolutor) que le dotará de sentido lógico, así como enseñar al educando los tipos de problemas y sus características, involucrándolo en la tarea de construirlos por sí mismo. Así se logrará que el alumno pierda el miedo y la ansiedad que éstos le generan.

Introducción

La invención de problemas matemáticos, como lo señala Silver (1994), es una manera de enseñar a los alumnos a resolver problemas, facilita el desarrollo del sentido de las relaciones numéricas y a generalizar el concepto de número. Además, permite al alumno utilizar sus conocimientos previos, su capacidad de análisis y de síntesis según se encuentre en sus diferentes niveles de desarrollo. Inventar problemas en este sentido no es nada más plantear operaciones aritméticas para llegar a un objetivo numérico, es utilizar los conocimientos gramaticales que el alumno posee para poder estructurarlos, ya que a partir de la redacción y la comprensión de estos problemas, se fomentará en el alumno el gusto por los mismos o al menos, a desarrollar sus propias técnicas para abordarlos y resolverlos de manera eficiente para llegar a un resultado correcto. Silver (1994) menciona que quienes resuelven mejor los problemas en contextos escolares son también buenos resolviendo y planteando problemas en situaciones reales.

El redactor de un problema matemático deberá considerar los elementos y las variables matemáticas, a quién se dirige, su contexto socio-cultural, y sobre todo tener en cuenta que no es lo mismo inventar problemas que plantear ejercicios. Inventar y resolver problemas conlleva el desarrollo de las competencias del alumno y del maestro; en el primero, con el fin de desarrollar sus capacidades y habilidades para plantearlos y resolverlos por medio de diseños lógicos de razonamiento y, en el segundo, con el de aplicar sus habilidades didácticas y estratégicas creativas e innovadoras, competencias que le son útiles para su vida cotidiana, independientemente del lugar y momento en que se encuentren.

Uno de los graves problemas del sistema educativo mexicano en la educación básica es su bajo rendimiento escolar. Por ejemplo, el 63 % de los alumnos de primaria a nivel nacional se ubican en un nivel de logro académico insuficiente y elemental en la asignatura de matemáticas y sólo el 37% de alumnos se ubican en el nivel de logro académico bueno y excelente, conforme a los resultados de la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE 2011).

Estos resultados respaldan la necesidad de buscar estrategias para elevar los resultados positivos y mejorar el aprendizaje y aprovechamiento de los estudiantes. El programa educativo escolar plantea entre sus objetivos resolver problemas matemáticos para desarrollar en los alumnos sus capacidades cognitivas y estratégicas ante situaciones de su vida cotidiana, saber utilizar técnicas para reconocer, plantear y resolver problemas y lograr una actitud positiva hacia las matemáticas como plantea el Plan de Estudios de Matemáticas de Primaria (SEP 2009).

Una de las principales finalidades de la **psicología educativa** es la de encontrar causas y estrategias para mejorar los aprendizajes en la educación. El psicólogo educativo proporciona orientaciones e instrumentos de trabajo para la labor docente. En el campo de la enseñanza de las matemáticas, Villalobos (2008) señala la urgente necesidad de: 1) Brindar a los profesores estrategias didácticas, herramientas teóricas y prácticas en actividades para la resolución de problemas, 2) Orientar en el diseño de alternativas de acción en el desarrollo curricular que promuevan destrezas y habilidades, 3) Diseñar situaciones de aprendizaje que favorezca la apropiación de estrategias en los estudiantes y 4) Encontrar las formas más adecuadas de estructurar y solucionar problemas aritméticos presentándolos de tal manera que tengan sentido para ambos y faciliten la comprensión y el razonamiento de la matemática en el contexto educativo.

Como parte del plan de estudios para la formación académica de los Psicólogos Educativos, en la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) se imparte la Asignatura de Modelos de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas. Se espera que si se cursa esta asignatura optativa, el futuro profesional de la psicología pudiera ser **agente de cambio**, que oriente las estrategias didácticas de los docentes y analice las propuestas de enseñanza aprendizaje; el programa de la materia refiere que el análisis de estas propuestas debe tomar en cuenta los contenidos, incorporar el conocimiento procedimental y el estratégico, considerar la secuenciación de los contenidos e identificar el papel que el maestro asigna al alumno (pasivo o activo) y el que asume el propio alumno dentro de la interacción alumno-maestro, entre otros (Alatorre, J., Hernández, J., Piñones, P., 1993). La pertinencia y la importancia de la presente investigación radican en que se explora y analiza los elementos que constituyen los problemas aritméticos redactados por los estudiantes que cursan esta asignatura. Para facilitar la tarea de aproximar estratégicamente la enseñanza de los problemas matemáticos, Villalobos (2008) señala que una herramienta necesaria para enseñar a resolver problemas matemáticos es tener conocimiento del tipo y características de los problemas presentados a los estudiantes.

El objetivo de este estudio descriptivo cuantitativo es conocer e identificar los aspectos semánticos, sintácticos y gramaticales existentes en cada uno de los elementos que conforman los problemas o ejercicios aritméticos inventados por estudiantes de octavo semestre de la asignatura Modelos de Enseñanza Aprendizaje de las Matemáticas, de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, dirigidos a alumnos de 1°, 3° y 5° de primaria a partir de una imagen y dos niveles de información sobre el Programa de Matemáticas en Educación Básica de la SEP.

El presente trabajo se organiza en cuatro capítulos. En el primero, se desarrolla la revisión teórica: se describe la situación de la enseñanza de las matemáticas en México. Se define qué es problema aritmético y pasos para su resolución y se citan autores como Polya, Da Ponte y otros más. Posteriormente, se describen las características brevemente de los problemas aditivos y multiplicativos con base en autores como Cázares, Castro y Rico (1998).

Asimismo, se define qué es el planteamiento o invención de problemas matemáticos, los pasos para plantearlos y las estrategias para su resolución, como lo señalan Resnick, Ford, Cázares, Buschman y otros más.

Se estudia la importancia que tiene la redacción de problemas matemáticos, para una mejor comprensión y resolución. Se argumenta que los aspectos sintácticos y semánticos fundamentan el análisis de los elementos que conforman las producciones elaboradas por los participantes del presente estudio. Se analizan rasgos o variables como; el contexto, el vocabulario; si cuenta con una historia y un contexto social; la existencia de palabras clave; la ubicación de la incógnita; si hay coherencia en el enunciado del problema; la coherencia entre lo que plantea el texto y el algoritmo que se requiere para la solución del problema; y la secuencia de la presentación de los datos del enunciado.

Finalmente se analiza cuándo se puede decir que las producciones son problemas o no, y si tienen coherencia entre el texto y la operación que se pide para resolverlo.

En el segundo capítulo se describe el método propuesto para realizar esta investigación. Se trabajó con un grupo de estudiantes que cursa la asignatura de Modelos de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional, a los cuales se les pidió que elaboraran problemas aritméticos para niños de educación primaria a partir de la presentación de una imagen de una feria popular en donde hay actividades de compra y venta de productos variados. El grupo de estudiantes se dividió en dos subgrupos, a un subgrupo se les entregó una hoja con los contenidos curriculares de los programas de primero, tercero y quinto grados de primaria y al segundo subgrupo se le proporcionó únicamente información resumida de los propósitos del programa de matemáticas de los tres grados mencionados.

En el tercer capítulo se hace el análisis de los resultados. Los datos obtenidos de cada participante se registraron en tablas de frecuencia, codificándolos de acuerdo con la presencia (valor 1) o ausencia (valor 0) de los mismos. Las variables se categorizaron con significado semántico, sintáctico y gramatical: contexto, pregunta del enunciado o incógnita, palabras clave, secuencia y coherencia en el enunciado; y otras variables generales que se valoraron: si es adecuado al contenido temático, si es problema aritmético y si hay coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado. Posteriormente se graficaron, analizaron y se discutieron las producciones de cada subgrupo y de manera comparativa.

En el capítulo cuatro se presenta los principales hallazgos y se plantean las conclusiones. De acuerdo con el objetivo general y específicos se analizan los resultados, se comparan con los objetivos, se muestran y se comentan los hallazgos encontrados, si corresponden al grado, el tipo de palabras clave que emplean, el tipo de operaciones que solicitan, si tienen coherencia y si ésta concuerda con la operación, entre otras variables. Asimismo, se analizan y comparan los dos grupos de enunciados planteados para conocer las diferencias entre ellos y conocer quiénes plantean mejores enunciados.

Finalmente, se comentan las limitaciones de esta investigación, donde se concluye qué fue lo encontrado y si se cumplieron tanto el objetivo general como los particulares, se incluyen algunas consideraciones.

CAPÍTULO 1 – Referentes conceptuales

Hacer matemáticas es resolver problemas
George Polya

1. Enseñanza de las matemáticas en México

Uno de los objetivos fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas es que los estudiantes desarrollen diversas habilidades y estrategias, que les permitan entender el contenido matemático, y aplicarlo en la resolución de diversos problemas. Para Santos (1997), aprender matemáticas significa que el estudiante identifique, seleccione y use estrategias usadas por los matemáticos al resolver problemas. Asimismo, es importante, que el estudiante discuta sus ideas con sus compañeros, presente conjeturas acerca de sus ideas matemáticas, utilice ejemplos y contraejemplos, y planee sus propios problemas.

En un sentido más amplio, el aprendizaje de las matemáticas implica, en los estudiantes, el desarrollo de valores, creencias y actitudes consistentes, mediante el estudio razonado y significativo, construyendo sus propios saberes a partir de sus conocimientos previos, adquiridos de manera formal o como resultado de sus experiencias cotidianas (Santos, 2007).

La asociación de profesores de matemáticas de Portugal publicó, en 1998, que la enseñanza de las matemáticas, en todos los niveles, debe proporcionar a los alumnos experiencias diversificadas en contextos de aprendizaje ricos y variados; así mismo, debe contribuir al desarrollo de capacidades y hábitos de naturaleza cognitiva, afectiva, social y sobre todo, estimular la curiosidad, la actitud crítica, el gusto por organizar razonamientos y comunicarlos; por último, fomentar el gusto por enfrentarse a problemas y resolverlos, la independencia y la autoconfianza intelectual (Serrazina, 2004).

La resolución de problemas es una forma de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En ella se destaca la importancia de que los alumnos constantemente se planteen preguntas y utilicen diversos caminos o procesos de solución. Según Resnick y Ford (1990), durante los dos decenios posteriores a los años 50, hicieron su aparición nuevos materiales y se descubrieron otros antiguos. Éstos estaban diseñados especialmente para la enseñanza de las estructuras matemáticas; mientras, la investigación psicológica pretendía explicar cómo llegan los niños a comprender y utilizar los conceptos matemáticos complejos.

Serrazina (2004) destaca que a partir del año 2000, la resolución de problemas se considera una de las diez normas para la enseñanza de las matemáticas. Al aprender a resolver problemas los alumnos adquieren estilos y formas de pensar, hábitos de constancia y de curiosidad, confianza en situaciones que no le son familiares y que le servirán fuera del ámbito escolar. Llegar a ser un buen resolutor de problemas puede traerles grandes beneficios en la vida cotidiana o en el trabajo.

Según Moreno (1995), en México, la atención al estudio de las matemáticas es un campo de trabajo reciente. Es a partir de 1970 cuando se le otorgó al Centro de Investigaciones Avanzadas (CINVESTAV) del Instituto Politécnico Nacional (IPN), la realización de los libros de Texto Gratuitos de matemáticas para las escuelas primarias del país.

Para 1975, en esa institución se creó la Sección de Matemática Educativa. En esta instancia se estructuraron los contenidos matemáticos básicos para formar los ejes organizadores del currículum de matemáticas. Se pretendía, además, dar a los profesores una visión matemática más contemporánea, dentro de un contexto en el que se incluyera aspectos científicos y culturales.

En 1977 se desarrollan los primeros programas de maestría en matemáticas, cuyo propósito era formar profesores para el aula y preparar personal para diseñar, estructurar y coordinar sistemas educativos. El desarrollo de la metodología y de la normatividad de esta disciplina ha llevado a múltiples cambios que han reformado, en varias ocasiones, los Planes y Programas de la asignatura (Moreno, 1995).

Actualmente, de acuerdo con los Planes y Programas de Estudios (SEP, 2009) en la asignatura de Matemáticas en educación primaria en México, se busca que los niños y jóvenes desarrollen:

- Una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales.
- Técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas.
- Una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina y de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñe como en otros diferentes.

Para cumplir lo anterior, se deberán realizar acciones que posibiliten la actividad matemática autónoma y flexible, en un ambiente donde los alumnos formulen y validen conjeturas, planteen preguntas y utilicen sus propios procedimientos, adquieran herramientas y conocimientos socialmente establecidos. Así mismo, que comuniquen, analicen e interpreten ideas y procedimientos de resolución. Generen una actitud positiva, crítica y colaborativa, hacia las matemáticas, que despierte y desarrolle en los alumnos la curiosidad y el interés por emprender con confianza procesos de búsqueda para enfrentar y resolver problemas en situaciones desconocidas y tengan confianza en su capacidad de aprendizaje.

Los contenidos que se estudian en la educación primaria (SEP, 2009) se han organizado en tres ejes temáticos, organizados en cinco bloques que coinciden con los de secundaria (SEP, 2006): *Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida,* y *Manejo de la información.*

1. *El sentido numérico y pensamiento algebraico* proporciona al alumno un lenguaje matemático oral y escrito; además lo lleva a la exploración de propiedades aritméticas que serán validadas con el álgebra. Le proporciona también diferentes maneras de representar y efectuar cálculos.

2. *La forma, espacio y medida* ayuda a los alumnos a entender la diferencia entre los objetos teóricos de la geometría (puntos, figuras, cuerpos, etc.) y los que pertenecen al espacio físico real; en este eje también se generan las condiciones para que los alumnos inicien tareas con características de pensamiento deductivo y hagan uso de vocabulario para formular propiedades.

3. *En el manejo de la información* se organiza, analiza, interpreta y presenta la información que da respuesta a las preguntas formuladas, se utilizan los recursos tecnológicos apropiados para responder las preguntas y se vincula los contenidos matemáticos con otras asignaturas.

Entre los propósitos que debe alcanzar un alumno de primaria está el desarrollo de conocimientos y habilidades para conocer y utilizar el sistema numérico decimal, cálculo mental, resolución de problemas aritméticos con números naturales y fraccionarios, conocimiento de figuras geométricas, uso del espacio-tiempo, cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos de preguntas planteadas, proporciones, porcentajes, probabilidad y estadística.

Los tres ejes forman parte de los seis grados de primaria. Para su abordaje durante ese ciclo se ha graduado el nivel de complejidad en cada bloque de acuerdo con el grado escolar que determinan los aprendizajes esperados:

1er. Grado:

Se espera que los alumnos cuenten del 1 al 100, que logren realizar sumas y restas de dos dígitos, que realicen comparación, igualación y que hagan cálculos de longitud.

3er. Grado:

Que cuenten de 1 al 1000, que realicen sumas y restas de 4 dígitos, que multipliquen con 3 dígitos por 1 y de 2 dígitos por 2, que realicen divisiones, que aprendan las tablas de multiplicar, que sumen y resten fracciones, que realicen operaciones con múltiplos de 10, con fracciones de ½, ¼, 1/8, que comparen, que clasifiquen, que conozcan las medidas de peso, longitud y volumen, mayor que, menor que y figuras geométricas.

5to. Grado:

Que realicen operaciones con suma, resta, división de 2 dígitos, multiplicación de 5 dígitos por 1 ó 4 dígitos por 3, división con decimales, potencias de 10, porcentajes, recta numérica, gráficas, volumen (l. - ml.), peso (kg. - g.), longitud (km. - m.), fracciones decimales y equivalencias.

Además, se espera que los alumnos desarrollen diferentes competencias que, según Gaulin (2001), son las capacidades del alumno para movilizar recursos cognitivos (conocimientos, habilidades, experiencias) y aplicarlas en diversos contextos reales y, específicamente, en la asignatura de matemáticas. En los planes y programas de estudios 2009, se establecen las siguientes competencias matemáticas.

Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones. Por ejemplo, problemas con solución única, otros con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que son los alumnos quienes plantean las preguntas. Se trata también de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces, o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema para generalizar procedimientos de resolución.

Validar procedimientos y resultados. Cuando el profesor logra que sus alumnos asuman la responsabilidad de buscar al menos una manera de resolver cada problema que plantea, junto con ello crea las condiciones para que dichos alumnos vean la necesidad de formular argumentos que le den sustento al procedimiento y/o solución encontrados, con base en las reglas del debate matemático. Dichos argumentos pueden ubicarse, según las investigaciones que se han consultado, en tres niveles de complejidad y corresponden a tres finalidades distintas: para explicar, para mostrar o justificar informalmente o para demostrar (SEP, 2009).

2. La resolución de problemas aritméticos

2.1. Definición de resolución de problemas aritméticos

En la dinámica escolar frecuentemente los alumnos tienen la consigna de resolver problemas aritméticos como parte de los objetivos de la enseñanza de la asignatura de matemáticas en todos los niveles; no obstante, para que la resolución de los problemas proporcione a los alumnos aprendizajes permanentes y sobre todo significativos, se requiere que el alumno asuma el papel como resolutor, no tan sólo de problemas aritméticos, sino que cuente con las habilidades o competencias para resolver cualquier tipo de problema en la vida cotidiana. Como se plantea en el Plan y Programa de Estudio de Secundaria (2006), se persigue desarrollar las competencias que lo preparan para la vida, las cuales van desde lo afectivo, la vida social en la democracia, el aprecio de la vida natural y por supuesto las de origen cognitivo que le permitirán al alumno reconocer plenamente la existencia de problemas y mostrar interés por darles solución.

Sin embargo, la mayoría de las veces los problemas aritméticos propuestos en la enseñanza son sólo un medio para que los alumnos de nivel elemental aprendan las operaciones básicas: adición, sustracción, multiplicación y división. Polya (1989) menciona que si un profesor no aprovecha la curiosidad de sus alumnos, éstos terminarán matando su interés por resolver problemas matemáticos, y considerará que problemas de esta índole son una materia más de la que tiene que presentar un examen final y no volverá a utilizarlas en cuanto termine el curso. Se parte de suponer que las operaciones aritméticas fincarán las bases que les permitan en adelante ser capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces y logren verificar su resolución.

Un problema aritmético no es exclusivamente la aplicación de operaciones para llegar a una solución. Polya (1989) sugiere que en la solución de problemas hay un descubrimiento que pone en actividad las facultades inventivas y permite experimentar el uso de los propios medios para llegar al goce del triunfo. Resolver un problema pone a prueba la curiosidad del estudiante desarrollando su pensamiento independiente, su carácter y la afición por el trabajo intelectual.

Por su parte, Schoenfeld (1987, citado en Santos, 2007) considera cuatro componentes que influyen cuando los estudiantes intentan y proponen actividades en el proceso de la resolución de problemas:

1. *Dominio del conocimiento o recursos*. Representa lo que el alumno sabe, conceptos, fórmulas y las formas en que obtiene el conocimiento.
2. *Métodos heurísticos*. Uso de estrategias que pueden ser útiles en la resolución de problemas matemáticos. Entre otras, analogías, elementos auxiliares en problemas, descomponer o combinar elementos, dibujar figuras, examen y verificación de procedimientos.
3. *Estrategias metacognitivas*. Conocimiento del propio proceso cognitivo, un monitoreo activo, consciente y regulado de las decisiones y procesos que se utilizan en la resolución de problemas.
4. *Sistema de creencias*. La concepción que el alumno tenga acerca de las matemáticas, sin duda, influye en la metodología, la dedicación, el esfuerzo y tiempo que va a emplear para resolverlos.

Para definir qué es la resolución de problemas aritméticos es necesario describir sus implicaciones; esto es mencionar las tareas que el alumno deberá ejecutar para llegar a una respuesta exitosa. Sin embargo, antes de conocer sus implicaciones es necesario definir problema aritmético.

2.1.1. Qué es un problema aritmético

Para Abrantes y Barba (2002), existe un problema cuando se quiere conseguir algo y no se sabe cómo lograrlo, es decir, los métodos que se conocen no son útiles.

Cázares, Castro y Rico (1998) lo definen desde una perspectiva particular. Ellos consideran que un problema se presenta en una sentencia oral o escrita y contiene datos numéricos que el resolutor utilizará para realizar cálculos aritméticos y obtener el resultado solicitado. Puig y Cerdán (1995) consideran que un problema aritmético tendrá que describir las características de su enunciado y de su resolución y la información que proporcione tendrá carácter cuantitativo, expresará relaciones entre cantidades y para resolver la incógnita o pregunta se desarrollarán una o varias operaciones aritméticas.

Según Castro (1995, citado en Cázares, Castro y Rico, 1998), los aspectos medulares que deben estar contenidos dentro de un problema son:

- una proposición: enunciado oral o escrito
- unos datos conocidos
- una intención: movilizar una o más personas para que averigüen
- una meta: obtener un resultado y
- un proceso: el modo de actuación para alcanzar el resultado

Para la resolución de problemas, Castro, Rico, y Gil (1992) exponen que las tareas que el alumno ha de ejecutar implican, 1) habilidades lectoras que aumentan la capacidad de resolución, es necesario que el alumno conozca el significado del texto, que lo entienda correctamente, sin ambigüedades; 2) representaciones mentales, un paso muy importante para que el alumno pueda concretar una situación de la realidad, por medio de preguntas por ejemplo ¿qué me pide el texto?, comparaciones del problema con situaciones reales y dramatizaciones para que sean significativos y 3) reconozca que todas las palabras influyen en la selección de la operación aritmética (palabras clave) y, al mismo tiempo, delimitan el contexto del problema.

Para diversos autores, existe una diferencia entre plantear un problema aritmético y un ejercicio aritmético. Resnick y Ford (1990) mencionan que basta con recordar las páginas completas que contenían problemas idénticos donde solo cambiaba las cantidades; este tipo de actividad se llamaba "ejercicio y práctica", sirviendo únicamente para la velocidad y la precisión en resolver las cuatro operaciones aritméticas. Sin embargo, no sólo se requiere de una habilidad aritmética precisa, sino la capacidad de pensar de manera cuantitativa, disponer de un "fondo de significados", y no de un conjunto de respuestas automáticas Brownell (1928, citado en Resnick y Ford, 1990). Sugiere Villalobos (2008) acabar con las prácticas memorísticas, que desarrollan la memoria y la repetición, respecto al planteamiento de problemas matemáticos, que estos sean variados en su presentación, que existan diversas formas de solución y los tipos de conceptos matemáticos que intervienen; evitar tareas mecánicas y rutinarias con el empleo sólo de ejercicios algorítmicos, práctica inadecuada para la resolución de problemas. En el apartado *6. Ejercicio y problema aritmético*, se define con más detalle en qué consiste la diferencia entre estos dos conceptos.

2.2. Pasos para la resolución de problemas aritméticos

Una de las principales dificultades que enfrentan los alumnos en el Sistema Educativo Mexicano es la resolución de problemas de matemáticas (Enlace 2010). Los resultados muestran que el 52.5% de los alumnos de secundaria obtuvieron resultados insuficientes en este rubro.

La preparación para la actividad matemática debe comenzar desde etapas educativas tempranas. Como señalan Orrantia, Gracia, González y Morán (1995), es el momento más delicado dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje con problemas sencillos de resolver con una operación de suma o resta.

Para resolver problemas, diferentes investigadores han hecho estudios sobre la mejor manera de enfrentarlos, Orrantia et al. (1995); Polya (1989) y Resnick y Ford (1990) entre otros, coinciden en mencionar varios puntos que el resolutor debe considerar (entender el problema, buscar alternativas, cambiar el orden, resolverlos y evaluarlos) como se verá abajo.

Dewey (citado en Puig y Cerdán, 1995) plantea una propuesta para dar solución a una circunstancia problemática:

1. Identificación de la situación problemática
2. Definición precisa del problema
3. Análisis medios-fines. Plan de solución
4. Ejecución del plan
5. Asunción de las consecuencias
6. Evaluación de la solución, Supervisión, Generalización

Para Polya (1989), en el proceso de resolver un problema el resolutor necesita:

1. Comprender el problema
2. Concebir un plan
3. Ejecutar el plan
4. Examinar la solución obtenida

Con este modelo, se ofrece al resolutor la serie de pasos que necesita hacer, de modo que pueda saber en qué fase se encuentra y poder tomar una decisión y reflexionar sobre ella.

Con los modelos anteriores, se puede diferenciar los procesos de resolución de un problema aritmético escolar (Puig y Cerdán, 1995):

1. Lectura
2. Comprensión
3. Traducción
4. Cálculo
5. Solución
6. Revisión, Comprobación

Los autores describen un análisis del proceso de solución de problemas consistente en dos niveles de descripción:

Microscópico. En este nivel se observan conductas puntuales del resolutor:

- *buscando* información que se puede localizar en el texto del problema,
- *utilizando* un algoritmo para desarrollar la operación que sea necesario realizar,

- *tratando de recordar* un problema o situación parecida que resolvió alguna vez,
- *decidiendo* tomar una alternativa frente a dos vías de solución que considera razonables o
- *atorándose* sobre los pasos a desarrollar, no manifiesta actividad mental alguna.

Se desprenden diversas preguntas al respecto:

- ¿Cómo se sabe qué problema parecido utilizar y cómo dar con él?
- ¿Cómo se entresaca la información deseada del texto del problema?
- ¿Cómo se decide qué alternativa es la mejor?
- ¿Qué se hace cuando se está atascado?

Macroscópico. El análisis en este nivel se hace sobre la totalidad del proceso. Se categorizan las conductas puntuales del resolutor de un determinado lapso del proceso, y así es factible conocer los pasos estratégicos que el resolutor ha utilizado en la resolución de la tarea.

3. Problemas aritméticos

3.1. Características del problema aritmético

Resolver problemas es una actividad cotidiana del ser humano, qué vestir, qué comer, cómo llegar, cuándo estará, por dónde ir, etcétera. Para resolver un problema es necesario conocer cuáles son las características que lo estructuran. Polya (1989) menciona que para comprender un problema se parte del todo para llegar a sus particularidades realmente esenciales, de aquí la importancia de conocer y distinguir las características que conforman un problema.

Los problemas aritméticos son oraciones verbales o escritas que contienen datos numéricos que proporcionan información para poder encontrar la incógnita planteada en el enunciado, a través de operaciones aritméticas como lo consideran Cázares y et al. (1998).

En los problemas aritméticos se encuentran características de los textos narrativos, ya que la realización de las operaciones por sí solas tiene un lenguaje de instrucción que tiene poco que ver con la experiencia de los alumnos. De esta manera los problemas aritméticos, expresados de forma verbal, son una propuesta que facilita el acercamiento del alumno a la aritmética y a la realidad; en consecuencia, la asignatura se vuelve significativa (Puig y Cerdán, 1995).

Para Carpenter, Hilbert y Moser (citados en Puig y Cerdán 1995), los problemas verbales son importantes para la comprensión del alumno por que le brindan la oportunidad de analizar el texto, comprenderlo y aplicar los algoritmos aprendidos, dentro del contexto planteado en el enunciado; además, promueven el desarrollo de habilidades que le permiten detectar el tipo de operaciones aritméticas que debe utilizar.

Para Puig y Cerdán (1995), cuando los problemas aritméticos se expresan mediante un texto que contiene una o varias frases, se está hablando de Problemas Aritméticos de Expresión Verbal, los cuales presentan variables sintácticas.

Las **variables sintácticas** son las relaciones entre las palabras y los números empleados dentro del enunciado matemático. Estas variables analizan, por ejemplo: el tamaño del problema (número de palabras o frases expresadas), la complejidad gramatical (uso de sustantivos, calificativos, pronombres, adjetivos, conjugación de los verbos), el formato de los datos sin son escritos en símbolos, números o palabras, ubicación de la pregunta (al inicio, al final o aislada) y secuencia u orden de presentación de los datos.

3.2 Clasificación de problemas aritméticos

En la literatura consultada se encontraron diversas formas para clasificar los problemas aritméticos. En lo general se conocen los problemas **aditivos**, para cuya solución se requiere operaciones de suma y resta considerando también los problemas de conteo que se resuelven mediante la identificación, clasificación, ordenación y/o comparación y los **multiplicativos**, que requieren de operaciones de multiplicación y división. Esta clasificación, a su vez, tiene otras sub clasificaciones que no serán motivo de investigación por no ser del interés del presente trabajo.

4. Invención de problemas aritméticos

A lo largo de este trabajo se ha discutido qué es un problema aritmético, su clasificación y su resolución. De manera breve también se discute la diferencia entre ejercicio y problema. No se debe olvidar que para poder resolverlos es sumamente importante saber entenderlos, comprender qué es lo que pide la pregunta o incógnita, razonar metódicamente cuáles son los pasos para resolverlos y hacer un plan estratégico que lleve a la resolución adecuada.

Para poder inventar un problema es imprescindible hacerlo de una manera entendible para la(s) persona(s) a la(s) que se presentará. Para ello, por ejemplo, un profesor deberá considerar la etapa de desarrollo evolutivo del aprendiz para poder hacerlo, no será lo mismo diseñarlo para un alumno de preescolar que para uno de primaria o de secundaria o de otro nivel escolar.

El profesor también deberá considerar el nivel socio-cultural del alumno para redactar un problema de modo que el alumno lo pueda comprender. Además de tomar en cuenta los Planes y Programas del nivel escolar en que se ubican sus alumnos.

Con base en esto último y enfocado en la asignatura de matemáticas, el programa de nivel medio básico SEP 2006, marca que en esta etapa educativa al alumno se le orientará a lograr plantear y resolver problemas en diversas situaciones y contextos, de modo que pueda justificar la validez de los procedimientos que utiliza y la forma en que llegó a los resultados; así como a utilizar el lenguaje matemático correctamente para poder expresarlo.

Para que el alumno pueda lograr este perfil de egreso, deberá tener conocimientos básicos de gramática y otros elementos que se analizarán más adelante; no es lo mismo utilizar el lenguaje cotidiano que el lenguaje matemático. Para poder ser comprendido, primero hay que conocer su significado antes que se escriba en un texto, por lo que la resolución de problemas verbales se inicia con la traducción del lenguaje.

El alumno deberá contar con una buena capacidad lectora para poder comprender a su vez qué se le plantea en un problema (Aiken, 1971, citado en Castro, Rico y Gil, 1992). En sus investigaciones posteriores se informa la existencia de una correlación positiva y significativa entre la habilidad lectora y el éxito en resolución de problemas verbales. Asimismo, para plantear un problema es necesario tener una buena capacidad de redacción.

Por ejemplo, en la redacción del siguiente problema:

2 niños fueron corriendo a clase y 3 niños fueron andando.
¿Cuántos niños llegaron a clase en total?

Nesher (1980, citada en Puig y Cerdán, 1995) menciona que los verbos o rasgos semánticos “correr” y “andar” se refieren a la velocidad del movimiento, es decir, al tiempo que utilizaron para llegar al lugar de la clase, puede llevar al resolutor a distraerse pensando en qué tanto les importa la clase a los que van “andando”. La redacción del problema no busca la velocidad ni las características de cómo llegaron, sino el total de los que sí llegaron y debería llevar al pequeño resolutor a deducir que se realizará una operación de suma. Si a este mismo problema se le da otra presentación, haciendo énfasis a la cantidad y no en la cualidad de los alumnos, pensará primero en lo que necesita descubrir sin distraerse en el cómo.

En cambio, si el resolutor, cuando está analizando el problema cambia el orden del problema y lo reescribe dándole importancia a la segunda parte del problema quedaría de la siguiente manera:

¿Cuántos alumnos en total llegaron a clases si 2 llegaron corriendo y 3 andando?

De esta manera se simplifica el razonamiento distrayéndose menos con las cualidades de la llegada a la clase. La narrativa del problema se referirá al total de alumnos en vez de la cualidad de la acción.

De aquí la importancia de tener buenas habilidades lectoras y de redacción para poder comprender qué es lo que en realidad pide la incógnita de un problema, así como saber redactar problemas considerando no únicamente la clase sino el contexto áulico en que se encuentra el alumno.

Inventar un problema aritmético no es una tarea simple: Cázares (2000) afirma que se está más acostumbrado a resolver que a plantear o crear nuevos problemas, sobre todo no hay conciencia de “problemas” en la vida diaria. En esta tarea están implicados varios factores a considerar por el redactor de los mismos, entre otros, utilizar palabras clave, buscar una adecuada incógnita, considerar el entorno del alumno. Por lo tanto, varios investigadores han propuesto estrategias para plantearlos de manera que se facilite esta actividad y, en consecuencia, el planteamiento de problemas sea de una manera más práctica y esto lo lleve a seguir con esa actividad.

El trabajo realizado por Cázares et al. (1998) se puede clasificar como un estudio bajo dos enfoques: uno de corte cognitivo y el segundo sobre estudios curriculares. En dicho estudio cognitivo se abordan los modelos de Kochen, Badre y Badre (1976) en los que se describe un modelo de una situación problemática que necesite elaborar una formulación matemática: 1) La persona se enfrenta a una dificultad. 2) Transforma el enunciado en una formulación matemática. 3) Divide el problema en subproblemas para su resolución.

Otras estrategias que facilitan la creación y resolución de problemas son los cuatro principios de Moses, Bjork y Goldenberg (1990, citados en Cázares, Castro y Rico, 1998): 1) centrar la atención en la información conocida, desconocida y las restricciones de un problema y tomar en cuenta lo que sucedería si fueran cambiadas las condiciones, 2) considerar un ambiente matemático confortable, 3) animar a los estudiantes a plantear nuevos problemas y 4) favorecer la idea de un dominio de determinado contenido.

En el plano curricular, sobre la invención de problemas, Cázares et al. (1998) encontraron diferentes análisis para la confección de problemas aritméticos: el estudio del comportamiento cognitivo de los estudiantes, la comprensión y desarrollo de habilidades enfocadas a la invención de los mismos, el papel que juegan los verbos en los enunciados, el uso de las palabras clave en la que sugiere el tipo de operación para aplicar, incluso estrategias de resolución de los problemas aritméticos.

4.1. Invención de problemas aritméticos significativos

Para poder inventar un problema matemático no basta con tener los datos que se necesitan, se debe considerar que tenga significado para el resolutor, pues éste, según se mencionó líneas arriba, está en un nivel de desarrollo que deberá ser tomado en cuenta. Polya (1989), enfatiza que en vez de dar a los alumnos problemas con conceptos abstractos es mejor dar muchos problemas reales, que sean capaces de resolver, sin importar que sean de tipo matemático, con acertijos o verbales.

Esto es comprensible porque no se le deben presentar a un escolar ejemplos descontextualizados de su entorno social. Si se quiere un ejemplo para un niño de seis o siete años, no deberá contener objetos o palabras desconocidas ni operaciones con las que el niño no esté familiarizado, Freudenthal (1982, citado en Puig y Cerdán, 1995) explica que los significados de las operaciones se dan en un contexto habitual en que se utilizan y su relación con los problemas escolares.

En el siguiente ejemplo presentado en Puig y Cerdán (1995):

En un estanque hay 7 ocas y 3 patos. ¿Cuántos palmípedos hay?

Los autores refieren que las posibles dificultades para el niño al resolver el problema es que el término “palmípedos” lo desconozca por ser poco usual y que el contexto o el entorno le sea ajeno a su vida cotidiana, implicando una resistencia al no acercarse a su entorno familiar de los objetos o vocabulario, dificultando su comprensión lógica de la situación formulada en el problema.

Otro ejemplo:

Un pastor tiene 360 borregos y 10 perros. ¿Cuál es la edad del pastor?

Para los niños a quienes les fueron aplicada esta batería, sus respuestas decían que no se podía saber, que no entendían por qué se habla de borregos, de perros y de un pastor, dado que el problema no tenía sentido. Se aplicó un segundo planteamiento respecto de la edad de una maestra:

En una clase hay 7 filas de 4 mesas. ¿Cuántos años tiene la maestra?

Los niños llegaron al resultado correcto, puesto que los problemas aritméticos verbales fueron planteados y resueltos dentro de su salón de clases.

La solución, en el fondo, supone tomar en cuenta los contextos como contextos mágicos en los que se dota de sentido a las operaciones fuera de la significación habitual. Aunque darle sentido esté lejos de hacerse de forma arbitraria, como el que los alumnos usaron una suma y una división, respectivamente, para calcular las edades del capitán y del pastor.

Los niños responden así a los problemas aritméticos verbales porque los enunciados que se les presentan están fuera del mundo de significados de su experiencia real. El remedio a esta situación es construir enunciados de problemas que pertenezcan a su mundo de experiencias. Hay que considerar que los niños que cursan los diversos grados escolares tienen en mente que los problemas resueltos en la escuela se dan para llegar a resultados (Puig y Cerdán, 1995).

Nesher (1980, citada en Puig y Cerdán, 1995) afirma que no es posible aplicar las matemáticas de manera significativa mientras no se conozcan los objetos o las situaciones planteadas en un problema, relación, funcionalidad, aplicación, es decir, será necesario que sea significativo en la mente del resolutor. Por tanto, se pretende insistir en la necesidad de que en una situación de enseñanza didáctica se empleen didácticas útiles que faciliten el aprendizaje significativo. En este sentido Villalobos (2008) afirma que mientras un conocimiento sea útil y de aplicación, éste se concretará y aprenderá de manera significativa, adquiriendo sentido y realidad. Es necesario vincular situaciones escolares con las reales, entre lo social, lo familiar y lo laboral.

La tarea docente consistirá en brindar medios que permitan al alumnado desarrollar capacidades, conocimientos y destrezas para abordar con éxito los problemas aritméticos, y que estos procedimientos didácticos se den considerando contextos reales de los alumnos, que sean acordes con su edad y grado escolar. Con esto se convertirá el planteamiento y la resolución de problemas en una potente herramienta como una forma de enseñanza que los estimulen a aprender y como medio para evaluarlos (Villalobos, 2008).

4.2. Grado de complejidad de los problemas (si son demasiado complejos no se pueden resolver o si son demasiado sencillos no son problemas)

Redactar problemas aritméticos no es tarea fácil puesto que existen múltiples formas para hacerlo. Debe considerarse el grado escolar que se trate, la cultura y el entorno del alumno y del profesor, la experiencia de este último para redactarlos o la experiencia de los alumnos para resolverlos, entre otros.

Para Cantero, Hidalgo, Merayo, Primo, Sanz, Vega (2002) se podría suponer que un problema aritmético es más sencillo si presenta un problema con una operación para niveles educativos bajos, más complejos si para resolverse es necesario realizar más operaciones aritméticas y están dirigidos a alumnos en un grado superior. Sin embargo, esto no es siempre así, realmente dependerá su complejidad de la forma en que están redactados y lo que pide la incógnita, además del tipo de lenguaje utilizado y la redacción rebuscada o poco usual.

Los autores concluyen que una dirección adecuada para los alumnos sería que tuvieran la oportunidad de resolver numerosos problemas no complejos en los primeros grados escolares e ir incrementando la dificultad conforme van llegando a niveles superiores y no disminuir la dificultad de los problemas de una operación al avanzar en los cursos.

Para explicar la resolución de un problema aritmético se debe tomar en cuenta la forma en que realizan los alumnos las operaciones aritméticas, sus estrategias para incorporar la información a sus conocimientos y utilizar éstos, detectar las relaciones existentes entre ellas y cuál es la elección que realizan para resolver un problema planteado.

Resnick y Ford (1990) mencionan tres aspectos para resolver problemas:

1. Cómo se representan los problemas.
2. Cómo se interrelacionan las características del entorno de la tarea con el conocimiento de un individuo.
3. Cómo se analizan los problemas y cómo se exploran las estructuras del conocimiento para conseguir asociar a una tarea la información que en un principio no se había relacionado con la misma.

El niño que comprende la forma en que deben plantearse los problemas aritméticos verbales, no comenzaría a operar sobre los números ya dados sin deducir primero lo que el texto pide que se interprete. Para hacerlo es necesario que tenga una serie de habilidades lingüísticas, entre otras, reconocer nombres, adjetivos y verbos y referencias del lenguaje, concluyen los autores.

Conocer lo que se realizará será de ayuda para codificar el procesamiento de datos de un problema, ya que supone replantear el problema en las palabras del alumno (Resnick y Ford, 1990). Lo complejo de un problema matemático tiene que ver también con la dificultad y la asociación de sus variables sintácticas: el número de palabras, su secuencia en la información, la presencia o ausencia de palabras clave, cuál es la operación aritmética que lo resuelve. Sin embargo, su estructura semántica es más importante que la sintaxis para determinar el proceso que usará el resolutor (Carpenter y Moser, 1983).

Para Cázares et al. (1998), inventar problemas en la educación primaria lleva a los alumnos a un mejor desempeño aritmético, ya que les permite poder plantear, formular y resolver un determinado problema y para el maestro tener más información sobre qué tipo de competencias utilizar y desarrollar en sus alumnos.

Silver (1994) menciona seis propósitos para inventar problemas en matemáticas; como actividad creativa, para enseñar a investigar, como mera actividad matemática, para mejorar la capacidad del alumno en la resolución de problemas, como una forma de observar cómo comprenden los estudiantes las matemáticas, además de ser una técnica para evaluar el conocimiento matemático de los alumnos, y como una manera positiva para acercar a los alumnos a las matemáticas.

Para conocer qué tan complejo es o no un problema inventado o reelaborado, agregan Cázares et al. (1998), será necesario establecer si contiene o no preguntas, si es de tipo matemático o si los datos expuestos son los necesarios para que se pueda resolver dicho problema.

El profesor debe tomar en cuenta qué tan original es el problema y ser sensible para detectar aquellos en cuya creación haya considerado las habilidades del alumno, aunque este punto no es el objetivo principal de la tarea, sino la capacidad que tiene el propio alumno para plantear problemas y que él mismo lo resuelva para tener una visión completa del proceso.

Buschman (2003) cita un estudio realizado con alumnos de un grupo de 3° de secundaria en Almería, España, en la que el profesor plantea dos consignas: en la primera, pide a los alumnos que inventen problemas aritméticos donde utilicen las fracciones y que los resuelvan, segunda es inventar un problema aritmético con fracciones que consideren sea difícil de resolverlo.

Las categorías para el análisis eran si el problema involucraba fracciones o no, el número de etapas, la estructura y el tipo de problema. Los resultados de la investigación concluyen que los alumnos tienen serias dificultades para elaborar problemas de fracciones. De los 26 problemas con la primera consigna sólo 14 alumnos lograron hacerlos de manera correcta, la mayoría utilizó la estructura aditiva, la relación parte-todo, indicando la conclusión que es el nivel más intuitivo y con el que se inicia el estudio de fracciones. Los estudiantes consideran a los problemas con “muchas operaciones” o “muchas cifras” como problemas difíciles.

Ayllon, (2004) desarrolló una investigación con 124 estudiantes en edades de 18 a 22 años de la Licenciatura en Educación, con tres grupos: Educación Infantil, Educación Musical y Educación Especial.

Una vez concluida la revisión de los conceptos matemáticos, a los estudiantes se les pidió inventar tres problemas matemáticos, para cualquier grado escolar, que hicieran referencia a cada uno de los conceptos y la resolución de los mismos. La producción era de manera individual. El objetivo del estudio era para conocer el uso que hacen de los números naturales, enteros y racionales los maestros en formación. El análisis para este estudio fue la existencia de un enunciado, si era un problema, su claridad y coherencia, los datos aportados, los desconocidos y las relaciones entre los mismos, y si requerían una o más operaciones o etapas para resolverlos.

El autor concluye que de 372 problemas que se esperaban fueran elaborados, sólo 266 cumplían con los requisitos para la investigación; de éstos la mayoría de los participantes hicieron planteamientos con números naturales, seguidos de los enteros y finalmente los números racionales. La mayoría de los problemas fueron planteados con dos o más etapas para resolverlos; los menos utilizaron una etapa para su solución. La estructura aditiva es la más empleada. Las conclusiones mencionan que en las producciones se observa inexperiencia en la tarea, así mismo dificultad para utilizar los números negativos sin hacer referencia a la deuda y para realizar problemas fuera del contexto parte-todo, en el caso de los racionales. Se halló incoherencia en la redacción. No hay relación entre los datos. Los enunciados valorados como “no problema”, en algunos casos no planteaban ninguna pregunta o ésta no se podía contestar por ausencia de datos o el mismo enunciado daba la respuesta. Los problemas generados mayormente correspondían a problemas que se tratan en primero y segundo grado de educación primaria. Se presentó un caso de teorema de Pitágoras; uno con fórmula de interés y otro de valor real con base en la depreciación.

La enseñanza de las matemáticas, en particular el planteamiento y la redacción de problemas aritméticos, no debe quedar exclusivamente para los alumnos de educación básica, sino que también debe ser enseñada a estudiantes universitarios, en particular a los que estén relacionados directamente con la enseñanza como los estudiantes de la licenciatura en Psicología Educativa. Carbonero (2005) propone el entrenamiento de estrategias de aprendizaje para la invención y diseño de problemas matemáticos con estudiantes de educación superior para que por medio de actividades propicien cambios en la metodología de la enseñanza, que generen estrategias de aprendizaje, que se involucren de manera competente en el proceso de aprendizaje y se favorezca el desarrollo cognitivo de los que intervienen en el trabajo áulico, los induzca a descubran su forma de aprender, conduzcan y controlen progresivamente su proceso de aprendizaje mejorando las prácticas educativas y les permita a futuro enseñar contenidos y desarrollar instrumentos para aprender dichos contenidos y otros más (Walter, 1983, citado en Carbonero, 2005).

Para tener alumnos que realicen procesos estratégicos, Monereo (1997, citado en Carbonero, 2005) afirma que se necesita, por consiguiente, profesores que desarrollen estrategias novedosas y estén conscientes de los procesos cognitivos y metacognitivos que se utilizan para aprender. De aquí la importancia de que sean los estudiantes universitarios quienes adquieran los conocimientos para que creen nuevas formas y diseños de planteamientos de problemas aritméticos que en un futuro se llevarán a los alumnos.

5. La redacción de los problemas, factor fundamental para la comprensión del enunciado

Como se mencionó en el apartado Planteamiento de problemas aritméticos, hay una correlación entre la habilidad lectora del alumno y el éxito en la resolución de problemas verbales. Un redactor que plantee un problema deberá considerar las variables analizadas en el trabajo de Suppes, Loftus y Jerman (1999, citados en Castro, Rico y Gil 1992), como posibles factores que alteran el grado de dificultad de un problema, tales como:

- *Las operaciones*. El lector-resolutor comprende qué operación es la adecuada para dar respuesta a la pregunta.
- *Los pasos.* El lector-resolutor deducirá razonadamente qué pasos seguirá para encontrar la solución.
- *La longitud*. Esta variable manifiesta el desarrollo gradual de los niños en la comprensión de enunciados de mayor a menor número de palabras y la dificultad que tienen éstos para retenerlas.
- *La secuencia.* El orden de presentación de los datos. (Puig y Cerdán, 1995).

- *La pista verbal o palabra clave.* Son las palabras o expresiones matemáticas que tienen influencia decisiva para elegir la operación aritmética para solucionar el problema.
- *La conversión.* El lector-resolutor realiza el cambio de expresión-traducción del lenguaje cotidiano a una expresión matemática. Por ejemplo: “si llueve, salgo con paraguas” es una implicación. Otro ejemplo: “si y sólo si está lloviendo, salgo con paraguas” es una equivalencia.

Puig y Cerdán (1995) consideran también el nivel escolar inicial de los niños quienes están aprendiendo a leer y a reconocer entre textos narrativos, descriptivos y a diferenciar cuándo éstos son presentados en forma de problema matemático; factores como la complejidad sintáctica del problema planteado y el vocabulario empleado en la sentencia, pueden ser las causas que impidan la comprensión y la resolución del problema planteado. La lectura y comprensión de un problema aritmético le da sentido al planteamiento que realizará el resolutor en el problema y a su vez le permite un aprendizaje lógico y razonado al resolver con habilidad cualquier situación problemática ya sea escolar o diaria de la vida.

Fones (1988), reflexiona acerca de las características del enunciado y las características mismas del resolutor; dice que el enunciado sea congruente con el nivel evolutivo de los alumnos, con los conocimientos propios del contexto sociocultural, con su habilidad lingüística, dominio del vocabulario y otros aspectos que tienen que ver con la capacidad de comunicación.

5.1. La sintáctica y la semántica. Por qué hablar de la sintáctica y semántica en un problema aritmético

La sintaxis (sin: con; taxis: orden), significa: “decir con orden”, escribir ordenando correctamente las palabras para formar frases, oraciones, párrafos, textos. Es la parte de la gramática que estudia las relaciones de las palabras dentro de la oración o del enunciado. En la lingüística moderna la sintaxis se ocupa de las reglas que rigen la asociación de sintagmas o unidades lingüísticas para construir unidades superiores: enunciados y oraciones. (Diccionario de las Ciencias de la Educación, 1987).

El estudio de los elementos de una oración (sujeto, predicado, verbo, complementos, etc.) sus clases, sus funciones, sus relaciones y dependencias, corresponde al estudio de la sintaxis (Ramírez, 1991).

La semántica es la ciencia que estudia el significado de las palabras. Este estudio debe comprender todos los aspectos de la significación: relaciones entre significados, variaciones y ambigüedades, campo significativo de la palabra relacionada, relaciones entre significados y referentes. (Diccionario de las Ciencias de la Educación, 1987).

En el presente trabajo, es pertinente aclarar que en el lenguaje matemático se maneja el término "estructura semántica" al clasificar a los problemas aritméticos de estructura aditiva, que son: de cambio, de combinación y de comparación y uno más de igualación que sugieren Orrantia et al. (2008). Sin embargo, para esta investigación no se tratará el concepto de "semántica" en términos aritméticos; por el contrario, se empleará desde el punto de vista gramatical del lenguaje español como se analizará más adelante, ya que el objetivo general es analizar en términos gramaticales la redacción de problemas y no el estudio de clasificación de problemas aritméticos.

Quien plantee y redacte un problema deberá considerar, además de las variables ya mencionadas en el apartado 3.1., los significados de cada palabra, la presentación y relación entre los datos, el contexto del alumno y cómo éste interpretará la lectura para hacer su plan de resolución, como plantea Polya (1989).

Otras variables también consideradas son las palabras clave, el contexto donde se desarrolla la narración del problema, la secuencia de la presentación de los datos o los verbos que están contenidos en un problema (Castro et al., 1992; Fones, 1988). Puig y Cerdán (1995) mencionan variables como la extensión del enunciado, y la cantidad de oraciones que lo forman.

5.1.1. Lo sintáctico

Resultados de estudios realizados por Nesher (1982, citada en Puig y Cerdán, 1995) sobre las dificultades que presentan los problemas aritméticos en el orden sintáctico, están clasificados en dos categorías en función de la finalidad que se persigue y la metodología que se empleó; el primero, trata de manera detallada cómo se analizan las distintas variables, como las de formato de presentación del problema, la longitud del enunciado, su estructura gramatical, la posición de la pregunta del enunciado, al principio o al final, la presencia o no de datos en la pregunta, el tamaño de los números y el orden de presentación de los datos.

El segundo, trata de comprobar si una variable en específico se relaciona de forma directa con el logro de la respuesta, una vez que se entiende la variable del problema.

De los anteriores estudios, Puig y Cerdán (1995) refieren cuatro resultados cualitativos:

1. Los problemas verbales con grabados, dibujos o materiales son más sencillos de resolver en los primeros niveles escolares.

2. La extensión del enunciado, las oraciones que forman el problema y la posición de la pregunta (al principio, en medio o al final) son variables que en el estudio del primer tipo son útiles para explicar la dificultad del problema. En el segundo tipo señalan que no son relevantes frente a la modificación de la estructura semántica, como cuando se pasa de un problema de cambio a uno de comparación.

3. Aumenta la dificultad del problema cuando los números son muy grandes o existe la presencia de símbolos en vez de números concretos, en los primeros niveles escolares.

$$\begin{array}{r} 345085 \\ \underline{+\ \ 8763} \end{array} \qquad A + B = \quad \text{o} \quad ♑ + \mu =$$

4. Una dificultad que se agrega es que en el orden como se presentan los datos redactados en el problema, no proporciona el orden en que debe resolverse la operación.

Ejemplo:

Bertha perdió 12 colores. Tenía 28. ¿Cuántos colores le quedan?

$$\boxed{\begin{array}{r} 12 \\ \underline{-\ \ 28} \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{r} 12 \\ \underline{+\ 28} \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{r} 28 \\ \underline{-\ \ 12} \end{array}}$$

5.1.2. Lo semántico

Como ya se mencionó, la semántica se refiere a la importancia de escribir textos que sean comprensibles para el lector. Díaz-Barriga y Hernández (2006) apuntan que cuando se redacta un texto con determinadas finalidades de comunicar, el redactor se implica en el proceso de elaboración de significados que lo lleva inclusive a transformar sus propios conocimientos.

Cuando se formulan proposiciones o enunciados aritméticos se consideran aspectos similares a la construcción de un texto literario: poseer una finalidad comunicativa, fluidez, coherencia que le dé sentido y lo haga inteligible, como mencionan García et al. (1999, citados en Díaz-Barriga y Hernández, 2006).

Por lo tanto, la semántica en el ámbito matemático, especialmente en la confección de problemas aritméticos es que quien construye e integra un conjunto de palabras e ideas le da un sentido, una coherencia global al texto. Lo que el texto provee es fundamental para la comprensión del lector.

Los aspectos semánticos que Díaz-Barriga y Hernández (2006) consideran son: la cohesión, la coherencia, el tratamiento del tema, la consistencia interna, la organización estructural, etc.

Polya (1989) argumenta que para resolver problemas matemáticos se necesita práctica y destreza, la cual se logra por la imitación. Por tal razón, el profesor que desee que sus alumnos desarrollen esta habilidad necesita lograr que se interesen en ellos y darles ejercicios para que imiten y practiquen, para lo cual es necesario que considere la estructura semántica para que sus alumnos obtengan los mejores resultados de estos ejercicios.

Entonces, se concluye, dos de los problemas básicos en la comprensión lectora por los cuales los alumnos no llegan a construir la microestructura de un texto son: 1) por desconocimiento del significado (o no poder inferirlo por el uso de las claves contextuales) de ciertos términos centrales dentro del texto (utilizando las expresiones de los alumnos: “no entender ciertas palabras”) y 2) por carecer de las habilidades necesarias para seguir la progresión temática o dicha en otras palabras, para relacionar las ideas nuevas, provocando así, serias dificultades para establecer la coherencia local necesaria (en las palabras de los alumnos: sentir que se “pierde el hilo”) (Díaz-Barriga y Hernández, 2006).

La comprensión y producción de textos deben considerarse como formas de actividad que permiten nuevos modos de pensamiento y formas de acceso a la cultura. Se necesita un sujeto creativo que construya y realice actividades complejas que le lleven a emplear sus recursos cognitivos, psicolingüísticos y socioculturales, previamente aprendidos, ante situaciones novedosas de solución de problemas.

Un texto comprendido le demanda un problema complejo a quien lo comprende, analiza o discute; un texto producido implica la solución de un problema que exige comunicar ideas con suficiente destreza retórica para lograr los propósitos comunicativos deseados.

5.2. Análisis de los elementos gramaticales implicados en la redacción de enunciados aritméticos

Diversos autores coinciden en resaltar la importancia de varios elementos gramaticales que constituyen un problema aritmético y que, al momento de ser planteado y redactado, se han de tomar en cuenta, ya que ayudan a una mejor comprensión del problema por parte del resolutor.

Roca-Ponds (1974) menciona que el carácter práctico de la gramática en lo que respecta a sus normas se presenta en la antigua definición "…Es el arte de hablar y escribir correctamente una lengua." (pág. 25). En este sentido, la gramática es el estudio de las formas fundamentales de una lengua con su contenido significativo.

Por lo tanto, la estructura interna de un enunciado aritmético deberá en su redacción ser clara, lo más sencilla posible, sin ambigüedad, precisa, ordenada y coherente. Considerando además la ortografía y la puntuación, aspectos gramaticales que ayudan al lector para que comprenda el significado de los textos. Inventar un buen problema aritmético induce la capacidad de análisis e interpretación del resolutor. El texto escrito no debe ser obstáculo para incrementar el nivel de dificultad en su estructura sintáctica, semántica o práctica a la propia tarea matemática ya compleja por sí misma (Fones, 1988).

5.2.1. El contexto

Se considera que el contexto desde el cual está planteado el problema aritmético, forme parte de la estructura gramatical, partiendo de dos ideas:

La primera, delimitar o hacer una breve descripción de la redacción del problema, hacer referencia de un contexto particular en donde se desarrollan las acciones, así como lo ejemplifican Puig y Cerdán (1995): *Juan, Pedro y canicas* representan algún juego con canicas y los protagonistas de la historia. Así, al redactar el planteamiento del problema, es importante explicar y definir el contexto para que a su vez el resolutor tenga una idea general de dónde se desarrolla la historia. Díaz-Barriga y Hernández (2006), lo llaman modelo de la situación, sería un "mundo creado para el texto".

Ejemplo:

Fernando tenía 5 carritos. René tiene 3 carritos.
¿Cuántos carritos tienen los dos juntos?

Las palabras *Fernando, René y carritos* no realizan ninguna acción dentro del problema en relación con la operación, pero sí con el contexto particular del alumno: jugar con carros y nombres de niños.

En segundo lugar, el vocabulario empleado en la redacción del problema, el resolutor deberá conocer el significado de las palabras y, en caso de utilizar un vocabulario inusual, se hará necesario definir el concepto en las primeras líneas del problema para entender, de manera general, la situación planteada, además de emplear el lenguaje de acuerdo a la edad y contexto escolar, como en el ejemplo que se muestra a continuación:

En un mercado se venden 7 Tritones, 3 Guppys, 2 Plecostomus, 5 Salamandras. ¿Cuántos peces hay en total?

En este ejemplo, el alumno primero deberá conocer los términos Guppys y Plecostomus que son peces, para poder entender la diferencia entre éstos y los anfibios como los tritones y las salamandras y dar una respuesta acertada a la pregunta.

Además, se agrega una tercera idea, basado en Díaz-Barriga y Hernández (2006) que las interacciones entre las características del lector (intereses, habilidades psicolingüísticas, estrategias de lectura, etc.) y las características del texto (contenido temático, estructura textual, ayudas y señalamientos, formato, etc.) se producen dentro de un contexto (sociocultural) en el que están inmersos ambos.

Uno de los propósitos que persigue el Plan y Programas de Español de la Educación Primaria en México es “que los alumnos aprendan a leer y a escribir una variedad de textos para satisfacer necesidades e intereses sociales y personales, y a desempeñarse tanto oralmente como por escrito en una variedad de situaciones comunicativas. Por el otro lado, su dominio del español crezca paulatinamente para que puedan ajustarse de manera efectiva a las demandas que imponen distintos contextos en las prácticas sociales de la lengua. El programa propone una serie de situaciones didácticas para que los niños se involucren con diferentes funciones y formas de lenguaje que se usan en las prácticas más extendidas en nuestra sociedad, de modo que aprendan a participar de manera reflexiva en las prácticas sociales del lenguaje del mundo contemporáneo.” (SEP, 2009).

Por tanto, debe reconocerse que el contexto desempeña un papel determinante en la naturaleza y calidad con que se conduce el lector frente a situaciones de comprensión de la información escrita.

5.2.2. Palabras clave

Hay diferentes palabras con distinta función dentro de un problema aritmético; unas orientan la elección de la operación y otras la acción de los personajes implicados en la historia que complementan la narración.

Es importante que el redactor del problema y el resolutor sepan discriminar estas palabras. De este modo se evitarán confusiones e identificarán exclusivamente aquellas que sí van relacionadas directamente con la operación del problema (palabras clave) y las que únicamente den sentido a la situación (verbos conjugados).

La elección de las operaciones está influenciada al menos parcialmente por palabras, verbos o grupos de palabras (gana, pierden, dos juntos, etc.). Estas palabras son clave cuando los alumnos hacen la relación entre los datos y la incógnita. Puig y Cerdán (1995) las dividen en tres grupos:

1. Palabras propias de la terminología matemática y, por tanto, con significado preciso en el contexto matemático (añadir, doblar, substraer, dividir, repartir…)

   Ejemplo:

   Mario ***reparte*** *sus 4 chocolates entre Yair y Angélica.*
   ¿Cuántos le da a cada uno?

2. Palabras conectivas, como verbos, que no son propias de la terminología matemática, pero cuyo significado en el contexto del problema suele ser suficiente para decidir la operación que hay que realizar para resolver el problema.

Ejemplo:

a. Mario tenía 5 chocolates. ***Ganó*** *3 chocolates. ¿Cuántos tiene ahora?*

b. Mario tenía 5 chocolates. ***Perdió*** *3 chocolates. ¿Cuántos tiene ahora?*

c. Mario tenía 5 chocolates. Angélica tiene 3 chocolates. ¿Cuántos chocolates tienen ***los dos juntos****?*

3. Palabras o grupos de palabras que expresan relaciones.

Ejemplo:

Mario tiene un hermano y una hermana. Su hermana tiene 15 años y su hermano es 5 años ***más joven que*** *ella. ¿Qué edad tiene su hermano?*

Puig y Cerdán (1995) proporcionan listados de verbos que pueden ser utilizados como palabras clave para operaciones de suma, resta, multiplicación y división:

Verbos aditivos: Juntar-se, unir-se, reunir-se, añadir, agregar-se, adjuntar-se, adherir-se, agrupar, robar, quitar, reducir, disminuir, perder, recortar, extraer, descontar.

Verbos multiplicativos: multiplicar-se, duplicar, cuadruplicar, triplicar, quintuplicar, redoblar, repetir, reproducir-se, compartir, distribuir, dividir, fraccionar, fragmentar, partir, seleccionar, trozar, repartir. (En la obra citada se encuentra la lista completa, aquí solamente se mencionan algunos ejemplos).

Los anteriores son verbos que utilizan diversos autores, entre otros Puig y Cerdán (1995), para referirse a las palabras que guían la operación para resolver un problema aritmético, pero también existen otra clase de palabras como conjunciones que conectan la historia y le dan sentido pero no tienen relación directa con la operación específica, sino que relacionan más el contexto de la historia.

5.2.3. Pregunta del enunciado o incógnita

El término incógnita se refiere a una cantidad desconocida que es preciso determinar en una ecuación o en un problema para resolverlos. Causa o razón oculta de algo. (Diccionario de la Real Academia Española, 2008).

La pregunta del enunciado o incógnita es un elemento que forma parte del enunciado de un problema aritmético o de una situación dada, de una de cuyas partes se desconoce la respuesta. En el ámbito matemático la incógnita es un término o literal desconocida. Para el análisis de los enunciados de este trabajo, la incógnita representa la interrogante o pregunta del enunciado que genera el motivo del desarrollo del problema.

Bermejo y Rodríguez (1987) explican por ejemplo, que existen grados de dificultad según la ubicación de la incógnita; en una expresión algebraica el dato numérico que se pide para resolverla, es decir, la incógnita, tiene efectos sobre el grado de dificultad según la posición puesta ya sea al inicio, en medio o al final. Los autores explican que hay pruebas formuladas en las que la incógnita se ubica en alguna parte de los sumandos (? + a=b; a + ?=b) y su resolución se considera aún más compleja que aquéllas en la que la incógnita es el resultado (a + b=?).

La presentación de los enunciados aritméticos más conocida por los escolares son los problemas *estándar* que describen en su estudio Orrantia et al. (2008), los cuales están estructurados solamente con datos necesarios para lograr resolverlos (los protagonistas o personajes de la historia del enunciado, objetos, acciones –que realizan los personajes sobre los objetos- y las cantidades) siendo las cantidades las que invariablemente se enmarcan entre signos de pregunta al final del planteamiento.

Por ejemplo:

Pedro tenía 47 estampas de futbolistas. Compró X estampas de futbolistas más. Ha regalado Y estampas y le han sobrado 11 estampas.

¿Cuántas estampas de futbolistas compró/ha regalado?

5.2.3.1. Incógnitas que no requieren de operaciones e incógnitas implícitas

Hay otros casos en los que la incógnita no solicita obtener un resultado por medio de una operación o en los que las incógnitas son implícitas.

En estudios realizados por Cázares et al. (1998) sobre invención de problemas, piden a niños de primaria que formulen problemas matemáticos; encuentran en su análisis que los alumnos elaboran preguntas sobre las cualidades y propiedades de determinados objetos y por tanto no requieren realizar cálculos ni operaciones, solo por incluir una pregunta, para ellos se trata de un problema aritmético, como se cita en el siguiente ejemplo:

Oscar (6.0). Elige la tarjeta donde aparece el anuncio de la leche y le dicta al entrevistador:
"¿Cuánto cuesta la leche?"
Enseguida copia el precio de la tarjeta: $5.50

En el mismo estudio de Cázares et al. (1998) sobre invención de problemas aditivos que los niños elaboran, los autores encuentran que al redactar el enunciado los niños no formulan ninguna pregunta explícita ya que los datos del mismo problema suponen la existencia de una pregunta. Y para el resolutor haría falta que pensara en una alternativa para resolver el problema:

(SIC) Luis Adrián (7.3). Elige la tarjeta donde aparecen las mochilas y escribe:
"mi mama compro dos mochilas y costo 59.90"
Su respuesta incluye una adición de 59 + 59 = 118

5.2.4. Coherencia en el enunciado

Para Marcos, Satorre y Viejo (1998), existen reglas gramaticales y semánticas implicadas al momento de elaborar textos coherentes, las cuales hacen posible enlazar oraciones que constituyen dichos textos, aplicando en ello medios disponibles como la originalidad y variedad, ayudan a construir relaciones y conexiones entre enunciados diferentes, dando cohesión a elementos disgregados, formando una unidad.

La coherencia es vínculo y lógica de los pensamientos y de las oraciones; es el elemento que facilita entender e interpretar los pensamientos e ideas formuladas, sobre todo por escrito. Si dicho vínculo o lógica se interrumpe por frases no "entretejidas" en lógica secuencial, el lector puede confundirse y dirigir su atención a otras ideas, dificultando recuperar su interés inicial (Marcos et al., 1998).

La propiedad fundamental de un texto es la coherencia, así lo menciona Casado (1993, citado en Garrido, 1998) y ésta ha de entenderse como la conexión de las partes en un todo. La cohesión está conformada por un conjunto de funciones lingüísticas denotando relaciones entre elementos de un escrito o texto.

Así también Albaladejo y García (1992, citados en Garrido, 1998) explican que la cohesión hace referencia a todas las relaciones formales (lingüísticas) que le dan a un texto sentido de unidad que también se denomina coherencia. Los autores establecen una relación, afirmando que la coherencia suele vincularse a la semántica, y la cohesión a la gramática.

Por tanto, se puede concluir que tanto la coherencia como la cohesión son procedimientos gramaticales y semánticos y que ambos conceptos no pueden excluirse al momento de evaluar la creación de un texto original.

5.2.5. Presentación de los elementos del enunciado: secuencia

La secuencia o presentación de los elementos de un enunciado o problema aritmético se refieren al orden y modo en que son presentados los datos en la estructura de un texto, en este caso un problema aritmético para su presentación ante un resolutor que buscará la manera, según Aguilar, Alcalde y Navarro (2003) de hacer una representación mental o interna para entender lo que el texto matemático expresa en una representación coherente y comprender la estructura global del enunciado y así poder resolverlo.

Un enunciado matemático, consideran Orrantia et al. (2008), no es meramente escribir una serie de eventos. Los autores proponen el modelo creado por Reusser (1988), un modelo episódico de la situación, que implica considerar a los personajes que interactúan en la narración, sus intenciones, así como la estructura temporal y causal de la historia. No son distractores del problema, por el contrario, proporcionan información cualitativa explícita en el enunciado. Esta información es relevante, da sentido de causa-efecto en los personajes, en los objetos y en todo aquello que rodea el planteamiento y que facilita la tarea en el proceso de la resolución del problema. La comprensión del contexto o la situación planteada son elementos que en el momento de inventar o formular un problema matemático deben ser tomados en cuenta.

Cantero et al. (2002) argumentan que los problemas consistentes son los que presentan en su estructura primero el contexto, la información proporcionada por el texto o datos (quiénes, dónde, cuándo) que indican la acción del personaje sobre del objeto y segundo la pregunta o incógnita, donde las cantidades dadas por el texto presentan un orden lógico secuencial para proceder a realizar la operación aritmética necesaria para su resolución. Algunos autores como Aguilar et al. (2003) afirman que la secuencia y la forma de presentar la información o datos del problema dificultan o facilitan comprenderlo y por tanto resolverlo. Por ejemplo: el orden propuesto para un problema de resta primero aparece el minuendo y después el sustraendo, se muestra el siguiente enunciado:

Jorge tiene 9 libros y decide regalarle a Sofía 3 ¿Cuántos libros le quedaron a Jorge?

En este ejemplo la secuencia de los datos muestra un orden secuencial que proporciona información de un contexto específico, donde hay un personaje que es Jorge, que tiene libros (9) y regala (acción que afecta de manera directa a la cantidad inicial) unos cuantos (3) a Sofía, donde 9 (minuendo) *menos* 3 (sustraendo) son los datos numéricos requeridos para realizar el algoritmo de la resta y la pregunta está al final: es una forma estándar que facilita resolverlo.

Los problemas inconsistentes continuando con Cantero et al. (2002) están diseñados en una forma contraria, proponiendo el ejemplo anterior, pero con una secuencia diferente:

¿Cuántos libros tiene Jorge, si decide regalarle 3 a Sofía y antes tenía 9?

Se observa que la incógnita está ubicada en la parte inicial del enunciado ¿Cuántos libros tiene Jorge? y los datos numéricos necesarios para hacer la operación aparece después: primero el sustraendo (3 libros) y después el minuendo (9 libros) como la parte final del enunciado, lo que lo hace de difícil comprensión puesto que los datos no siguen un orden lógico aritmético para desarrollar la operación requerida para su resolución. Asimismo, refieren los autores que la posición de la incógnita en el enunciado aritmético, así como el orden en que se presentan los datos, puede resultar una secuencia sin aparente orden lógico respecto a la situación dada.

En este sentido, en una investigación realizada por Bermejo y Rodríguez (1987), los autores se plantean si hay un esquema general para problemas aditivos (cambio, comparación, igualación, combinación) o en caso contrario, si los problemas necesitan la construcción de un esquema determinado.

Orrantia et al. (2008) propusieron reescribir la estructura de problemas aritméticos, en dos grupos; uno resaltaba la relación matemática entre las cantidades (información matemática: datos numéricos) y otro que se centró en un modelo episódico de la situación (con información situacional: los personajes de la narración, acciones sobre los objetos o en su caso los personajes, temporalidad, etc.).

Puig y Cerdán (1995) con respecto a las variables sintácticas, refieren que la secuencia es el orden de las palabras y la correspondencia con el enunciado, está conformada por dos partes: una la parte informativa que proporciona datos (sin embargo, no explicitan qué contienen con exactitud esos datos) y la otra la pregunta o la incógnita del problema. No son considerados como distractores sino como información o contexto situacional.

Rico (s/f) sugiere que para comprender un problema es necesario: 1) leer y analizar el contenido del problema aritmético, 2) descomponer el contenido de las diferentes partes del problema, para interpretar palabras, expresiones y relaciones mutuas, 3) saber por lo menos de quién se está hablando, qué se dice y qué se desea saber, 4) saber lo que está haciendo el personaje, lo que hará, en qué lugar está, incluso se puede indicar la temporalidad (hoy, ayer, hace unos días) y 5) saber que el desenlace del enunciado concluye con una incógnita o pregunta. Se expone el siguiente ejemplo:

Juan tiene una hermana y un hermano. Su hermana tiene 15 años y es 5 años más joven que su hermano. ¿Qué edad tiene su hermano?

El análisis que propone el autor es:

- Se habla de la hermana y el hermano de Juan.
- Se dice que la hermana tiene quince años.
- Se dice que la hermana es cinco años más joven que su hermano.
- Se desea saber la edad del hermano.

Con este desglose del planteamiento, lo que se obtiene es aislar y diferenciar la información de la situación o contexto de los datos numéricos que requieren de un proceso aritmético para su resolución. El autor sugiere que en conjunto se analicen una serie de preguntas tipo diálogo que aclarará la estructura del problema como ha sido inventado, siguiendo el ejemplo anterior: ¿De quién o quiénes se habla en la historia? ¿Cuál es su relación? ¿Qué se nos dice de ellos? ¿De quién conocemos la edad? ¿Quién es más joven? ¿Qué nos preguntan?

6. Ejercicios y problemas aritméticos

Da Ponte (2004) hace una diferenciación entre ejercicio y problema, señala que si un alumno logra resolver con facilidad un problema a partir de los datos numéricos proporcionados, con el uso de los conocimientos y estrategias básicas que ya antes ha desarrollado, éste se encuentra frente a un ejercicio y no ante un problema.

Para Polya (1989) en los centros educativos se debería enseñar a resolver problemas en vez de algoritmos repetitivos; no nada más encontrar soluciones, sino justificar sus respuestas y llegar a hacer demostraciones. El objetivo de la resolución de un problema no es únicamente llegar al resultado, sino la forma en cómo llegar a él provocando la reflexión del alumno y la manera en que el alumno puede demostrarlo, haciendo énfasis en que el alumno debe tener el deseo de resolverlo y para esto, debe poder leerlo, comprenderlo, analizarlo desde diferentes puntos de vista, releerlo, regresarse para verificar sus procesos, etc.

En ese sentido, si el planteamiento de un problema o situación problemática no implica demostrar habilidades o conocimientos, o bien, se practiquen y consoliden esos conocimientos previos, la búsqueda de alternativas diversas para su resolución no representa ningún reto. Ante esto, se puede generar, como lo menciona Da Ponte (2004), desmotivación en los alumnos. Por tal razón, una tarea importante será siempre seleccionar ejercicios en los que se considere la comprensión de los conceptos matemáticos principales, por parte de los alumnos.

Bednarz y Guzmán (2003) realizaron la comparación de los planes y programas de estudio de Quebec y Ciudad de México. Los autores concluyen que, en el tema de resolución de problemas, en ambos programas se enfatiza la diferencia entre ejercicios y problemas en matemáticas.

De acuerdo con Bednarz y Guzmán (2003) en el Programa de Estudios de Quebec de 1993 se enfatiza que para la solución de los ejercicios el estudiante debe elegir una combinación adecuada de conocimientos ya analizados; en oposición, para el caso de los problemas se necesita que el estudiante cree una combinación original de conocimientos y habilidades, además de emplear razonamientos verdaderos.

En México en el Programa de Estudios 1993, según lo menciona Alarcón (1994, citado en Bednarz y Guzmán, 2003), un problema es algo más que un ejercicio con el cual el alumno practique y consolide conocimientos previos; es la oportunidad para que los alumnos exploren y relacionen algunas nociones y las utilicen para descubrir o asimilar nuevos conocimientos. Estos últimos serán el apoyo para resolver nuevos problemas, razón de ser de las matemáticas.

Hacer ejercicios es importante para el alumno. Realizar esa tarea le permitirá utilizar su memoria a corto plazo de manera automatizada con la finalidad de acortar tiempos en la resolución de algún procedimiento específico y, de ese modo, abocarse únicamente a analizar lo más trascendental para la solución de un problema específico en su parte operacional (Resnick y Ford, 1990).

Sin embargo, resolver ejercicios no es sinónimo de resolver un problema como hasta la fecha se ha venido llamando. Gaulin (2001) enfatiza que cuando se habla de problemas o situaciones problema, no se hace referencia a los ejercicios, sino a aquellas situaciones en las que es necesario reflexionar, hay que buscar, hay que investigar y, para responder hay que pensar mucho. Lo mejor es que el alumno emplee la reflexión y el análisis, verifique y corrija el procedimiento, implicando en todo ello tiempo y esfuerzo, de manera que no se obligue a aplicar fórmulas y operaciones matemáticas,…“hacer matemáticas es darles problemas para resolver; problemas, no ejercicios… ¡problemas!” (pág. 52).

Villalobos (2008) también refiere que al enfrentarse a una tarea de resolver un planteamiento matemático no debe implicar solo una acción operacional o algorítmica, sino que este signifique un esfuerzo intelectual. Que represente un “real desafío” para los educandos.

Explica Villalobos (2008) que para resolver un ejercicio, el procedimiento que da solución al ejercicio son algoritmos rutinarios, pasos establecidos que coadyuvan para aprender conceptos matemáticos, propiedades y otros procedimientos, que implicarían posiblemente más tiempo. Para resolver un problema, es una situación a la inversa, se realizan pausas y se reflexiona para ejecutar incluso pasos originales, alternativas creativas para dar una solución. Es lo que distingue y diferencia un problema de un ejercicio. La autora enfatiza además, que no sólo son estas diferencias y distinciones como la creatividad y reflexión, sino depende de la condición mental del sujeto que se enfrente a dar una solución a lo planteado.

7. Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado

Los planteamientos proporcionan los datos para que se realicen las operaciones necesarias que resuelvan un problema. Un algoritmo es un procedimiento exacto para llevar a cabo una tarea (Mayer, 1986, citado en Sabagh, 2008). Castro et al. (1992), consideran que en un problema aritmético, las variables que tienen contenido semántico son las que definen las palabras y las expresiones matemáticas de la redacción del problema y le dan una atribución para definir qué tipo de operación se elegirá para resolverlo.

De aquí, la importancia de considerar que debe existir coherencia tanto en la operación seleccionada (suma, resta, multiplicación o división) como la coherencia del enunciado para facilitar al alumno la toma de decisiones en la futura resolución del problema y queden las operaciones iladas con lo que el enunciado pide. Orrantia et al. (1995), afirman que para resolver un problema es necesario tomar en cuenta que no nada más hay que dominar las operaciones aritméticas, sino además todos aquellos tópicos que permitan la comprensión del problema.

Un problema aritmético debe tener concordancia o coherencia gramatical y aritmética para poder ser entendido y por lo tanto resuelto. Cantero et al. (2002), señalan que en la coherencia de las operaciones con la estructura del problema, se olvida el paso que hay entre las representaciones lingüísticas y gráficas del problema, y no se adecua el grado de dificultad de los problemas con el nivel del aprendiz.

CAPÍTULO 2 - Método

Planteamiento del problema

El bajo rendimiento escolar en la asignatura de matemáticas es uno de los graves problemas educativos de la actualidad. Por ello es necesario encontrar estrategias que eleven los resultados de los alumnos y mejoren su aprendizaje por medio del desarrollo de sus habilidades cognitivas a través del planteamiento y resolución de problemas en situaciones cotidianas como establece el Plan de Estudios de Primaria (SEP 2009). Como se señaló anteriormente, una herramienta necesaria para enseñar a resolver problemas aritméticos es conocer el tipo y características de los problemas presentados a los estudiantes. En este estudio se realiza una investigación descriptiva cuantitativa cuyo objetivo es reconocer qué elementos gramaticales, sintácticos y semánticos emplean los estudiantes de la UPN en la creación de problemas aritméticos dirigidos a alumnos de 1°, 3° y 5° de primaria, generados a partir de un estímulo visual y dos niveles de información proporcionada a los participantes del estudio.

Para conocer el tipo y características de los problemas planteados en este estudio hay que considerar la diferenciación entre ejercicios y problemas, Polya (1989) señala que hay diferencias entre ejercicios y problemas y que en los centros educativos se debería enseñar a resolver problemas, en vez de algoritmos repetitivos, donde el resolutor utilice sus conocimientos para plantear soluciones. A diferencia de un problema un ejercicio es un proceso cognitivo donde se pone en práctica únicamente las operaciones que propone el mismo enunciado como solución, pues se resuelve a partir de los datos numéricos y la estrategia propuesta con anterioridad (Da Ponte, 2004). Sin embargo, para poder diferenciarlos es necesario conocer el momento en que se encuentre el alumno respecto de su aprendizaje con relación al programa, es decir, si para el alumno es su primer acercamiento con los problemas aritméticos y se enfrenta a una estructura con la cual no está familiarizado como son las cantidades, incógnitas, etc., para él resultará un problema real, en cambio, si de este problema ya conoce la estrategia para resolverlo y a lo largo del curso se le aplica la tarea de continuar resolviendo varios problemas del mismo tipo, se estará hablando ya de resolución de ejercicios y en algunos otros casos, se les pueden proponer planteamientos que no son problemas. Los “no problemas”, se consideran así porque no cuentan con las características que se mencionan en el apartado 3.

En el proceso de invención de problemas aritméticos, son necesarias ciertas condiciones: tanto el profesor como el resolutor deben tener conocimiento sobre el lenguaje matemático lo que les permitirá leer e interpretar los textos; el profesor además, debe considerar el nivel socio-cultural del alumno, sus conocimientos previos, los propósitos y alcances de los planes y programas de estudio para que sean significativos para el alumno. Se debe considerar también la sintaxis y la semántica, ya que éstas les permitirán, tanto al alumno como al profesor, seguir un orden en la redacción del problema, donde los elementos se relacionen de manera lógica y coherente (sin ambigüedades), donde cada palabra tenga significado para el alumno, considerando cómo éste último la interprete y pueda elaborar un plan resolutivo como propone Polya (1989).

Por otro lado, en el campo de la investigación con esta actividad es posible también analizar los procesos de pensamiento matemático de los resolutores (Cázares, 2000). En ese sentido, hay una línea de trabajo con la que se pretende estudiar cómo la invención de problemas puede ayudar a desarrollar la comprensión sobre conocimiento de los números naturales, enteros y racionales, a maestros en formación y profesores en servicio de distintos niveles educativos. La intención es contar con evidencia acerca de si la invención hará reflexionar a los profesores y aportará información sobre las posibilidades de buscar situaciones en la vida real que después sean utilizadas para plantear problemas a sus alumnos quienes han de resolver matemáticamente.

El autor comenta que en general en los trabajos se pretende caracterizar el uso que hacen los maestros en formación y en servicio de los números naturales, enteros y racionales en un proceso de invención de problemas y en la resolución de los mismos. Como se dice arriba se espera que esa reflexión los lleve a considerar las dificultades que los alumnos y estudiantes tienen cuando enfrentan un problema mal planteado, un problema de obvia resolución, con ausencia de datos, de varias etapas o más de una solución. Ellos los llevará a considerar que un problema debe ser una situación que genere aprendizaje estratégico y numérico en los alumnos, con lo cual estarán mejor capacitados para apoyar a sus alumnos en esa actividad.

En el desarrollo de esta investigación, se analizaron los elementos que constituyen los enunciados aritméticos planteados, si éstos están redactados de manera adecuada a los contenidos para primero, tercero y quinto grados, si están contextualizados a la población, si existe concordancia entre la operación con la narración del enunciado aritmético, si son problemas o no problemas, la ubicación y número de incógnitas, las palabras clave que conducen al tipo de operación que realizará el alumno, así como el orden o secuencia de los datos y la coherencia lógica del problema. Se analizó también si el problema o enunciado considera un contexto socio-cultural significativo para el resolutor, la adecuación del vocabulario con el nivel escolar y si se enmarca el problema en una historia para su comprensión.

Para analizar los resultados obtenidos de las producciones textuales de los problemas aritméticos, se registraron en tablas de frecuencia los datos codificados de los elementos considerados y a partir de éstos se elaboraron las gráficas de frecuencia para cada nivel de análisis de las variables y sus respectivos rasgos.

Objetivo General

Conocer e identificar los aspectos semánticos, sintácticos y gramaticales existentes en cada uno de los elementos que conforman los problemas o ejercicios aritméticos inventados por estudiantes de octavo semestre de la asignatura Modelos de Enseñanza Aprendizaje de las Matemáticas, de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, dirigidos a alumnos de 1°, 3° y 5° de primaria a partir de una imagen y dos niveles de información sobre el Programa de Matemáticas en Educación Básica de la SEP.

Objetivos específicos

- Identificar si los enunciados aritméticos creados corresponden a los contenidos temáticos de acuerdo con los Programas de Matemáticas de 1°, 3° y 5° de primaria de Educación Básica de la SEP.

- Identificar la existencia de coherencia de las operaciones con la estructura del problema.

- Analizar si los problemas elaborados son problemas aritméticos o no lo son, de acuerdo con los referentes conceptuales citados en el presente estudio.

- Analizar la ubicación de la incógnita dentro del enunciado matemático, la inclusión de palabras clave (palabras que inducen a la operación), secuencia (presentación y orden de la información del problema), coherencia en el enunciado.

- Analizar en los problemas redactados si su estructura semántica, sintáctica y gramatical considera aspectos como descripciones de contexto socio-cultural, si el vocabulario o palabras usadas están acordes con la edad y/o el nivel escolar del resolutor y si el problema aritmético se enmarca dentro de una historia para su mejor comprensión.

Tipo de estudio

Estudio descriptivo cuantitativo.

Participantes

Participó un grupo de 24 estudiantes, dividido en dos subgrupos, de los cuales el 80% fueron mujeres y el 20% hombres, en un rango de edad de 22 a 35 años, de octavo semestre de la asignatura de Modelos de Enseñanza Aprendizaje de las Matemáticas de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional Unidad Ajusco.

Escenario

El lugar de la aplicación de los instrumentos del estudio fue en un salón de clases de las instalaciones de la Universidad Pedagógica Nacional, del turno vespertino, unidad Ajusco, con una capacidad regular de 50 plazas con mobiliario tipo mesa - banco, con servicios de iluminación, ventilación y proyección en pantalla.

Instrumentos

- **Hoja con la consigna impresa**: es la hoja que contiene las indicaciones que se repartió a los dos subgrupos participantes con la consigna siguiente:

  > "A partir de la imagen que se te presenta, plantea un problema para alumnos de primer grado de primaria, otro para tercero y uno más para quinto grado. Para la elaboración de los problemas, considera el contexto real del alumno" (anexo 1).

- **Una imagen como estímulo visual:** obtenida del bloque II del libro de texto gratuito de matemáticas de primer grado de primaria, edición 2009, publicado por la SEP, páginas 32 y 33 (anexo 2).

Algunas de las características de la imagen es que cuenta con colores llamativos, ilustra un contexto de compra–venta, sirve como referencia de situaciones y acciones concretas para obtener datos y cantidades, muestra un contexto de feria del que la mayoría de los alumnos de primaria y los sujetos participantes tienen conocimiento.

Las cantidades originales que se muestran en la imagen se modificaron ya que estaban dirigidas a alumnos de primer grado y se pretende que se utilicen en la generación de problemas aritméticos para el alumnado de 3º y 5º que manejan operaciones con cantidades más elevadas. Las cantidades consideran únicamente números enteros para no interferir en la invención de problemas en las que se haya considerado la utilización de números decimales y fracciones.

- **Hoja 1 de Información:** contiene información resumida sobre la organización en ejes temáticos del programa de matemáticas de los tres grados; Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida y Manejo de la información. Además se enlistan los aprendizajes esperados del ciclo escolar en 1º, 3º y 5º en la materia (anexo 3).

Se seleccionaron estos grados por corresponder al inicio de cada ciclo escolar dentro de los contenidos programáticos 2009 de la SEP. La relación entre los contenidos de ejes y la transversalidad con otras asignaturas, permite que los alumnos hagan conexiones de conceptos y accedan de manera gradual a los contenidos que se van haciendo más complejos y les permiten hacer conexiones entre sus conocimientos previos y lo que aprenderán para llegar a reestructurar lo que saben, aplicar sus conocimientos, modificarlos, rechazarlos o en su caso volver a aplicarlos en otra situación. Los aprendizajes esperados no son distintos porque se pueden vincular entre ellos y estos procesos concluyen en un grado superior. (SEP, Programa de Primer grado, 2009).

- **Hoja 2 de Información:** contiene información resumida sobre los propósitos del programa de matemáticas de los tres grados: que los niños desarrollen un pensamiento matemático en entornos socioculturales, habilidades, técnicas y actitudes positivas hacia el estudio de la disciplina (anexo 4).

Materiales

- Hojas blancas, lápices y gomas

- Computadora y proyector

Procedimiento

En las instalaciones de la Universidad Pedagógica Nacional, en un salón de clases se pidió a un grupo de 24 estudiantes de la Licenciatura de Psicología Educativa que cursan en el octavo semestre, la asignatura de Modelos de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas, que se enumeraran con el número 1 y 2; los número 1 se colocaron en el extremo derecho del salón y los número 2 en el extremo izquierdo; de esta forma se organizó al azar al grupo en subgrupo 1 y subgrupo 2.

A ambos subgrupos se les hizo la entrega de la hoja que contiene la consigna (anexo 1), al subgrupo 1 se le proporcionó la Hoja 1 de Información, contiene información resumida sobre la organización en ejes temáticos del programa de matemáticas de los tres grado y al subgrupo 2 la Hoja 2 de Información, con información resumida sobre los propósitos del programa de matemáticas de los tres grados.

Una vez que los sujetos tenían los instrumentos, hojas blancas, lápices y goma, se les proyectó la imagen de estímulo visual para que, a partir de ésta, generaran los enunciados aritméticos para cada uno de los tres grados. La imagen proyectada se expuso durante 90 minutos.

No se les proporcionó ningún otro apoyo para la invención de los problemas.

Se indicó que al finalizar la actividad los trabajos fueran depositados sobre el escritorio, se mantuvieron separados por subgrupo y conforme fueran terminando salieran del salón, para evitar distractores a los compañeros.

CAPÍTULO 3 - Análisis de los resultados

En este capítulo se muestra el análisis de los enunciados aritméticos elaborados por los estudiantes de octavo semestre de la asignatura de Modelos de la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.

Para el análisis de los elementos que componen los enunciados aritméticos, los datos obtenidos se codificaron de acuerdo con la presencia (valor 1) o ausencia (valor 0) de las variables que se encuentran descritas en el anexo 5-Códigos en la **Definición de las variables** que precisa cuáles serán los criterios a considerar para asignarle un valor de 0 ó 1 a cada rasgo de las variables descritas, como se explica a continuación:

Contexto: Explica y define el contexto para que el resolutor tenga una idea general de dónde se desarrolla la historia. Corresponde a situaciones que viven los escolares urbanos o rurales.

> *La narración o historia*: Es el orden de la composición o del tejido de un discurso, narración, etc. Se espera que el inventor enmarque la narración de una historia donde se desarrolle el problema aritmético, donde 0= No enmarca una historia o narración en el enunciado aritmético; 1= Enmarca una historia o narración en el enunciado aritmético.
>
> *El vocabulario o las palabras usadas*. Se considerará si en la redacción del problema existen o no palabras técnicas desconocidas por su significado o inusuales de acuerdo a situaciones comunicativas adecuadas a la edad escolar del resolutor. El aprendizaje de la lengua escrita y el perfeccionamiento de la lengua hablada se producen en contextos comunicativos reales, organizados por el profesor. Plan y Programas de Estudio Educación Básica Primaria, SEP (2009). Se valorará 0= Con vocabulario desconocido y 1= Con vocabulario conocido.
>
> *Entorno Sociocultural:* Se analizarán qué tan apegados están los enunciados elaborados al medio sociocultural del alumno, de acuerdo a la edad y grado escolar del resolutor. Donde 0= No considera el entorno sociocultural del resolutor; 1= Considera el entorno sociocultural del resolutor.

Incógnita: La incógnita pregunta por el resultado obtenido de la operación que se tuvo que realizar. Se valorará si la incógnita se ubica al inicio, donde 0= Ausente; 1= Presente. En medio, donde 0= Ausente; 1= Presente. Al final, donde 0= Ausente; 1= Presente. En caso de que exista más de una incógnita en la misma ubicación se valorará la presencia de las tres categorías (inicio, medio, final) y se indicará la cantidad de incógnitas como 1= una incógnita, 2= dos incógnitas, 3= tres incógnita, etc., con relación a su ubicación.

Palabra clave: Son palabras que orientan el tipo de operación aritmética para el resolutor. Se clasificarán por: adición, sustracción, multiplicación y división.

Se tomarán como palabras clave aquellas que indiquen el desarrollo de una o varias operaciones aritméticas. Se valorarán de acuerdo a la tabla que establecen Puig y Cerdán (1995) de acuerdo a las cuatro operaciones básicas. 0= Ausente; 1= Presente.

Secuencia: Es el orden y modo en que se presentan los datos del enunciado que proporcionan información al resolutor, le da sentido de causa-efecto a los personajes que interactúan en la narración. Es la estructura temporal y causal de la historia que facilita o dificulta la comprensión de un problema (Orrantia et al., 2008).

La presentación de los datos planteados por el redactor puede incluir: Contexto, acción, operación e incógnita. Éstos pueden ser redactados en diferente orden.

> *Contexto***:** Es la descripción de una situación específica. Explica y define donde se desarrolla la historia entre personajes y los objetos que interactúan "en un mundo creado para el texto", según Díaz-Barriga y Hernández (2006). Donde 0= Ausente; 1= Presente.
>
> *Acción:* Es la actividad que el personaje de la historia realiza, orientando así el tipo de operación a desarrollar. Se valorará con 0= Ausente; 1= Presente.
>
> *Operación:* Es el desarrollo de la operación aritmética que el resolutor tendrá que hacer para obtener la respuesta a la pregunta solicitada, siendo las palabras clave que orientarán el tipo de operación. 0= Ausente; 1= Presente.
>
> *Incógnita*: La pregunta o incógnita, es la interrogante que solicita el resultado de la operación que se tuvo que realizar. Donde 0= Ausente; 1= Presente.

Coherencia en el enunciado: La propiedad fundamental de un texto es la coherencia y ésta ha de entenderse como la conexión de las partes en un todo. Casado (1993, citado en Garrido, 1998).

También se denomina coherencia a todas las relaciones formales (lingüísticas) que le dan a un texto sentido de unidad. Albaladejo y García (1993, citado en Garrido, 1998). Se valorará 0= No hay Coherencia; 1= Hay Coherencia.

Adecuado al contenido temático: La redacción, operaciones, cantidades e incógnitas son adecuadas respecto a los contenidos temáticos del programa de educación primaria de la asignatura de matemáticas de los grados 1°, 3° y 5° según el programa SEP 2009:

1er. Grado. Se espera que los alumnos cuenten del 1 al 100, que logren realizar sumas y restas de dos dígitos, que realicen comparación, igualación, que hagan cálculos de longitud.

3er. Grado. Que cuenten de 1 al 1000, que realicen sumas y restas de 4 dígitos, que multipliquen con 3 dígitos por 1 y de 2 dígitos por 2, que realicen divisiones, que aprendan las tablas de multiplicar, que sumen y resten fracciones, que realicen operaciones con múltiplos de 10, con fracciones de ½, ¼, 1/8, que comparen, que clasifiquen, que conozcan las medidas de peso, longitud y volumen, mayor que, menor que y figuras geométricas.

5to. Grado. Que realicen operaciones con suma, resta, división de 2 dígitos, multiplicación de 5 dígitos por 1 ó 4 dígitos por 3, división con decimales, potencias de 10, porcentajes, recta numérica, gráficas, volumen (l. - ml.), peso (kg. - g.), longitud (km. - m.), fracciones decimales y equivalencias.

Problema aritmético. Para la solución de un problema se necesita que el estudiante cree una combinación original de conocimientos y habilidades, además de emplear razonamientos verdaderos, Bednarz y Guzmán (2003). Donde 0= No es problema aritmético; 1= Es un problema aritmético.

Coherencia de las operaciones con la estructura del problema. Los planteamientos proporcionan los datos para que se realicen las operaciones necesarias y se resuelva el problema. (Castro et al., 1992). Se valorará con 0= No hay coherencia de las operaciones con la estructura del problema; 1= Hay coherencia de las operaciones con la estructura del problema.

La variable **redacción** se considera finalmente como la que valorará si los enunciados plateados presentan las ideas con claridad y sencillez, sin ambigüedad, que se expresan con precisión y si hacen uso adecuado de la puntuación, valorándolos en categorías de *Muy bien, Bien, Suficiente y Deficiente*. Las definiciones se basan en el diccionario de la Real Academia Española (2008):

- Claridad: Argumento o razonamiento de muy fácil comprensión.
- Sencillez: Que carece de ostentación y adornos.
- Sin ambigüedad: Que no puede entenderse de varios modos o admitir distintas interpretaciones y dar, por consiguiente, motivo a dudas, incertidumbre o confusión.
- Precisión: Concisión y exactitud rigurosa en el lenguaje, estilo, etc.
- Puntuación correcta: Respeta las reglas de puntuación gramatical de la Real Academia Española (2008).

En donde:

Muy bien; recibirá el valor de 1 si se cumple con las cinco condiciones mencionadas: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación.

***Bien*;** recibirá el valor de 1 si se cumple con cuatro de las cinco condiciones mencionadas: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación.

***Suficiente*;** recibirá el valor de 1 si se cumple con tres de las cinco condiciones mencionadas: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación.

***Deficiente*;** recibirá el valor de 1 si se cumple con dos o menos de las cinco condiciones mencionadas: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación.

Las codificaciones numéricas se vaciaron en tablas de frecuencia (*anexos 6 y 7*) que contienen en la primera columna las variables, en una segunda los rasgos y las columnas siguientes corresponden al registro para cada grado de cada participante.

El análisis de los datos de las producciones se realizó a nivel individual, así como de forma comparativa entre los dos subgrupos. Se presentan los resultados graficados para su análisis y discusión.

Se analizaron un total de 72 planteamientos que correspondían a los trabajos hechos por los participantes de ambos grupos, considerándose 13 participantes en el primer subgrupo y 11 en el segundo subgrupo.

Para la presentación de este análisis, la información se organizó en tres apartados:

El primero, corresponde al análisis de las elaboraciones propuestas por los participantes del subgrupo 1 a los que se les entregó además de la consigna, la hoja 1 que contenía información resumida sobre la organización en ejes temáticos del programa de matemáticas de los tres grados.

Para el segundo apartado, el análisis se centra en las elaboraciones propuestas por los participantes del subgrupo 2 a los cuales se les entregó, además de la consigna, la hoja 2 con información resumida sobre los propósitos del programa de matemáticas de los tres grados para los que se han dirigido los planteamientos.

Finalmente, en el tercer apartado se integra el análisis, que comparara las producciones de los participantes por subgrupo.

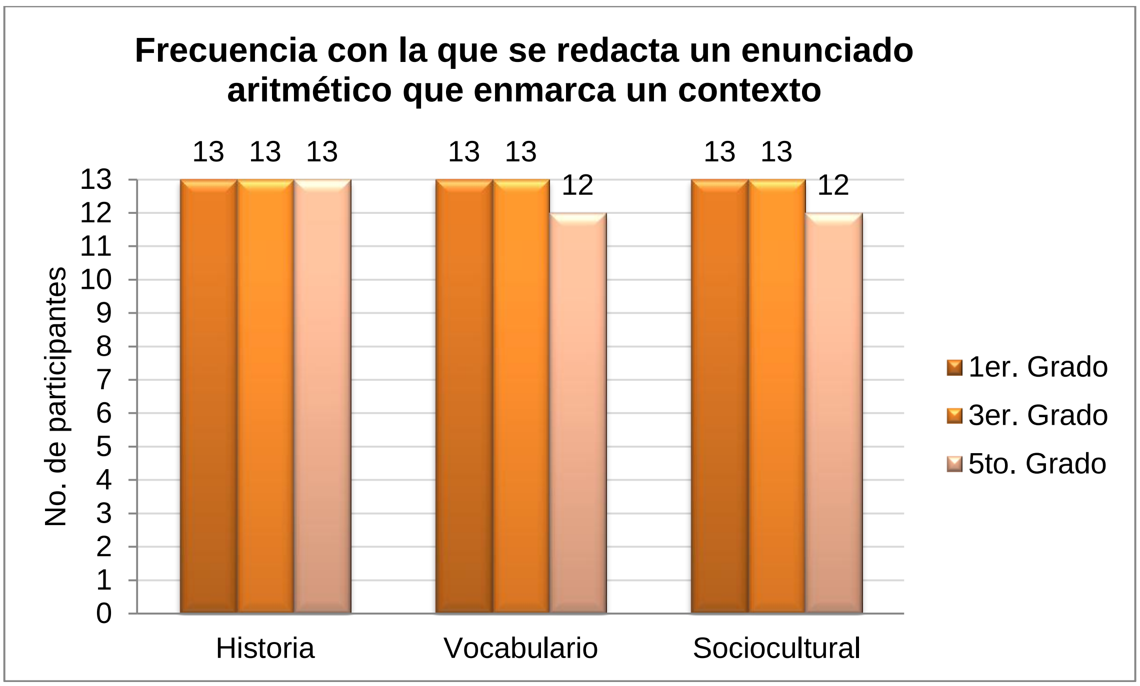
En cada uno de los apartados se presenta en el siguiente orden: gráficas de frecuencias, análisis de los resultados, tablas con ejemplos representativos de cada una de las variables o rasgos que se han considerado para su análisis. Los enunciados aritméticos que se incluyen como ejemplos en los cuadros, son copia textual de los participantes; en algunos casos, se corrigió la ortografía mas no la puntuación, sin alterar el contenido del planteamiento. El total de los enunciados se podrá consultar en el anexo 9.

Análisis Subgrupo 1

Con información del programa escolar para nivel básico de primaria: 1°, 3° y 5°

Contexto

Los participantes emplearon un contexto para la redacción del enunciado matemático; el contexto considera una historia, el vocabulario de acuerdo a la edad y grado del participante, así como el entorno sociocultural que rodea a la historia como lo señala el Plan de Estudios de Educación Básica Primaria de Español (SEP, 2009).



Gráfica 1 - Contexto

Los resultados fueron que el 100% de los participantes redactaron una narración, enmarcando una historia donde se desarrolla el enunciado. Utilizaron el vocabulario conforme la edad y grado de los alumnos, situaron la historia en un entorno sociocultural que puede corresponder a los escolares dentro de los medios urbano y rural.

Para quinto grado, un participante utilizó la palabra “vitrolero”, vocabulario posiblemente desconocido y que es un vocablo que no se encontró en el diccionario de la Real Academia de la Lengua (2008) y que pudiera no ser comprensible en otro contexto sociocultural. Con respecto al contexto sociocultural un participante también de quinto grado hace referencia a Chapultepec que es un lugar que puede ser desconocido para otra población.

Cuadro 1. 1 - Ejemplo: para alumnos de tercer grado. Contexto con historia

CONTEXTO-HISTORIA		
Participante 4	**3°**	**ANÁLISIS**
Teresita fue a la feria con sus **papás** y sus **dos hermanos.** Si se subieron a la montaña y a los carros, ¿cuánto gastó su papá en los juegos?		**Cuenta con una historia**: Teresita, sus papás, sus hermanos y una feria.
En este enunciado se cuenta una historia (basado en el material visual) en la que Teresa, sus papás y hermanos asisten a una feria y suben a algunos juegos.		

Cuadro 1. 2 - Ejemplo: Contexto - Sin contexto sociocultural

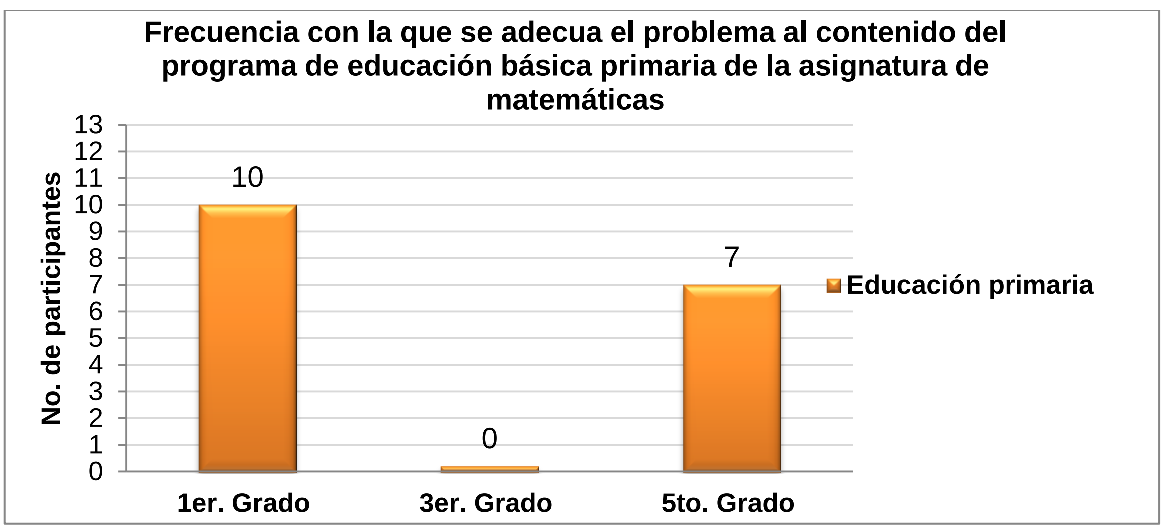
CONTEXTO- SIN CONTEXTO SOCIOCULTURAL		
Participante 7	**5°**	**ANÁLISIS**
Germán invitó a Sandra a la Feria de **Chapultepec** pero sólo tenía $200.00 que le pagaron por lavar un carro. El *Ecolín* cuesta $60.00 e incluye todos los juegos excepto la montaña rusa y el cascabel, porque cada uno de estos cuesta $20.00, pero existe un descuento por estudiante del **30%** en el boleto *Ecolín*, presentando credencial de estudiante. Para que Germán invite a Sandra a la Feria de **Chapultepec**, ¿cuánto dinero tiene que llevar?		La palabra **Chapultepec** pudiera ser desconocida.
En este planteamiento, tal vez la palabra Chapultepec sea un sitio desconocido para habitantes de comunidades no cercanas a la Ciudad de México.		

Cuadro 1. 3 - Ejemplo: Vocabulario con palabras desconocidas

CONTEXTO-VOCABULARIO DESCONOCIDO		
Participante 2	**5°**	**ANÁLISIS**
Si de cada **vitrolero** de agua salen 25 vasos de 500 ml., cada uno, ¿para cuántos litros de agua tienen capacidad cada **vitrolero**?		Vocabulario inusual**: Vitrolero.**
El redactor en caso de emplear algún vocabulario inusual, definirá el concepto en las primeras líneas del problema o ejercicio para lograr entenderlo (Puig y Cerdán, 1995). Se considera fuera de contexto el vocablo **vitrolero,** éste pudiera no comprenderse, ya que no es una palabra empleada cotidianamente y que no se encuentra dentro del Diccionario de la Real Academia Española (2008).		

Adecuado al contenido del programa de educación primaria de la asignatura de matemáticas (SEP 2009)

De acuerdo con los hallazgos mostrados en la gráfica se observa que el 76% de los participantes tiene idea de cómo redactar planteamientos o enunciados aritméticos de acuerdo con el contenido del programa de primer grado, la diferencia fueron redactados por encima (16%) o por debajo (8%) del nivel escolar. En cambio, ninguno de los planteamientos dirigidos para tercer grado, fueron apegados a los contenidos del programa. De ese modo, éstos se ubican por debajo del nivel escolar para el cual fueron elaborados, porque incluyen operaciones que los niños de tercer grado dominan completamente.



Grafica 2 - Adecuado al contenido del Programa de Educación Básica

En el caso de los planteamientos para quinto grado, el 54% emplearon mejor la información sobre los contenidos curriculares en el área de matemáticas, el resto no logró crear enunciados adecuados, los plantearon por debajo del nivel requerido. Es importante recordar que estos participantes tenían en su hoja de control información acerca de los contenidos programáticos del grado respectivo de la asignatura de matemáticas.

Cuadro 2. 1 - Ejemplo: por debajo del contenido de lo propuesto en el programa

<table>
<tr><th colspan="3">ADECUADO AL CONTENIDO DEL PROGRAMA</th></tr>
<tr><th>Participante 10</th><th>3°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">A Juanito le gusta ir a las ferias porque hay muchos dulces, juguetes y juegos. Quisiera comprar en todos los puestos, pero sólo lleva $100.00. ¿Qué puede comprar con ese dinero?</td><td>Este planteamiento se encuentra por debajo del contenido del programa para el 3° de primaria.</td></tr>
<tr><td colspan="3">El contenido del programa de 3° indica que cuenten del 1 al 1000, que realicen sumas y restas de 4 dígitos, multiplicación de 3 dígitos por 1 y de 2 dígitos por 2, divisiones. Tablas de multiplicar. Suma y resta de fracción. Múltiplos de 10. Fracciones de ½, ¼, 1/8. Comparación, clasificación. Peso, longitud y volumen. Mayor que, menor que. Figuras geométricas.

Sin embargo, se puede observar que para la resolución del enunciado del ejemplo, se necesita hacer algunas operaciones con 2 dígitos y no requiere de un procedimiento más complejo que la habilidad o conocimiento mínimo para llegar a su resolución.</td></tr>
</table>

Cuadro 2. 2 - Ejemplo: por encima del contenido de lo propuesto en el programa

<table>
<tr><th colspan="3">ADECUADO AL CONTENIDO DEL PROGRAMA</th></tr>
<tr><th>Participante 12</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Rosita fue a la feria con su mamá, la cual le dijo que contaba con $200.00 para gastar en juegos y $110.00 para comprar.

¿En qué juegos participó Rosita y qué compró?</td><td>Este planteamiento se encuentra por encima del contenido del programa para el 1er. grado de primaria.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Se espera que los alumnos cuenten del 1 al 100, que logren realizar sumas y restas de dos dígitos, que realicen comparación, igualación, que hagan cálculos de longitud.</td></tr>
</table>

Posición de la incógnita

Respecto a la posición de la incógnita en las producciones, el 96% de los participantes ubicó la pregunta o incógnita al final del enunciado, mientras que en el 4% restante las preguntas fueron presentadas en medio.

	Posición de la incógnita		
Nivel escolar	Inicio	En medio	Al final
1er. Grado	0	0	19
3er. Grado	0	1	16
5to. Grado	0	1	18

Gráfico 3 - Posición de la incógnita

Cuadro 3. 1 - Ejemplo: Posición de la incógnita en medio

POSICIÓN DE LA INCÓGNITA		
Participante 11	**5°**	**ANÁLISIS**
Al día ingresan 182 niñas a la feria y 132 niños, ¿**qué porcentaje de adultos es el que ingresa** si son en total 512 personas las que visitan la feria diariamente?		Posición de la incógnita: está ubicada en la parte **media** del enunciado.
La pregunta del enunciado puesta en la parte media, refiere a que se desea saber el porcentaje de adultos que ingresa a diario a la feria. La parte final complementa la información que se requiere para su solución.		

Cuadro 3. 2 - Ejemplo: Posición de la incógnita al final

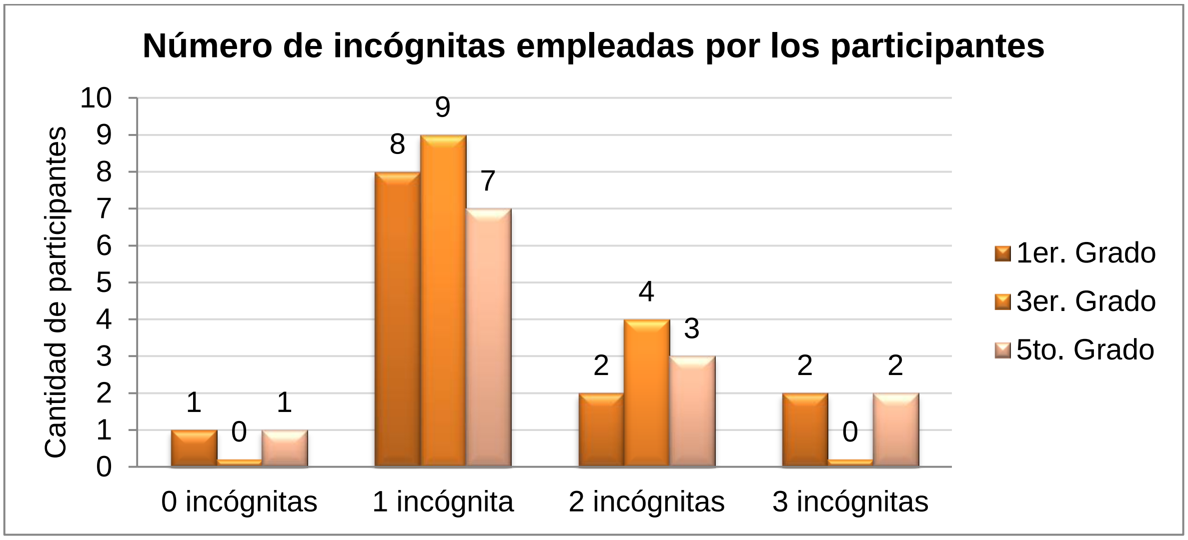
POSICIÓN DE LA INCÓGNITA		
Participante 1	**1°**	**ANÁLISIS**
Luis fue a la feria y tenía $ 50.00. Si compra un agua de $ 24.00 y un globo de $ 22.00, **¿cuánto le sobra?**		La ubicación de la incógnita fue puesta al **final**.
Respecto a la pregunta del enunciado, está al final y los datos colocados en el orden que exige la operación aritmética requerida para su resolución (Cantero et al., 2002).		

Algunos participantes redactaron enunciados con más de una incógnita.

A continuación se detallan estos casos:

Número de preguntas o incógnitas empleadas en el enunciado

En general las producciones aritméticas con la hoja 1 de control de contenidos programáticos utilizan una incógnita con el 62% en la redacción del planteamiento, mientras que con el 23% de las redacciones se hicieron con dos incógnitas y el 10% se emplearon tres incógnitas. Dos planteamientos se elaboraron sin ninguna pregunta o incógnita.



Gráfica 4 - Número de incógnitas

Cuadro 4. 1 - Ejemplo: Una incógnita empleada

NÚMERO DE INCÓGNITAS UTILIZADAS		
Participante 9	**3°**	**ANÁLISIS**
El fin de semana tus papás te llevan a la feria, tú has ahorrado $200.00 y tu hermano $300.00, tú te compras una manzana de $15.00, te subes a la montaña rusa $96.00 y por último a la casa del terror. Tu hermano pierde $50.00, se sube a los columpios y se compra un muñeco de peluche. **¿A quién le sobró más dinero?**		Se confeccionó el enunciado con **una** incógnita.
El ejemplo que se presenta, para su resolución se requiere de realizar dos operaciones que dan solución a la incógnita.		

Cuadro 4. 2 - Ejemplo: Dos incógnitas empleadas

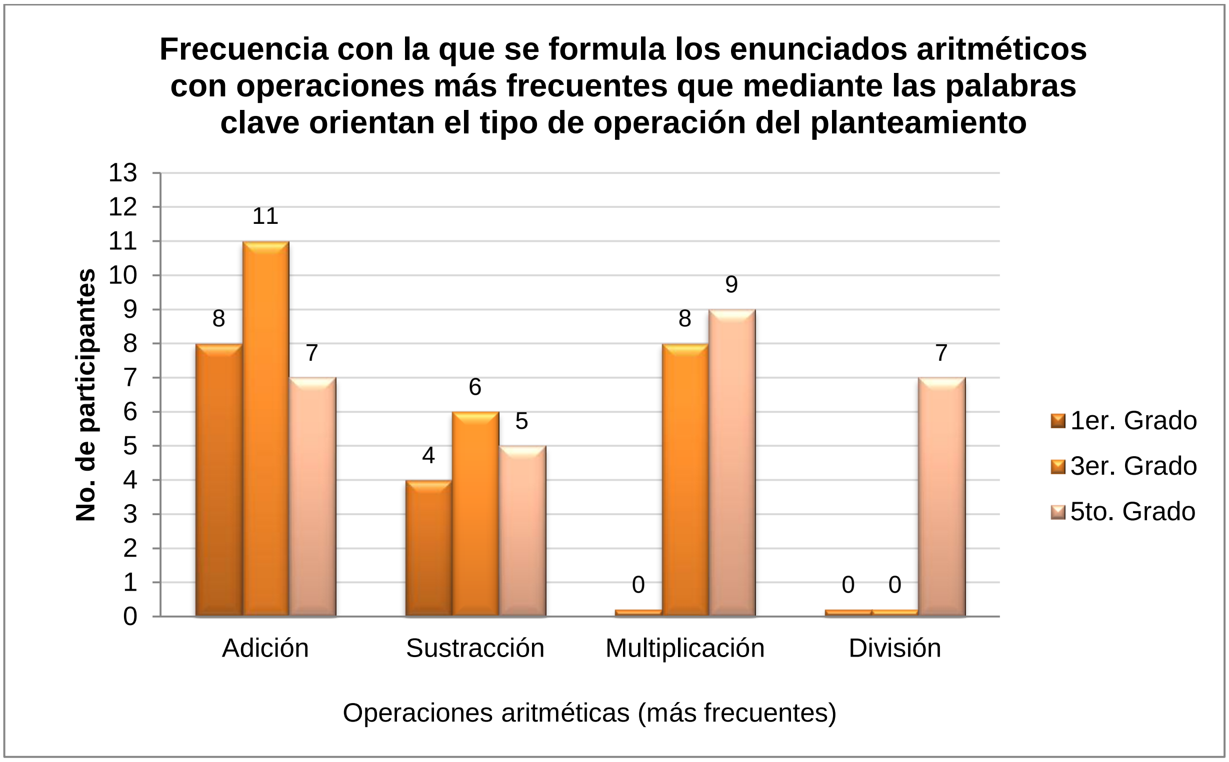
<table>
<tr><th colspan="3">NÚMERO DE INCÓGNITAS EMPLEADAS</th></tr>
<tr><th>Participante 6</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Se organiza una salida a la feria. Entre todo el grupo, había un total de 8 alumnos, todos decidieron comprar 4 ½ litros de agua con un costo de $24.00 el vaso. Si a cada litro le caben 8 vasos. ¿Cuánto tenían que pagar por los 4 litros ½, y cuánto tenía que pagar cada alumno para que fuera equitativo el monto total?</td><td>Se confeccionó el enunciado con dos incógnitas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">En el planteamiento que se observa contiene dos preguntas, la primera se refiere a saber el precio unitario del producto que compraron los personajes de la historia redactada y la segunda para saber cuánto correspondió pagar a cada uno por el producto, complementándose ambos resultados.</td></tr>
</table>

Cuadro 4. 3 - Ejemplo: Tres incógnitas empleadas

<table>
<tr><th colspan="3">NÚMERO DE INCÓGNITAS EMPLEADAS</th></tr>
<tr><th>Participante 13</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Pedrito tenía $30.00, llegó el día de la feria y su mamá le dio $25.00 más y su papá le dio $17.00. Pedrito asistió a la feria y pagó $18.00 en un juego de dardos y $24.00 de un vaso de agua. ¿Cuánto dinero llevaba Pedrito para gastar? ¿Cuánto dinero gastó Pedrito? ¿Cuánto dinero le sobró?</td><td>Se diseñó con tres incógnitas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">En este ejemplo, las preguntas se refieren a: una cantidad inicial, su disminución y por la cantidad restante. En este caso, se explicitan tres preguntas y se espera obtener tres resultados.</td></tr>
</table>

Palabras clave que orientan la operación (para adición, sustracción, multiplicación y división)

Los resultados muestran que la operación aritmética más utilizada fue la **adición (40%);** para los planteamientos de tercero se elaboraron con un 42%, seguido por los de primer grado con un 31% y para quinto grado 27%. Las palabras clave que conducen a la realización de operaciones aritméticas que se emplearon para la adición fueron: cuánto gastó en total, compró, cuántos fueron, y, cuánto pagaron.



Gráfica 5 - Palabras clave que orientan la operación aritmética

La segunda operación que se presentó fue la **multiplicación** con el 26% del total; presentándose en los grados de tercero el 61% y quinto el 69%. Por lo que no aparece ningún problema para primer grado, por no ser contenido del grado. Las palabras clave que orientan a la multiplicación: veces, descuento, compró, capacidad, "*x*" número de personas, se compra "*x*" número de productos, se compra "*x*" número de entradas por persona, si a cada, cada quien, cada uno, en algunos casos se propone aplicar el algoritmo de porcentaje, que implica desarrollar una multiplicación, para grupos como son tercero y quinto grado.

La operación de **sustracción** o resta se presentó con un 23% de los redactores. En primer grado se elaboró el 27% de los problemas, un 33% la usaron en quinto y el 40% en tercer grado. Las expresiones o palabras clave halladas en las producciones para la sustracción fueron: gastar, descuento, cuánto le queda, restó, cuánto le sobra, comprar.

La operación con menor uso fue la **división** con un 11%, donde únicamente los participantes las propusieron para quinto grado. No se planteó ninguno para el tercer grado, siendo que sí forma parte de los contenidos. En la división, las palabras o expresiones clave: descuento, cuánto tiene que poner cada uno, cuánto pagó cada persona, equitativo, cada alumno.

Cuadro 5. 1 - Ejemplo: para alumnos de 1er grado - Adición

<table>
<tr><th colspan="3">PALABRA CLAVE-ADICIÓN</th></tr>
<tr><th>Participante 6</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la feria de la colonia y compró un vaso de agua de Jamaica que costó $24.00, después se subió a los carros chocones que costaban $60.00 ¿Cuánto gastó Juan en la feria?</td><td>Las palabras clave: compró, gastó.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Enunciado aritmético planteado para alumnos del 1er. grado. Las palabras clave: compró y gastó, que se leen en el enunciado inducen a una operación de suma, de un primer costo unitario se añade una segunda, para que finalmente se obtenga un resultado.</td></tr>
</table>

Cuadro 5. 2 - Ejemplo: para alumnos de 1er grado - Sustracción

<table>
<tr><th colspan="3">PALABRA CLAVE-SUSTRACCIÓN</th></tr>
<tr><th>Participante 12</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Rosita fue a la feria con su mamá, la cual le dijo que contaban con $200.00 para gastar en juegos y $110.00 para comprar.

¿En qué juegos participó Rosita y qué compró y cuánto le sobró a cada cantidad?</td><td>La palabra clave: sobró.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Enunciado aritmético planteado para alumnos del Primer grado. Para su resolución se necesita aplicar las operaciones, sumas y restas, sin embargo, la palabra clave “sobró”, es la que nos indica que la cantidad original sufrió una sustracción o disminución. La resta será la operación final para aplicar y llegar a una resolución del planteamiento.</td></tr>
</table>

Cuadro 5. 3 - Ejemplo: para alumnos de 5to grado - Multiplicación

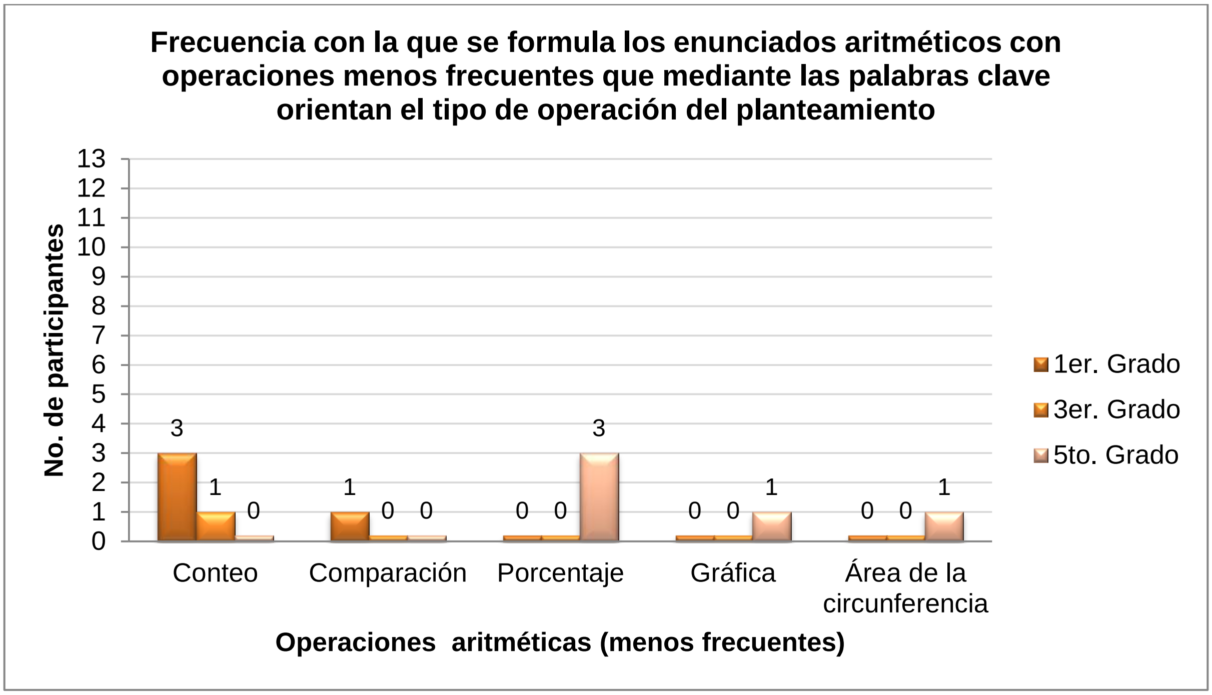
<table>
<tr><th colspan="3">PALABRA CLAVE-MULTIPLICACIÓN</th></tr>
<tr><th>Participante 9</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">El jueves la escuela planeó una excursión a la feria y se dan los siguientes gastos: el maestro de 5to. Grado les compra a sus 40 alumnos una manzana a cada quien ¿Cuánto gastó? 25 de sus compañeros se suben a la rueda de la fortuna ¿Cuánto pagaron en total? y 10 se compran un muñeco de peluche cada uno ¿Cuánto gastaron?</td><td>Palabras clave: a cada quien y cada uno.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Enunciado planteado para alumnos de Quinto grado. En este ejemplo las palabras clave a cada quien y cada uno son palabras que van relacionadas directamente con la operación y dan sentido a la situación (Puig y Cerdán, 1995). Al hacerse referencia de a cada quien y a cada uno, es porque los costos unitarios son reiterativos, y la multiplicación es una operación que reduce el procedimiento y es mejor que si se intentara resolver con una suma.</td></tr>
</table>

Cuadro 5. 4 - Ejemplo: para alumnos de 5to grado - División

<table>
<tr><th colspan="3">PALABRA CLAVE-DIVISIÓN</th></tr>
<tr><th>Participante 3</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la feria de San Rafael junto con sus tres amigos; entre los cuatro compraron un paquete de palomitas que les costó $45.50, un litro de agua de $24.00 y un vaso con fruta que les costó $39.50. ¿Cuál fue la cantidad total por las tres cosas y cuánto tiene que poner cada uno de los cuatro amigos?</td><td>La palabra clave: cada uno.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Ejemplo planteado para alumnos del Quinto grado. En la historia en cuestión se escribe que cuatro personas compran productos y se solicita conocer cuánto se pagó en total empleando una suma de por medio, al leerse compraron, y para obtener la respuesta a la pregunta del enunciado ¿cuánto tiene que poner cada uno? Es dividir un costo total entre las cuatro personas.</td></tr>
</table>

Palabras clave que orientan la operación (conteo, comparación, orden, porcentaje, gráfica y área de la circunferencia)

Se plantearon cuatro enunciados (31%) para alumnos de primer grado que corresponden a conteos. Para la solución de este tipo de planteamientos, se requiere que el resolutor ya sea que clasifique, identifique, organice los conjuntos de objetos y realice un conteo para encontrar la respuesta del enunciado que se expresa con la palabra clave **cuántos**. Se plantearon dos más de comparación de precios que responden a la incógnita con la palabra clave **cuáles**.



Gráfica 6 - Palabras clave que orientan las operaciones menos frecuentes

En el caso de quinto grado, fueron planteados tres enunciados (23%) que corresponden a porcentajes, seguidos de elaboración de una gráfica y el empleo de la fórmula del área para una circunferencia (7% cada uno) respectivamente. De estos dos últimos trabajos, uno pide elaborar una gráfica con los precios de los juegos de la feria, sin ningún otro propósito y el restante que pide obtener el área de la circunferencia para lo cual el resolutor debe saber emplear la fórmula y obtener el resultado sin ninguna otra instrucción.

Cuadro 6. 1 - Ejemplo: para alumnos de 5to grado - Porcentaje

PALABRA CLAVE - PORCENTAJE		
Participante 7	**5°**	**ANÁLISIS**
Germán invitó a Sandra a la Feria de Chapultepec pero sólo tenía \$200.00 que le pagaron por lavar un carro. El *Ecolín* cuesta \$60.00 e incluye todos los juegos excepto la montaña rusa y el cascabel, porque cada uno de estos cuesta \$20.00, pero existe un **descuento** por estudiante del **30%** en el boleto *Ecolín*, presentando credencial de estudiante. Para que Germán invite a Sandra a la Feria de Chapultepec, ¿cuánto dinero tiene que llevar?		La palabra o expresión clave: **descuento del 30%**.
Planteamiento para alumnos de **5to. Grado**. El término **descuento del 30%** empleado en el enunciado induce al resolutor a realizar la operación indicada o sistematizada para este tipo de planteamiento, según lógica del enunciado.		

Cuadro 6. 2 - Ejemplo: para alumnos de 5to grado - Gráfica

PALABRA CLAVE- GRÁFICA		
Participante 12	**5°**	**ANÁLISIS**
Realiza una **gráfica** con los juegos que observas en la imagen colocándolos del mayor precio al más bajo.		La palabra clave: **gráfica**.
La indicación de **graficar** es la que inducirá a realizar una gráfica para ordenar los precios del más costoso al de menor precio. Es posible que el participante suponga que la imagen que fue proyectada como generador visual para la elaboración de los enunciados aritméticos, será proyectada a los niños de primero, tercero y quinto grado, por ello no describe ningún entorno o situación específica.		

Cuadro 6. 3 - Ejemplo: para alumnos de 5to grado - Área de la circunferencia

PALABRA CLAVE- ÁREA DE LA CIRCUNFERENCIA		
Participante 10	**5°**	**ANÁLISIS**
En la feria hay una rueda de la fortuna que a Pedro le llama la atención por su tamaño. Ayúdale a sacar el **área** de ella, si tiene 4 cm. de radio.		La palabra clave: “**área**”.
Planteamiento aritmético para alumnos del 5°. La expresión **área** sugiere aplicar la fórmula $A = \pi r^2$ según la redacción del enunciado.		

Secuencia o presentación de los datos en el enunciado aritmético

La secuencia en la presentación de los datos es importante para el redactor de problemas, ya que le permite representar mentalmente la complejidad del texto con la intención de que el resolutor pueda llegar a un resultado esperado.

Lo más frecuente entre los problemas que se inventaron siguieron el esquema que presenta primero la información situando al resolutor en un **contexto**, seguido de la **acción** (verbo), posteriormente se indica la **operación** a realizar y por último la **incógnita** en forma de pregunta. El segundo tipo más utilizado de redacción, hace mención de un **contexto** (historia) e **incógnita** (pregunta del enunciado), que fue utilizado en mayor número para los alumnos de primer grado. El resto de los participantes, con menor frecuencia realizaron combinaciones muy diversas que son poco representativas.

Cuadro 7. 1 - Ejemplo: para alumnos de 5to grado - Secuencia

<table>
<tr><th colspan="3">SECUENCIA-CONTEXTO, ACCIÓN, OPERACIÓN E INCÓGNITA</th></tr>
<tr><th>Participante 3</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la feria de San Rafael junto con sus tres amigos entre los cuatro compraron un paquete de palomitas, que le costó $45.50, un litro de agua de $24.00 y un vaso con fruta que le costó $39.50. ¿Cuál fue la cantidad total por las tres cosas y cuánto tiene que poner cada uno de los cuatro amigos?</td><td>La secuencia de la presentación de los datos es la siguiente: contexto, acción, operación e incógnita.</td></tr>
<tr><td colspan="3">El planteamiento presenta un orden en la presentación de sus datos. La información referente al contexto, informa de la situación donde se desarrolla la narración, la acción (verbos o palabras clave) orienta el tipo de operación que ha de emplearse con las cifras 45.50, 24 y 39.50 y finalmente se encuentra ubicada la pregunta del enunciado.</td></tr>
</table>

Cuadro 7. 2 - Ejemplo: para alumnos de 1er grado - Secuencia

<table>
<tr><th colspan="3">SECUENCIA-CONTEXTO E INCÓGNITA</th></tr>
<tr><th>Participante 10</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">En la feria hay muchos puestos, en sus techos tienen líneas rojas. ¿Cuántas líneas rojas hay en todos los puestos?</td><td>La secuencia de la presentación de los datos es la siguiente: contexto e incógnita.</td></tr>
<tr><td colspan="3">El orden de los datos en este ejemplo, se incluye el contexto que hace referencia del lugar donde hay una feria y enseguida se presenta la pregunta.</td></tr>
</table>

Coherencia en el enunciado

El 95% de los participantes redactó los textos aritméticos de manera coherente, es decir, los textos tienen relación entre los elementos del discurso. Las únicas producciones con menos texto coherente es un participante en primer grado y otro en tercero, en quinto grado en su totalidad las elaboraciones fueron con coherencia discursiva puesto que sus ideas hacen que su análisis en la lectura resulte claro.

Nivel escolar	Total de participantes	Coherencia en el enunciado
1er. Grado	13	12
3er. Grado	13	12
5to. Grado	13	13

Gráfico 8 - Coherencia en el enunciado

Cuadro 8. 1 - Ejemplo: para alumnos de 3er grado - Coherencia

<table>
<tr><th colspan="3">COHERENCIA DEL ENUNCIADO: AUSENCIA DE COHERENCIA</th></tr>
<tr><th>Participante 11</th><th>3°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Luisa mide 1.16 cm., Carlos 1.14 cm., y Blanca 1.18 cm., si por cada centímetro que miden tienen dos pesos ¿Cuánto tiene cada uno y cuánto le quedará a cada uno si al final todos se subieron a la rueda de la fortuna, a los carros, compraron un peluche y fruta?</td><td>En este ejemplo se expone un caso de ausencia de coherencia en el enunciado.</td></tr>
<tr><td colspan="3">En el estilo como fue redactado el planteamiento aritmético, lo hace confuso respecto a las cantidades, ya que se expresaron como centímetros y no como metros al pedir que “si por cada centímetro que miden” se esperaría que en el resultado se obtenga más dinero al convertirlo en metros y no solo en centímetros, lo que hace que el enunciado sea confuso, además de no tener un sentido real para el alumno.</td></tr>
</table>

Problema aritmético

De la totalidad de los participantes el 92% redactaron problemas aritméticos. Las elaboraciones dirigidas para primer y tercer grado son del 100%; para quinto grado el 92% de los redactores produjeron problemas.

Nivel escolar	Total de participantes	Problema
1er. Grado	13	13
3er. Grado	13	13
5to. Grado	13	12

Gráfico 9 - Problema aritmético

Del total de enunciados presentados para primero se encontró que el 31% redactaron planteamientos que solicitaban saber cuáles y/o cuántos elementos existían. Para llegar a la solución no emplean operaciones sino que se respondían mediante la identificación, clasificación u ordenación de objetos o precios, considerando a éstos como problemas de conteo o comparación acordes con la edad y grado escolar. En quinto grado se analizó un solo caso el cual solicitaba realizar una gráfica de costos de productos (barato y caro) que no requería de realizar ninguna operación, considerado éste último como "no problema" en su planteamiento.

Cuadro 9. 1 - Ejemplo: Planteamiento de un problema para 1er grado

<table>
<tr><th colspan="3">PROBLEMA ARITMÉTICO</th></tr>
<tr><th>Participante 6</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la feria de la colonia y compró un vaso de agua de Jamaica que costó $24.00. Después se subió a los carros chocones que costaban $60.00 ¿Cuánto gastó Juan en la feria?</td><td>Este ejemplo se considera problema ya que requiere que el resolutor emplee diferentes habilidades aritméticas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">El planteamiento tiene las características de un problema aritmético por contener dos partes que son la informativa (personajes, lugar, acciones) y la que brinda los datos matemáticos (cantidades o precios).</td></tr>
</table>

Cuadro 9. 2 - Ejemplo: No es un problema

NO ES PROBLEMA ARITMÉTICO		
Participante 10	**5°**	**ANÁLISIS**
Realiza una gráfica con los juegos que observas en la imagen colocándolos del mayor precio al más bajo.		Para la invención de este ejemplo se ha considerado que no cumple con las características para ser problema aritmético.
Observando la estructura que tiene el presente ejemplo, requiere que el resolutor realice una gráfica, no se desarrolla ningún tipo de operación para su solución.		

Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado

Se puede observar que el 90% de los enunciados aritméticos los resultados muestran la relación que hay entre la operación y la estructura del texto. En cuatro enunciados (10%) se presentaron formulaciones en los que no hay relación o coherencia lógica entre el texto y el tipo de operación que se solicita. Se refleja con mayor incidencia en primer grado con dos textos (5%), que no pudieron relacionar la operación con la coherencia del enunciado, quedando sin coincidir el planteamiento y los resultados esperados.

Nivel escolar	Total de participantes	Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado
1er. Grado	13	11
3er. Grado	13	12
5to. Grado	13	12

Gráfico 10 - Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado

Cuadro 10. 1 - Ejemplo: Donde es congruente el enunciado y las operaciones que se desea se apliquen para resolver el planteamiento

COHERENCIA DE LAS OPERACIONES CON LA ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO		
Participante 11	**3°**	**ANÁLISIS**
Luisa mide 1.16 cm., Carlos 1.14 cm., y Blanca 1.18 cm., si por cada centímetro que miden tienen dos pesos ¿Cuánto tiene cada uno? y ¿cuánto le quedaría a cada uno si al final todos se subieron a la rueda de la fortuna, a los carros, compraron un peluche y fruta?		**No hay coherencia** entre el enunciado y la operación.
Si se toma en cuenta que el ejemplo hace referencia a centímetros y no ha metros, el dinero que se obtendría sacando las operaciones con centímetros, ya no tendrían para subirse a las atracciones de la feria. No hay congruencia entre el texto y las operaciones a desarrollar. Es decir, si un alumno de tercer grado que no sepa convertir la expresión de metros a centímetros, probablemente se quede en la multiplicación de dos pesos por la cantidad expresada por el redactor, dando un resultado erróneo. El resolutor necesita conocer que debe convertir la cantidad eliminando el punto decimal primeramente. Por otra parte, el enunciado en sí, no tiene una forma estándar donde se habla de personajes congruentes con su entorno, sino que el autor plantea de manera poco común la asociación entre medidas y un valor monetario.		

Redacción

En los resultados de la redacción de enunciados podemos observar que en el primer grupo con hoja 1, de las 39 elaboraciones, poco menos de la mitad plantea 19 de sus redacciones con una categoría de *Suficiente* (48%); esta insuficiencia indica que las producciones no consideraron dos de los cinco criterios que evalúa la caridad, sencillez, la ambigüedad, la precisión en lo que se quería expresar y el empleo de la puntuación, de ellos permiten que el planteamiento sea realizable, pero se debe mejorar la redacción para no causar confusiones en el resolutor.

Total de problemas	Valoración	Redacción
39	Muy bien	4
	Bien	9
	Suficiente	19
	Deficiente	7

Gráfico 11 - Redacción

Nueve ejemplos fueron considerados como *Bien* (23%) por contar con cuatro de los cinco criterios, lo que permite que los problemas sean comprensibles para los lectores. Cuatro enunciados fueron considerados como *Muy Bien* (12%), que corresponden a tres de primer grado, donde uno de ellos es un conteo que solicita identificar cuáles son los juegos mecánicos y los niños que ahí se encuentran y uno para tercer que sugiere una suma para su solución. En la categoría *Deficiente* el 17% de los problemas presentados tienen problemas en su redacción, confunden y dificultan la lectura de los mismos, no permite la comprensión en una primera lectura del enunciado.

Cuadro 11. 1 - Ejemplo: Enunciado valorado como Muy Bien

<table>
<tr><th colspan="3">REDACCIÓN - MUY BIEN</th></tr>
<tr><th>Participante 6</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la feria de la colonia y compró un vaso de agua de Jamaica que costó $24.00. Después se subió a los carros chocones que costaban $60.00 ¿Cuánto gastó Juan en la feria?</td><td>Enunciado con una valoración de “Muy bien”.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Observamos que el problema tiene la redacción clara que permite comprenderlo sin ambigüedad, su redacción es sencilla, es preciso lo que se solicita: un personaje va a una feria, compra un objeto, se sube a una atracción que tiene otro costo y por último se solicita obtener el total de gastos. No se presta a confusiones y respeta los signos de puntuación.</td></tr>
</table>

Cuadro 11. 2 - Ejemplo: Enunciado valorado como Deficiente

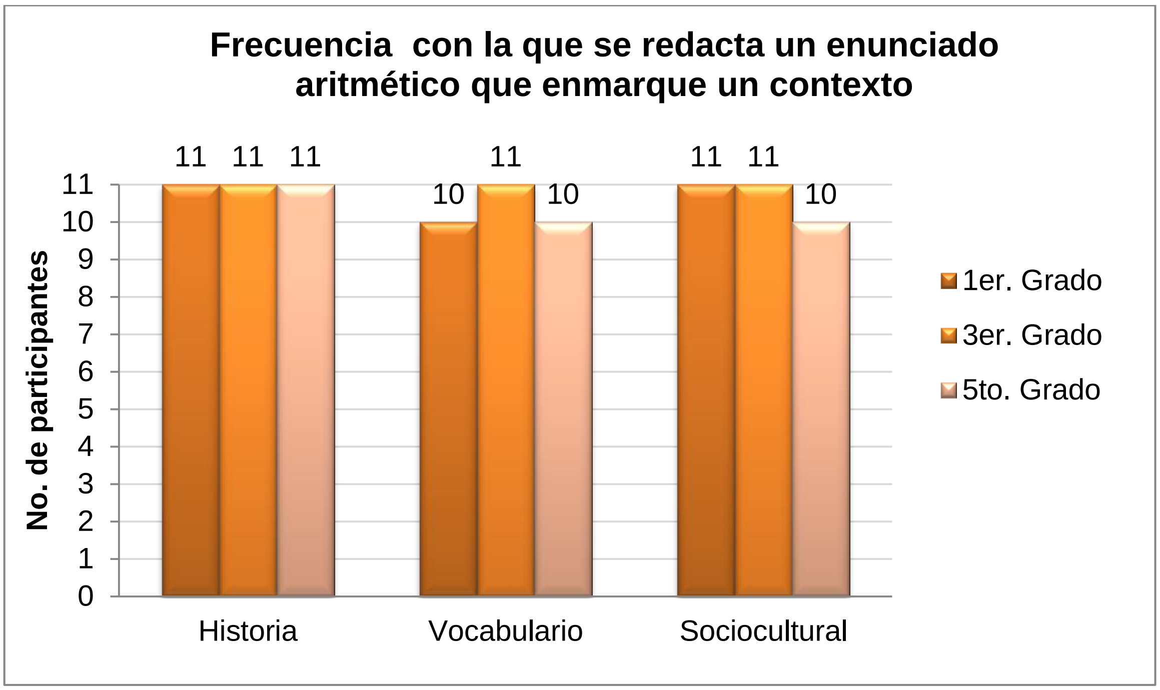
<table>
<tr><th colspan="3">REDACCIÓN - DEFICIENTE</th></tr>
<tr><th>Participante 6</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Se organizó una salida a la feria entre todo el grupo había un total de 8 alumnos todos decidieron comprar 4 ½ litros de agua con un costo de $24.00 el vaso si a cada litro le caben 8 vasos. ¿Cuánto tenían que pagar por los 4 litros ½, y cuánto tenía que pagar cada alumno para que fuera equitativo el monto total?</td><td>Enunciado con una valoración de “Deficiente”.</td></tr>
<tr><td colspan="3">El enunciado es confuso, faltan signos de puntuación para separar las oraciones; no se sabe claramente si es una parte de un grupo o es el total del grupo. No es sencillo de comprender porque hace referencia a una cantidad en litros y se revuelve la información con otra cantidad en pesos y luego otra cantidad en vasos, por lo que es ambigua la redacción.</td></tr>
</table>

Análisis Subgrupo 2

Con información del perfil formativo del nivel básico de primaria: 1°, 3° y 5°.

Contexto

El total de los 11 participantes incluyó un contexto (describe el lugar, personajes, acciones e historia) en las elaboraciones redactadas en los enunciados de primero, tercero y quinto grado.



Gráfica 12 – Contexto

En lo que corresponde al vocabulario, la mayoría (94%) utilizó palabras que pueden ser conocidas por cualquier alumno de educación básica, mientras que en menor proporción (6%) se encontraron palabras poco usuales. En el rasgo sociocultural el 97% de los participantes consideraron formular las producciones apegadas al nivel social y cultural del resolutor.

Cuadro 12. 1 - Ejemplo: Contexto con historia

CONTEXTO-HISTORIA		
Participante 15	**3°**	**ANÁLISIS**
En la **feria** del pueblo Doña Toña tiene **un puesto** de antojitos mexicanos. **Luis** y su hermana **Sonia** tienen $80.00; ¿qué es lo que alcanzan a comprar en el puesto de Doña Toña con ese dinero?		El planteamiento **cuenta con una historia**: Una feria, un puesto y sus personajes.
El contexto donde se desarrolla la narración da a conocer que trata de una feria y de unos personajes que compran algo en un puesto de comida.		

Cuadro 12. 2 - Ejemplo: Contexto - Vocabulario inusual

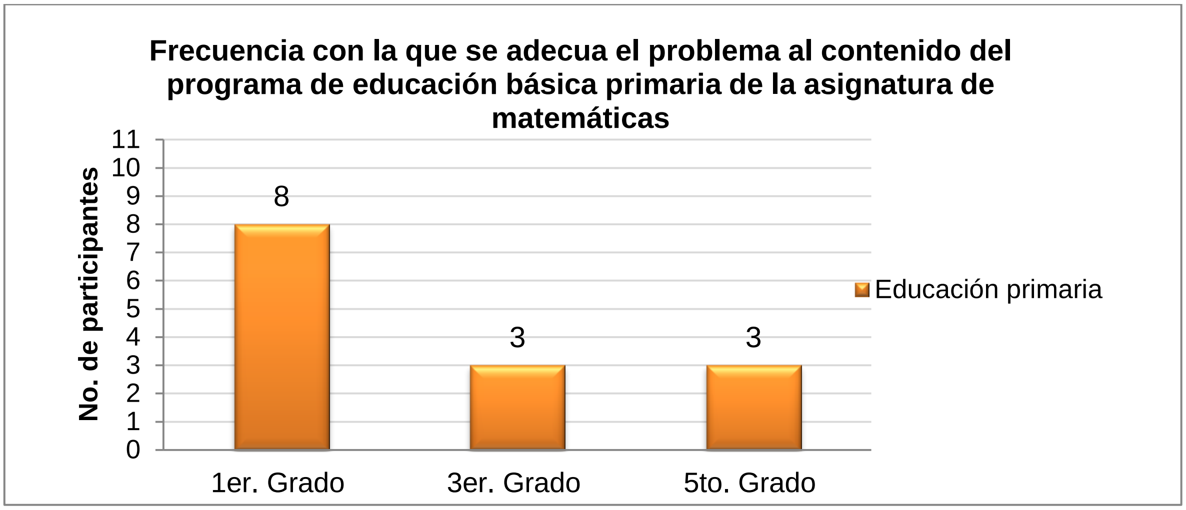
CONTEXTO-VOCABULARIO		
Participante 14	**5°**	**ANÁLISIS**
Los alumnos de 6to. Grado quieren hacer su fiesta de **graduación** en la feria, para la cual formaron un **comité organizador** que determinará los costos. Si deseas subir a todas las **atracciones** y comer ahí. ¿Cuánto dinero por persona deben reunir?		En este ejemplo se escriben **palabras inusuales** como: **atracciones, comité organizador, graduación**.
Los vocablos presentes en este planteamiento, posiblemente no sean comprendidos por los resolutores, para ello será necesario definirlos anticipadamente o pueden ser cambiados a sinónimos más comunes para su fácil comprensión.		

Cuadro 12. 3 - Ejemplo: Contexto sin Contexto Sociocultural

CONTEXTO- SIN CONTEXTO SOCIOCULTURAL		
Participante 18	**5°**	**ANÁLISIS**
Los niños del 5º A iremos de excursión a la Feria de Chapultepec, donde cada uno pagará lo que coma y los juegos a los que se suba y todo estará con el 50% de descuento. ¿Cuánto pagarás si deseas subirte a la montaña rusa y te compras una fruta y un agua?		La palabra **Chapultepec** pudiera ser desconocida.
En este planteamiento, tal vez la palabra Chapultepec sea un sitio desconocido para habitantes de comunidades no cercanas a la Ciudad de México.		

Adecuado al contenido del programa de educación primaria de la asignatura de matemáticas (SEP 2009)

Se observa que la redacción de planteamientos aritméticos sin apoyo de contenidos, Hoja 2, dificulta la redacción. Donde más se desconoce la programación es en tercero y quinto grados, únicamente 3 de 11 redactores de cada grado formularon un problema adecuado. En primer grado 8 de los 11 redactores tuvo mayor apego al programa escolar.



Gráfica 13 - Adecuado al contenido del programa de educación primaria

Cuadro 13. 1 - Ejemplo: por debajo del contenido de lo propuesto en el programa

ADECUADO AL CONTENIDO DEL PROGRAMA		
Participante 20	**3°**	**ANÁLISIS**
Luis va a la feria, su mamá le dio \$100.00, pero él sólo quiere subirse a los carros chocones y comprar un algodón. ¿Cuánto dinero gastaría y cuánto le sobraría?		Enunciado **por debajo** del contenido del programa.
En este caso, los contenidos programados correspondientes para el 3 grado nos indican que los alumnos: cuenten de 1 al 1000, que realicen sumas y restas de 4 dígitos, multiplicación de 3 dígitos por 1 y de 2 dígitos por 2, divisiones. Tablas de multiplicar. Suma y resta de fracción. Múltiplos de 10. Fracciones de ½, ¼, 1/8. Comparación, clasificación. Peso, longitud y volumen. Mayor que, menor que. Figuras geométricas. Por ello, se encuentra **por debajo** de lo propuesto por el programa.		

Cuadro 13. 2 - Ejemplo: por encima del contenido de lo propuesto en el programa

ADECUADO AL CONTENIDO DEL PROGRAMA		
Participante 14	**1°**	**ANÁLISIS**
Juan fue a la fiesta del pueblo con su primo Luis, su mamá le dio para gastar \$80.00 y la mamá de Luis le dio a su hijo \$75.00. Si Juan y Luis juntan su dinero, ¿cuánto tendrán para gastar juntos? Si desean subir al menos a 3 atracciones, ¿para cuáles les alcanzaría? Si Juan sube a los carritos chocones y Luis a las sillas voladoras. ¿Cuántos tacos pueden comprar en el puesto de comida?		Enunciado **por encima** del contenido del programa. Existiendo además varias soluciones al problema.
En este caso, los contenidos programados correspondientes para el 1er. Grado indican que los alumnos: cuenten del 1 al 100, que logren realizar sumas y restas de dos dígitos, que realicen comparación, igualación, que hagan cálculos de longitud.		

Posición de la pregunta del enunciado o incógnita

El 89% de las preguntas del enunciado fueron ubicadas al final de su texto, el 9% de las incógnitas se colocaron al inicio en primer grado. En la parte media del planteamiento se redactó una pregunta del total de las elaboraciones, representando el 2%.

	Posición de la incógnita		
Nivel escolar	Inicio	En medio	Al final
1er. Grado	5	0	11
3er. Grado	0	1	20
5to. Grado	0	0	17

Gráfico 14 - Posición de la incógnita

La posición de las preguntas del enunciado fue más variada en primer grado, mientras que en tercer grado, las preguntas, a excepción de una, se plantearon al final; en quinto grado, todas las incógnitas se localizaron al final.

Cuadro 14. 1 - Ejemplo: Posición de la pregunta - Inicial

<table>
<tr><th colspan="3">POSICIÓN DE LA INCÓGNITA</th></tr>
<tr><th>Participante 16</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">¿Cuántos juegos mecánicos hay en la feria del pueblo?</td><td>Se considera su ubicación como inicial.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Se puede observar que en sí, la pregunta forma la totalidad del enunciado, ubicándola como inicial y única.</td></tr>
</table>

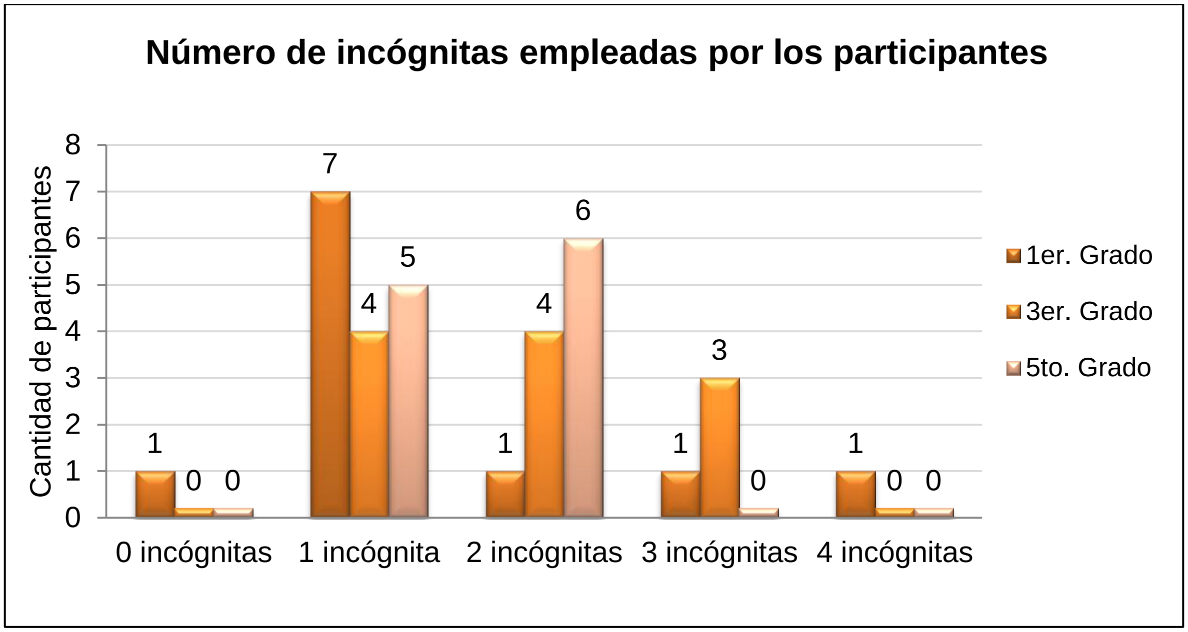
Cuadro 14. 2 - Ejemplo: Posición de la pregunta - Final

<table>
<tr><th colspan="3">POSICIÓN DE LA INCÓGNITA</th></tr>
<tr><th>Participante 21</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la feria con su mamá. Su mamá le dio 50 monedas, él compró un globo que costó 22 monedas. ¿Cuántas monedas le sobraron?</td><td>Ubicación de la incógnita: al final.</td></tr>
<tr><td colspan="3">En la parte final del enunciado se observa la pregunta y los datos han sido proporcionados para el desarrollo de la operación correspondiente.</td></tr>
</table>

Algunos de los participantes redactaron más de una incógnita a continuación se detallan estos casos:

Número de preguntas o incógnitas empleadas en el enunciado

Del total de las propuestas aritméticas del subgrupo dos quienes no contaron con los contenidos de matemáticas, se observa que con el 48% empleó una pregunta, el 34% con dos incógnitas, 12% lo hicieron con tres preguntas y un participante redactó con cuatro.



Gráfica 15 - Número de incógnitas empleadas

Estos resultados muestran que la redacción de textos aritméticos es más frecuente con una incógnita. Un participante no redactó ninguna incógnita en primer grado.

Cuadro 15. 1 - Ejemplo: número de incógnitas - Una incógnita utilizada

NÚMERO DE INCÓGNITAS UTILIZADAS		
Participante 18	**1°**	**ANÁLISIS**
Para celebrar el día del niño Juanito fue a la feria, su mamá le dio solamente $100.00 y Juanito se subió a los columpios. **¿Cuánto le quedó?**		Se emplearon **una incógnita.**
Para la formulación de este enunciado, se confeccionó una sola pregunta.		

Cuadro 15. 2 - Ejemplo: Número de incógnitas - Dos incógnitas utilizadas

<table>
<tr><th colspan="3">NÚMERO DE INCÓGNITAS UTILIZADAS</th></tr>
<tr><th>Participante 14</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Los alumnos de 6º grado quieren su fiesta de graduación en la feria, para lo cual formaron un comité organizador que determinará los costos.

Si desean subir a todas las atracciones ¿Cuánto dinero por persona deben reunir?

Un grupo de 20 personas con $3,500.00 ¿puede subir a todas las atracciones?</td><td>Se emplearon dos incógnitas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Se emplearon dos incógnitas y se puede observar que las dos preguntas refieren a dos cuestiones independientes.</td></tr>
</table>

Cuadro 15. 3 - Ejemplo: Número de incógnitas - Tres incógnitas utilizadas

<table>
<tr><th colspan="3">NÚMERO DE INCÓGNITAS UTILIZADAS</th></tr>
<tr><th>Participante 21</th><th>3°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">María, Pepe y Luis tienen 400 monedas y decidieron ir a la feria. María y Luis se subieron a la rueda de la fortuna (30 monedas), Luis y Pepe se subieron a los carros (60 monedas) y María, Luis y Pepe decidieron comprar un vaso de agua (24 monedas). ¿Cuánto gastó cada uno? ¿Cuántas monedas les sobraron? ¿Cuántas monedas les sobraron o faltaron si se hubieran subido a los columpios?</td><td>Se emplearon tres incógnitas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Se solicita conocer tres resultados, para poder obtener las respuestas subsiguientes se hace necesario resolver a partir de la primera pregunta, aunque no siendo éstas dependientes una de la otra. Este problema tiene varias formas de resolución dependiendo la incógnita que se esté trabajando. 1. Siguiendo el orden planteado. 2. Se puede resolver la primera pregunta y de ahí saltar a la tercera. El problema se puede volver complejo si el alumno no toma en cuenta que no se suben a los mismos juegos todos los participantes.</td></tr>
</table>

Cuadro 15. 4 - Ejemplo: Número de incógnitas - Cuatro incógnitas empleadas

<table>
<tr><th colspan="3">NÚMERO DE INCÓGNITAS UTILIZADAS</th></tr>
<tr><th>Participante 19</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Observa la siguiente imagen y responde las siguientes preguntas:

¿Cuánto cuesta el agua de sabor?

¿Cuánto cuesta el algodón de azúcar?

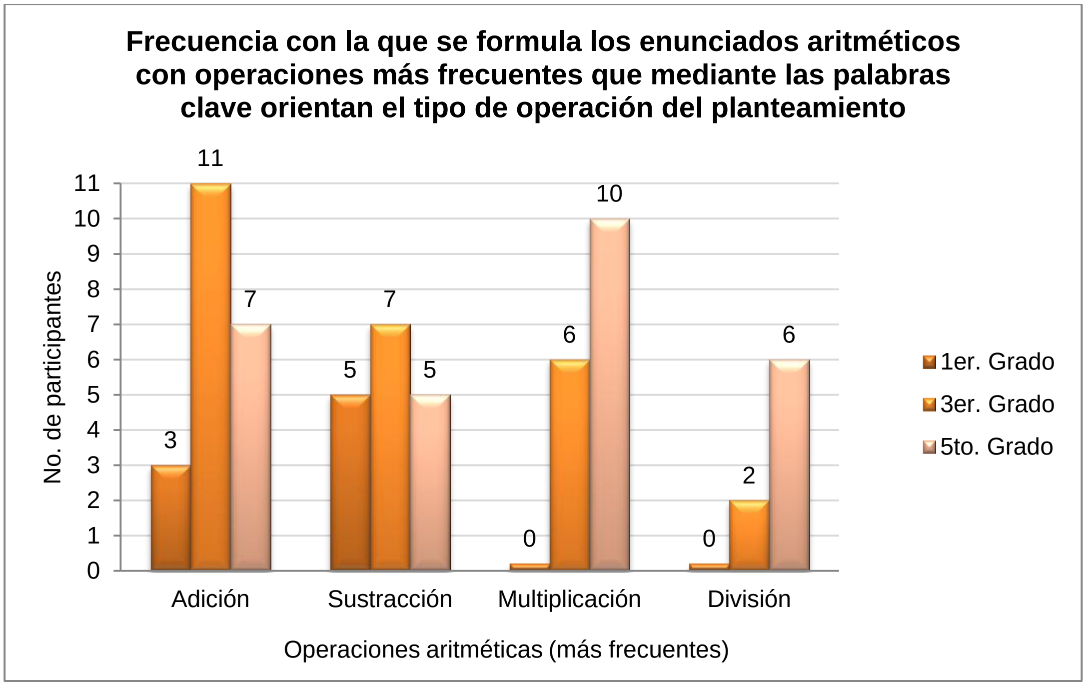
¿Cuánto cuesta la entrada a la casita del terror?

Ahora suma todas. ¿Cuánto te da?</td><td>Se emplearon cuatro incógnitas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Se solicita conocer cuatro resultados, para poder obtener la última respuesta se hace necesario identificar los costos de las primeras tres preguntas, siendo éstas dependientes una de otras.</td></tr>
</table>

Palabras clave que orientan la operación (para adición, sustracción, multiplicación y división)

Las palabras clave o expresiones clave: juntan su dinero, para cuáles les alcanzaría, y, comprar, su mamá les dio, suma, cuánto gastó, son las que generaron mayores enunciados aditivos, 21 en total, 11 enunciados fueron pensados para tercer grado, seguido por quinto grado, 7 sujetos, reduciéndose para primer grado en 3 sujetos.

La sustracción obtuvo mayores resultados en primer grado en comparación con la adición y menores resultados en tercero y quinto grado en comparación con la adición. En la redacción de las palabras clave que llevan a realizar la sustracción en primer grado se incrementa 18%. Los enunciados incluían palabras clave que orientan a la sustracción: sobraría, compró, cuánto le quedó y cuánto les falta.



Gráfica 16 – Palabras clave que orientan la operación

Para las operaciones multiplicativas los redactores tomaron en cuenta que los alumnos de primer grado no realizan multiplicaciones. Para tercero y quinto grados, las producciones incluían palabras clave que inducen a la multiplicación como: veces, cada uno, por la compra de dos cosas iguales, en los alumnos de tercer grado donde ellos ya tienen conocimiento de operaciones con mayor dificultad, pudiendo resumir la adición en la multiplicación.

La división se reduce a dos elaboraciones de 11 (18%), en tercer grado y seis de quinto grado (46%), las palabras o expresiones clave empleadas fueron: división, cuánto le tocó a cada uno.

Cuadro 16. 1 - Ejemplo: empleo de palabras clave- Adición

PALABRA CLAVE-ADICIÓN		
Participante 19	**3°**	**ANÁLISIS**
Juan tiene $50.00 y Esteban tiene $46.00. Si los **juntan** ¿a qué juegos pueden subir?		La palabra clave: **juntan**.
Planteamiento aritmético para alumnos del 3°. La palabra clave: “juntar” inducen a una operación aditiva a emplearse.		

Cuadro 16. 2 - Ejemplo: empleo de palabras clave- Sustracción

PALABRA CLAVE-SUSTRACCIÓN		
Participante 22	**1°**	**ANÁLISIS**
Los domingos se pone una feria en el pueblo donde vive Luis, éste quiere subirse a la montaña rusa, pero su papá le da de domingo $70.00 y la entrada para subirse a este juego cuesta $90.00. ¿Cuánto le **falta** a Luis para poder completar la entrada?		La palabra clave: **falta**.
Enunciado aritmético planteado para alumnos del 1° Grado. Para este caso se considera como palabra clave o expresión clave "cuánto le falta" y que para llegar a su resolución se requiere emplear la operación de la resta, para conocer la diferencia que hay entre $90.00 y $70.00, que nos ayuda a obtener la respuesta correcta.		

Cuadro 16. 3 - Ejemplo: empleo de palabras clave- Multiplicación

PALABRA CLAVE- MULTIPLICACIÓN		
Participante 17	**5°**	**ANÁLISIS**
María fue a la feria y compró 4 tostadas de $16.00, una manzana de $15.00 y dos sopes de $16.00. ¿Cuánto dinero gastó si **compró lo mismo durante los tres días** que duró la feria?		La palabra clave o expresión: "compró lo mismo durante los tres días".
La palabra clave o expresión que induce a la operación de **multiplicación** es "compró lo mismo durante los tres días…" se observa que todos los productos tienen el mismo valor, se triplica el costo unitario para buscar el valor total.		

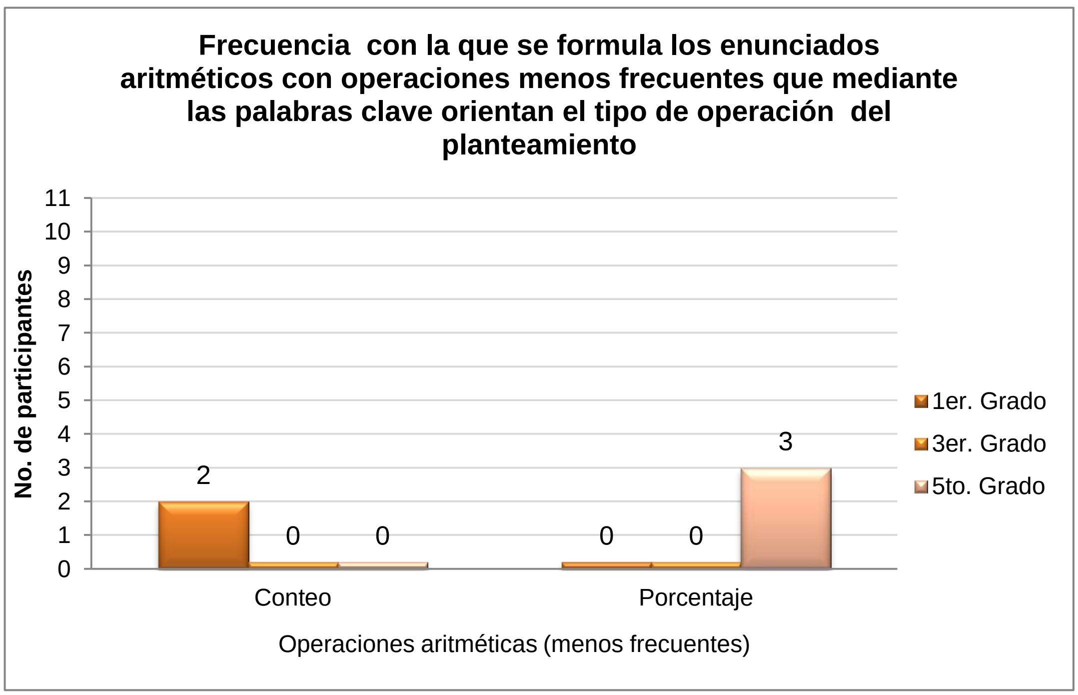
Cuadro 16. 4 - Ejemplo: empleo de palabras clave- División

PALABRA CLAVE- DIVISIÓN		
Participante 16	**5°**	**ANÁLISIS**
Don Humberto llevó a sus tres hijos a la feria y les dijo que sólo llevaba $500.00 para los tres, que tenían que dividírselo en partes iguales y de lo que les había tocado una cuarta parte lo tenían que donar para los niños que no llevaban dinero. ¿Cuánto le tocó a **cada uno** y cuánto donaron en total?		La palabra clave: "cada uno".
Los contenidos en el programa contemplados para los alumnos del 5°, integran el manejo de la división. En este ejemplo, refiere que una cantidad en dinero tendrá que fraccionarla para que a cada uno le toque cierta cantidad.		

Palabras clave que orientan la operación (para conteo y porcentaje)

Los dos planteamientos del subgrupo con hoja 2 dirigidos para alumnos de primer grado corresponden a conteo. Para dar respuesta a la incógnita de conteo es necesario identificar los objetos, ordenarlos, clasificarlos, etc., según palabra clave **cuántos.**

Los problemas presentados para ser resueltos con porcentaje representaban un 27% para los alumnos de quinto grado (palabras clave: descuento, porcentaje, una cuarta parte, cuánto corresponde) adecuándose a los contenidos del programa, sin que los participantes contaran con la hoja 1 de contenidos.



Gráfica 17 - Palabras clave que orientan las operaciones menos frecuentes

Los contenidos en el programa contemplan el conocimiento de las proporciones, las cuales incluyen realizar las operaciones básicas para llegar a la futura resolución del problema, los redactores así lo hicieron, desconociéndose si al elaborar estos tres planteamientos consideraron que se incluyen los algoritmos propios de la obtención del porcentaje.

Cuadro 17. 1 - Ejemplo: empleo de palabras clave- Porcentaje

PALABRA CLAVE- PORCENTAJE		
Participante 22	**5°**	**ANÁLISIS**
José y su familia salen el domingo a la feria del pueblo, el padre de éste dispone para dicha diversión $500.00, de los cuales el **20%** son para José. ¿Cuánto le corresponde?		La expresión aritmética: “20%”.
Los contenidos en el programa contemplados para los alumnos del 5°, integran el manejo del algoritmo como la “regla de tres”, que corresponde para obtener el porcentaje, el cual incluye la división.		

Secuencia o presentación de los datos en el enunciado aritmético

Los participantes presentaron la información del enunciado iniciando con una historia (**contexto**) que llevará a los resolutores a interpretar los verbos y palabras clave como una **acción** que induzca a realizar la **operación** que se les pide y concluyan con la pregunta o **incógnita** que resolverá el problema o ejercicio de mejor forma, aunque ello no significa que la formulación tenga mayor o menor dificultad. El resto de los datos que se expusieron están en el mismo nivel de uso, destacando por cinco participantes más que redactaron utilizando la fórmula de **Contexto** (historia), **operación** e **incógnita**, simplificando la redacción.

Cuadro 18. 1 - Ejemplo: mayor frecuencia para alumnos de 5to grado - Secuencia

SECUENCIA-CONTEXTO, ACCIÓN, OPERACIÓN E INCÓGNITA		
Participante 23	**5°**	**ANÁLISIS**
Ramón fue con sus cinco amigos a la feria llevaba $500.00 para gastar, les invitó a subirse a la rueda que costaba $12.00 y les compró una quesadilla de $19.00; y el dinero que le sobró lo repartió entre sus cinco compañeros y él. ¿Cuánto dinero se gastó en la rueda y las quesadillas? ¿Cuánto dinero le tocó a cada quien del dinero que sobró?		El modo en que se presentan los datos son: **Contexto, acción, operación e incógnita.**
El **contexto** en la narración de este enunciado hace referencia tanto del lugar y quienes lo acompañaban, los seis amigos realizan una **acción** como subirse a la rueda, compraron alimento y finalmente se repartieron el dinero para ello se realizarán **operaciones** y se **pregunta** lo que se gastó y cuánto dinero les tocará.		

Cuadro 18. 2 - Ejemplo: menor frecuencia para alumnos de 5to grado - Secuencia

SECUENCIA- OPERACIÓN E INCÓGNITA		
Participante 22	**5°**	**ANÁLISIS**
José y su familia salen el domingo a la feria del pueblo, el padre de éste dispone para dicha diversión $500.00; de los cuales el 20% son para José, ¿cuánto le corresponde?		Los datos son presentados en la siguiente secuencia: **Contexto, operación e incógnita.**
El **contexto** hace referencia a la salida a una feria de un personaje y su familia. Con las cantidades que de manera inmediata se proporcionan, se desarrolla la **operación** y así se obtiene la respuesta a la pregunta o **incógnita** que se plantea.		

Coherencia en el enunciado

Un texto con coherencia debe considerar que esté relacionado con otros elementos y tenga sentido lógico. Sabemos que la coherencia está más relacionada con la semántica, es decir, el significado que quiere darle el autor a su texto y que realmente quiera decir lo que piensa y su enfoque hacia el resolutor.

Nivel escolar	Total de participantes	Coherencia en el enunciado
1er. Grado	11	11
3er. Grado	11	11
5to. Grado	11	9

Gráfico 19 - Coherencia en el enunciado

Los resultados que surgieron del análisis nos muestran que tanto en primero como tercer grado, todos los participantes de redactaron los textos con coherencia y cohesión. En cambio, para quinto grado, se encontró que 2 enunciados no tuvieron coherencia.

Cuadro 19. 1 - Ejemplo: para alumnos de 5to grado - Enunciado que presenta ambigüedad

<table>
<tr><th colspan="3">COHERENCIA-FALTA DE COHERENCIA</th></tr>
<tr><th>Participante 19</th><th>5°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Alicia tiene $45.00 y Agustino $40.00, ambos quieren un osito de peluche que está en $75.00. ¿Cuánto les falta para obtener el osito?</td><td>Falta de coherencia: Enunciado con posible confusión en su lectura.</td></tr>
<tr><td colspan="3">En este enunciado se puede interpretar que Alicia y Agustino quieren comprar entre los dos un osito de peluche o la segunda interpretación es que cada uno desea comprar su propio osito de peluche, por lo tanto, se considera como enunciado confuso y que no guarda lógica.</td></tr>
</table>

Problema aritmético

Los resultados obtenidos muestran que del total de las 33 redacciones elaboradas por los participantes que no tenían la hoja 1 de contenidos, el 94% plantearon problemas aritméticos, de los cuales tres participantes en primer grado propusieron enunciados de identificación o agrupación de uno o varios productos o juegos mecánicos, que se podían resolver mediante el conteo (cuántos) o comparación (cuáles).

Nivel escolar	Total de participantes	Problema
1er. Grado	11	9
3er. Grado	11	11
5to. Grado	11	11

Gráfico 20 – Problema aritmético

Del primer grado, dos planteamientos proponen: el primero, encontrar el precio de la rueda de la fortuna para lo cual requiere ubicar solamente el precio mediante el estímulo visual; el segundo, se pide mencionar tres juegos caros y tres baratos, que no se sabrían cuáles pudieran ser porque depende del valor que le dé al objeto cada escolar. Considerándolos “no problema” aritmético.

Cuadro 20. 1 – Ejemplo: para alumnos de 5to grado - Invención de un problema aritmético

PROBLEMA ARITMÉTICO		
Participante 23	**5°**	**ANÁLISIS**
Don Humberto llevó a sus tres hijos a la feria y les dijo que sólo llevaba 500.00 para los tres que tenían que dividírselo en partes iguales y de lo que les había tocado una cuarta parte lo tenían que donar para los niños que no llevaban dinero. ¿Cuánto le tocó a cada uno y cuánto donaron en total?		Se ha considerado este enunciado como un problema aritmético, por sus características.
Este enunciado cuenta con elementos característicos de un problema matemático, ya que tiene datos, cantidades para realizar una operación y una incógnita o pregunta.		

Cuadro 20. 2 – Ejemplo: para alumnos de 1er grado: No problema

NO ES PROBLEMA ARITMÉTICO		
Participante 20	**1°**	**ANÁLISIS**
Laura quiere subirse a la rueda de la fortuna pero no sabe cuánto cobran, podrías ayudarle a saber el precio.		Para la invención de este ejemplo se ha considerado que no cumple con las características para ser problema aritmético.
En este planteamiento se observa que el alumno requerirá de la tarea de identificar de entre todos los precios cuál es el costo de la rueda de la fortuna. No se desarrolla ninguna operación para su resolución.		

Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado

Para que un resultado sea correcto, debe considerarse que el planteamiento esté dado en un solo enunciado o texto. Los planteamientos proporcionan los datos necesarios para que se realicen las operaciones que resuelvan el problema o ejercicio.

Nivel escolar	Total de participantes	Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado
1er. Grado	11	8
3er. Grado	11	11
5to. Grado	11	9

Gráfico 21 – Coherencia de las operaciones

Del total de los planteamientos, el 85% se estructuraron con operaciones coherentes; existe una diferencia que corresponden a primer y quinto grados, que los planteó con dificultades entre lo que se quiso decir y el tipo de operación que proponía para resolver el problema. En cambio, los planteamientos hechos en tercer grado todos fueron redactados con unidad entre la coherencia y la operación que se deseaba proponer.

Cuadro 21.1 – Ejemplo: para alumnos de 1er grado - no hay concordancia entre la operación y la lógica del enunciado propuesto

<table>
<tr><th colspan="3">COHERENCIA DE LAS OPERACIONES CON LA
ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO</th></tr>
<tr><th>Participante 14</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la fiesta del pueblo con su primo Luis. Su mamá le dio para gastar $80.00 y la mamá de Luis le dio a su hijo $ 75.00.
Si Juan y Luis juntan su dinero, ¿cuánto tendrán para gastar juntos?
Si desean subir al menos a tres atracciones, ¿para cuáles les alcanzaría?
Si Juan sube a los carritos chocones y Luis a las sillas voladoras ¿Cuántos tacos pueden comprar en el puesto de comida?</td><td>Falta de coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado: resultado negativo en la tercera pregunta.</td></tr>
<tr><td colspan="3">En el planteamiento no existe coherencia entre las operaciones y la estructura del texto, es un trabajo complejo para un escolar de entre seis y siete años. Porque a partir de la segunda interrogante, tendrá que hacer una selección de juegos o atracciones y hacer las operaciones correspondientes de resta de un número de tres dígitos con dos, para concluir a cuáles sí les alcanzaría.

En la tercera pregunta, la operación no se puede realizar porque daría un resultado negativo o el escolar invertiría las cifras para colocarlas de manera que sí pudiera hacer la operación de sustracción. El escolar tendría además que explicar que ninguno de los dos puede comprar tacos.</td></tr>
</table>

Redacción

En este subgrupo con hoja 2, el 48% fueron planteados con la categoría de *Suficiente* en su redacción, lo que indica que los problemas deben ser modificados en su planteamiento porque hay ambigüedad, no son claros o no son sencillos, no son precisos o falta un empleo adecuado de la puntuación. En la categoría *Bien* fue el siguiente grupo con el 33%, lo que facilita su comprensión y resolución. Las producciones valoradas como *Muy bien* fue con el 10% que corresponden a primer y tercer grado y clasificados como *Deficiente* fueron 9% que correspondió a dos planteamientos que causan confusión y ambigüedad por su redacción.

Total de problemas	Valoración	Redacción
33	Muy bien	3
	Bien	11
	Suficiente	16
	Deficiente	3

Gráfico 22 - Redacción

Cuadro 22. 1 – Ejemplo: valorado como *Muy bien*

REDACCIÓN. MUY BIEN		
Participante 20	**3°**	**ANÁLISIS**
Luis va a la feria, su mamá le dio $100.00, pero él sólo quiere subirse a los carros chocones y comprar un algodón ¿Cuánto dinero gastaría y cuánto le sobraría?		Redacción considerada como Muy Bien.
El problema es claro para cualquier alumno de tercer grado, no causa confusión, es sencillo de leer y respeta los signos de puntuación.		

Cuadro 22. 2 - Ejemplo: valorado como *Deficiente*

<table>
<tr><th colspan="3">REDACCIÓN. DEFICIENTE</th></tr>
<tr><th>Participante 14</th><th>1°</th><th>ANÁLISIS</th></tr>
<tr><td colspan="2">Juan fue a la fiesta del pueblo con su primo Luis. Su mamá le dio para gastar $80.00 y la mamá de Luis le dio a su hijo $75.00

Si Juan y Luis juntan su dinero ¿cuánto tendrán para gastar juntos?

Si desean subir al menos a tres atracciones, ¿para cuales les alcanzaría?

Si Juan sube a los carritos chocones y Luis a las silla voladoras, ¿cuántos tacos pueden comprar en el puesto de comida?</td><td>Planteamiento valorado como Deficiente.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Este problema es confuso en su redacción, no es sencillo y es ambiguo, se revuelven los datos como subirse a las sillas voladoras y cuántos tacos se pueden comprar.</td></tr>
</table>

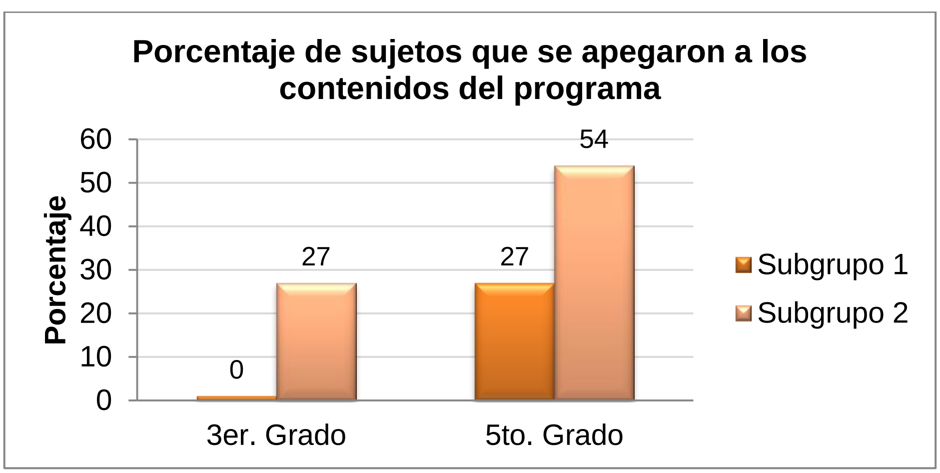
Resultados de la comparación entre los dos subgrupos

Las gráficas presentadas a continuación muestran los resultados más relevantes de las comparaciones entre el subgrupo uno que corresponde a la **hoja 1 de Información** que contiene resumida la organización de los ejes temáticos del programa de matemáticas de primaria (**anexo 3**), y el subgrupo dos que corresponde a la **hoja 2 de Información** que contiene el resumen de los propósitos del programa de matemáticas de los tres grados (**anexo 4**).

Los resultados corresponden a los datos más representativos en los que hubo **diferencias porcentuales** que indican **variaciones** entre ambos grupos. Los resultados no presentados tienen variaciones porcentuales entre uno y diez por ciento que representan entre uno y tres participantes que para este caso, no hacen diferencia entre ambos subgrupos.

Adecuado al contenido del programa de matemáticas

Los datos que representan la frecuencia de problemas que consideran el contenido programático en los enunciados para el 3er. Grado (gráfica 1), se puede observar que el subgrupo dos elaboró problemas con mayor apego a los contenidos (27%). Sin embargo, en el primer subgrupo, la totalidad de los sujetos no se apegó a los contenidos del programa de Educación Básica, a pesar de contar con la hoja de contenidos. El resultado del grupo dos (tercer grado) es bajo si se considera que es menor a la tercera parte del total de las producciones. El subgrupo 1 contaba con la hoja 1 con información de los contenidos de la asignatura y sin embargo, no utilizó la información proporcionada o no supo cómo redactar los problemas.

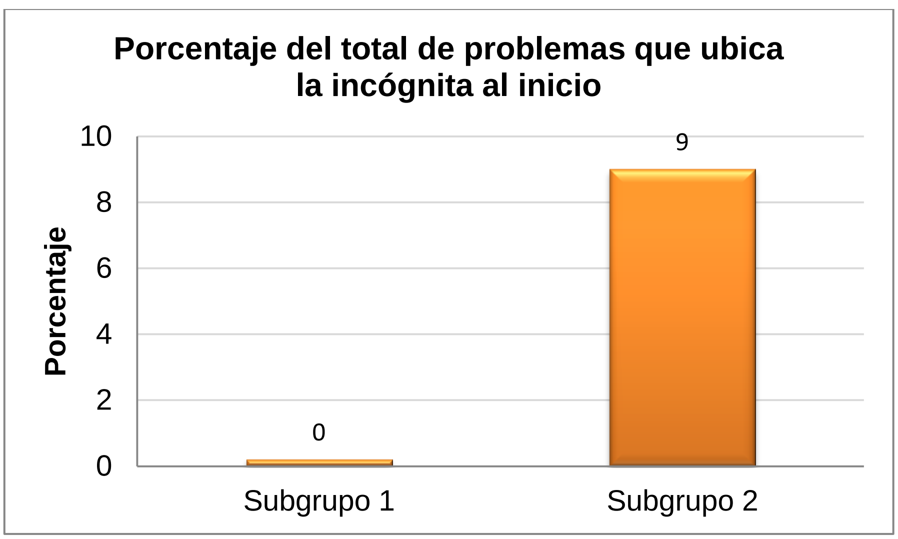


Comparación subgrupos - Gráfica 1

En los resultados reflejados para el 5to. Grado (gráfica 1) el subgrupo 2 mostró en un 54% tener una idea de cómo plantear un problema apegado a los ejes temáticos del grado correspondiente, si embargo, para el subgrupo 1 que contaba con la información del programa, tampoco, logró elaborarlos con mayor apego al programa.

Posición de la incógnita

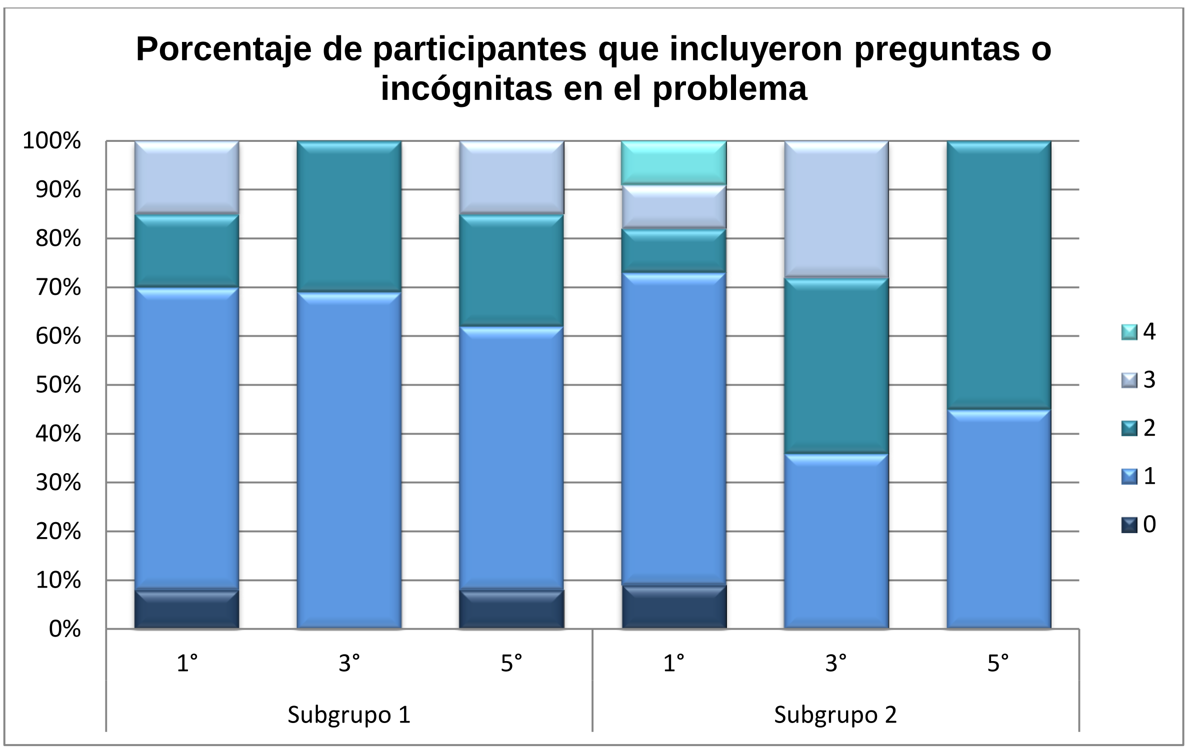
Lo más representativo de los resultados de las producciones en relación a la posición de la pregunta o incógnita es que los participantes del primer subgrupo no presentan ninguna interrogante al inicio del problema, en tanto que el segundo subgrupo propuso el 9% de incógnitas en esta posición. A pesar del porcentaje poco representativo del segundo grupo, se pudo observar que existieron alternativas creativas (si se permite el término) que se diferenciaron al del resto de las producciones, aun sin la hoja de contenidos, saliendo de lo tradicional.



Comparación subgrupos - **Gráfica 2**

Número de incógnitas o preguntas redactadas en el problema

Respecto a la gráfica 3 muestra las preferencias que tuvieron los participantes para distribuir sus incógnitas en la redacción de problemas; los sujetos que elaboraron sus producciones para primer grado, con dos incógnitas fueron de 15% en el primer grupo y 9% en el segundo grupo. Se observa, además que en tercer grado el 69% de los participantes del grupo uno, redactaron una incógnita, con un porcentaje menor el grupo dos, 36% lo hicieron. Destaca aquí, el segundo grupo que planteó tres incógnitas en tercer grado (28%), mientras que el primer grupo no lo hizo. En quinto grado, destacan los planteamientos con dos incógnitas, el primer grupo con 23% mientras que el segundo grupo lo hizo en el 55% de las veces. El segundo grupo destaca que se redactaron más enunciados con dos o más incógnitas, con alguna idea quizá, de hacerlo más difícil (no necesariamente) obligando al resolutor a emplear habilidades o estrategias para dar respuesta a cada una de las incógnitas incluidas ahí, siendo el subgrupo que no tenía información de los contenidos.

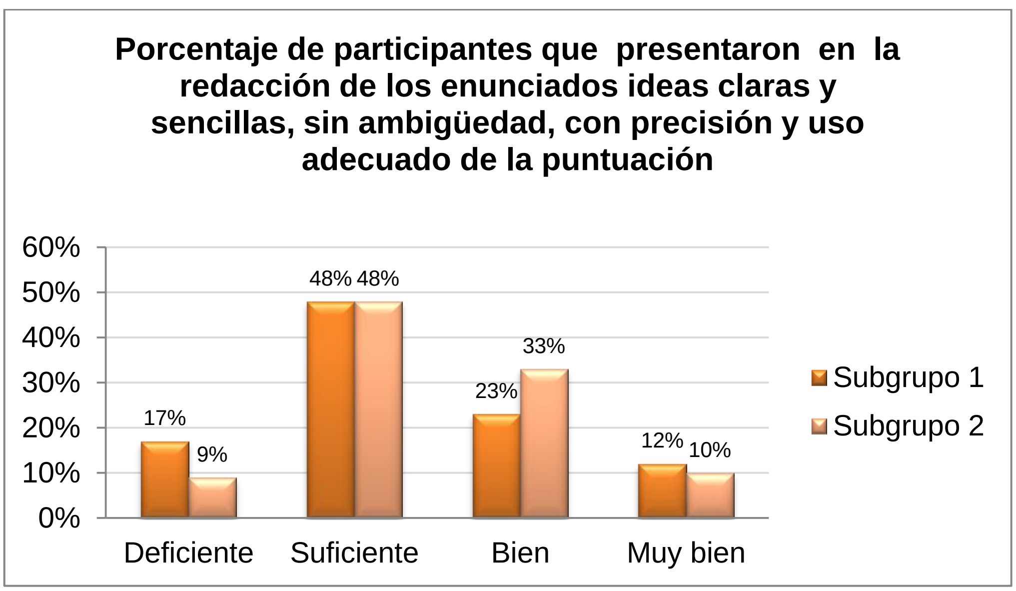


Comparación subgrupos - **Gráfica 3**

Redacción

Ambos subgrupos crearon trabajos con una categoría de **Suficiente** en la redacción con 48% del total de las producciones. La segunda categoría fue **Bien,** entre ambos subgrupos obtuvieron el 30%, redactando con mejor desempeño el subgrupo 2, que no contaba con apoyo de los programas de estudio, destacando con una notable diferencia. Donde también se observan mayores diferencias es en la categoría de **Deficient**e donde el grupo con Hoja 1 redactó más problemas con defectos de claridad, sencillez, ambigüedad, falta de puntuación o precisión. Esto indica que los redactores tuvieron problemas en el planteamiento y no pudieron ser precisos en cuanto a la unión de los elementos matemáticos con la gramática. Lo que lleva a la confusión en la lectura del problema. La suma de ambos sub grupos en esta valoración implica el 12% del total de los problemas elaborados.

Total de problemas	Valoración	Hoja 1	Hoja 2	Redacción
72	Muy bien	12%	10%	10%
	Bien	23%	33%	30%
	Suficiente	48%	48%	48%
	Deficiente	17%	9%	13%



Comparación subgrupos - **Gráfica 4**

En la valoración de **Muy Bien** que representa el 10% del total de enunciados planteados; ambos sub grupos realizaron mejores construcciones y que se pudo vincular ambos aspectos, contenido matemático con gramática. Estos resultados llevan a considerar que la gramática dentro de un problema aritmético debe ser considerada en la preparación de los objetivos de un problema para que los resultados sean adecuados y no complejicen de más al resolutor.

CAPÍTULO 4 – Discusión y conclusiones

Discusión

Es importante mencionar que los objetivos se toman como el eje que guía el análisis y la presente discusión. Por ello es conveniente mencionar que el objetivo general fue conocer e identificar los aspectos semánticos, sintácticos y gramaticales que utilizaron los alumnos del 8° semestre de la Licenciatura de Psicología Educativa al redactar problemas inventados por ellos para alumnos de Educación Básica de 1er., 3er. y 5to. Grados de primaria, a partir de una imagen y con dos niveles de información (primer subgrupo y segundo subgrupo).

De ese modo, los resultados obtenidos del presente trabajo permiten señalar lo siguiente:

Contexto

El contexto en un enunciado aritmético explica y define el entorno en que se desarrollará la idea general de la historia y corresponde a las vivencias de los niños dentro de su nivel escolar. El objetivo de considerar el contexto es identificar si los enunciados aritméticos creados por los estudiantes de la Licenciatura en Psicología Educativa están o no dentro de los contenidos temáticos del Programa de Matemáticas de 1°, 3° y 5° de Educación Básica de la SEP.

Los resultados generados por los participantes de ambos grupos en sus producciones aritméticas que consideran el **contexto** en general (con una historia, vocabulario y consideración sociocultural) permiten que cualquier alumno pueda resolver dichos problemas.

Con base en los resultados se puede decir que ambos subgrupos enmarcan un contexto que facilita la comprensión de quien resuelve el problema al tener la posibilidad de representar una situación en donde se desarrolla la historia, considerando ésta como el orden de la composición o del discurso. Se espera que el redactor enmarque la narración donde se desarrolle el problema aritmético dentro del planteamiento como proponen por ejemplo Díaz-Barriga y Hernández (2006); Puig y Cerdán (1995).

Sólo en el caso del subgrupo dos con respecto a la variable de historia dirigidos a alumnos de primer grado, los participantes enmarcaron una historia o narración, con poca descripción de la situación dada, pudiéndose señalar que especialmente para alumnos de este grado, se hace necesario detallar el enunciado con más elementos que logren describir personajes, acciones, intenciones, como señalan Díaz-Barriga y Hernández (2006); Orrantia, Verschaffel, y Vicente (2008), crear un mundo o modelo situacional. Respecto al vocabulario se identifica si en la redacción del enunciado existen o no palabras técnicas desconocidas por su significado o inusuales de acuerdo a situaciones comunicativas acordes a la edad escolar del resolutor.

En el Plan y Programas de Estudio Educación Básica Primaria, SEP (2009), se considera que el aprendizaje de la lengua escrita y el perfeccionamiento de la lengua hablada se producen en contextos comunicativos reales, organizados por el profesor. Las historias enmarcadas, en su mayoría, emplearon un **vocabulario** adecuado a la edad y el grado escolar de los alumnos a quienes van dirigidos los problemas; además de considerar qué tan apegados están los enunciados elaborados al medio **sociocultural** del alumno, de acuerdo con la edad y el grado escolar de los alumnos resolutores (Díaz-Barriga y Hernández (2006).

Adecuado a los contenidos del programa de matemáticas de educación básica, SEP (2009)

Los resultados mostraron que en ambos grupos los enunciados redactados con mayor apego al programa de contenidos son en el primer grado, donde las operaciones únicamente son adiciones y sustracciones con máximo de dos dígitos, que de alguna manera simplifica la redacción. De aquí, tal vez, parta la redacción de ejercicios en vez de problemas verdaderos como ya se especificó en los referentes conceptuales. Las producciones en ambos grupos presentan menor nivel de dominio de los contenidos escolares en tercero y quinto grados. El resultado del tercer grado con hoja 2 es bajo si se considera que es menor a la tercera parte del total de las producciones.

Los participantes que emplearon la hoja 1 elaboraron las redacciones y contenidos con estructura sobresaliendo los planteamientos de primer grado donde la mayoría de los participantes redactaron textos con los contenidos adecuados. Contrastando, el segundo grupo, hoja 2, donde se indujo a los resolutores a hacer conteos, es decir, plantear preguntas sobre la cualidad y/o el precio de los objetos que están en el estímulo visual, no se desarrollan operaciones para dar respuesta al enunciado, se requiere de identificar o clasificar u organizar objetos y contarlos como estrategia para su solución.

Sin embargo, el subgrupo con hoja 1 contaba con la hoja con información de los contenidos de la asignatura y posiblemente no fue tomada en cuenta la información proporcionada o no supo cómo redactar los enunciados el participante. Supondríamos que la falta de aplicación de los contenidos en tercer grado se debiera a que no tuvieron la habilidad en la redacción para exponerles un enunciado a los alumnos; los resultados muestran que sus planteamientos estaban por encima o por debajo de dicho grado escolar como en la división. El redactor de un problema debe considerar los contenidos del programa de Educación Básica, ya que, a partir de aquí, los contenidos deben estar presentes para que sean congruentes con lo visto en el programa de grado, no se les puede pedir ni más ni menos, puesto que es el parámetro que permite medir si su aprendizaje va junto con su desarrollo evolutivo de acuerdo a la edad del resolutor (SEP, 2009).

Los redactores con la hoja 2, de igual forma, escribieron sus planteamientos con resultados deficientes en tercero y quinto grados, pero altos para primer grado, debido probablemente a que utilizaron esquemas tradicionales de redacción y no tuvieron la necesidad de escribir algo preciso para cada grado. Estos problemas se podrían considerar empíricos, ya que a los alumnos del estudio no se les dieron indicaciones ni otro tipo de apoyos. Sus redacciones, semejantes a los que tuvieron hoja de control, se diferenciaron porque los resultados del estudio muestran que están mediados los grados de tercero y quinto.

Posición de la incógnita o pregunta

La incógnita es un término o literal desconocida, para la observación de los enunciados de este trabajo, la incógnita representa la interrogante o pregunta del enunciado que estructura la causa del desarrollo del problema.

En lo general, los redactores ubicaron la incógnita o pregunta al final de los enunciados, quizá debido a que tanto para el redactor como para el resolutor la forma más simple de redactar y resolver un enunciado aritmético sea ubicando la incógnita al final de texto como plantean Bermejo y Rodríguez (1987) y Orrantia (2008). Para Cantero et al. (2002) un orden lógico en enunciado aritmético es el que proporciona primero la información, y posteriormente la pregunta o incógnita.

Colocar la incógnita en una posición inicial o media, hace su resolución más compleja, más que si está en una posición final. Esta simplificación se puede deber a que la pregunta se refiere a encontrar un resultado (el todo) y no a las partes que forman el todo (Bermejo y Rodríguez, 1987). En este trabajo, no se hallaron resultados representativos en ambos grupos con respecto a la posición de en medio de la incógnita, sin embargo, en los resultados que se obtuvieron del subgrupo uno, no se planteó ninguna propuesta donde la incógnita se ubicara al inicio de los enunciados.

El segundo grupo propuso redacciones que incluyeron la pregunta o incógnita al inicio del enunciado. De la misma forma tuvo mayor disposición en variar sus preguntas ya que hay mayor número de interrogantes dispersas entre los tres grados. Estas diferencias pudieran deberse a que al tener los contenidos programáticos el primer subgrupo, los redactores hayan preferido apegarse a él, en vez de tener más creatividad como los que tuvieron la hoja 2.

Número de incógnitas o preguntas

En los planteamientos que se analizaron, se supuso que los participantes elaborarían enunciados con una incógnita, además de la información situacional (donde se describe personajes, acciones, objetos, etc.). Sin embargo, se encontró que se incluyeron dos, tres y en un caso hasta cuatro incógnitas. Cada una de estas incógnitas pide conocer una parte del resultado final, son preguntas complementarias, y forman parte del proceso resolutivo. Sin embargo, se encontraron otros problemas que enmarcan inicialmente una narración, que incluyen otros planteamientos con su incógnita y solicitan otro resultado que no necesariamente completan la respuesta del problema original, como se observa en el siguiente ejemplo:

Problema para 3° Grado

En la feria del pueblo se instaló esta feria.

a) *Si tuvieras $200.00 y te tuvieras que subir a dos juegos, ¿a cuáles te subirías? y ¿Cuánto dinero te sobraría?*
b) *Si Juanito lleva $150.00 y te regala la tercera parte para que te compres un agua, ¿cuánto te regresan de cambio?*

Estos problemas no se profundizaron por no ser del interés del presente trabajo no se incluyen dentro de los resultados. Al respecto se puede consultar el análisis de estos elementos con mayor detalle en el Proyecto de Tesis de Titulación de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional de Martínez y Zúñiga (en proceso).

Los participantes (con o sin hoja de apoyo), en su mayoría prefirieron utilizar una incógnita en el enunciado, en menor cantidad de casos, se redactaron con dos, tres y cuatro preguntas, el subgrupo 2 fue el que propuso mayor cantidad de incógnitas en un solo problema.

Palabras clave

Se consideran palabras clave aquellas que indican el desarrollo de una o varias operaciones aritméticas para el resolutor. Se clasifican por adición, sustracción, multiplicación y división y se valoran de acuerdo a la tabla que establecen Puig y Cerdán (1995).

Las palabras clave que orientan la operación aritmética en los enunciados muestran que ambos grupos utilizaron las palabras o verbos que inducen a la **adición.** Destacan los participantes con la hoja 1 con contenidos de primer grado. De esta manera se relacionan la elección de la operación con los datos, la incógnita y la palabra o grupos de palabras, como lo exponen Puig y Cerdán (1995).

La tendencia del empleo de las palabras clave para la multiplicación es semejante a la sustracción, sobresalen únicamente en los grados de tercero y quinto ya que no se contempla en primer grado.

Para la división, es importante señalar que los redactores con la hoja 1 no plantearon ningún enunciado para tercer grado, aun cuando contaban con los contenidos del programa de Educación Primaria. Para quinto grado sí elaboraron enunciados. Los redactores con hoja 2, plantearon más enunciados para tercero y quinto grados.

Se observa con más frecuencia el uso de palabras clave en los participantes con hoja 1, en comparación con los de la hoja 2, la diferencia es de tres problemas más en el primer grupo. (Consultar anexo 8).

Se halló, además, que los participantes con hoja 1, presentaron cinco tipos de procedimientos matemáticos menos frecuentes en la invención de los enunciados, como son porcentaje, que emplea dos operaciones aritméticas (multiplicación y división) combinadas; la realización de una gráfica, el empleo de una fórmula específica para sacar el área de la circunferencia, el conteo y la comparación. Los sujetos con hoja 2, presentan enunciados de conteo para niños de primer grado y de porcentaje para alumnos de quinto grado.

Secuencia

La secuencia se refiere al orden y modo en que se presentan los datos del enunciado, datos que informan al resolutor, causa-efecto de los personajes que interactúan, intenciones, en algunos casos se menciona la temporalidad. La secuencia facilita o dificulta la comprensión de la narración de un problema (Aguilar et al., 2003).

En el análisis con Hoja 1 y Hoja 2 sobre la frecuencia con la que son presentados los datos del enunciado, se observa que la mayor incidencia de planteamientos fue con estructura de **Contexto, Acción, Operación e Incógnita o pregunta** del enunciado, seguido de **Contexto e Incógnita** en Hoja 1 y **Contexto, operación e incógnita** en Hoja 2.

Estas presentaciones de datos son preferencias que el redactor utiliza como representaciones mentales que le facilitan la tarea al resolutor. Autores como Aguilar et al. (2003) señalan que para comprender un texto matemático hay que hacer representaciones mentales del contenido del enunciado de manera que lo abarque todo, coincidiendo con Puig y Cerdán (1995) que señalan que la secuencia se forma de dos partes, la informativa y la pregunta o incógnita formando así el contexto global del enunciado, además de mostrar un orden lógico (Cantero et al., 2002).

Coherencia en el enunciado

La propiedad fundamental de un texto es la coherencia y ésta ha de entenderse como la conexión de las partes en un todo (Casado, 1993, citado en Garrido, 1998). También se denomina coherencia a todas las relaciones formales (lingüísticas) que le dan a un texto sentido de unidad (Albaladejo y García 1993, citados en Garrido, 1998).

Ambos grupos presentan en su desarrollo enunciados con coherencia y cohesión, lo que permite que tanto la redacción como el desarrollo del problema planteado tengan sentido gramatical. No puede haber texto coherente y sin cohesión, ya que van ligados para tener sentido gramatical. Los enunciados planteados se pueden resolver según el grado escolar.

Los participantes de ambos grupos realizaron con un 95% de las producciones con coherencia en el planteamiento lo que permite seguir la narración de manera comprensible, asimismo, donde se halló la falta de coherencia en el resto de los enunciados fue debido a que no hubo coherencia en su argumento, su ilación no tenía un sentido lógico. Esto indica que antes de formular un problema se debe tener una idea clara de qué es lo que se desea obtener antes de llevar a cabo la redacción del enunciado, cada idea estará conectada de una manera lógica dando un sentido para quien lo lea, como se puede observar en el ejemplo del cuadro 8.1 del análisis de los resultados. El planteamiento resulta confuso por la forma en que está expresado las medidas en centímetros o quizá sean metros, la idea es ambigua lo que hace que para intentar resolverlo sea un obstáculo, además muestra la falta de coherencia o la falta de asociación lógica entre las estaturas y el dinero lo que provoca una situación poco apegada a la realidad. El redactor debe considerar, además, los contenidos del grado y la edad del escolar al cual se esté dirigiendo, que analice el planteamiento y resuelva él mismo el enunciado antes de presentarlo al grupo escolar, sin olvidar que debe estar dentro del contexto sociocultural del resolutor.

Otro aspecto que se encontró en algunas redacciones de ambos grupos fue lo irreal del enunciado, como encontrar una rueda de la fortuna de 4 centímetros de radio o redacciones donde utilizan cantidades extraordinarias de monedas (400 monedas) que reúnen los personajes para utilizar sin mencionar la denominación de ellas y sin considerar el peso de las mismas. Para el análisis no se consideró la falta de realidad sino que se pudieran realizar conforme a la redacción planteada. Una de las consideraciones a tomar por el redactor al elaborar un problema es conocer bien lo que se quiere enseñar como refiere Polya (1989).

Problema aritmético y no problema aritmético

Con base en el marco teórico respecto a la diferencia entre problemas y no problemas aritméticos, los participantes con y sin apoyo programático redactaron en su mayoría problemas a excepción de dos redactores que produjeron planteamientos que no son problemas, sino instrucciones que solicitan buscar un precio y realizar una gráfica de los precios. Se puede observar que la tarea de plantear problemas sigue siendo tradicional y mecánica, parecidos a los libros de primaria y que no hay producciones innovadoras.

Se observa que el 96% de los participantes plantearon problemas aritméticos como los conceptualiza el Marco Teórico de este trabajo, donde se pide que el alumno ponga en juego sus habilidades y conocimientos previos. El restante 3%, como se señaló líneas arriba, produjo instrucciones que no son problemas ni ejercicios, sino indicaciones. El Programa de Estudios de Quebec de 1993, señalan que el resolutor debe escoger una combinación adecuada de conocimientos y habilidades, además de emplear razonamientos verdaderos como lo afirman Bednarz y Guzmán (2003). Los resultados expuestos en este trabajo refuerzan estas opiniones, ya que los participantes no plantearon problemas puesto que contar, identificar, poner en una gráfica precios y otros, no son un problema ni un ejercicio en sí.

Donde se puede observar enunciados evaluados como “no problemas” fue en quinto grado con Hoja 1 y en primer grado con Hoja 2, como se analizó en el apartado correspondiente. Posiblemente se deba a que los redactores no pudieron o no supieron redactar problemas por no tener los elementos textuales o discursivos y asociarlos al programa de estudio que les permitan interactuar con un escolar de éste grado. En tercer grado la totalidad de las producciones que se redactaron fueron problemas, probablemente pudiera ser menos complejo una redacción con niños que ya tienen mayor conocimiento del medio que los rodea y los redactores tengan mayores elementos para ejemplificar el problema.

Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado

Los resultados muestran que 9 planteamientos (cuatro en el primer sub grupo y cinco del segundo) no fueron corroborados sus enunciados con las operaciones sugeridas y no analizaron qué tipo de operaciones se iban a realizar o si éstas se podían llevar a cabo según las condiciones sugeridas. Esto es de suma importancia ya que el resolutor no puede entender el planteamiento o se distrae con los argumentos propuestos que lo lleven a desistir o simplemente responda por responder sin importarle cuál es el verdadero asunto del problema o del ejercicio.

Al respecto, Casado (1993, citado en Garrido, 1998) menciona que es fundamental que un texto tenga coherencia, entendida ésta como la conexión entre todos sus elementos para poder relacionarse entre ellos. Castro et al. (1992), señalan que en un problema aritmético las variables con contenido semántico son las que definen las palabras y las expresiones matemáticas de la redacción del problema y le dan cualidades propias para precisar qué tipo de operación se elegirá para resolverlo. En los resultados se puede observar que aunque haya coherencia en un enunciado, éste debe tener concordancia con las operaciones que han de realizarse y la interrogante solicitada. En los resultados se observa que los nueve planteamientos que no tuvieron coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado concentran sus errores en:

- El precio unitario de los objetos o productos no se mencionan porque aparecen en el estímulo visual, dificultando el desarrollo de la operación por faltar la o las cantidades en el enunciado para poder resolverlo. Posiblemente los participantes suponen que el estímulo visual será proyectado a los alumnos de primaria.
- Un planteamiento se obtuvo con resultado negativo.
- En otros ejemplos se solicita mencionar solo los costos, que se pueden obtener observando el estímulo visual.
- El siguiente enunciado se valoró como no coherente en su operación, ni en el texto, debido a que no queda claro si se compró uno o dos productos. Se cita: Si Carlitos fue a la feria y compró 1 globo, 1 algodón para 2 personas, ¿cuánto pagó por los 2 globos y los 2 algodones? Se puede entender de dos maneras, que el niño comparta ambos productos o que se guíe por la última instrucción, hay que considerar que el problema está planteado para alumnos de primer grado.
- En otro ejemplo, la lectura es confusa o ambigua, siendo que existen dos interpretaciones para poder resolverlo. Se cita el problema: Alicia tiene $45.00 y Agustino $40.00, ambos quieren un osito de peluche que está en $75.00 ¿Cuánto les falta para obtener el osito? Si se interpreta que ambos quieren el mismo osito, entonces si se suma el dinero que tienen entre los dos, sobraría y no les faltaría dinero para obtenerlo. Si cada quien quiere un osito entonces se sacaría la diferencia para conocer cuánto les falta para poder comprarlo.

Conclusiones

Respecto a que si las producciones por estudiantes de 8vo. Semestre de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, son realmente problemas aritméticos o no lo sean, el análisis indicó que en un 96% se plantearon problemas matemáticos, de acuerdo con Cázares, Castro y Rico (1998), Puig y Cerdán (1995) consideran entre las características de un problema aritmético, que éste contiene datos numéricos con los que el resolutor hará cálculos aritméticos, el enunciado proporcionará información de carácter cuantitativo y para resolver la interrogante se desarrollarán operaciones aritméticas. Desde un particular punto de vista otros autores como Villalobos (2008); Da Ponte (2004); Polya (1989); Gaulin (2001) opinan que los problemas deben representar un reto, una dificultad intelectual, un real desafío, que estimule la capacidad de reflexión, de investigar, de abstracción, de pensar mucho. Algunas propuestas para primer grado presentaron problemas que solicitaban identificar, ordenar, agrupar objetos o juegos mecánicos que se resolvían mediante conteo que implica demostrar habilidades o conocimientos basados en la experiencia o por el contexto. Para el caso del inventor de problemas, tal vez esta sea la manera más sencilla de presentar un planteamiento, sin embargo para los alumnos de primer grado implica grados de dificultad al establecer la relación entre el objeto y el número, que va relacionado entre la edad y sus conocimientos, no será lo mismo para un niño con mayor edad y mayores conocimientos, es decir, lo que para uno es problema para el otro será un ejercicio.

En relación con el apego a los contenidos escolares, se identificó que los planteamientos fueron redactados por encima o por debajo de los contenidos del grado escolar de acuerdo con los Programas de Matemáticas de 1°, 3° y 5° de primaria de Educación Básica de la SEP 2009. Se obtuvieron mejores resultados en primer grado de ambos subgrupos con y sin hoja de apoyo. Sin embargo, los enunciados para tercero y quinto grado, en ambos subgrupos no estuvieron acordes con el contenido del programa. Para el caso del subgrupo 1, los grados de tercero y quinto, quienes contaron con información de los ejes temáticos, se esperaría que realizaran planteamientos apegados al grado y edad del escolar, pero no fue así. Se podría suponer que los participantes no leyeron la hoja con la información adjunta a la consigna o si consideraron la información no redactaron enunciados que indujeran al resolutor al razonamiento, a la reflexión, a un pensamiento divergente, o tal vez, los redactores por desconocer cómo asociar una situación cotidiana del contexto de los alumnos, prefirieron utilizar datos con contenidos que sí pudieran manipular.

En cuanto a los elementos considerados para la exploración del contexto de los enunciados inventados, los resultados muestran que los redactores describen en lo general el entorno donde se desarrolla la narración: el lugar, los personajes, sus acciones, y en varios de los casos mencionan el tiempo en que éstas transcurren. Las historias son claras, acordes a la edad y grado del resolutor, asimismo, se empleó el vocabulario adecuado para ellos (SEP, 2009) y el contexto sociocultural que los rodea, tal vez haya palabras que no pertenecen a determinados contextos específicos o regionales como comité organizador, graduación, vitrolero, atracciones (encontradas en las elaboraciones), pero sustituyendo estas palabras en cualquier lugar se pueden realizar.

En el caso particular de los participantes del subgrupo 2, se pudo observar que para alumnos de primer grado prefirieron elaborar enunciados de conteos, comparación o localización de objetos sin enmarcar una historia. La falta de detalle de una situación dada se pudiera explicar porque no se instruyó a los participantes de que el estímulo visual era únicamente para ellos, por lo que supusieron que el estímulo visual sería proyectado a los alumnos y no sería necesario hacer una descripción de la situación de compra-venta en una feria. Es relevante mencionar que para estudiantes de primer grado, es fundamental encuadrar un contexto, ya que para los niños en edades de 6 y 7 años, es necesario darles elementos informativos para que tengan la posibilidad de crear una representación mental de la situación que les facilite una mejor comprensión y éxito en la resolución.

Otros resultados encontrados fueron que los planteamientos no mencionaban costos. Se formulaban enunciados que pedían cuánto sería el total a pagar por los productos, pero estos, no tenía incluida ninguna cantidad, ya que no se indica en la consigna quiénes verían el estímulo visual.

En las producciones elaboradas se hallaron que algunos de los sujetos formularon más de una pregunta o incógnita, según en el objetivo específico correspondiente; se esperaba realizar el análisis de una pregunta, sin embargo, las propuestas generaron más de una en el mismo enunciado, ya sea que éstas fueran complementarias para llegar al resultado o se planteaba una pregunta que no daba continuidad a las operaciones parcialmente obtenidas, se trataba de un nuevo planteamiento. Los análisis de esas preguntas se consideraron únicamente para conocer la frecuencia con la que se plantean enunciados aritméticos que incluyen más de una incógnita (ver los resultados en el apartado de incógnitas), sin embargo, no se profundizó su concepto o su función en el enunciado, ya que no formó parte de los objetivos específicos, quedando como tema en otra investigación.

Con respecto a la ubicación de la incógnita, la mayoría de los participantes colocaron la pregunta al final del enunciado, siguiendo una estructura estándar de diseño, la forma tradicional de redacción de problemas de primaria, donde se proporcionan los datos al resolutor, es decir, los personajes, acciones sobre los objetos, cantidades, temporalidad, todo el contexto y así finalmente proponen una interrogante que solicita el dato desconocido; también se incluyeron, aunque en menor medida las incógnitas en medio y al inicio de los mismos, como lo afirman Bermejo y Rodríguez (1987), quienes señalan que en un problema matemático, la incógnita a descubrir es más sencilla de localizar al final de la expresión algebraica extrapolando este señalamiento a los enunciados gramaticales.

Con relación a la coherencia del texto y a la coherencia de las operaciones con el texto, se identificó que tanto la coherencia gramatical como la coherencia de las operaciones con la estructura del texto de los planteamientos fueron consistentes en la mayoría de los planteamientos. En faltantes, se encontró que no es clara la cantidad de productos que se compran o entre cuántos compran algún producto, no se menciona el precio unitario, se proporcionan datos de unos productos y de otros se omiten en el mismo planteamiento; se hallaron dos producciones de las cuales se desarrollaron las operaciones y sus resultados salieron con cantidades negativas, la incógnita de uno de ellos especifica: *¿A Daniela le alcanzará su domingo para todo lo que quiere, sí o no y por qué?* Pudiera interpretarse que el participante sí consideró que el resultado fuera negativo. En otros casos se citan productos que no existen en el generador visual (por ejemplo paleta de hielo o columpios), además de que no se especifica el costo de los mismos.

Fue necesario resolver las producciones inventadas para poder analizar la coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado y si éstas eran acordes o no al grado y edad escolar (SEP, 2009).

Acerca de las palabras clave que emplearon los redactores son palabras de uso común (por ejemplo palabras o expresiones para **adición**: *Y, comprar, le dio, juntan su dinero, cuáles les alcanzaría, alcanzan a comprar, cuánto pagarás, cuánto gastó cada uno*; para **sustracción**:

Sobró, compra, gastó, pierde; para multiplicación: *Veces, descuento, cada uno, doble, subió tres veces*; para **división**: *Descuento, equitativo, cuánto pagó cada uno, repartió*) que hay que saber utilizar para que la redacción del enunciado sea comprensible para el resolutor combinada con la operación aritmética a realizar. Los resultados indicaron que la mayoría utilizaron palabras o expresiones clave que orientaban a realizar operaciones de **adición**. En menor cantidad la sustracción, la multiplicación y por último planteamientos con división.

Ambos grupos presentaron enunciados para primer grado de conteo y un caso de comparación, se identificaban objetos, se enlistaban precios (por ejemplo: C*uántos juegos mecánicos hay en la feria, escribe una lista con los precios para saber cuáles son, ¿cuántos niños hay en la imagen?, ¿cuántas figuras de círculos y triángulos ves en la imagen?*), las palabras claves fueron **cuántos y cuáles**. Elaborar textos de este tipo, tal vez para el redactor sea la manera más sencilla de presentarlos para los alumnos de primer grado, considerando que es la primera acción que realizan en la escuela. En quinto grado se presentaron enunciados para desarrollar operaciones que solicitaban obtener porcentajes, la elaboración de una gráfica y sacar área de la circunferencia.

Con respecto a la presentación o secuencia de la información de las producciones se dio con mayor incidencia en los planteamientos con estructuras de **Contexto, Acción, Operación e Incógnita o pregunta del enunciado**. Esta secuencia facilita de manera lógica la representación mental al escolar en los primeros niveles pudiéndose hacer complejas en los grados superiores, de acuerdo a las edades de los alumnos.

En algunos casos se encontró que en la secuencia no se identifica “la operación” a realizarse, los datos o información por sí mismos no inducen explícitamente el tipo de operación (suma, resta, multiplicación, división) sino que se encuentra implícita dentro de la incógnita que indica cual será la operación que se tendrá que hacer. El enunciado carece de palabra clave como “comprar” o “perder”, etc., que orientaría la operación, sino que se encuentra en la pregunta del planteamiento.

En cuanto a la redacción gramatical de los problemas elaborados, se puede concluir que la mitad de todos los problemas redactados fueron considerados como Suficientes en su redacción. Lo que hará que el lector-resolutor tenga problemas para comprender el problema, y por ende resolverlo de manera adecuada, tendrá dificultades para distinguir entre lo que se pide y los datos ambiguos que lee, debido a la falta de claridad y sencillez distrayendo al alumno con datos innecesarios o confundiéndolo sin razón en especial y más si estos resolutores tienen bajo rendimiento escolar.

El segundo grupo significativo fue el que redactó como Bien que representa la tercera parte de los trabajos elaborados. Este grupo, tuvo en sus planteamientos la carencia de alguno de los elementos que constituyeron la valoración, como pudo ser falta de claridad o de sencillez o ser ambiguo pero comprensible si se ponía mayor atención al leer o su redacción contaba con signos de puntuación. Redactando con una idea clara de lo que se le pedirá al alumno, éste podrá resolverlo con menor dificultad porque los planteamientos serán significativos y motivadores porque encontrará un camino claro que lo llevará al final, independientemente de que el resultado sea correcto. El redactor de este grupo, con un poco de mayor atención en los contenidos podrá mejorar sus redacciones y por lo tanto diseñar opciones para alumnos con dificultad de comprensión de problemas matemáticos.

El grupo de problemas considerados como Deficientes abarca el 13% del total de producciones, donde las causas de su categoría fueron la carencia de tres o más elementos en el planteamiento: ambigüedad, falta de sencillez o la claridad o redacción, precisión y puntuación; estos redactores no pudieron llevar los contenidos del programa a sus planteamientos, quizá porque no lograron enlazar los contenidos o entenderlos y por lo mismo no lograron plantearlos. Es significativo porque se esperaría que estos estudiantes universitarios pudieran redactar problemas matemáticos con mayor facilidad que el resto puesto que considerarían sus conocimientos propios más los que incorporaron a lo largo de sus estudios y cursar una asignatura matemática.

Llama la atención la baja cantidad de problemas elaborados como Muy Bien que representa el 10% del total de enunciados planteados; ambos sub grupos realizaron mejores construcciones y vincularon los aspectos de los contenidos matemáticos con la gramática. Aunque algunos problemas se quedaron en conteos y comparaciones que sin minimizarlos, pudieran ser más creativos si los participantes tuvieran más prácticas escolares durante la carrera. Estos resultados llevan a proponer que se considere a la gramática dentro de la creación un problema aritmético. Que debe ser tomada en cuenta en la preparación y redacción de los objetivos de un problema para que los resultados sean adecuados y no complejicen de más al resolutor.

Conforme al objetivo general y específicos trazados en el presente trabajo, se considera que han sido cumplidos los mismos. Se conocieron e identificaron los elementos que conforman los enunciados aritméticos inventados por los estudiantes de octavo semestre de la asignatura Modelos de Enseñanza Aprendizaje de las Matemáticas, de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, dirigidos a alumnos de 1°, 3° y 5° de primaria a partir de una imagen y dos niveles de información sobre el Programa de Matemáticas en Educación Básica de la SEP 2009.

Se Identificó qué enunciados aritméticos estuvieron apegados a los contenidos temáticos y cuáles no correspondieron a los mismos, de acuerdo con los Programas de Matemáticas de 1°, 3° y 5° de primaria de Educación Básica de la SEP 2009.

Se identificó la existencia o falta de coherencia de las operaciones con relación a la estructura del problema. De igual forma, se analizó si los problemas elaborados son realmente problemas aritméticos de acuerdo a los referentes conceptuales citados en el presente estudio.

También se analizó la ubicación de la incógnita dentro del enunciado matemático, las palabras clave que inducen a la operación, la secuencia en la presentación y el orden de la información, así como si hay o no coherencia en el enunciado.

Se hizo un análisis de la estructura semántica sintáctica y gramatical de los problemas redactados, se consideraron aspectos como: descripciones de contexto socio-cultural, si el vocabulario o palabras usadas estaban adecuados con la edad y/o el nivel escolar del resolutor y si el problema aritmético se enmarcó dentro de una historia para su mejor comprensión.

Limitaciones de la investigación

- Los escasos referentes bibliográficos relacionados con la redacción de problemas aritméticos, enfocados a la semántica, sintáctica y gramática, constituyeron la primera limitación del estudio. Dado que los diversos autores abarcan los temas, sin embargo, son escasos sus análisis y se enfocan la mayoría a la resolución o bien, al planteamiento o invención de los problemas desde las categorías semánticas enfocados a la estructura aditiva y multiplicativa del problema, más que a la estructura gramatical de los mismos.

- Respecto a la cantidad de participantes, en el día de la aplicación asistió una cantidad menor a la esperada, lo que redujo la cantidad de resultados obtenidos. La inasistencia fue casual, ya que los participantes no tenían conocimiento de que se les aplicaría el instrumento.

Cabe señalar que los dos puntos antes expuestos, no afectaron o influyeron significativa y directamente en los resultados.

En algunos de los problemas elaborados por los participantes, no se incluyeron precios unitarios de los productos o atracciones de la feria que era el estímulo generados visual en un contexto de compra-venta, debido a que en el momento de la aplicación, no se especificó si éste iba a ser expuesto a los alumnos de los tres grados por lo que los participantes omitieron las cantidades en su elaboración. En los enunciados que se consideraron que no tenían coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado fueron los casos donde se incluían algunos costos de productos o juegos y de otros no, que se requería de todas las cantidades para resolver el problema.

Se espera que en otro estudio se pueda dar continuidad a este trabajo para comprobar si los resultados obtenidos del análisis de las producciones inventadas por los participantes son válidos y confiables.

Algunas consideraciones

En el sentido de que el lector tiene capacidades cognitivas, de razonamiento, de reflexión, en la misma acción de leer, está implícito un intercambio de significados (Instituto de Estudios Superiores de Monterrey, 2008). Es por ello que el que plantea un problema aritmético debe de transmitir información explícita, trazar líneas entre el nuevo conocimiento y lo que el alumno ya conoce, ya que el lector en ese preciso momento discierne si es de su interés o no, si estos planteamientos le son familiares, si se relacionan las ideas del planteamiento con las experiencias de la vida diaria del alumno, haciendo de esto una actividad centrada en lo contextual y significativo. Esto lo afirma Villalobos (2008); además señala que para que dicha actividad le sea realmente significativa al alumno, es necesario involucrarlo, que genere planteamientos que le favorecerán a desarrollar diferentes habilidades al construirlos y al participar activamente “alivia” (SIC) de ese modo sus ansiedades y temores hacia las matemáticas.

Sería importante considerar que los estudiantes que cursen la asignatura de Modelos de Enseñanza Aprendizaje de las Matemáticas, de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional, deberían ser formados no nada más en los aspectos matemáticos, sino también, en los gramaticales y semánticos de la redacción de acuerdo al desarrollo sociocultural del resolutor. El significado no lo da por sí mismo el texto, sino es el lector, quien al leer el texto le da significado a partir de sus experiencias y percepciones personales (Instituto de Estudios Superiores de Monterrey, 2008). Al ser agentes de cambio los participantes de la Universidad Pedagógica Nacional, se esperaría de ellos mayores habilidades para plantear enunciados matemáticos que conlleven al pensamiento y razonamiento, al análisis y a la reflexión de los mismos, como estrategia para la enseñanza significativa hacia los docentes en su práctica diaria. Sin embargo, en las producciones analizadas pareciera que no se consideraron los contenidos programáticos ni incorporaron el conocimiento procedimental ni estratégico, quedando en repeticiones de procesos enseñados y del cual no se apartan, convirtiéndose los estudiantes en retransmisores de datos.

Es importante precisar que el presente trabajo está relacionado con el Proyecto de Tesis de Titulación de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional de Martínez y Zúñiga (en proceso) en el que se profundiza respecto a la clasificación de los problemas aritméticos con estructura aditiva y multiplicativa. Ambas investigaciones parten de las mismas producciones aritméticas realizadas por la muestra del presente trabajo.

REFERENCIAS

- Abrantes, P. y Barba, C. (2002). *La resolución de problemas en matemáticas. Teoría y experiencias*. Barcelona: GRAO.
- Aguilar, M., Alcalde, C. y Navarro, J.I. (2003). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Cultura y Educación*, 15 (4), pp. 385-397.
- Alatorre, J., Hernández, J., Piñones, P. s/f *Programa de la Materia Modelos de Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional.
- Ayllón, B.M.F. (2004). *Invención de problemas. Memoria de Tercer Ciclo*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Antas, D., (2007). *El análisis gramatical.* Barcelona: Octaedro, S.L.
- Bednarz, N., Guzmán, J. (2003). ¿Cómo abordan los estudiantes de secundaria la resolución de problemas antes de ser introducidos al algebra? Un estudio exploratorio: Quebec-México en: Filloy, E. (coordinador). *Matemática Educativa. Aspectos de la investigación actual. Eugenio Centro de Investigación y de Estudios Avanzados*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y aprendizaje*. Pp.72, 73.
- Buschman, L. (2003). Children Who Enjoy Problem Solving. *TCM, 9*(9), 539-547.
- Cantero, A. Hidalgo, A. Merayo, B. Primo, F. Sanz, A. Vega, A. (2002). *Resolución de problemas aritméticos en educación primaria. Proyecto de Formación en Centros. Madrid*. Equipo de orientación educativa y psicopedagógica de Ponferrada.
- Carbonero, M (2005). Entrenamiento de alumnos de Educación Superior en estrategias de aprendizaje en matemáticas, Facultad de Educación y Trabajo Social, Universidad de Valladolid. Recuperado el 09 de julio de 2012 de: www.psicothema.com.

* Carpenter, T. y Moser, J. (1983). The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts. En: R. Lesh y M. Landau (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Illinois, USA.: Academic Press Inc.

* Castro, E. (sin año). *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España.* Universidad de Granada.

* Castro, E., Rico, L. y Gil, F. (1992). Investigación y experiencias didácticas. Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. Departamento de Didáctica de la Matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 10, Pp. 244.

* Cázares, J. Castro, E. y Rico, L. (1998*). La invención de problemas en escolares de primaria. Un estudio evolutivo*. Ediciones Universidad De Salamanca. Aula, 10, 1998, Pp. 19-39.

* Cázares, J. (2000). *La invención de problemas en escolares de primaria. Un estudio evolutivo. Memoria de tercer ciclo*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.

* Da Ponte, J. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. En: J. Giménez, L. Santos y J. da Ponte (Coords*.). La actividad matemática en el aula*. Barcelona: GRAÓ. pp. 25–34.

* Díaz-Barriga, F., Hernández Rojas, G. (2006). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mc Graw Hill.

* Diccionario de las Ciencias de la Educación Tomo II (1987). México: Diagonal Santillana.

* ENLACE. Básica y Media Superior 2011. SEP. Recuperado el 15 de agosto de 2012 de: http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2011/ENLACE2011_versionFinalSEP.pdf.

* Fones, M. (1988). *¿Qué hago con los problemas?* Argentina: Geema Grupo Editor Multimedial.

- Frías, A. y Castro, E. (2007). Influencia del número de conexiones en la representación simbólica de problemas aritméticos de dos pasos. *PNA*, 2(1), 29-41.

- Garrido, R. (1998). Gramática y conversación: Mecanismos de coherencia. ASELE. Actas IX (1998). Universidad de León. Recuperado el 13 de febrero de 2012 de: http://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/asele/pdf/09/09_0620.pdf.

- Gaulin, C. (2001, Septiembre). Tendencias actuales de la resolución de problemas. Conferencia pronunciada el día 15/12/2000 en el Palacio Euskalduna (Bilbao). Es una transcripción de la conferencia pronunciada. *Revista SIGMA* Nº 19.

- Instituto de Estudios Superiores de Monterrey. (2008). Los escabrosos caminos de la literacidad. Diplomado de Competencia Lectora Orientada a Pisa de la OCDE. Recuperado el 30 de junio de 2012 de: http://cca.org.mx/ps/profesores/cursos/lectora_k/descargas/mod2/PSM1.pdf

- Instituto de Estudios Superiores de Monterrey. (2008). La interpretación, Diplomado de Competencia Lectora Orientada a Pisa de la OCDE. (2008) Instituto de Estudios Superiores de Monterrey, México. Recuperado el 30 de junio de 2012 de: http://cca.org.mx/ps/profesores/cursos/lectora_k/descargas/mod2/PSM5.pdf

- Marcos F., Satorre F. y Viejo L. (1998). *Coherencia textual. Cohesión textual*. *Gramática española*. Madrid: Síntesis, S.A.

- Martínez, A. y Zúñiga, S. (en proceso). *Invención de problemas aritméticos por alumnos de la Licenciatura de Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional.* Proyecto de tesis de licenciatura, Universidad Pedagógica Nacional, Distrito Federal, México.

- Moreno, L. (1995). *La educación matemática en México*. México: Editorial Arcigué R.

- Orrantia, J., Gracia, A. González, L., Morán, C. (1995). ¡Tenemos un problema…! Propuesta de un programa para enseñar a resolver problemas de matemáticas. *Revista Comunicación, Lenguaje y Educación* 28, pp. 15-28.

- Orrantia, J., Verschaffel, L. y Vicente, S. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas*. Revista Infancia y aprendizaje*.31, 4 pp. 463-483.

- Perfil de egreso del alumno de la Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado el 07 de mayo de 2012 de: http://www.upn.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=24&Itemid=19.

- Polya, G (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*, México: Trillas.

- Puig, L. y Cerdán, F. (1995). *Problemas Aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.

- Ramírez, A. (1991). *Español y redacción 1*. México: Limusa.

- Real Academia Española (2008). *Diccionario de la Lengua Española*. Edición 22°.

- Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Temas de educación. Ministerio de Educación y Ciencia. Barcelona: Paidós.

- Rico, L. (sin año). Plan de actuación para el desarrollo de las estrategias y procedimientos oportunos en la resolución de problemas aritméticos elementales. Recuperado el 05 de mayo de 2012 de: http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepco3/competencias/mates/primaria/resolucí%F3n%20de%20problemas%20aritm%E9ticos%20elementales.pdf.

- Roca-Pons, J. (1974). *Introducción a la gramática*. Barcelona: TIDE.

- Sabagh, S. (2008). *Solución de problemas aritméticos redactados y control inhibitorio cognitivo*. Medellín: Universidad San Buenaventura.

- Santos L. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN: Grupo Editorial Iberoamérica.

- Santos, L. (2007). *Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

- SEP. (2006). *Planes y Programas de Estudio de Secundaria*. México: SEP.

- SEP. (2009). *Educación Básica Primaria. Plan de estudios de Matemáticas*. México: SEP.

- SEP. (2009). *Educación Básica Primaria. Plan de estudios de Español*. México: SEP.

- SEP. Programa de Primer grado, Primaria 2009. Recuperado el 15 de mayo de 2012 de: http://basica.sep.gob.mx/seb2010/pdf/catalogo/ProgramaPrimerGrado.pdf.

- Serrazina, L. (2004). La resolución de problemas y la actividad matemática en: 1er. ciclo de la enseñanza básica. En: J. Giménez, L. Santos y J. da Ponte (Coords.). *La actividad matemática en el aula*. Barcelona: GRAÓ. pp.49 – 57.

- Silver, E. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.

- Villalobos, X. (2008). Resolución de problemas matemáticos: un cambio epistemológico con resultados metodológicos. REICE. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, año/vol. 6, número 003. Red Iberoamericana de investigación sobre Cambio y Eficacia Escolar, Madrid, España. Pp. 36-58. Recuperado el 06 de julio de 2012 de: http://redalyc.uaemex.mx/pdf/55160303.pdf.

ANEXOS

- Anexo 1. Consigna
- Anexo 2. Imagen como estímulo generador visual
- Anexo 3. Hoja 1 (Información del programa escolar para nivel básico de primaria: 1°, 3° y 5°)
- Anexo 4. Hoja 2 (Información del perfil formativo del nivel básico de primaria: 1°, 3° y 5°)
- Anexo 5. Codificación de los datos
- Anexo 6. Tabla de resultados de hoja 1
- Anexo 7. Tabla de resultados de hoja 2
- Anexo 8. Palabras clave
- Anexo 9. Tabla con los problemas planteados por alumnos de 8º semestre de Psicología Educativa

Anexo 1. Consigna

Febrero, 2011.

Consigna:

A partir de la imagen que se te presenta, plantea un problema para alumnos de primer grado de primaria, otro para tercero y uno más para quinto grado. Para la elaboración de los problemas, considera el contexto real del alumno.

Anexo 2. Estímulo generador visual

Anexo 3

Hoja 1 (información del programa escolar para nivel básico de primaria: 1°, 3° y 5°)

PLANES Y PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS EN PRIMARIA

El plan de estudios de matemáticas de educación primaria, está organizado en tres ejes temáticos:

1. *Sentido numérico y pensamiento algebraico*, que proporciona al alumno un lenguaje matemático oral y escrito, además de que lo lleva a la exploración de las propiedades de las aritméticas que serán validadas con el álgebra, también proporciona diferentes maneras de representar y efectuar cálculos.

2. *Forma, espacio y medida,* ayuda a los alumnos a entender la diferencia entre los objetos teóricos de la geometría (puntos, figuras, cuerpos, etc.) y los que pertenecen al espacio físico real, en este eje también se generan las condiciones para que los alumnos inicien tareas con características de pensamiento deductivo y hagan uso de vocabulario para formular propiedades.

3. *Manejo de la información,* se organiza, analiza, interpreta y presenta la información que da respuesta a las preguntas formuladas, se utilizan los recursos tecnológicos apropiados para responder las preguntas y se vincula los contenidos matemáticos con otras asignaturas.

Los tres ejes forman parte de los seis grados de primaria, graduando el nivel de complejidad de acuerdo al grado escolar, el cual está dividido en bloques donde determinan los aprendizajes esperados:

1er. Grado. Se espera que los alumnos cuenten del 1 al 100, que logren realizar sumas y restas de dos dígitos, que realicen comparación, igualación y que hagan cálculos de longitud.

3er. Grado. Que cuenten de 1 al 1000, que realicen sumas y restas de 4 dígitos, que multipliquen con 3 dígitos por 1 y de 2 dígitos por 2, que realicen divisiones, que aprendan las tablas de multiplicar, que sumen y resten fracciones, que realicen operaciones con múltiplos de 10, con fracciones de ½, ¼, 1/8, que comparen, que clasifiquen, que conozcan las medidas de peso, longitud y volumen, mayor que, menor que y figuras geométricas.

5to. Grado. Que realicen operaciones con suma, resta, división de 2 dígitos, multiplicación de 5 dígitos por 1 ó 4 dígitos por 3, división con decimales, potencias de 10, porcentajes, recta numérica, gráficas, volumen (l. - ml.), peso (kg. - g.), longitud (km. - m.), fracciones decimales y equivalencias.

Anexo 4

Hoja 2 (información del perfil formativo del nivel básico de primaria: 1°, 3° y 5°)

PLANES Y PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS EN PRIMARIA

Con el estudio de las matemáticas en la educación básica se busca que los niños y jóvenes desarrollen:

Un pensamiento a través del cual puedan acceder a la interpretación y comunicación matemática de situaciones que se encuentran en los contextos socioculturales en los que participan y que les permita expresar de manera verbal los procedimientos que están realizando.

Habilidades y técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas, donde la resolución de problemas, va a fomentar estrategias, que le van a permitir enfrentarse a situaciones problemáticas más allá del ámbito matemático, va a promover la creatividad al buscar diferentes maneras de abordar un problema, proponiendo tal vez diferentes soluciones.

Actitudes positivas, de interés, de colaboración, hacia el estudio de las matemáticas tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes, asumiendo posturas de acuerdo a los criterios que se ha formado.

Permitiendo que utilicen procedimientos propios y adquieran las herramientas y los conocimientos matemáticos socialmente establecidos; que comuniquen, analicen e interpreten ideas.

La didáctica:

Sustenta que los programas deben despertar el interés de los alumnos invitándolos a reflexionar y argumentar en diferentes formas de resolver los problemas.

El medio:

Juega un papel determinante, en las situaciones problemáticas que se planteen pues determina tanto el uso de herramientas como los procesos que siguen los alumnos, para construir nuevos conocimientos. Para resolver problemas se debe considerar que existe diversidad de estrategias y que hay que utilizar por lo menos una.

Conocimientos previos:

El alumno debe tener conocimientos previos y utilizarlos para poder abordar la situación sumando nuevos conocimiento, lo que implica una reestructuración de los conocimientos que se van aplicar a una nueva situación.

Anexo 5. Codificación de los datos

CÓDIGOS		
		DESCRIPCIÓN
PARTICIPANTES	Estudiantes de la UPN que participaron en el estudio, plateando problemas aritméticos para educación primaria.	24 participantes
GRADO ESCOLAR	Los problemas planteados por los participantes son dirigidos a alumnos de primero, tercero y quinto grado de educación primaria de la asignatura de matemáticas de acuerdo con los Planes y Programas (2009) del Sistema Educativo Mexicano.	Problemas aritméticos redactados para: 1er. Grado 3er. Grado 5to. Grado

			DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES	RASGOS	VALORES
V A R I A B L E S	**Elementos con significado semántico, sintáctico y gramatical los que se analizan**	**CONTEXTO**	Explica y define el contexto para que el resolutor tenga una idea general de dónde se desarrolla la historia. Corresponde a situaciones que viven los escolares urbanos o rurales. La narración o historia: Es el orden de la composición o del tejido de un discurso, narración, etc. Se espera que el inventor incluya la narración de una historia donde se desarrolle el problema aritmético. El vocabulario o las palabras usadas: Se considerará si en la redacción del problema existen o no palabras técnicas desconocidas por su significado o inusuales de acuerdo a situaciones comunicativas adecuadas a la edad escolar del resolutor. El aprendizaje de la lengua escrita y el perfeccionamiento de la lengua hablada se producen en contextos comunicativos reales, organizados por el profesor. Plan y Programas de Estudio Educación Básica Primaria, SEP (2009). Entorno sociocultural: Se analizarán qué tan apegados están los enunciados elaborados al medio sociocultural del alumno, de acuerdo a la edad y grado escolar.	Historia Vocabulario Entorno sociocultural	**HISTORIA O NARRACIÓN** 0= No enmarca una historia o narración en el enunciado aritmético 1= Enmarca una historia o narración en el enunciado aritmético **VOCABULARIO** 0= Con vocabulario desconocido 1= Con vocabulario conocido **ENTORNO SOCIOCULTURAL** 0= No considera el entorno sociocultura del resolutor 1= Considera el entorno sociocultural del resolutor
		PREGUNTA DEL ENUNCIADO O INCÓGNITA	Incógnita o pregunta del enunciado: La incógnita pregunta por el resultado obtenido de la operación que se tuvo que realizar. Se valorará **la ubicación** si la incógnita está al inicio, en medio o al final o si está ausente. En caso de que exista más de una incógnita en la misma ubicación se valorará **la presencia** de las tres categorías (inicio, medio, final) y se indicará la cantidad de incógnitas donde 1= Una incógnita, 2= Dos incógnitas, 3= Tres incógnitas, etc., con relación a su ubicación.	En el inicio En medio Al final	**UNA INCÓGNITA** 0= Ausente 1= Presente **MÁS DE DOS INCÓGNITAS** 1= Una incógnita 2= Dos incógnitas 3= Tres incógnitas, etc.
		PALABRA CLAVE (QUE INDUCE AL TIPO DE OPERACIÓN)	Palabra clave: Son palabras que orientan el tipo de operación aritmética para el resolutor. Se clasificarán por: adición sustracción, multiplicación y división (Anexo 8) Se tomarán como palabras clave aquellas que indiquen el desarrollo de una o varias operaciones aritméticas. Se valorarán las palabras clave basadas en el cuadro que establecen Puig y Cerdán (1995) de acuerdo a las cuatro operaciones básicas.	Adición Sustracción Multiplicación División	0= Ausente 1= Presente
		SECUENCIA	Secuencia: Orden y modo en que se presentan los datos del enunciado, datos que proporcionan información al resolutor, sentido de causa-efecto de los personajes que interactúan en la narración, sus intenciones, la estructura temporal y causal de la historia, facilita o dificulta la comprensión de un problema (Orrantia y cols., 2008). La presentación de los datos planteados por el redactor puede incluir: Contexto, acción, operación e incógnita. Estos pueden ser presentados en diferente orden. Contexto: Explica y define el contexto para que el resolutor tenga una idea general de dónde se desarrolla la historia. Descripción de una situación específica. Personajes y objetos interactúan "mundo creado para el texto" (Díaz-Barriga y Hernández Rojas, 2006). Acción: Alguna acción que el personaje de la historia realiza, orientando así el tipo de operación a desarrollar. Operación: Como resultado de la acción que el personaje realiza; se requerirá (por parte del resolutor) desarrollar una operación aritmética apoyada con las palabras clave que orientará el tipo de operación. Incógnita: La incógnita es la pregunta por el resultado obtenido de la operación que se tuvo que realizar.	Contexto Acción Operación Incógnita	0= Ausente 1= Presente
		REDACCIÓN	La redacción del enunciado matemático se valorará como: *Muy bien, Bien, Suficiente y Deficiente,* si éstos presentan de una a cinco de las siguientes condiciones: El enunciado es claro, sencillo, sin ambigüedad, se expresa con precisión y si hace uso adecuado de la puntuación.	• Claridad: Argumento o razonamiento de muy fácil comprensión. • Sencillez: Que carece de ostentación y adornos. • Sin ambigüedad: Que no puede entenderse de varios modos o admitir distintas interpretaciones y dar, por consiguiente, motivo a dudas, incertidumbre o confusión. • Precisión: Concisión y exactitud rigurosa en el lenguaje, estilo, etc. • Puntuación correcta: Respeta las reglas de puntuación gramatical de la Real Academia Española (2008).	**MUY BIEN** 4= Cumple con las cinco condiciones: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación. **BIEN** 3= Cumple con cuatro de las cinco condiciones: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación. **SUFICIENTE** 2= Cumple con tres de las cinco condiciones: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación. **DEFICIENTE** 1= Cumple con dos o menos de las cinco condiciones: El enunciado es claro y sencillo, sin ambigüedad, es preciso y hace uso adecuado de la puntuación.
	Variables generales que se valoran	**COHERENCIA EN EL ENUNCIADO**	La propiedad fundamental de un texto es la coherencia y ésta ha de entenderse como la conexión de las partes en un todo (Casado 1993, citado en Garrido, 1998). También se denomina coherencia a todas las relaciones formales (lingüísticas) que le dan a un texto sentido de unidad. (Albaladejo y García 1993, citado en Garrido, 1998).	Coherencia en el enunciado	0= No hay coherencia en el enunciado 1= Hay coherencia en el enunciado
		ADECUADO AL CONTENIDO TEMÁTICO	La redacción, operaciones, cantidades e incógnitas son adecuadas respecto a los contenidos temáticos del programa de educación primaria de la asignatura de matemáticas de los grados 1ro., 3do. y 5ro., según el programa SEP 2009: **1er. Grado:** Se espera que los alumnos cuenten del 1 al 100, que logren realizar sumas y restas de dos dígitos, que realicen comparación, igualación, que hagan cálculos de longitud. **3er. Grado:** Que cuenten de 1 al 1000, que realicen sumas y restas de 4 dígitos, multiplicación de 3 dígitos por 1 y de 2 dígitos por 2, divisiones. Tablas de multiplicar. Suma y resta de fracción. Múltiplos de 10. Fracciones de 1/2, 1/4, 1/8. Comparación, clasificación. Peso, longitud y volumen. Mayor que >, menor que <. Figuras geométricas. **5to. Grado:** Que realicen sumas, restas, división de 2 dígitos, multiplicación de 5 dígitos por 1 ó 4 dígitos por 3, división con decimales. Potencia de 10. Porcentajes. Recta numérica. Gráficas. Volumen (l. ml.). Peso (kg. g.). Longitud (km. m.). Fracciones decimales. Equivalencias.	Adecuado al contenido del programa de educación primaria de la asignatura de matemáticas (SEP 2009).	0= No adecuado al contenido del programa 1= Adecuado al contenido del programa
		PROBLEMA ARITMÉTICO	Problema aritmético. Para la solución de un problema se necesita que el estudiante cree una combinación original de conocimientos y habilidades, además de emplear razonamientos verdaderos (Bednarz y Guzmán, 2003).	Problema aritmético	0= No es problema aritmético 1= Es problema aritmético
		COHERENCIA DE LAS OPERACIONES CON LA ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO	En un problema aritmético, las variables que tienen contenido semántico son las que definen las palabras y las expresiones matemáticas de la redacción del problema y le dan una atribución para definir qué tipo de operación se elegirá para resolverlo (Castro y cols, 1992).	Coherencia de las operaciones con la estructura del enunciado	0= No hay coherencia entre la operación y la estructura del problema 1= Hay coherencia entre la operación y la estructura del problema

Anexo 6. Tabla de resultados de hoja 1

		PARTICIPANTE 1			PARTICIPANTE 2			PARTICIPANTE 3			PARTICIPANTE 4			PARTICIPANTE 5			PARTICIPANTE 6			PARTICIPANTE 7			PARTICIPANTE 8			PARTICIPANTE 9			PARTICIPANTE 10			PARTICIPANTE 11			PARTICIPANTE 12			PARTICIPANTE 13			TOTALES		
VARIABLES	RASGOS	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°
CONTEXTO	HISTORIA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	13	13
	VOCABULARIO	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	13	12
	SOCIOCULTURAL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	13	12
ADECUADO AL CONTENIDO DEL PROGRAMA DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS	ADECUADO AL CONTENIDO	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	10	0	7
POSICIÓN DE LA PREGUNTA O INCÓGNITA EN EL ENUNCIADO	HAY INCÓGNITA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	13	13	12
	INICIO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	EN MEDIO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	AL FINAL	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	2	2	0	3	2	0	1	1	3	19	16	18
	No. DE INCÓGNITAS	1	2	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	2	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	2	2	1	3	2	0	1	1	3	19	17	19
*PALABRA CLAVE (QUE INDUCE AL TIPO DE OPERACIÓN)	ADICIÓN	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	8	11	7
	SUSTRACCIÓN	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	4	6	5
	MULTIPLICACIÓN	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	8	9
	DIVISIÓN	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	7
	CONTEO	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	0
	COMPARACIÓN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	PORCENTAJE	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3
	GRÁFICA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	ÁREA DE LA CIRCUNFERENCIA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
REDACCIÓN (CLARIDAD Y SENCILLEZ, SIN AMBIGÜEDAD, PRECISIÓN Y USO ADECUADO DE LA PUNTUACIÓN)	MUY BIEN	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	1	0
	BIEN	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2	3	4
	SUFICIENTE	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	5	7	7
	DEFICIENTE	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3	2	2
**SECUENCIA	COAI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	CAOI-AI-AOI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	CAOI	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	7	8	6
	CIAOI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	AOI	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	OI	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2
	COI	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	CAI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	CI	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4	1	1
	NINGUNA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
COHERENCIA	COHERENCIA EN EL ENUNCIADO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	12	12	13
PROBLEMA ARITMÉTICO	PROBLEMA ARITMÉTICO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	13	13	12
COHERENCIA DE LAS OPERACIONES CON LA ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO	COHERENCIA DE LAS OPERACIONES CON LA ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	11	12	12

*** CONSULTAR ANEXO 8 DEL LISTADO DE PALABRAS CLAVE.**

**** C = CONTEXTO; A = ACCIÓN; O = OPERACIÓN E I = INCÓGNITA.**

Anexo 7. Tabla de resultados de hoja 2

		PARTICIPANTE 14			PARTICIPANTE 15			PARTICIPANTE 16			PARTICIPANTE 17			PARTICIPANTE 18			PARTICIPANTE 19			PARTICIPANTE 20			PARTICIPANTE 21			PARTICIPANTE 22			PARTICIPANTE 23			PARTICIPANTE 24			TOTALES		
VARIABLES	RASGOS	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°	1°	3°	5°
CONTEXTO	HISTORIA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11	11
	VOCABULARIO	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	11	10
	SOCIOCULTURAL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11	10
ADECUADO AL CONTENIDO DEL PROGRAMA DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS	ADECUADO AL CONTENIDO	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	8	3	3
POSICIÓN DE LA PREGUNTA O INCÓGNITA EN EL ENUNCIADO	HAY INCÓGNITA	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	11	11
	INICIO	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0
	EN MEDIO	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
	AL FINAL	3	3	2	0	1	2	0	2	2	2	1	1	1	3	1	0	1	1	1	2	2	1	3	2	1	2	1	1	1	2	1	1	1	11	20	17
	No. DE INCÓGNITAS	3	3	2	0	1	2	1	2	2	2	1	1	1	3	1	4	1	1	1	2	2	1	3	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	16	21	17
* PALABRA CLAVE (QUE INDUCE AL TIPO DE OPERACIÓN)	ADICIÓN	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	3	11	7
	SUSTRACCIÓN	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	5	7	5
	MULTIPLICACIÓN	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	6	10
	DIVISIÓN	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	2	6
	CONTEO	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0
	PORCENTAJE	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3
REDACCIÓN (SENCILLEZ Y CLARIDAD, SIN AMBIGÜEDAD, PRECISIÓN Y USO ADECUADO DE LA PUNTUACIÓN)	MUY BIEN	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0
	BIEN	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	6	2	3
	SUFICIENTE	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	3	5	8
	DEFICIENTE	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0
**SECUENCIA	CAOI	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	5	8	5
	COI-AI	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	COAI	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	COI	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	3
	CIO	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	OI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
	CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	NINGUNA	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0
COHERENCIA	COHERENCIA EN EL ENUNCIADO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	11	9
PROBLEMA ARITMÉTO	PROBLEMA ARITMÉTICO	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	11	11
COHERENCIA DE LAS OPERACIONES CON LA ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO	COHERENCIA DE LAS OPERACIONES CON LA ESTRUCTURA DEL ENUNCIADO	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	8	11	9

* CONSULTAR ANEXO 8 DEL LISTADO DE PALABRAS CLAVE.

** C=CONTEXTO; A=ACCIÓN; O=OPERACIÓN E I=INCÓGNITA.

Anexo 8. Palabras clave

OPERACIÓN	PALABRAS O EXPRESIONES CLAVE
Adición	Y, comprar, cuánto pagaron en total, cuánto gastó en total, cuántos fueron, su mamá le dio, su papá le dio, más, juntan su dinero, para cuáles les alcanzaría, les regalo *x* cantidad de pesos, de lo que sobra para que alcanza, cuánto deben reunir, que alcanzan a comprar, dio, a cuáles te subirías, cuánto pagarás, suma todas, cuánto gastaría, cuánto gastó cada uno, juntamos, cuántas veces.
Sustracción	Cuánto le sobró, compra, sobra, cuánto le falta, descuento, cuánto dinero sobra al final, gastó, pierde, cuánto le queda, qué porcentaje de adultos. Cuántos pueden comprar, cuánto te regresan, le alcanzará para todo lo que quiere.
Multiplicación	Veces, descuento, compró *x* veces, capacidad, se suben a la montaña, *x* número de personas, cada uno, cada quien, por sustitución de la fórmula, porcentaje, un grupo de personas, la compra de dos cosas iguales, se compró tres productos iguales, descuento, cuánto gastaron por los tres, doble, cuánto gastó por los seis amigos, subió tres veces, jugó dos veces.
División	Descuento, cuánto pagó cada persona, equitativo, cada alumno, cuánto pagó cada uno. Cuánto le tocó a cada uno, regala una parte, porcentaje, cuánto le toca a cada quien, repartió, solo llevaba 1/3, 2/4, 1/5.

Anexo 9. Problemas planteados por estudiantes de 8º semestre de Psicología Educativa

Nota1: Los enunciados aritméticos que se muestran a continuación son una copia textual de la producción redactada por los participantes, la puntuación no fue modificada, sin embargo, fueron modificados ortográficamente para su mejor lectura y comprensión.

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
SUBGRUPO 1												
Luis fue a la feria y tenía $50.00 si compró un agua de $24.00 y un globo de $22.00 ¿Cuánto le sobra?	1	1	SÍ	Sí	1	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Samuel y sus papás fueron a un parque de diversiones él tenía $250.00 para gastar compró dos quesadillas de $29.00 un vaso de agua de $24.00, entró 2 veces a la casa del terror que cuesta $20.00 y subió una vez a los columpios por lo cual le cobraron $84.00 ¿Cuánto dinero le sobra y cuánto le hace falta para subirse a los carros chocones que cuestan $60.00?	1	3	SÍ	No	2	Final	+, –, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	D
José y sus 4 amigos visitaron un parque de diversiones, se subieron a un juego que costaba $96.00 por persona y al subirse por segunda ocasión les hicieron un descuento del 15% a cada uno. ¿Cuánto dinero les descontaron a cada uno y en total cuánto pagaron los 5 amigos por las 2 veces que se subieron al juego?	1	5	SÍ	SÍ	2	Final	+, –, x, ÷ (%)	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
Si voy al puesto de algodones y compro 2 y una manzana acaramelada. ¿Cuánto tengo que pagar en total?	2	1	SÍ	SÍ	1	Final	+	AOI	Sí	Sí	Sí	S
La mamá de Susana compró un agua fresca, dos quesadillas, un algodón y un globo ¿Cuánto le sobró de dinero si tenía $200.00?	2	3	SÍ	No	1	Final	+, –, x	AOI	Sí	Sí	Sí	S
Si de cada vitrolero de agua salen 25 vasos de 500 ml. cada uno. ¿Para cuántos litros de agua tiene capacidad, cada vitrolero?	2	5	No	SÍ	1	Final	x, ÷	OI	Sí	Sí	Sí	S
En el pueblo de San Rafael se instaló una feria con juegos mecánicos y puestos de comida. A partir de la imagen identifica cuántos juegos mecánicos hay en la feria y cuántos niños están en cada uno de esos juegos.	3	1	SÍ	No	2	Final	Conteo	CI	Sí	Sí	Sí	MB

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
Lupita fue a la feria de San Rafael. Su papá le dio $400.00 para gastar, si la entrada le costó $40.00, un agua $24.00 y la entrada a los carritos chocones $60.00 ¿Cuánto le quedó?	3	3	Sí	No	1	Final	+, –	COI	Sí	Sí	Sí	S
Juan fue a la feria de San Rafael, junto con sus tres amigos. Entre los 4 compraron un paquete de palomitas, que les costó $45.50, un litro de agua de $24.00 y un vaso con fruta que les costó $39.50. ¿Cuál fue la cantidad total por las tres cosas y cuanto tiene que poner cada uno de los 4 amigos?	3	5	Sí	No	2	Final	+, ÷	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
Si Carlitos fue a la feria y compró 1 globo, 1 algodón para 2 personas ¿Cuánto pagó por los 2 globos y los 2 algodones? (Globo *$22.00, algodón $16.00)*	4	1	Sí	Sí	1	Final	+	CAOI	No	Sí	No	D
Teresita fue a la feria con sus papás y sus 2 hermanos, si se suben a la montaña y a los carros ¿cuánto gastó su papá en los juegos? (Montaña $96.00, carros $60.00)	4	3	Sí	No	1	Final	+, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
En la feria del pueblo hay diferentes juegos mecánicos, si la rueda de la fortuna tiene 9 canastillas y se suben 18 personas y pagan $216.00 ¿cuánto pagó cada persona?	4	5	Sí	Sí	1	Final	÷	COAI	Sí	Sí	Sí	S
Mi amigo Pedro fue a la feria, sus padres le dieron $15.00 para comprar lo que desee. Cuando mira los puestos, se da cuenta que sólo puede comprar algunas cosas. Escribe una lista con los precios para saber cuáles son.	5	1	Sí	Sí	1	Final	Compa-ración	CAI	Sí	Sí	No	B
El papá de Juan le da $200.00 porque ha realizado bien sus tareas. Con ese dinero Juan decide invitar a su amigo Julián a la feria que acaba de llegar. Julián le pide a Juan subirse a los carros chocones. ¿Cuánto es lo que debe pagar Juan, para poder subirse junto con su amigo a los carros?	5	3	Sí	No	1	Final	x	CAOI	Sí	Sí	Sí	B

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
Es el cumpleaños de Verónica, por lo que sus padres decidieron darle como regalo pasar todo el día en la feria y darle $500.00. Ella decide comprar 3 entradas para la casa del terror. Después 3 entradas para las sillas voladoras. ¿Cuál es el total del dinero que gastó Verónica?	5	5	Sí	No	1	Final	+, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Juan fue a la feria de la colonia y compró un vaso de agua de Jamaica que costó $24.00. Después se subió a los carros chocones que costaban $60.00 ¿Cuánto gastó Juan en la feria?	6	1	Sí	Sí	1	Final	+	CAOI	Sí	Sí	Sí	MB
Ernesto invitó a Pepe, Toño, Luis a la feria pero cada quien pagaba su entrada. Pepe se subió al ratón loco tres veces, Toño se subió a la rueda de la fortuna 6 veces, Luis se subió a las sillas voladoras 4 veces. Y Neto se comió 4 quesadillas y dos vasos con agua ¿Quién gastó más en la feria, si el ratón loco costaba $96.00 por persona, la rueda de la fortuna $12.00, las quesadillas $29.00 y el vaso con agua $24.00?	6	3	Sí	No	1	Final	x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Se organizó una salida a la feria entre todo el grupo había un total de 8 alumnos todos decidieron comprar 4 ½ litros de agua con un costo de $24.00 el vaso si a cada litro le caben 8 vasos. ¿Cuánto tenían que pagar por los 4 litros ½, y cuánto tenía que pagar cada alumno para que fuera equitativo el monto total?	6	5	Sí	No	2	Final	x , ÷	CAOI	Sí	Sí	Sí	D
El domingo sus papas de Katerin la llevaron a la feria de Chapultepec en donde, encontró a varias personas que llevaban a sus hijos. ¿Cuántos niños hay en la imagen? ¿Cuántas figuras de círculos y triángulos ves en la imagen?	7	1	Sí	Sí	3	Final	Conteo	CI	Sí	Sí	Sí	D

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
El domingo Katerin fue a la feria de Chapultepec, acompañada por su hermana Paulina, Ricarda, Aurelia y Sandra, a cada una de sus hermanas la acompañaban 3 amigos. ¿Cuántas personas fueron con Katerin? Ya estando en la feria decidieron subirse a la rueda de la fortuna pero la rueda sólo tiene 7 lugares en el cual caben 2 personas sentados ¿Cuántos asientos debe de haber para que se suban todos sus amigos de Katerin y ella?	7	3	Sí	No	2	Media y final	+, x, Conteo	CIAOI	Sí	Sí	Sí	S
German invitó a Sandra a la feria de Chapultepec pero sólo tenía $200.00 que le pagaron por lavar un carro. El Ecolín cuesta $60.00, e incluye todos los juegos, excepto la montaña rusa y el cascabel, porque cada uno de estos cuesta $20.00, pero existe un descuento para estudiantes del 30% en el boleto Ecolín, presentando credencial de Estudiante. Para que German invite a Sandra a la feria de Chapultepec ¿cuánto dinero tiene que llevar?	7	5	No	Sí	1	Final	+, –, x, ÷ (%)	COI	Sí	Sí	Sí	D
Si vas a la feria con tus papás y te compran un globo y un agua fresca ¿Cuánto pagarán por las dos cosas?	8	1	Sí	Sí	1	Final	+	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Si al llegar a la feria te subes a las sillas voladoras, luego vas al tiro al blanco con globos y regresas a subirte de nuevo a las sillas voladoras ¿Cuánto pagarán en total por los tres juegos?	8	3	Sí	No	1	Final	+	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Si al llegar a la feria tienes $700.00 para gastar, pero te subes 3 veces a la montaña rusa, dos veces a las sillas voladoras, luego te compras dos globos y un agua fresca. ¿Cuánto dinero te sobrará al final?	8	5	Sí	No	1	Final	+, –, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
El día de la fiesta de tu pueblo tus papás te dan $50.00 y te compras un algodón que cuesta $16.00, ¿Cuánto dinero te sobró?	9	1	Sí	Sí	1	Final	–	CAOI	Sí	Sí	Sí	MB

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
El fin de semana tus papás te llevan a la feria, tú has ahorrado $200.00 y tu hermano $300.00, tú compras una manzana de $15.00, te subes a la montaña rusa $96.00 y por último a la casa del terror. Tu hermano pierde $50.00, se sube a los columpios y se compra un muñeco de peluche. ¿A quién le sobró más dinero?	9	3	Sí	No	1	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
El jueves la escuela planeó una excursión a la feria y se dan los siguientes gastos, el maestro de 5º grado les compra a sus 40 alumnos 1 manzana a cada quien ¿Cuánto gastó?, 25 de tus compañeros se suben a la rueda de la fortuna ¿Cuánto pagaron en total? Y 10 se compran 1 muñeco de peluche cada uno ¿Cuánto gastaron?	9	5	Sí	No	3	Final	x	CAOI -AI- AOI	Sí	Sí	Sí	S
En una feria hay muchos puestos, en sus techos tienen líneas rojas. ¿Cuántas líneas rojas hay en todos los puestos?	10	1	Sí	Sí	1	Final	Conteo	CI	Sí	Sí	Sí	B
A Juanito le gusta ir a las ferias porque hay muchos dulces, juguetes y juegos. Quisiera comprar en todos los puestos, pero sólo lleva $100.00 ¿qué puede comprar con ese dinero?	10	3	Sí	No	1	Final	+	CI	Sí	Sí	Sí	MB
En la feria hay una rueda de la fortuna que a Pedro le llama la atención por su tamaño ayúdale a sacar el área de ella, si tiene 4 cm. de radio.	10	5	Sí	Sí	1	Final	x (área)	CI	Sí	Sí	Sí	S
Armando fue a la feria del pueblo y se subió a los carros, entró a la casa del terror, se compró un algodón de azúcar ¿Cuánto dinero gastó en total? y ¿Cuánto dinero le sobró si su papá le había dado $300.00 y él tenía ahorrado $73.00?	11	1	Sí	No	2	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Luisa mide 1.16 cm., Carlos 1.14 cm. y Blanca 1.18 cm., si por cada centímetro que miden tienen dos pesos ¿Cuánto tiene cada uno? y ¿cuánto le quedaría a cada uno si al final todos se subieron a la rueda de la fortuna a los carros, compraron un peluche y fruta?	11	3	Sí	No	2	Final	+, –, x	OI	No	Sí	No	D

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
Al día ingresan 182 niñas a la feria y 132 niños, qué porcentaje de adultos es el que ingresa si son en total 512 personas las que visitan la feria diariamente.	11	5	Sí	Sí	1	Media	+, –, x, ÷ (%)	OI	Sí	Sí	Sí	S
Rosita fue a la feria con su mamá, la cual le dijo que contaban con $200.00 para gastar en juegos y $110.00, para comprar. ¿En qué juegos participó Rosita y qué compró y cuánto le sobró a cada cantidad?	12	1	Sí	No	3	Final	+, –	CI	Sí	Sí	Sí	D
Pedro y Juan fueron a la feria a cada uno les dieron $300.00. Se subieron los dos a los carros chocadores y entraron a la casa del terror y a la montaña rusa. Anota las operaciones que realizaste para saber cuánto gastaron y cuanto les sobró juntando su dinero.	12	3	Sí	No	2	Final	+, –, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Realiza una gráfica con los juegos que observas en la imagen colocándolos del mayor precio al más bajo.	12	5	Sí	Sí	0	Ninguna	Ninguna	No	Sí	No	No	B
Pablito acompañado de su mamá fue a la feria, la mamá de Pablito compró 2 algodones de azúcar. Si cada uno costaba $16.00 ¿Cuánto tendrá que pagar la mamá de Pablito por los 2 algodones de azúcar?	13	1	Sí	Sí	1	Final	+	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Juanito llegó a la feria y compró un globo de $22.00, a la media hora decidió comprar fruta y pagó $48.00 ¿Cuánto dinero gastó en total?	13	3	Sí	No	1	Final	+	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
Pedrito tenía $30.00, llegó el día de la feria y su mamá le dio $25.00 más y su papá le dio $17.00, Pedrito asistió a la feria y pagó $18.00 en un juego de dardos y $24.00 de un vaso de agua ¿Cuánto dinero llevaba Pedrito para gastar? ¿Cuánto dinero gastó Pedrito? Y ¿Cuánto dinero le sobró?	13	5	Sí	No	3	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	S

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
SUBGRUPO 2												
Juan fue a la fiesta del pueblo con su primo Luis. Su mamá le dio para gastar $80.00 y la mamá de Luis le dio a su hijo $75.00. Si Juan y Luis juntan su dinero ¿cuánto tendrán para gastar juntos? Si desean subir al menos a tres atracciones, ¿para cuales les alcanzaría? Si Juan sube a los carritos chocones y Luis a las silla voladoras, ¿cuántos tacos pueden comprar en el puesto de comida?	14	1	Sí	No	3	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	No	D
A Laura su papá le regaló $200.00 porque su cumpleaños fue la semana pasada y su abuelita le regaló otros $130.00. Con ese dinero. ¿Cuántas veces se puede subir al ratón loco? De subir 3 veces a las sillas locas, ¿cuánto dinero le sobraría? Del dinero que les sobra, ¿alcanzaría para un sope y un agua?	14	3	Sí	Sí	3	Final	+, –, x, ÷	COI	Sí	Sí	Sí	D
Los alumnos de 6º grado quieren su fiesta de graduación en la feria, para lo cual formaron un comité organizador que determinará los costos. Si desean subir a todas las atracciones y comer ahí, ¿cuánto dinero por persona deben reunir? Un grupo de veinte personas con $3,500.00 ¿Pueden subir a todas las atracciones?	14	5	No	No	2	Final	+, x	COI	Sí	Sí	Sí	S
Menciona tres juegos de la feria que sean caros. Menciona dos juegos de la feria que sean baratos.	15	1	Sí	Sí	0	No	Ninguna	No	Sí	No	No	B
En la feria del pueblo doña Toña tiene un puesto de antojitos mexicanos, Luis y su hermana Sonia tienen $80.00 ¿Qué es lo que alcanzan a comprar en el puesto de doña Toña con ese dinero?	15	3	Sí	No	1	Final	+ , x	CIO	Sí	Sí	Sí	MB

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
En la escuela de Sofía venden boletos para ir a la feria del pueblo, el costo total del boleto es de $150.00, no incluyendo los columpios voladores los cuales tienen un precio de $84.00, para estos se ofrece el 25 % solamente. De acuerdo a la información anterior resuelve: a) Incluyendo el descuento ¿cuánto es el precio de los columpios voladores? b) Sofía quiere ir a la feria y también subirse a los columpios voladores ¿cuánto pagará en total?	15	5	Sí	No	2	Final	+, – , x, ÷ (%)	COI-AI	Sí	Sí	Sí	S
¿Cuántos juegos mecánicos hay en la feria del pueblo?	16	1	No	Sí	1	Inicio	Conteo	No	Sí	Sí	Sí	MB
La mamá de Lupita le dio para gastar en la feria $200.00 y Lupita se gastó en las sillas voladoras 1 entrada, 1 entrada en la casa de terror y se compró una manzana. ¿Cuánto gastó Lupita y cuánto le sobró?	16	3	Sí	Sí	2	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
Don Humberto llevó a sus tres hijos a la feria y les dijo que sólo llevaba $500.00 para los tres que tenían que dividírselo en partes iguales y de lo que les había tocado una cuarta parte lo tenían que donar para los niños que no llevaban dinero. ¿Cuánto le tocó a cada uno y cuánto donaron en total?	16	5	Sí	Sí	2	Final	–, x, ÷	COAI	Sí	Sí	Sí	S
Menciona cuántos juegos mecánicos hay en la feria y cuáles son.	17	1	Sí	Sí	2	Final	Conteo	No	Sí	Sí	Sí	B
Si Juanito va a la feria y compra 2 algodones uno para su mamá y otro para él y después compra una quesadilla ¿cuánto dinero gastó? Si el algodón cuesta $16.00 y la quesadilla $29.00.	17	3	Sí	No	1	Final	+, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
María fue a la feria y compró 3 tostadas de $16.00, una manzana de $15.00 y 2 sopes de $16.00 ¿Cuánto dinero gastó si compró lo mismo durante los tres días que duró la feria?	17	5	Sí	No	1	Final	+, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
Para celebrar el día del niño Juanito fue a la feria, su mamá le dio solamente $100.00 y Juanito se subió a los columpios ¿Cuánto le quedó?	18	1	Sí	No	1	Final	–	CAOI	Sí	Sí	Sí	B

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
En la feria del pueblo se instaló esta feria, si tuvieras $200.00 y te tuvieras que subir a 2 juegos. a) ¿A cuáles te subirías? y ¿cuánto dinero te sobraría? b) Si Juanito lleva $150.00 y te regala la tercera parte para que te compres un agua ¿Cuánto te regresan de cambio?	18	3	Sí	Sí	3	Final	+, –, ÷	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Los niños del 5º A iremos de excursión a la Feria de Chapultepec, donde cada uno pagará lo que coma y los juegos a los que se suba y todo estará con el 50% de descuento. ¿Cuánto pagarás si deseas subirte a la montaña rusa y te compras una fruta y un agua?	18	5	No	No	1	Final	+, x, ÷ (%)	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
Observa la siguiente imagen y responde las siguientes preguntas: ¿Cuánto cuesta las aguas de sabores? ¿Cuánto cuesta el algodón de azúcar? ¿Cuánto cuesta la entrada a la casita del terror? Ahora suma todas, ¿Cuánto te da?	19	1	Sí	Sí	4	Inicio	+	OI	Sí	Sí	Sí	S
Juan tiene $50.00 y Esteban tiene $46.00, si lo juntan a qué juego pueden subir.	19	3	Sí	No	1	Final	+, x	OI	Sí	Sí	Sí	B
Alicia tiene $45.00 y Agustino $40.00, ambos quieren un osito de peluche que está en $75.00. ¿Cuánto les falta para obtener el osito?	19	5	Sí	No	1	Final	–	CI	No	Sí	No	S
Laura quiere subirse a la rueda de la fortuna pero no sabe cuánto cobran, podrías ayudarle a saber el precio.	20	1	Sí	No	1	Final	Ninguna	No	Sí	No	No	S
Luis va a la feria, su mamá le dio $100.00, pero él sólo quiere subirse a los carros chocones y comprar un algodón ¿Cuánto dinero gastaría y cuánto le sobraría?	20	3	Sí	No	2	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	MB
Carlos junto con 2 amigos van a la feria, al llegar cada uno se compra una paleta de hielo, suben a la montaña rusa y se compran un algodón ¿Cuánto gastó cada quién y cuánto les hubiera sobrado si hubieran llevado $680.00 pesos en total?	20	5	Sí	No	2	Final	+, –, x	CAOI	No	Sí	No	B

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
Juan fue a la feria con su mamá. Su mamá le dio 50 monedas, él compró un globo que costó 22 monedas. ¿Cuántas monedas le sobraron?	21	1	Sí	Sí	1	Final	–	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
María, Pepe y Luis tienen 400 monedas y decidieron ir a la feria. María y Luis se subieron a la rueda de la fortuna (30 monedas), Luis y Pepe se subieron a los carros (60 monedas) y María, Luis y Pepe decidieron comprar un vaso con agua (24 monedas). ¿Cuánto gastó cada uno? ¿Cuántas monedas les sobraron? ¿Cuántas monedas les sobraron o faltaron si se hubieran subido a los columpios?	21	3	Sí	No	3	Final	+, –, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Toño, Tere y Juan fueron a la feria, Toño tiene el doble de monedas que Tere, pero la mitad de Bety. Si juntamos sus monedas son 700 monedas ¿Cuántas tiene cada uno si Tere solo se subió a los carros y a la rueda de la fortuna y le sobraron 10 monedas?	21	5	Sí	No	2	Final	+, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Los domingos se pone una feria en el pueblo donde vive Luis, éste quiere subirse a la montaña rusa, pero su papá le da de domingo $70.00 y la entrada para subirse a este juego cuesta $90.00, ¿cuánto le falta a Luis para poder completar la entrada?	22	1	Sí	Sí	1	Final	–	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Daniela durante la semana juntó $100.00 para gastárselo en la feria, ella quiere entrar a la casa del terror la cual cuesta $20.00, también quiere subirse a los carros cochones los cuales cuestan $60.00 la entrada y finalmente desea comprarse una manzana que cuesta $5.00 y un algodón de $16.00. ¿A Daniela le alcanzará su domingo para todo lo que quiere, sí o no y ¿por qué? Realiza las operaciones necesarias para resolver el ejercicio.	22	3	Sí	No	2	Final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	D
José y su familia salen el domingo a la feria del pueblo, el padre de éste dispone para dicha diversión $500.00; de los cuales el 20% son para José, ¿cuánto le corresponde?	22	5	Sí	Sí	1	Final	x, ÷ (%)	COI	Sí	Sí	Sí	S

Enunciado	Participante	Grado	Contexto	Adecuado	Número de incógnitas	Posición	Tipo de operación (según palabra clave)	Secuencia*	Coherencia	Problema	Coherencia entre texto y operación	Redacción**
Pedro y Luis fueron a la feria, Pedro se subió 2 veces a la rueda de la fortuna y 3 a los volantines, Luis se subió 3 veces a los volantines y una a la rueda. ¿Cuántas veces se subieron a los juegos entre Pedro y Luis?	23	1	Sí	Sí	1	Final	+	CAOI	Sí	Sí	Sí	B
Carlos fue a la feria y se compró un agua de $24.00, un algodón de $16.00 y un sope de $16.00, ¿cuánto gastó? Si pagó con un billete de $100.00 ¿cuánto le sobró de cambio?	23	3	Sí	No	2	Media y final	+, –	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Ramón fue con sus 5 amigos a la feria llevaba $500.00 para gastar, les invitó subirse a la rueda, que costaba $12.00 y les compró una quesadilla de $19.00, y el dinero que le sobró lo repartió entre sus 5 compañeros y él. ¿Cuánto dinero se gastó en la rueda y las quesadillas? ¿Cuánto dinero le tocó a cada quien del dinero que sobró?	23	5	Sí	No	2	Final	+, –, x, ÷	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
El domingo María fue a la feria con su mamá y al llegar, encontró un puesto de aguas y María quería comprar una, pero su costo era de $24.00 y María sólo tenía $20.00. ¿Cuántos pesos le faltan a María para comprar su agua?	24	1	Sí	Sí	1	Final	–	COI	Sí	Sí	Sí	B
Carlos fue a la feria de su casa y se subió 3 veces a la rueda de la fortuna cada vuelta costó $30.00, y jugó en 2 ocasiones en el juego de los dados cada ocasión costó $18.00 ¿Cuánto dinero se gastó en total Carlos?	24	3	Sí	No	1	Final	+, x	CAOI	Sí	Sí	Sí	S
Paco quería comprar un peluche que costaba $78.00 en la feria del pueblo pero sólo llevaba la tercera parte de su costo mientras que Juana llevaba dos cuartas partes de su precio, y Camila llevaba una quinta parte del costo. ¿Cuánto dinero llevaba cada uno de los chicos?	24	5	Sí	Sí	1	Final	x, ÷	COI	Sí	Sí	Sí	S

*** C= Contexto, A= Acción, O= Operación, I= Incógnita.**
**** MB= Muy bien, B= Bien, S= Suficiente, D=Deficiente.**