



Universidad Pedagógica Nacional

Unidad Ajusco

ERRORES EN EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN Y LOS CONTENIDOS
CURRICULARES EN 5° DE PRIMARIA

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN PEDAGOGÍA

PRESENTA:

ALFREDO GONZÁLEZ ÁLVAREZ

DIRECTOR DE TESIS:

ENRIQUE VEGA RAMÍREZ

México, D. F., 2013

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, OBJETIVOS Y JUSTIFICACIÓN.....	9
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	25
A. DEFINICIONES DE MATEMÁTICA Y ALGORITMO	25
B. LA DIVISIÓN	27
C. FUNCIÓN FORMATIVA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	30
D. ESTRUCTURA DEL PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO	32
<u>1.</u> PROPÓSITOS DE MATEMATICAS	33
<u>2.</u> ENFOQUE PSICOPEDAGÓGICO.....	34
<u>3.</u> CONTENIDOS DEL PROGRAMA	35
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA	37
A. LOS CONTENIDOS Y EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN	38
B. DISEÑO DEL INSTRUMENTO.....	52
C. POBLACIÓN.....	52
D. PRUEBA PILOTO	53
E. AJUSTES DEL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	54
F. PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	57
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE DATOS	58
A. IDENTIFICACIÓN DE ERRORES	58
B. CLASIFICACIÓN DE ERRORES.....	63
C. ERRORES Y TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS.....	79
<u>1.</u> EL TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS	81
CONCLUSIONES.....	113
SUGERENCIAS	115

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS, HEMEROGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS.....	117
ANEXO 1	120

INTRODUCCIÓN

Diferentes indicadores a nivel nacional e internacional muestran que los estudiantes de educación básica tienen dificultades para aprender los temas de matemáticas, entre estos se encuentran los algoritmos de las operaciones básicas de la suma, resta, multiplicación y división que se estudian en primaria.

Debido a que el algoritmo de la división, según las investigaciones, es de los más complejos, tanto para su enseñanza como para su aprendizaje, he decidido indagar sobre los errores que se cometen al ejecutar dicho algoritmo.

En el presente trabajo de investigación se analizan tanto los errores que cometen los alumnos de quinto grado de educación primaria al ejecutar el algoritmo convencional de la división como el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares. Se considerarán los contenidos tal como se presentan en los libros de texto del alumno y en los ficheros básicamente.

Los capítulos que conforman esta tesis se encuentran organizados de la siguiente manera:

El capítulo I denominado “Planteamiento del problema, objetivos y justificación” contempla la presentación de los propósitos de este trabajo relacionados con los errores, las matemáticas consideradas como parte fundamental de la vida escolar y cotidiana. La problemática que se genera al ejecutar el algoritmo convencional de la división, ya que es considerado uno de los algoritmos más difíciles de aprender según apreciaciones de Alicia Ávila (2006, p. 227).

Dentro del planteamiento del problema se mencionan de manera general los reportes de las evaluaciones tanto nacionales como internacionales, muestran que el nivel educativo de los alumnos en México es bajo, ya que no cubren los conocimientos básicos del nivel en que fueron evaluados. Además, datos comparativos del 2006 al 2010 en la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE) en escuelas ubicadas en el Estado de México, muestran que no existe un avance significativo en cuanto a los conocimientos de la asignatura de matemáticas.

El problema de investigación gira en torno a los errores que cometen los alumnos y el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares previos al algoritmo y del algoritmo mismo.

También se incluye en éste capítulo la “Justificación”, que contemplan detalladamente los resultados poco favorables que arrojan las diferentes pruebas que realizan el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE), organizado y coordinado por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) en 2006, el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (EXCALE) y ENLACE.

Del estudio comparativo que se realizó en el 2006, se obtuvo la siguiente información; del desempeño en matemáticas en el Estado de México: el 22.7% de alumnos de 5° grado de primaria se encuentran en el nivel denominado “insuficiente”. Para el 2010 incrementó el porcentaje a 23.8%.

También se incluyen aportes de investigaciones relacionadas con la división (Grossnickles y Brueckner) y las dificultades que estos representan para los alumnos, como es el resolver el algoritmo de la división según Carlos Maza.

El capítulo II que se denomina “Marco teórico” se realiza una descripción de algunas concepciones referentes a las matemáticas, ya que estas se ponen énfasis en distintos aspectos.

También se detallan algunas definiciones respecto a los algoritmos, ya que a través de la historia muestran que su definición y aprendizaje se ha ido modificando.

En otro instante se pretende revisar el concepto de división, ya que brinda un panorama amplio de cómo se concibe matemáticamente.

La educación matemática brinda aportes de las líneas de investigación, se tomó en consideración la función formativa en el contexto internacional y nacional. En México a partir de los años setenta se comenzó a realizar investigaciones en diferentes vertientes una de ellas fue la educación básica a través del CINVESTAV.

Así mismo, se revisó la estructura del programa 1993, sólo de la asignatura de matemáticas, su enfoque psicopedagógico basado en la resolución de problemas y los propósitos que contempla el programa de 3° a 5° grado.

El capítulo III se denomina “Metodología”, contempla la descripción del diseño del instrumento de evaluación donde se tomaron algunos reactivos de los libros de texto de tereco a quinto grado, además de considerar los aspectos que enuncia Carlos Maza sobre las dificultades para la ejecución del algoritmo de la división.

A partir de la revisión de los documentos, libros de texto, ficheros, plan y programas, se construyó una prueba piloto, la cual sirvió para verificar el tiempo de respuesta de los alumnos al resolver la prueba. A partir de los resultados que arrojó la prueba piloto se realizaron modificaciones en su estructura como en cuanto a los contenidos.

Se aplicó el instrumento de evaluación concluyente a una población de 50 alumnos, pertenecientes a tres escuelas oficiales del subsistema estatal, se consideró esta población de la revisión de resultados observados tanto por las pruebas internacionales como nacionales.

En otro instante se determinó el procedimiento de análisis de la información que se centró en la clasificación de los errores y los contenidos de los libros. Se centró el análisis en tres aspectos principalmente: los errores, su clasificación y el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares.

Para el capítulo IV que se denomina “Análisis de los Datos” se incluyen los datos que arrojó la evaluación final, la forma en que se presenta esta información es mediante un cuadro de datos donde se colocaron los aciertos y errores que cometieron los alumnos de quinto grado. También se consideraron algunas gráficas que ilustran los porcentajes de errores y aciertos.

Posteriormente se analizaron los errores y se catalogaron de acuerdo a la frecuencia más alta de reactivos erróneos al resolver el algoritmo de la división y se clasificaron en cinco tipos de error.

Después se revisa el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares y los errores encontrados, es decir, a partir de la revisión de los libros de texto y la clasificación de errores, se revisaron aquellos ejercicios que se encuentran contemplados en los libros.

Las conclusiones se desarrollaron principalmente a partir de los errores con mayor frecuencia, así mismo se da una descripción de los mismos y los errores que corresponden con las diferentes investigaciones que tratan el algoritmo de la división.

Las sugerencias, se plantearon a partir de los datos que arrojaron el instrumento de evaluación y el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares, con la intención de que los docentes desarrollen materiales y estrategias, de acuerdo a los errores encontrados en esta investigación.

CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, OBJETIVOS Y JUSTIFICACIÓN

En este capítulo se presenta la justificación del objeto de estudio, la delimitación del problema y los objetivos del trabajo.

Las matemáticas son parte fundamental de la vida cotidiana y escolar pero suelen ser consideradas socialmente como un “dolor de cabeza” y difíciles de aprender. A partir de los resultados que arrojan las pruebas aplicadas por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE 2006), el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE 2006), un estudio comparativo que realizó la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE 2006-2010) y Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (Excale), se advierte que en México el nivel de desempeño en matemáticas en alumnos de tercero y sexto grado de nivel primaria, es bajo, respecto a las 4 rúbricas de evaluación que manejan las organizaciones mencionadas anteriormente y que más adelante se especificarán con más detalle.

Según los resultados de dichas organizaciones los alumnos en México se encuentran en el nivel donde no cuentan con los conocimientos básicos y el llamado “básico” de conocimientos según las pruebas tanto nacionales como internacionales.

En particular, en las pruebas anteriormente mencionadas, se muestra que no hay un adelanto significativo en el nivel de desempeño en la signatura de matemáticas; así mismo tomando en consideración la prueba ENLACE, un estudio comparativo de los grados escolares de tercero a sexto grado de nivel primaria en el Estado de México que se realizó

del 2006 al 2010, muestra que no hay un avance significativo en los alumnos en cuanto a los conocimientos necesarios en matemáticas.

Mi interés en este contexto parte de saber qué pasa concretamente con las operaciones básicas en particular con la división y específicamente sobre la ejecución del algoritmo convencional de la división.

Ricardo López y Ana B. Sánchez mencionan que a partir de los años setenta, los errores en los algoritmos eran explicados, en una primera etapa, como fallas de recuerdo de números, falta de práctica, cansancio y poca concentración, después aparecen nuevas líneas de investigación que estudian los mecanismos o estrategias de cálculo utilizados por los niños (as) para el desarrollo de los procedimientos algorítmicos, cuyas estrategias se ajustan a un sistema individual de procesamiento de la información.

En los años ochenta los dominios matemáticos se centraron en torno a la relación existente entre conceptos y habilidades en la adquisición de los procesos algorítmicos; esta tendencia estudia y analiza los errores de la habilidad matemática.

Si las distintas organizaciones reportan que los alumnos tienen dificultades para aprender en este nivel de educación básica y tomando en cuenta la revisión de documentos, surge la necesidad de investigar los contenidos curriculares en los materiales como el libro de texto del alumno, los programas de estudio 1993, los ficheros que se utilizan en primaria y los errores en la ejecución del algoritmo convencional de división.

Un elemento primordial en la vida escolar en la educación básica y las matemáticas son los algoritmos, cuando el dominio de los números y las operaciones básicas son esenciales para cualquier actividad del ser humano, a su vez, históricamente los algoritmos han sido útiles para resolver problemas de la vida cotidiana.

De las cuatro operaciones básicas, la división representa dificultades para algunos alumnos. A pesar de que se supone que es mucho más fácil resolver algún problema cuando se conoce el algoritmo, se sigue observando lo contrario, el ejemplo se encuentra en las pruebas ENLACE que son estandarizadas y año con año muestran que los niños específicamente en la asignatura de matemáticas, presentan un alto índice de reprobación.

Los algoritmos han representado para los seres humanos una herramienta útil para resolver problemas cotidianos, es por ello que algunos autores como Alicia Ávila, mencionan que los algoritmos son temas que deben ser considerados en los programas de estudio; por lo que se ha optado que su enseñanza debe ser de forma gradual, de lo más simple a lo más complejo, en el programa de estudios oficial se plantea en el orden siguiente; suma, resta, multiplicación y división.

En el presente trabajo se analizan los errores que cometen los alumnos de quinto grado de educación primaria al ejecutar el algoritmo convencional de la división y el tratamiento que se le da a los contenidos. Los estudiantes a quienes se les aplicó la prueba son de las escuelas primarias “Agustín Melgar”, “Tierra y Libertad” y “Francisco I. Madero”, todas del turno matutino, ubicadas en el municipio de Naucalpan Estado de México, pertenecientes a la zona escolar P-107 del subsistema educativo estatal.

Muchas críticas se hacen hacia la enseñanza o método que utiliza el profesor para enseñar, y se dejan de lado las dificultades de la asignatura de matemáticas, ¿qué es lo que se está enseñando en las aulas?, ¿los contenidos contemplan todos los aspectos necesarios para que los alumnos ya no reprobem?

El presente trabajo se centra en el algoritmo de la división, un análisis de los errores que cometen los alumnos al ejecutar dicho algoritmo y el tratamiento que se le da a los contenidos del programa oficial, el libro de texto del alumno y el fichero.

En este trabajo no se considera la labor del docente dentro del aula de clases, por lo cual se dejan de lado las estrategias que los maestros utilizan para complementar las secuencias didácticas contemplados tanto en los libros del maestro como en los libros de texto del alumno y los ficheros.

Objetivo general:

Analizar los errores que cometen los alumnos al ejecutar el algoritmo de la división y el tratamiento que se le da a los contenidos en los materiales impresos que se emplean en el salón de clase.

Objetivos específicos:

- Detectar y analizar los errores que cometen los alumnos de quinto grado de educación básica al ejecutar el algoritmo convencional de la división.
- Revisar y describir el tratamiento que se le da a los contenidos.

JUSTIFICACIÓN

El SERCE, organizado y coordinado por LLECE en el 2006, donde participaron 16 países de América Latina incluyendo el estado de Nuevo León, informa que en la evaluación de aprendizajes en matemáticas con alumnos de tercero y sexto grado de nivel primaria, los niños que se encuentran por debajo del nivel 1 tienen un puntaje de menor de 391.5 puntos y los que se encuentran en el nivel 1 tienen un puntaje de 391.5 a 489, en el nivel 2 con 489 a 558.5, para el nivel 3 con 558.5 a 621.7 y en el nivel 4 los alumnos que obtienen una puntuación de más de 621.7. (En Díaz Gutiérrez, 2008, 19)

De México se tomó una muestra de población de 4, 753 estudiantes de tercero y 4, 825 estudiantes de sexto, para medir su nivel de desempeño en matemáticas, y se observó que más del 50 % de los alumnos de ambos grados se encuentran entre debajo del nivel 1 y el nivel 2.

En los alumnos de sexto grado se observa que su desempeño en matemáticas es en promedio de 542 puntos respecto de la media que es de 500, para este grado el 1% de los alumnos se encuentran por debajo del nivel 1, el 8% corresponde al nivel 1, el 32% pertenece al nivel 2, el 39% al nivel 3 y el 20% pertenece al nivel 4.

En cuanto a pruebas nacionales como la que realizó el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en 2006, los resultados de la evaluación de los aprendizajes de Español y Matemáticas de sexto grado de primaria y tercer grado de secundaria en escuelas urbanas públicas, muestran que 17.4% de los estudiantes se encuentra por debajo del nivel básico, 52.3% se halla en el nivel básico, 23.5% en un nivel

medio y 6.7 en un nivel avanzado. Según Backhoff (2006, 29) estos resultados “ponen en evidencia problemas importantes en la calidad del sistema educativo del país. Se ha mostrado que una cantidad considerable de estudiantes de sexto de primaria y de tercero de secundaria no ha logrado adquirir las habilidades y los conocimientos de Español y Matemáticas, que se consideran mínimos indispensables para poder aprender los contenidos curriculares subsecuentes y desenvolverse como ciudadanos activos de la sociedad actual.”

Tomando en cuenta el explorador EXCALE, alumnos de sexto grado en México a nivel nacional en 2009 en matemáticas dentro del eje “Números naturales, decimales y fraccionarios”, en los contenidos que tratan la división, donde el porcentaje de aciertos que publicaron, arrojan los siguientes resultados:

(<http://www.inee.edu.mx/explorador/muestraDificultad.php>)

- a) En el contenido “Resolver problemas tasativos cuya solución implique una división y el divisor tenga más de una cifra” se obtuvo un porcentaje del 67%.
- b) En el contenido “Resolver problemas que impliquen dos operaciones (división, multiplicación)” se obtuvo 75%.
- c) En el contenido “Identificar la operación que se emplea en la solución de un problema de reparto” se obtuvo el 75%.
- d) En el contenido “Resolver problemas que implican buscar cuántas veces cabe una cantidad en otra” se obtuvo el 68%.

- e) En el contenido “Resolver problemas tasativos cuya solución implique una división y el divisor sea de una cifra” se obtuvo el 68%.
- f) En el contenido “Dividir un número de tres cifras entre un número de una cifra” se obtuvo el 65%.
- g) En el contenido “Dividir un número de cuatro cifras entre otro de dos, con residuo” se obtuvo el 63%.
- h) Para el contenido “Resolver problemas de reparto (división) con divisor de una cifra” se obtuvo el 58%.
- i) Para el contenido “Calcular la división con un divisor de dos cifras y un dividendo con más de tres” se obtuvo el 65%.
- j) En el contenido “Dividir un entero en tres partes iguales” se obtuvo el 56%.
- k) Para el contenido “Resolver problemas que impliquen una división (reparto)” se obtuvo el 55%
- l) En el contenido “Resolver problemas de reparto (división) con un divisor de más de un dígito” se obtuvo el 55%
- m) Para el contenido “Resolver problemas que impliquen una división” se obtuvo el 45%
- n) En el contenido “Resolver divisiones con más de tres cifras y cero intermedio en el dividendo y una en el divisor” se obtuvo el 34%.

Para la prueba ENLACE que maneja 4 rúbricas de evaluación para definir el nivel de conocimientos con que cuentan los alumnos, en el 2006 se registró que el porcentaje de alumnos de quinto grado en el Estado de México, en el desempeño en matemáticas, que con un nivel de “insuficiente” el 22.7 % no aprobó la evaluación y para el 2010 incrementó ese porcentaje a 23.8%, lo que muestra que en el Estado de México ha aumentado el número de alumnos que reprueban, no se advierte un adelanto significativo, más bien se observa un retroceso.

En cuanto a las matemáticas, los alumnos muestran diversas problemáticas. Enseguida se analizarán algunos resultados que arroja la prueba ENLACE, donde se elaboran algunas tablas con resultados en matemáticas desde el año 2006 hasta el año 2010 exclusivamente del Estado de México. La finalidad de mostrar las tablas, es por la relevancia que tienen las matemáticas en la formación de los estudiantes. En esta prueba se toman en cuenta cuatro rúbricas de evaluación donde ubican a los niños, de acuerdo al nivel de conocimientos que poseen en matemáticas (insuficiente, elemental, bueno y excelente).

En la siguiente tabla los resultados se encuentran expresados en porcentajes:

CAPÍTULO I. TABLA 1. PORCENTAJE DE ALUMNOS POR RÚBRICA

	INSUFICIENTE	ELEMENTAL	BUENO	EXCELENTE	ALUMNOS
2006	22.7	65.8	10.7	0.8	254,685
2007	18.8	62.4	17.1	1.8	255,775
2008	22.5	54.5	20.8	2.2	258,856
2009	22.6	53.1	21.7	2.7	239,927
2010	23.8	50.7	21.8	3.7	263,669

(<http://enlace.sep.gob.mx/ba/db2010/estadisticas2.html>)

En esta tabla se aprecia que aumentó el porcentaje de niños del 2006 al 2010 con nivel de “insuficiente” de 22.7% a 23.8%, lo que representa que una quinta parte de la población de estudiantes en el Estado de México no cuenta con los conocimientos necesarios en matemáticas.

Según los datos anteriores, en México se presenta un retroceso en el sentido de que los estudiantes de educación básica tienen una educación insuficiente para afrontar los problemas relacionados con matemáticas.

A partir de la revisión de los resultados de la evaluación ENLACE 2011 de las tres escuelas a las que se refiere esta investigación, en quinto grado se perciben los siguientes datos:

<http://201.175.44.204/Enlace/Resultados2011/Basica2011/R11CCT.aspx>

- a) De la escuela primaria Francisco I. Madero, se percibe en “Significado y uso de las operaciones” que los alumnos no resuelven correctamente reactivos que tienen que ver específicamente con la división en las preguntas 21 y 98 de dicha evaluación, la debilidad que se hace notar es que el alumno no logra calcular el resultado de una división exacta entre dos números naturales, con el dividendo de dos cifras y el divisor de una, así mismo, no logra resolver problemas que impliquen utilizar la relación cociente por divisor más residuo es igual a dividendo, para ello se obtiene porcentajes de insuficiencia del 63% al 71%.

- b) Para la escuela primaria “Tierra y Libertad”, se percibe en “Significado y uso de las operaciones” porcentajes de insuficiencia que van desde el 55% hasta el 73%.
- c) Y para la escuela primaria “Agustín Melgar”, se percibe en “Significado y uso de las operaciones” que los alumnos obtienen porcentajes de insuficiencia en los reactivos 21 y 98 que van del 62% hasta el 65%.

Diversas investigaciones se han desarrollado para buscar soluciones a los problemas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y a la luz de los resultados anteriores muestran problemas en la división que persisten.

Mi interés por contribuir a avanzar en la solución del problema me llevó a indagar sobre algunos aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en educación básica, en particular, analizar los errores que cometen los niños al ejecutar el algoritmo convencional de la división y el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares en los materiales oficiales que se emplean en el aula.

¿Por qué planteo en este trabajo errores al ejecutar el algoritmo de la división y el tratamiento de los contenidos? En muchos ámbitos de estudio, hacemos uso del algoritmo convencional de la división y por ello es considerada una operación básica indispensable al resolver problemas. Ante esta situación como ya se mencionó, mi interés se encuentra situado en qué errores cometen los alumnos de quinto grado de nivel primaria y el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares, así mismo retomo las investigaciones

que reporta Carlos Maza respecto a las dificultades que se presentan al resolver el algoritmo de la división, Grossnickles y Brouckner.

Los algoritmos forman parte de los contenidos escolares, pues se enseñan en el orden siguiente: sumar, restar, multiplicar y dividir, sin embargo, se siguen manifestando dificultades al ejecutarlos.

Alicia Ávila menciona que en el algoritmo de la división en los programas de 1993, se privilegian los saberes matemáticos mediante la resolución de problemas. Así mismo, se consideran diversos aspectos al abordar el algoritmo de la división, como la estimación de cocientes, su relación con la división y que a partir de las lecciones y los recursos didácticos que se trabajan en los libros se comprenderá cada uno de los pasos del procedimiento de la división. “Esto es importante porque el de la división es un algoritmo complejo, en el que cada paso representa, de hecho, una situación de cálculo en la que se combinan diferentes destrezas (de estimación, de multiplicación, de resta), y es el éxito en cada etapa y la puesta en relación de las diferentes etapas lo que permite llegar a un resultado y una interpretación correctos” (2006, 227).

A través de la historia de los seres humanos, se ha recurrido a varias estrategias para resolver algún problema cotidiano. Pongo como ejemplo al señor de la tienda, donde tiene que hacer uso del algoritmo de la adición cuando un cliente le pide diversos productos, así también, hace uso del algoritmo de la sustracción cuando tiene que devolverle cambio al cliente después de haber hecho sus compras, o cuando tiene que revisar que los envases de refrescos son los correctos realizando una multiplicación y entre esos algoritmos muy

comunes se encuentra el algoritmo convencional de la división. Aunque la historia ha sido partícipe de la evolución del mismo, hoy en día es una herramienta indispensable en la vida escolar y cotidiana.

Yakov Perelman menciona que aunque se considera que la división es más difícil que la adición, sustracción y multiplicación, puesto que en la actualidad la división la podemos resolver con más facilidad, en la antigüedad no fue así, se consideraba “sabio” a la persona que podía resolver las divisiones con facilidad y rapidez, y para ello se tenía que especializar en la universidad el método que se deseaba desarrollar, en cuanto a la división no se contaba con un sólo procedimiento, eran variados y complicados, el método más corto y el que la mayoría utilizaba fue el de “la lancha o galera”, ya que su procedimiento simulaba una lancha o galera. Es por ello que hasta nuestra época se sigue considerando la división como un procedimiento complicado. (<http://www.librosmaravillosos.com/aritmeticarecreativa/capitulo03.html#p05>)

Existen algunos reportes sobre los errores que consideraré como antecedentes de mi trabajo, en particular, las dificultades que reporta Carlos Maza al ejecutar el algoritmo y los errores encontrados por Teri Rokusek (Grossnickles) y Brouckner. Mi intención es investigar si estos errores los cometen los niños con los que se trabajará y analizar el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares en los libros de texto y el fichero, es decir, los materiales que se utilizan en el salón de clase para su enseñanza.

Existen diferencias entre los algoritmos en cuanto a la forma de operar, una de ellas es el algoritmo de la división ya que su concepto y forma de operar es diferente al algoritmo de la suma, resta y multiplicación. Comenzando desde el orden de los números (en la suma,

resta y multiplicación) es en forma vertical y se opera de derecha a izquierda y en la división se coloca el dividendo al lado derecho del divisor, así también para comenzar a resolverla se inicia de izquierda a derecha y su cociente puede ser exacto o inexacto, con residuo o sin él.

¿En qué momento se enseña el algoritmo formal de la división? Los niños desde temprana edad tienen acercamientos al algoritmo de la división, no en la forma convencional como se conoce "...el proyecto de enseñanza de las matemáticas propuesto en los documentos oficiales no se limita a la promoción de acercamientos libres a las situaciones de división, también se pretende que el procedimiento formal para dividir sea aprendido por los niños." (Ávila Alicia, 2006, 234). Por ello es relevante la enseñanza de los algoritmos y la comprensión de los mismos.

En un análisis de errores en el algoritmo de división, en alumnos de cuarto grado, realizado por Teri Rokusek (1992), se advierten problemas al resolver dicho algoritmo, en él se toma en cuenta las investigaciones realizadas por Grossnickles, donde se estudiaron errores hechos por 453 estudiantes en la división larga con un divisor, en el cual compiló una lista de 57 errores y los agrupo en 6 clasificaciones:

- Valor posicional
- Uso del residuo
- Concepto de cero
- Fallas en el proceso
- Reagrupando

- Hechos básicos

Teri Rokusek denomina tres tipos de error; por un lado identifica errores aleatorios, que se cometen de vez en cuando, por descuido y sistemáticos, que son los que tienen un patrón de error, es decir, son aquellos que se cometen siempre.

Brouckner (1992) realizó investigaciones con diferentes algoritmos, uno de ellos el de la división, donde encuentra 10 errores que brindan un panorama más amplio sobre la intención de este trabajo, los cuales agrupó de la siguiente manera:

1. Errores en las combinaciones básicas.
2. Errores de resta.
3. Errores de multiplicación.
4. Hallar un resto superior al divisor.
5. Hallar el cociente por sucesivas multiplicaciones.
6. Olvidar el resto al seguir dividiendo.
7. Omitir el cero en el cociente.
8. Omitir una cifra del dividendo.
9. Equivocar el proceso.
10. Contar para hallar el cociente.

Existen diversas formas de operar un algoritmo, una de ellas consta de 4 pasos básicos, los cuales son: 1) Dividir; 2) Multiplicar; 3) Restar; 4) Bajar la cifra siguiente, es por ello que se percibe como complejo éste algoritmo, ya que éstos pueden ser más difíciles para los niños en los pasos 2 y 3 según marca el texto.

(http://www.mamutmaticas.com/lecciones/como_enseñar_algoritmo_división.php)

Algunas dificultades que tienen los alumnos pueden ser como las que describe Maza Gómez (1991):

- 1) Que “la inversión de la multiplicación” atrae dificultad a los alumnos, porque si la multiplicación corresponde a la idea de reiterar una suma, la división “invierte” dicho proceso, ya que para el niño se encuentran desligadas y cada una es independiente de la otra.
- 2) La segunda dificultad se refiere a “la propiedad distributiva y el sistema decimal”, dice que la problema recaería en el aprendizaje previo de estas propiedades ya que el algoritmo común resulta de una “aplicación inicial de la propiedad distributiva de la división respecto de la suma y de un empleo sistemático del sistema decimal de numeración.
- 3) La dificultad en “el tamaño del dividendo y del divisor” muestra que no es fácil dividir $4563 \div 32$ en comparación con $54 \div 4$, de los cuales se distinguen casos en que el divisor es de una cifra o de dos, y otros en el que el dividendo tiene dos o tres cifras.
- 4) El “tamaño relativo de la primera cifra del dividendo y del divisor” ofrece una distinción de tres casos. Primero que la primera cifra del dividendo sea menor que la del divisor ($236 \div$

- 4); segundo, que las cifras tanto del divisor como la del dividendo sean iguales ($365 \div 3$); y por último que la primera cifra del dividendo sea mayor que la cifra del divisor ($769 \div 5$).
- 5) Otra dificultad se debe a “la presencia de ceros”: un cero intermedio crea un mayor conflicto, por ejemplo al dividir $406 \div 4$ el problema se encontraría al dividir las centenas como paso sucesivo ya que el niño puede olvidar colocar el cero en el cociente para las decenas.
- 6) Por último, se tiene la dificultad de “la división exacta e inexacta” ya que no es problema del algoritmo en sí sino un problema de concepto.

Bajo esta perspectiva es relevante conocer qué errores cometen los alumnos de quinto grado de nivel primaria al ejecutar el algoritmo de la división y los contenidos actuales. Es decir, analizarlos y detectar qué procedimientos están considerados y trabajados en el algoritmo de la división.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

Para comprender mejor los errores que cometen los alumnos al ejecutar el algoritmo de la división y los contenidos curriculares, se precisarán algunos conceptos tales como matemática, algoritmo y división. Y como uno de los principales propósitos de la tesis se revisará la estructura del plan y programas 1993, de igual manera se considera conveniente retomar a Carlos Maza, ya que brinda elementos para clasificar las dificultades que los alumnos tienen al ejecutar el algoritmo de la división.

A. DEFINICIONES DE MATEMÁTICA Y ALGORITMO

Hablar de educación matemática presupone que se tiene una idea clara de qué es la matemática; Bochner (1991, 30) menciona que las matemáticas en la antigua Grecia se concebían como “un proceso de abstracción de la realidad directa”; se entiende la matemática como un proceso en donde cada sujeto se irá separando de la interacción directa con los objetos hasta abstraerlos de la realidad.

Para Engels, (cit. en Yurgin, 1985, 402) “Las matemáticas es la ciencia que tiene como objeto las formas espaciales y las relaciones cuantitativas del mundo”. Otras definiciones filosóficas de matemáticas son las siguientes: Abbagnano (1986, 770-772) dice que es “Ciencia de la cantidad”, es decir, sacaba a la luz la diferencia entre las magnitudes percibidas por los sentidos y las magnitudes ideales. La matemática como “La ciencia de lo posible”, expresa que lo posible no indica una contradicción, es “La ciencia que tiene por objeto la posibilidad de la construcción”.

Con respecto a la definición de algoritmo, algunas de ellas son:

- a) “Una prescripción, una orden o sistema secuenciado de órdenes, que encadena una serie de operaciones elementales que llevan desde los datos iniciales al resultado.” (José María Gairín, 2001, 82)

- b) “Un procedimiento no necesariamente secuencial, que toma un conjunto de valores de entrada y los transforma para producir un conjunto de valores de salida.” (Jesús Sánchez 2004, 15)

- c) “Un dispositivo o modelo empleado para obtener el número que la operación asocia al par de números dados. La operación de suma asocia el par de números 84 y 42, al número 126. La multiplicación asocia el mismo par al número 3528. La operación de sustracción asocia ese par al número 42. La operación de división asocia ese par al número 2. Los procedimientos empleados para obtener los números 126, 3528, 42 y 2 se llaman algoritmos.” (National Council of teachers ..., 1974, 16)

Aunque no hay una definición precisa de lo que es un algoritmo, según los autores antes mencionados se puede interpretar como un proceso general que a partir de ciertos datos, permite asociar otro como resultado.

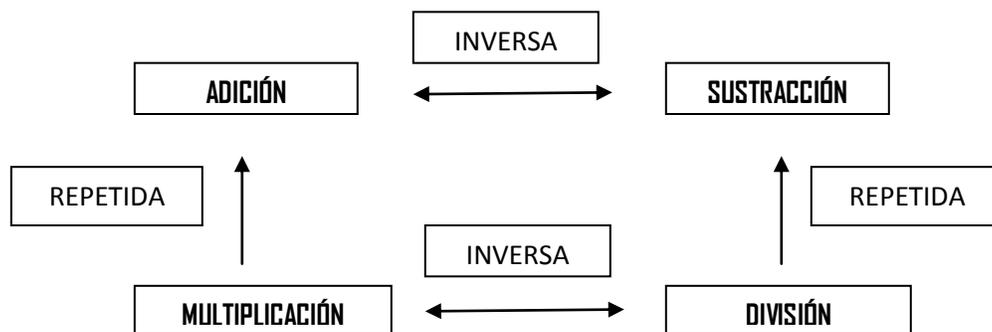
B. LA DIVISIÓN

Con respecto a la división Carlos Maza (1991, 21) menciona que: “Si la multiplicación responde a una idea simple (fundamentalmente, reiterar una suma) la división debe invertir dicho proceso”, se puede entender que la división no es más que la operación inversa a la multiplicación, concepto que se maneja con mucha frecuencia en el aula. Si la multiplicación es una suma reiterada, la división como inversa a la multiplicación se puede expresar como una resta reiterada.

Bruño (1930, 42) menciona que la “División o partición es una operación por la cual se busca cuántas veces un número llamado dividendo contiene a otro llamado divisor”.

Así, dividir 28 por 7, es buscar cuántas veces contiene al 7 el número 28. Esta definición supone que el cociente es un número entero.”

El concepto de la división tiene para muchos teóricos e investigadores formas diferentes de enseñarla y conceptualizarla, pero sólo me enfocaré en su propiedad, en National Council of teachers of Mathematics U. S. A. se plantea que “las cuatro operaciones fundamentales: adición, sustracción, multiplicación y división, están relacionadas de muchas maneras.”(National Council of teachers..., 1974, 14) En el siguiente esquema se ilustran las relaciones entre las cuatro operaciones básicas:



Se puede definir la división como “la propiedad que expresa el hecho de que para dos números enteros cualesquiera a y b , existe un par único de números enteros q y r tal que $a = (b \times q) + r$, donde $r \geq 0$ y $r < b$. Decimos que q es el cociente y r es el residuo cuando el número a se ha dividido entre el número b .”

Una manera de interpretar la definición anterior es la siguiente:

La relación horizontal representa la inversa, por ejemplo:

$$12 + 3 = 15 \text{ y tiene como inversa } 15 - 3 = 12 \text{ y } 15 - 12 = 3$$

$$12 \times 3 = 36 \text{ y tiene como inversa } 36 \div 3 = 12 \text{ y } 36 \div 12 = 3$$

Así mismo “un producto puede interpretarse como una adición de sumandos iguales”, por ejemplo:

$$2 \times 3 = (1 + 1) \times 3 \quad \text{Suma básica}$$

$$= (1 \times 3) + (1 \times 3) \quad \text{Propiedad distributiva}$$

$$= 3 + 3$$

También existe una correspondencia similar entre la adición y la división. Por ejemplo tomando en cuenta el número 6, se sugieren tres restas consecutivas de 2 para obtener el residuo 0.

$$\begin{array}{r} \underline{-6} \\ \underline{-2} \\ 4 \\ \underline{-4} \\ 2 \\ \underline{-2} \\ 2 \\ \underline{-2} \\ 0 \end{array} \left. \begin{array}{l} \longrightarrow 1 \\ \longrightarrow 1 \\ \longrightarrow 1 \end{array} \right\} 3$$

$$6 = (1 \times 2) + 4$$

$$6 = (1 \times 2) + [(1 \times 2) + 2]$$

$$6 = (1 \times 2) + (1 \times 2) + (1 \times 2) + 0$$

Para ejemplificar la propiedad que expresa la división, se muestra la siguiente tabla:

Par ordenado (a, b)	$a = (b \times q) + r$	q	r
(12, 5)	$12 = (5 \times 2) + 2$	2	2
(26, 4)	$26 = (4 \times 6) + 2$	6	2
(81, 7)	$81 = (7 \times 11) + 4$	11	4
(26, 13)	$26 = (13 \times 2) + 0$	2	0

A partir de este ejemplo lo que se pretende es comprender la propiedad de la división y su relación con las demás operaciones básicas.

Gerard Vergnaud (2000, 157) menciona que el algoritmo de la división es uno de los más complejos, ya que para operarlo es necesario saber ejecutar los algoritmos tanto de suma, como de resta y multiplicación.

C. FUNCIÓN FORMATIVA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La matemática es considerada como una disciplina; sin embargo, ramas como la educación matemática, la cual se ha encargado del estudio de las matemáticas en sí, han considerado los orígenes de las investigaciones que se han hecho al respecto. Según Kilpatrick, las primeras investigaciones que se realizaron en educación matemática, señalan que en Prusia en las universidades protestantes durante el siglo XIX, comenzaron reformas que veían la necesidad de preparar mejor a sus alumnos.

A partir de las reformas en universidades protestantes, las primeras formaciones en matemáticas fueron dirigidas hacia los profesores de secundaria, pues todavía se veían deficiencias, no es sino hasta finales del siglo que algunas universidades en Alemania recibían una instrucción más completa y práctica.

En Alemania se organizaron seminarios pedagógicos con el fin de preparar a los estudiantes universitarios para enseñar en los *gymnasiums*. Se veía reflejada la necesidad de tener gente mejor preparada, en los conocimientos básicos, teóricos y prácticos.

En países como Inglaterra y Francia, se preparaba a los alumnos sobre el manejo de clases o educación moral. La preparación que recibían los profesores de escuelas primarias provenía de instituciones pedagógicas independientes, como colegios, institutos, seminarios y escuelas normales.

Como ya se mencionó, la educación matemática se desarrolló lentamente a finales del siglo XIX como respuesta a una necesidad que requería de profesores mejor preparados y se comenzó a ampliar los programas de formación de profesores.

En la historia de nuestro país, México, las investigaciones en educación matemática se remontan a los años setenta. Se comienza a hablar de Educación Matemática en México, con la creación de la Sección Matemática Educativa en el Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav), los primeros temas estudiados fueron: (a) niveles básicos, (b) niveles medio superior y superior y (c) trabajos en los que el nivel escolar no es determinante. (http://www.uv.mx/cpue/coleccion/N_29/la_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica.htm)

Las investigaciones en el nivel básico se dividieron en:

- Conocimientos, concepciones y habilidades del alumno.
- Didáctica de las matemáticas.
- Conocimientos, concepciones y prácticas del maestro.
- Formación de maestros.
- Desarrollo curricular.

A principios de los ochenta, la mayoría de las investigaciones fueron acerca de los conocimientos y concepciones de los alumnos, en los últimos años se han centrado en los conocimientos, prácticas de enseñanza y formación de maestros.

La educación primaria pretende cumplir con un desarrollo equitativo entre los alumnos, un desarrollo integral de sus habilidades y la aplicación de los mismos ante problemas cotidianos.

A lo largo de la historia, en el desarrollo de los algoritmos encuentro relevante tratar el tema de los errores en la división, ya que la educación matemática defiende la importancia

curricular que se le da a las matemáticas, es decir, dentro del Plan y programas de estudio se expresa la pertinencia de trabajar la asignatura de matemáticas mediante la resolución de problemas. Cada eje temático de los seis que conforma el programa, se debe de enseñar a partir de resolver problemas matemáticos, es por ello que los algoritmos son considerados en estos documentos, ya que permiten llegar a un resultado.

La función de la educación matemática y la escuela según Carlos Maza (1991), es preparar a los jóvenes; ya que el mundo tecnológico en que vivimos, se encuentra en constante renovación, se necesita de jóvenes altamente capacitados que puedan resolver y enfrentar problemas a partir de la diversidad de estrategias de las cuales puedan hacer uso.

D. ESTRUCTURA DEL PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO

El Plan y Programas de Estudio de 1993 se estructura en una “Presentación” donde se indica que está dirigido hacia los profesores, padres de familia y autoridades escolares; una “Introducción” que alude al artículo 3° constitucional y que gira en torno al derecho a la educación y la obligación del estado por ofrecerla. Los antecedentes del plan señalan que desde 1989 se realizaron consultas que permitieron identificar los principales problemas de la educación primaria. Su propósito básico es organizar la enseñanza y el aprendizaje de contenidos básicos.

En cuanto a la asignatura de matemáticas en la organización de los tiempos que se muestra de primero a segundo grado, se dedican 240 horas anuales a matemáticas y 9 horas semanales. De tercero a sexto grado se destinan 200 horas anuales y 5 horas semanales.

Se pretende que a la enseñanza de las matemáticas se le dedique la cuarta parte del tiempo del trabajo escolar y que sea continua en los seis grados, así como también que los conocimientos que se adquieran sean aplicables en las otras asignaturas.

1. PROPÓSITOS DE MATEMATICAS

Las habilidades que se pretenden desarrollar en primaria, se encuentran en los siguientes propósitos que contempla el plan de estudios:

- La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- La capacidad de anticipar y verificar resultados.
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.
- Imaginación espacial.
- Habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.
- El pensamiento abstracto a través de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias.

El análisis de las habilidades que se pretenden desarrollar en matemáticas, permite verificar en la presente investigación la puesta en práctica de algunas habilidades al resolver el algoritmo convencional de la división, ya que las habilidades para estimar resultados de cálculo, sistematización, generalización de procedimientos y estrategias, se utilizan en la ejecución de cualquier algoritmo.

2. ENFOQUE PSICOPEDAGÓGICO

En el programa se consideran las matemáticas como parte del quehacer humano y su proceso de construcción se sustenta en abstracciones sucesivas. En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños parten de experiencias concretas. A medida que hacen abstracciones pueden prescindir de objetos físicos. Como ayuda al aprendizaje se utiliza el diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista. Se debe promover la interacción con los otros. Las matemáticas para el niño serán herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver situaciones problemáticas.

Las matemáticas según el plan y programas 1993 permiten resolver problemas en diversos ámbitos, como el científico, artístico, técnico y la vida cotidiana. Una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que el niño utilice los conocimientos para resolver ciertos problemas a partir de soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución.

La relevancia con el plan y programas se da en torno a la ejecución de los algoritmos y los contenidos curriculares, donde se plantea una serie de problemas para que los alumnos obtengan una comprensión algorítmica, ya que cada una de las lecciones que contemplan los libros de texto del alumno, se trabaja mediante la resolución de problemas. Es por ello que se propone el estudio del algoritmo de la división, ya que proporciona al alumno una herramienta imprescindible, para realizar problemas utilizando el algoritmo de la división.

3. CONTENIDOS DEL PROGRAMA

Para entender cómo se trabaja la división en el programa, es importante considerar el momento en que se hace conocimiento de la misma. Según el programa, el tema de la división se inicia desde el **tercer grado**, planteando y resolviendo problemas, en los que el niño puede usar procedimientos no convencionales como el uso de la suma y la resta reiterada, multiplicación o dibujos para introducir el algoritmo de la división. El algoritmo de la división es de números de dos cifras entre números de una cifra en tercer grado de primaria.

En **cuarto año**, la división se ve dentro del contenido programático en el eje temático “**Los números, sus relaciones y sus operaciones**” y se emplea en:

- Resolución de problemas de división, mediante diversos procedimientos.
- Algoritmo de la división, con divisor hasta de dos cifras.

Para **quinto grado** se maneja la división en el contenido programático **Números decimales** en el eje temático “**Los números, sus relaciones y sus operaciones**” donde se emplea la división en:

- Planteamiento y resolución de problemas de división de números naturales con cociente hasta centésimos.
- Planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales entre números naturales.

En **sexto grado** se maneja la división en el contenido programático **Números decimales** en el eje temático “**Los números, sus relaciones y sus operaciones**” donde se emplea la división en el planteamiento y resolución de problemas de división de números decimales entre números naturales.

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

En este capítulo se describe la metodología empleada para esta investigación, se revisan los contenidos de los libros de texto en cuanto al estudio del algoritmo convencional de la división de tercero a sexto grado, ya que se pretende ver el tratamiento que se le da mismo, se consideran algunos ejemplos de las lecciones donde se trabaja dicho algoritmo y también se hace una descripción de los contenidos relacionados con el tema.

Para diseñar el instrumento de evaluación se tomaron algunos reactivos de las lecciones de los libros de texto, luego se aplicó una prueba piloto para verificar el tiempo de duración de los alumnos de quinto grado y las posibles dificultades que les provocaría algunos de los reactivos. Posteriormente, se llevaron a cabo los ajustes para definir el instrumento de evaluación final.

Para considerar los reactivos que incluye la prueba final se tomaron como guía las seis dificultades que enuncia Carlos Maza (1991), ya que permite clasificar los errores que los alumnos de quinto grado pudieran cometer.

Para aplicar el instrumento de evaluación, se consideraron tres escuelas de educación primaria pertenecientes al Estado de México, donde se consideró una muestra de 50 alumnos de quinto grado. Posteriormente se realiza un análisis de los datos para clasificar los posibles errores que los alumnos cometen y los contenidos curriculares.

A. LOS CONTENIDOS Y EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN

En el presente trabajo de investigación, se realizó una revisión de aquellos contenidos relacionados con el algoritmo de la división, en particular de los libros de texto de tercero a sexto grado, la intención se centra en el tratamiento que se le da al algoritmo convencional de la división en los diferentes grados, por lo cual se incluyen lecciones de sexto.

La revisión estará centrada en las lecciones donde se abordan los contenidos relacionados con el algoritmo de la división. Es en el tercer grado de educación primaria donde se inicia el estudio de dicho algoritmo y a continuación se presentarán cada una:

LECCIONES DE 3° GRADO

En este grado se plantea la introducción al algoritmo a partir del tercer momento de evaluación o tercer bimestre; las lecciones que tratan sobre la división en tercer grado de primaria son las siguientes: 53, 56, 69, 72,74, 77, 79 del libro de texto del alumno.

LECCIÓN 53 “¿CUÁNTO TENDRÁ CADA QUIEN?” DEL LIBRO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO

En esta lección se manejan problemas donde se reparten cierto número de canicas entre cierto número de niños y un número determinado de tarjetas entre un número determinado de niños, donde se tiene que hacer uso de operaciones no convencionales para resolver la actividad, se trabajan ejercicios como los siguientes:

“Son 50 canicas para repartir entre los cuatro. Yo creo que nos toca de a 10 a cada uno.” “Si repartieron 48 cartas entre 7 niños. ¿Cuántas crees que le tocaron a cada uno? ¿Crees que le sobraron? ¿Cuántas?”

LECCIÓN 56 “TRAEMOS FRUTA DEL MONTE” DEL LIBRO DE MATEMÁTICAS

DEL ALUMNO

Esta lección maneja un contexto donde cierto número de niños van al monte y recogen frutas y verduras. Se les presenta gráficamente un número de ciruelas y de hongos, de donde se desprenden los siguientes ejercicios:

“Julián y sus 4 amigos se repartieron las ciruelas. ¿Cuántas ciruelas le tocaron a cada niño si las repartieron de forma que le correspondiera la misma cantidad a cada uno? ¿Sobraron ciruelas? ¿Cuántas?” “Otro día Julián y sus cuatro amigos recogieron hongos de la sierra. ¿Cuántos hongos le tocaran a cada niño? ¿Sobraron hongos? ¿Cuántos?”

En el quinto ejercicio se plantean problemas sin representaciones gráficas, ni operaciones escritas, se trabajan los siguientes ejemplos: “Si Julián y sus amigos recogen 47 zapotes y los reparten en partes iguales, ¿Cómo cuántos crees que les tocarán a cada uno? 5, 12 o 9”

LECCIÓN 69 “LA BIBLIOTECA” DEL LIBRO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO

En esta lección se maneja la relación entre la multiplicación con la división o reparto, se trabaja a partir de problemas, donde unos niños quieren formar su propia biblioteca y deciden comprar unos libros, así se desprenden los siguientes problemas: “En el equipo de Itzel hay 6 niños y quieren comprar un libro que cuesta \$ 18. Si todos dan la misma cantidad, ¿con cuanto dinero tiene que cooperar cada niño?” después se enuncian dos posibles soluciones al problema, uno consiste en repartir monedas, la otra posible solución consiste en buscar un múltiplo del 6.

LECCIÓN 72 “HILOS DE COLORES” DEL LIBRO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO

Esta lección se trabaja con problemas de reparto y se ven expresiones como $12 \div 6 = ?$, en los primeros dos ejercicios se manejan ejemplos como el anterior, para el tercer ejercicio se deben completar expresiones como: “Este reparto también lo puedes anotar así: $12 \div 6 = ?$ ”, para el cuarto ejercicio se trabajan completando oraciones como:

“4 madejas de hilo entre 4 niñas:

$$4 \times \underline{\quad} = 4 \qquad 4 \div 4 = \underline{\quad}”$$

LECCIÓN 74 “REPARTIMOS LOS BILLETITOS” DEL LIBRO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO

Esta lección es repaso de la lección 72, se manejan problemas de reparto con expresiones como: $48 \div 4 =$

$$4 \times \underline{\quad} = 48$$

Dentro de esta lección se pretende jugar al banco con billetitos que contiene el libro y se reparten con la finalidad de llegar a expresiones como las que anteriormente se mencionaron.

LECCIÓN 77 “REPARTOS” DEL LIBRO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO

En esta lección se maneja el algoritmo convencional de la división.

El libro de texto brinda un procedimiento para realizar un algoritmo convencional de división, el ejemplo que se plantea es el siguiente:

$$72 \div 8 =$$

Fíjate ahora en el procedimiento que utiliza Toño para hacer la división $72 \div 8$:

Vean como lo hizo: anotó dentro de la casita la cantidad que voy a repartir, afuera de la casita anotó la cantidad entre la que voy a repartir:

Luego busco en la tabla de multiplicar el número que multiplicado por 8 da 72: $8 \times \quad = 72$, anotó el número arriba de la casita:

Como 9×8 son 72, hago una resta para ver cuánto sobra:

Esta es la división que hicieron los niños para repartir $72 \div 8$; haz con ella lo que se indica:

$$\begin{array}{r} 9 \\ 8 \overline{) 72} \\ \underline{-72} \\ 0 \end{array}$$

También se trabaja esta lección ordenando los números dentro de la casita convencional, y por último se dejan ejercicios para que los niños procedan el algoritmo.

LECCIÓN 79 “¡PRIMERO LAS MONEDAS DE 10!” DEL LIBRO DE MATEMÁTICAS DEL ALUMNO

En esta lección se trabaja la división repartiendo monedas, se da un ejemplo como el citado en la lección 77 donde se explica que se deben de repartir las decenas, luego se juntan con las unidades y se llega al resultado.

Por último, se plantean actividades donde los niños tienen que ejercitar el algoritmo convencional de la división.

LECCIONES DE 4° GRADO

En cuarto grado disminuye las lecciones donde se aborda el algoritmo de la división, las lecciones tratan sobre problemas de reparto, divisiones explícitas, etc., y se revisan los siguientes contenidos:

Las lecciones que tratan la división son las siguientes:

LECCIÓN 11 BLOQUE 1”LA HUERTA DE DON FERMÍN”

En esta lección se trabaja la división resolviendo problemas de reparto en donde se involucran cifras de tres y cuatro (dividendo), entre una cifra (divisor). Ejemplo:

“Don Fermín llenó uno de los costales con 325 mameyes, ¿Cuántos montones de cinco mameyes metió en el costal?”

También se trabaja a partir de representaciones gráficas y resolviendo diversos problemas de reparto.

LECCIÓN 8 BLOQUE 2”ENTRE 10 Y 100”

Para resolver esta lección se pide que trabajen en equipos, luego que utilicen el material recortable No. 4, que son unas tarjetas que tienen algoritmos convencionales de división y al reverso su resultado con su residuo. La intención de la lección es que los alumnos intenten adivinar el resultado de cada tarjeta, así mismo el jugador que acumule más tarjetas gana.

Ejemplo:

Se tiene la siguiente expresión:” $346 \div 7 =$

El niño tiene que adivinar entre qué números se encuentra el resultado.

“se encuentra entre 10 y 100” si acierta toma la tarjeta.

Se trabajan algoritmos con residuo y sin residuo, también con números de una a cuatro cifras en el dividendo entre una a tres cifras en el divisor.

LECCIÓN 8 BLOQUE 3 “CAJEROS Y CLIENTES”

Para esta lección se trabaja a partir de problemas donde se involucran cantidades en pesos y se tienen que repartir de manera equitativa.

Ejemplo:

“El cheque de Yoatzin es por \$2844. Ella quiere repartir esta cantidad en 12 bolsas de manera que haya la misma cantidad en cada una. ¿Cuánto pondrá en cada bolsa?”

Es un repaso de la lección 28, sólo que en ésta se comprueba el resultado mediante una multiplicación.

LECCIÓN 10 BLOQUE 3 “EL NÚMERO PREMIADO”

Se resuelve esta lección a partir de una cierta cantidad que se tiene que repartir entre un número de alumnos, el libro sugiere que para saber cuánto le va a tocar a cada niño, se tiene que hacer la siguiente operación:

$$24 \sqrt{5652}$$

En el ejercicio 4 se sugieren 3 procedimientos para resolver el algoritmo.

Y para finalizar la lección, el libro sugieren practiquen 3 divisiones.

$$3207 \div 8 \quad 2836 \div 18 \quad 5239 \div 27$$

LECCIONES DE 5° GRADO

En quinto grado las lecciones que tratan el algoritmo de la división se enfocan en el cociente con decimales, se brindan dos ejemplos de la forma de abordar el algoritmo, las lecciones que tratan la división son las siguientes:

LECCIÓN 58 “LA TIENDA DE REGALOS”

En esta lección se trabaja con fracciones como cociente de dos números enteros, se hacen uso del algoritmo de la división con número enteros y se obtiene el resultado expresado en forma decimal, la lección contiene problemas con números fraccionarios, en particular se pide que las medidas se expresen en metros.

En el segundo ejercicio a partir de una tabla y haciendo uso del algoritmo convencional de la división, los alumnos deben obtener el cociente expresado en forma decimal.

LECCIÓN 66 “LAS COMPRAS POR MONTÓN”

En esta lección se trabaja la división con cociente decimal de la siguiente forma:

A partir de algunas representaciones gráficas con cierto valor monetario, se plantean una serie de preguntas como: “la mamá de Pablo compró un montón de cada una de las frutas. ¿Cuánto pago en total?”. Para saber cuál será el precio de algunas frutas se presentan cuatro procedimientos, de los cuales el alumno tendrá que escoger alguno.

LECCIÓN 78 “MATERIAL DEPORTIVO”

El propósito en esta lección es realizar la división donde el cociente se exprese en centésimos y se trabaja de la siguiente forma: se aborda a partir del costo de ciertos productos deportivos donde los alumnos deberán llenar una tabla que relaciona los precios y

los productos. Para finalizar la lección se instruye con un ejemplo cómo se debe realizar una división con cociente hasta centésimos.

LECCIÓN 83 “LA PAPELERÍA”

En ésta se refuerza lo visto en la lección 78, “la división con cociente hasta centésimos” y se aborda de la siguiente manera: a partir del precio de ciertos artículos de papelería, los alumnos tienen que obtener el costo total de los productos y se pide que comparen sus resultados con los de sus compañeros. Para terminar la lección se pide a los alumnos que llenen una tabla, los datos deben obtenerse haciendo uso del algoritmo convencional de la división y tienen que expresar el cociente hasta centésimos.

LECCIONES DE 6° GRADO

Son cinco lecciones donde se aborda la división y se trabaja con el significado de la fracción como cociente, escrituras decimales, divisores y múltiplos. La intención de revisar éste grado es para ver el tratamiento que se le da al algoritmo en la educación primaria, los contenidos mencionados son los siguientes:

LECCIÓN 25 “EL GROSOR DE UNA HOJA DE PAPEL”

En ésta lección se ve el significado de la fracción como cociente. Se aborda el siguiente problema ¿cómo saber el grosor de una hoja de papel si se tiene la medida total del número de hojas?, para esto se le pide al alumno que encuentre una posible solución, después el alumno tiene que exponer el procedimiento que utilizó para resolver el problema. A continuación se expone un ejemplo de otra tienda en donde el espesor de cada hoja es

expresado en número fraccionario ($\frac{9}{27}, \frac{7}{56}, \frac{5}{30}$ y $\frac{3}{27}$), y se les formula la siguiente pregunta:

“¿qué crees que hizo el dueño de la papelería para saber el espesor de una hoja de $\frac{9}{27}$ de mm?, se pide que comenten sus respuestas. Finalmente en un párrafo se explica que “El proceso de dividir el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número se llama SIMPLIFICACIÓN de la fracción”.

LECCIÓN 28 “EL GROSOR DE UNA HOJA DE PAPEL II”

1. Para encontrar el grosor de una hoja de papel, en la lección 25 probablemente hiciste las siguientes divisiones.

blancas $28 \overline{)4}$ azules $27 \overline{)3}$ verdes $24 \overline{)6}$ amarillas $56 \overline{)8}$

¿Por qué a simple vista se sabe que los resultados de las divisiones anteriores son menores que uno? _____

¿En qué casos el resultado de una división es igual a uno? _____

¿En qué casos el resultado de una división es mayor que uno? _____

 Comenta tus respuestas con tus compañeros y tu maestro.

En ésta lección se trabaja la escritura decimal de fracciones y viceversa, es un refuerzo de la lección 25 donde se hace uso del algoritmo convencional de la división para resolver los problemas (el grosor de una hoja de papel), se plantean ejercicios relacionados con el algoritmo de la división.

También se muestra una tabla en donde se omiten algunos datos para que estos sean escritos por el alumno. Por último se plantean problemas, en donde se debe encontrar un cociente fraccionario y otro decimal.

Ejemplo:

“Un paquete de 60 hojas iguales mide 8 mm de espesor. ¿Cuál es el espesor de una hoja?

Cociente fraccionario _____

Cociente decimal _____”

Y finaliza la lección con la explicación siguiente: “Los términos de una división se llaman dividendo, divisor, cociente y residuo. Cuando la división es exacta, el residuo es cero. Los puntos suspensivos en un cociente decimal indica que aún hay otras cifras decimales.”

LECCIÓN 36 “COLLARES Y PULSERAS”

En ésta lección se trabaja con múltiplos y divisores de un número, se aborda el siguiente problema: “Una artesana que hace collares tiene 60 cuentas y quiere hacer collares iguales sin que le sobren cuentas. ¿Cuántos collares puede hacer y cuantas cuentas llevaría cada collar?” para resolver el problema se muestra una tabla de variación proporcional donde se relaciona el número de collares y las cuentas. En el segundo ejercicio se pregunta “¿cuantas cuentas debería tener la artesana para poder hacer 11 collares con 12 cuentas

cada uno?”, también para resolver este problema se recurre a una tabla de variación proporcional.

En el tercer ejercicio se consideran cuentas con diferentes colores, y se pide que se hagan pulseras repartiendo cuentas sin que sobre alguna. En el cuarto ejercicio se trabaja de manera similar sólo que aumenta el número de cuentas a repartir. Para el quinto ejercicio se plantea el siguiente problema “El joven artesano que hace pulseras tiene 27 cuentas rojas, 24 azules y 18 verdes. También quiere hacer pulseras iguales con los tres colores y sin que sobren cuentas. ¿Cuántas cuentas de cada color puede llevar cada pulsera y cuántas pulseras puede hacer?”. Para finalizar la lección se explica que cuando un número divide a otro exactamente se dice que ese número es divisor del otro. Cuando un número divide a otros exactamente, se dice que ese número es divisor común de los otros. Uno, dos, tres y seis, son divisores de seis. Tres es divisor común de 27, 24 y 18.”

LECCIÓN 58 “DIVISIONES QUE DAN LO MISMO”

El propósito de la lección se centra en las propiedades de la división, las actividades inician con la siguiente pregunta “si en una fábrica de chicles se empacaron 3000 chicles en cajas de 12 chicles cada una. ¿Cuántas cajas se obtuvieron?”, también se muestra una tabla donde aparece como dividendo el número total de chicles, como divisor el número de chicles por caja y como cociente el número de cajas y se dividen cantidades como $3000 / 12$, $1500 / 12$, $3000 / 24$, etc.

Para finalizar la lección se propone una tabla incompleta, que debe ser llenada por los alumnos con actividades similares a la anterior (como encontrar el dividendo o el cociente) sin hacer cuentas escritas. Y por último se sugiere que se trabaje con un compañero, donde se realicen divisiones que tengan el mismo cociente que $300 \div 40$.

LECCIÓN 78 “EL PRECIO DE LOS QUESOS”

El propósito de esta lección es la división de números decimales entre naturales, se plantea en la lección una tabla donde se debe obtener el precio promedio de varios artículos, por ejemplo, se tiene queso de canasta con un precio mínimo de \$28.15 y un precio máximo de \$36.45. En el segundo ejercicio se tienen que relacionar expresiones matemáticas que incluyen multiplicaciones y divisiones como $\$72.30 / 2$ con una columna de frases que expresan el costo de algunas cantidades de queso.

Para finaliza, en el tercer ejercicio se aborda a partir de una tabla, donde se hace uso de la calculadora para obtener el precio de 1 gramo de queso, 10 gramos de queso y 100 gramos de queso, por último se pide que se escriba una regla que permita dividir un número decimal entre 10, 100 y 1000.

SINTESIS DEL ANÁLISIS

Para abordar las lecciones, primero mostraré el número de lección y posteriormente el contenido de la lección que se esta abordando.

LEECIONES DE TERCER GRADO DONDE SE ABORDA LA DIVISIÓN

53: Uso de operaciones no convencionales.

56: De la misma forma como en la lección 53 se plantean operaciones no convencionales y problemas con representaciones gráficas.

69: Se utiliza la multiplicación como inversa de la división, así mismo se utilizan las tablas del 6, 7 y 4.

72: Se trabajan problemas de reparto, con expresiones como: $4 \times _ = 4$
 $4 \div 4 = _$ y se trabajan multiplicaciones como: $20 / 10$, $30/10$, $10/10$, se utilizan las tablas 6, 4, 3 y 10.

74: Se continúa con el trabajo anterior al considerar la multiplicación como inversa a la división. Se ven divisiones más grandes como: $64/4$, $28/4$, $48/4$, $36/4$, $84/7$, $42/7$, $63/9$, $56/8$, $96/8$, $140/7$, $72/6/100/10$.

77: Es en esta lección donde se hace explícito el algoritmo convencional de la división, se muestra que el primer número del dividendo (8) es menor al divisor (72) $72/8$. Se pide que ubiquen en la casita convencional de la división las siguientes cantidades: $21/3$, $60/6$ y $29/7$.

Enseguida se muestra otro ejemplo donde el primer número del dividendo es mayor al divisor y se pretende que resuelvan 11 algoritmos, 5 de ellos el divisor es menor al primer número del dividendo, otros 5 el divisor es mayor al primer número del dividendo y sólo uno de ellos es igual.

79: De igual forma se plantea otro ejemplo de cómo se puede resolver una división, $95/5$ y se manejan divisiones como: $89/4$, $75/3$, $72/6$, $91/7$, $78/6$, $98/7$, $84/4$, $65/5$, $87/3$, $84/6$.

De todos los algoritmos, el divisor es menor que la primera cifra del dividendo.

LECCIONES CUARTO AÑO QUE ABORDAN LA DIVISIÓN

Lección 11, bloque I: Se trabaja solo un problema relacionado con la dificultad que representa el cero que enuncia Maza que es $1200/5$.

Lección 8, bloque II: Uso de la multiplicación para aproximarse al resultado de una división.

De los 18 algoritmos que se tienen en el material recortable no. 4, 5 de ellos su divisor es de una cifra, 2 de los cuales su divisor es mayor, 2 su divisor es menor que la primer cifra del dividendo y un algoritmo es igual a la primera cifra del dividendo. De las divisiones, 12 de ellas su divisor es de 2 cifras, de los cuales 9 su divisor es menor que la dos primeras cifras del dividendo y 3 de ellos su divisor es mayor que las primeras dos cifras del dividendo. De los 18 divisiones, una su divisor es de tres cifras mayor que las primeras tres cifras del dividendo. Las cifras en el dividendo son de 2, 3 y 4; 2 divisiones son de dos cifras en el dividendo, 8 son de tres cifras y 8 de cuatro cifras.

Lección 8, bloque III: Se da un ejemplo de cómo hacer uso del algoritmo convencional de la división.

Ejemplo: $5652/24$ y se plantean tres divisiones para resolver como: $3207/8$, $2836/18$ y $5239/27$.

Lección 10, bloque III: Algoritmo de la división con números naturales y divisor de dos o más cifras.

Lección 11, bloque IV: Descomposición de un dividendo en cociente por divisor más residuo.

LECCIONES DE QUINTO GRADO QUE ABORDAN LA DIVISIÓN

58: Se trabaja con números decimales.

66: Problemas con números decimales.

78: Se plantea un ejemplo del algoritmo convencional de la división con números decimales hasta centésimos.

83: Se trabaja la división con cociente hasta centésimos.

B. DISEÑO DEL INSTRUMENTO

Con base en las dificultades que según Carlos Maza (1991) tienen los alumnos al ejecutar el algoritmo convencional de la división y la revisión de los libros de texto, ficheros y el programa de 1993, se elaboró el instrumento de evaluación. El análisis de los libros de texto se realizó de la siguiente manera: se consideraron aquellos desde el momento en que se introduce el concepto de la división, que es en tercer grado, hasta el sexto grado, donde se aplica para resolver problemas diversos.

En el plan y programas de estudio se revisó de manera general la estructura, distribución de tiempos; de la asignatura de matemáticas, sus propósitos generales, el enfoque basado en la resolución de problemas, los contenidos que incluye de tercero a quinto grado de nivel primaria.

Se revisaron los libros de quinto grado, para determinar cómo se trabaja el algoritmo de la división y los ficheros de tercero a quinto grado pues son material de apoyo que el profesor emplea para reforzar los conocimientos acerca del algoritmo de la división.

Así mismo, se realizaron algunos ajustes para definir el instrumento de evaluación concluyente, donde se explica cómo se seleccionó cada reactivo y su relación con las dificultades que enuncia Carlos Maza (1991).

C. POBLACIÓN

Para aplicar el instrumento de evaluación, se toma una población a partir de la muestra conformada por alumnos de 5° grado de tres escuelas pertenecientes al municipio de Naucalpan Estado de México antes mencionadas; para ello se tomaron en cuenta 3 grupos

de la escuela primaria “Francisco I. Madero”, 4 grupos de la escuela primaria “Tierra y Libertad” y un grupo de la escuela primaria “Agustín Melgar”, todas pertenecientes a la zona escolar p-107 del subsistema estatal. Así mismo se tomó aleatoriamente un número de niños de cada uno de los grupos. La tabla siguiente ilustra la conformación de la muestra:

CAPÍTULO III. TABLA 1. NÚMERO DE ALUMNOS POR GRUPO Y ESCUELA.

	ESCUELA FRANCISCO I. MADERO	TIERRA Y LIBERTAD	AGUSTIN MELGAR	TOTAL
5°A	NO SE TOMO MUESTRA	7 ALUMNOS	5 ALUMNOS	12
5°B	7 ALUMNOS	7 ALUMNOS	NO SE TOMO MUESTRA	14
5°C	6 ALUMNOS	5 ALUMNOS	NO SE TOMO MUESTRA	11
5°D	6 ALUMNOS	7 ALUMNOS	NO SE TOMO MUESTRA	13
				50

D. PRUEBA PILOTO

Para elaborar el instrumento de evaluación definitivo, primero se diseñó una prueba piloto en donde se consideraron los reactivos vinculados a los contenidos matemáticos en los libros de texto y las posibles repuestas a estos por parte de los alumnos, además de considerar las investigaciones vinculadas a los errores en la ejecución del algoritmo.

Los reactivos que se tomaron en cuenta para realizar el pilotaje, se seleccionaron a partir de las dificultades que menciona el autor Carlos Maza (1991), de estas dificultades anteriormente citadas, se tomó en cuenta la dificultad 3 “el tamaño del dividendo y del divisor”, de la dificultad 4 “el tamaño relativo de la primera cifra del dividendo y del divisor”, de la dificultad 5 “la presencia de ceros” y de la dificultad 6 “la división exacta e inexacta”.

La primer prueba piloto se conformó con reactivos donde los niños tenían que acomodar los datos en la casita convencional de la división, pero al verificar los resultados se modificaron todos los reactivos, ya que los cuatro primeros reactivos modificaban la intención de esta investigación.

La segunda prueba piloto se conformó a partir de diez reactivos, esta prueba se aplicó a cinco niños de quinto grado grupo “B” de nivel primaria, seleccionados al azar de la escuela oficial “Agustín Melgar”.

Se observó en la prueba piloto que se aplicó a 3 niños y 2 niñas, que el tiempo estimado en responder la prueba fue de 35 minutos en promedio por alumno al contestar los 10 reactivos. Las modificaciones que se realizaron en cuanto a la estructura de la prueba y tiempos se adecuaron para integrar un reactivo más a la prueba final.

E. AJUSTES DEL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

Para definir el instrumento de evaluación en su versión final se proporcionará una explicación general del contenido de cada una de las lecciones de los libros del alumno de tercero a quinto grado de nivel primaria.

De acuerdo con los datos que se observaron en el pilotaje, se realizaron modificaciones ya que se integró un reactivo más a la prueba final y se modificó el orden de los reactivos, se acomodaron a partir del grado de dificultad menor al mayor, de acuerdo a la 3ra dificultad que enuncia Carlos Maza, respecto al tamaño del divisor.

El primer reactivo fue tomado de la lección 56 del libro de tercer grado, y se seleccionó a partir de una de las seis dificultades que enuncia Carlos Maza; “el tamaño relativo de la primera cifra del dividendo”. El segundo reactivo se tomó de la lección 74 del libro de tercer grado, a partir del tamaño relativo de la primera cifra del divisor; el tercer reactivo se tomó de la lección 77 del libro de tercer grado, en este reactivo se tomó en cuenta la dificultad que el cero intermedio representaría en los alumnos, por lo que se seleccionó en una primera instancia como un primer reactivo con menor dificultad.

Para el cuarto reactivo se extrajo como variante de una división de la lección 77 del libro de tercer grado; el quinto reactivo se extrajo de la lección 8 Bloque II del libro de cuarto grado, como una variante con mayor dificultad del reactivo 2. El sexto reactivo fue seleccionado de la lección 11 Bloque III del libro de cuarto grado, como una variante con menor dificultad, asociada al problema que el cero representa para los niños; el séptimo reactivo se seleccionó como variante de la lección 78 del libro de matemáticas de quinto grado; el reactivo ocho se seleccionó como una variante de la lección 11 Bloque I del libro de matemáticas cuarto grado relacionado con la dificultad que representa el tamaño del divisor.

A partir de estos reactivos y la prueba piloto se elaboró el instrumento definitivo, donde se integraron 3 algoritmos de división.

Para el noveno reactivo se tomó como variante con mayor dificultad de la lección 83 del libro de matemáticas de quinto grado, así mismo el reactivo 10 se tomó como variante de la lección 10 Bloque III del libro de matemáticas de cuarto grado y el reactivo número 11 se tomó como variante de la lección 8 Bloque III del libro de matemáticas de cuarto grado.

En la siguiente tabla se especifica gráficamente el número de reactivo, la lección del libro de texto de donde se tomó y el grado.

CAPÍTULO III. TABLA 3. NÚMERO DE REACTIVO, GRADO, LECCIÓN Y BLOQUE DEL LIBRO DE TEXTO.

No. DE REACTIVO	GRADO	LECCIÓN DEL LIBRO DE TEXTO	BLOQUE DEL LIBRO DE TEXTO
1	3ro	56	
2	3ro	74	
3	3ro	77	
4	3ro	77	
5	4to	11	BLOQUE I
6	4to	11	BLOQUE III
7	5to	78	
8	4to	11	BLOQUE I
9	5to	83	
10	4to	10	BLOQUE III
11	4to	8	BLOQUE III

F. PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El instrumento de evaluación se aplicó a 50 niños de nivel primaria, en tres diferentes escuelas del Estado de México. A partir de los datos que arrojó el instrumento de evaluación, se construyó una tabla que contiene tanto los errores como los aciertos por alumno y por reactivo.

También se estimó mediante tablas de porcentajes tanto los errores como los aciertos, así mismo se realizó una tabla que contiene el porcentaje de alumnos que obtuvieron cinco errores o menos y menos de cinco.

Posteriormente se analizan los errores y se clasifican por tipo de error, esto consiste en describir el número de alumnos que cometen el mismo error. Para conformar esta clasificación se tomaron sólo aquellos que representan un índice mayor de error, se seleccionaron los errores a partir de la forma en que ejecutan los alumnos el algoritmo, es decir, si su procedimiento coincide con el procedimiento de otro u otros de sus compañeros y sus variantes.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE DATOS

Éste capítulo en primera instancia muestra algunas tablas y gráficas que ayudan a identificar los errores cometidos. Se presenta una tabla que contiene los errores y aciertos de los alumnos de quinto grado. También en una gráfica de barras se hace una comparación entre el número de errores y el de aciertos. En otra gráfica se registra el porcentaje de errores y aciertos por reactivo y también se representa la frecuencia de errores y aciertos expresados en porcentajes. Así mismo se muestra en una gráfica de pastel, el porcentaje de alumnos que obtuvieron cinco errores o menos, así como el porcentaje de alumnos que consiguió menos de cinco reactivos erróneos en el instrumento.

Se hace una clasificación de los errores, según la frecuencia en la que se cometieron y se describe en qué consiste cada uno de ellos. Posteriormente se analizan los errores y los contenidos curriculares, el objetivo central de este trabajo de investigación, es decir, cada error se analizó con las lecciones del libro de texto y los ficheros.

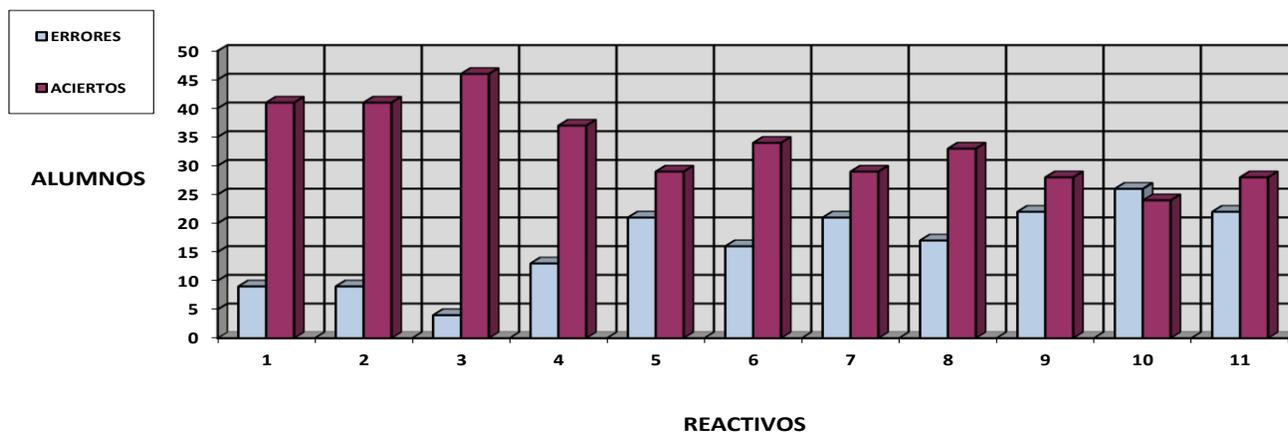
A. IDENTIFICACIÓN DE ERRORES

A partir de los datos que arrojó el instrumento de evaluación, se muestra en la siguiente tabla los errores y aciertos cometidos por los alumnos al resolver cada uno de los diferentes algoritmos, así mismo los que obtuvieron cinco errores o menos, menos de cinco y los porcentajes por reactivo.

CAPÍTULO IV. TABLA 1. ERRORES Y ACIERTOS POR ALUMNO CON CALIFICACIÓN (LOS “1” REPRESENTAN LOS ERRORES Y LOS ESPACIOS VACIOS LOS ACIERTOS)

GRADO Y GRUPO	NIÑO	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	R 6	R 7	R 8	R 9	R 10	R 11	5 o más errores	Menos de 5 errores
5-B	1-f					1		1	1	1	1		1	
5-B	5-f				1		1	1	1			1	1	
5-B	7-f		1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	
5-B	11-f									1		1		1
5-B	15-f	1						1	1	1	1	1	1	
5-B	19-f	1								1				1
5-B	23-f													1
5-C	4-f		1		1	1	1	1		1	1	1	1	
5-C	8-f	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5-C	12-f	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5-C	16-f	1									1			1
5-C	20-f													1
5-C	24-f													1
5-D	3-f							1			1			1
5-D	5-f	1				1	1			1	1	1	1	
5-D	9-f	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5-D	13-f	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5-D	19-f				1	1	1	1	1	1	1		1	
5-D	23-f					1	1			1	1			1
5-A	2-T		1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	
5-A	6-T					1	1		1	1	1	1	1	
5-A	10-T								1					1
5-A	14-T													1
5-A	18-T													1
5-A	22-T							1				1		1
5-A	26-T													1
5-B	1-T					1		1	1					1
5-B	5-T	1				1		1	1		1	1	1	
5-B	9-T					1								1
5-B	13-T								1	1				1
5-B	17-T				1		1			1	1			1
5-B	21-T						1	1			1			1
5-B	25-T		1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5-C	4-T													1
5-C	8-T													1
5-C	12-T					1					1			1
5-C	16-T						1				1			1
5-C	20-T							1	1		1			1
5-D	1-T											1		1
5-D	5-T													1
5-D	9-T					1				1	1			1
5-D	13-T											1		1
5-D	17-T											1		1
5-D	21-T		1											1
5-D	25-T				1	1	1			1	1		1	
5-A	24-A							1			1			1
5-A	29-A										1	1		1
5-A	23-A					1				1	1	1		1
5-A	1-A				1			1				1		1
5-A	28-A					1		1	1	1	1	1	1	
	ERROR	9	9	4	13	21	16	21	17	22	26	22	17	33
	ACIERTO	41	41	46	37	29	34	29	33	28	24	28	34%	66%
	%ER	18%	18%	8%	26%	42%	32%	42%	34%	44%	52%	44%		
	%AC	82%	82%	92%	74%	58%	68%	58%	66%	56%	48%	56%		

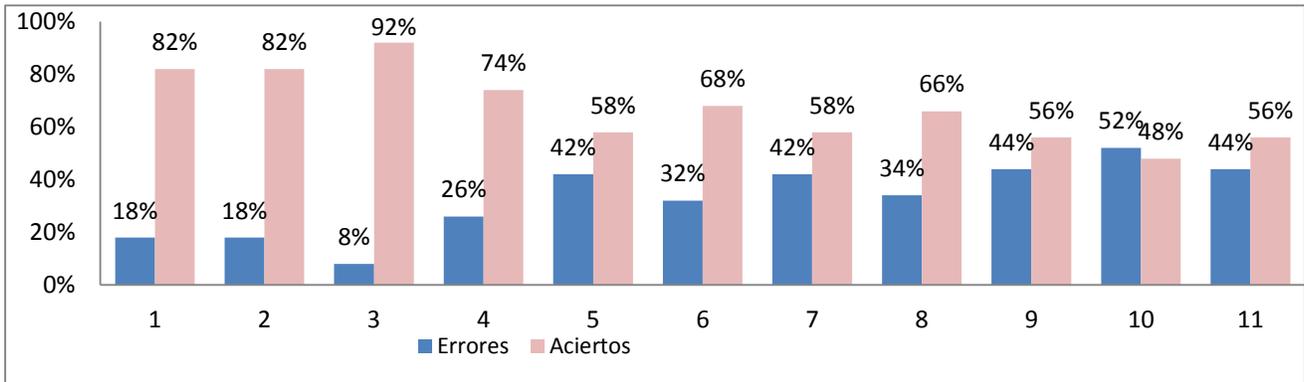
CAPÍTULO IV. GRÁFICA 1. NÚMERO DE ERRORES Y ACIERTOS AL RESOLVER EL ALGORITMO



La gráfica anterior, muestra en las barras del lado izquierdo, los errores cometidos y en las barras del lado derecho se muestran los aciertos, de lo cual se determina que en los reactivos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 11, es mayor el número de aciertos que de errores; sólo el reactivo 10 exhibe que el número de errores es mayor que el de aciertos.

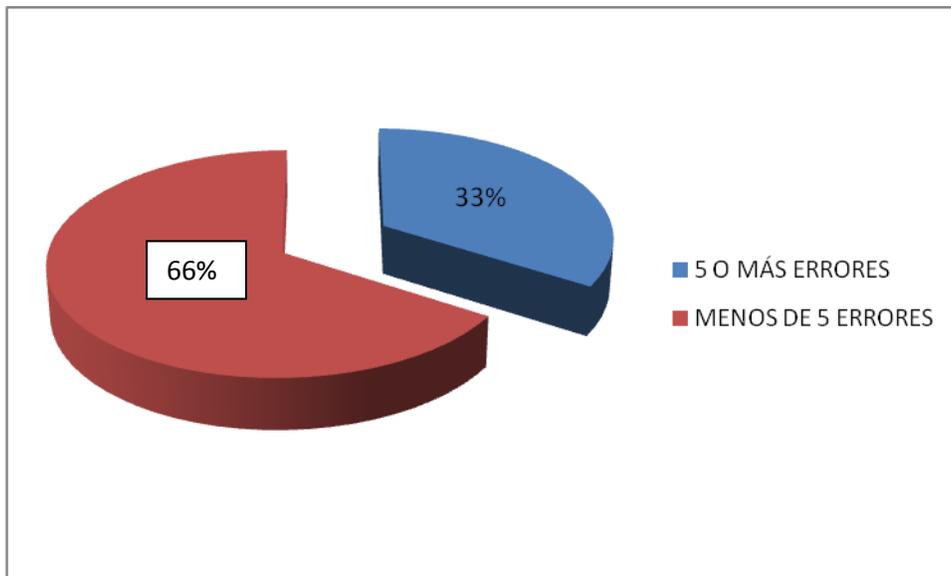
En la siguiente gráfica se muestra por reactivo el porcentaje de errores y aciertos, el reactivo 10 presenta un porcentaje del 52% de errores, la frecuencia más alta.

CAPÍTULO IV. GRÁFICA 2. PORCENTAJES DE ERRORES Y ACIERTOS POR REACTIVO.



En la siguiente gráfica de pastel se muestra el porcentaje de alumnos que sacaron menos de 6 en el instrumento de evaluación, así mismo el porcentaje de alumnos que sacaron más de 6 en la prueba.

CAPÍTULO IV. GRÁFICA 3. PORCENTAJE DE ALUMNOS CON 5 O MÁS ERRORES Y MENOS DE 5 ERRORES



Esta gráfica de pastel muestra el porcentaje de alumnos de entre 5 o más errores y aquellos que obtuvieron menos de 5 errores, en el instrumento de evaluación se consideró

aqueños alumnos que obtuvieron 5 o más errores como “bajo rendimiento” y aquellos que obtuvieron menos de 5 como alumnos con “mayor rendimiento”. En las tres escuelas donde se aplicó el instrumento de evaluación, se muestra que un 34% de alumnos obtuvieron entre 5 o menos aciertos y con 66% aquellos con más de 5.

B. CLASIFICACIÓN DE ERRORES

Una vez identificados los errores, se seleccionaron los procedimientos erróneos más frecuentes a partir de las seis dificultades que menciona Carlos Maza (1991) y los errores encontrados por Grossnickles y Brueckner. Para ello se clasificaron en 5 tipos de error, el primero se denominó “No colocaron el cero o algún número en el cociente” donde el error principal refiera a que los alumnos omiten el cero en el cociente, el segundo tipo de error es “Multiplicación o problema de tablas”, donde el error consiste al multiplicar un número por otro para dividir, el tercer error se denominó “Usan erróneamente los dígitos del dividendo. Procedimiento en términos algorítmicos no se respeta la secuencia”, consiste en colocar los números erróneamente en el residuo, el error cuatro “Dividen por separado” radica en divisores de dos cifras, toman sólo las decenas para dividir y para el error cinco “Error al restar en el residuo” radica en el residuo ya que realizan la resta mentalmente, enseguida bajan un número del dividendo y vuelven a restar el número restado.

ERROR TIPO 1. NO COLOCARON EL CERO O ALGÚN NÚMERO EN EL COCIENTE.

Este tipo de error se cometió específicamente en cinco diferentes reactivos. Se caracteriza por omitir el cero como último número en el cociente o intermedio, así mismo se integró una variante al no colocar algún otro número natural. La esencia del error se muestra al omitir el cero en el cociente.

Este tipo de error fue cometido por 18 niños, 10 de ellos repiten este error en varios reactivos.

En los primeros dos reactivos omiten el cero como último número en el cociente, este tipo de error se describe de la siguiente forma.

ERROR TIPO 1

DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

Primero dividió las centenas del dividendo, pero como no le alcanzó colocó un cero en el cociente, luego tomó las decenas y las centenas del dividendo y multiplicó $8 \times 2 = 16$; en el cociente colocó el número 2 al lado del cero, luego restó $16 - 16 = 0$, y por último bajó las unidades ("0") que se encuentra en el dividendo y **no colocó en el cociente el 0 al lado derecho del 2.**

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 02 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 000 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 00 \end{array}$$

VARIANTE DE ERROR TIPO 1-A

Las variantes de error se consideraron a partir de la dificultad en la división, es decir, este tipo de error, es muy similar al de arriba, ya que omiten el cero como último número en el cociente, pero su dificultad consiste en el incremento de las cifras del dividendo.

DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

Primero, como la unidad de millar en el dividendo ("1") no es divisible entre 6 tomó dos cifras (las centenas "5"), luego colocó el número 2 en el cociente y restó mentalmente al número 15 del dividendo, de residuo le quedó 3, en seguida "bajó" las decenas ("0"), colocó 5 en el cociente y restó mentalmente $30 - 30$, y le sobró como residuo "0".



MUESTRA

$$\begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

El error que cometió fue: no colocar el "0" en el cociente al lado derecho del número 2.

En los tres algoritmos siguientes se muestra como variante de los dos anteriores, ya que en este error también se omite el cero en el cociente, la variante se encuentra en que no colocaron el cero intermedio.

DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

MUESTRA

Primero dividió las unidades de millar y colocó el número "1" en el cociente ($3 - 4 = 1$), después bajó las centenas del dividendo "5" y colocó el número "5" en el cociente y restó directamente al residuo "15" ($15 - 15 = 0$), luego bajó las decenas "2" del dividendo y dejó un espacio en el cociente **(es aquí donde comete el error ya que no colocó el 0 en el cociente, al lado derecho del número 5)**, así mismo bajó las unidades "7" del dividendo y colocó el número "9" en el cociente y para finalizar restó ($27 - 27 = 0$) y quedó como residuo "0".



$$\begin{array}{r}
 159 \\
 3 \overline{) 4527} \\
 \underline{15} \\
 027 \\
 \underline{027} \\
 0
 \end{array}$$

VARIANTE DE ERROR TIPO 1-C

En estas divisiones cometieron el error de no colocar un cero intermedio en el cociente. Esta variante se caracteriza en la dificultad al aumentar tanto las cifras del divisor como las del dividendo.

DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

Lo primero que realizó fue tomar las decenas de millar junto con las unidades de millar y multiplicar $77 \times 1 = 77$, colocó el número 1 en el cociente y restó, luego bajó las centenas ("0"), puso un "0" en el cociente al lado derecho del "1" y bajó las decenas y las unidades ("77") del dividendo, como siguiente paso restó ($77 - 77 = 0$) quedando como residuo 0, y **no colocó el "0" en el cociente**, por último colocó un 1 en el cociente y terminó su división



MUESTRA

$$\begin{array}{r} 101 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 00077 \\ \underline{77} \\ 00 \end{array}$$

VARIANTE DE ERROR 1-D

Esta variante se caracteriza porque no colocan en el cociente entre el "1" y el "2" el cero intermedio.

DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

Primero dividió las unidades de millar, colocó el número "1" en el cociente y restó ($9 - 9 = 0$), después bajaron las centenas "1" y enseguida las decenas "0" **(es aquí donde aprecia el error cometido, ya que no colocó el cero en el cociente, al lado derecho de número 1)**, luego colocó el número "1" en el cociente y restó ($10 - 9 = 1$), por último colocó el número "2" en el cociente y restó ($18 - 18 = 0$) quedando como residuo "0".



MUESTRA

$$\begin{array}{r} 112 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{9} \\ 018 \\ \underline{18} \\ 00 \end{array}$$

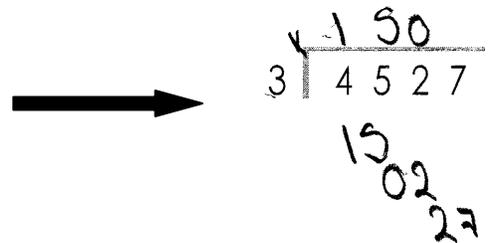
VARIANTE DE ERROR TIPO 1-E

Se muestra aquí otra variante de error, ya que omiten algún otro número en el cociente, ya sea al final como en el primer reactivo o al principio.

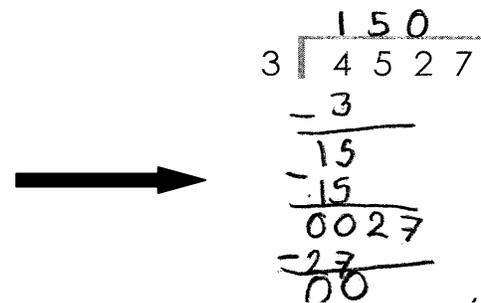
DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

Lo primero que hacen es dividir las unidades de millar en el dividendo multiplicando $3 \times 1 = 3$, luego restan $4 - 3 = 1$ (unos hacen la resta sin colocar el algoritmo y otros si ocupan el algoritmo de la resta), después bajan las centenas ("5") y dividen el número 15 en el residuo, multiplican $3 \times 5 = 15$ y restan $15 - 15 = 0$ (unos no escriben el signo de la adición y otros si lo ocupan), a continuación bajan las decenas ("2"); como no pueden dividir el 2 porque el divisor es mayor, colocan un 0 en el cociente, por último bajan las unidades ("7") y **no colocan el número 9 en el cociente que es el resultado que divide al 27 entre 3** (uno no continuó con la resta y el otro colocó el número erróneamente en el residuo).

MUESTRA



A handwritten long division of 4527 by 3. The quotient is written as 15027. The steps are: 3 goes into 4 one time (1), remainder 1; bring down 5 to make 15; 3 goes into 15 five times (5), remainder 0; bring down 2; 3 does not go into 2, so a 0 is written in the quotient; bring down 7 to make 27; 3 goes into 27 nine times (9), remainder 0. The final quotient is 15027.



A handwritten long division of 4527 by 3. The quotient is written as 150. The steps are: 3 goes into 4 one time (1), remainder 1; bring down 5 to make 15; 3 goes into 15 five times (5), remainder 0; bring down 2; 3 does not go into 2, so a 0 is written in the quotient; bring down 7 to make 27; the student stops here and does not write the final 9. The final quotient is 150.

DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO

El error que se observa es que no colocó el número “1” en el cociente al lado izquierdo del “0”, hizo la división de $9 \div 9$ y realizó la resta ($9 - 9 = 0$) mentalmente, posteriormente bajó las centenas (1) y como “1” es menor que el divisor, colocó un “0” en el cociente y bajo las decenas (el “0” del dividendo), después colocó el número “1” en el cociente al lado derecho del “0” y el resultado de la multiplicación ($9 \times 1 = 9$) se lo restó a 10, de residuo le quedó 1 y bajó las unidades (8), por último multiplicó $9 \times 2 = 18$, y se lo restó al residuo y colocó “0” de residuo.

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 0120 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{09} \\ 108 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

ERROR TIPO 2. DE MULTIPLICACIÓN O PROBLEMA DE TABLAS

El error de tipo 2 lo cometieron 13 niños, de los cuales en los dos primeros reactivos, multiplican de forma incorrecta el segundo número del cociente de izquierda a derecha, por ejemplo el “6” por el divisor “6”.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Primero tomo tanto las unidades de millar con las centenas, luego colocó el número 2 en el cociente y multiplicó $6 \times 2 = 12$ y el resultado se lo restó al 15 ($15 - 12 = 3$), después bajó las decenas (0) y colocó el 6 en el cociente (**aquí se nota el error principal, donde multiplica de forma incorrecta 6×6**), luego restó $30 - 30 = 0$ y por último no colocó el “0” en el cociente (**este es el segundo error que cometió**).

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 260 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

VARIANTE DE ERROR 2-A

Este tipo de error se puede mostrar como error de multiplicación, ya que la multiplicar 5×27 son 135 y le colocaron como resultado de esa multiplicación 125.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Lo que hicieron primero fue dejar dos espacios arriba de las centenas y decenas "12" del dividendo, ya que son más pequeñas que el divisor, por último colocaron el número 5 en el cociente y restaron tanto a las centenas, decenas y unidades del dividendo "127" **(es aquí donde se aprecia el error, ya que la multiplicación de 5×27 es igual a 135 y no 125)**, y restó $127 - 125$ y le sobro como residuo "2".

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 5 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{125} \\ 002 \end{array}$$

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Primero dividió las unidades de millar, colocó el número 1 en el cociente y restó ($4 - 3 = 1$), después bajó las centenas "5" colocó el número "4" en el cociente y restó **(es aquí donde cometió el error ya que multiplicó 3×4 y restó $15 - 12 = 3$, en lugar de haber colocado el número 5 en el cociente)**, luego bajó las decenas "2" del dividendo y colocó el número "8" en el cociente y restó mentalmente, por último bajo las unidades "7" y colocó el número 3 en el cociente y restó para finalizar colocando en el residuo el número "1".

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 1483 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{4527} \\ 0001 \end{array}$$

VARIANTE DE ERROR TIPO 2-B

Este tipo de error es muy similar, de los tres anteriores, ya que multiplicó erróneamente el número 8 con el divisor 7.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Este es un error de tablas ya que multiplicó erróneamente $7 \times 8 = 40$, y se lo restó al dividendo ($42 - 40 = 2$), y le sobró como residuo el número 2.



MUESTRA

$$\begin{array}{r} 8 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{40} \\ 02 \end{array}$$

ERROR 3. USAN ERRÓNEAMENTE LOS DÍGITOS DEL DIVIDENDO.

PROCEDIMIENTO EN TÉRMINOS ALGORÍTMICOS NO SE RESPETA LA SECUENCIA

Este tipo de error lo cometieron 7 niños. El error principal en los tres algoritmos que se muestran es que bajan de forma incorrecta las unidades "7" del dividendo.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

En esta división, primero colocó el número "1" en el cociente y el resultado de multiplicar 3×1 se lo restó a las unidades de millar ($4 - 3$) y le quedó de residuo "1", así mismo bajó las centenas (5) del dividendo, luego colocó el número 5 en el cociente y restó ($15 - 15$) y le quedó de residuo "0", después bajó las decenas del dividendo (2), como el residuo 2 es más pequeño que el divisor colocó un "0" en el cociente, **aquí es donde se puede apreciar el error principal, ya que al bajar las unidades (7) no lo colocó al lado del residuo número "2"**, por último colocó en el cociente el número "3" y resto quedando como residuo 1.



MUESTRA

$$\begin{array}{r} 1503 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 02 \\ \underline{00} \\ 02 \\ \underline{07} \\ 1 \end{array}$$

VARIANTE DE ERROR TIPO 3-A

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

En este algoritmo lo primero que hizo fue colocar el número "1" en el cociente y restarle directamente ($4 - 3$) a las unidades de millar el resultado de multiplicar 3×1 sobrando como residuo "1", después bajó las centenas y colocó el número "5" en el cociente, luego bajó las decenas (**es aquí donde comete el error principal, ya que al bajar las decenas "2" las colocó al lado del residuo "15"**) y colocó el número 6 en el cociente, posteriormente bajó las unidades "7", después colocó el número "2" en el cociente (**aquí se puede apreciar otro error ya que resta por separado los números en el residuo, ejemplo: $7 - 6 = 1$**) y por último le quedó como residuo "1".

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 1562 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 02 \\ \underline{06} \\ 07 \\ \underline{06} \\ 1 \end{array}$$

VARIANTE DE ERROR TIPO 3-B

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Dentro del proceso lo que realizó primero fue tomar una cifra del dividendo, luego colocó el número "1" en el cociente, lo multiplicó por el divisor y el resultado se lo restó a las unidades de millar del dividendo ($4 - 3$), así le quedó como residuo "1", enseguida bajó las centenas "5" del dividendo y colocó el número "5" en el cociente, para multiplicarlo por el divisor ($3 \times 5 = 15$) y restarle el resultado al residuo ($15 - 15$), sobrándole como residuo "0", después bajó el número "2" del dividendo, como el número "2" no es divisible entre 3 como parte entera, colocó un "0" en el cociente (**es en esta parte de la división donde comete el error, bajó el número 7 del dividendo pero lo hizo erróneamente, ya que lo debió de haber colocado al lado del residuo 2 y lo colocó debajo del él**), por último colocó el número "2" en el cociente y restó el resultado de multiplicar $3 \times 2 = 6$ ($7 - 6$) y le sobró como residuo el número "1".

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 1502 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 02 \\ \underline{06} \\ 07 \\ \underline{06} \\ 1 \end{array}$$

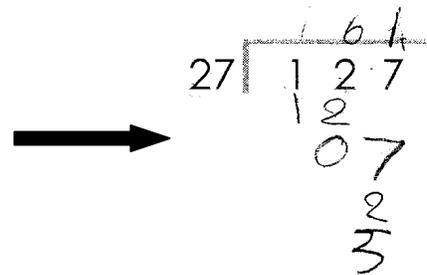
ERROR 4. DIVIDEN POR SEPARADO

En los dos algoritmos siguientes se muestra un patrón de error similar, ya que el único número que toman del divisor, son las decenas y omiten las unidades. Este tipo de error lo cometieron 4 niños.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Lo primero que hizo para resolver este algoritmo fue tomar las centenas con las decenas, luego colocó el número 6 en el cociente y al multiplicarlo por el divisor les restó ($12 - 12$) el resultado al dividendo (**aquí es donde comete el error ya que multiplicó el número que colocó en el cociente "6" por las decenas del divisor "2", multiplicó por separado**), y le sobró como residuo "0", después bajó las unidades "7", por último colocó el número "1" en el cociente y lo multiplicó ($2 \times 1 = 2$) por el divisor (**aquí cometió otro error ya que sigue tomando las decenas del divisor para dividir al residuo**), restándole el resultado al residuo "7" ($7 - 2$), sobrándole como residuo "5".

MUESTRA

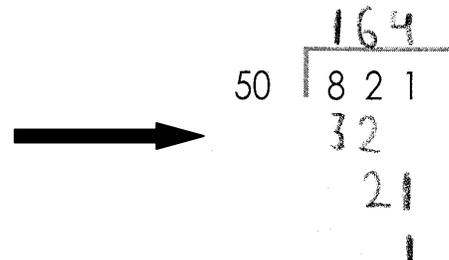


A handwritten long division problem: 27 is written to the left of a vertical bar, and 127 is written to the right. Above the bar, the quotient '61' is written. Below the bar, '12' is written under the first two digits of the dividend, and '07' is written under the last two digits. Below '07', the number '2' is written, and below that, the number '5' is written. A thick black arrow points from the text description to this example.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

El error que cometen se da la tomar sólo las decenas del divisor para resolver el reactivo, primero colocaron el número "1" en el cociente y resto a las centenas del dividendo ($8 - 5 = 3$), luego bajaron las decenas "2" del dividendo y colocaron el número "6" en el cociente y lo multiplicaron por las decenas del divisor ($5 \times 6 = 30$), el resultado se lo restaron al residuo 32 ($32 - 30 = 2$), después bajaron las unidades del dividendo, ya para finalizar colocó el número "4" en el cociente y le sobró como residuo "1".

MUESTRA



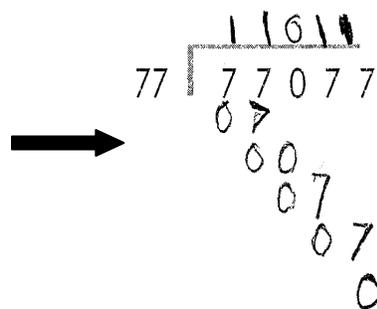
A handwritten long division problem: 50 is written to the left of a vertical bar, and 821 is written to the right. Above the bar, the quotient '164' is written. Below the bar, '32' is written under the first two digits of the dividend, and '21' is written under the last two digits. Below '21', the number '1' is written. A thick black arrow points from the text description to this example.

Este error se muestra como una variante más compleja, ya que toma sólo un número del divisor y opera el algoritmo.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

MUESTRA

Al principio del algoritmo **se puede apreciar el error principal, ya que para realizar el algoritmo toman solo un número del divisor**, lo primero que hacen es dividir las decenas de millar, así colocaron el número "1" en el cociente y restaron ($7 - 7 = 0$), luego bajaron las unidades de millar "7", colocaron el número "1" en el cociente y restaron ($7 - 7 = 0$), después bajaron las centenas "0", pero como no es posible dividirlo colocaron un "0" en el cociente y bajaron las decenas, colocaron un número "1" en el cociente y restaron ($7 - 7 = 0$), para finalizar bajan las unidades "7", y colocan el número "1" en el cociente y sobra como residuo "0".



ERROR 5. ERROR AL DIVIDIR EN EL RESIDUO

Muestran estos errores que al restar en el residuo lo hacen de manera incorrecta, como se muestra en los dos reactivos siguientes. Este error lo cometieron 6 niños.

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Lo primero que hacen es colocar un "1" en el cociente y restar mentalmente a las unidades de millar del dividendo, luego baja las centenas del dividendo "5" y coloca el número en el cociente (**aquí es donde se aprecia el error, ya que se puede notar un error al restar, por que primero resto mentalmente a las unidades de millar y después de bajar el número 5 de las unidades, formándose el número 15, se lo vuelve a restar al 45, y como segundo error al restar 30 - 37) restándosele al número 45 (45 - 15 = 30) del dividendo y le sobraron 30, después colocó el número "9" en el cociente, resto al residuo 30 y le sobró 7, por último bajó las unidades "7" y colocó el número "9" en el cociente y resto al residuo 77 sobrándole el número 40 de residuo y ya no continuó con el algoritmo.**

MUESTRA

$$\begin{array}{r} 1599 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{- 15} \\ 3077 \\ \underline{- 37} \\ 077 \\ \underline{- 37} \\ 040 \end{array}$$

DESCRIPCION DEL PROCEDIMIENTO

Primero dividen las unidades de millar y las restan ($9 - 9$), sobrándole como residuo 1 (**aquí comete el error ya que restó de forma incorrecta $9 - 9 = 1$**), luego bajan las centenas y colocan el número "1" en el cociente, así mismo resta al número 11 del cociente ($11 - 9$), sobrándole 2, después bajan las decenas "0" y colocan el número 2 en el cociente, restando $20 - 18$ y sobrando como residuo 2, por último bajan las unidades de millar "8" y colocan en el cociente el número "3", para terminar con una resta entre $28 - 27$.

MUESTRA


$$\begin{array}{r} 1123 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 11 \\ \underline{9} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 28 \\ \underline{27} \\ 27 \end{array}$$

**CAPÍTULO IV. TABLA 2. REPRESENTA LOS TIPOS DE ERROR QUE COMETIO
CADA ALUMNO.**

GRADO Y GRUPO	ALUMNO	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11
5-B	1-f					E 3		E 4	0	E 4	0	
5-B	5-f				E 1		E 1	0	E 5			E 2
5-B	7-f		E 2	E 2	E 1	E 3		E 2	0	E 1	E 3	0
5-B	11-f									E 1		0
5-B	15-f	E 3						0	E 3	E 1	E 1	0
5-B	19-f	E 2								E 1		
5-B	23-f											
5-C	4-f		E 2		E 1	0	E 1	E 2		E 1	E 5	0
5-C	8-f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5-C	12-f	0	E 2		E 1	E 3	0	E 4	E 4	E 4	E 2	0
5-C	16-f	0									0	
5-C	20-f											
5-C	24-f											
5-D	3-f							0			E 5	
5-D	5-f					E 2	E 2			E 2	E 2	E 2
5-D	9-f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5-D	13-f	0	0		E 1	0	E 2	0	0	0	0	0
5-D	19-f				E 1	E 1	0	0	E 3	E 1	E 3	
5-D	23-f					E 1	E 1			E 1	0	
5-A	2-T		E 2	E 2	0	0	E 2	0	0	0	0	0
5-A	6-T					E 3	0		0	E 3	E 3	0
5-A	10-T								E 5			
5-A	14-T											
5-A	18-T											
5-A	22-T							E 2				0
5-A	26-T											
5-B	1-T					0		E 4	E 4			
5-B	5-T	0				0		E 2	0		0	E 2
5-B	9-T					E 2						
5-B	13-T								E 4	E 4		
5-B	17-T				E 1		E 1			E 1	E 1	
5-B	21-T						E 1	0			E 1	
5-B	25-T		E 2		E 2	0	E 2	E 2	E 2	0	0	E 2
5-C	4-T											
5-C	8-T											
5-C	12-T					E 1					E 1	
5-C	16-T						0					
5-C	20-T							0	0		E 5	
5-D	1-T											
5-D	5-T											
5-D	9-T					0				E 3	E 3	
5-D	13-T											
5-D	17-T											
5-D	21-T		0									
5-D	25-T				E 1	E 1	E 1			E 1	E 1	
5-A	24-A							0			0	
5-A	29-A										E 1	E 5
5-A	23-A					0				E 1	E 1	0
5-A	1-A				E 1			0				0
5-A	28-A					E 1		E 2	0	E 1		E 2

Se presenta en la tabla anterior el tipo de error que cometió cada alumno, cabe señalar que el “0” representa un error, sólo que no tiene un patrón definido, es decir, no se entiende la forma de operar el algoritmo, por ello no se consideró dentro en la clasificación.

A partir de los resultados obtenidos y la clasificación, se obtiene lo siguiente:

CAPÍTULO IV. TABLA 3. MUESTRA LOS ERRORES TOTALES POR CLASIFICACIÓN.

TIPO DE ERROR	CANTIDAD DE ERRORES
ERROR “0”	80
ERROR 1	38
ERROR 2	30
ERROR 3	13
ERROR 4	9
ERROR 5	6

- Solo dos alumnos no tienen un patrón de error definido al resolver el algoritmo de división (0), éste se dio en todos los reactivos.(R1: 6, R2: 4, R3: 2, R4: 3, R5: 10, R6: 5, R7: 12, R8: 10, R9: 5, R10: 10, R11: 13)
- 18 niños tienen el Error 1, 5 alumnos tienen más de dos errores, sólo dos alumnos tienen error 1 en su procedimiento.(R4: 9, R5: 5, R6: 6, R9: 11 y R10: 7)
- 13 alumnos cometieron el Error 2, 4 alumnos tienen más de dos errores tipo 2 en su procedimiento. (R1: 1, R2: 5, R3: 2, R4: 1, R5: 2, R6: 4, R7: 6, R8: 1, R9: 1, R10: 2, R11: 5)
- 7 alumnos cometieron el Error 3, sólo dos alumnos tienen más de dos errores tipo 3. (R1: 1, R5: 4, R8: 2, R9: 2, R10:4)

- 4 alumnos cometieron el Error 4, (R7: 3, R8: 3, R9: 3)
- 5 alumnos cometieron el Error 5, (R8: 2, R10: 3, R11: 1)

En la siguiente tabla se explicará la concordancia de errores encontrados, con los de Grossnickles y Brueckner, anteriormente mencionados:

CAPÍTULO IV. TABLA 4. RELACIÓN DE ERRORES ENCONTRADOS CON LOS AUTORES (GROSSNICKLES Y BRUECKNER).

ERRORES ENCONTRADOS	Grossnickles	Brueckner
No colocaron el cero o algún número en el cociente	Concepto de cero	Omitir el cero en el cociente.
Error de multiplicación o problema de tablas	Hechos básicos	Errores en las combinaciones básicas. Errores de multiplicación.
Usan erróneamente los dígitos del dividendo. Procedimiento en términos algorítmicos no se respeta la secuencia.	Uso del residuo.	Omitir una cifra del dividendo
Dividen por separado	Reagrupando	Equivocar el proceso
Error al restar en el residuo.	Fallas en el proceso	Errores de resta. Olvidar el resto al seguir dividiendo.

C. ERRORES Y TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS

Los reactivos que se usaron para conformar el instrumento de evaluación, como ya se mencionó anteriormente, fueron extraídos de los libros de texto de los alumnos de tercero a quinto grado, también se revisaron los contenidos de sexto grado con la intención de verificar la continuidad que se le da a la división.

A partir del análisis de los resultados, se formó un listado de todos los errores que se cometieron por reactivo (véase la tabla 4); cada reactivo cuenta con diferente número de errores. Por ejemplo los reactivos que presentan mayor frecuencia de error son: el reactivo 5 con 21, el 7 con 21, el 9 con 22 y el 10 con 26 (siendo este el de mayor frecuencia de error).

Una vez analizados los resultados, se hizo una clasificación de los reactivos. Se agruparon en 5 diferentes tipos de errores y sus variantes. Para la presentación de esta clasificación, se tomaron en cuenta aquellos procedimientos erróneos donde se localizó una forma similar de ejecución. Anteriormente se describió en qué consiste cada tipo de error y sus variantes.

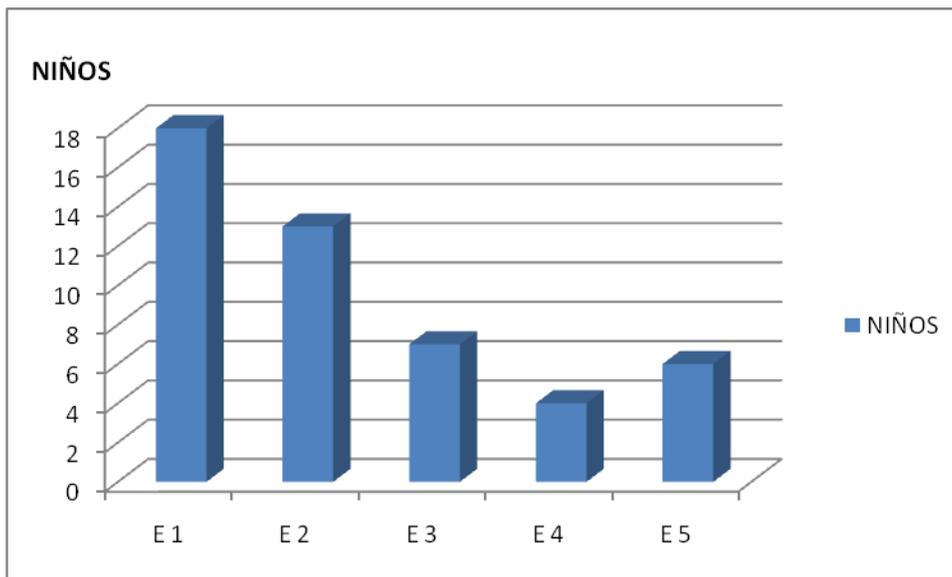
Así, tomando en cuenta el análisis de resultados se obtuvo lo siguiente:

- El error de tipo 1 “No colocaron el cero o algún número en el cociente”.
- El error tipo 2 se le consideró “Error de multiplicación o problema de tablas”.
- El error de tipo 3 se consideró como un error donde “Usan erróneamente los dígitos del dividendo. Procedimiento en términos algorítmicos no se respeta la secuencia”.
- El error de tipo 4 se consideró como un error “Dividen por separado”
- Y para el error de tipo 5 se le consideró como un “Error al restar en el residuo”.

A partir de la clasificación anterior, en la siguiente tabla se muestra la frecuencia de niños que cometieron error en alguno de los cinco tipos. En esta tabla se agruparon los cinco tipos de errores, y se muestra la frecuencia de errores por tipo que cometieron los niños. El error de tipo 1 tiene una frecuencia de error en 18 niños, el error de tipo 2 se muestra un

frecuencia de error en 13 niños, en el error de tipo 3 cuenta con una frecuencia de error en 7 niños, en el error de tipo 4 cuenta una frecuencia de error con 4 niños y para el error de tipo 5 cuenta con una frecuencia de error en 6 niños. Se puede apreciar que en la gráfica siguiente, el error con mayor frecuencia es el de tipo 1 al contar con 18 niños y que se encuentran asociados al cero.

CAPÍTULO IV. GRÁFICA 8. TIPOS DE ERRORES CON NIÑOS (DE UNA MUESTRA DE 50 NIÑOS)



A partir de la clasificación de los errores en los 5 tipos, considero el trabajo previo de la división que se encuentra en el libro del alumno de tercero a quinto grado de nivel primaria y sus fichas como complemento didáctico, también se revisó los errores y el tratamiento que se le da a los contenidos de las lecciones, así mismo muestro algunos ejemplos extraídos directamente de las lecciones y ficheros, y la forma en que se aborda el algoritmo convencional de la división en los grados de tercero a quinto de nivel primaria.

Para finalizar se interpretará lo que existe entre el trabajo previo y el error cometido en los libros de texto de los alumnos al enfrentarse al algoritmo convencional de la división y contenidos y sus fichas, se considerarán los errores que se expresan para el algoritmo de la división dentro de los libros de texto.

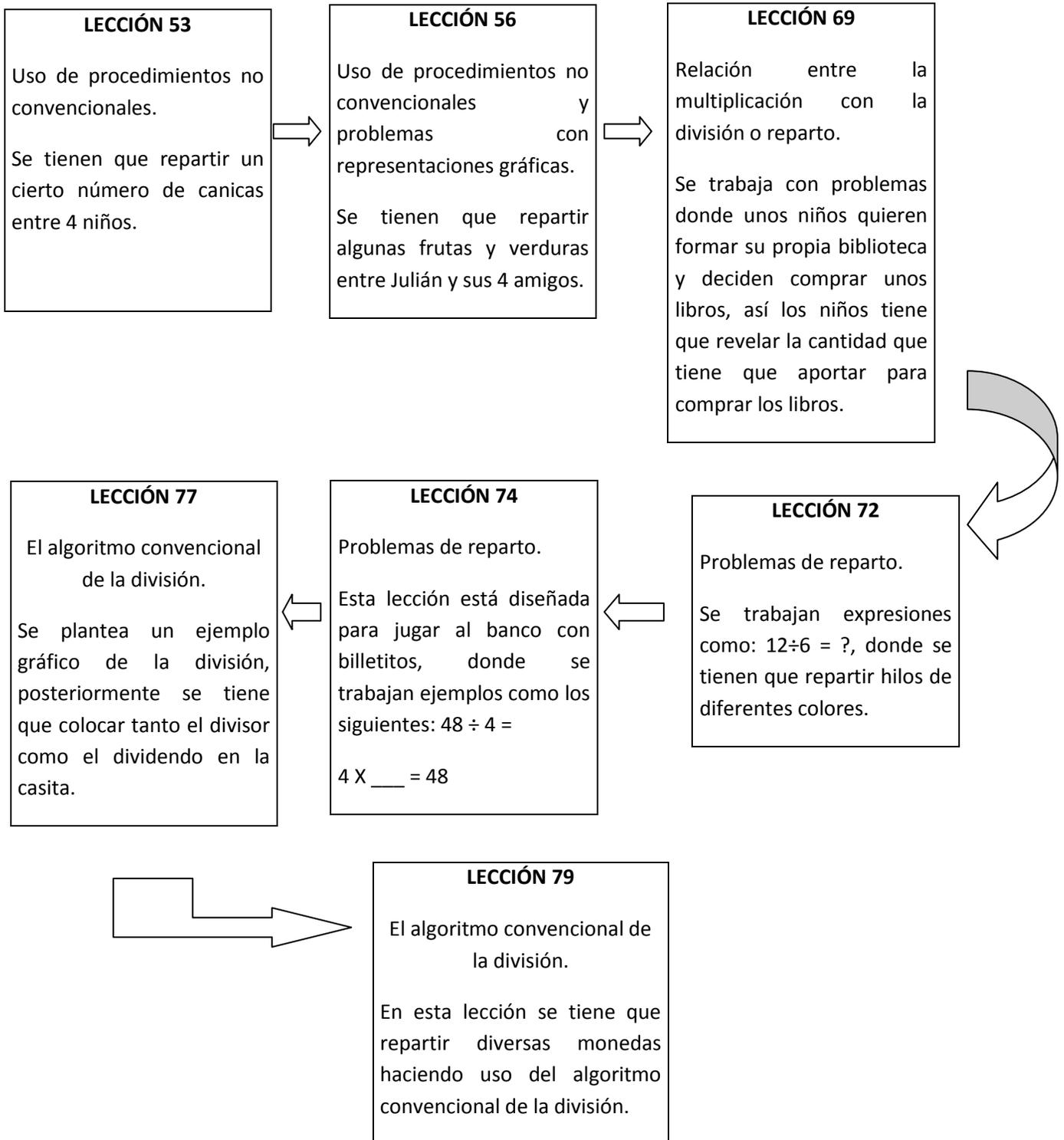
1. EL TRATAMIENTO DE LOS CONTENIDOS

Una vez vistos los libros del alumno y los ficheros, se realizó una revisión del tratamiento de los contenidos de tercero a quinto grado de nivel primaria, donde especifico los temas que se aborda en cada una de las lecciones con las fichas de cada uno de los tres grados, en las tablas siguientes se toman las lecciones, el contenido y la relación con los ficheros que se abordan en cada una de las lecciones, relacionados específicamente con el algoritmo de la división. Y tomados de la página de internet “Mi ayudante de Matemáticas”.

Las tablas se construyeron a partir de la correspondencia con los temas de cada lección y sus ficheros, es por ello que seleccioné aquellas lecciones que tienen un contenido matemático relacionado con el algoritmo de la división.

Para el caso de tercer grado de primaria se abordan siete lecciones relacionadas con el algoritmo de la división, en la primera lección se analiza la división resolviendo problemas con métodos no convencionales; ya sea mediante representaciones gráficas u alguna operación algorítmica, para la lección 56 también se pretende resolver problemas de reparto a partir de métodos no convencionales, pero disminuyen las representaciones gráficas, para las lecciones 69, 72 y 74 se trabaja con problemas de reparto y se hace uso de la multiplicación como operación inversa a la multiplicación y para las lecciones 77 y 79 se trabaja directamente el algoritmo convencional de la división. En la siguiente tabla se muestran los contenidos con los ficheros.

CONTENIDOS DE LA DIVISIÓN EN 3° DE PRIMARIA

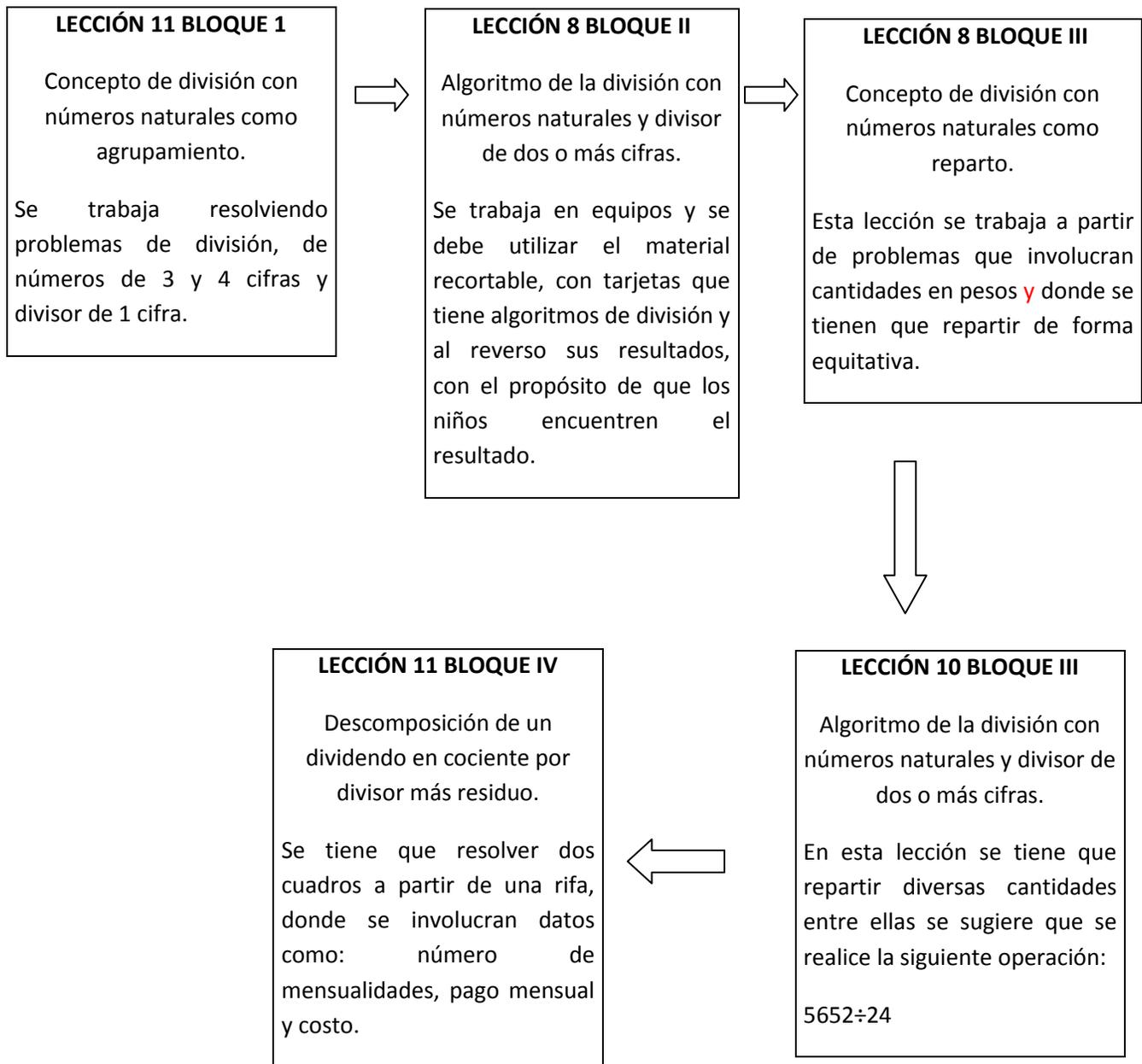


CAPÍTULO IV. TABLA 5. CONTENIDOS DE TERCER GRADO

LECCIONES	CONTENIDO	No. DE FICHAS
53	Uso de procedimientos no convencionales	42, 51
56	Uso de procedimientos no convencionales y problemas sin representaciones gráficas.	24, 33, 47, 51, 53
69	Relación entre la multiplicación con la división o reparto	42, 51, 57
72	Problemas de reparto	42, 51, 57
74	Problemas de reparto	53
77	El algoritmo convencional de la división	42, 51, 52, 57
79	El algoritmo convencional de la división	42, 45, 51, 52, 57

Para el caso de cuarto grado de nivel primaria se presentan cinco lecciones que tratan el algoritmo de la división, en la lección 11, bloque I se ven problemas de reparto, para la lección 8, bloque II se trabaja el algoritmo de la división con divisores de dos cifras mediante diversos problemas matemáticos y algunas tarjetas donde se trabaja con el algoritmo convencional de la división y los niños tienen que resolverlas, en la lección 8, bloque III se trabaja con problemas de reparto, para la lección 10, bloque III se aborda mediante diversos problemas matemáticos y algunos ejercicios de práctica del algoritmo de división y para la lección 11, bloque IV se trabaja mediante la resolución de algunas tablas. En la siguiente tabla se muestran las lecciones, el tipo de contenido y el fichero que se aborda en este grado.

CONTENIDOS DE LA DIVISIÓN EN 4° DE PRIMARIA



CAPÍTULO IV. TABLA 6. CONTENIDOS DE CUARTO GRADO

LECCIONES	CONTENIDO	No. DE FICHAS
11, BLOQUE I	Concepto de división con números naturales como agrupamientos	4, 36
8ª, BLOQUE II	Algoritmo de la división con números naturales y divisor de dos o más cifras	4
8ª, BLOQUE III	Concepto de división con números naturales como reparto	9, 12, 24
10ª, BLOQUE III	Algoritmo de la división con números naturales y divisor de dos o más cifras	4, 9, 12, 24
11ª, BLOQUE IV	Descomposición de un dividendo en cociente por divisor más residuo	40

En el caso de quinto grado se abordan sólo cuatro lecciones que tratan la división, en la lección 58 se trabaja la división en fracciones como cocientes de dos números enteros, para la lección 66 se presentan diversos problemas de reparto, la lección 78 se trabaja llenando una tabla y resolviendo problemas de reparto, y para la lección 83 se plantean diversos problemas donde interviene el algoritmo de la división y completar diversas tablas. Los temas en este grado se encuentran más enfocados a la división con cocientes decimales, como se puede apreciar en la siguiente tabla.

CONTENIDOS DE 5°

LECCIÓN 58

Las fracciones como cocientes de dos números enteros.

Se trabaja una tabla donde los alumnos tienen que dividir dos números enteros y su cociente se tiene que expresar en número decimal.



LECCIÓN 66

La división con cociente decimal.

Se trabaja a partir de diversos problemas, se pretende que el alumno resuelva problemas de división de números naturales con cociente hasta centésimos y números decimales entre números naturales.



LECCIÓN 78

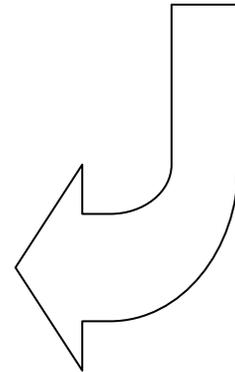
La división con cociente hasta centésimos.

Se plantean diversos costos de ciertos productos deportivos y donde los alumnos tienen que llenar una tabla que relaciona los precios y con los productos deportivos. Para finalizar la lección se ilustra con un ejemplo de cómo se realiza una división con cociente hasta centésimos.

LECCIÓN 83

La división con cociente hasta centésimos.

Del precio de ciertos artículos de papelería, los alumnos tienen que obtener el costo total de los productos, para terminar la lección se pide a los alumnos que llenen una tabla, los datos deben obtenerse utilizando el algoritmo de la división donde el cociente se exprese en centésimos.



CAPÍTULO IV. TABLA 7. CONTENIDOS DE QUINTO GRADO

LECCIONES	CONTENIDOS	No. DE FICHAS
58	Las fracciones como cocientes de dos números enteros.	6, 32, 33, 34, 35, 49, 67
66	La división con cociente decimal.	47, 48, 49
78	La división con cociente hasta centésimos	41, 48, 49
83	La división con cociente hasta centésimos	33, 34, 48, 49

Error tipo 1. NO COLOCARON EL CERO O ALGÚN NÚMERO EN EL COCIENTE

Este tipo de error fue cometido en distintos reactivos, tomando en cuenta el análisis de la información que se hizo anteriormente en un listado, este tipo de error lo asocio como “No colocaron el cero o algún número en el cociente”, este se comete al no colocar algún cero en el cociente, como en el caso de los reactivos 4 y 6, y para sus variantes no colocan un cero intermedio en el cociente como en los reactivos 5, 9 y 10.

Este corresponde con los errores encontrados por Grossnickles (Concepto de cero) y Brueckner (Omitir el cero en el cociente).

Los alumnos cometieron error de tipo 1 en los siguientes reactivos: 4, 5, 6, 9 y 10 específicamente. Los reactivos en los que se cometieron los errores son los siguientes:

4)	5)	6)	9)	10)
$\begin{array}{r} 02 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 159 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$	$\begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 101 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 00077 \\ \underline{77} \\ 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 112 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{09} \\ 018 \\ \underline{18} \\ 00 \end{array}$

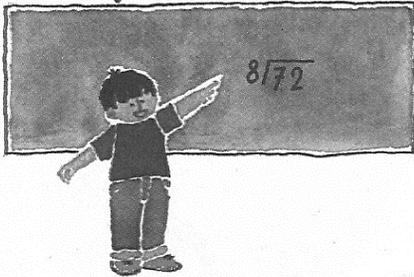
Mediante el análisis de los libros del alumno encuentro que el error de tipo 1 está asociado a las lecciones 77 de tercer grado, lección 11 del bloque I y la lección 10 del Bloque III de cuarto grado, así como a la lección 83 del libro de quinto grado. Estas lecciones fueron tomadas a partir del trabajo previo que el alumno ha llevado en los libros de texto y que, a partir de ellas, me permite establecer el análisis del contenido y el error.

Los antecedentes de estos reactivos por su contenido son los siguientes: El reactivo 4 fue tomado de la lección 77 de tercer grado como una variante con mayor dificultad, es en esta lección donde se muestran ejemplos de cómo trabajar por primera vez el algoritmo convencional de la división.

EJEMPLO:

Fíjate ahora en el procedimiento que utiliza Toño para hacer la división $72 \div 8$:

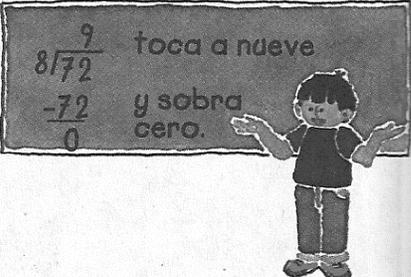
Vean cómo lo hice:
anoto dentro de la casita
la cantidad que voy a repartir,
afuera de la casita anoto
la cantidad entre la que voy
a repartir:



Luego busco
en la tabla de multiplicar
el número que multiplicado
por 8 da 72: $8 \times \square = 72$,
anoto el número arriba
de la casita:



Como 9×8 son 72,
hago una resta para ver
cuánto sobra:



Esta es la división que hicieron los niños para repartir $72 \div 8$; haz con ella lo que se indica:

$$\begin{array}{r} 9 \\ 8 \overline{)72} \\ \underline{-72} \\ 0 \end{array}$$

Con mi procedimiento
es fácil repartir 96 entre 4.
Reparto primero las
decenas. Es como
repartir los billetes
de \$ 10. Les tocan
2 decenas a cada uno
y las coloco arriba
del nueve.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \overline{)96} \\ \underline{-8} \\ 1 \end{array}$$

Oye, pero te
sobra una
decena.

La decena
que sobró la convierto
a unidades. Es como
cambiar un billete
de \$ 10 por
monedas de \$ 1;
se las sumo
al 6 y quedan 16.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \overline{)96} \\ \underline{-8} \\ 16 \end{array}$$

Después busco
el resultado en la
tabla de multiplicar:
 $4 \times 4 = 16$ y lo pongo
arriba del 6 que son
las unidades:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 4 \overline{)96} \\ \underline{-8} \\ -16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

A partir de los ejemplos que se plantean, se percibe que el trabajo con la división es de forma gradual, en ésta lección se muestra cómo resolver el algoritmo de la división por

primera vez, se encuentran los ejercicios de la lección a través de ejercicios explícitos, donde el alumno ejecuta el algoritmo, estas son lecciones donde se cometió error, y que tiene que ver con el concepto del cero. Tomando en cuenta las fichas de la tabla 6 (fichas: **42, 51, 52, 57**), se muestra un trabajo de la división en las fichas 42 y 51 mediante repartos y resolución de problemas, en la ficha 52 se retoma el trabajo con los problemas y se plantean algunos ejercicios para los niños, donde tienen que pasar al pizarrón a resolverlos, identificando qué reactivo tiene un cociente menor que 10 y cuáles un cociente mayor, **ejemplo:**

Bloque 4					
40 : 5	32 : 8	50 : 7	60 : 6	75 : 5	80 : 8
Bloque 5					
5/35	9/90	7/91	6/66	8/55	4/40

El reactivo 5 lo tomé de la lección 28 Bloque II del libro de cuarto grado. Los ejemplos que se manejan se encuentran en forma de problemas.

EJEMPLO:

4 Observa los siguientes dibujos, para resolver los problemas que vienen después. Sólo tienes que tachar la respuesta correcta.

<ul style="list-style-type: none"> • Un tomo de la enciclopedia científica cuesta: Menos de \$ 10 Entre \$ 100 y \$ 1 000 	<ul style="list-style-type: none"> Entre \$ 10 y \$ 100 Más de \$ 1 000
<ul style="list-style-type: none"> • Un tomo de la enciclopedia cultural cuesta: Entre \$ 10 y \$ 30 Entre \$ 60 y \$ 80 	<ul style="list-style-type: none"> Entre \$ 30 y \$ 60 Entre \$ 80 y \$ 100
<ul style="list-style-type: none"> • Un cuento infantil cuesta: Menos de \$ 10 Entre \$ 20 y \$ 30 	<ul style="list-style-type: none"> Entre \$ 10 y \$ 20 Entre \$ 30 y \$ 40
<ul style="list-style-type: none"> • Un disco compacto cuesta: Menos de \$ 10 Entre \$ 20 y \$ 30 	<ul style="list-style-type: none"> Entre \$ 10 y \$ 20 Entre \$ 30 y \$ 40

Para trabajar esta lección se considera encontrar ciertos números como aparece en el ejemplo de arriba, se percibe que los niños deben resolver divisiones donde interviene el cero, para finalizar la lección se plantea en el material recortable unos ejercicios donde los niños tienen que descubrir el resultado, muy similar al juego de “Memorama”, sin embargo, a pesar de que se consideran ejercicios donde interviene el cero, se siguen cometiendo errores al ejecutar el algoritmo convencional de la división, pues se percibe que no han comprendido el algoritmo. Para esta lección sólo se cuenta con una ficha, que es la número 4, en esta ficha se plantea una forma de trabajo a partir de resolver problemas de reparto, donde los niños tienen que repartir un número determinado de fichas entre varios compañeros donde se hace uso del algoritmo.

El reactivo 6 fue tomado como una variante con menor dificultad de la lección 58 del libro de sexto grado, asociado a la dificultad que el cero representa en los alumnos.

EJEMPLO:

Compara tus resultados con los que obtuvieron tus compañeros. Comenten las formas que utilizaron para encontrar cada resultado.

En la tabla hay dos divisiones que tienen el mismo cociente que la división $3\ 000 \div 12$.

¿Cuáles son estas divisiones? _____

•



- Escribe otra división que tenga el mismo cociente que $3\ 000 \div 12$.

¿Cómo puede saberse que la división que escribiste tiene el mismo cociente que $3\ 000 \div 12$, sin resolverla? _____

El reactivo fue tomado de la lección de sexto grado de nivel primaria con una dificultad menor, ya que tienen relación con los contenidos vistos, la lección se trabaja mediante problemas. Aunque se trabajan diversos ejercicios donde interviene el cero, se siguen manifestando dificultades al ejecutar el algoritmo de la división.

El reactivo 9 fue tomado como una variante con mayor dificultad de la lección 11, Bloque IV, del libro de matemáticas de cuarto grado, se trabaja la división en forma de tablas, se destina la lección a sacar el número de pagos o boletos para comprar una máquina de escribir y llenar datos dentro de una tabla.

EJEMPLO:

5

Completa la siguiente tabla. En cada renglón tú eliges el precio de un boleto.

Tipo de máquina	Precio rebajado	Precio de la grabadora	Total	Precio de un boleto	Cantidad de boletos
A	\$ 519.00	\$ 200.00	\$ 719.00	\$ 10.00	72
B					
C					
D					
E					
F					

Para esta lección, el trabajo consiste en completar esta tabla, donde se tiene que sacar el precio de un boleto, así mismo se observa, como en las lecciones anteriores, que se siguen manifestando dificultades al ejecutar el algoritmo de la división donde interviene el cero, a pesar de que se encuentra hasta este grado un trabajo previo. Como complemento

de esta lección se toma como actividad la ficha número 40, donde la forma de trabajo se basa en resolver problemas de multiplicación y división, con la intención de que los alumnos adquieran estrategias de cálculo mental con números enteros y decimales.

Para el reactivo 10, se tomó como variante de la lección 10, Bloque III, del libro de matemáticas de cuarto grado, donde se trabaja el procedimiento usual para dividir.

EJEMPLO:

4 Observa cómo resolvieron la división en algunos equipos. Comenta los procedimientos con tus compañeros y con tu maestro.



Primero dimos \$ 100 a cada uno, en total fueron \$ 2 400 y sobraron \$ 3 252. Después...

Equipo de Yoatzin

$$100 + 100 + 10 + 20 + 5 = 235$$

$$24 \overline{) 5\ 652}$$

$$\underline{-2\ 400}$$

$$3\ 252$$

$$\underline{-2\ 400}$$

$$852$$

$$\underline{-240}$$

$$612$$

$$\underline{-480}$$

$$132$$

$$\underline{-120}$$

$$012$$



Primero dimos \$ 200 a cada uno, en total fueron \$ 4 800 y sobraron \$ 852. Después...

Equipo de Sonia

$$200 + 30 + 5 = 235$$

$$24 \overline{) 5\ 652}$$

$$\underline{-4\ 800}$$

$$0\ 852$$

$$\underline{-720}$$

$$132$$

$$\underline{-120}$$

$$012$$



Primero repartimos 56 billetes de \$ 100. Dimos 2 billetes de \$ 100 a cada uno, en total fueron 48 billetes de \$ 100. Después...

Equipo de Raúl

$$235$$

$$24 \overline{) 5\ 652}$$

$$\underline{-4\ 8}$$

$$0\ 85$$

$$\underline{-72}$$

$$132$$

$$\underline{-120}$$

$$012$$

Este ejemplo que se plantea en cuarto grado, muestra cómo se puede ejecutar el algoritmo, se muestra como trabajo previo a la ejecución de la división, se alcanza percibir que este ejemplo puede confundir al alumno, me refiero a la forma explícita de trabajar el valor posicional en la división, directamente en el cociente, este ejemplo pierde la secuencia con los ejemplos anteriores, no obstante, se siguen manifestando dificultades donde interviene el cero en la división. En esta lección se manejan las fichas 4, 9, 12 y 24, donde se trabaja a partir de resolver problemas de división, este error tiene correspondencia con los planteados por Grossnickles y Brueckner.

A pesar de que en las fichas se aprecian actividades donde interviene el cero dentro del proceso del algoritmo, se siguen manifestando errores como este tipo en las lecciones del libro de texto donde interviene el algoritmo.

A partir de las lecciones del libro de matemáticas de tercero al quinto grado, se muestra que el error encontrado corresponde con los errores encontrados por Grossnickles y Brueckner, donde se percibe un problema de valor posicional.

Error tipo 2. ERROR DE MULTIPLICACIÓN O PROBLEMA DE TABLAS

Este error, tomando en cuenta el análisis previo, se clasificó como “Error de multiplicación o problema de tablas”, se manifiesta cuando al colocar un número en el cociente no corresponde con el resultado, ya que multiplican de forma incorrecta algún número del cociente por el divisor, ya sea porque no multiplicaron de forma correcta o porque las tablas de multiplicar al ejecutar el algoritmo de la división no las tienen bien aprendidas, por ejemplo; en el reactivo 2, al buscar un número que pueda dividir al 42, colocaron el número 8 y posteriormente realizaron la resta, sin embargo, el error se encuentra al colocar el número 8 en el cociente ya que 7 por 8 da como resultado 56.

Se encuentra correspondencia de este con los errores que muestran Grossnickles (Hechos básicos) y Brueckner (Errores en las combinaciones básicas y Errores de multiplicación)

Los reactivos donde se cometieron los errores son:

2)

$$\begin{array}{r} 8 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{40} \\ 02 \end{array}$$

4)

$$\begin{array}{r} 21 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 00 \\ 2 \end{array}$$

5)

$$\begin{array}{r} 1483 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 32 \\ \underline{07} \\ 1 \end{array}$$

6)

$$\begin{array}{r} 26 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 030 \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

7)

$$\begin{array}{r} 5 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{125} \\ 002 \end{array}$$

8)

$$\begin{array}{r} 100 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{0} \\ 021 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

11)

$$\begin{array}{r} 140 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{29} \\ 01 \end{array}$$

A partir del análisis del error, se analiza el contenido previo de los libros de texto con la ejecución del algoritmo, a partir de la revisión del trabajo de las lecciones de tercero a quinto grado de primaria y sus ficheros como complemento de trabajo.

Los antecedentes de los reactivos por su contenido son los siguientes:

El reactivo 2 fue extraído explícitamente de la lección 56 del libro de matemáticas de tercer grado, su contenido trata la división a partir de resolver diversos problemas donde interviene el concepto de la división y llegando al resultado con procedimientos no convencionales.

EJEMPLO:

Sin hacer operaciones escritas ni dibujos, escoge el número que creas correcto y subráyalo.
Si Julián y sus amigos recogen 47 zapotes y los reparten en partes iguales, ¿como cuántos crees que les tocarán a cada uno?

5 12 9

Comprueba si tu respuesta es correcta. Haz el reparto en tu cuaderno.

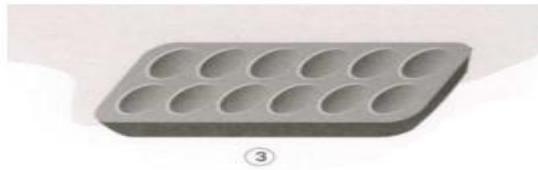
¿Cuántos zapotes le tocan a cada niño? _____ ¿Sobraron zapotes? _____

En esta lección se percibe una correspondencia como anteriormente se mencionó entre el error “Hechos básicos” (Grossnickles), “Errores en las combinaciones básicas” y “Errores de multiplicación” (Brueckner).

Como complemento de trabajo para estas lecciones se utilizan las fichas 24, 33, 47, 51, 53 de tercer grado de nivel primaria; para la ficha 24 la forma de trabajar es mediante un problema que se pretende dar una función de títeres y en el que los alumnos de tercero deberán resolver una tabla.

Para la ficha 33 se trabaja mediante resolución de problemas, se manejan ejemplos como el siguiente:

Para la kermés los niños de tercer grado hicieron 50 huevos rellenos de confeti y quieren ponerlos en cajas como la de la ilustración 3.



¿Cuántas cajas necesitarán para poner todos los huevos?

Para la ficha 47 se trabaja mediante el uso de fracciones para determinar partes de colecciones, por ejemplo:



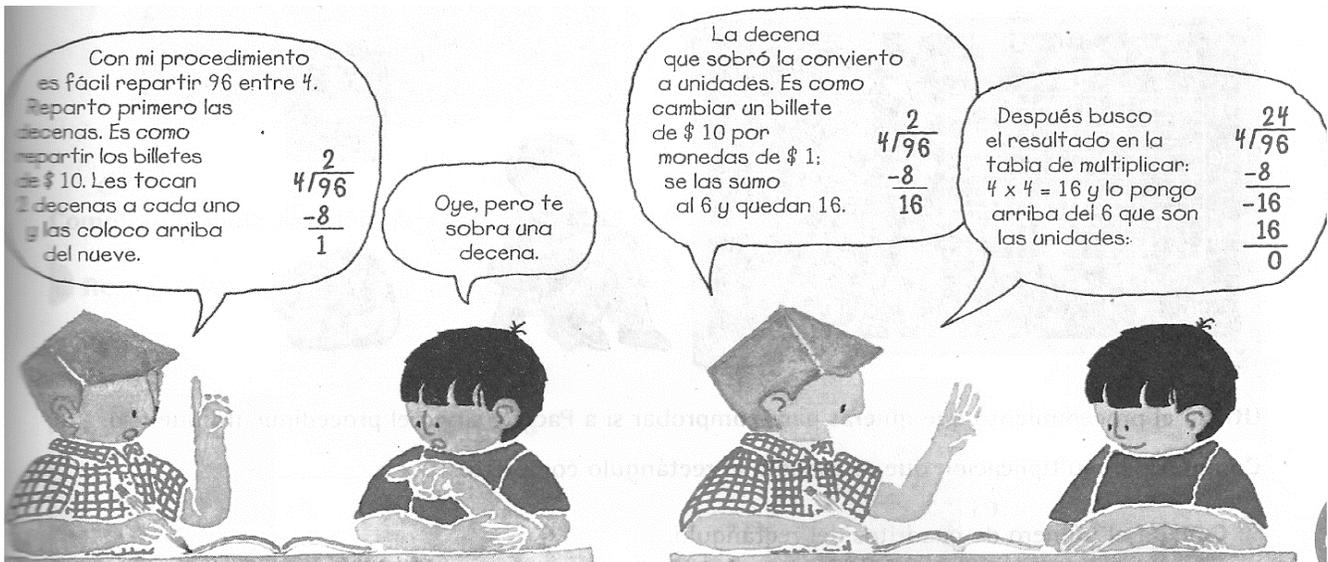
2. Los niños copian la tabla en su cuaderno y la completan con base en la información que hay en los dibujos.

	1 kg	$\frac{1}{2}$ kg	$\frac{1}{4}$ kg	$\frac{3}{4}$ kg	$\frac{2}{4}$ kg	$\frac{4}{8}$ kg		
tortillas	28							
huevos	12							
salchichas		10						
galletas			20					

Para las ficha 51, la forma de trabajo es mediante la resolución de problemas donde los alumnos estimarán el resultado y para la ficha 53 se trabaja mediante la elaboración de problemas a partir de una secuencia de dibujos.

El reactivo 4 fue tomado de la lección 77 de tercer grado como una variante, es en esta lección donde se trabaja por primera vez el algoritmo convencional de la división.

EJEMPLO:



A pesar de tener un trabajo previo en lecciones anteriores, se siguen manifestando errores que tienen relación con las tablas. Tomando en cuenta el fichero (fichas: **42, 51, 52, 57**), no se muestra un trabajo explícito del algoritmo de la división; en las fichas 42 y 51, se trabaja mediante repartos y resolución de problemas, para la ficha 52 se retoma el trabajo con los problemas y se plantean algunos ejercicios para que los niños pasen al pizarrón a resolverlos, identificando qué reactivo tiene un cociente menor que 10 y cuáles un cociente mayor, ejemplo:

Bloque 4					
40 : 5	32 : 8	50 : 7	60 : 6	75 : 5	80 : 8
Bloque 5					
5 / 35	9 / 90	7 / 91	6 / 66	8 / 55	4 / 40

El reactivo 5 fue tomado de la lección 11, Bloque I, del libro de cuarto grado. Los ejemplos que se manejan son en forma de problemas, sin embargo hasta este momento del trabajo realizado en tercero y cuarto, se siguen percibiendo errores, es decir, se siguen manifestando dificultades, errores que tienen correspondencia con los de Grossnickles y Brueckner, y que tienen relación con las tablas de multiplicar dentro del algoritmo de la división.

EJEMPLO:



- 4 El lunes, don Fermín vendió 8 plantas de mamey, 15 de aguacate, 24 de mango y 13 naranjos. ¿Cuánto dinero reunió?
- 5 El martes, don Fermín recibió \$ 280 por la venta de plantas de mango. ¿Cuántas plantas vendió?

En esta lección presentan ejercicios donde se abordan las tablas de multiplicar, a pesar de tener un trabajo previo en lecciones anteriores, hasta este momento se siguen manifestando errores en la ejecución del algoritmo. Para complementar el trabajo en clase, se tomaron en cuenta las fichas 4 y 36, para la ficha 4 se trabaja mediante resolución de problemas y se maneja un breve **ejemplo**:

“La finalidad de estas actividades es propiciar que los alumnos calculen mentalmente los resultados de multiplicaciones en las que una de las cifras tiene ceros. Así, en la división $426 \div 6$, se puede saber que el número 70 ya es una buena aproximación al resultado, porque $70 \times 6 = 420$. Sin embargo, a 420 le falta "un poco" para 426, entonces debe aumentársele "un poco" al 70 para acercarse más.”

Para la ficha 36 se trabaja a partir de una ilustración, los niños deben inventar problemas. Para el caso de la ficha 4 si se ve reflejado alguna breve explicación y ejercicios donde se trabajan las tablas de multiplicar.

El reactivo 6 fue tomado como una variante con menor dificultad de la lección 58 del libro de sexto grado, asociado a la dificultad que el cero representa en los alumnos.

EJEMPLO:

Compara tus resultados con los que obtuvieron tus compañeros. Comenten las formas que utilizaron para encontrar cada resultado.

En la tabla hay dos divisiones que tienen el mismo cociente que la división $3\ 000 \div 12$.

¿Cuáles son estas divisiones? _____



- Escribe otra división que tenga el mismo cociente que $3\ 000 \div 12$.

¿Cómo puede saberse que la división que escribiste tiene el mismo cociente que $3\ 000 \div 12$, sin resolverla? _____

En esta lección se aprecia un trabajo de la división a partir de problemas, este error corresponde con los de Grossnickles y Brueckner

El reactivo 7 fue tomado de la lección 78 del libro de quinto grado, en esta lección se trabaja la división con cociente hasta centésimos.

EJEMPLO:

Para calcular el costo por alumno puedes usar la división, como se muestra en el siguiente ejemplo. Se reparten 497 pesos entre 32 alumnos.

$$\begin{array}{r}
 15.53 \text{ (se puede aumentar a \$ 15.55)} \\
 32 \overline{) 497} \\
 \underline{-32} \\
 177 \\
 \underline{-160} \\
 170 \text{ (décimos)} \\
 \underline{160} \\
 100 \text{ (centésimos)} \\
 \underline{96} \\
 04
 \end{array}$$

Para esta lección, en el ejemplo que se plantea se muestra el procedimiento para resolver una división convencional.

El reactivo 8 fue tomado como una variante de la lección 17, Bloque I, del libro de cuarto grado, y se trabajan diversos procedimientos para resolver problemas de división.

EJEMPLO:

- 4** Para saber cuánto debía pagar don Fermín mensualmente, sus sobrinos empezaron a hacer lo siguiente:

Paco

$$\begin{array}{r}
 500 \\
 + 500 \\
 \hline
 1000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1000 \\
 + 1000 \\
 \hline
 \end{array}$$

Jorge

$$\begin{array}{r}
 600 \\
 \times 12 \\
 \hline
 1200 \\
 600 \\
 \hline
 7200
 \end{array}$$

René

$$\begin{array}{r}
 7 \\
 12 \overline{) 300} \\
 \underline{-84} \\
 09
 \end{array}$$

Jorge quiere encontrar un número que multiplicado por 12 dé 9 300. El 600 no es. ¿Crees que sea el 700? Ayúdale a Jorge a encontrar el número que busca.

El reactivo 11 fue tomado como variante con mayor dificultad de la lección 8 Bloque III del libro de matemáticas de cuarto grado, donde se trabaja la introducción al procedimiento usual de la división.

EJEMPLO:

1 El cheque de Yoatzin es por \$ 2 844. Ella quiere repartir esta cantidad en 12 bolsas de manera que haya la misma cantidad en cada una. ¿Cuánto pondrá en cada bolsa? Subraya la frase correcta.

Menos de \$ 10

Entre \$ 100 y \$ 1000

Entre \$ 10 y \$ 100

Más de \$ 1 000

2 Lee lo que dice Yoatzin y contesta las preguntas.

Para repartir \$ 2 844, primero pongo \$ 100 en cada bolsa.



De las lecciones 69, 72 y 74 que tratan la multiplicación y las tablas que se muestra en el libro de tercer grado de nivel primaria, la primera lección toma la multiplicación como otra estrategia para resolver algún problema y las lecciones 72 y 74 trabajan la multiplicación como inversa a la división, aunque no se encuentran abordadas todas las tablas de multiplicar, solamente se plantean ejemplos con las tablas del 3, 4, 6, 7, 8 y 10. Para este tipo de error que fue cometido en 7 reactivos diferentes, los reactivos donde se cometieron más errores fueron 2, 5 y 7, en la lección 77 se hace una descripción del procedimiento a seguir para ejecutar la división y se espera que esta descripción y procedimiento se utilice en cualquier otra circunstancia.

Este error corresponde con los errores que plantean Grossnickles (Hechos básicos) y Brueckner (Errores en las combinaciones básicas y Errores de multiplicación).

Para quinto grado después de haber visto los temas que refieren al algoritmo de la división de tercero a cuarto grado, se siguen cometiendo frecuentemente errores con las tablas y la multiplicación.

Error tipo 3. USAN ERRÓNEAMENTE LOS DÍGITOS DEL DIVIDENDO. PROCEDIMIENTO EN TÉRMINOS ALGORÍTMICOS NO SE RESPETA LA SECUENCIA.

Este error fue cometido en diferentes reactivos y con base en el análisis de los resultados, se agruparon los errores descritos anteriormente como “usan erróneamente los dígitos del dividendo. Procedimiento en términos algorítmicos no se respeta la secuencia”, consiste en la forma incorrecta de bajar los números del dividendo. Se aprecia en el reactivo 5 que al bajar las decenas “2” del dividendo, se hace incorrectamente, ya que al colocarlo al lado del residuo 15 hace la cifra más grande y provoca el error.

Se percibe que este error corresponde con los errores “Uso del residuo” (Grossnickles) y “Omitir una cifra del dividendo” (Brueckner).

Los reactivos donde se cometieron los errores son los siguientes: 5, 9 y 10.

5)

$$\begin{array}{r}
 1562 \\
 3 \overline{) 4527} \\
 \underline{3} \\
 15 \\
 \underline{15} \\
 02 \\
 \underline{0} \\
 027 \\
 \underline{0} \\
 27 \\
 \underline{27} \\
 0
 \end{array}$$

9)

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 77 \overline{) 77077} \\
 \underline{77} \\
 00 \\
 \underline{00} \\
 077 \\
 \underline{00} \\
 77
 \end{array}$$

10)

$$\begin{array}{r}
 102 \\
 9 \overline{) 9108} \\
 \underline{9} \\
 010 \\
 \underline{0} \\
 08 \\
 \underline{0} \\
 08 \\
 \underline{0} \\
 0
 \end{array}$$

A partir del análisis de los reactivos que arrojó el instrumento de evaluación, la relación con los contenidos en las lecciones es:

El reactivo 5 se tomó de la lección 11, Bloque I, del libro de cuarto grado, por lo que la forma de trabajo en el libro de texto de los alumnos se plantean diversos procedimientos para resolver problemas de división, así mismo al analizar los reactivos y su agrupación en este tipo de error, se muestra un trabajo previo.

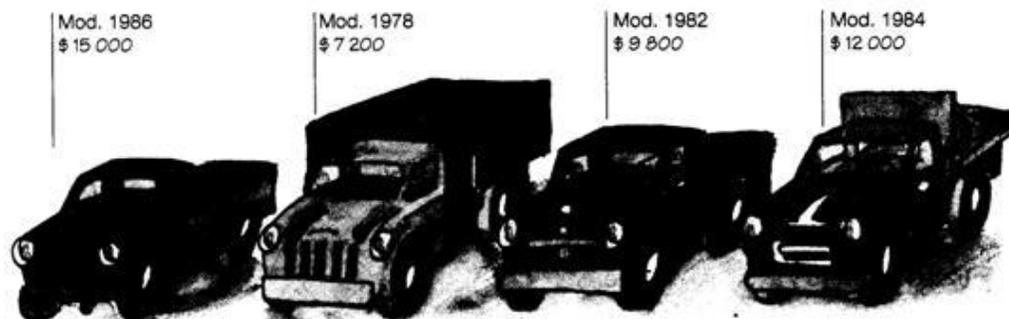
El reactivo 9 fue tomado como una variante con mayor dificultad de la lección 17, Bloque I, del libro de cuarto grado; esta lección se trabaja mediante distintos procedimientos para resolver problemas de división, sin embargo hasta este momento se siguen manifestando errores de este tipo.

EJEMPLO:

17. LA CAMIONETA DE DON FERMÍN

Después de varios años de acarrear la fruta en burros, don Fermín se animó a comprar una camioneta.

Fue a la ciudad y visitó un lugar donde venden autos usados.



- 1** Don Fermín compró la camioneta modelo 1982. Para pagarla, le dieron el siguiente crédito: \$ 500 de enganche y el resto en 12 pagos mensuales. ¿Cuánto quedó a deber don Fermín después de dar el enganche?

Para el reactivo 10 se tomó como variante de la lección 10, Bloque III, del libro de cuarto grado, es en esta donde se trabaja el procedimiento usual para dividir, aunque se da un ejemplo de cómo trabajar la división, siguen persistiendo errores, este corresponde con los de Grossnickles y "Omitir una cifra del dividendo" de Brueckner.

- 4** Observa cómo resolvieron la división en algunos equipos. Comenta los procedimientos con tus compañeros y con tu maestro.

Primero dimos \$ 100 a cada uno, en total fueron \$ 2 400 y sobraron \$ 3 252. Después...

Equipo de Yoatzin

$$100 + 100 + 10 + 20 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\ 652} \\ \underline{-2\ 400} \\ 3\ 252 \\ \underline{-2\ 400} \\ 852 \\ \underline{-240} \\ 612 \\ \underline{-480} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

Primero dimos \$ 200 a cada uno, en total fueron \$ 4 800 y sobraron \$ 852. Después...

Equipo de Sonia

$$200 + 30 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\ 652} \\ \underline{-4\ 800} \\ 0\ 852 \\ \underline{-720} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

Primero repartimos 56 billetes de \$ 100. Dimos 2 billetes de \$ 100 a cada uno, en total fueron 48 billetes de \$ 100. Después...

Equipo de Raúl

$$\begin{array}{r} 235 \\ 24 \overline{) 5\ 652} \\ \underline{-4\ 800} \\ 0\ 852 \\ \underline{-720} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

Para este ejemplo, se percibe que los errores “Uso del residuo” (Grossnickles) y “Omitir una cifra del dividendo” (Brueckner) se siguen cometiendo por alumnos de quinto grado de primaria.

En esta lección se manejan las fichas 4, 9, 12 y 24, donde se trabaja mediante resolver problemas de división y algunos ejercicios, pero se siguen manifestando errores y tienen dificultades al bajar los números del dividendo.

Sólo la lección 79 del libro de matemáticas de tercer grado, hace referencia al trabajo explícito de cómo bajar los números del dividendo, los ejemplos son muy sencillos, y para la lección 78 de quinto grado, se plantea un ejemplo de la división con cociente hasta centésimos, aunque se brinda explicación de la forma de colocar los números en el residuo, se siguen cometiendo errores.

Error tipo 4. DIVIDEN POR SEPARADO

Para este tipo de error y en conjunto con el análisis de datos que arrojó el instrumento de evaluación, se clasificaron los reactivos con la siguiente característica; **se muestra un patrón de error muy similar en los reactivos, ya que sólo toman como único divisor las decenas y omiten las unidades**, en el caso de divisores con dos cifras, es por ello que este error se consideró como “Dividen por separado”. Este error consiste en tomar una sola cifra del divisor y repartir el dividendo entre las decenas del divisor y por ejemplo en el reactivo 7 solo divide las centenas y decenas “12” del dividendo entre las decenas “2” del divisor, por lo que le da como cociente 6, así es como se considera este tipo de error.

Para este se toma en cuenta los errores “Reagrupando” (Grossnickles) y “Equivocar el proceso” (Brueckner) que plantea cada uno de los autores.

Este error se cometió en los reactivos 7, 8 y 9:

7)

$$\begin{array}{r} 64 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{12} \\ 07 \\ \underline{0} \\ 7 \\ \underline{0} \\ 7 \\ \underline{0} \\ 7 \end{array}$$

8)

$$\begin{array}{r} 164 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{32} \\ 21 \\ \underline{20} \\ 1 \end{array}$$

9)

$$\begin{array}{r} 11611 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{07} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 07 \\ \underline{07} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

Los contenidos que permitirán justificar el proceso para ejecutar el algoritmo de la división son los siguientes:

El reactivo 7 fue tomado de la lección 78 del libro de quinto grado, y para esta lección la forma de trabajar la división es con cociente hasta centésimos.

EJEMPLO:

Para calcular el costo por alumno puedes usar la división, como se muestra en el siguiente ejemplo. Se reparten 497 pesos entre 32 alumnos.

$$\begin{array}{r} 15.53 \text{ (se puede aumentar a \$ 15.55)} \\ 32 \overline{) 497} \\ \underline{-32} \\ 177 \\ \underline{-160} \\ 170 \text{ (décimos)} \\ \underline{160} \\ 100 \text{ (centésimos)} \\ \underline{96} \\ 04 \end{array}$$

Para este ejemplo, aunque si se puede apreciar el algoritmo, se siguen manifestando errores.

Las fichas que se encuentran asociadas los contenidos de esta lección son las siguientes: **41, 48, 49**, donde en la lección 41 se trabaja a partir de que los alumnos desarrollen diversas estrategias para calcular el cociente entero entre dos números naturales, por ejemplo:

“ 1. Calculen mentalmente el resultado de las siguientes divisiones:

5 000 entre 100

3 200 entre 10

56 000 entre 1 000

18 300 entre 100

2 210 entre 10 ”

Para ésta ficha se aprecian actividades de cálculo mental, donde se presenta una dificultad que es equivocar el proceso que enuncia Brueckner.

Como ya se mencionó anteriormente, el reactivo 8 fue tomado como una variante de la lección 11, Bloque I, del libro de cuarto grado, y se trabaja mediante diversos procedimientos para resolver problemas de división.

- 4** Para saber cuánto debía pagar don Fermín mensualmente, sus sobrinos empezaron a hacer lo siguiente:

Paco	Jorge	René
$\begin{array}{r} 500 \\ + 500 \\ \hline 1000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 600 \\ \times 12 \\ \hline 1200 \\ 600 \\ \hline 7200 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ 12 \overline{)9300} \\ \underline{-84} \\ 09 \end{array}$

Jorge quiere encontrar un número que multiplicado por 12 dé 9 300. El 600 no es. ¿Crees que sea el 700? Ayúdale a Jorge a encontrar el número que busca.

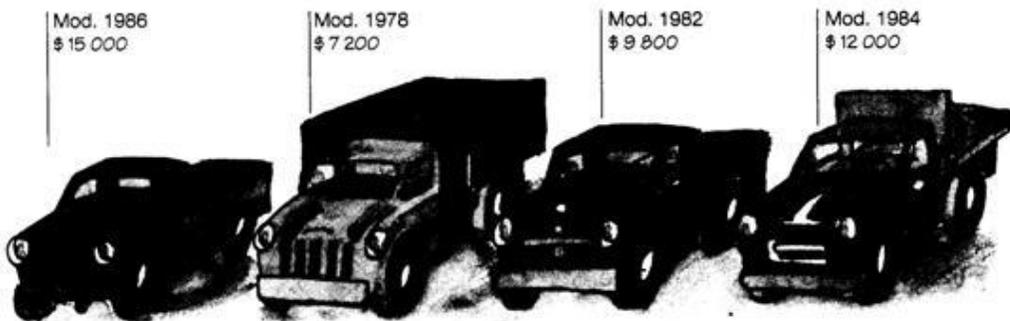
Para el reactivo 9 anteriormente mencionado, fue tomado como una variante con mayor dificultad de la lección 83 del libro de quinto grado, en esta lección la forma de trabajo es con cociente hasta centésimos.

EJEMPLO:

17. LA CAMIONETA DE DON FERMÍN

Después de varios años de acarrear la fruta en burros, don Fermín se animó a comprar una camioneta.

Fue a la ciudad y visitó un lugar donde venden autos usados.



- 1** Don Fermín compró la camioneta modelo 1982. Para pagarla, le dieron el siguiente crédito: \$ 500 de enganche y el resto en 12 pagos mensuales. ¿Cuánto quedó a deber don Fermín después de dar el enganche?

Para este tipo de error se siguen percibiendo errores a pesar de que los alumnos cuentan con un trabajo previo para abordar las unidades, decenas y centenas del divisor, como ya se mencionó en la lección 79 del libro de matemáticas de tercer grado y la lección 78 del libro de matemáticas de quinto grado, se trabajan ejemplos del algoritmo convencional de la división.

Éste corresponde con los errores “Reagrupando” (Grossnickles) y “Equivocar el proceso” (Brueckner), pues se percibe que hace falta reforzar conceptos de valor posicional.

Error tipo 5. ERROR AL RESTAR EN EL RESIDUO

Este error fue sacado mediante la frecuencia de errores que los niños cometen durante el proceso del algoritmo convencional de la división, este tipo de error se consideró como “Error al restar en el residuo”, y se manifiesta a partir de que los alumnos le restan un número mayor al residuo anterior, por ejemplo; en el reactivo “5” al realizar la resta de 4 menos 3, le queda como residuo 1 y baja las centenas “5” del dividendo, luego resta 45 menos 15 a pesar de que ya había restado, es aquí donde se aprecia el error ya que restó a las unidades de millar y su residuo se lo volvió a restar al dividendo.

Este error consiste en restar de forma incorrecta y se altera el proceso algorítmico al ejecutar el algoritmo de la división en el residuo.

Para este error se encuentra una correspondencia con “Fallas en el proceso” (Grossnickles), “Errores de resta” y “Olvidar el resto al seguir dividiendo” (Brueckner), ya que para estos casos se perciben errores al restar en el residuo.

Los reactivos donde se cometieron errores son los siguientes:

5)

$$\begin{array}{r} 1699 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 027 \\ \underline{-0} \\ 27 \\ \underline{-27} \\ 0 \end{array}$$

10)

$$\begin{array}{r} 123 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{-0} \\ 10 \\ \underline{-9} \\ 18 \\ \underline{-18} \\ 0 \end{array}$$

El reactivo 5 se tomó de la lección 11 Bloque I del libro de cuarto grado, por lo que la forma de trabajo en el libro de texto de los alumnos se plantean diversos procedimientos para resolver problemas de división.

Para el reactivo 10 se tomó como variante de la lección 10, Bloque III, del libro de matemáticas de cuarto grado, es en esta donde se trabaja el procedimiento usual para dividir, aunque se da un ejemplo de cómo trabajar la división, se siguen cometiendo errores en reactivos como estos.

EJEMPLO:

4 Observa cómo resolvieron la división en algunos equipos. Comenta los procedimientos con tus compañeros y con tu maestro.

Equipo de Yoatzin

Primero dimos \$ 100 a cada uno, en total fueron \$ 2 400 y sobraron \$ 3 252. Después...

$$100 + 100 + 10 + 20 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\,652} \\ \underline{-2\,400} \\ 3\,252 \\ \underline{-2\,400} \\ 852 \\ \underline{-240} \\ 612 \\ \underline{-480} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

Equipo de Sonia

Primero dimos \$ 200 a cada uno, en total fueron \$ 4 800 y sobraron \$ 852. Después...

$$200 + 30 + 5 = 235$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\,652} \\ \underline{-4\,800} \\ 0\,852 \\ \underline{-720} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

Equipo de Raúl

Primero repartimos 56 billetes de \$ 100. Dimos 2 billetes de \$ 100 a cada uno, en total fueron 48 billetes de \$ 100. Después...

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5\,652} \\ \underline{-4\,800} \\ 0\,852 \\ \underline{-720} \\ 132 \\ \underline{-120} \\ 012 \end{array}$$

En este ejemplo si se aprecia la resta en el residuo, pero puede llegar a confundir al alumno por el tipo de procedimiento.

En esta lección se manejan las fichas 4, 9, 12 y 24, donde se trabaja mediante resolver problemas de división y algunos ejercicios, a pesar del trabajo realizado, se siguen manifestando errores en alumnos de quinto grado específicamente al restar en el residuo.

Para la lección 11, Bloque I, del libro de cuarto grado y la lección 10, Bloque III, se encuentra un trabajo explícito de la división, pero puede llegar a confundir a los alumnos por el tipo de procedimiento.

El algoritmo convencional de la división, se trabaja en las lecciones 77 y 79 del libro de matemáticas de tercer grado, haciendo uso de la sustracción en el proceso de la división, también en la lección 10 Bloque III del libro de matemáticas de cuarto grado y en la lección 78 del libro de matemáticas de quinto grado.

Se encuentra una correspondencia con los errores “Fallas en el proceso” (Grossnickles), “Errores de resta” y “Olvidar el resto al seguir dividiendo” (Brueckner), ya que se siguen manifestando errores en alumnos de quinto grado a pesar de todo el trabajo previo realizado en grados anteriores.

CONCLUSIONES

A partir del análisis de resultados, selección de errores y el tratamiento que se le da a los contenidos curriculares, se advirtieron cinco tipos de errores, mismos que incumben con los encontrados por Grossnickles y Brueckner, de los cuales se concluye lo siguiente:

El primer error que es el de más frecuencia se nombró como “No colocaron el cero o algún número en el cociente”, este se comete al omitir algún cero en el cociente, ya sea porque no pueden dividir más el residuo como en el caso de los reactivos 4 y 6, y para sus variantes no colocaron un cero intermedio en el cociente como en el caso de los reactivos 5, 9 y 10. Se observa que para este error en el tratamiento de los contenidos de tercero y cuarto grado, donde los alumnos ya saben ejecutar reactivos con el algoritmo convencional de división en el que interviene el cero en el cociente, se siguen presentando errores, se percibe que los alumnos no han comprendido el algoritmo, ya que al ejecutarlo lo equivocan en el paso 2 denominado “multiplicar”. Se infiere que de una secuencia didáctica donde se trabaja la división, se proceda para todos los demás casos como la explicación general (el cero intermedio o al final en el cociente). Este error corresponde con los errores “Concepto de cero” (Grossnickles) y “Omitir el cero en el cociente” (Brueckner), donde se percibe una falla al comprender el uso del cero.

El segundo error se clasificó como “Error de multiplicación o problema de tablas”, se manifiesta cuando al colocar un número en el cociente no corresponde con el resultado, ya que multiplican de forma incorrecta algún número del cociente por el divisor, porque al usar las tablas de multiplicar cuando ejecutan el algoritmo de la división no lo hacen correctamente; en el reactivo 2, se muestra cuando al dividir el 42 entre 7 colocan el 8 en el cociente y al multiplicar 7 por 8 obtienen como resultado 56. Los ejemplos que se plantean en cada una de las lecciones en los grados de tercero a quinto, muestra un trabajo progresivo, aunque no se abordan todas las tablas con sus diferentes variantes y dificultades que dependen del número de cifras tanto del dividendo como del divisor. Este corresponde con los errores de “Hechos básicos” (Grossnickles), “Errores en las combinaciones básicas” y “Errores de multiplicación” (Brueckner), como se mencionó anteriormente, a pesar de que los

alumnos cursan el quinto grado de nivel primaria, se siguen manifestando errores, que tienen que ver con las tablas y multiplicaciones.

El tercer error identificado como “Usan erróneamente los dígitos del dividendo. Procedimiento en términos algorítmicos no se respeta la secuencia”, consiste en la forma incorrecta de “bajar” los dígitos del dividendo al residuo, en varios casos este dígito lo colocan en el residuo antes de ejecutar la resta, se aprecia en el reactivo 5 que al bajar las decenas del dividendo, lo hace incorrectamente, ya que al colocarlo en el residuo hacen este más grande y provoca el error. A partir de la revisión de los libros de tercero a quinto, se aprecia un trabajo previo en la secuencia didáctica de los dígitos del dividendo en el residuo, donde se abordan secuencias didácticas relacionadas al “bajar” los dígitos al residuo, a pesar de todas las lecciones vistas, se siguen presentando errores en el dividendo. Se encuentra una correspondencia con los errores “Uso del residuo” (Grossnickles) y “Omitir una cifra del dividendo” (Brueckner), refieren ambos autores que este tiene que ver con problemas de valor posicional.

El cuarto error se clasificó con la siguiente característica “Dividen por separado”; se muestra un patrón de error muy similar en los reactivos, ya que sólo toman como único divisor las decenas y omiten las unidades, para divisores con dos cifras. En otros casos, dividen la primera cifra de izquierda a derecha del dividendo, entre la cifra de las decenas del divisor, posteriormente toman la segunda cifra del dividendo y esta la dividen entre la cifra de las unidades del divisor, es decir, realizan la división por separado. Para este error, se aprecia un trabajo previo en los libros de texto, pero se siguen percibiendo errores al usar los dígitos del divisor, se presenta una dificultad en el proceso algorítmico. Este tiene correspondencia con los errores “Reagrupando” (Grossnickles) y “Equivocar el proceso” (Brueckner), donde el concepto de valor posicional como ya se mencionó, no se tiene totalmente aprendido, a pesar de ser niños de quinto grado de primaria.

El quinto error se nombró “Error al restar en el residuo”, y se manifiesta en el reactivo “5” ($4523 / 3$) al realizar la resta de 4 menos 3, le queda como residuo 1 y baja las centenas “5” del dividendo, luego resta 45 menos 15 a pesar de que ya había restado, es aquí donde se aprecia el error. Y para este, también se siguen manifestando errores, a pesar de ser niños de quinto grado, ya que a través de su formación escolar no han logrado comprender el

concepto de la sustracción en el algoritmo convencional de la división. Este error corresponde con los errores “Fallas en el proceso” (Grossnickles) “Errores de resta” y “Olvidar el resto al seguir dividiendo” (Brueckner), y como se mencionó anteriormente la sustracción no se ha comprendido bien en el proceso algorítmico de la división.

Los tipos de error con mayor frecuencia son:

El de tipo 1 fue cometido por 18 alumnos de 50, es decir un porcentaje de 36%, como ya se mencionó anteriormente este error está asociado con el concepto del cero y su uso en el algoritmo convencional. El de tipo 2 fue cometido por 13 alumnos de 50, con un porcentaje 30%, asociado con el aprendizaje de las tablas. El de tipo 3 lo cometieron 7 alumnos de 50, con un porcentaje 14%, asociado con dificultades de valor posicional.

A partir de los errores encontrados, se perciben dificultades en los siguientes conceptos que tiene que ver con: la comprensión del concepto de cero, tablas de multiplicar, valor posicional y la forma de operar la resta en el residuo del algoritmo convencional de la división. A pesar de que los alumnos de quinto grado han llevado un trabajo previo sobre el algoritmo de la división, se siguen cometiendo errores en el proceso algorítmico de la división, por ello se espera que se ponga cuidado en los diferentes errores que los niños puedan cometer.

SUGERENCIAS

A partir de los datos que arrojó el instrumento de evaluación y la clasificación de los errores, se sugiere para los docentes y personas afines a la educación lo siguiente:

1. Estudiar y analizar los aspectos relacionados con el concepto del cero en la división, ya que la investigación indica que la frecuencia de errores es muy alta.
2. Considerar que al ejecutar el algoritmo de la división los errores son frecuentes, en particular en los errores de multiplicación.

3. Al igual que los casos anteriores sucede con los errores relacionados con el valor posicional, se presentan sistemáticamente.

4. A pesar de que el algoritmo de la sustracción se presenta desde los primeros grados de educación primaria al ejecutar el algoritmo de la división se cometen errores de resta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS, HEMEROGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS

Abbagnano, Nicola. 1986. Diccionario de Filosofía. México: Fondo de Cultura Económica. P. 770-772.

Ávila, Alicia. 2006. Un contrato de devolución dosificada. En torno a la división en: Transformaciones y costumbres en la matemática escolar. Páidos educador.

Backhoff Escudero, Eduardo, et. al. 2006. El aprendizaje del Español y las Matemáticas en la Educación Básica en México: sexto de primaria y tercero de secundaria. México: INEE

Bochner, Salomón. 1991. El papel de la matemática en el desarrollo de la ciencia. Madrid: Alianza.

Brueckner, Leo J. 1992. Diagnóstico y tratamiento de las dificultades en el aprendizaje. Madrid: Rialp

Bruño, G. M. 1930. Elementos de aritmética. Paris: Vda de Ch. Bouret.

Díaz Gutiérrez, María Antonieta, et. al. 2008. Resultados Nacionales Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo 2006 (SERCE). México: INEE

Gairín, José María. 2001. Números y algoritmos. Madrid. Síntesis.

Jurgin. Y. 1985. ¿Qué son las matemáticas. México: Ediciones de Cultura Popular

Kilpatrick, Jeremy. 1992. Educación matemática e investigación. Madrid: Síntesis.

Lev N. Landa. 1978. Algoritmos para la enseñanza y el aprendizaje. México: trillas.

López Fernández, Ricardo y Sánchez García, Ana B. 2009. Análisis del error sistemático en la sustracción. Enseñanza de las Ciencias, 27 (1), 49-59.

Maza Gómez, Carlos. 1991. Enseñanza de la multiplicación y división. Madrid: Síntesis.

National Council of Teachers of Mathematics U.S.A. 1974. Algoritmos de las operaciones con números enteros. México: trillas.

Piaget, Jean y Bärbel Inhelder. 1997. Psicología del niño. Madrid: Morata

Programa de educación primaria. 1993. México: Secretaría de Educación Pública.

Puig, Luis y Fernando Cerdán. 1995. Problemas aritméticos escolares. Madrid: Síntesis.

Matemáticas tercer grado. 1994. México: SEP.

Matemáticas cuarto grado. 1994. México: SEP

Matemáticas quinto grado. 1994. México: SEP

Matemáticas sexto grado. 1994. México: SEP

Rokusek, Teri. 1992. An Analysis of Computational Errors in the Use of Division Algorithms by fourth-Grade Students. School Science of Mathematics, 92 (4), 42-53.

Vergnaud, Gerard. 2000. El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas.

<http://enlace.sep.gob.mx/ba/db2010/estadisticas2.html>

<http://www.inee.edu.mx/explorador/muestraDificultadEntidad.php?entidad=M%E9xico&identidad=15>

<http://201.175.44.204/Enlace/Resultados2011/Basica2011/R11CCT.aspx>

<http://www.librosmaravillosos.com/aritmeticarecreativa/capitulo03.html#p05>

<http://miayudante.upn.mx/opciones.html?rgrado=3&rconsul=4>

<http://miayudante.upn.mx/opciones.html?rgrado=3&rconsul=4>

<http://miayudante.upn.mx/opciones.html?rgrado=5&rconsul=4>

<http://miayudante.upn.mx/docint/DILM5.html>

http://www.uv.mx/cpue/coleccion/N_29/la_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica.htm

ANEXO 1

A-F

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{5} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 00 \\ 00 \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1503 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 030 \\ \underline{030} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0112 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{7} \\ 127 \\ \underline{127} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{0} \\ 021 \\ \underline{021} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11112 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{7} \\ 070 \\ \underline{070} \\ 007 \\ \underline{007} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 0100 \\ \underline{0100} \\ 0008 \\ \underline{0008} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1440 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 029 \\ \underline{029} \\ 000 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-10} \\ -10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{005} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 02 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-0027} \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 018 \\ \underline{018} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-89} \\ 038 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 871 \\ \underline{-850} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-00077} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1013 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{09} \\ 018 \\ \underline{018} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-70} \\ 30 \\ \underline{-29} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 012 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{35} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 61 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 005 \\ \underline{005} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 02 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1599 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ \underline{30} \\ \underline{37} \\ 077 \\ \underline{077} \\ 040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ \underline{030} \\ \underline{030} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 007 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{12} \\ 007 \\ \underline{007} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{30} \\ \underline{521} \\ \underline{521} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{00} \\ 0077 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1091 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{01} \\ \underline{91} \\ \underline{810} \\ 1008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0101 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{10} \\ 0009 \\ \underline{0009} \\ 0 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: "B"

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 06 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 021 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 005 \\ \underline{05} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 000 \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{35} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 002 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 030 \\ \underline{005} \\ 025 \\ \underline{24} \\ 001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 04 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 016 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{30} \\ 521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{00} \\ 770 \\ \underline{770} \\ 07 \\ \underline{07} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{00} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 00 \\ \underline{30} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 8 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 09 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-45} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 06 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 021 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-005} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 020 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-0027} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-030} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 004 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-108} \\ 019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1027 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-00077} \\ 00000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{-9} \\ 018 \\ \underline{-18} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 030 \\ \underline{-030} \\ 029 \\ \underline{-028} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 06 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 021 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 020 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-27} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 04 \\ 27 \overline{) 1217} \\ \underline{-108} \\ 019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-77} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{-9} \\ 018 \\ \underline{-18} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 030 \\ \underline{-28} \\ 029 \\ \underline{-28} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: C

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{40} \\ 02 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 05 \\ \underline{-05} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{125} \\ 002 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 00077 \\ \underline{-77} \\ 00000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-4} \\ 010 \\ \underline{-8} \\ 008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 0009 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: "C"

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{84} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{000} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{040} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{030} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{60} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{023} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{050} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{000} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{0300} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{090} \end{array}$$

Grado: "5" Grupo: "C"

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{35} \\ 7 \\ \underline{7} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 5 \\ \underline{5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1562 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{18} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 6 \overline{) 120} \\ \underline{12} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 161 \\ 27 \overline{) 427} \\ \underline{18} \\ 07 \\ \underline{0} \\ 7 \\ \underline{54} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{5} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 21 \\ \underline{20} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11022 \\ 77 \overline{) 8477} \\ \underline{77} \\ 070 \\ \underline{070} \\ 077 \\ \underline{077} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 191 \\ 9 \overline{) 1718} \\ \underline{9} \\ 08 \\ \underline{081} \\ 07 \\ \underline{072} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 7 \overline{) 7009} \\ \underline{7} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 09 \\ \underline{07} \\ 20 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: C

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 15 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1018 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{010} \\ 000 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{1} \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: C

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{027} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{10} \\ 18 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{1} \end{array}$$

Grado: 5º Grupo: C

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{010} \\ 18 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{1} \end{array}$$

Grado: "5" Grupo: "D"

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3300} \\ 1227 \\ \underline{1200} \\ 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{1200} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{300} \\ 521 \\ \underline{500} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77000} \\ 77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 9 \overline{) 99} \\ \underline{99} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{77} \\ 239 \\ \underline{231} \\ 9 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: 0 35m

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{14} \\ 28 \\ \underline{21} \\ 70 \\ \underline{70} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{100} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1204 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{1204} \\ 3303 \\ \underline{3303} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{1200} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 190 \\ \underline{190} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{300} \\ 521 \\ \underline{500} \\ 210 \\ \underline{210} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20000 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77000} \\ 77 \\ \underline{77} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0001 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9000} \\ 108 \\ \underline{108} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0002 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{1000} \\ 9 \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: D⁴

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{02} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{100} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{015} \\ 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 046 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 124 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{000} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{000} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{000} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{000} \\ 0 \end{array}$$

Grado: 5º Grupo: "D" (25 minutos)

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{45} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9000 \\ 6 \overline{) 15000} \\ \underline{18000} \\ 3000 \\ \underline{3000} \\ 0 \end{array}$$

$$27 \overline{) 127}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{50} \\ 321 \\ \underline{300} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{770} \\ 77 \\ \underline{770} \\ 77 \\ \underline{770} \\ 77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{90} \\ 108 \\ \underline{108} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{70} \\ 309 \\ \underline{308} \\ 1 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: D

Resuelve los siguientes algoritmos de división. **25 minutos**

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{60} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{105} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{45} \\ 0027 \\ \underline{0027} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{1200} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{800} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 00077 \\ \underline{00077} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{91} \\ 0008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 030 \\ \underline{028} \\ 029 \\ \underline{028} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{11} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{40} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{12} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{13} \\ 357 \\ \underline{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{130} \\ 50 \\ \underline{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{37} \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{32} \\ 0 \\ \underline{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 322 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{02} \\ 27 \\ \underline{51} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{91} \\ 32 \\ \underline{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{137} \\ 22 \\ \underline{3} \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{40} \\ 20 \\ \underline{21} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{105} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1102 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{1221} \\ 3306 \\ \underline{3306} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0002 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{1500} \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 004 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 015 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{800} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 01000 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77077} \\ 00000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{0108} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0301 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{1308} \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ -10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 006 \\ \underline{-005} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ -15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-0027} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 0300 \\ \underline{-0300} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-28} \\ 09 \\ \underline{-08} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 381 \\ \underline{-350} \\ 039 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 0007 \\ \underline{-0007} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{-010} \\ 0008 \\ \underline{-0008} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 029 \\ \underline{-028} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-50} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 06 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 021 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 020 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-27} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 004 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-108} \\ 019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 016 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 01001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-77} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{-9} \\ 018 \\ \underline{-18} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 030 \\ \underline{-28} \\ 029 \\ \underline{-28} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5^o Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 00 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 021 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 05 \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 020 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 02 \\ \underline{02} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{15} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 04 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{127} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{32} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{00} \\ 07 \\ \underline{07} \\ 77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{07} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{10} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{29} \\ 1 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{010} \\ 18 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 029 \\ \underline{01} \end{array}$$

Grado: 5^a Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 04 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{10} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{28} \\ 1 \end{array}$$

Grado: 5º Grupo: Bº

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1502 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 02 \\ \underline{07} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{07} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 164 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{32} \\ 21 \\ \underline{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{00} \\ 0077 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{01} \\ 10 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{1} \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 120 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{28} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 05 \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1691 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{12} \\ 12 \\ \underline{02} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 590 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{27} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{50} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 21 \\ \underline{20} \\ 1 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 04 \\ \underline{04} \\ 77 \\ \underline{77} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 182 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{09} \\ 01 \\ \underline{08} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 29 \\ \underline{28} \\ 1 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{105} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{160} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1483 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 07 \\ \underline{06} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{007} \\ 07 \\ \underline{07} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{610} \\ 180 \\ \underline{180} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{28} \\ 1 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 164 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{32} \\ 21 \\ \underline{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11611 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{07} \\ 007 \\ \underline{00} \\ 07 \\ \underline{07} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{01} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{1} \end{array}$$

Grado: 5º Grupo: 137

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 221 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 05 \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{45} \\ 027 \\ \underline{027} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ 27 \overline{) 1237} \\ \underline{162} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{80} \\ 21 \\ \underline{20} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 0007 \\ \underline{0007} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{09} \\ 010 \\ \underline{09} \\ 108 \\ \underline{09} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 29 \\ \underline{28} \\ 1 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 120 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{300} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ 27 \overline{) 1237} \\ \underline{19} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{010} \\ 180 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{309} \\ 291 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: B

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 0 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1502 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 02 \\ \underline{07} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 245 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{67} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{11} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{857} \\ 890 \\ \underline{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1006 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{0} \\ 100 \\ \underline{00} \\ 16 \\ \underline{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 09 \\ \underline{09} \\ 2 \end{array}$$

Grado: 5º Grupo: C=

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-5} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \\ \underline{-0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 027 \\ \underline{-27} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-108} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-77} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 01 \\ \underline{-0} \\ 10 \\ \underline{-9} \\ 100 \\ \underline{-100} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-10} \\ 00 \\ \underline{-0} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 029 \\ \underline{-28} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: C

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-005} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \\ \underline{-00} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1504 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 002 \\ \underline{-000} \\ 27 \\ \underline{-27} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-030} \\ 000 \\ \underline{-000} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 431 \\ 27 \overline{) 1227} \\ \underline{-116} \\ 111 \\ \underline{-111} \\ 81 \\ \underline{-81} \\ 030 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 000 \\ \underline{-000} \\ 0 \\ \underline{-007} \\ 0 \\ \underline{-0077} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10141 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 01 \\ \underline{-01} \\ 0 \\ \underline{-010} \\ 1 \\ \underline{-098} \\ 81 \\ \underline{-81} \\ 08 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14433 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 030 \\ \underline{-028} \\ 2 \\ \underline{-24} \\ 4 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: C

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-27} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-108} \\ 019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-77} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ 9 \\ \underline{018} \\ -18 \\ \underline{08} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 030 \\ \underline{-28} \\ 029 \\ \underline{-28} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: C

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{5} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 005 \\ \underline{005} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0027 \\ \underline{0027} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 030 \\ \underline{030} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 019 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{50} \\ 321 \\ \underline{300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{22} \\ 00077 \\ \underline{00077} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{09} \\ 018 \\ \underline{018} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 030 \\ \underline{028} \\ 029 \\ \underline{028} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5^o Grupo: "C"

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-5} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \\ \underline{-000} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0020 \\ \underline{-20} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-127} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 821 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 301 \\ \underline{-300} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-77} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 0100 \\ \underline{-00} \\ 0008 \\ \underline{-0008} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 100 \\ \underline{-70} \\ 1009 \\ \underline{-1007} \\ 002 \end{array}$$

Grado: "5" Grupo: "D"

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{28} \\ 14 \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 5 \\ \underline{5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{30} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \\ \underline{27} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.7 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16.4 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{50} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 21 \\ \underline{20} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 77 \\ \underline{77} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{90} \\ 01 \\ \underline{09} \\ 10 \\ \underline{09} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144.1 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{70} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 29 \\ \underline{28} \\ 10 \\ \underline{07} \\ 3 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: D

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 433 \\ 27 \overline{) 12700} \\ \underline{90} \\ 090 \\ \underline{09} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{301} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{000} \\ 077 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{010} \\ 18 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: D

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1502.3 \\ 3 \overline{) 4527.0} \\ \underline{15} \\ 02 \\ \underline{07} \\ 10 \\ \underline{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.7 \\ 27 \overline{) 127.0} \\ \underline{190} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16.4 \\ 50 \overline{) 821.0} \\ \underline{321} \\ 210 \\ \underline{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000.0 \\ 77 \overline{) 77077.0} \\ \underline{00} \\ 07 \\ \underline{070} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{01} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 08 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144.1 \\ 7 \overline{) 1009.0} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{10} \\ 3 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: D

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 467 \\ 27 \overline{) 1270} \\ \underline{190} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 164 \\ 50 \overline{) 8210} \\ \underline{321} \\ 210 \\ \underline{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{010} \\ 18 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1441 \\ 7 \overline{) 10090} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Grado: 5to Grupo: D

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.7 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{190} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16.4 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 210 \\ \underline{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{0077} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{010} \\ 18 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144.1 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{10} \\ 3 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: "D"

21-7

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 09 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{00} \\ 42 \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 021 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{30} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{027} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0046 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{00} \\ 190 \\ \underline{180} \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 164 \\ 50 \overline{) 8210} \\ \underline{50} \\ 321 \\ \underline{300} \\ 210 \\ \underline{200} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10120 \\ 9 \overline{) 91080} \\ \underline{00} \\ 1180 \\ \underline{090} \\ 680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 01441 \\ 7 \overline{) 10090} \\ \underline{70} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 29 \\ \underline{28} \\ 1 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: -D-

25-7

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{05} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 159 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{15} \\ 027 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{30} \\ 00 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4.7 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{190} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26.4 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{321} \\ 210 \\ \underline{200} \\ 10 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{00} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 201 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{10} \\ 08 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{30} \\ 29 \\ \underline{1} \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-5} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-27} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0430 \\ 27 \overline{) 12700} \\ \underline{-108} \\ 0190 \\ \underline{-189} \\ 0010 \\ \underline{-10} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-77} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{-9} \\ 018 \\ \underline{-18} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 030 \\ \underline{-28} \\ 029 \\ \underline{-28} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5 Grupo: 11

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 005 \\ \underline{005} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0027 \\ \underline{0027} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 030 \\ \underline{030} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{108} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{50} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 0077 \\ \underline{0077} \\ 000077 \\ \underline{000077} \\ 000000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 9 \overline{) 2108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{09} \\ 0198 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1110 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 309 \\ \underline{28} \\ 09 \end{array}$$

Grado: "5" Grupo: "A"

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-5} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-05} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1590 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-027} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-030} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-108} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 00077 \\ \underline{-0077} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{-9} \\ 010 \\ \underline{-09} \\ 018 \\ \underline{-018} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{-7} \\ 309 \\ \underline{-28} \\ 01 \end{array}$$

Grado: 5^o Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{-50} \\ 10 \\ \underline{-10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{-42} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{-10} \\ 005 \\ \underline{-5} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{-16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1509 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{-3} \\ 15 \\ \underline{-15} \\ 0027 \\ \underline{-27} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{-12} \\ 030 \\ \underline{-30} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 040 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{-0} \\ 127 \\ \underline{-108} \\ 19 \\ \underline{-14} \\ 05 \\ \underline{-0} \\ 014 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{-50} \\ 321 \\ \underline{-300} \\ 021 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{-77} \\ 0077 \\ \underline{-77} \\ 0077 \\ \underline{-77} \\ 0077 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{9} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1959 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{21} \\ 99 \\ \underline{91} \\ 89 \\ \underline{84} \\ 49 \end{array}$$

Grado: 5º Grupo: A

Resuelve los siguientes algoritmos de división.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 5 \overline{) 60} \\ \underline{5} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7 \overline{) 42} \\ \underline{42} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 5 \overline{) 105} \\ \underline{10} \\ 005 \\ \underline{005} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ 8 \overline{) 160} \\ \underline{16} \\ 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ 3 \overline{) 4527} \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0027 \\ \underline{0027} \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 6 \overline{) 1500} \\ \underline{12} \\ 030 \\ \underline{030} \\ 0000 \\ \underline{0000} \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \overline{) 127} \\ \underline{111} \\ 010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 50 \overline{) 821} \\ \underline{50} \\ 32 \\ \underline{000} \\ 320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 77 \overline{) 77077} \\ \underline{77} \\ 00077 \\ \underline{00000} \\ 00077 \\ \underline{00000} \\ 00077 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1012 \\ 9 \overline{) 9108} \\ \underline{9} \\ 010 \\ \underline{09} \\ 0018 \\ \underline{0018} \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1444 \\ 7 \overline{) 1009} \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 024 \\ \underline{028} \\ 001 \end{array}$$