



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD U.P.N. 191



Didáctica de la Geometría en la
Escuela Primaria

GUADALUPE REYES LUNA

Monterrey, N. L.,



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD U.P.N. 191

Didáctica de la Geometría en la
Escuela Primaria

GUADALUPE REYES LUNA

Tesina presentada para obtener el
Título de Licenciada en Educación
Básica

Monterrey, N. L.,

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Monterrey, N. L., a 12 de Julio de 1990.

C. PROFRA(A).

GUADALUPE REYES LUNA
P r e s e n t e . -

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: "DIDACTICA DE LA GEOMETRIA EN LA ESCUELA PRIMARIA", - - - - -

opción TESINA modalidad ENSAYO a propuesta del asesor C. Profr(a). CRUZ RAUL SENA CASTELLANO, - - manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

e n t a m e n t e ,



PROFR. ISMAEL VDALES DELGADO
Presidente de la Comisión de Titulación
de la Unidad 191 Monterrey
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD SEAD
191. MONTERREY

A mis padres:

Sra. Amalia Luna de Reyes y

Sr. Antonio Reyes Salazar.

I N D I C E

	Pág.
DICTAMEN	
DEDICATORIA	
I. INTRODUCCION	1
II. LA ESCUELA NUEVA	4
A. Antecedentes de la Escuela Nueva	4
B. Características de la Escuela Nueva	4
C. Rol del Alumno en la Escuela Nueva	7
III. GENERALIDADES DE LAS MATEMATICAS	8
A. Definición de las Matemáticas	8
B. Origen de las Matemáticas	8
C. Importancia de las Matemáticas en la Educación Primaria	9
IV. GENERALIDADES DE LA GEOMETRIA	11
A. Definición de la Geometría	11
B. Antecedentes de la Geometría	11
C. La Geometría en la Escuela Primaria	14
V. ENTES GEOMETRICOS	15
A. Punto	15
B. Recta	16
C. Plano	18
VI. ANGULOS	19
A. Discriminación de ángulos	19
B. Clasificación de los ángulos	20
C. Trazo y medida	21
VII. TRIANGULOS	23
A. Identificación de triángulos	23
B. Trazo de triángulos	24
C. Clasificación de triángulos	25
D. Cálculo de perímetro	27
E. Cálculo de área	28

	Pág,
VIII. SOLIDOS	31
A. Identificación de sólidos	31
B. Cálculo de volúmenes	31
IX. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS	36
NOTAS BIBLIOGRAFICAS	
BIBLIOGRAFIA	

I. INTRODUCCION

La educación, elemento indispensable en la actual existencia humana, es concebida como un proceso social y humano que debe responder en gran medida a las necesidades que el mundo en constante evolución, se plantea. Es asimismo un proceso mediante el cual se transmite una cultura de una generación a otra, que permite la renovación y perpetuación de la misma. La educación debe tender por lo tanto a una realización plena del hombre como ser social e individual.

Tomando como base esta concepción acerca de la educación, puedo afirmar que la educación primaria, como parte importante del proceso de socialización del individuo, será quien sienta las bases, (en conjunto con la familia, la comunidad, los amigos del barrio, los medios de comunicación masiva, etc.), del desarrollo armónico del ser humano, y lo lleve a una plena realización.

En el presente ensayo desarrollo un tema que es según mi opinión, de suma importancia para cualquier nivel educativo, especialmente para el primario. Trata el tema acerca de la Geometría, que es una de las ramas en las cuales se dividen las Matemáticas. Esta ciencia es generalmente concebida como una de las materias más difíciles de aprender. Sin embargo puede ser tratada como algo práctico, en lo cual tienen incursión las vivencias propias y de nuestros alumnos.

El desarrollo de este trabajo lo he basado en un método deductivo, partiendo de lo general a lo particular. Se habla acerca de la Escuela Nueva, que es el enfoque que se requiere de la Educación. Se explican en forma general las Matemáticas y la Geometría. Se presentan algunos aspectos acerca del estudio y didáctica de los entes geométricos, elementos básicos no definidos de cualquier objeto físico, sin importar su tamaño o forma. Se trata además el tema de los ángulos, los cuales se forman por la unión de entes geométricos. Se explican diversos aspectos acerca de los triángulos, los cuales se forman a partir de los ángulos. Por último se presenta el estudio y didáctica de los cuerpos geométricos, formas tridimensionales.

El presente ensayo ha sido realizado pensando en dos fines ampliamente ambiciosos, el primero de ellos es lograr la concientización de todo docente que lea el presente trabajo, acerca de la importancia de tratar el estudio de la geometría como un aspecto que requiere de un desarrollo en base a situaciones concretas y cotidianas, y no como algo meramente aislado. La segunda finalidad es el demostrar por lo menos teóricamente, que se puede permitir a los alumnos redescubrir o inducir fórmulas, conceptos, etc., en vez de dárselos para que se los mecanicen solamente.

La metodología de la investigación documental es la base principal para la elaboración de este trabajo. Para la realización del mismo utilizo, por partes aproximadamente iguales, dos aspectos que son la información recabada en algunos textos relacionados -

con el tema en cuestión, además de mi cúmulo de experiencias como docente al frente de un grupo de alumnos en edad primaria.

II. LA ESCUELA NUEVA

A. Antecedentes de la Escuela Nueva

A través de la historia podemos distinguir dos grandes etapas en la educación, éstas son la escuela tradicionalista y la escuela nueva. La escuela tradicionalista está basada exclusivamente en algunos enfoques epistemológicos elaborados en el pasado, dichos enfoques son el empírico y el racionalista. Al iniciar la escuela nueva, aproximadamente en el siglo XIX, el enfoque en el que se basa es completamente construccionista.

Acerca de la escuela nueva se han creado grandes obras y diversas corrientes con puntos afines entre ellas. Personajes tales como Stanley Hall, John Dewey, Alfred Binet, Claparade, Jean Piaget, Celestin Freinet, Montessori, etc., son bastante conocidos como algunos de los precursores en el desarrollo de la nueva educación; siendo al mismo tiempo comunes en discordar con un tipo de educación basada en la pasividad del alumno, en el intelectualismo que conduce paradójicamente al odio hacia los libros, en el magistrocentrismo, la superficialidad, en el enciclopedismo de fachada y en el verbalismo docente.

B. Características de la Escuela Nueva

Algunas de las reivindicaciones positivas que muestra la escuela nueva en contraposición a la escuela tradicionalista son:

1) La educación nueva se cimenta sobre la ciencia psicológica. - La primera característica de la escuela nueva es sin duda su estrecho parentesco con la ciencia de la psicología; esta última recoge ante todo, para verterlo en construcciones pedagógicas, - aspectos de las ciencias humanas.

2) Es una escuela activa. Se refiere no al proceso de mantener a los alumnos ocupados constantemente en alguna actividad de tipo intelectual o receptiva. Trata la actividad desde un punto de vista en el cual el docente utiliza, con fines puramente educativos, el haz de energía que emana del niño.

3) Cambio al rol del maestro. La función del maestro consiste en ser guía conductor de su grupo, en la construcción de los conocimientos. Los maestros de la escuela nueva tienen como principio el considerar al niño no como un vaso que se trata de llenar, -- sino como una fuerza con la que como mínimo se debe contar siempre.

4) Se basa la educación en el interés de los alumnos. El tomar en cuenta los intereses propios de los alumnos es uno de los -- principales postulados de la escuela nueva. El maestro debe encontrar la correspondencia entre las necesidades de sus alumnos y los objetos capaces de satisfacerlas. La autoeducación de los alumnos conduce a una pedagogía basada en el interés, desaprobando de esta forma, cualquier clase de programa impuesto.

5) Unificación de la vida escolar y extraescolar de los alumnos. Una de las principales finalidades de la escuela nueva es la inserción de ésta en la civilización. En este sentido se pretende la formación de alumnos sociabilizados y cooperativos.

6) La actividad manual.

"La inteligencia práctica es uno de los datos esenciales sobre los cuales reposa la educación activa". (1)

La actividad manual, entendida desde el punto de vista de la escuela nueva, se refiere a la unión de ésta con el trabajo del espíritu, y no como una simple distracción. Jean Piaget menciona al respecto que la manipulación de lo concreto es consubstancial en el niño, con el nacimiento y el desarrollo de su inteligencia.

7) El espíritu creador en los alumnos. La escuela nueva introduce bajo el nombre de actividades libres, toda una serie de trabajos destinados a desarrollar en el niño la imaginación, el espíritu de iniciativa y la audacia creadora.

"Los jóvenes ya no tendrán que llegar a "ser" como sus padres. Tendrán que descubrir y juzgar en un mundo nuevo para construir, viviéndolo, un mundo mejor. La educación ya no consiste solamente en enseñar lo que otros han hecho, sino que se debe enseñar lo que los demás no han hecho todavía". (2)

8) Respeto a la individualidad de cada alumno. Al respecto de este punto, se trata de dar a cada uno de los alumnos el trato correspondiente según sus características, permitiendo al niño desarrollar su propia capacidad.

9) La autodisciplina. Pretende la escuela nueva reemplazar la -- disciplina exterior basada principalmente en castigos y represiones físicas o psíquicas, por la autorregulación del grupo y del individuo en particular. Formando en el alumno una disciplina interna o autodisciplina.

"En la misma medida en que hayamos organizado el trabajo sin - someterlo a ninguna cadena metálica, habremos resuelto los -- principales problemas del orden y la disciplina; y no de un - orden y una disciplina formales y superficiales, que no se -- mantienen sino por medio de un sistema de sanciones, previsto como una camisa de fuerza que pesa tanto a quien la lleva como al maestro que la impone". (3)

C. Rol del Alumno en la Escuela Nueva

Después de analizar cada una de las miras de la escuela nueva, - se puede percibir que ésta respalda la imagen ideal del alumno:

- Tolerante y respetuoso de la opinión ajena.
- Pacífico, pero no por inercia sino por voluntad de concordia.
- Inteligente, pero no dependiente de la inteligencia y el conocimiento de otro.
- Abierto, en lo respecto al diálogo sin caer en dogmatismos.
- Inventivo, creador y audaz.
- Sociable, bien dispuesto para la colaboración con otros.

III. GENERALIDADES DE LAS MATEMATICAS

A. Definición de las Matemáticas

"Las matemáticas son un arte en el que se crean grandes sinfonías con ideas, así como bellísimas piezas pequeñas. Pero también las matemáticas son un arma poderosísima para comprender y planear, y cada vez se van infiltrando más y más en todas las disciplinas, enriqueciéndolas y enriqueciéndose con ideas nuevas, lo cual, por otra parte, implica una tremenda responsabilidad..." (4)

Las matemáticas han sido definidas generalmente como una ciencia exacta, que trata aspectos cuantitativos, que pueden ser utilizados por los hombres para cuestiones de interpretación de la naturaleza. De mayor importancia que la definición en sí, es el concepto de enseñanza de las matemáticas que tenga cada docente. -- Así por ejemplo, difiere radicalmente el concebirlas como una -- ciencia que ha de ser transmitida por medio de la memorización -- de definiciones, procedimientos, fórmulas y métodos de aplica--- ción; de aquella concepción que las concibe como una interpreta- ción humana de la naturaleza, creatividad humano teórica y trans- formación indirecta de la naturaleza. En cuyo proceso de en- -- señanza tienen mucha importancia las vivencias del docente y de- sus alumnos.

B. Origen de las Matemáticas

Las matemáticas tienen su origen en tiempos remotos cuando el -- hombre encontró determinada dificultad de tipo cuantitativo, to- das las ramas de esta ciencia surgieron de problemas concretos.-

Al principio no existía correlación entre las diversas partes -- que conforman las matemáticas, se encontraban desorganizadas; pero al paso de los años han mostrado su fuerza, ya que en mayor o en menor grado, todos los seres humanos tenemos conocimientos acerca de esta ciencia.

"La matemática nació en la necesidad humana de precisar y transmitir algunos aspectos de la naturaleza de una manera representativa, como una interpretación simbólica de lo medible". (5)

C. Importancia de las Matemáticas en la Educación Primaria

Actualmente en nuestro país se imparte obligatoriamente la educación primaria a cada uno de sus habitantes. Dentro de lo que es la educación al nivel primario, el programa está formado por materias de tipo académico tales como: Español, Matemáticas, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Actividades de tipo manual y/o artístico, tales como Educación Tecnológica y Educación Artística, y como parte integral del programa aplicado gradualmente durante los seis años de su desarrollo, se encuentra la Educación para la Salud y Educación Física.

Generalmente se concede mayor importancia a las áreas de tipo académico, pero todas y cada una de ellas son parte importante para la formación y desarrollo integral de nuestros alumnos.

Desde siempre, las matemáticas, tomando en cuenta cada una de --

las ramas que las componen, han sido las que mayor problema de aprendizaje han representado. Esto se debe principalmente a la proyección que durante mucho tiempo han dado los docentes a sus grupos, acerca de las matemáticas, dándoles pie de esta forma - a que puedan ser calificadas como: difíciles, frías, abstractas, puras, teóricas, inútiles en la vida extraescolar, etc.

Desde el momento mismo en que los seres humanos tenemos conciencia, descubrimos las matemáticas por doquier y en sus más diversas modalidades. Encontramos las matemáticas en el parque, en el mercado, en el cine, en el hogar, y en cualquier lugar donde nos encontremos. Es en esto precisamente, en lo que reside la importancia de esta área de estudio. Es fácil comprender por lo tanto que además de interesantes, las matemáticas resultan sumamente necesarias para el diario vivir de cualquier persona.

Por su propia calidad de necesarias, las matemáticas deben ser tratadas en el aula como algo vivo, fácil, concreto, práctico, - en fin, ...útil.

Para su mejor estudio, las matemáticas se han dividido en diversas ramas tales como: aritmética, álgebra, trigonometría, cálculo, análisis matemático y geometría.

IV. GENERALIDADES DE LA GEOMETRIA

A. Definición de la Geometría

La geometría señala sus inicios en las prácticas primitivas de la agrimensura Egipcia.

La geometría es un estudio de las propiedades y medidas de las figuras compuestas de líneas y puntos. Es una ciencia muy antigua y se originó de las necesidades de la población.

La palabra geometría se deriva de las palabras griegas geo, que significa "tierra" y metron, que significa "medir".

B. Antecedentes de la Geometria

"Las primeras consideraciones geométicas del hombre son incuestionablemente muy antiguas, tienen su origen en la capacidad del ser humano para percibir las relaciones espaciales del mundo físico que le rodea". (6)

Las situaciones que anteriormente vivieron los hombres, y mediante las cuales fueron ellos percibiendo sus primeras nociones de tipo geométrico, deben de haber sido numerosísimas.

Así por ejemplo, los primeros conceptos descubiertos han sido en forma inductiva, yendo desde lo particular (simple), hasta lo general (complejo). Iniciándose la historia geométrica con los con

ceptos de distancia, tiempo y recta, adquiridos debido a sus -- constantes viajes nómadas. Al llegar a la etapa conocida como -- sedentarismo, la necesidad de división y limitación de tierras -- los llevaron a la concepción de figuras simples tales como los -- cuadriláteros y los triángulos.

En la construcción de viviendas adecuadas a su nueva vida descu -- brieron algunos conceptos geométricos más, tales como líneas -- verticales, paralelas y perpendiculares.

Conceptos más complejos han sido obtenidos igualmente por situa -- ciones concretas. En el caso de la circunferencia, existen y -- existieron de la misma forma en la antigüedad, un sinnúmero de ob -- jetos físicos que nos la describen y que permitieron que los -- hombres del pasado pudieran conceptuarla, dichas representacio -- nes físicas iban desde el sol, algunas semillas, etc.

Si siguiéramos revisando cada uno de los conceptos que integran -- la geometría, nos daríamos cuenta de que no existen razones pa -- ra denominarla como una ciencia abstracta, ya que por todos los -- ejemplos anteriores, podemos comprobar claramente que la geome -- tría es completamente práctica y concreta.

Los registros más antiguos en cuanto a geometría se refiere, -- son una piedra de arcilla, las cuales datan de los tiempos Sume -- rios, aproximadamente unos 3,000 años a.c.. En esta evidencia -- se muestra que ellos tenían perfectas nociones en la medición --

de perímetros, superficies de figuras y volúmenes de cuerpos -- geométricos.

Los babilonios, sin contar aún con la gran cantidad de fórmulas actuales de cálculo y geometría, realizaban sus propios cálculos que relacionaban grandes conocimientos de aritmética y álgebra, amén de la geometría.

Algunos de los objetos que indican conocimientos de geometría - práctica en la antigüedad, son la gran pirámide Gizeh en Egipto y que fue construída aproximadamente en el año 2,900 a.c., además de un reloj de sol egipcio que data del año 1,500 a.c.

Con la escuela Jónica de Tales de Mileto, comenzó el verdadero estudio de la geometría, impulsado por la escuela Pitagórica y alcanzó su desarrollo máximo en la primera escuela de Alejandría. A Tales de Mileto se le acreditan varias conclusiones geométricas, así como un teorema. Euclides, mejor conocido como el padre de la geometría, habla en su famoso libro "Los Elementos", acerca de la geometría plana y de la teoría de los números. Durante más de dos mil años, todo estudiante que aprendía geometría lo hacía siguiendo el libro de Euclides.

Durante la época del Renacimiento, Descartes y Fermat aplicaron el álgebra para solucionar problemas de geometría, creando de esta manera la Geometría Analítica.

Desde principios de nuestro siglo se le ha dado gran impulso a-

la publicación de investigaciones matemáticas, entre las cuales destaca Labacheuski con la geometría Euclidiana.

C. La Geometría en la Escuela Primaria

Durante los seis años que conforman la educación primaria se incluye el estudio gradual de la geometría; iniciándose a partir de la problemática real que circunda al niño. Implicando con esto que él elabore sus propios conceptos mediante la actividad corporal, manipulación, observación, comparación, formulación de hipótesis, análisis y obtención propia de conclusiones.

Después de realizada toda esa serie de actividades, es necesario retornar a la problemática, aplicando la solución formulada, a ésta.

V. ENTES GEOMETRICOS

En la actualidad existen muchas palabras que son difíciles de definir, algunas otras requieren incluso de otros conceptos igualmente indefinibles. Al definir términos matemáticos partimos forzosamente de términos indefinidos que tienen un significado común a todos los seres humanos, puesto que la palabra en sí es tan básica, que todos conocen y saben a lo que se refiere.

En el estudio de la geometría se utilizan tres términos indefinidos llamados también entes geométricos, éstos son: punto, recta y plano. El principal objetivo en su estudio es lograr que los alumnos formen sus propios conceptos y vocabulario que los ayude a llegar a la explicación del mundo físico, en el cual se desenvuelven. Aún cuando estos términos indefinidos suponen ideas abstractas, se debe permitir a los alumnos, imaginarlos y conceptuarlos en términos de modelos físicos concretos.

A. Punto

Un punto es una abstracción, al igual que un número, al punto no lo podemos ver, tocar y ni siquiera dibujar. Intentar definirlo sería afrontar una serie de dificultades, las cuales no llegarían a un fin concreto. Un número puede representarse por medio de un numeral que constituye un modelo físico, conocido por nosotros. El punto puede representarse físicamente como una pequeñísima marca, puede ser la marca que forma un lápiz al dejarse-

caer sobre una hoja de papel; entre más puntiaguda sea la punta del lápiz, mejor será la descripción que tengamos de un punto.

En la conceptualización del punto, al igual que en todos los demás términos que se manejan en la geometría, se les debe permitir a los alumnos manipular algunos materiales; que los lleven a inducir y formular sus propios conceptos, fórmulas, etc.

En el caso del punto, puede por ejemplo pedírseles a los alumnos, individualmente o por equipos, que lleven al salón de clases algunos objetos o alimentos suaves, que por su misma textura sean fáciles de desmoronarse. Si los alumnos llevan por ejemplo una galleta, un mazapán, un terrón de azúcar o de tierra, etc. se les motivará a que obtengan lo que para ellos es un punto, desmoronando o descomponiendo el material que traigan. Es importante que todos los alumnos se den cuenta de que entre más fina sea la parte que conceptualiza al punto, mejor descripción se tendrá de éste.

B. Recta

La recta es otro de los elementos indefinidos en el campo de la geometría. Al igual que el punto, podemos utilizar un sinnúmero de objetos físicos conocidos por los alumnos, que les permitirán relacionar más los conceptos matemáticos con su experiencia cotidiana.

Antes que nada es importante que el maestro de grupo haga que -

los alumnos comprendan que la recta no tiene un punto inicial - ni un punto final, por lo tanto ellos verán que los ejemplos se estarán refiriendo solo a partes de una recta.

Algunos de los materiales que pueden ser utilizados para la conceptualización de una recta, son: tiras de papel, pedazos de hilo grueso o de estambre, etc.

En los grados inferiores es muy necesario que los maestros practiquen algunas actividades que permitan a los alumnos relacio--nar la actividad con el concepto que se pretende formar, así --por ejemplo en el caso de la recta es muy estratégico sacarlos--al patio de la escuela y permitirles caminar sobre una línea --recta, tratando de mencionar cada vez que sea posible, que es--tán caminando sobre una línea llamada recta, en las escuelas --con patios sin pavimento se les puede permitir a ellos trazar -sus propias rectas o formarlas con cal, arena, etc.

En los grados superiores, en los cuales es un poco infantil realizar las actividades anteriores, se les debe permitir a los --alumnos idenfificar la mayor cantidad de representaciones físi--cas de una recta, en la escuela. Es de igual importancia que --ellos perciban que una recta es un conjunto sucesivo de puntos, que al hablar de recta numérica a cada uno de los puntos de la--recta le corresponde un número y que como los números son infi--nitos en cuanto a cantidad, entonces la recta se prolonga infi--nitamente en cuanto a longitud se refiere.

C. Plano

En el estudio del plano sucede la misma situación que en el de la recta, el plano es infinito y las representaciones físicas - que podamos utilizar para conceptuarlo siempre serán finitas, - es decir constituirán solo partes del plano.

Los modelos físicos a utilizar por los alumnos para la conceptualización de un plano son tan inmensas como la imaginación de ellos, algunos ejemplos pueden ser:

- La superficie del pizarrón.
- La superficie de una ventana.
- La parte superior del escritorio (su superficie).
- La superficie del piso, etc.

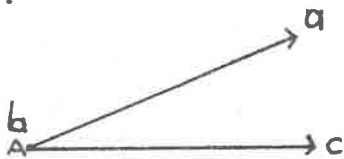
Asimismo el maestro debe ser creativo y permitir a sus alumnos ser creativos al momento de realizar actividades que les permitan operar sobre el conocimiento y apropiarse de él.

Una propuesta podría ser por ejemplo la formación de un tablero de recortes en el cual los alumnos lleven al aula todo lo que puede representar un plano.

VI. ANGULOS

Un ángulo es una figura geométrica formada por dos rayos que --
tienen un punto extremo común. Este punto común se denomina vér
tice del ángulo. Para mencionar un ángulo se pueden utilizar --
tres modalidades: por medio de una letra mayúscula; mencionando
el nombre de tres letras minúsculas, cuidando de colocar en el
centro la que se refiere al vértice; colocando en forma inversa
la primera y la tercera letras.

Ejemplo:



Este ángulo
puede llamarse A, abc
o cba.

El tema geométrico de los ángulos se encuentra incluido en los
programas de nivel primario a partir del cuarto grado. Los ante
cedentes necesarios para su estudio son el concepto claro de lo
que es un rayo y de lo que son líneas perpendiculares.

A. Discriminación de ángulos

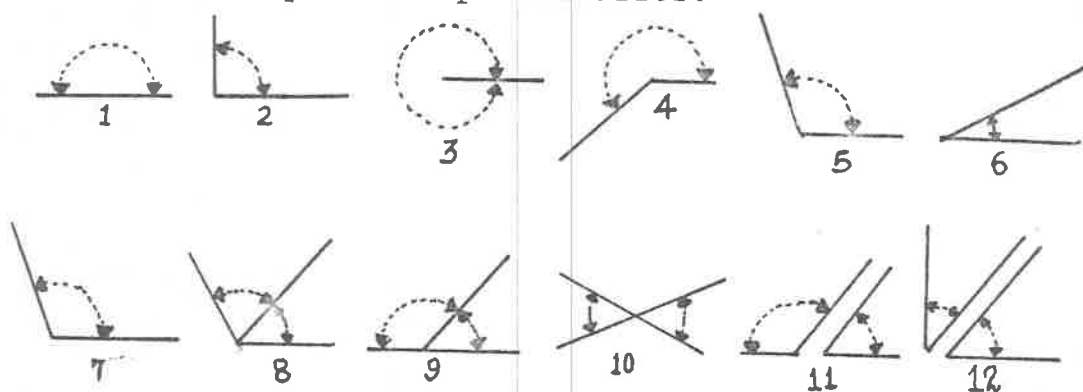
Es importante la observación exhaustiva de los ángulos por par-
te de los alumnos, ésto es necesario debido a que ellos más de-
lante estudiarán la clasificación de éstos y se requiere que me
diante la simple observación capten que existen ángulos diferen
tes entre sí, en lo referente a su abertura.

Los alumnos pueden encontrar ángulos en objetos que se encuen--

tren dentro o fuera del aula, un reloj de manecillas, la figura que forman las ramas de un árbol con respecto al tronco, las formas que surgen al unirse los extremos de las paredes de los bancos, de sus libretas, etc., pueden servir perfectamente para ilustrar en forma física lo que es un ángulo.

B. Clasificación de los ángulos

Existen doce tipos de ángulos que son: 1) llano, 2) recto, 3) de un giro, 4) cóncavo, 5) convexo, 6) agudo, 7) obtuso, 8) consecutivos, 9) adyacentes, 10) opuestos por el vértice, 11) suplementarios y 12) complementarios.



Dentro de lo que es el programa escolar primario, se manejan solo tres tipos de ángulos que son: recto, agudo y obtuso. El ángulo recto es el que mide 90° , el agudo es el que mide menos de 90° y el obtuso, mide más de 90° pero menos de 180° .

En la clasificación de ángulos es conveniente que se inicie con el recto, ya que es de mayor facilidad para los alumnos el estudio de éstos, debido principalmente a que los ángulos rectos, al contrario de los otros, poseen todos la misma forma, lógica-

mente por que su medida es igual, además de ser fácilmente iden
tificables en cualquiera de los ángulos interiores de un cuadra
do.

Existen en el salón de clases muchos objetos que pueden utili--
zarse como modelo físico de los ángulos rectos, algunos ejem---
plos son los ángulos internos del pizarrón, de las ventanas, de
las paredes, etc.

Partiendo del estudio de los ángulos rectos, podemos pedir a --
los alumnos, que con la ayuda de dos tiras de cartulina y una -
chinche o alfiler, construyan un ángulo con la abertura que - -
ellos quieran; comparativamente, ellos se darán cuenta de que -
los ángulos agudos, al igual que los obtusos y contrariamente a
los rectos, no poseen todos una forma determinada.

C. Trazo y medida

Con la actividad realizada en el punto anterior, los alumnos de
notarán que existen ángulos de diferentes formas y que pese a -
eso, muchos de ellos pertenecen a la misma clase. De aquí, e---
llos comprenderán que es necesario medir los diversos ángulos,-
a fin de diferenciarlos entre sí. Es importante al mismo tiempo
que el docente recuerde a los alumnos que existen unidades de -
medición, en longitudes rectas, tales como mm., cm.m., etc., a-
la vez que la unidad de medición de ángulos es el grado y se re
presenta con el símbolo °.

El instrumento que se emplea para la medición de ángulos es el transportador. Cualquier transportador nos muestra la escala en grados que van desde el 0 hasta el 180. Es muy útil pedir a los alumnos que consigan un transportador de doble escala, en los cuales ellos puedan leer tanto en sentido derecho como izquierdo, la medida de ángulos.

En el trazo de ángulos se requiere una precisión absoluta, al igual que en su medición. Un ángulo se mide colocando el transportador sobre uno de sus rayos, de manera que el punto central del transportador coincida con el vértice del ángulo. El número de grados del ángulo se determina leyendo la marca numérica correspondiente al punto donde el segundo rayo toca la escala. La posición de un ángulo no altera la medida del mismo, cuando el ángulo no se encuentra en su posición normal (7), lo más conveniente es prolongar los lados del ángulo.

Es importante por último, el permitir a los alumnos que comprueben que no se altera la medida de un ángulo al aumentar la longitud de sus lados. Un ejercicio apropiado para tal fin es la construcción de un ángulo recto, hecho de cartulina gruesa, dicho ángulo se utilizará haciéndolo coincidir con uno de los ángulos rectos que forman los rincones del salón; los alumnos observarán claramente que los lados del ángulo del salón son mayores que los de nuestro ángulo de cartulina y que sin embargo ambos poseen la misma abertura.

VII. TRIANGULOS

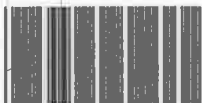
El estudio de la geometría plana o bidimensional se inicia desde el primer año de educación primaria. La forma más conveniente de iniciar dicho estudio es partiendo de lo más simple hasta llegar a lo más complejo, es decir, siguiendo una metodología inductiva. El estudio de la figura triangular es de las menos complejas, para trabajar en ello se requiere seguir algunas fases tales como; identificación, trazo, clasificación, cálculo de perímetro y cálculo de área.

A. Identificación de triángulos

Para lograr que nuestros alumnos inicien su estudio de figura bidimensionales, con positivos resultados de aprovechamiento. Es conveniente que se les permita hacer una discriminación previa de la figura que se pretende estudiar, en el caso específico de este capítulo, esa figura es el triángulo.

Algunas de las actividades que se pueden realizar para que nuestros alumnos identifiquen las formas triangulares, durante los primeros grados, son las siguientes:

- Presentar a los alumnos algunas fotografías de diversas situaciones cotidianas, en las cuales aparezcan objetos conocidos, por ejemplo: puentes, coches, casas, etc., en las cuales ellos puedan localizar, por medio de la observación, algunos triángulos.



91443

91443

- Mostrar a los alumnos una serie de algunas figuras geométricas diferentes, entre las cuales se encontrarán los triángulos, para que ellos los identifiquen. Esta actividad puede realizarse en diversas formas, puede realizarse con todo el grupo por medio de figuras que el maestro pegue en el pizarrón o puede hacerse por medio de hojas individuales en las cuales estén impresas varias figuras, en las cuales los alumnos discriminarán y colorearán los triángulos.

- Para afianzar la discriminación de triángulos, es conveniente pedir a los alumnos que recorten de libros viejos, revistas, periódicos, etc.. Los triángulos que se encuentren y los lleven al aula para realizar, ya sea individualmente o por equipos, una composición artística. De esta manera, además de trabajar un objetivo de matemáticas, se desarrolla también la habilidad creadora de los alumnos, pudiendo esta actividad tomarse como correlación con el área de educación artística.

B. Trazo de triángulos

Antes de proceder al trazo de triángulos, es necesario que los alumnos comprueben que no existe alguna figura geométrica con menos de tres lados. Se puede demostrar esto utilizando para tal efecto tiras de papel o cartulina, todas ellas del mismo ancho, los alumnos trabajarán con éstas formando figuras geométricas. Fácilmente detectarán que es imposible construir figuras cerradas con menos de tres tiras. Aunque parezca demasiado ob--

vio para nosotros, e incluso para los alumnos en los grados superiores; es necesario que los alumnos en los grados inferiores, infieran y comprueben por sí mismos el concepto de lo que es un triángulo.

Con respecto al trazo, no tan sólo de triángulos, sino de cualquier figura geométrica, es imprescindible acostumbrar a los -- alumnos a trabajar con la mayor precisión posible. En los primeros grados se puede trabajar solamente con regla y escuadra, a partir del cuarto grado es necesario que ellos manejen instrumentos tales como: regla, escuadra, transportador y compás, a fin de obtener, como ya se mencionó, cálculos más precisos.

"En geometría la exactitud es imprescindible y no se puede admitir un más o menos, pues un grado de diferencia en un ángulo de los tres del equilátero, por ejemplo, destruye inmediatamente su equilateralidad". (7)

C. Clasificación de triángulos

Los triángulos pueden ser clasificados de acuerdo a la dimensión de sus lados y según la medida de sus ángulos interiores. Según la dimensión de sus lados, un triángulo será: equilátero si tiene sus tres lados iguales, isóceles si tiene por lo menos dos de sus tres lados iguales, o escaleno si sus tres lados son desiguales.

Para la clasificación de triángulos se puede utilizar el mismo material que se utilizó para su identificación. Deberán los alumnos medir los lados de los diversos triángulos presentados, es necesario que se realice esta actividad con el mayor número de triángulos. Si es posible, sería conveniente localizar en el aula o en el patio de la escuela, algunas figuras triangulares y que los alumnos tomen sus dimensiones con sus reglas; a partir de este ejercicio, los alumnos descubrirán que existen tres tipos de triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.

De acuerdo a la medida de sus ángulos interiores, hay tres tipos de triángulos: acutángulo si sus tres ángulos interiores son agudos, rectángulo si posee algún ángulo interior recto y obtusángulo si tiene algún ángulo interior obtuso.

Es de suma importancia que el maestro haga ver a los alumnos que en cualquier triángulo, la suma de los tres ángulos interiores siempre será igual a 180° . Para comprobar esto puede pedírseles a los alumnos que tracen y recorten un triángulo cualquiera, es preferible que el maestro no los auxilie en ésto. De esta manera se permitirá que los triángulos resultantes sean distintos entre sí, en lo que corresponde a dimensiones. Después se señalarán los ángulos interiores del triángulo, recorriendo las puntas y colocando los ángulos, uno a continuación de otro, haciendo coincidir los vértices. Con el ejercicio anterior se estarán sumando los valores de los tres ángulos y podrá observarse que dicha suma es de 180° , pues los lados exteriores

del acomodo están sobre una misma recta. Es decir que tienen la dos colineales. Como los triángulos construidos por cada integrante del grupo son distintos, los alumnos podrán comprobar -- que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo -- siempre es de 180° .

Para que los alumnos clasifiquen en forma rápida los triángulos que se les presenten, pueden construir con algun material durable o por lo menos con cartulina gruesa, una plantilla de un ángulo recto. Con esta plantilla podrán medir cada uno de los ángulos interiores del triángulo. Si los tres son menores que la plantilla, el triángulo es actuángulo; si alguno de ellos es -- igual, entonces es rectángulo; y si alguno es mayor que el de la plantilla, entonces es obtusángulo.

D. Cálculo de perímetro

Es imprescindible que antes de ejercitar a los alumnos en el -- cálculo de perímetros, ellos comprendan el concepto de éste; es recomendable para tal fin que el grupo realice mediciones de -- contornos de algunas superficies conocidas tales como puertas, mesabancos, libros, etc.

Suponiendo que se decida realizar la medición del contorno de -- un mesabanco, se puede proceder de la siguiente manera:

- Uno de los alumnos mide la longitud de uno de los lados del -

mesabanco y se lo comunica a los integrantes del grupo.

- El resultado de la medición se utiliza, trazando en un extremo del pizarrón una línea recta. Si el resultado es de 80 cms. por ejemplo, la línea que se trace será de 80 cms. de longitud.
- Deberá realizarse la misma actividad con cada uno de los lados, trazando cada vez la línea en el punto exacto en el cual terminó la línea anterior.
- Cuando se termine de trazar la línea que equivale a la suma de todos los lados, se medirá ésta para saber cual es la medida del contorno del mesabanco.

De esta forma, será más fácil que los alumnos asimilen que el perímetro no es otra cosa que la suma de los lados de la figura; con este proceso se evitará la confusión que en ocasiones se presenta en el cálculo de perímetros de figuras irregulares.

E. Cálculo de área

Al igual que el cálculo de perímetro, el cálculo del área requiere de una previa adquisición del concepto de lo que es área. La primera actividad que se puede realizar para tal fin es la comparación entre los diversos estados de la República Mexicana, los alumnos notarán fácilmente que no todas las superficies tienen las mismas dimensiones.

Después de dicha comparación se tratará de medir una línea y una superficie con una regla, los alumnos lo podrán hacer fácilmente en el caso de la línea; en el caso de la superficie verán la imposibilidad y tendrán que pensar en la forma de hacerlo. Es necesaria ahí la intervención del maestro para hacer ver a los alumnos que existen varias clases de unidades de medición, entre las cuales se encuentran las lineales y además las cuadráticas, tales como mm^2 , cm^2 , etc.

Para iniciar con el proceso concreto de cálculo de áreas es necesario hacerlo en forma práctica, la manera más conveniente es -- construyendo su propia unidad cuadrática y colocándola sobre alguna figura rectangular para ver cuantas veces cabe en ésta. En base a este ejercicio, con el tiempo y la práctica los alumnos -- podrán deducir que se puede calcular la superficie utilizando para ello las longitudes de la altura y el largo, sin necesidad de colocar su unidad cuadrática.

En el caso del triángulo no es posible, por su forma, realizar -- el cálculo de superficie, de la misma forma que en el rectángulo; pero puede, partiendo de su fórmula, deducirse la del triángulo. Las actividades a realizar son:

- Trazar un triángulo y recortarlo.
- Trazar la altura del triángulo, recortando los dos triángulos-rectángulos resultantes.
- Unirlos formando un cuadrilongo.

- Hallar el área del cuadrilongo, utilizando para tal fin la fórmula o bien calculando en base a su unidad cuadrática construída.
- Volver a formar al triángulo inicial.
- Deducir que el área del triángulo es igual al área del cuadrilongo.

La anterior serie de actividades dará como resultado el lograr obtener el área de un triángulo, partiendo de la fórmula para calcular el área del rectángulo.

Para que los alumnos lleguen a la fórmula para calcular el área de un triángulo, se pueden realizar las siguientes actividades:-

- Trazar un triángulo rectángulo.
- Completar por medio de línea punteada el rectángulo del cual surge dicho triángulo.
- Observar que el triángulo es exactamente la mitad del rectángulo.
- Deducir que si la fórmula para obtener el área de un rectángulo es base por altura, entonces para el triángulo debe ser la mitad de esto, o bien, base por altura entre dos.
- Comprobar lo anterior utilizando cualquier clase de triángulo.

VIII. SÓLIDOS

A. Identificación de sólidos

El estudio de los sólidos inicia en el cuarto grado de primaria, la forma de tratar el tema es de suma importancia puesto que si se pretende atiborrar de fórmulas, conceptos y mecanizaciones a los alumnos. Estos las memorizarán pero no comprenderán que dichos conocimientos les son de gran utilidad en su vida cotidiana, siendo incapaces de encontrar la relación entre los aspectos teóricos aprendidos en el aula de clases con sus experiencias y vivencias extraescolares. Por todo lo anterior, pienso que es -- preferible partir de objetos y situaciones conocidas, y a partir de ahí desarrollar las actividades convenientes para llegar a la construcción de los elementos propios de las matemáticas.

Al hablar de sólidos podemos relacionar por ejemplo, los poliedros con cajas de diferentes formas y tamaños. Los cilindros se pueden estudiar partiendo de la comparación o semejanza con los botes de jugos, verduras, etc.; y las esferas comparándolas con pelotas, canicas, etc. La identificación de cuerpos geométricos es bastante fácil debido a que los sólidos, a diferencia de las figuras geométricas, son tridimensionales, y diariamente nuestros alumnos y nosotros tenemos contacto directo con ellos.

B. Cálculo de volúmenes

Para poder calcular volúmenes, es necesario que los alumnos ten-

gan antecedentes acerca de lo que es el cálculo de superficies - y de lo que es el volumen de cuerpos geométricos. Para iniciar se puede pedir a los alumnos que mencionen algunos alimentos enlatados o envasados de los cuales utilizan en su hogar. Después de esto se les puede preguntar si dicho producto se maneja en envases de un solo tamaño o de varios. En el caso de que sea posible, sería conveniente llevar varios de esos envases al salón de clases, tratando de definir los alumnos cual de esos envases ocupará mayor lugar en el refrigerador de su casa. A fin de evitar -- confusiones sería conveniente que la comparación se realice entre envases del mismo tipo, por ejemplo pueden ser envases de -- yogurth o de mantequilla, de la misma marca y forma pero en tamaños diferentes.

Otro ejemplo bastante práctico para que los alumnos formen su -- propio concepto de lo que es el volumen, se les puede presentar un alumno de sexto año y uno de primero, ellos definirán cual es el que ocupa mayor espacio. De aquí será fácil para ellos com--- prender que el volumen de un cuerpo es igual al espacio que ocupan.

Es necesario asimismo recordar a los alumnos acerca de los diver sos tipos de unidades que existen, al tratar el tema de los volú menes, los alumnos deben traer ya algunos conceptos básicos tales como unidades de medición lineal y unidades de medición cuadrática. Para el cálculo de volúmenes se instruirá a los alumnos en la construcción de una unidad de medición cubica, la cual es-

un cubo con una unidad de longitud por cada uno de sus lados.

En el proceso de cálculo de volúmenes es imprescindible que los alumnos manejen algún material, para que ellos mismos deduzcan la fórmula y les sea fácil comprender de donde surge la generalización o fórmula.

Para tal fin puede utilizarse una caja, ésta puede ser cúbica o con caras rectangulares, lo importante es que en ella cada uno de los alumnos coloque la unidad cúbica que construyeron de modo que puedan calcular entre todos cuantas unidades cúbicas caben en la caja o lo que es lo mismo que capacidad o volumen tiene esa caja. En seguida puede pedírseles a ellos que en lugar de colocar las unidades cúbicas en la caja, de manera que ésta se llene, las coloquen sólo en una hilera de tal forma que se den cuenta primero cuantos cubos caben a lo largo, cuantos caben después a lo ancho y finalmente coloquen una hilera hacia arriba de manera que puedan ver cuantas unidades cúbicas caben de esta forma.- Así podrán ellos con la práctica deducir que para calcular el volumen de un poliedro es necesario tener tres datos que son altura, ancho y largo y realizar una simple operación de multiplicación o bien generalizando la fórmula como área de la base por altura.

En lo que respecta a los cuerpos geométricos conocidos como pirámides, se puede partir de la fórmula de los poliedros para deducir la de éstas. Las actividades a realizar serían:

- Construir con plastilina un poliedro y una pirámide que tengan las mismas medidas tanto en la base como en la altura.
- Utilizando un recipiente graduado que haya sido llenado hasta determinado nivel, hay que sumergir el poliedro, checando el punto hasta el cual subió el nivel del agua.
- Se realiza la misma actividad pero ahora con la pirámide, es importante cuidar que el nivel del agua al introducir la pirámide, sea exactamente igual a cuando se sumergió el poliedro.

De los resultados obtenidos, se podrá descubrir que el volumen que ocupa la pirámide es la tercera parte de lo que ocupa el prisma. Pudiendo de esta forma concluir que el volumen de la pirámide se calcula con la fórmula: $\text{Area de la base por altura sobre tres}$,

En otros cuerpos geométricos tales como cilindro y cono podemos encontrar la misma relación que en el caso anterior, podemos realizar algunas actividades para poder deducir que de la fórmula para calcular el volumen de un cilindro, se puede originar la de un cono. (Construyendo un cono y una pirámide con cartulina gruesa y cuidando que tengan las mismas medidas tanto en la base como en la altura. Se pueden llenar éstas formas de aserrín o arena, siempre y cuando se encuentren bien apretados dentro del sólido, habiendo calculado anteriormente la cantidad de aserrín o de arena. Se podrá comprobar que solo cabe en el cono la tercera

parte de lo que cabe en el cilindro, generalizando de esta forma que si la fórmula para el volumen del cilindro es $\pi r^2 h$, entonces la del cono será $\frac{\pi r^2 h}{3}$.

IX. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

1. El estudio de la geometría es de suma importancia por que es de aplicación directa y constante en la vida cotidiana de - - nuestros alumnos y por haber surgido de una necesidad concreta.
2. Es importante la participación de los alumnos en las clases de geometría, para que las puedan sentir como algo vivo y vinculado a sus vivencias diarias.
3. La geometría requiere de una metodología inductiva en ocasiones y deductiva en otras.
4. Es conveniente inducir a nuestros alumnos a formular ellos -- mismos, mediante actividades, las fórmulas y conceptos que se manejan en el área de la geometría.
5. El material de trabajo es imprescindible, tanto más es necesario que sea utilizado por los alumnos y no sólo por el docente.
6. La manipulación de algunos materiales siempre es de beneficio a cualquiera de los niveles de la escuela primaria, en lo que a la geometría se refiere.
7. En el área de matemáticas y la enseñanza de la geometría, también requiere de salidas del aula, para cuestiones de observación, discriminación, etc.

NOTAS BIBLIOGRAFICAS

- (1) Roger, Gilbert. Las ideas actuales en Pedagogía. 3a. ed. - - México, Ed. Grijalbo, 1984 p. 95.
- (2) Ibid p. 96.
- (3) Celestin, Freinet. La Educación por el trabajo. México, - - Ed. Fondo de Cultura Económica, 1971 p. 292.
- (4) Santiago López de Medrano. Citado en Matemáticas U.P.N. I -- Vol. I. México, S.E.P. 1980 p. 13.
- (5) ANUIES. Manual de Didáctica de las Matemáticas. México, - - Centro de Didáctica, U.N.A.M. 1972 p. 22.
- (6) U.P.N. Matemáticas I Vol. 2. México, S.E.P. 1980 p. 13
- (7) Gilbert, Roger. Op. cit. p. 114.
- (8)

BIBLIOGRAFIA

- ANUIES. Manual de Didáctica de las Matemáticas. México, Centro - de Didáctica, U.N.A.M., 1972.
- FREINET, Celestin. La Educación por el trabajo. México, Ed. - - Fondo de Cultura Económica, 1971.
- HEMMERLING, Edwin M. Geometría Elemental. México, Ed. Limusa, -- 1983.
- MOISE, Edwin E. Geometría Moderna. México, Ed. Fondo de Cultura- Interamericano, S.A., 1970.
- ROGER, Gilbert. Las ideas actuales en Pedagogía. 3a. ed. México, Ed. Grijalbo, 1984.
- U.P.N. Matemáticas I Vol. I. México, S.E.P. 1980.
- U.P.N. Matemáticas I Vol. 2. México, S.E.P. 1980.