



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD U.P.N. 191



MODOS Y MEDIOS DE ENSEÑANZA DE LOS
NUMEROS RACIONALES POSITIVOS EN
LA EDUCACION PRIMARIA

RAYMUNDO CABALLERO NIETO

MONTERREY, N. L., 1991



SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD U.P.N. 191

MODOS Y MEDIOS DE ENSEÑANZA DE LOS
NUMEROS RACIONALES POSITIVOS EN
LA EDUCACION PRIMARIA

RAYMUNDO CABALLERO NIETO

TESINA PRESENTADA PARA OBTENER EL TITULO
DE LICENCIADO EN EDUCACION BASICA

MONTERREY, N. L., 1991

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Monterrey, N. L., a 10 de Enero de 1991.

C. PROFRA).
RAYMUNDO CABALLERO NIETO
P r e s e n t e .-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: "MODOS Y MEDIOS DE ENSEÑANZA DE LOS NUMEROS RACIONALES POSITIVOS EN LA EDUCACION PRIMARIA", - -

opción TESINA modalidad ENSAYO a propuesta del asesor C. Profr(a). PERLA AURORA TREVIÑO TAMEZ, - - manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A t e n t a m e n t e

PROFR. ISMAEL VIDALES DELGADO
Presidente de la Comisión de Titulación
de la Unidad 191 Monterrey



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD SEAD
191 MONTERREY

A mis padres,
esposa e hijas
por el apoyo
que me han dado.

INDICE

Pág.

DICTAMEN		
DEDICATORIA		
I.	INTRODUCCION	1
II.	ASPECTOS GENERALES DE LA EDUCACION	4
	A. La educación como proceso social	4
	B. Diferencia entre instruir y educar	6
	C. La profesión de enseñar	6
III.	IMPORTANCIA DE LOS NUMEROS RACIONALES POSITIVOS	8
IV.	OBJETIVOS QUE HAY QUE LOGRAR ANTES DE ENSEÑAR OPERACIONES CON NUMEROS RACIONALES POSITIVOS	13
V.	FACTORIZACION CON LOS NUMEROS NATURALES	16
	A. Juegos de ingenio en la enseñanza de la factorización	16
	B. Procedimiento para reconocer los números primos y compuestos	19
	C. Procedimiento para hallar el mínimo como múltiplo	20
	D. Procedimiento para hallar el máximo común divisor	21
VI.	ADICION Y SUSTRACCION CON DIFERENTE DENOMINADOR	22
VII.	MULTIPLICACION Y DIVISION	27
VIII.	EL JUEGO DE DOMINOS PARA EXPLICAR LAS PROPIEDADES DE LOS NUMEROS RACIONALES POSITIVOS	31
IX.	CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS	34
NOTAS BIBLIOGRAFICAS		
BIBLIOGRAFIA		
ANEXOS		

I. INTRODUCCION

Los constantes avances tecnológicos han modificado la metodología de la enseñanza tradicional basada fundamentalmente en la recitación del profesor. Se han inventado y fabricado una gran variedad de instrumentos, equipos, sistemas auditivos y visuales - que son de gran utilidad para la enseñanza.

La educación en nuestro país a nivel primaria es esencialmente - formativa, es la encargada de promover el desarrollo integral -- del educando y de proporcionar los fundamentos de una formación- que le permita proseguir estudios inmediatos a un nivel secunda- rio técnico, para tener la oportunidad de incorporarse a la vida productiva.

Hoy en día las escuelas primarias se presentan como una unidad - orgánica donde, el maestro es un agente pedagógico que se vale - de muchos apoyos. La propia escuela no es más que un elemento de una actividad educativa donde el maestro ya no puede funcionar - como autoridad enciclopédica; sino debe hacer uso de todos esos- medios y modos de enseñanza que están a su alcance para lograr - que mejore el proceso enseñanza-aprendizaje; y además sea más interesante, entretenido, creativo, dinámico, y en consecuencia obtener el adecuado logro de los objetivos encaminados al desarro- llo integral del educando.

Las matemáticas son una reunión de conocimientos ordenados en --

forma lógica, dinámica y valedera, que el alumno irá descubriendo y recreando bajo la guía de su maestro. Además, es un principio fijo para que los educandos ejerciten su capacidad y aptitud de pensar en forma matemáticas y lógica; y para que descubran su ventaja como medio de comprensión, dominio y superación del ambiente físico, visual y cultural al que pertenecen. Uno de los aspectos que comprende las matemáticas son los números racionales positivos.

Con el aprendizaje de los números racionales positivos en la educación primaria, el alumno deberá conocer y utilizar las fracciones, lo que permitirá a entender y representar partes de un todo: tales como tres cuartos de una superficie, un octavo de metro, un quinto de un rectángulo. Además aprenderá a sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones para poder resolver problemas de la vida diaria.

El objetivo de este trabajo de tesina, modalidad ensayo, es el de profundizar en los modos y medios para la enseñanza de los números Racionales Positivos en el tercer ciclo de la Escuela Primaria en el área de Matemáticas.

Como marco teórico del trabajo se presentan algunas explicaciones generales de la educación, partiendo de una explicación general de los números racionales positivos se enfoca el trabajo al aspecto didáctico.

Se habla de los conocimientos previos a la enseñanza de los números racionales positivos y al método de enseñanza.

El trabajo se centra en los temas de factorización, adición, sustracción, multiplicación y división.

Este trabajo fue fundamentado con aportaciones de algunos auto--res concedores de la materia y enriquecida con los conocimien--tos adquiridos en la licenciatura y a través de mi experiencia - como maestro de educación básica.

Para la realización del ensayo se siguió la metodología de la investigación documental.

II. ASPECTOS GENERALES-DE LA EDUCACION

A. La educación como proceso social

"La educación es abierta y dinámica, influye en los procesos sociales y es influida por ellos. Le corresponde proporcionar al país valores, conocimientos, conciencia y capacidad de autodeterminación".(1)

Si la educación se realiza con este fin, avalando los intereses actuales y futuros de la sociedad y del individuo, se constituye en un verídico factor de cambio.

Con la educación primaria se busca la formación integral del niño, que le permitirá tener conciencia social y enmendarse en agente de su propio desarrollo y de la sociedad a la que pertenece. De ahí, el carácter formativo, más que informativo de la educación primaria.

Es necesario que el niño aprenda a aprender, de modo que durante toda su vida, en la escuela y fuera de ella investigue y use por sí mismo el conocimiento, arregle sus observaciones por medio de meditación, y participe responsable y censuradamente en la vida social.

Según Hartmann "La educación es la guardiana de la historia. En este sentido, la educación es en primer término, el instrumento para conservar los tesoros culturales de la comunidad". (2)

"Las funciones de la educación son: conservación, crecimiento y continuidad de la cultura". (3)

Una buena educación es aquella en la que se atiende por igual el desarrollo del cuerpo y del alma, que forma a los futuros educandos para que disfruten los placeres de la vida en forma racional y en unión de sus familiares.

Una defectuosa educación es cuando el profesor se limita a la mera instrucción y olvida el cultivo de los valores morales y cívicos que hacen la felicidad del educando en la sociedad.

El maestro Mattus en su didáctica general dice:

"Es de relevante interés para la sociedad, el que todos sus miembros tengan una mentalidad saludable y esclarecida, un carácter bien formado y una personalidad bien desenvuelta y enriquecida de cultura, para que no sean individuos marginados, ni desadaptados y puedan contribuir en las medidas de sus posibilidades, al bienestar colectivo por su trabajo útil y productivo, y por su participación activa y bien orientada en la vida social. La educación puede convertirse en un instrumento eficaz para realizar la más hermosa esperanza de la humanidad, sin embargo, para que ese ideal se realice, será necesario transformar la escuela a la que estamos habituados, adoptar una nueva filosofía educativa de perspectivas más amplias y prometedoras en valores culturales, y principalmente, reformar y modernizar nuestros tradicionales sistemas de enseñanza y, por ende, de la educación nacional". (4)

Existen dos clases de educación, la programada y la espontánea.

La programada cuenta con todos los medios necesarios para conducirse a cabo, tales como una persona preparada con un salón apropiado con tiempo exclusivo y materiales didácticos; en todos los

países existe y es apoyada por las autoridades o empresas particulares.

La educación espontánea en cambio es sistemática, y no cuenta -- con los beneficios de la educación dirigida, de la vida de los -- alumnos porque se consigue a través de casos reales.

B. Diferencia entre instruir y educar

Muchas personas, entre ellas algunos profesores de educación primaria enredan los vocablos. "Instrucción y Educación" juzgándo-- los sinónimos, pero, no lo son. Instruir significa dar conoci--- mientos, educar es guiar las facultades físicas y psíquicas de -- los jóvenes y niños a fin de lograr su desarrollo armónico para-- que puedan ajustarse mejor a la sociedad en que viven.

No siempre una persona culta es educada, por ejemplo se mira en-- la sociedad como algunas personas instruídas se comportan grose-- ramente en su trato diario con sus semejantes en lugares de reu-- nión, en la vía pública y en sus hogares. La razón de esto es -- que se olvida en ellos la formación de buenos hábitos, el culti-- vo de la honestidad y las artes, y hasta la práctica más elemen-- tal, de las normas de amabilidad siendo culpable de ellos a ve-- ces sus familiares otras la sociedad.

C. La profesión de enseñar

Al pronunciar la palabra enseñar es una profesión dedicada al --

servicio social, por esto, la profesión de enseñar demanda una gran responsabilidad; pero, sobre todo tiene una gran importancia dentro de la educación.

El buen maestro como cualquier profesional, es aquél que conoce su labor, es el que sabe que, como parte integrante de la sociedad, debe preocuparse por obtener una eficiencia profesional con las personas que tiene a su cargo.

El buen profesor debe ser una persona con intenso amor a un tema de estudio, debe ser capaz de excitar y mantener el interés de los educandos dirigiéndolos hacia tareas que logren éxito, sobre todo el maestro debe ser capaz de agrandar el deseo de saber. Esta es la clase de maestro que la sociedad necesita.

Algunos maestros creen que enseñar o dar clases a un grupo son sinónimos o sea que significan lo mismo, sin embargo no es así, existe una gran diferencia entre los dos conceptos enseñar a una persona implica introducir con ella algún cambio, es producir un aprendizaje. En cambio, dar clase es simplemente tratar un tema, sin importar si el educando aprendió o no. Es decir, si hubo o no cambio en la conducta del mismo.

III. IMPORTANCIA DE LOS NUMEROS RACIONALES POSITIVOS

Los números racionales originalmente han sido representados por pueblos muy antiguos, como los egipcios y babilonios con el objeto de hacer reparticiones equitativas y justas. Por ejemplo con los alimentos, las tierras, las telas, tenían que estimar porciones o partes de algo.

Tanto en la antigüedad como en la actualidad, todo número fraccionario está representado con una raya en medio de dos números enteros positivos; el de arriba se llama numerador y el de abajo denominador. Esa raya fraccionaria fue introducida por los árabes en el siglo XVI, que sirvió para ellos diferenciar entre los números enteros decimales y fracciones.

Después de haber aprendido toda la humanidad los números naturales, los números enteros, fue posible realizar problemas y operaciones con adiciones, sustracciones y multiplicaciones.

Luego surgieron otros problemas cuya resolución exigió de una nueva operación llamada división, que se usa como operación inversa de la multiplicación, pero tenían dificultades en su aplicación en casos como los siguientes:

- 1.- El repartir 10 manzanas entre cuatro niños.
- 2.- El asignar igual número de niños a cada uno de cinco instructores, siendo 19 niños en total.

3.- El medir con un metro la altitud de una barda donde el edificio se encontraba con una barda que medía más de dos metros y menos de tres metros.

Otros casos: frases que escuchamos en la calle, en las tiendas, etc.:

- 1.- Traeme medio kilo de tortillas.
- 2.- Compra un octavo de pintura.
- 3.- Dame un cuarto de jamón.

Expresiones y frases de este tipo forman parte del lenguaje común, porque, frecuentemente todos nos encontramos en donde tenemos necesidad de medir y estimar porciones o partes de algo.

Todas estas situaciones llevaron a los grandes especialistas en las matemáticas, a crear una nueva clase de números de tal manera que siempre fuera posible encontrar el resultado de una división y una representación numérica para todas esas frases que todo el mundo las usa sin necesidad de ir a la escuela.

Estos números llamados fracciones o quebrados se unieron con los números enteros y formaron un solo conjunto que se denomina "Números Racionales Positivos" que son aquellos números que pueden expresarse como un cociente de dos números siendo el denominador diferente de cero". (5)

Por ejemplo: $\frac{2}{4}$ -- N
 $\frac{2}{4}$ -- D

Donde, el 2 es el numerador (indica las partes tomadas de la unidad) y, el 4 es el denominador (indica las partes en que está dividido el entero).

Al conjunto de los números racionales positivos se le identifica con: (Q).

Dicho de otra manera, simbólicamente:

$$Q = \left(\frac{a}{b} / a \text{ y } b \in \mathbb{Z} \text{ } b \neq 0 \right)$$

De esta manera, podemos considerar los siguientes conjuntos de números racionales.

RACIONALES NO NEGATIVOS

I $\frac{2}{2}$ 5 .25
 0
 $\frac{3}{4}$ $\frac{12}{7}$ 2 $\frac{1}{3}$

RACIONALES NEGATIVOS

-I $-\frac{2}{2}$ -.5
 -5
 $-\frac{12}{7}$
 $-\frac{3}{4}$

Tenemos que considerar estas observaciones al enseñar los números racionales positivos:

- 1.- Si sacamos al cero del conjunto no negativos, lo que nos queda recibe el nombre de conjunto de números racionales positivos.

Así que ahora tenemos tres conjuntos: El de Racionales Positivos, el de Racionales Negativos y el que sólo tiene el cero como elemento neutro.

RACIONALES

RACIONALES POSITIVOS

$4/3$ 2 $5/6$
 1 $3/4$ $.25$
 $19/5$

RACIONALES NEGATIVOS

- $1/2$ - $.75$
 -3
 - $1/2$ - $5/4$

0

¿Notará el alumno, que el cero no es un número positivo ni negativo?

2.- Si formamos un sólo conjunto con todos los racionales positivos y todos los racionales negativos y el cero, a ese conjunto le llamaremos el conjunto de los números racionales.

 2 $5/6$ -3
 $1/2$ - $.75$
 0 $19/5$
 1 $3/4$

Los números fraccionarios es importante enseñar a los alumnos -- desde segundo año hasta sexto, para que el educando a través de los años pueda ir superando las dificultades que se presentan en su aprendizaje, a veces presentan dificultad cuando les decimos que lean o que digan que significan los números $5/10$, $6/4$, $2/2$;

ó cual es mayor $32/44$ ó $27/36$. Es peor aún cuando analizamos problemas planteados verbalmente por el maestro, en donde interviene una comparación de fracciones por ejemplo: Si te dan a escoger entre $3/9$ y $2/6$ de pastel ¿Qué parte preferirías? o si te ofrecen $1/4$ de barra de oro ó $2/8$ de barra de oro ¿Cuál preferirías?. También cuando pedimos que se resuelvan problemas cuya solución requieren efectuar alguna operación con fracciones. Por ejemplo: Una señora fué al mercado y compró $1/2$ kilo de papas, $3/4$ kilogramos de tomate y $7/8$ kg. de plátano, ¿Cuánto pesó todo lo que compró?. Nos encontramos con que la mayoría de la gente ni siquiera entiende lo que preguntamos y si lo entiende, son incapaces de dar una respuesta correcta. No se deben olvidar todas esas ideas de orden de fracciones, ya que son las que permiten el desarrollo de algunos procedimientos, para poder llevar a cabo alguna equivalencia de fracciones y las operaciones fundamentales que se presentan en la vida diaria.

IV. OBJETIVOS QUE HAY QUE LOGRAR ANTES DE ENSEÑAR OPERACIONES CON NUMEROS RACIONALES POSITIVOS

Hay objetivos en los cuales se apoya el maestro para acrecentar, facilitar y reafirmar el proceso enseñanza-aprendizaje en 6o. -- año de primaria antes de ejecutar una operación o problema fundamental con números racionales positivos. Mediante estos, el alumno deberá:

- Observar y practicar cómo convertir fracciones impropias a fracciones mixtas o viceversa:

$$\frac{15}{4} = 4 \frac{3}{4} = 3 \frac{3}{4}, \quad 5 \frac{1}{4} = \frac{5 \times 4 + 1}{4} = \frac{21}{4}$$

- Amplificar fracciones como $\frac{N}{D} = \frac{N \times C}{D \times C}$ si sólo si ($C \neq 0$).

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad \text{en donde, } C = \text{a cualquier número entero positivo.}$$

- Simplificar fracciones como $\frac{N}{D} = \frac{N/C}{D/C}$ si sólo si ($C \neq 0$).
- Reducir una fracción a su más simple expresión, aplicando el máximo común divisor.
- Utilizar las reglas de comparación como $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ sólo si $a.d > c.b$ -- y $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si, $a.d < c.b$.

- Recordar las propiedades equivalentes como:

$$\frac{a}{a} = (a \neq 0) ; \frac{a}{1} = a (a \neq 0) ; \frac{0}{a} = 0 (a \neq 0).$$

- Convertir una fracción común a una fracción decimal o viceversa como:

$$\frac{1}{2} = .5 \qquad .25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

- Resolver problemas planteados por el maestro de la vida diaria en donde, utilizar el sistema métrico decimal con relación a medidas de peso.

- Ejecutar problemas planteados por el maestro, en donde se aplique todo lo relacionado a medidas de tiempo.

- Identificar fracciones propias como $\frac{1}{2}$ donde, el numerador es menor que el denominador.

- Observar fracciones impropias como $\frac{6}{4}$ donde, el numerador es mayor que el denominador.

- Asimilar que existen fracciones mixtas como $3 + \frac{1}{2} = 3 \frac{1}{2}$ y deducir que están compuestos por un entero y una fracción propia menor que un entero.

- Manejar el concepto de múltiplo y submúltiplo y que encuentren los múltiplos de algunos números.

- Utilizar los criterios de divisibilidad.

- Reconocer los factores primos.
- Escribir múltiplos y seleccionar el mínimo común múltiplo mediante un juego.
- Escribir divisores y determinar el máximo común divisor a través de un juego.

V. FACTORIZACION CON LOS NUMEROS NATURALES

A. Juegos de ingenio en la enseñanza de la factorización

Como dijo el sabio Pitágoras, Padre de las matemáticas "Los números gobiernan el mundo". (6) Es tan cierta su afirmación que inclusive, cuando desea recrearse la gente, vuelve sus ojos hacia-ellos, esperando encontrar en sus propiedades campo propicio para su esparcimiento y recreación.

Me propongo mostrar, en este capítulo, que los números, eso tan-complicado que ha sido la pesadilla de la mayoría de los niños - en su edad escolar, son capaces de divertir y entretener como el más ingenioso de los juguetes.

"Los juegos de ingenio son ejercicios de entretenimiento, en que por diversión y pasatiempo se trata de resolver una cuestión propuesta, en términos sujetos a ciertas reglas". (7)

Teniendo en cuenta esta definición en este capítulo, he recopilado un buen número de juegos matemáticos que caen por completo bajo el dominio del entendimiento y el ingenio.

Lo que si puedo asegurar, es que los juegos matemáticos, tienen-la virtud de hacer pasar los minutos, sin sentir su pesadez aparte, de que realizados entre niños. Son estos juegos ideales para el desarrollo de la factorización con los números naturales, que a su vez, nos van a servir como antecedentes de los números ra--

cionales positivos.

Los juegos recreativos de ingenio y de azar que pueden auxiliar al maestro en la enseñanza de los Números Racionales Positivos son los siguientes:

- 1) ¿Qué será ... que será?.- Es un juego que permite conocer los múltiplos de 4, consiste en que el alumno unirá los puntos -- con sus números o múltiplos correspondiente con una raya de menor a mayor hasta que resulte el dibujo resistrón.(Anexo 1)
- 2) El cumpleaños.- Es un juego de ingenio, el juego consiste en que el alumno piense en un número y lo anote en el cuadrito -- que viene dibujado en cada invitado, el número faltante deberá ser diferente a los números que se encontraran a sus lados y la cantidad completa deberá ser múltiplos de 9 para tener -- derecho a entrar a la fiesta de cumpleaños. (Anexo 2)
- 3) La tómbola.- Es un juego que permite conocer factores o divisiones, un número que divide a otro exactamente en la cual de**be**mos seguir las reglas propuestas. (Anexo 3)
- 4) El crucigrama.- Es un juego llamado tómbola, palabras o números cruzados. Raro es el periódico o revista en que no se encuentre un crucigrama. En este juego, el alumno conozca la -- factorización total que consiste en descomponer un número en sus factores o divisores primos. Al resolver el crucigrama, -- el alumno deberá resolver y llenar los cuadros en blanco tan-

to horizontales como verticales con números primos, de modo - tal, que multiplicados resulten los números compuestos que es tán al final de cada hilera o columna. (Anexo 4)

5) El laberinto.- Es un juego de azar que depende única y exclu- sivamente de la suerte y de conocer la clasificación de los - números primos, compuestos y unitarios. En este juego debemos sujetarnos a las reglas que impone el laberinto. (Anexo 5)

6) El juego del pacman.- Es un juego de ingenio que consiste en- que el alumno no calcule el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor de un grupo de familias de fantasmas correspon- dientes al pacman para que los debore. Es decir, en los fan- tasmas se coloca una cifra y en cada uno de ellos, el alumno- tendrá que sacar un común denominador que divida exactamente a ellos. (Anexo 6)

Para la enseñanza del mínimo o común múltiplo hay que ver que el número propuesto se reduzca a la unidad. Lo usual es colocar una línea vertical a la derecha del número propuesto. A la derecha - de dicha línea se va colocando los divisores primos y a la iz--- quierda, los cocientes resultantes (luego funcionan como dividen do) en la forma siguiente:

Ejemplo: Descomponer el 20 en sus factores primos:

$20 \div 2 = 10$	20	\parallel	2	(20) es divisible \div primo 2
$10 \div 2 = 5$	10	\parallel	2	(10) es divisible \div primo 2
	5	\parallel	5	(5) es divisible \div primo 5

Reduciendo: $2 \times 2 = 4 \times 5 = 20$

Recordando que el No. 1 no tiene divisores primos.

B. Procedimiento para reconocer los números primos y compuestos

El unitario es aquel que solamente se divide entre él mismo, es el

1. Recibe este nombre por tener un solo divisor

Entre los números naturales existen unos que solamente pueden dividirse entre ellos mismos y la unidad, por ejemplo; el 2, 3, 5, 7, 11, 13. A estos números se les denomina primos.

Los números compuestos son los que pueden ser divididos entre 1 y varios divisores. En suma, esto significa que estos números -- tienen más de 2 divisores. Ejemplo: el 6 se divide entre 1, 2, 3 y 6.

Para reconocer que un número es primo o compuesto se sigue el siguiente procedimiento: se divide sucesivamente por cada uno de los números primos menores que él; si se obtiene un cociente -- exacto su residuo es igual a cero, el número es compuesto, y si resulta un cociente entero que sea menor que el divisor su residuo diferente de cero puede afirmarse que es primo. Ejemplo: --

Reconocer si: el número 323 es primo o compuesto.

$$13 \overline{) 323} \begin{array}{r} 24 \\ 323 \\ \underline{063} \\ 11 \end{array}$$

R \neq 0

$$17 \overline{) 323} \begin{array}{r} 19 \\ 323 \\ \underline{153} \\ 00 \end{array}$$

R \neq 0

Se suspenden las divisiones porque el cociente es exacto y su residuo es igual a cero, por lo tanto, el número 323 es compuesto.

Para reconocer si 227 es primo o compuesto hacemos lo siguiente: Comprobamos que 227 no es divisible entre 2, entre 3, 5, 7 y 11- se intenta dividirlo entre trece.

$$13 \overline{) 227} \begin{array}{r} 17 \\ 227 \\ \underline{097} \\ 6 \end{array} \quad R \neq 0 \quad 17 \overline{) 227} \begin{array}{r} 13 \\ 227 \\ \underline{057} \\ 6 \end{array}$$

Aquí se suspende la división, pues el cociente entero (13) es menor que el divisor (17) por lo tanto el número 227, es primo.

C. Procedimiento para hallar el mínimo como múltiplo

El mínimo como múltiplo es el menor de los múltiplos distintos - de cero, que es común a los números propuestos.

El procedimiento para hallarlo es el siguiente:

- Por descomposición en factores primos: el M.C.M. de 3, 4, 2. - Se descomponen al mismo tiempo en factores primos y se multi-- plican entre sí.

3	4	2		2
3	2	1		2
3	1	1		3
1	1	1		

$$2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ m.c.m.}$$

D. Procedimiento para hallar el máximo común divisor

El máximo común divisor es el mayor divisor común de varios números propuestos.

El procedimiento para hallarlo es el siguiente:

- Por descomposición en factores primos. Consiste descomponer -- las cantidades en sus factores primos dividiendo las 2 ó más -- cantidades entre un mismo número primo. Hasta que una de esas -- cantidades no se divida exactamente entre el mismo número pri-- mo luego; se procederá a multiplicar los números primos obteni-- dos y el producto total = al M.C.D.

24	40		2
12	20		2
6	10		2
3	5		

$$2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ M.C.D.}$$

Estos procedimientos son base para resolver los juegos del PAC - MCM.

VI. ADICION Y SUSTRACCION CON DIFERENTE DENOMINADOR

Hay que considerar, que no hay formas antiguas o nuevas, sólo -- hay modos útiles. El mejor modo será aquellos que presenten más-beneficio al logro de los objetivos propuestos en grados superiores.

El modo de enseñanza es el recurso didáctico al cual se recurre-para resumir o reafirmar, anunciar, extractar y calcular sobre - un tema o problema determinado que el maestro plantee de la vida diaria a sus alumnos.

A continuación, presento uno de estos modelos de enseñanza de suma utilidad para el profesor de primaria.

El modo pillips 66:

La descripción.- Es un trabajo en pequeño grupo de seis alumnos-que permiten la participación de todos en un problema determina-do.

Objetivo:- Permite conocer lo que opina un grupo de 6 o sobre un problema complicado en 6 minutos. Permite la rápida reunión de - ideas para resolver o elegir el procedimiento más adecuado y rá-pido de un problema determinado.

Mecánica a seguir.- Escribir en el pizarrón, cuaderno o tarjetas el problema que se ha planteado.

Insistir en el objetivo o procedimiento que se pretenda alcanzar.

Organizar a los alumnos en grupo de 6, para ello, se les concede rá un minuto.

Cada grupo, nombrará un coordinador y un secretario. (en 1 minuto).

- A todo el grupo se le permite un minuto para que cada uno pien se en la posible respuesta.
- El coordinador de cada grupo leerá el problema a sus compañe--ros, y así resolverá cada uno de ellos dicho problema. (6 minutos).
- El secretario va tomando nota de las respuestas, procurando --seleccionar la correcta con ayuda de sus compañeros de equipo-- tiempo. (1 minuto).
- Se entregará al maestro las respuestas y se regresaran a sus --respectivos lugares.
- La evaluación: el maestro da a conocer los resultados en esa --misma sección o en otra posterior.

Requisitos.- El maestro o alumno deberán elegir el problema y --aclarar el objetivo que se propone con ello. Ejemplo:

Objetivo.- Sumar o restar fracciones con diferente denominador;-

deberan ser transformadas en otras equivalentes que tengan el mismo denominador para esto, es conveniente utilizar el antecedente o procedimiento mínimo común múltiplo.

Problema.- El grupo de sexto año fué a la presa. Uno de los alumnos pescó 2 róbalos. El primero pesó $\frac{3}{4}$ de Kg. y el segundo $\frac{1}{5}$ Kg. ¿Cuánto pesaron los 2 pescados juntos?

Operación:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \text{---}$$

Desarrollo.- Se realiza en cuatro pasos:

1.- Encontrar el mínimo común múltiplo de 4 y 5.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 5 \quad // \quad 2 \\ 2 \quad 5 \quad // \quad 2 \\ 1 \quad 5 \quad // \quad 5 \\ 1 \quad 1 \end{array} \quad 2 \times 2 = 4 \times 5 = 20 \text{ m.c.m.}$$

2.- El mínimo común múltiplo (20) de los denominadores se coloca como común denominador.

$$\frac{\quad}{20} + \frac{\quad}{20} = \frac{\quad}{20}$$

3.- Si se divide el mínimo común múltiplo entre cada denominador y el resultado se multiplica por cada numerador de las fracciones.

$$y \quad \frac{4 \sqrt{20} = 5}{5 \times 3 = 15}$$

$$\frac{5 \sqrt{20} = 4}{4 \times 1 = 4}$$

$$\frac{15}{20} + \frac{4}{20} = \frac{15 + 4}{20} =$$

4.- Finalmente si se suman los numeradores y se simplifica el resultado convirtiéndolo a un número mixto cuando sea posible.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15}{20} + \frac{4}{20} = \frac{15 + 4}{20} = \frac{19}{20}$$

Cuando se plantee un problema de sustracción con denominadores diferentes, es indispensable recordar el tema de comparación de fracciones para acomodar correctamente la fracción que corresponde al minuendo. Para esta clase de problemas, es conveniente que el alumno vaya familiarizándose a resolver en términos de suma, recordando la definición y aplicando el inverso aditivo del sustrando. Ejemplo:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \frac{\bar{c}}{d} \quad \text{si sólo si } \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

y (a/b más el opuesto de c/d)

Ejemplo: Rafael desea comprar un terreno y ve en el periódico ofertas: El terreno de ^{1a} primera mide 2/3 de hectárea y el de la segunda 3/4 de hectárea ¿Cuántos metros de hectárea es más extenso el segundo que el primero.

$$3/4 - 2/3 = 3/4 + -2/3 = 9/12 + -8/12 = 9-8/12 = 1/12$$

4	3	///	2
2	3	///	2
1	3	///	3
1	1	///	

$2 \times 2 = 4 \times 3 = 12$ M.C.M. (Denominador Común)

$12 \sqrt{4} = 3 \times 3 = 9$ Numerador del Minuendo

$12 \sqrt{3} = 4 \times 2 = 8$ Numerador del Sustraendo

VII. MULTIPLICACION- Y DIVISION

En el desarrollo de este capítulo se emplea un recurso o medio didáctico, que es uno de los más empleados en el desarrollo enseñanza-aprendizaje con números racionales positivos, ya que se puede ajustar fácilmente a los propósitos del maestro asesor.

Una serie de diapositivas pueden abarcar información por ejemplo (una multiplicación o división) y también presentar un procedimiento, integrando una habilidad o incitando a una actitud. Se puede ejecutar individualmente o en grupo, es posible emplear series completas o partes de ellas en comparación con otras. Generalmente son durables, despiertan gran interés en los observadores y son fáciles de manejar.

En la elaboración de diapositivas se deben considerar los siguientes aspectos:

- Precisar el objetivo que se va a cumplir.
- Considerar las características del alumno destinatario del material.
- Elaborar un boletín de contenido.
- Preparar un guión, como punto de partida para la elaboración de las diapositivas.

- Elaborar fotografías de alta calidad. Se necesitan las siguientes recomendaciones antes de proyectarlas:

- a) Es necesario tener cuidado de su correcto ordenamiento.
 - b) Proyectarlas en cuarto con escasa iluminación.
 - c) Existen proyectores con tocadiscos o grabadora integrada, que hacen posible el cambio automático de las diapositivas.
- La información que pueden tener algunas diapositivas para el aprendizaje o recordación de este capítulo.

Multiplicación de fracciones con diferente denominador:

- Primera diapositiva:

Regla o procedimiento: " el producto de dos fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador, el producto de los denominadores". (8)

En símbolo es: $a/b \times c/d = axc/bxd$ ($b \neq 0$ $d \neq 0$)

- Segunda diapositiva:

Un artesano que trabaja la plata hace aretes, pulseras, y anillos. De este metal usa tres quintas partes ($3/5$) en hacer aretes, y pulseras y $6/7$ los dedica a las pulseras ¿Qué fracción del metal usa para las pulseras solamente?

Operación: $3/5 \times 6/7 = 3 \times 6 / 5 \times 7 = 18/35$

- Tercera diapositiva: División de números racionales con diferente denominador:

Para dividir dos números racionales, el procedimiento que se sigue es "multiplicar el numerador de la primera fracción (dividiendo), por el denominador de la segunda (divisor) para obtener el numerador del resultado y para obtener el denominador del resultado se multiplica el numerador de la segunda fracción por el denominador de la primera, o sea, que en realidad lo que hacemos son los productos cruzados, siendo el primer producto el numerador del resultado y el ~~segundo~~ producto el denominador". En símbolo es como sigue:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad (b \neq 0 \text{ d } \neq 0, c \neq 0) \quad \text{ó} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c} = \frac{ad}{bc} \quad (9)$$

Ejemplo:

Los $\frac{4}{5}$ del contenido de un costal de fertilizante deben ser empacados en bolsas que sólo pueden contener $\frac{2}{25}$ de costal.

¿Las bolsas necesarias para empacar el fertilizante son?

Operación: Aplicando el inverso multiplicativo.

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{25} = \frac{4}{5} \times \frac{25}{2} = \frac{100}{10} \div \frac{10}{10} = \frac{10}{1} = 10$$

Bolsas

Aplicando el M.C.D.

100	10	//	2
50	5	//	5
10	1	//	

$$2 \times 5 = 10 \text{ M.C.D.}$$

- Cuarta diapositiva:

Divisiones con fracciones y enteros.

Regla:

Regla enteros \div $\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} = \frac{\text{entero} \times \text{denominador}}{\text{numerador}}$ y viceversa.

Ejemplo:

Para fumigar una plantación de frijol, se necesita disolver el insecticida en tanques con agua; si se tiene 8 Kg de insecticida y en cada tanque se ocupa medio Kg (1/2) ¿Cuántos tanques de agua se necesitan?

Operación:

$$8 \div 1/2 = 8 \times 2/1 \times 1 = 16/1 = 16 \text{ tanques.}$$

Ejemplo:

¿Cuántos botes de pintura de 1/4 de litro se llenaran con un tanque que contiene 200 litros?

Operación:

$$200 \div \frac{1}{4} = \frac{200}{1} \div \frac{1}{4} = \frac{200}{1} \times \frac{4}{1} = \frac{800}{1} = \frac{800}{\text{botes}}$$

VIII. EL JUEGO DE DOMINOS PARA EXPLICAR
LAS PROPIEDADES DE LOS NUMEROS
RACIONALES POSITIVOS

Para espabilar la memoria, en una palabra, poner en tus manos - ese fácil recurso de diversión que constituyen todos los juegos de salón que son popularísimos, ya que raro es el hogar que no cuente con una caja de fichas de dominó. Son juegos en los que no se gana o se pierde porque no se apuesta nada, se juega por el placer de jugar, de distraerse, de pasar el rato agradable y al mismo tiempo aprender o recordar las propiedades de la adición o multiplicación con números racionales positivos.

Estos juegos generalmente son los que interviene la inteligencia, la práctica, los reflejos rápidos, la memoria, el cálculo; el conjunto de estas cualidades y otras varias que resulta difícil precisar forman al buen jugador, experto y hábil, temible rival.

Cuanto más arraigadas esten estas cualidades en cada uno de los participantes más interesantes resultan los juegos. Sólo es cuestión que el maestro lea las reglas del siguiente juego, que puede ser de gran utilidad para el alumno o alumnos del segundo y tercer ciclo.

Para poder explicar las propiedades de los números racionales positivos con el juego "El Dominó" (Anexo 7) el cual está formado por 28 fichas se juega igual que un dominó común a diferen--

cia que las carretas (6) están formadas por los nombres de las propiedades y con una ficha blanca se inicia el partido. Las demás fichas están combinadas con los nombres de las propiedades y ejemplos de su aplicación. Se pueden formar equipos de cuatro.

Reglas generales del juego:

Cerrar: Colocar una ficha que impida cubrir más propiedades.

Colocar una ficha: Cubrir la propiedad con el nombre o ejemplo del extremo de una ficha junto a la de otra igual.

Doble: Es nombre que se da a cualquier ficha en la que se repite la misma propiedad, las otras se llaman combinadas.

Hacer dominó: Poner en juego todas las fichas asignadas.

Lado abierto: Es aquella mitad de la ficha que está libre o sea que no está en contacto con la mitad de la otra. Pudiendo así ser cubierta. Los lados abiertos siempre son dos y se hallan en ambos extremos del juego.

Mezclador: Es recoger las fichas después de haberlas puesto con la cara negra hacia arriba. Esto se realiza al inicio de cada partida.

Pasar: No tener ninguna ficha que se pueda jugar.

- Robar:** Cuando el jugador de turno no dispone de ficha que se pueda jugar, acude al depósito - si lo hay y roba o apila fichas hasta que - le salga una que pueda poner en el juego.
- Recuento:** Significa sumar tantas fichas una vez que - se halla cerrado el juego y gana el que tenga menos número de fichas.
- Ser mano:** Es mano el jugador que posee el derecho de - tener la carreta de gúeros o tiene el juego en turno de juego.

IX. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

1. El enseñar los números racionales positivos en el tercer ciclo de la Educación Primaria, ayuda tanto al maestro como al alumno a reafirmar, rectificar los conocimientos de todo un proceso de enseñanza-aprendizaje, que han ido adquiriendo en los ciclos anteriores y a superar las dificultades -- que se presenten en su aprendizaje.
2. El método más de fiar para lograr un mejor aprendizaje con números racionales positivos aplicados en los problemas de la vida diaria, es el inductivo-deductivo, que va de lo particular a lo general y viceversa, en donde, el alumno se -- formará un hábito de comprensión y no de mecanización.
3. Los modos y medios de enseñanza con los números racionales-positivos rompen el sistema tradicional tan arraigado que -- tenemos en la educación primaria; y ayudan al maestro poco a poco a que logren profundizar, reafirmar y recrear los objetivos que desea enseñar en un tiempo razonable.
4. Los números racionales positivos, además de los números naturales, números enteros, son la base de cualquier activi--dad que se realiza fuera y dentro de una escuela primaria.-- Estos números nos rodean en todas partes. Constantemente -- son utilizados para las amas de casa, el profesionista, el comerciante, el mecánico, el agricultor y el pintor.

5. El jugar con números tiene una afinidad de aceptaciones que dan una idea clara y correcta de lo que han sido, es y será el juego en cualquier parte donde se practica; estas acepciones son las que definen como diversión, competencia que se disputa cumpliendo unas reglas previstas y expuestas de ante mano; y cuya victoria se inclina a formar de unos u otras -- por suerte, ingenio, destreza, técnicas, agilidad, práctica, cultura u otras cualidades que se desarrollan en el deséu imperioso de derrotar al adversario y lograr alzarse con un -- triunfo notorio.

6. La sustracción es una operación inversa de la adición que se encuentra sumando el minuendo, el inverso aditivo del sustraendo. Es importante seleccionar el procedimiento y el modo -- didáctico que se utilizan para obtener el éxito en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

7. La división es una operación inversa a la multiplicación. -- El uso de diapositivas es uno de los mayores recursos para alcanzar los objetivos propuestos en la enseñanza de la división.

NOTAS BIBLIOGRAFICAS

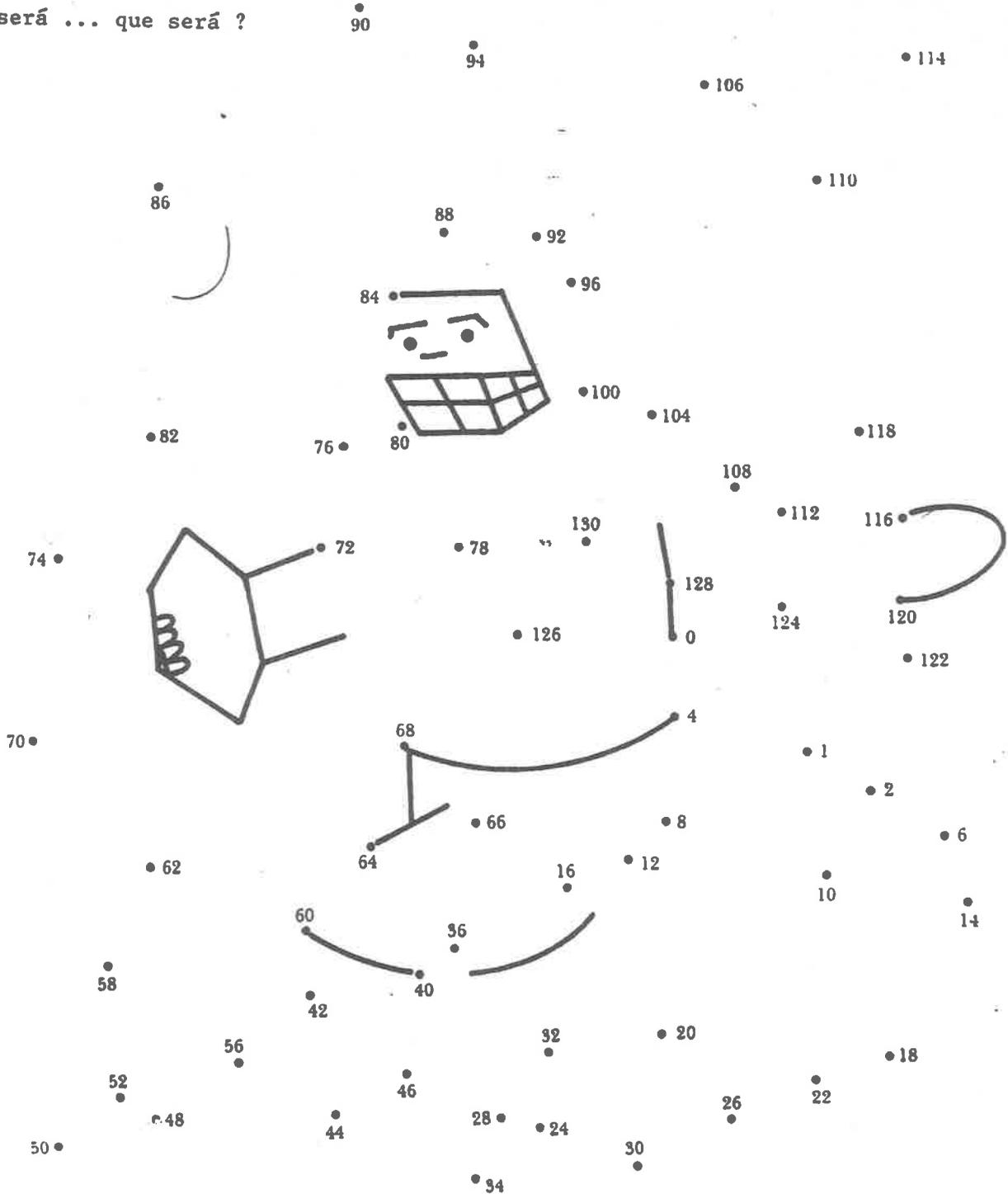
- (1) SEP, Programa Escolar de Sexto Año. Pág. 10
- (2) Francisco Larroyo, Ciencia de la Educación. México, Ed. ---
Porrúa. Pág. 82
- (3) Ibid. Pág. 81
- (4) Francisco Valdez Mondragón, Aspectos Generales de la Educación Primaria. México, Ed. Oasis, Pág. 49
- (5) Ma. Eugenia González de Tellez, Manual de Matemáticas. - - -
México, Ed. Siglo Nuevo. Pág. 21
- (6) C. Verdejo. P.N. Curió. Juegos para Todos. Ed. Sopena. Pág.
189
- (7) Ibid. Pág. 293
- (8) Francisco Cantú García. Matemáticas I. Ed. Limusa. Pág. 278
- (9) C. Verdejo. P.N. Curió. Op. Cit. Pág. 249

BIBLIOGRAFIA

- CANTU GARCIA, Francisco. Matemáticas I. México, Ed. Limusa, s-f.
- GARCIA GONZALEZ, Enrique y Héctor M. Rodríguez Cruz. El Maestro y los Métodos. México, Ed. Limusa, s/f.
- GONZALEZ DE TELLEZ, Ma. Eugenia. Manual de Matemáticas. México, Ed. Siglo XII.
- LARROYO, Francisco. La Ciencia de la Educación. México, Ed. Porrúa, s/f.
- PARRA CABRERA, Luis y Guillermo. Matemáticas primer curso. México, Ed. Kapelusz, 1981.
- RIOS MENDOZA, Rodolfo. Cuaderno Recreativo de Matemáticas. Monterrey, Ed. Iztaccihuatl, 1987.
- ROSEMBERG, R. Robert. Matemáticas para el Comercio. México, Ed. D.C.P.A., 1986.
- SEP (Secretaría de Educación Pública). Matemáticas. México, Ed. Continental, s/f.
- SEP (Secretaría de Educación Pública). Programa Escolar de Sexto año, México, Ed. Continental, s/f.
- VALDEZ MCNDRAGON, Francisco. Aspectos Generales de la Educación Primaria. México, Ed. Oasis, 1981.
- VERDEJCO, C. P. N. Curió. Juegos para Todos. México, Ed. Sopena.

ANEXO 1

¿Será ... que será ?



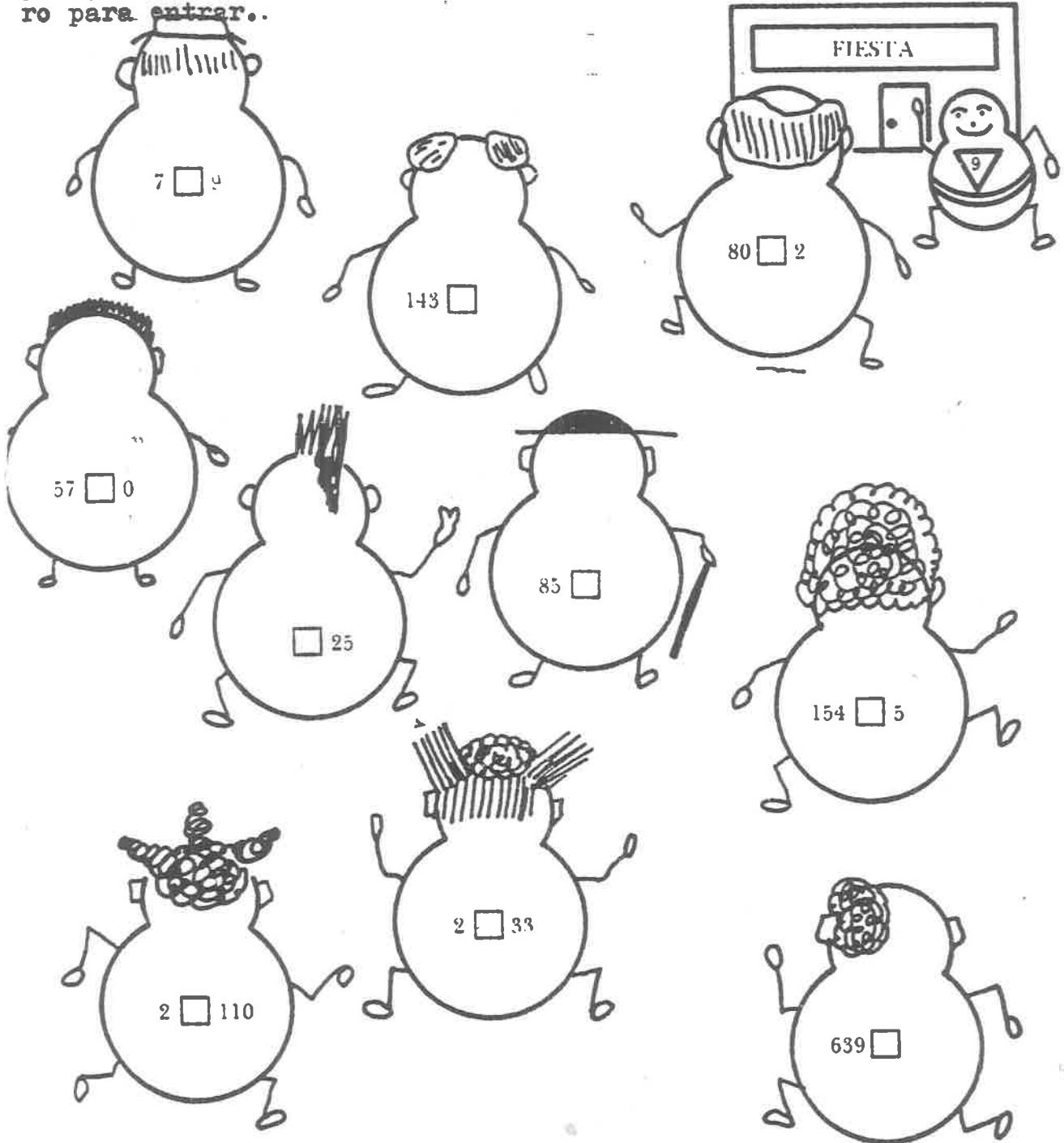
Múltiplos de 4

Los múltiplos de un número se obtienen multiplicando éste - por cada uno de los números naturales.

Nota: El alumno se puede apoyar en esta regla: Si los múltiplos de 4 terminan en cero o sus dos últimas cifras son múltiplos de 4, éstos serán la línea a seguir.

El cumpleaños

El número nueve organizó una fiesta, exclusiva para sus múltiplos; anota en cada cuadrado la cifra que le falta a cada número para entrar..



-Nota: La cifra faltante, no deberá ser igual a los dígitos - que se encuentran a sus lados.

Propiedad de Divisibilidad: Un número puede dividirse exactamente entre otro, si su cociente es exacto y su residuo es -- igual a cero.

ANEXO 3

La tombola

Factorización:

Un grupo de sexto grado de Primaria organizó la tómbola, - con los números del 1 al 40 y las siguientes reglas:

- 1.- Múltiplos de 2, un dulce.
 Múltiplos de 3, una paleta.
 Múltiplos de 5, un chicle.
 Múltiplos de 9, un llavero.
- 2.- Un sólo número puede obtener varios premios, por ejemplo, el 6 múltiplo de 2, dulce y múltiplo de 3, paleta.

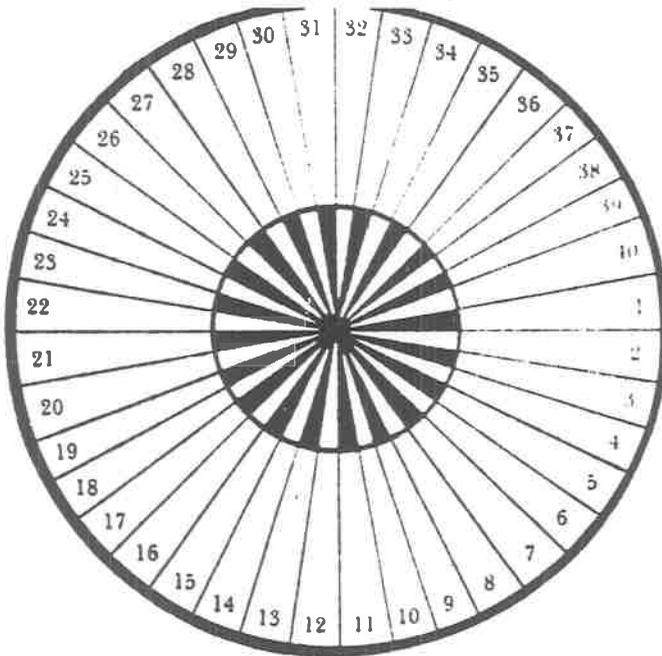
Anota los premios que obtiene cada número.

25 _____	I5 _____
8 _____	40 _____
I _____	I2 _____

¿Que números obtienen estos premios?

dulce, paleta, chicle _____	dulce, llavero _____
dulce, paleta, llavero _____	chicle, llavero _____
dulce, paleta, chicle, llavero _____	llavero _____

¿ Cuáles números no tienen premio? _____



Factor o divisor es el número que divide a otro exactamente.

Observa como está resuelto el crucigrama: se llenan los cuadros con números primos, de modo tal que multiplicados resultan los números compuestos que están al final de cada hilera o columna.

7		3		21
	2	5	2	20
2		3		6
2	11		2	44
28	22	45	4	

La descomposición de un número en sus factores o divisores primos se llama factorización total.

Otro procedimiento para descomponer un número en sus factores primos: es analizando si son divisibles entre dos, entre tres, entre cinco..., en una forma progresiva de números primos, con los que se pueden hacer divisiones exactas, sin importar que alguno o varios de ellos se repita dos ó más veces hasta lograr

Clasificación de los números naturales en primos compuestos y unitarios.

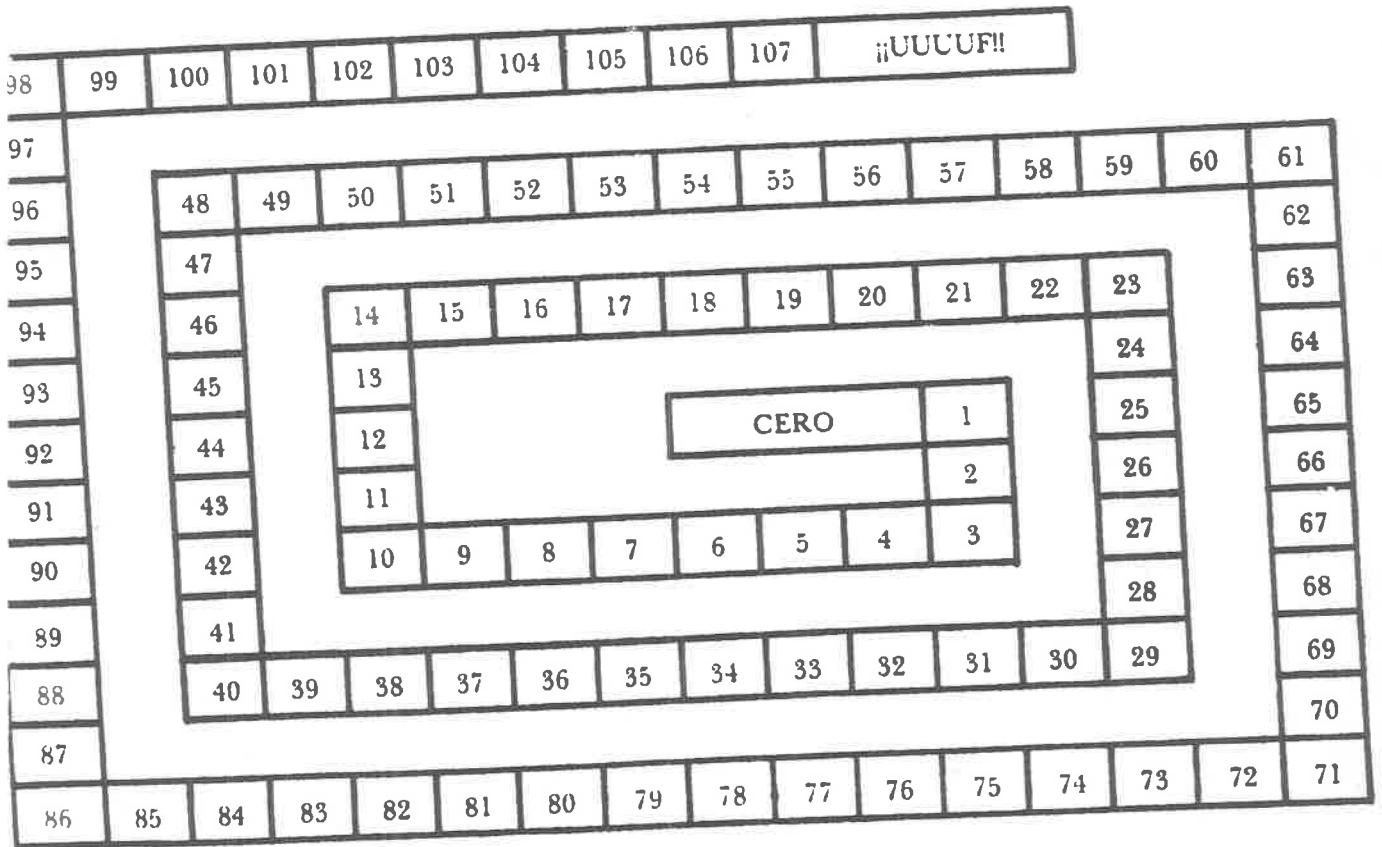
El laberinto.

Reglas para el juego:

- 1.- Empieza desde el centro (o).
- 2.- Cada jugador tira con 2 dados y avanza tantos cuadros como el número que salga; no hay máximo de participantes.
- 3.- Si llega a un número primo, 7 por ejemplo, tiene derecho a otro tiro, hasta quedar en un número compuesto.
- 4.- Los números primos siempre estarán vacíos.
- 5.- Si un jugador llega a un lugar ocupado por otro, lo regresará al sitio que tenía al tirador.
- 6.- Quién se pase de la salida, seguirá contando al revés; si cae en un número primo, iniciará desde el centro de nuevo.
- 7.- Gana el primero que salga exactamente (¡UUUUF!).

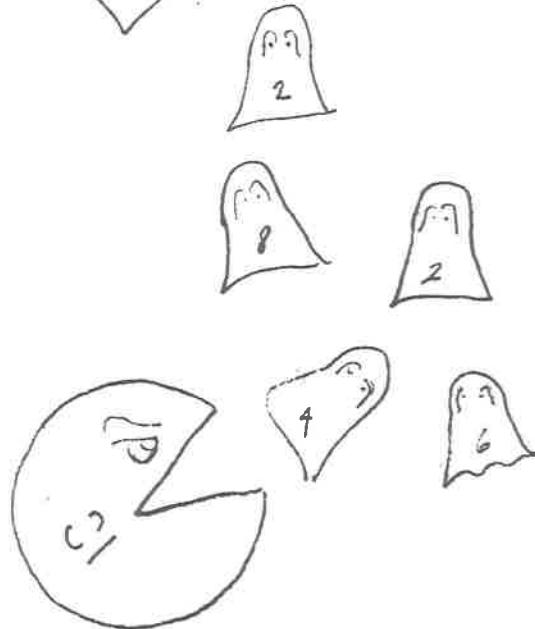
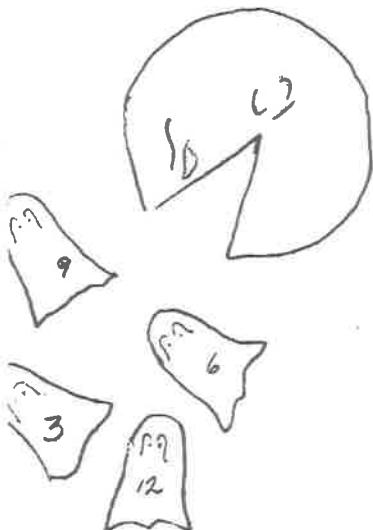
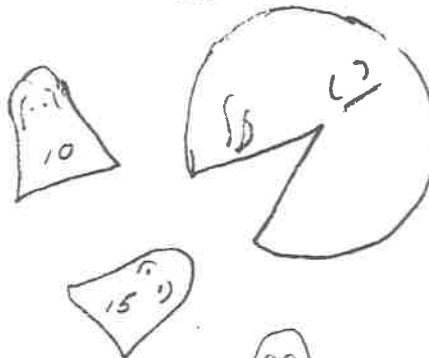
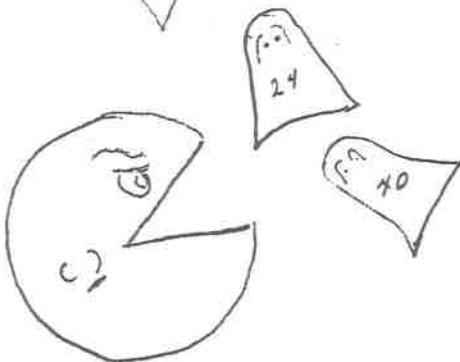
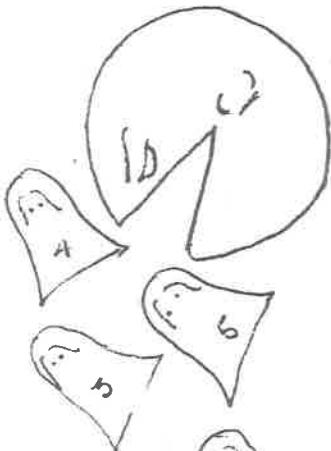
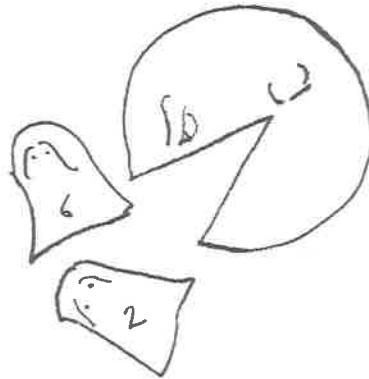
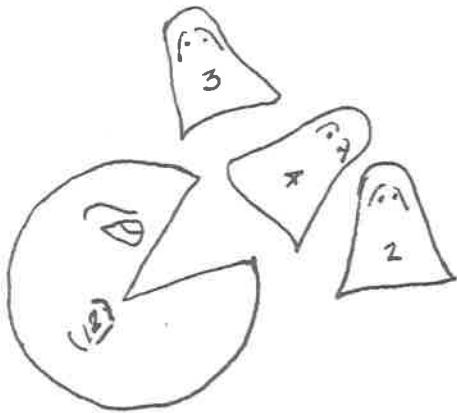
¡ S U E E E E E E E R R R R R R T E E E E E E E ¡

El laberinto



Mínimo común múltiplo y máximo común divisor :

Calcula y escribe el mínimo común múltiplo o máximo común divisor de cada grupo de fantasmas para que el Pac Mcm, los devore.



Dominó

Fracciones con denominador diferente.

$1/5 + 2/6 =$ $2/6 + 1/5 =$	$2/6 + 1/3 =$ $1/3 + 2/6 =$	$3/4 \times (1/5 + 2/3) =$ $3/4 \times 1/5 + 3/4 \times 2/3 =$	Asociativa
$4/6 - 2/6 =$ $4/6 - (2/6)$	Inverso	$4/9 + 1/18 = 1/2$	Neutro
Multiplicativo		Aditivo	$4/6(5/7 + 3/7) =$ $(4/6 \times 5/7) + (4/6 \times 3/7)$

$(1/2 + 3/5) + 4/8 =$ $1/2 + (5/3 + 4/8)$	Neutro	$2/4 + 0 = 2/4$	$7/9 + 0 = 7/9$
Aditivo			
$1/2 = 2/4$ $1/6 \times 3/5 = 3/30$	$5/7 \times (3/5 + 6/8) =$ $(5/7 \times 3/5) + (5/7 \times 6/8)$	$2/5 \times 1 = 2/5$	Cerradura

$4/9 \times (3/6 - 1/6) =$ $4/9 \times 3/6 - 4/9 \times 1/6 =$	Distributiva	Inverso
		Multiplicativo
$6/7 \times 1 = 6/7$	$4/5 + 7/15 =$ $19/15 = 1 \frac{4}{15}$	$8/9 + 2/8 + 1/6 =$ $47/36 = 1 \frac{11}{36}$