Secretaría de Educación Pública
Universidad Pedagógica Nacional
Unidad UPN 251

Los contenidos geométricos y su tratamiento didáctico en el sexto grado de educación primaria

Teresita de Jesús Sosa Ortiz

TESINA

presentada para obtener el título de

Licenciado en Educación Básica

Culiacán, Sin., 1989

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Culiacán, Sin., a 17 de junio de 1989.

C. PROFRA. TERESITA DE JESUS SOSA ORTIZ,
P R E S E N T E .

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: Los contenidos geométricos y su tratamiento didáctico en el sexto grado de educación primaria, opción Tesina a propuesta del asesor C. Profr. Eduardo Roé Farías, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E

PROFR. JOSE ANTONIO MERCADO MACHADO
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN-251

I N D I C E

Pág.

INTRODUCCION

En el desarrollo de su actividad docente, al profesor de primaria, con frecuencia, se le presentan algunas dificultades en el manejo de los contenidos en el área de matemáticas, en virtud de que algunas veces los objetivos específicos de los programas marcan actividades insuficientes o poco claras, y los libros de texto, contienen elementos también muy limitados. Debido a esto, surgió la idea de estructurar la presente obra, con el propósito de brindar al profesor de sexto grado, una serie de herramientas que le permitan tener una visión más precisa de los contenidos de geometría señalados en el área de matemáticas.

Para la estructuración del trabajo, se partió del análisis del contenido de cada uno de los objetivos específicos relacionados con el aspecto de geometría, para determinar el grado de dificultad de cada uno de ellos, y en base a esto proporcionar una serie de ideas explicativas, considerando su extensión, los antecedentes para el manejo de los contenidos, la limitación de las actividades sugeridas en el programa y la carencia de explicaciones y de ejemplos ilustrativos tanto en el programa como en el libro de texto.

A pesar de que el objetivo central del trabajo es brindar apoyos que le permitan al profesor comprender los contenidos geométricos, la presente obra se enriquece, con un bosquejo general contemplado en el marco teórico que da un panorama somero sobre la teoría de Piaget.

Además se contemplan también ideas generales sobre la pedagogía operatoria y se incluyen, de manera específica, en el tercer capítulo, algunas ideas sobre las secuencias didácticas que puede seguir el profesor en el desarrollo de sus actividades, aclarando que éste las puede transformar, reelaborándolas en propuestas para los alumnos, considerando los principios teóricos en los que se sustenta la pedagogía -- operatoria, por lo que el maestro queda en entera libertad de hacer -- los ajustes que considere necesarios, de acuerdo con las características específicas de su grupo y los principios antes señalados.

Es importante precisar que esta obra tiene una estrecha relación- con el programa de matemáticas de sexto grado reeditado por la S.E.P.- en el año de 1988 y con el libro de texto correspondiente, por lo que- para su lectura se requiere de estos elementos.

Por último es conveniente indicar, que independientemente de las- fuentes consultadas para el desarrollo del tercer capítulo titulado -- "CONTENIDOS Y TRATAMIENTO DIDACTICO", en la estructuración del mismo - jugó un papel muy importante el trabajo desarrollado, por la autora, - con grupos del sexto grado de educación primaria, de 1983 a 1987, en - donde se tuvo oportunidad de desarrollar, con buenos resultados, mu- - chas de las actividades sugeridas.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el sexto grado de educación primaria las áreas de matemáticas y español, por lo general, son atendidas de manera preferente por parte - del maestro, y a pesar de ello, es en las que se manifiestan, en rela-- ción con las demás, un bajo rendimiento académico notable en el aprendi zaje de los alumnos.

En el año de 1988 el Departamento Técnico de la Dirección Federal- de Educación Primaria, aplicó al término del año escolar un instrumento de evaluación a los diez mejores grupos de sexto grado, del Estado de - Sinaloa. Dicho instrumento estuvo constituído por 120 reactivos de los- que 30 correspondieron a cada una de las áreas. El comportamiento que - se observó en cuanto a los resultados de la evaluación, puso de mani- - fiesto un promedio porcentual más bajo en el área de matemáticas con un 55.46 %, mientras que en las áreas de Español, Ciencias Naturales y - - - Ciencias Sociales los promedios porcentuales fueron 79.17, 79.85, y - - 67.28 % respectivamente.

En el área de matemáticas, es importante señalar que dentro de los aspectos que contempla, la Geometría, junto con probabilidad y estadística, ocupa a su vez un lugar destacado por el grado de dificultad que- en la enseñanza-aprendizaje reviste para los profesores y alumnos, como se puede demostrar con el estudio que, en nuestro medio y en el campo - del dominio de los contenidos programáticos del Area de Matemáticas, -- por parte de maestros y alumnos del tercero al sexto grado de la escuela primaria, realizaron los profesores Rigoberto Beltrán Domínguez y Manuel Alberto Covarrubias Loaiza (1), quienes llegaron, entre otras co-- sas, a la conclusión de que al final del ciclo escolar 1982-1983, los - alumnos del sexto grado de la ciudad de Culiacán (de una muestra representativa de 21 escuelas) sólo dominaron un 33% de los contenidos programáticos en el aspecto de Geometría, mientras que los profesores lograron dentro de este mismo aspecto un dominio correspondiente al 52%.

Si los estudios que se han realizado vienen a señalar, que en parte el profesor es responsable del bajo rendimiento académico de sus alumnos, en virtud de que observa poco dominio de los contenidos que va a transmitir, es urgente que entre otras medidas que se puedan tomar, se le proporcionen al maestro recursos que le permitan consultar de manera precisa los tópicos, que revisten mayor dificultad, contenidos en el programa. Debido a esto, el presente trabajo pretende proporcionar a los profesores de sexto grado, algunas ideas que le permitan con mayor efectividad desarrollar su trabajo específicamente en los tópicos de geometría, para lo que se han considerado entre otras cosas los siguientes aspectos:

- Los objetivos marcados en el programa.
- Ejercicios que ejemplifiquen el desarrollo de los diferentes aspectos contemplados en el campo de la geometría.
- El desarrollo de las diferentes fórmulas geométricas utilizadas.
- Sugerencias para que los maestros lleven a sus alumnos a la generación de nuevos problemas.
- Ideas que permitan la vinculación de los contenidos teóricos con la realidad de los alumnos.

Una obra de esta naturaleza vendrá a ser un complemento importante para el libro de texto, que con frecuencia consigna ejercicios que resultan insuficientes y en ocasiones poco claros para su desarrollo, lo que viene a ser, en parte, un freno para la conducción del aprendizaje de aspectos como:

- Perímetros de figuras regulares e irregulares.
- Areas y volúmenes de cuerpos geométricos regulares.

- Volúmenes de cuerpos irregularès.
- Areas de figuras irregulares.
- Escalas y simetría.
- Medición de ángulos, y
- Trazo de polígonos regulares.

Si se logra lo anterior, el profesor contará con elementos que le permitirán, tener un dominio suficiente de los contenidos programáti-- cos en los aspectos de geometría lo que le dará claridad en el terreno del qué va a enseñar, para de esta manera estar en posibilidades de -- conjugarlo con el cómo y el para qué.

N O T A S

1. Rigoberto Beltrán Domínguez y Manuel Alberto Covarrubias Loaiza. - Las matemáticas y su dominio por alumnos y profesores de tercero a sexto en la escuela primaria. Culiacán, Sin., 1984. Tesis (Licenciatura en Educ. Primaria) Universidad Pedagógica Nacional.

II. MARCO TEORICO

Visión global de la Teoría de Piaget

En lo que se refiere a la enseñanza de las ciencias básicas y del lenguaje, la Teoría Psicogenética de Jean Piaget ha hecho aportaciones muy importantes que permiten, gracias a una multitud de hechos experimentales y análisis profundos realizados por el autor, conducir el aprendizaje de los alumnos en estos campos de una manera segura, ya que considera, en primer término, el desarrollo cognoscitivo del niño, tomando en cuenta los diferentes estadios y etapas por los que transita en el transcurso del tiempo.

> La idea central de Piaget, en efecto, es que resulta indispensable comprender la formación de los mecanismos mentales en el niño para conocer su naturaleza y funcionamiento en el adulto. Tanto si se trata, en el plano de la inteligencia, de las operaciones lógicas, de las nociones de número, de espacio, y de tiempo, como, en el plano de la percepción de las constancias perceptivas, de las ilusiones geométricas, la única interpretación psicológica, válida es la interpretación genética, la que parte del análisis de su desarrollo (1).

Cabe señalar que la teoría de Piaget reviste una complejidad muy especial, que impide a los profesionales de la educación no especializados comprender sus postulados básicos, y por consiguiente aplicarlos de una manera clara y precisa en su práctica docente, aunque por fortuna, en la actualidad, ya existen trabajos valiosos desarrollados por sus seguidores, que de manera más simplificada y entendible han sido puestos al alcance de los no especialistas en la materia.

Para el desarrollo de sus trabajos, Piaget se plantea una pregunta general que es, se puede decir, la generadora de todas sus inquietudes teóricas ¿Cómo se pasa de un estado de menor conocimiento a un estado de mayor conocimiento? sin duda alguna este cuestionamiento exige tanto respuestas de carácter epistemológico como psicológico.

Para Piaget existen dos modalidades de conocimiento que el sujeto obtiene a través de sus acciones sobre el objeto, por un lado, lo que denomina abstracción simple o empírica, en la que el sujeto es capaz de precisar las propiedades del objeto como tal: elasticidad, desplazamiento, peso, tamaño, color, etc. y por el otro, lo que conoce como abstracción reflexiva o lógica matemática, en donde el sujeto ya es capaz de conferir a los objetos características que no poseen en sí mismos. En este tipo de abstracción el sujeto es capaz de: agrupar, ordenar, separar, formar, contar, clasificar, etc.

Otro aspecto que es significativo señalar, es que Piaget para dar respuesta a la pregunta central sobre la cual giran sus trabajos, considera que no son sólo importantes los resultados logrados en el conocimiento, sino además, y con una carga muy importante, el análisis de los procesos que se dán en el interior del sujeto para llegar a los resultados logrados, es decir, "pone el acento de la interacción entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento y en el carácter constructivo y progresivo en la elaboración de estructuras de conocimiento". (2) De esta manera la pregunta ¿Cómo se pasa de un estado de menor conocimiento a un estado de mayor conocimiento? es respondida al través de la psicogénesis del conocimiento.

Para la Psicogénesis, la inteligencia es el resultado de la interacción entre el individuo y su medio, por lo que para adquirir conocimientos, las experiencias que el individuo tiene durante el transcurso de su vida, como una interacción sujeto objeto son determinantes.

El niño va consiguiendo un progresivo equilibrio que coadyuva a una mejor adaptación al medio ya desde las estructuras más elementales. Por tanto, hemos de proponernos un nuevo enfoque de escuela que tome en consideración todo este proceso evolutivo, donde los contenidos escolares no sirvan únicamente para pasar de curso sino que sean instrumentos que ayuden al niño a desarrollar su capacidad creadora, que le inciten a razonar, a investigar y a poder ir solucionando de esta forma las cuestiones que diariamente le plantea la vida, fomentando al propio tiempo las relaciones afectivas, sociales y el espíritu de cooperación. (3)

Para lo anterior, es necesario considerar "el carácter progresivo de la elaboración de las estructuras del conocimiento" (4) y por consiguiente, los diferentes estadios por los que va pasando el individuo, en los cuales se observa una relación de antecedente consecuente, ya que, "lo adquirido en un momento dado [dentro de cada uno de los períodos] se conserva pero al mismo tiempo se modifica lo suficiente para ser integrado en un nivel superior, más complejo, que lo supera y abre nuevas posibilidades". (5)

Es necesario aclarar, que en el tránsito de un período inferior a uno superior, existen ciertos niveles óptimos que se conocen con el nombre de estados de equilibrio, a los que se llega, como se mencionó anteriormente, después de que el individuo ha logrado las suficientes adquisiciones para llegar al estadio superior, dentro del período en que se encuentra. Gracias a esos estados de equilibrio, cuyos procesos de interacción son regulados por lo que Piaget denomina "equilibración" es posible el paso de un período a otro. ¿En dónde reside, para el profesor, la importancia de tomar en cuenta los diferentes estados de equilibrio en el desarrollo de su labor docente, dentro de los campos estudiados por Piaget y sus seguidores?

Tomar en cuenta los estados de equilibrio es importante, ya que le permite al docente tener una idea clara en torno a que la adquisición de los conocimientos en el niño se presenta de manera gradual, por lo que no debe exigir a sus alumnos lo que no están en posibilidades de hacer, y además tener presente que "no se debe intentar acelerar el desarrollo del niño por encima de ciertos límites [ya que] el equilibrio exige tiempo y ese tiempo cada uno lo dosifica a su manera. Demasiada aceleración corre peligro de romper el equilibrio". (6)

No tomar en cuenta lo anterior es ir contra la naturaleza de los educandos, es no respetar la personalidad de los alumnos. A pesar de esto, el ejercicio de la práctica docente, con frecuencia señala que el maestro no considera estos elementos.

En el desarrollo del individuo, Piaget distingue grados sucesivos que se manifiestan en diferentes estadios, dentro de cuatro etapas o períodos en los cuales pueden notarse características que los distinguen.

Las primeras dos, que quedan fuera del alcance de este trabajo, son denominados Sensorio-motriz y Pre-operatoria, y se presentan desde el nacimiento hasta los 7 u ocho años de edad aproximadamente, y las dos últimas, conocidas con el nombre de las Operaciones Concretas y de las Operaciones Proposicionales o formales, se presentan de los 7 u ocho años en adelante.

Para Piaget, como ya se ha mencionado, el desarrollo del individuo se manifiesta en etapas sucesivas que se presentan de una manera constante" (...) Para llegar a un cierto estadio hay que haber pasado por pasos previos. Hay que haber construído las preestructuras, las subestructuras previas que permiten avanzar más lejos". (7)

Sin embargo, a estas etapas no se le pueden asignar fechas cronológicas precisas, a pesar de que de manera tentativa se les señala principio y fin, ya que son muchos los factores (biológicos, de equilibrio de las acciones, de coordinación interindividual, de la transmisión educativa y cultural) que determinan que un individuo se encuen--

tre en cierto estadio.

Lo que se conoce con el nombre de operaciones concretas se presenta, hecha la aclaración anterior, de los 7 u 8 hasta los 11 ó 12 años de edad. En esta etapa el niño es capaz de utilizar cierta lógica:

> (...) llega a ser capaz de coordinar operaciones en el sentido de la reversibilidad, en el sentido del sistema de conjunto (...) Este período coincide con los comienzos de la escuela primaria (...) Las operaciones del pensamiento, anotémoslo rápidamente, no son idénticas en este nivel a lo que es la lógica para nosotros o lo que será la lógica para el adolescente. La lógica del adolescente - y nuestra lógica - es escencialmente una lógica del discurso. Es decir - que somos capaces - y el adolescente lo llega a ser desde los 12 ó 15 años - de razonar sobre enunciados verbales, proposicionales; somos capaces de manipular hipótesis, de razonar colocándonos en el punto de vista del otro, de creer en las proposiciones sobre las que razonamos. Somos capaces de manipularlas de una manera formal e hipotético-deductiva. (8)

La lógica de las operaciones formales (del adolescente y de los adultos), dice Piaget, requiere de un estadio previo al que se conoce con el nombre de período de las operaciones concretas, una lógica que versa sobre los objetos manipulables, los objetos mismos y de ninguna manera sobre los enunciados verbales. En este período, se puede distinguir una lógica de clases, una lógica de relaciones o una lógica de números que no llega a constituir todavía una lógica proposicional. En este período, se puede decir que los niños utilizan una lógica realizando operaciones con ayuda de apoyos concretos, por lo que los problemas abstractos se encuentran todavía fuera del alcance de su capacidad. Los niños que se encuentran en esta etapa:

> (...) dependen en gran medida de las manifestaciones físicas de la realidad. No pueden manejar lo hipotético ni tampoco afrontar con eficacia lo abstracto; no comprenden el papel de los supuestos y no pueden resolver problemas que requieran el uso del razonamiento proporcional. Su uso de la lógica se limita a situaciones concretas. (9)

En esta misma etapa, el niño es capaz de procesar información de una manera más ordenada, es capaz de establecer diferencias entre la -

información significativa y no significativa en la solución de proble- mas; es capaz de advertir pequeñas pero importantes diferencias entre los elementos de un objeto o acontecimiento, es capaz de estudiar los componentes específicos de una situación determinada.

En el período de las operaciones concretas ya están preparados para considerar que a menudo los problemas no se resuelven de una manera simple, por lo que son capaces de buscar más de una solución, aunque la aproximación a las diferentes alternativas aún no es muy sistemática o minuciosa. Además es necesario señalar que difícilmente los niños recuerdan el orden en que se han comprobado las soluciones alternativas de los problemas.

Resumiendo, de manera general, (10) se puede decir, que el niño en el período de las operaciones concretas realiza actividades mentales basadas en las reglas de la lógica, aunque es necesario que para ello disponga de apoyos concretos; conserva de un modo constante nuevas habilidades que le permiten resolver tareas cada vez más complejas (aquí se puede señalar la conservación de número, longitud, masa, superficie, peso y volumen); clasifica objetos y acontecimientos; desarrolla la capacidad de hacer series; se aproxima de una manera cuasi-sistemática a la resolución de problemas incluyendo la consideración de hipótesis alternativas. En lo que se refiere a las relaciones con sus semejantes, el niño observa grandes avances en la comunicación no-egocéntrica y sus relaciones sociales se hacen cada vez más complejas.

En cuanto al período de las operaciones formales, Piaget lo ubica desde los 11-12 años, primer estadio, con un nivel de equilibrio hacia los 13-14 años; segundo estadio. Una característica esencial de esta etapa es su dinamismo, ya que en los individuos se pueden observar una serie de transformaciones que son extraordinariamente diversas.

Los niños que han superado con éxito los anteriores estadios del desarrollo cognitivo comienzan a efectuar operaciones formales: un -- pensamiento altamente lógico sobre conceptos abstractos e hipotéticos, así como también concretos. El estadio de las operaciones formales es el estadio final del desarrollo cognitivo según la teoría de Piaget. Piaget afirmó que el desarrollo cualitativo alcanza su - punto más alto en este estadio. Una vez dominadas las operaciones - formales, sólo se produce un desarrollo cuantitativo. En otras palabras, una vez que los niños han aprendido las operaciones precisas para resolver problemas abstractos e hipotéticos, el aprendizaje -- posterior se refiere únicamente a cómo aplicar estas operaciones a nuevos problemas. (11)

En el período de las operaciones formales se pueden distinguir -- cinco características fundamentales:

a.- La lógica combinatoria

b.- El razonamiento hipotético

c.- El uso de supuestos

d.- El razonamiento proporcional, y

e.- La experimentación científica

El razonamiento de la lógica combinatoria, permite a los individuos, como su nombre lo dice, resolver problemas de combinaciones o -- problemas relacionados con las diferentes formas en que se pueden realizar una operación con un conjunto de cosas. Un niño en el estadio de las operaciones formales, es capaz de escoger procedimientos sistemáticos a la hora de comprobar combinaciones. Es capaz de registrar combinaciones en forma mental o con ayuda de papel y lápiz, y recordar, a - partir de un punto determinado, las combinaciones que ha comprobado para la resolución de un problema. (12)

Para ilustrar lo anterior se puede tomar como referencia el si- - guiente experimento (13). A un niño (estudiante) se le dieron cinco botellas con líquido y se le pidió que mezclara tres de ellos para conse guir un líquido verde. Como el niño se encontraba en la etapa de las operaciones concretas, ensayó diferentes combinaciones al azar y fue incapaz de decir las combinaciones que realizó y el orden en que las hizo. Por otro lado, otro niño que se encontraba en el estadio de las operaciones formales escogió un procedimiento sistemático a la hora de comprobar las combinaciones. Después de numerar las cinco botellas hizo una lista de todas las combinaciones posibles y fue capaz de señalar las combinaciones que fue comprobando a lo largo del experimento, es decir, pudo sistematizar el procedimiento, a diferencia del niño, que estando en el estadio de las operaciones concretas, no lo pudo hacer.

En las operaciones formales, dentro de lo que se conoce con el nombre de razonamiento hipotético, los niños son capaces de abstraer los elementos esenciales de una situación no real y llegar a una respuesta lógica basándose en hipótesis planteadas por ellos mismos. De esto puede desprenderse que los individuos que se encuentran en este grado de madurez, algunos de los cuales cursan el sexto grado de educación primaria, son capaces de resolver problemas aunque éstos no tengan una vinculación directa con la realidad misma, como por ejemplo, el siguiente: "¿si tú fueras la abuela [o abuelo] de tu padre, que tenía un hermano, qué parentezco tendría este hermano contigo?" (14) Para Piaget, los individuos utilizando el razonamiento hipotético, son capaces de resolver problemas de este tipo, que como se puede observar, son un absurdo, ya que no tienen ninguna relación con la realidad, pues no es posible que exista una hija [o hijo] que sea abuela [o abuelo] de su padre; sin embargo a pesar del divorcio que el problema tiene con la realidad, el niño es capaz de dar, gracias al razonamiento hipo tético, una solución.

Otra de las características señaladas en las operaciones formales, es el uso de supuestos, que "son enunciados que se supone representan - la realidad, pero sobre los cuales no se proporciona evidencia alguna". (15)

Los profesores del sexto grado de educación primaria, sobre todo- en el área de matemáticas, con frecuencia se valen de supuestos en el- planteamiento de problemas. Considerando como ya se mencionó anterior- mente, que por lo general, en los grupos de sexto grado se encuentran- niños que se ubican, algunos de ellos, en el período de las operacio-- nes concretas, y otros, en el de las operaciones formales, se pueden - presentar algunas dificultades en la solución de este tipo de proble-- mas, sobre todo, en aquellos niños que no han alcanzado el grado de madurez requerida.

¿Cuál es la diferencia esencial que se puede establecer entre las dos últimas características que se han venido citando?. Mientras que - en el razonamiento hipotético los niños resuelven problemas que no tienen vinculación con la realidad, en el uso de supuestos sí se relacio- nan con ella, aunque no exista una evidencia clara. Para ejemplificar- esto último, se puede plantear lo siguiente: supongamos que las golosinas aumentarán su costo un 60% y los útiles escolares un 25% en el - - transcurso del próximo año ¿cuáles serán las causas que motivan las diferencias de esos incrementos? Este tipo de problemas es difícil que - se resuelva por parte de los alumnos que se encuentran en la etapa de- las operaciones concretas, sin embargo, los que se hallan en las operaciones formales ya pueden discriminar entre acontecimientos probables- e improbables e incluso trabajar con ambos con igual facilidad, por lo que para la solución del problema àntes mencionado, ya se pueden valer de datos como control de precios, para llegar al porqué los útiles escolares aumentaron en una proporción menor que las golosinas.

En el campo del razonamiento proporcional, que implica para el sujeto, capacidad para tratar con relaciones entre relaciones, Piaget -- también ha trabajado con una variedad de experimentos, como el mencionado por Ruth M. Beard. (16) Se propone a un grupo de niños un problema consistente en hacer coincidir las sombras de una serie de anillos- proyectadas mediante un foco luminoso sobre una pantalla. El problema- concreto consistía en hacer coincidir dichas sombras, primeramente de- dos anillos y luego de más, con la superficie de la pantalla. Los ni-- ños ubicados en el estadio de las operaciones concretas resolvieron el problema utilizando más o menos el siguiente razonamiento: Si la som-- bra proyectada por el primer anillo ocupa un espacio determinado en la pantalla y la sombra proyectada por el segundo es demasiado grande para ocupar el espacio restante, puedo reducirla alejando el anillo de - la luz; si es demasiado pequeña, puedo agrandarla acercando el anillo- por uno más pequeño, o si la sombra es demasiado pequeña puedo reemplazar el anillo por uno más grande. Por otro lado, los niños que se en-- cuentran en el nivel de las operaciones formales, son capaces de resolver el problema anterior sin hacer ajustes mediante el método del ensayo y el error; y de proceder por medio de la medición y el cálculo de- las proporciones, considerando razonamientos abstractos, con el uso de procedimientos de variación funcional.

La experimentación científica dentro de las operaciones formales, permite a los individuos adelantar juicios hipotéticos y comprobarlos, para lo cual, se vale de la sistematización, considerando previamentelas diferentes tentativas de solución que se pueden dar a un problema - determinado. Un ejemplo de ello lo podemos ver en el caso anteriormente citado, que se refiere a la combinación de líquidos. Las personas que - se encuentran en este estadio son capaces de realizar experimentos verdaderamente científicos, ya que pueden llevar un registro de los factores intervinientes en la solución de un problema dado.

Pedagogía operatoria

De la teoría de Piaget se han podido inferir aportaciones muy im-- portantes para el campo de la educación, por medio de lo que se conoce- con el nombre de Pedagogía Operatoria, que persigue, como finalidad, -- sentar las bases que permitan estructurar consecuencias didácticas considerando las aportaciones de la psicogenética.

Gracias a la Pedagogía Operatoria, es posible entender que para -- llegar a la adquisición de los conceptos, se debe transitar por una serie de estadios que permiten llegar a su construcción, y estar de esta- manera en posibilidades de establecer generalizaciones.

> Antes de empezar un aprendizaje es necesario determinar en qué estadio se encuentra el niño respecto a él [respecto al aprendizaje], - es decir, cuáles son sus conocimientos sobre el tema en cuestión para conocer el punto del que debemos partir y permitir que todo nuevo concepto que se trabaje, se apoye y construya en base a las experiencias y conocimientos que el individuo ya posee. (17)

De esto, por hacer sólo un comentario, se desprende la importancia que tiene la evaluación diagnóstica, en la conducción del proceso enseñanza-aprendizaje, ya que le permite al profesor cuando menos tener la- idea de las condiciones en que recibe a su grupo en lo general y a cada uno de sus alumnos en lo particular.

En el trabajo docente, el profesor ha de considerar con un gran peso, que su actividad debe dirigirse a la conducción del aprendizaje, re cogiendo la información que recibe del niño para crear situaciones - - "que le ayuden a ordenar los conocimientos que posee y a avanzar en el largo proceso de construcción del pensamiento". (18) De esta manera, - es importante remarcarlo, el niño con sus aciertos y errores, porque - éstos también son parte de su aprendizaje, debe llegar por sí, guiado- por el maestro, a construir sus propios conocimientos, de acuerdo con- los estadios y etapas en que se encuentra, por lo que de ninguna manera es recomendable que se le den las cosas ya hechas.

Un principio destacado dentro de la Pedagogía Operatoria es el -- que se refiere a la necesidad de "(...) establecer una estrecha relación entre el mundo escolar y el extraescolar posibilitando que todo - cuanto se hace en la escuela tenga utilidad y aplicación en la vida -- real del niño y que todo lo que forma parte de la vida del niño tenga- cabida en la escuela convirtiéndose en objeto de trabajo". (19)

De esta manera, cabe señalar que el aprendizaje de los alumnos debe ser concebido en estrecha relación con el medio en que el niño se - desenvuelve, considerando además la posibilidad de que los nuevos conocimientos adquiridos sean generalizados a un contexto distinto del que fue originado.

Dentro de la Pedagogía Operatoria, los errores adquieren una categoría importante, ya que no se ven como fracasos en el aprendizaje, -- "el niño tiene derecho a equivocarse porque los errores son necesarios en la construcción intelectual, son intentos de explicación. Sin ellos no se sabe lo que no hay que hacer. El niño debe aprender a superar -- los errores, si le impedimos que se equivoque no dejaremos que haga -- este aprendizaje". (20) Este criterio viene a trastocar el concepto -- tradicional de error en el aprendizaje, que se ve como algo que debe -

evitarse para no llegar a la equivocación.

> Si queremos que el niño sea creador, inventor, hay que permitirle - ejercitarse en la invención. Tenemos que dejarle formular sus pro-- pias hipótesis y aunque sepamos que son erróneas, dejar que sea él- mismo quien lo compruebe, porque de lo contrario le estamos some--- tiendo a criterios de autoridad y le impedimos pensar. En esta com- probación se le puede ayudar planteándole situaciones que contradi- gan sus hipótesis, sugiriéndoles que las aplique a situaciones en - las que sabemos que no se van a verificar, pidiéndole que aplique - su razonamiento a casos diferentes, pero nunca sustituyendo su ver- dad por la nuestra. (21)

De lo anteriormente expuesto se puede resumir que es importante - que el aprendizaje se base en las necesidades e intereses de los ni- - ños; que se considere en cualquier aprendizaje la génesis de la adqui- sición del conocimiento; que se consideren tanto los aciertos como los errores, ya que estos son parte importante en toda construcción inte-- lectual; que se evite la separación entre el mundo escolar y extraesco lar; que se tomen en cuenta las limitaciones y los alcances de los - - alumnos, considerando la etapa o período en que se encuentran, y que - exista la posibilidad de que los conocimientos adquiridos puedan gene- ralizarse en diferentes contextos.

N O T A S

1. Jean Piaget. Seis estudios de psicología. Tr. de Nuria Petit. México, Ed. Seix Barral, 1983. (c 1967) p. 7.
2. Universidad Pedagógica Nacional. Ensayos didácticos. México, 1985.- (c 1985) p. 321.
3. Universidad Pedagógica Nacional. Teorías del aprendizaje. México, - 1986. (c 1986) p. 444
4. Universidad Pedagógica Nacional. Ensayos didácticos. Op. cit. p.323.
5. Idem.
6. Jean Piaget. Problemas de psicología genética. Tr. de Miguel A. Quintanilla. México, Ed. Ariel, 1981. (c 1980) p. 37
7. Ibid. p. 18
8. Ibid. pp. 27 y 28
9. Enciclopedia práctica de la pedagogía. Dir. Margaret M. Clifford, -- V. 1. Barcelona, 1982. (c 1982) pp. 113-114.
10. Ibid. p. 29
11. Ibid. p. 116
12. Ibid. pp. 117 y 118
13. Idem.
14. Ibid. p. 119
15. Idem.
16. Ruth, M. Beard. Psicología evolutiva de Piaget. Tr. de María Celia - Eguibar. Argentina, Ed. Kapelusz, 1971. (c 1971) p. 105.
17. Universidad Pedagógica Nacional. Contenidos de aprendizaje. México,- 1983. (c 1983) p. 3.
18. Idem.
19. Ibid. p. 6
20. Ibid. p. 10
21. Idem.

III. CONTENIDOS Y TRATAMIENTO DIDACTICO

En el dominio de la geometría, como en otros muchos, dentro del terreno de la planeación de las actividades docentes, se debe tener presente que los alumnos necesitan disponer de una serie de antecedentes, en el grado que cursan, para estar en posibilidades de resolver las diferentes situaciones que se le plantean a lo largo del ciclo escolar. Con frecuencia es común observar que en los grupos de sexto año, por ejemplo, muchos niños tienen dificultades en la resolución de las operaciones fundamentales, principalmente en la resta, multiplicación y división, sobre todo cuando en ellas se plantea la necesidad de utilizar el punto decimal; en la multiplicación con la cifra cero en el multiplicador, y en la resta, cuando algunas cifras son menores en el minuendo que en el sustraendo. Otro problema con el que se enfrentan, es el que se refiere a las dificultades para utilizar los instrumentos geométricos en trazos y mediciones ¿Por qué es importante tomar en cuenta lo anterior? En primer término, porque las operaciones fundamentales y la utilización de los instrumentos geométricos, tienen una aplicación constante a lo largo del programa, en el trazo y cálculo de áreas, perímetros de polígonos regulares e irregulares, de áreas totales y volúmenes de cuerpos geométricos regulares, de radios y diámetros de círculos y además en la obtención de escalas y proporciones.

La relación de antecedentes que los alumnos del sexto grado requieren para enfrentarse a las diferentes situaciones problemáticas que los tópicos de geometría les plantean, se puede analizar, aparte de lo anteriormente expuesto, desde dos perspectivas. Los antecedentes temáticos dentro de cada uno de los grados y los antecedentes temáticos de los grados entre sí. Retomando el primer caso, se puede hacer un análisis -

en el siguiente sentido: en el sexto grado por ejemplo, en el objetivo 5.6.3, (vid programa correspondiente) los alumnos necesitan llegar a -establecer el dominio sobre el volumen del cilindro, para lo que re- -quieren con anterioridad, tener información sobre la obtención de su--perficies de círculos que se ve en el objetivo 5.6.2, que a su vez, --tiene su antecedente en el objetivo 4.6.1 que trata del perímetro de -esta figura. Por otro lado, el aspecto del área total de este mismo --cuerpo geométrico, nos puede servir para ilustrar el segundo caso, en-virtud de que los alumnos necesitan dominar la superficie del círculo-que se ve como antecedente en el objetivo 5.6.2 de este grado, y la superficie de los rectángulos, cuyo origen como antecedente se puede ubicar en la sexta unidad de tercer grado. Un análisis detenido en este -sentido, lleva a la conclusión de que en la estructuración de los programas escolares, en algunos casos, se ha tenido cuidado en esa gradación aunque con frecuencia, ésto no se pueda distinguir con un análi--sis superficial.

Lo anterior pone de manifiesto la necesidad de que el docente haga un estudio detenido y profundo de los contenidos programáticos para observar el grado de dificultad y la secuencia que existe entre ellos.

Como se mencionó en la introducción de este trabajo, en el presente capítulo, más que la secuencia didáctica sugerida, que los profesores después de asimilarla de manera reflexiva pueden transformarlas en propuestas concretas para sus alumnos, fundamentadas desde el punto de vista teórico, lo que interesa es proporcionar al maestro algunos elementos que le permitan aclarar ciertos contenidos que le pueden resultar dudosos, en virtud de que, entre otras cosas, tanto en el libro como en el programa son tratados con poca claridad.

Figuras irregulares

Obtención de áreas

En la primera unidad del programa de matemáticas del sexto grado, el primer objetivo específico que se señala en el tópico de geometría es el (1.6.1) que corresponde a la obtención de áreas de algunas figuras irregulares mediante triangulaciones.

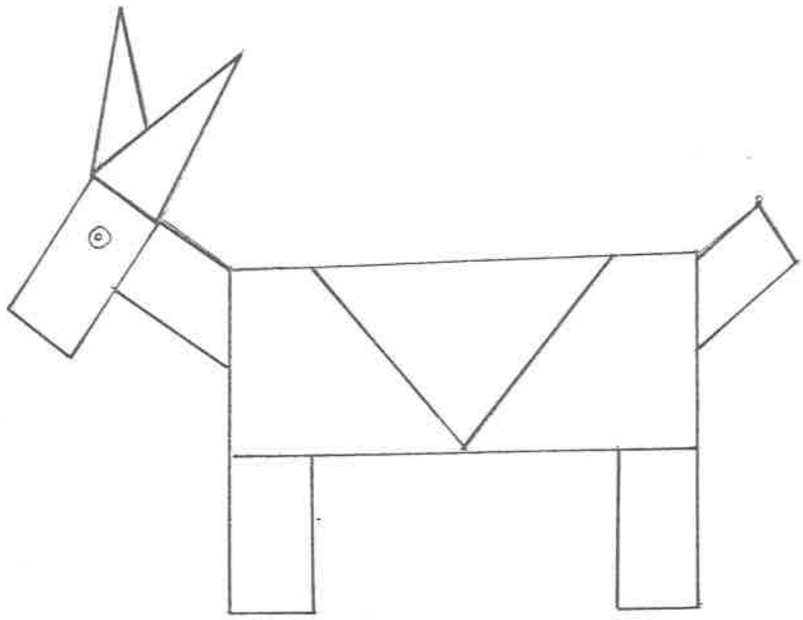
En este punto, aunque no se diga en las actividades programáticas correspondientes, es importante que el profesor lleve a sus alumnos a un recordatorio reflexivo sobre la obtención de áreas de figuras geométricas, tema ya visto en grados anteriores, ya que éste es un antecedente importante que los educandos necesitan para la obtención de áreas de figuras irregulares, por medio del procedimiento de triangulación. Es necesario insistir en que el recordatorio debe ser reflexivo, porque no se trata de que el alumno memorice fórmulas y sustituya de manera mecánica literales por cifras, sino que sea capaz de entender el porqué de esa sustitución.

Cumplido el punto anterior, en el que los alumnos se dan cuenta de la obtención de áreas en figuras geométricas regulares, se puede simplificar gracias a las generalizaciones señaladas en las fórmulas, el profesor puede problematizar en los educandos la obtención de áreas de figuras irregulares, partiendo, por ejemplo, de juegos con rompecabezas (ver secuencia didáctica), para después llevarlos a formular hipótesis que de manera tentativa les permitan llegar a la obtención de la superficie de cada una de las figuras. Después de ésto, el profesor puede someter a discusión algunas de las hipótesis formuladas, para que posteriormente cada alumno confronte su hipótesis con las sugerencias que se le dan en las páginas 16 y 17 del libro de texto. Aquí puede surgir, ya visto el procedimiento de triangulación, algunas dificultades, sobre - todo en el señalamiento de la altura de los triángulos que resultan de dividir cada una de las figuras geométricas irregulares. Como se puede apreciar en la secuencia didáctica sugerida más adelante, las alturas- de los triángulos pueden ser interiores o exteriores. (1)

Otro problema con el que, frecuentemente se encuentra el profe- - sor, es la carencia de un trabajo sistematizado por parte de los alumnos. Cuando esto se presenta puede ser el momento oportuno de desarrollar en los niños el sentido de organización, por lo que el docente -- puede llevarlos al desarrollo ordenado en el planteamiento de las diferentes operaciones que necesita para resolver los problemas que se le- presentan. Para ello, el profesor, puede sugerir el uso del cuaderno - de dibujo, en el que los alumnos vayan consignando, de manera definitiva, no sólo los ejercicios señalados en este objetivo sino todos los - que se vayan resolviendo en el transcurso del ciclo escolar. Esto permitirá a los niños darse cuenta de la finalidad con que se pueden utilizar los datos bien organizados.

Secuencia didáctica

- Recordar de manera reflexiva la obtención de áreas en figuras regulares.
- Elaborar hipótesis, por parte de los alumnos, para obtener áreas - en figuras irregulares, (utilizando rompecabezas como se ejemplifica a continuación).



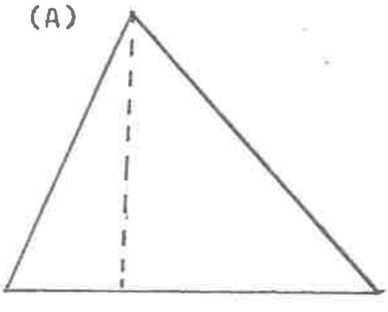
- Comentar en el grupo algunas de las alternativas hipotéticas que se plantearon para obtener áreas de figuras irregulares.

- Confrontar, en forma personal, cada una de las hipótesis planteadas, con las sugerencias que se dan en el libro de texto.

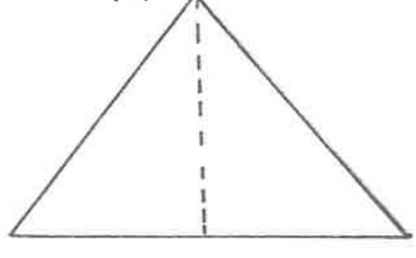
- Trazar triángulos de diferentes tipos y señalar en ellos sus alturas.

- Observar que cualquier lado del triángulo puede ser tomado como base para el señalamiento de la altura, y que en algunos casos ésta queda indicada de manera interna y en otros de manera externa.

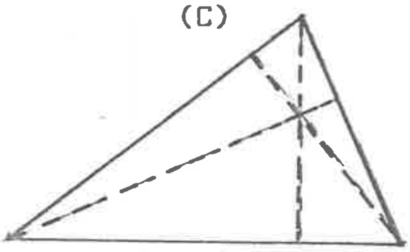
(A)



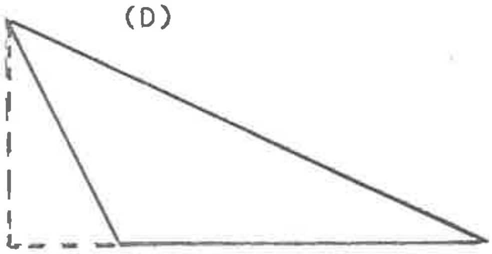
(B)



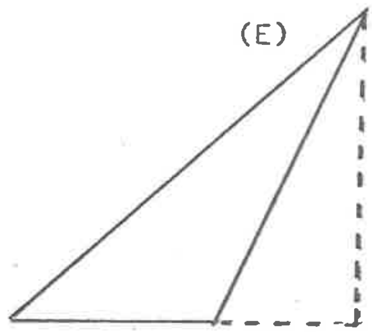
(C)



(D)



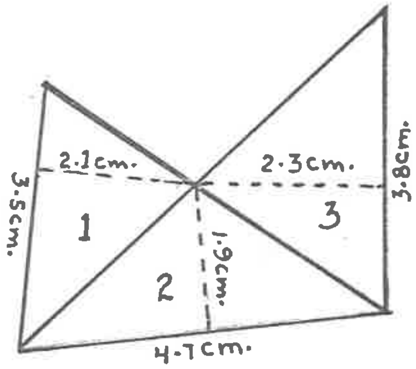
(E)



- Triángulos A,B,C, altura interna

- Triángulos D,E, altura externa

- Registrar en forma sistematizada los procedimientos por triangulación seguidos en la obtención del área de figuras irregulares.



AREA DEL Δ 1

FORMULA = $\frac{b \times h}{2}$

SUSTITUCION = $3.5 \times 2.1 \div 2$

OPERACIONES = $3.5 \times 2.1 = 7.35 \div 2 = 4.67$

AREA = 4.67 cm^2.

AREA DEL Δ 2

FORMULA = $\frac{b \times h}{2}$

SUSTITUCION = $4.7 \times 1.9 \div 2$

OPERACIONES = $4.7 \times 1.9 = 8.93 \div 2 = 4.46$

AREA = 4.46 cm^2.

AREA DEL Δ 3

FORMULA = $\frac{b \times h}{2}$

SUSTITUCION = $3.8 \times 2.3 \div 2$

OPERACIONES = $3.8 \times 2.3 = 8.74 \div 2 = 4.37$

AREA = 4.37 cm^2.

AREA TOTAL = A△1 + A△2 + A△3

SUSTITUCION = 4.67 + 4.46 + 4.37

OPERACIONES = 4.67 + 4.46 = 9.13 + 4.37 = 13.5

AREA DE LA FIGURA = 13.5 cm^2.

Simetría

Simetría axial

Un análisis comparativo entre los programas de cuarto y sexto grados, permite observar que el tema de la simetría es abordado de una manera amplia en el primero y muy limitada en el segundo. En el cuarto grado, este tema tiene un gran peso ya que se tratan, de manera amplia, aspectos como: trazos de ejes de simetría; simetría de rotación; clasificación de figuras geométricas según el número de ejes de simetría; localización de puntos simétricos en planos cartesianos y aplicación del concepto de simetría al calcular perímetros, áreas y volúmenes. Por otro lado, en el sexto grado existen sólo dos objetivos, el 2.6.4 y 2.6.5, que se refieren, el primero, a la aplicación de la simetría axial y el segundo a la determinación del número de ejes de simetría en triángulos y cuadriláteros. Esto puede suponer que existe una riqueza considerable en cuanto a la posibilidad de la aplicación práctica del tema de la simetría; sin embargo, tanto el programa como el libro de texto, están muy limitados en contenidos teóricos y ejercicios, que den claridad tanto al profesor como a los alumnos sobre este tema, por lo que es recomendable hacer una revisión detenida de los aspectos que se abordan en el cuarto grado, y que anteriormente fueron mencionadospara tomarlos como punto de partida y referencia constante en el desarrollo de las actividades correspondientes.

Para abordar los objetivos 2.6.4 y 2.6.5 del sexto grado, se puede partir de la realidad cotidiana de los alumnos, para que por medio de la observación localicen figuras que se encuentran a su alrededor (en principio se puede partir de las que se encuentran en el interior del salón de clases), quedando así en posibilidad de clasificarlas en regulares e irregulares, lo que les permitirá darse cuenta que algunas de ellas admiten el trazo de ejes de simetría y de que otras no. En cuanto a la aplicación de la simetría, los ejemplos que se desarrollan en el cuarto grado pueden resultar muy ilustrativos, para sexto, ya que por medio de ellos, como antecedentes, los alumnos captan la idea de que la simetría es de utilidad en la comprensión del porqué las superficies y volúmenes se obtienen de cierta manera; cómo la simetría permite clasificar figuras geométricas y localizar puntos en planos cartesianos; cómo se puede aplicar en la realización de trabajos a escala y cómo de manera cotidiana, artistas y científicos se ven en la necesidad de utilizar la simetría en el desarrollo de sus trabajos.

Secuencia didáctica

- Localizar diferentes figuras dentro del salón de clases. (En el piso, techo, paredes, pupitres, libros, etc.)

- Clasificar las figuras anteriormente localizadas, en regulares e irregulares. (Aquí se sugiere que los alumnos las agrupen en el pizarrón y en sus cuadernos).

- Observar las coincidencias y no coincidencias de los lados al ser doblada la figura, con uno o más ejes, remarcando que para que exista la simetría deben coincidir los lados de las mismas.

- Trazar figuras regulares e irregulares y localizar los ejes de simetría, en donde existan, partiendo de los ejemplos trabajados anteriormente.

- Resolver los ejercicios señalados en las páginas 25, 26 y 27 del - libro del alumno (en este punto los niños pueden formular sus hipó tesis en cuanto a los ejes de simetría que se encuentran en las -- pinturas de Giotto y Picasso.

- Observar que en la representación de las pinturas de Giotto y Pica sso, lo que se debe considerar son los ejes de simetría de los dos rectángulos, en donde están contenidas las pinturas, y no los - -- ejes de simetría de las figuras representadas en ellas, ya que des de este punto de vista no existen ejes de simetría.

- Comentar sobre las diferentes actividades humanas en las que se -- puede aplicar la simetría (aeronáutica, cirugía plástica, arquitec tura, ingeniería, etc.)

- Registrar los ejercicios en su cuaderno de dibujo.

  NOTA: Estas actividades pueden culminar con la redacción de un tra bajo al que se le sugiera como título:
  ¿Existe la simetría en la naturaleza?

Escalas. Primera parte

Reproducción de figuras

Los temas de escalas, proporciones y volúmenes, se abordan de una manera amplia e íntimamente relacionadas en el programa de sexto año - de Educación Primaria. En la unidad dos existe una relación íntima entre los objetivos 2.6.1, 2.6.2, 2.6.3 y 2.6.7 en torno al tema "reproducción de figuras a escala", mientras que entre los objetivos 6.6.1,- 7.6.1, 8.6.4 y 8.6.5 esta relación no es tan estrecha ya que se plan-- tean problemas en relación a escalas, proporciones y volúmenes partien do de engranes, poleas, silos cónicos y construcción de maquetas y dibujos de planos.

En el aprendizaje de los alumnos, en relación con el tema escalas, el profesor puede tropezar con algunas dificultades como las que se -- mencionan a continuación:

a.- Problemas para determinar el sentido de la proporción en la reproducción de figuras a escalas. Esto se puede observar cuando los alumnos se ven precisados a manejar por ejemplo la escala 3 a 6, que pueden confundirla con la escala 6 a 3.

b.- Cuando el alumno trabaja figuras a escala de manera objetiva en la cuadrícula por lo general no tiene dificultades; pero cuando deja este recurso y se ve precisado a obtener escalas por medio de la abstracción que implica el seguir un procedimiento sistemático por medio de ciertas operaciones, sí se presentan dificultades.

Volviendo a lo mencionado en un principio, para la propuesta didáctica de este punto se considerará en primer término el tratamiento del tema "reproducción de figuras a escalas" contenido en los cuatro primeros objetivos ya señalados, y posteriormente se sugerirá la secuencia didáctica para el tratamiento de los objetivos restantes.

Para abordar el tema escalas, antes de entrar a la actividad 2.6.1.2 marcada en el programa y que corresponde al punto cuatro de la secuencia didáctica sugerida en esta obra (<u>vid infra</u>), es importante ubicar a los alumnos en su ambiente contextual, con el ánimo de que partiendo de sus experiencias hagan comentarios en cuanto a las formas que existen de representar objetos reales (pueden referirse a dibujos, fotografías, pinturas, planos, maquetas, etc.). Lo anterior, encaminado a partir de las vivencias directas del niño, le deben permitir reflexionar en que los objetos reales, pueden ser representados por algunos modelos que guardan una relación proporcional con el objeto que sirvió como punto de partida. Realizadas las actividades anteriores ya se está en posibilidades de utilizar el concepto "escala" con sus implicaciones de significado, por lo que posteriormente se puede llevar-a los alumnos a realizar la actividad 2.6.1.2 para que, en papel cuadri culado, tracen algunas figuras y las reproduzcan a escala de acuerdo -- con la proporción que se indique. Aquí es importante dejar claro el concepto "reproducción a escala" para que se entienda el sentido de esa reproducción, considerando si debe ser mayor o menor un determinado número de veces del modelo original. Los alumnos, es recomendable, que realicen otros ejercicios similares en la cuadrícula, para lo que pueden - tomar como ejemplo algunos de los dibujos señalados en las páginas 106, 107, 126, 128, 136, 172, 196, 210, 211, 216, 220, del libro de cuarto - grado. Es importante recordar que no sólo en el caso de escalas, sino - en los demás aspectos de geometría, libro y programa de este grado pueden ser, por su riqueza de contenido, un material de gran valor. Des- - pués de ésto los alumnos dejan la cuadrícula para reproducir líneas a - escala, haciendo hincapié en el sentido de la reproducción (si es mayor o menor que la línea original). El siguiente punto puede encaminarse a- realizar los trabajos sugeridos en la actividad 2.6.2.1, para después - resolver los ejercicios de la actividad 2.6.3.1, en lo que se refiere a la determinación de escalas partiendo de una fotografía (considerar el- razonamiento sugerido en la secuencia didáctica). Aquí se sugiere eliminar el ejercicio marcado en la página 24 que pide encontrar la circunferencia de un círculo y la escala a la que se encuentra en relación a -- otros, porque se desvía del sentido central que tiene el objetivo - - - 2.6.3 (calcular las dimensiones reales de figuras dadas en fotografías- conociendo su escala); además de que el alumno necesita estar familiarizado con contenidos en cuanto a círculo o circunferencia, que se ven -- hasta la unidad cuatro del programa de este grado.

Para terminar el tema "escalas" en esta primera parte, se pueden -

resolver las actividades marcadas para el objetivo 2.6.7 del programa, que corresponden a la resolución de problemas de distancias aplicando- la idea de escala, ya que a estas alturas los alumnos están en posibilidades de hacerlo, considerando los antecedentes que se requieren en- cuanto a manejo de contenidos.

Secuencia didáctica

- Motivar a los alumnos para que surjan comentarios en cuanto a la - representación de objetos por medio de dibujos, pinturas, fotografías, etc.
- Observar que el tamaño del objeto puede guardar proporción o no -- con la representación que se haga de él.
- Llamar escala a la relación proporcional que guarda el objeto - -- real con su representación.
- Resolver ejercicios semejantes a los sugeridos en la actividad - - 2.6.1.2 que marca el programa.
- Hacer otros ejercicios similares en cuadrícula.
- Retomar ejercicios sugeridos en el libro de cuarto año, y en otros materiales y los propuestos por los mismos alumnos.
- Familiarizar al niño tomando como base las figuras trazadas, con - expresiones como: 2 es a 1, 1 es a 2, 3 es a 2, 2 es a 3, etc.
- Desarrollar esas expresiones de la siguiente manera:

  Escala 2 a 1

  2 es a 1

  2 : 1

  $\frac{2}{1}$

  $\frac{2}{1} = 2$ La figura se reproducirá dos veces de su tamaño original.

- Eliminar la cuadrícula para resolver problemas como: reproducir en escala 2 a 3 una línea de 15 cm.

  Trazar una línea de 15 cm.

Remarcar que la escala deseada es 2 a 3

Representar la expresión: 2 a 3 = 2 es a 3 = 2 : 3 = $\frac{2}{3}$ = dos - tercios.

Dividir la línea de 15 cm. en tercios.

Tomar dos tercios de la línea. Cada tercio deberá medir cinco centímetros.

Marcar diez centímetros que corresponden a los dos tercios.

Resaltar con rojo esa medida en la figura original.

Trazar aparte una línea de diez centímetros.

Observar que la segunda figura es una reproducción a escala de la primera.

- Resolver problemas como el sugerido en el ejercicio 2.6.2.1 (El dibujo a escala 1 a 10 de la fachada del salón de clases debe ser elaborado por el maestro).

- Resolver el ejercicio sugerido en la actividad 2.6.3.1 relacionada con las páginas 23 y 24 del libro del alumno, tomando en cuenta para ello el siguiente razonamiento:

  El ancho real del letrero de la tlapalería es de 60 cm.

  El ancho que tiene ese letrero en la fotografía es de 1.5 cm.

  Si el ancho real del letrero es de 60 cm. y el del letrero de la fotografía es de 1.5 cm. entonces la escala que guardan entre - - ellos es de 40 a 1, porque si dividimos 60 cm. entre 1.5 cm. = 40, es decir, la medida real es 40 veces la de la fotografía.

  La altura de la caseta del teléfono es de 4.6 cm.

  Si la escala que guarda la fotografía con la tlapalería como se - vio anteriormente es de 40 a 1, la altura real de la caseta del - teléfono es 4.6 cm. por 40 = 184.0 cm. y esto es igual a 1.84 m.

  Siguiendo el mismo procedimiento resolver el resto de los ejercicios que se plantean.

NOTA: Recordar la sugerencia de eliminar el ejercicio de la página 24 - que se relaciona con escalas de círculos, ya que la obtención de circunferencias se ve hasta la cuarta unidad.

Escalas. Segunda parte

Engranes

Para el logro del objetivo 6.6.1 "Aplicar sus conocimientos sobre escalas y proporciones para resolver algunos problemas", se sugieren en el programa tres actividades generales, que por su contenido se encuentran estrechamente relacionadas con el objetivo que se pretende alcanzar; sin embargo, antes de realizarlas, el alumno debe tener un panorama general de la utilidad que los engranes tienen dentro de las industrias, ya que gracias a ellos es posible el funcionamiento de muchas de las máquinas. Esto se puede reforzar, de ser posible, con la visita que los alumnos hagan a algún taller de la localidad, para que tengan la oportunidad de observar de manera directa el funcionamiento y la utilidad de los engranes. Además también puede sugerirse a los alumnos, la copia en cartulina de los dibujos comprendidos en las páginas 74 y 75 de su libro de texto, para que observen en forma práctica la relación que existe entre el número de vueltas de engranes y piñones (*).

Secuencia didáctica

- Comentar sobre la utilidad que los engranes tienen, entre otras cosas, para el funcionamiento de la maquinaria industrial.

- Visitar algún taller de la localidad, para que los alumnos tengan la oportunidad de registrar las observaciones que realicen en torno al funcionamiento de los engranes.

- Copiar y recortar en cartulina los dibujos que se encuentran en la página 74 de su libro de texto.

- Señalar el número de dientes que tiene cada uno de los engranes.

- Comentar con sus compañeros sobre el número de vueltas que da el engrane B mientras el engrane A da una vuelta.

(*) De dos engranes se conoce con el nombre de piñón a aquél que tiene el menor número de dientes.

- Resolver los siguientes ejercicios:

Si el engrane B da 8 vueltas, ¿Cuántas dará el engrane A?

Dar los elementos para que los alumnos estén en posibilidades - de hacer las siguientes reflexiones:

Si el engrane A tiene 30 dientes y el engrane B 15, entonces- la escala a la que se encuentran es de 2 a 1, porque

$$\frac{30}{15} = \frac{2}{1}$$

De lo anterior se puede desprender que el engrane A, con 30 - dientes, es dos veces más grande que el engrane B con 15, por lo que A es igual a 2, mientras B es igual a 1.

Recordando el ejercicio que pide saber el número de vueltas - que da el engrane A, mientras el engrane B da 8 vueltas, se - puede realizar la siguiente actividad:

A es igual a 2

B es igual a 1

Como lo que se busca es el número de vueltas que da el engrane A, entonces A es igual a X y B, que es el dato conocido, - es igual a 8, por lo que se puede desprender la siguiente proporción:

$$\begin{array}{c} 2 \text{ — } X \\ 1 \text{ — } 8 \end{array}$$

Como la relación entre el número de dientes de los engranes y las vueltas que éstos dan es inversamente proporcional, ya -- que a mayor número de dientes le corresponden menor número de vueltas y a menor número de dientes mayor número de vueltas,- (2) entonces:

$$\begin{array}{ccc} 2 \text{ — } X & \text{inversamente} & 2 \text{ — } 8 \\ & \text{proporcional} & \\ 1 \text{ — } 8 & \text{es igual a} & 1 \text{ — } X \end{array}$$

Resolviendo lo anterior por productos cruzados tenemos:

$$\begin{array}{c} 2 \text{ — } 8 \\ \\ 1 \text{ — } X \end{array} = \frac{8 \times 1}{2} = 4$$

Del resultado de esta operación se desprende que el engrane A da 4 vueltas, mientras el B da 8.

El segundo ejercicio de la actividad 6.6.1.2, si el engrane A da 10 vueltas cada minuto, ¿Cuántas dará el B en 5 minutos? se puede re-- solver de manera similar a la anterior, sólo que en este caso se -- considera el factor tiempo, por lo que el número de vueltas resul-- tantes corresponde a un minuto. El resultado debe multiplicarse por 5 ya que se pretende conocer el número de vueltas que da el engrane B en cinco minutos.

- Resolver el tercer ejercicio de la actividad 6.6.1.3 marcada en el- programa y que se refiere a las páginas 75 y 76 del libro de texto.

Contar los dientes que tienen los engranes A, B y C

Engrane A = 8 dientes

Engrane B =24 dientes

Engrane C =48 dientes

Si el engrane A gira en sentido contrario a las manecillas del - reloj, el engrane C gira en el mismo sentido que A, porque exis- te un engrane intermedio que en este caso es B.

Para que C gire una vuelta, B necesita girar 2, porque:

Engranes	dientes
C	48
B	24

$\frac{48}{24} = \frac{2}{1}$ escala 2 a 1

$$\begin{array}{ccc} 2 — 1 & \text{Inv.} & 2 — X \\ & \text{Prop.} & \\ 1 — X & & 1 — 1 \end{array} = \frac{2 \times 1}{1} = 2 \text{ vueltas}$$

Cuando B gira una vuelta, A gira 3, porque:

Engranes	dientes
B	24
A	8

$\frac{24}{8} = \frac{3}{1}$ = escala 3 a 1

$$\begin{matrix} 3 - 1 \\ 1 - X \end{matrix} \quad \text{Inv. Prop.} \quad \begin{matrix} 3 - X \\ 1 - 1 \end{matrix} = \frac{3 \times 1}{1} = 3 \text{ vueltas}$$

Cuando C gira una vuelta, A gira 6, porque:

Engranes	dientes
C	48
A	8

$$\frac{48}{8} = \frac{6}{1} = \text{escala 6 a 1}$$

$$\begin{matrix} 6 - 1 \\ 1 - X \end{matrix} \quad \text{Inv. Prop.} \quad \begin{matrix} 6 - X \\ 1 - 1 \end{matrix} = \frac{6 \times 1}{1} = 6 \text{ vueltas}$$

Cuando A da 18 vueltas por minuto, B da 6 vueltas por minuto, porque:

Engranes	dientes
B	24
A	8

$$\frac{24}{8} = \frac{3}{1} = \text{escala 3 a 1}$$

$$\begin{array}{lll} 3 — X & \text{Inv.} & 3 — 18 \\ & \text{Prop.} & \quad = \dfrac{18 \times 1}{3} = 6 \text{ vueltas} \\ 1 — 18 & & 1 — X \end{array}$$

Cuando A da 18 vueltas por minuto, C da 3, porque:

Engranes	dientes
C	48
A	8

$$\frac{48}{8} = \frac{6}{1} = \text{escala 6 a 1}$$

$$\begin{array}{lll} 6 — X & \text{Inv.} & 6 — 18 \\ & \text{Prop.} & \quad = \dfrac{18 \times 1}{6} = 3 \text{ vueltas} \\ 1 — 18 & & 1 — X \end{array}$$

Las medidas de los diámetros internos de los engranes son las siguientes:

A = 2 cm.

B = 6.3 cm.

C =11.2 cm.

Si buscamos la escala a la que se encuentran los diámetros de los tres engranes, tenemos:

Engranes	Diámetros	Escalas
C en relación a B	$\frac{11.2}{6.3}$ =	1.77 = 2
B en relación a A	$\frac{6.3}{2}$ =	3.15 = 3
C en relación a A	$\frac{11.2}{2}$ =	5.6 = 6

Las medidas anteriores nos permiten observar, que la escala a - la que se encuentran los diámetros internos de los engranes, no guardan relación exacta con los resultados obtenidos en las escalas de los mismos engranes que se obtuvieron con los ejercicios anteriores, por lo que es necesario redondear los datos resultantes de realizar las operaciones correspondientes, para de esta manera encontrar las escalas exactas entre los diámetros.

Las medidas de las circunferencias internas de los tres engranes son:

Engrane	Diámetro	Circunferencia
A =	2 cm.	6.28 cm.
B =	6.3 cm.	19.79 cm.
C =	11.2 cm.	35.18 cm.

Buscando la escala a la que se encuentran las circunferencias - internas de los tres engranes, tenemos:

Engranes	Circunferencia	Escalas
C en relación a B	$\frac{35.18}{19.79}$ =	1.77 = 2
B en relación a A	$\frac{19.79}{6.28}$ =	3.15 = 3
C en relación a A	$\frac{35.18}{6.28}$ =	5.60 = 6

La observación que se puede hacer en este último ejercicio, es- similar a la realizada con los diámetros internos de los tres - engranes, por lo que aquí también es necesario valerse del re-- dondeo de cantidades.

Poleas

La unidad siete del programa contempla un solo objetivo específico (7.6.1) que trata el tema de geometría y que se relaciona con la solu--

ción de problemas de poleas y bandas. Sin embargo, aquí se debe seña-- lar que estos temas requieren como antecedente (lo mismo que en el te- ma de los engranes) el dominio, por parte de los alumnos, de las opera ciones fundamentales, en especial de la multiplicación y la división - con fracciones comunes. Además también necesitan dominar los temas: va riación funcional directa e inversa.

Para el objetivo señalado anteriormente (7.6.1) el programa marca cuatro actividades generales. Antes de abordarlas alumnos y profesor,- pueden hacer comentarios en torno a la utilidad que a lo largo de la - historia han representado las poleas y bandas para el desarrollo de la humanidad. Además se puede hacer que los educandos observen el funcio- namiento de poleas y bandas de manera práctica en algunos talleres.

Después de ésto, ya se puede recurrir al libro de matemáticas del alumno, en las páginas 111 a 113, para determinar el sentido en que gi ran dos o tres poleas unidas por una banda, y obtener escala y número- de vueltas de una polea en relación a la otra, independientemente de - que las bandas estén cruzadas o no, ya que las bandas cruzadas sólo -- sirven para cambiar el sentido del movimiento de una de las poleas. Pa ra resolver los ejercicios señalados en el libro del alumno, es necesa rio seguir un procedimiento similar al utilizado en la solución de pro blemas con engranes, pues aquí también se utiliza el procedimiento de- variación funcional inversa.

Secuencia didáctica

- Comentar sobre el beneficio del uso que las poleas y las bandas -- han tenido en el desarrollo de la humanidad y la utilidad que pres tan actualmente en el movimiento de algunas máquinas.

- Visitar lugares en donde existan instrumentos que se muevan con -- poleas.

- Observar el dibujo de la página 111 del libro del alumno para señalar el sentido en que giran las poleas unidas por una banda.

- Hacer las siguientes consideraciones: Si el diámetro de la polea roja es de 6 cm. y el de la polea amarilla de 3, entonces la polea roja está a escala 2 a 1 de la amarilla, porque:

Polea roja	Polea amarilla
6 cm.	3 cm.

$$\frac{6}{3} = \frac{2}{1} = \text{escala 2 a 1}$$

Por cada vuelta que dé la polea roja, la amarilla dará el doble, porque la escala es 2 a 1. En este caso se puede observar "que la relación entre el número de vueltas que da la polea mayor y el número de vueltas que da la polea menor ES EL INVERSO DE LA ESCALA A LA QUE ESTAN SUS DIAMETROS", por lo tanto, el número de vueltas de la polea roja en relación con la polea amarilla será de 1 a 2.

Si la polea roja da una vuelta, un cuerpo colocado sobre la banda avanzará 18.85 cm. en la dirección en que se mueven las poleas, porque:

6 cm. de diámetro x 3.1416 nos da la circunferencia de la polea roja, que es la distancia en la que se desplaza el cuerpo.

$$6 \times 3.1416 = 18.8496 = 18.85$$

- Resolver los ejercicios señalados en la página 112 y que se refieren a poleas unidas por una banda cruzada.

Si el radio de la polea mayor (que debe considerarse siempre en primer término) mide 2.5 cm. y el de la polea menor mide 2 cm. entonces la escala a la que se encuentran es de 1.25 a 1, porque:

$$\frac{2.5}{2.0} = \frac{1.25}{1} \quad \text{escala} = 1.25 \text{ a } 1$$

Cuando las poleas están unidas por una banda cruzada sus movimientos siempre serán en sentido contrario.

Si la polea menor da 12 vueltas, la mayor dará 9.6 vueltas, porque:

Polea mayor	Polea menor
2.5 cm.	2.0 cm.

$$\frac{2.5}{2.0} = \frac{1.25}{1} = \text{escala } 1.25 \text{ a } 1$$

$$\begin{array}{lll} 1.25 — X & \text{Inv.} & 1.25 — 12 \\ 1 — 12 & \text{Prop.} & 1 — X \end{array} = \frac{12 \times 1}{1.25} = 9.6 \text{ vueltas}$$

Terminado el procedimiento anterior, se pueden observar las poleas unidas por una banda cruzada en el dibujo de la página 112, para concluir que las bandas cruzadas se utilizan para cambiar el sentido giratorio de una de las poleas.

- Observar el dibujo, de la parte inferior, en la p. 112, del libro del alumno, en el que se representan tres poleas (ventilador, generador y polea motriz) y trazar una banda que las una. Concluir que el sentido en que se mueva la polea motriz determinará el sentido en que giren las otras dos.

Considerando que la polea motriz mide 14 cm. de diámetro, y da 3000 vueltas por minuto; que la polea generador mide 7 cm. de diámetro y que la polea ventilador da 3500 vueltas por minuto; observar lo siguiente:

Si el diámetro de la polea motriz es de 14 cm. y el de la polea generador es de 7 cm., entonces la escala a la que se encuentran es de 2 a 1, porque:

Polea motriz	Polea gen.	
14 cm.	7 cm.	$\frac{14}{7} = \frac{2}{1}$ = escala 2 a 1

Si la polea motriz da 3000 vueltas por minuto, entonces la polea generador dará 6000 vueltas, porque:

Escala	vueltas	
2 — 3000		Inv. Prop. 2 — X 1 — 3000 $= \frac{2 \times 3000}{1} = 6000$ vueltas
1 — X		

El problema anterior, también puede resolverse utilizando el procedimiento de variación funcional inversa, como se aprecia a continuación.

cm.	vueltas	
14 — 3000		Inv. Prop. 14 — X 7 — 3000 $= \frac{14 \times 3000}{7} = 6000$ vueltas
7 — X		

Si la polea motriz da 3000 vueltas por minuto y la polea ventilador 3500, entonces la escala a la que se encuentran es de - - 1.16 á 1, porque:

Polea Vent.	Polea motriz	
3500 vueltas	3000 vueltas	$\frac{3500}{3000} = \frac{1.16}{1}$ = escala 1.16 a 1

- Si el diámetro de la polea motriz es de 14 cm. entonces el diámetro de la polea ventilador será de 12 cm.

Escala	cm.	
1.16	X	Inv. Prop. 1.16 — 14 1 — X $= \frac{14 \times 1}{1.16} = 12$ cm.
1	14	

Este problema también se puede resolver por variación funcional-inversa:

cm.	vueltas	
14 — 3000		Inv. Prop. $\begin{matrix} 14 - 3500 \\ X - 3000 \end{matrix} = \frac{14 \times 3000}{3500} = 12$ cm.
X — 3500		

Si se quiere que el ventilador dé 4000 vueltas por minuto sin modificar la polea motriz, el diámetro de la polea ventilador deberá ser de 10.5 cm., porque la escala a la que se encuentran es de 1.33 a 1. (Para comprobar la obtención de escala se puede aplicar el siguiente desarrollo):

Polea Vent.	Polea motriz	
4000 vueltas	3000 vueltas	$\frac{4000}{3000} = \frac{1.33}{1}$ = escala 1.33 a 1

El diámetro de la polea ventilador, aplicando la escala, se puede obtener de la siguiente manera:

Escala	cm.	
1.33 — X		Inv. Prop. $\begin{matrix} 1.33 - 14 \\ 1 - X \end{matrix} = \frac{14 \times 1}{1.33} = 10.5$ cm.
1 — 14		

También este problema se puede resolver por variación funcional inversa, como se ejemplifica a continuación:

cm.	vueltas	
14 — 3000		Inv. Prop. $\begin{matrix} 14 - 4000 \\ X - 3000 \end{matrix} = \frac{14 \times 3000}{4000} = 10.5$ cm.
X — 4000		

- Hacer que los alumnos sugieran nuevos ejercicios para poleas y bandas.

Volumen de silos cónicos

Para el cálculo de volúmenes de silos cónicos, que implica medi-- ciones indirectas (objetivo 8.6.4 del programa) se necesita, como antecedente, por parte de los alumnos, el dominio de los temas: escalas; - proporcionalidad; perímetros y áreas de círculos y volúmenes de conos; ya que sólo de esta manera serán capaces de obtener el volumen de un - silo cónico, cuando se desconoce su altura. Es importante marcar, que- la altura desconocida de un silo cónico no sólo se puede obtener por - medio de escalas como lo sugiere el programa, porque este es el objetivo, sino también, y esto por lo general lo deducen los alumnos, por medio del procedimiento de proporcionalidad.

En el desarrollo de este tema, se puede partir de la lectura del- libro del alumno, pp. 122-125, titulada "Silos: cilindro y cono", que- se encuentra ejemplificada con mucha claridad en cuanto al desarrollo- de las actividades que se realizan para solucionar el problema.

Como se mencionó anteriormente y aunque esto no se señala ni en - el programa ni en el libro, los alumnos pueden determinar la altura -- del mismo silo, utilizando el procedimiento de la proporcionalidad, como se sugiere a continuación:

D A T O S

Sombra del silo	9 m.
Altura del silo	X
Sombra de la niña	1.26 m.
Altura de la niña	1.40 m.

Altura	Sombra		
1.40	— 1.26	Por productos cruzados es igual a	$\frac{1.40 \times 9}{1.26} = \frac{12.6}{1.26} = 10$
X	— 9		

La altura del silo cónico señalado en el ejercicio del libro y obtenida mediante el procedimiento de escalas, es igual a 9.996 m. redondeando esta cantidad resulta igual a 10 m., que a su vez es la cantidad que se obtiene por medio de la variación funcional directa. Después de esto los alumnos pueden resolver otros ejercicios sugeridos por ellos mismos.

Por último, para concluir con los ejercicios que se vienen realizando se lleva a los alumnos a determinar los volúmenes de silos cónicos y cilíndricos, desarrollando las fórmulas correspondientes:

$$\text{Volumen del cono} = \frac{\text{área de la base X altura}}{3}$$

$$\text{Volumen del cilindro} = \text{área de la base X altura}$$

Construcción de maquetas y dibujos de planos

En la construcción de maquetas y dibujos de planos que requieren la aplicación de los elementos teóricos sobre escalas, y que corresponden al objetivo 8.6.5, se puede partir en primer término de la lección "El club escolar y comunitario" de las páginas 126-129 del libro de texto, que presenta, tanto para el maestro como para los alumnos, una magnífica oportunidad que no debe pasarse por alto en el desarrollo de una serie de trabajos que pueden realizarse de manera correlacionada, lo que implica no sólo cumplir con las actividades señaladas en esta lección para elaborar el proyecto de club escolar y comunitario, sino-otras, aunque éstas se deriven del resto de las áreas programáticas.

Aquí aparte de escalas, por ejemplo, los alumnos pueden ver algunos elementos de carácter jurídico relacionados con la propiedad privada, al buscar la posibilidad de la adquisición de un terreno; su orientación; su conformación; los costos de los materiales de construcción y la cantidad de materiales requeridos; los costos de la mano de obra; posibles porcentajes de descuento; obtención de costos totales, por señalar sólo algunas de las actividades que se pueden realizar y que pueden enriquecerse con las sugerencias de los propios alumnos.

Trazo y medición de ángulos y trazo de polígonos

Trazo y medición de ángulos

La medición de ángulos señalado en el objetivo 3.6.1 del programa, por lo general, no implica serias dificultades para los alumnos del sexto grado; sin embargo, hay casos en que se presentan algunos tropiezos con el manejo del transportador, cuando los alumnos se ven precisados a hacer coincidir el centro de la base del transportador con el vértice del ángulo a medir. Por otro lado, en el trazo de ángulos, con transportador, se pueden presentar algunas dificultades en el manejo de este instrumento de medición. En ambos casos lo recomendable es que los niños, tengan oportunidad de ejercitar estas actividades en forma suficiente y variada hasta que se adquiera el dominio necesario.

Un análisis detenido de las actividades programáticas señaladas en el objetivo específico 3.6.1 nos dice que éstas son claras y suficientes para lograr el objetivo que se pretende. Aquí es necesario detenerse para mencionar que la actividad 3.6.1.4 (dibujar dos rectas que se intersecten), de las que resultan ángulos opuestos por su vértice, cuya suma es de 360^{o}, no debe pasarse por alto ya que representa un puente que puede facilitar el abordamiento del objetivo 3.6.2, que se refiere a la "construcción de polígonos regulares a partir del trazo de sus ángulos centrales", que también suman 360^{o}.

En cuanto al libro de texto, el segundo ejercicio sugerido en la página 42, es recomendable trasladarlo como ejercicio previo del objetivo 3.6.3, ya que es aquí donde se abordan los contenidos referentes a los ángulos internos de polígonos.

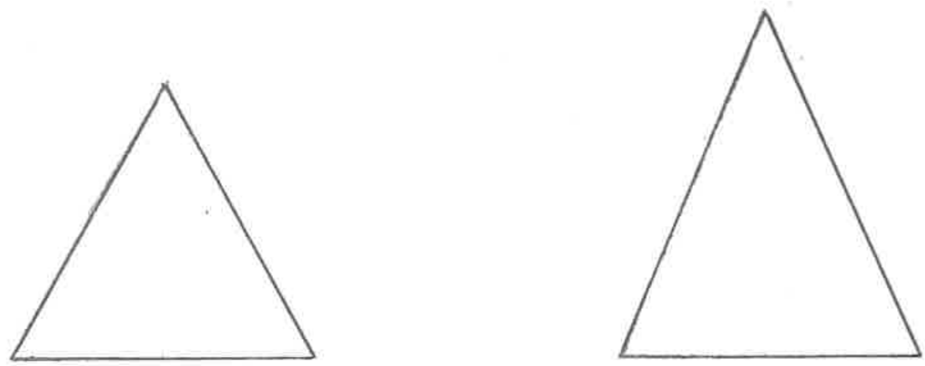
Trazo de polígonos

El objetivo específico 3.6.2 señala la construcción de "polígonos regulares a partir del trazo de sus ángulos centrales". Aquí también, como en el anterior, las actividades que se sugieren son claras aunque no suficientes, por lo que se deben plantear más ejercicios que permitan trazar diferentes polígonos regulares y medir sus ángulos centrales. Los ejercicios de la página 43 del libro de texto deben resolverse hasta la medición del ángulo central de un octágono, y los que se refieren a los ángulos internos, es recomendable tratarlos como actividades del objetivo 3.6.3, (resolver problemas en que aplique sus conocimientos sobre las medidas de los ángulos internos de los polígonos regulares).

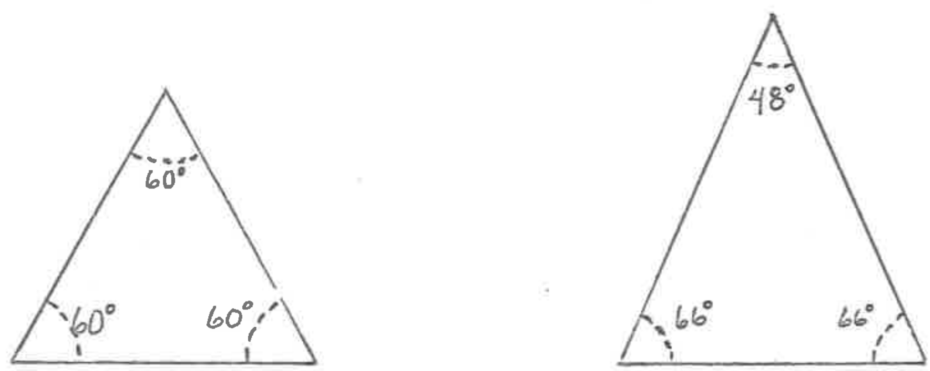
Posiblemente donde se pueden presentar mayores dificultades, en los tópicos de geometría abordados en la unidad tres, es en el de las medidas de los ángulos internos de los polígonos regulares, señalado en el objetivo 3.6.3 y en las actividades que de esto se desprenden. En este punto los alumnos aparte de medir ángulos internos de polígonos necesitan formar pisos, sin dejar huecos, con mosaicos que tengan la misma figura. ¿Cuáles son los problemas específicos que se pueden presentar? En primer lugar, la no coincidencia, por mínima que sea, de las medidas de ángulos internos, que sobre una misma figura reportan - los alumnos en el grupo, y la imposibilidad de saber, valiéndose del - transportador, cuál es la medida correcta. Por ejemplo, en la medición de los ángulos internos del pentágono, un mismo alumno puede reportar- medidas diferentes de sus ángulos como 107^o, 106^o, 109^o, ó 108^o, ¿a -- qué se debe ésto? en realidad pueden ser diferentes factores entre los que destacan los visuales; la colocación incorrecta del transportador, por mínima que sea, el grosor de la punta del lápiz, cuando se miden - en el cuaderno; o del gis cuando se miden en el pizarrón. Es decir, -- factores que hasta cierto punto se pueden considerar ajenos al alumno. Para subsanar este inconveniente, que aparentemente no tiene trascen-- dencia, pero que repercute en los resultados precisos que se necesitan para resolver los problemas y sobre todo que pueden causar confusiones en los alumnos, se sugiere que éstos, en primer término, lleguen a com probar por medio de trazos y recortes de figuras, que los ángulos in-- ternos de cualquier triángulo miden 180^o, y además que sean capaces de realizar operaciones utilizando la fórmula $(n-2)180^o$, (3) para llegar- a obtener las medidas de los ángulos internos de cualquier figura re- gular, lo que les permitirá eliminar los márgenes de error que se pue- den derivar de la medición directa con el transportador. Por último es recomendable que los alumnos, considerando los antecedentes sobre medi ción de ángulos internos, realicen ejercicios de trazo y recorte de po lígonos regulares, para observar en qué casos es posible formar pisos- sin dejar huecos.

Comprobación de las medidas de los ángulos internos de triángulos equiláteros e isósceles

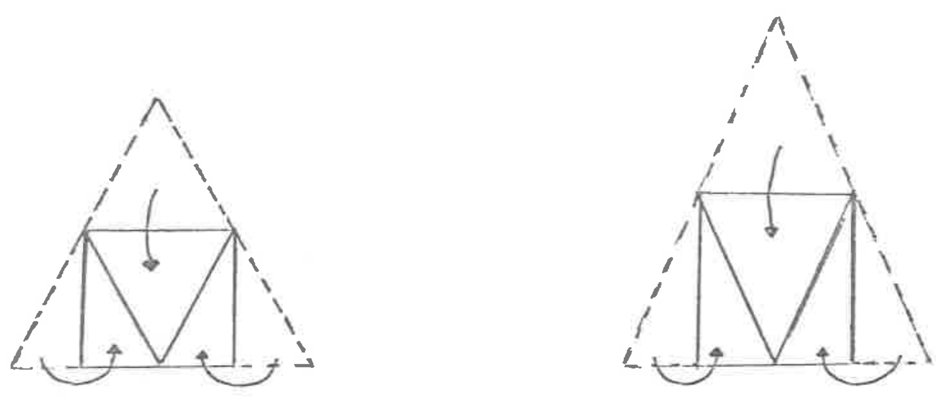
- Hacer que los alumnos tracen en sus cuadernos y en el pizarrón -- triángulos equiláteros e isósceles.



- Medir los ángulos internos y sumarlos.

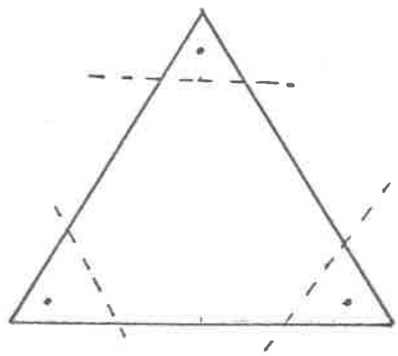


- Recortar alguno de los triángulos trazados en el cuaderno.
- Doblar uno de los triángulos recortados, uniendo sus vértices y - haciéndolos coincidir en el centro de la base.
- Observar que los tres vértices unidos miden 180° (Esto se puede - hacer solamente con los triángulos equiláteros e isósceles) Ejemplo: (4)

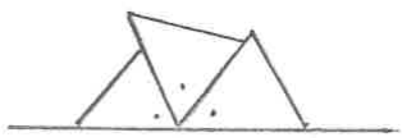


Comprobación de las medidas de los ángulos internos de cualquier trián gulo

- Trazar triángulos en sus cuadernos y señalar con un punto grueso - sus vértices.
- Recortar los triángulos y sus ángulos, como señala el ejemplo. (5)



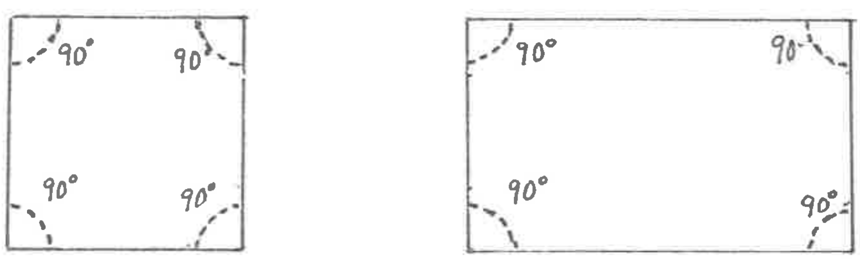
- Colocar los ángulos sobre una línea horizontal haciendo coincidir- los vértices señalados.



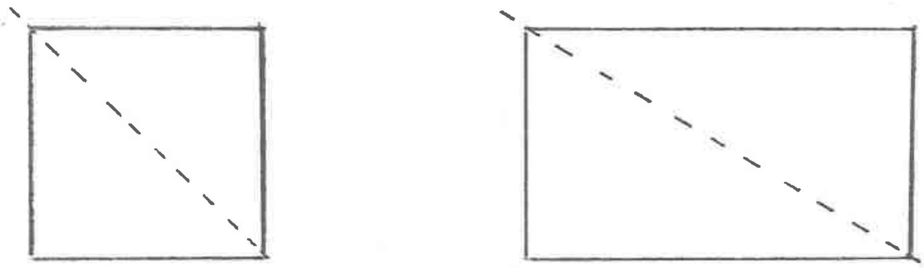
- Observar que la unión de los tres ángulos suman 180º.

Comprobación de las medidas de los ángulos internos de los triángulos, partiendo de cuadrados y rectángulos

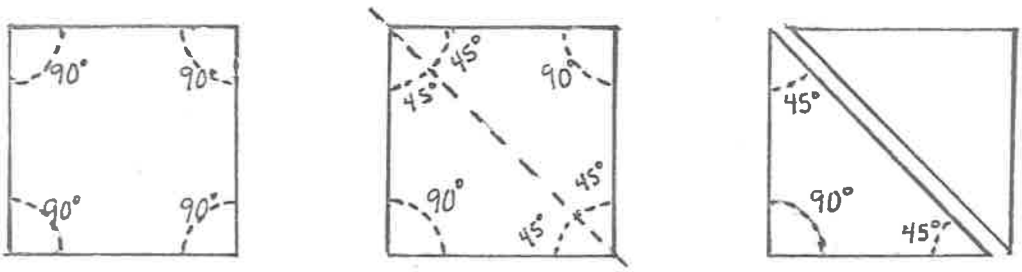
- Trazar cuadrados y rectángulos y observar que la suma de sus ángu- los internos de 360º. (6)



- Trazar a las figuras una diagonal para desprender dos triángulos.



- Observar que la suma de los ángulos internos de los triángulos obtenidos, es la mitad del de la figura original, o sea 180°. Ver ejemplo:



- Desprender, de todos los ejercicios de medición de ángulos internos de triángulos, el "teorema": "La suma de los ángulos internos de -- cualquier triángulo es igual a 180°".

Obtención de las medidas de los ángulos internos de cualquier figura regular, partiendo de la fórmula $(n-2)\ 180^{\circ}$

- Trazar un hexágono, valiéndose del procedimiento indicado en el desarrollo del objetivo 3.6.2 del programa.

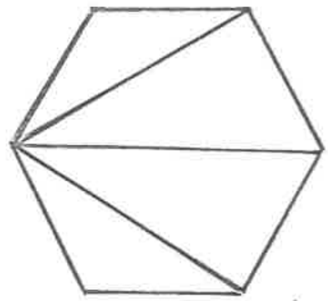
- Borrar la circunferencia y las líneas de los ángulos centrales.

- Medir los ángulos internos valiéndose del transportador.

- Observar que sus medidas pueden no coincidir con las de sus compañeros.

- Cuestionar a los alumnos para que propongan algunas formas que permitan solucionar este problema.

- Hacerles ver que una de las formas que existen para medir los ángulos internos del hexágono, es valiéndose del recurso de triangulación de la figura, trazando diagonales a partir de un vértice, ejemplo: (7)



- Observar que en este caso específico son cuatro los triángulos que resultan.

- Recordar el teorema que dice que los ángulos internos de un triángulo miden 180°.

- Obtener la suma de los ángulos internos del hexágono, multiplicando los 180° de cada uno de los triángulos por los cuatro triángulos que contiene el hexágono.

- Observar que el resultado de la multiplicación $180^{\circ} \times 4 = 720^{\circ}$.

- Concluir que los seis ángulos internos del hexágono suman 720°.

- Obtener la medida de cada uno de los ángulos internos del hexágono, dividiendo los 720° entre seis, que es el número de ángulos internos que tiene la figura.

$$720^{\circ} \div 6 = 120^{\circ}$$

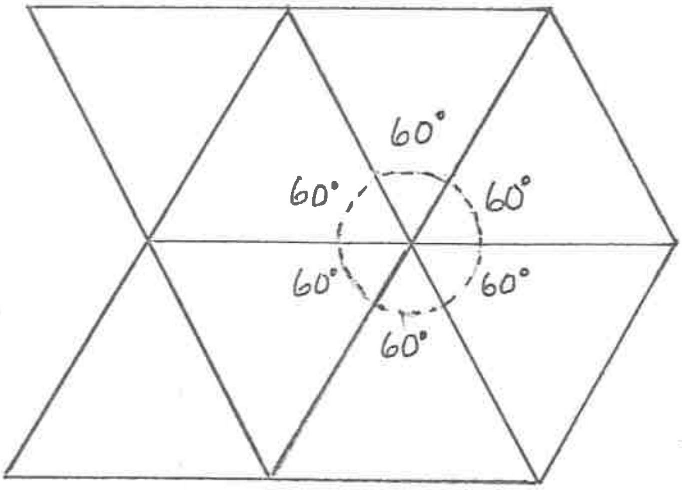
- Generalizar lo anterior para otras figuras considerando la siguiente fórmula: n-2 triángulos, es decir, n-2 veces $180^{\circ} = (n-2)\ 180^{\circ}$, en donde n representa el número de lados de la figura. (El desarrollo de la fórmula anterior permite eliminar la posibilidad de error en la medición directa de los ángulos internos en polígonos-regulares).

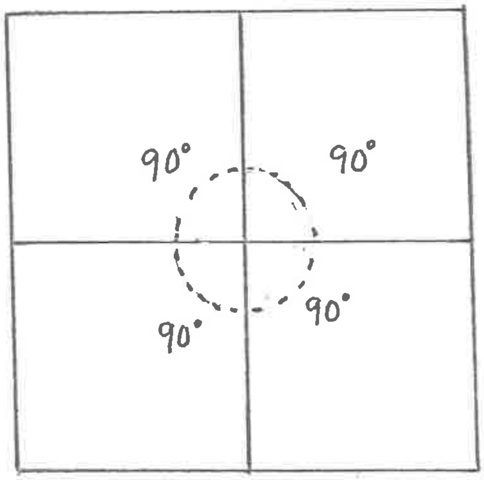
Formación de pisos con polígonos regulares

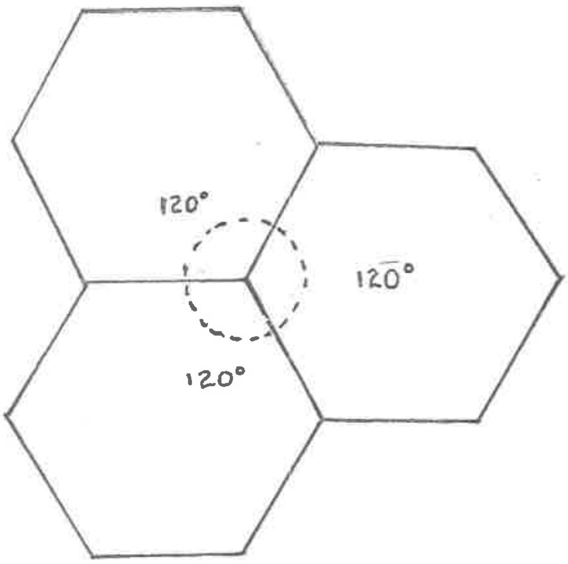
- Trazar, por equipos, dentro de un círculo de 4 cm. de diámetro, un polígono regular (triángulo equilátero, cuadrado, pentágono, hexágono etc.)

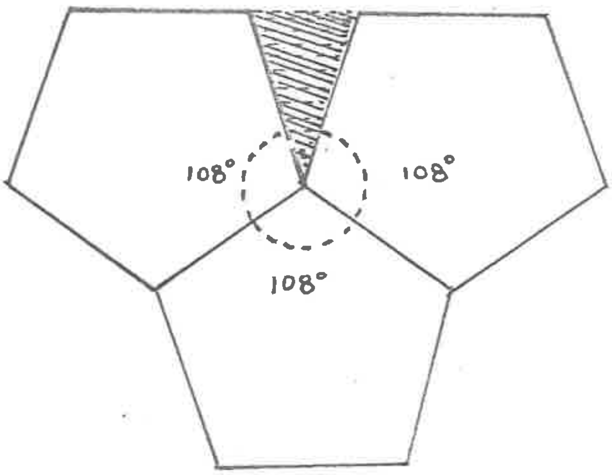
- Hacer la misma operación seis veces más.

- Recortar y unir polígonos con el mismo número de lados, para ver en qué casos es posible formar pisos sin dejar huecos. (8)









- Concluir que para formar pisos sin dejar huecos deben unirse figuras cuyos ángulos internos al tocarse en un punto, sumen 360^0.

- Hacer cálculos para determinar con cuáles figuras es posible formar "pisos" y con cuáles no, desarrollando el siguiente procedimiento:

  a.- Obtener la medida de los ángulos internos de las figuras recortadas. [Tener presente la fórmula general $(n-2)180^0$].

  b.- Con esa medida calcular si es posible que sumada un determinado número de veces dé 360^0.

- Formar en su álbum, pisos con las figuras recortadas.
- Decir en qué casos quedan huecos y en qué casos no.

Perímetros y áreas

Perímetro del círculo

El cálculo de perímetros y áreas de polígonos regulares y de volúmenes y capacidades de cuerpos geométricos regulares no resultan desconocidos para los alumnos de sexto debido a que estos aspectos se ven en grados anteriores; sin embargo, el perímetro o la circunferencia del círculo, de manera específica, y el volumen, capacidad y área total del cilindro sí son tópicos hasta cierto punto novedosos, porque es en el programa de sexto grado donde se contempla, por primera vez, el desarrollo de los temas antes citados.

En el manejo de estos puntos, es necesario que los alumnos desarrollen una serie de actividades que les permitan la comprensión del contenido de las diferentes fórmulas que se ven precisados a utilizar, evitando de esta manera la memorización de las mismas y la mecanización irreflexiva de las diferentes operaciones que se realizan para dar solución a los problemas planteados.

En cuanto al cálculo de la medida de circunferencias, señalado en el objetivo 4.6.1, el programa marca una serie de actividades que guardan una relación muy estrecha con los ejercicios de las páginas 55-57 del libro de texto. Aquí se puede resaltar la importancia que tiene, que los alumnos capten la idea de que el π (3.14) es la medida que resulta del número de veces que el diámetro cabe en la circunferencia, es decir, en el perímetro del círculo. Entendido ésto, ya se estará en posibilidades de resolver los problemas señalados en la página

57 que se refieren al cálculo de circunferencias, diámetros o radios de algunos círculos.

Secuencia didáctica

- Trazar polígonos y medir sus contornos con un cordel, para afianzar la idea del perímetro.

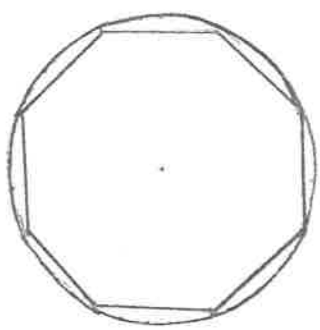
- Desarrollar las actividades marcadas en las páginas 85 y 86 del programa, relacionándolas con los ejercicios de las páginas 55-57 del libro del alumno.

Areas de polígonos regulares y del círculo

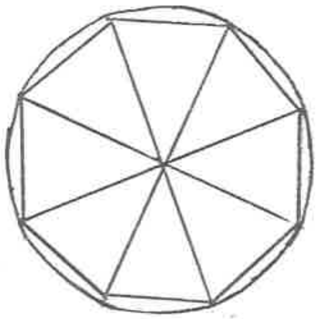
Para abordar el objetivo 5.6.2 "obtención de áreas de círculos", es necesario considerar como antecedente importante el objetivo 5.6.1, ya que la elaboración de una fórmula general para la obtención de áreas de polígonos regulares permite sentar las bases para la elaboración de una fórmula para obtener el área de círculos.

Secuencia didáctica

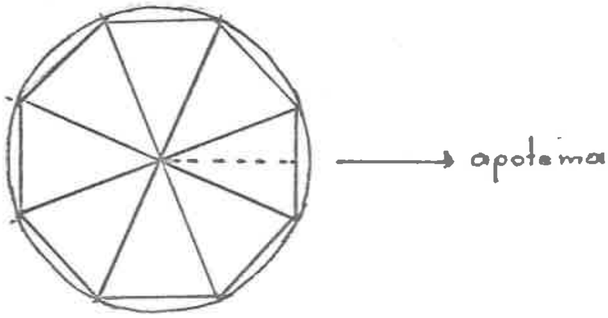
- Trazar un polígono regular de 8 lados, inscrito en una circunferencia, como lo señalan las actividades del objetivo 3.6.2 del programa.



- Dividir el polígono en 8 triángulos iguales, tomando como referencia el centro del octágono.



- Trazar la altura de uno de los triángulos y llamarle "apotema del polígono".



- Calcular el área del triángulo partiendo de la fórmula:

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

- Relacionar cada uno de los elementos de la fórmula anterior con la fórmula siguiente: $\frac{l \times a}{2}$ (lado por apotema entre dos), en donde <u>l</u> es igual a uno de los lados del polígono, que a su vez es igual a la base del triángulo del que se obtuvo la superficie y <u>a</u>, es igual al apotema del polígono, que a su vez es igual a la altura del triángulo. Aquí el alumno debe recordar el por qué, para obtener la superficie del triángulo se divide entre dos el resultado de la base por altura.

- Multiplicar el resultado obtenido de la superficie del triángulo por ocho, que es el número de los triángulos que tiene el octágono.

- Elaborar una fórmula que le permita obtener el área total de un octágono:

$$\frac{8 \times l \times a}{2}$$

en donde el <u>8</u> representa el número de lados de la figura y <u>l</u> la medida de uno de esos lados. La multiplicación de estos dos datos representa el perímetro del octágono.

- Observar que para una figura de 5 lados la fórmula es:

  $\frac{5 \times 1 \times a}{2}$, para una de seis: $\frac{6 \times 1 \times a}{2}$, etc.

- Desprender una fórmula general que permita obtener la superficie de cualquier polígono regular:

$$A = \frac{p \times a}{2}$$

- Trazar en una cartulina un polígono regular inscrito de 8 lados, otro de 12 y uno más de 24 lados, en circunferencias de 15 cm. de diámetro.

- Observar que mientras mayor número de lados tiene una figura inscrita más se parece a un círculo, por lo que éste puede considerarse un polígono regular con un número infinito de lados.

- Ver la semejanza que hay entre el apotema de un polígono y el radio de un círculo.

- Recordar que para obtener la superficie de un polígono regular se utiliza la fórmula $\frac{p \times a}{2}$

- Discutir si la fórmula anterior puede servir para calcular el área de un círculo, haciendo las siguientes consideraciones:

  Si el círculo es un polígono regular con un número infinito de lados, entonces, su área puede obtenerse partiendo de la fórmula general $A = \frac{p \times a}{2}$, en donde p es igual a la circunferencia, que se obtiene multiplicando $\pi \times d$ o bien $\pi \times 2r$, y a (apotema) que es igual a r (radio), por lo que:

  Area del círculo $\frac{p \times a}{2} = \frac{\pi \times 2r \times r}{2}$, eliminando el 2 nos queda: $\frac{\pi \times \cancel{2}r \times r}{\cancel{2}} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$

- Resolver problemas de los que se desprendan áreas de bases de cilindros, áreas de albercas circulares, de mesas de centro, de manteles circulares, teniendo como dato la medida de sus radios.

Areas y volúmenes de cuerpos geométricos regulares

Prismas

En la solución de problemas que impliquen el cálculo de áreas y -

volúmenes de prismas y cilindros (objetivo 5.6.3) se pueden considerar- de manera previa una serie de ejercicios que lleven al alumno a tener - presente la idea de perímetro y área de figuras geométricas regulares y su forma de obtención, para posteriormente llevarlos a los conceptos de área total y volumen de cuerpos regulares. Para esto, los alumnos pue-- den armar y desarmar una serie de prismas regulares con diferentes figu ras en las bases, para que tengan oportunidad de manipularlos y obser-- var las diferencias y semejanzas que existan entre ellos. Terminada es- ta actividad se puede invitar a los alumnos a que seleccionen uno de -- los prismas, y que en base a esta selección construyan una fórmula que- les permita calcular el área total del prisma con el que están trabajan do, para después, siguiendo el mismo procedimiento, estructurar el res- to de las fórmulas que se necesitan.

Terminada la obtención de áreas totales, se hace que los alumnos - armen y peguen sus prismas, y observen que los cuerpos construídos ocu- pan con tres dimensiones, un lugar en el espacio, es decir, que tienen- un volumen. Los alumnos pueden afianzar la idea de volumen, construyen- do con cartulina dm^3 que se pueden colocar de diferente manera para for mar prismas y tener con esto bases que permitan estructurar la fórmula- general de la obtención del volumen de estos cuerpos.

Secuencia didáctica

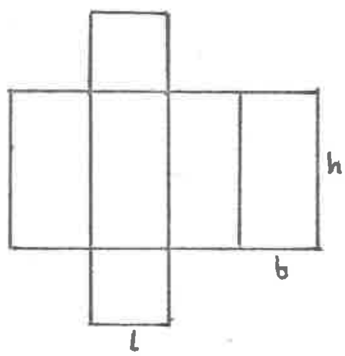
- Hacer que los alumnos tracen en su cuaderno de dibujo diferentes fi guras geométricas regulares y marquen de un color los perímetros y de otro las superficies.
- Escribir las fórmulas para obtener perímetros y áreas de cada una - de las figuras.
- Mostrar a los alumnos diferentes tipos de cajas y hacer que los di- bujen en sus cuadernos.

- Comentar que las bases de los dibujos trazados pueden tener diferentes figuras geométricas.

- Observar que los cuerpos geométricos tienen una superficie que se obtiene de sumar las superficies de cada una de sus caras y que a esto se le conoce con el mombre de área total.

- Recortar diferentes cuerpos geométricos y observar que el área total se puede apreciar en el cuerpo desarmado.

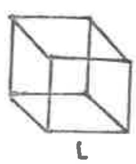
- Seleccionar uno de los prismas y construir algunas fórmulas que le permitan obtener el área total.

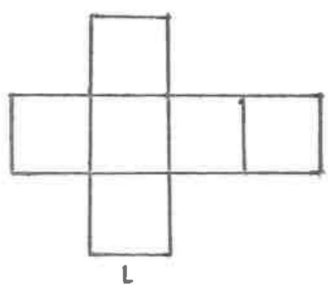


Area total = $2(l)^2 + 4(b \times h)$

Area total = $(b \times h)\ 4 + (l)^2 \times 2$

- Observar que se requiere, para la obtención de las áreas totales de cada uno de los cuerpos geométricos, una fórmula específica.





Area total = $(l)^2 \times 6$

Area total = $6\ (l)^2$

- Armar cada uno de los cuerpos geométricos y hacer comentarios sobre sus tres dimensiones y el lugar que ocupan en el espacio.

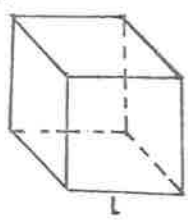
- Construir diferentes prismas con dm^3 para observar el espacio que ocupan dentro del salón de clases.

- Establecer diferencias entre los conceptos: área total y volumen.

- Estructurar una fórmula general para obtener volúmenes de prismas regulares.

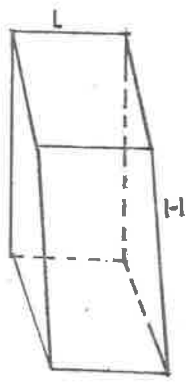
  VOLUMEN = Area de la base por altura del prisma.

- Elaborar las fórmulas específicas para la obtención del volumen de cada uno de los cuerpos geométricos.

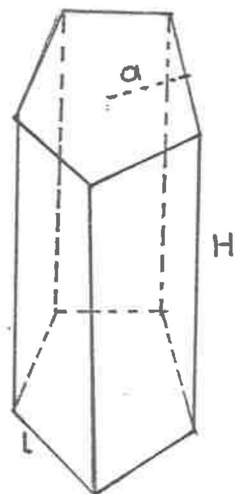


$V = L \times L \times L$

$V = L^3$



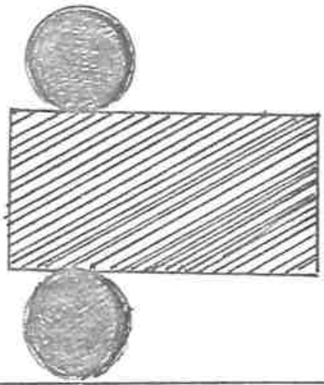
$V. = L \times L \times H$



$V = \frac{P \times a}{2} \times H$

Cilindro

Area total.- De hecho para calcular el área total y volumen del cilindro se puede seguir un procedimiento parecido, en parte, al que se realizó para obtener áreas totales y volúmenes de prismas, sólo que en este caso se debe destacar la particularidad de que las bases son circulares, por lo que se recurre a datos en los que se maneja el pi (π), el diámetro y el radio.

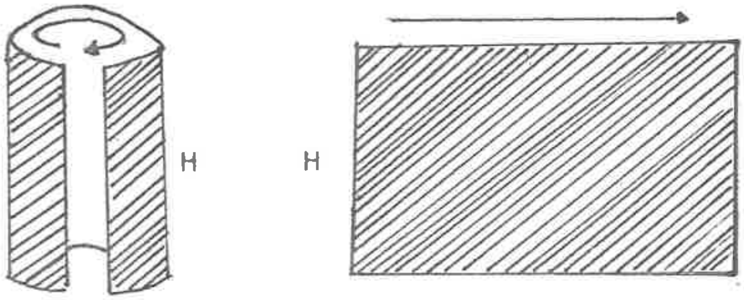


Area total $= 2(\pi \times r^2) + (\pi \times d) \times H$

En el desarrollo de la fórmula anterior los alumnos deben recordar que en la primera parte de la misma, el $\underline{\pi \times r^2}$ nos va a dar la superficie de una de las bases del cilindro que se multiplica por dos para obtener la superficie de las dos bases.

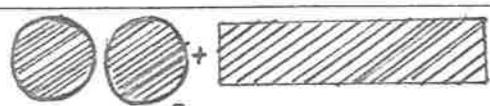
$2 (\pi \times r^2)$

En la segunda, el $\underline{\pi \times d}$ nos da el perímetro de la base circular que viene a resultar la base del rectángulo, que se multiplica por la altura del mismo para obtener su superficie.



Area del rectángulo $= \pi \times d \times H$

La suma de los dos resultados parciales nos lleva a la obtención del área total del cilindro.



Area total $= 2(\pi \times r^2) + (\pi \times d) \times H$

Volumen.-

V = Area de la base por altura

Los alumnos deben ver que la fórmula anterior, es la general para obtener el volumen de cualquier prisma, aunque es necesario que observen que en el caso del cilindro se debe tomar en cuenta la particularidad de que su base es circular. Considerando esto, la fórmula para obtener el volumen del cilindro queda de la siguiente manera:

$$\boxed{V = \pi \times r^2 \times H}$$

Después de realizados los ejercicios anteriores para la obtención de áreas totales y volúmenes de prismas y cilindros, se puede llevar a los alumnos a que resuelvan problemas como los planteados en la página 71 del libro de texto, en donde además se consignan ejercicios relacionados con "capacidad", para lo que los resultados obtenidos en el volumen necesitan convertirse a litros utilizando el siguiente procedimiento:

Si un prisma de base cuadrada mide 3 m. de lado y 8 m. de altura - entonces su volumen es:

FORMULA $= l^2 \times H$

SUSTITUCION $= 3 \times 3 \times 8$

VOLUMEN $= 72\ m^3$

Por lo tanto su capacidad será de :

$72\ m^3 \times 1000 = 72000\ dm^3 = 72000$ litros

Porque $1m^3 = 1000\ dm^3$ y $1\ dm^3 = 1$ litro

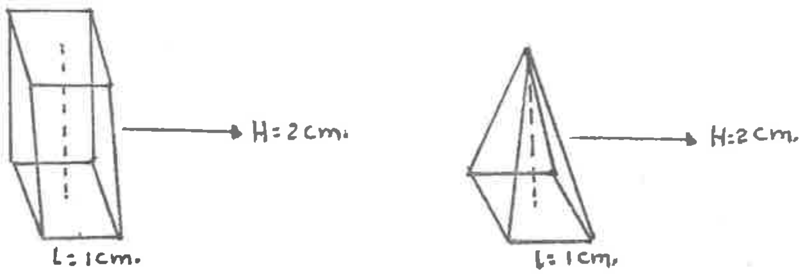
Volumen de pirámides

El tema "obtención del volumen de pirámides" lo pueden tratar los maestros haciendo que sus alumnos realicen una serie de actividades que les permita llegar a la idea de que el volumen de una pirámide cabe 3 - veces en un prisma de las mismas dimensiones, o que esa misma pirámide es capaz de aumentar la tercera parte del volumen del que aumenta un --

prisma de las mismas dimensiones en un recipiente con agua. Hecho lo anterior los alumnos pueden estructurar por sí solos y en base a las observaciones realizadas, una fórmula general, para obtener el volumen de cualquier pirámide conociendo sus medidas.

Secuencia didáctica

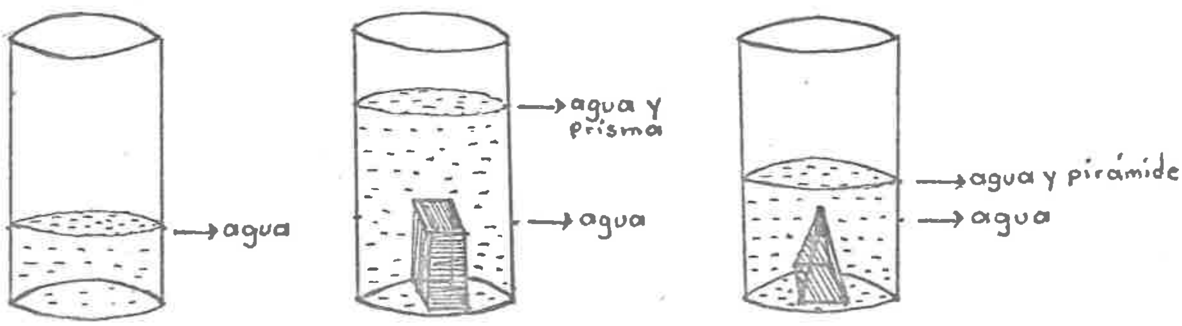
- Construir con cartulina un prisma y una pirámide de igual base y altura.



- Llenar la pirámide de arena y vaciarla en el prisma hasta llenarlo.

- Comprobar que el volumen de la pirámide es un tercio del volumen del prisma.

- Llegar a conclusiones similares, valiéndose de una pirámide y de un prisma de plastilina con dimensiones similares en su base y en su altura, para lo que deberá observar el desplazamiento de agua que generan al ser sumergidos en un recipiente con agua.



- Elaborar, tomando como base las experiencias anteriores, una fórmula general para obtener el volumen de cualquier pirámide.

$$\boxed{V = \frac{\text{Area de la base por altura de la pirámide}}{3}}$$

- Explicar el desarrollo de la fórmula anterior (no olvidar que al multiplicar el área de la base por la altura de la pirámide se obtiene el volumen del prisma, por lo que es necesario dividir el resultado entre tres que son las veces que la pirámide cabe en el prisma)

Volumen de cuerpos irregulares

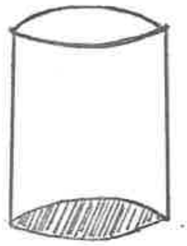
La sexta unidad del programa en el aspecto de geometría viene considerando el cálculo de volúmenes de prismas y cuerpos irregulares y la aplicación del concepto de escala para la resolución de algunos problemas. Aquí es necesario señalar que el cálculo de volúmenes de prismas, que se vio en la unidad anterior (objetivo 5.6.3) es un antecedente indispensable para el cálculo de volúmenes de cuerpos irregulares señalado en el objetivo 6.6.2 del programa. Lo mismo se puede decir del cálculo de volúmenes de algunas pirámides, que aunque no viene señalado en el objetivo particular de esta unidad, sí se contempla en el objetivo específico 6.6.3 de la misma. En cuanto a la aplicación del concepto de escala para resolver algunos problemas, está relacionado con el objetivo 6.6.1, referido a engranes, que ya se trató de la página 35 de esta obra, pero además este concepto se puede aplicar al mismo objetivo 6.6.3, de acuerdo con las sugerencias que se vienen proporcionando en la página 169 del compendio del libro del alumno.

A estas alturas, para ver volumen de cuerpos irregulares, se debe tener la seguridad de que los alumnos, ya son capaces de resolver problemas que impliquen el cálculo de volúmenes de prismas y cilindros, - porque sólo de esta manera podrán realizar las operaciones necesarias, al observar el desplazamiento de agua que se origina al sumergir en un recipiente un cuerpo no permeable. Para resolver este tipo de proble-- mas el profesor puede poner en conflicto a sus alumnos, haciéndoles no tar las diferencias que se dan entre los cuerpos regulares cometidos a fórmulas, por la facilidad que existe de estructurar con ellos algunos modelos, y la imposibilidad de la manipulación de datos de manera di-- recta con cuerpos irregulares. A partir de este momento los alumnos, - con la orientación del maestro y con el manejo de la información que - ya poseen, deben intentar, por sí solos, enfrentar el problema y bus-- carle la solución.

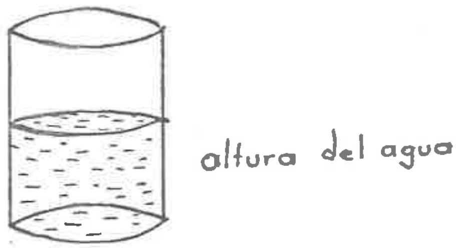
Secuencia didáctica

- Retomar el concepto de volumen, visto anteriormente.
- Hacer que los alumnos observen de manera objetiva las característi cas que tienen los cuerpos regulares e irregulares.
- Hacer una lista de esas características y establecer sus semejan-- zas (tienen volumen, peso, se pueden manipular, etc.) y diferen- - cias (en cuanto a su superficie, textura, color, etc.)
- Recordar que la medición de cuerpos regulares se puede hacer de ma nera directa utilizando fórmulas específicas (áreas, volúmenes, ca pacidades).
- Observar que esto no es posible hacerlo con cuerpos irregulares.
- Relacionar el volumen de cuerpos regulares (cilindro y prismas) -- con volumen de cuerpos irregulares de la siguiente manera (vid com pendio libro del alumno páginas 167-168):

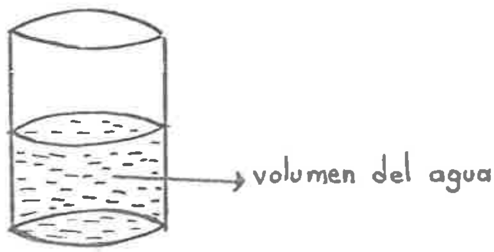
    Tomar un recipiente cilíndrico transparente y obtener la super- ficie de su base ($\pi \times r^2$).



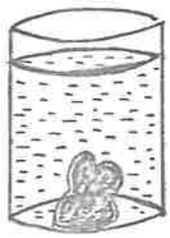
Vaciarle agua hasta la mitad y medir la altura de la misma.



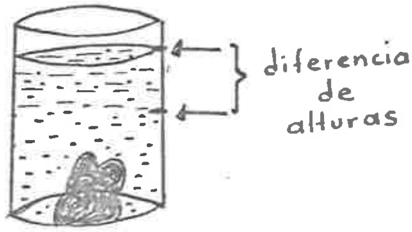
Obtener el volumen del agua. ($\pi \times r^2 \times$ altura del agua)



Introducir un objeto irregular no permeable (tornillo, tuerca, piedra, etc.)



Medir la diferencia de la altura original del agua con la nueva altura resultante de introducir el objeto.



Obtener en forma directa el volumen del cuerpo multiplicando el área de la base por la diferencia resultante entre las dos alturas obtenidas.

π x r^2 x la diferencia entre las alturas.

Buscar otro procedimiento para resolver el problema, por ejemplo, multiplicando el área de la base por la altura del agua con el objeto irregular y restándole la cantidad resultante de multiplicar el área de la base por la altura del agua.

Resolver nuevos problemas introduciendo cuerpos irregulares en recipientes en forma de prismas regulares y concluir que son similares a los anteriores, sin perder de vista que las fórmulas a utilizar deberán de estar de acuerdo al tipo de prisma que sirva como recipiente.

N O T A S

1. José Junquera Muné. Didáctica del cálculo. Barcelona, Ed. Labor, - S. A. 1961. (c 1960) p. 574.

2. Secretaría de Educación Pública. Dirección General de Educación Primaria. Didáctica de las matemáticas de 3º a 6º grados. México, - 1982. pp. 168 y 169.

3. Universidad Pedagógica Nacional. Sistema de Educación a Distancia. Matemáticas 1. V. 1. México, 1979. (c 1979) p. 78 y 79.

4. Ibid. pp. 70 y 71

5. Ibid. p. 69

6. Ibid. p. 74

7. Ibid. p. 78

8. Ibid. pp. 80 y 81

CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

Un estudio detenido de la presente obra, posiblemente nos lleve a la conclusión de que algunas de las actividades sugeridas en la secuencia didáctica, no tienen una vinculación estrecha con los postulados teóricos que se vienen señalando en el marco general correspondiente; sin embargo, una vez más es necesario insistir, como ya se hizo en la introducción, que esta obra no fue escrita para los alumnos, sino para los maestros, con la finalidad de proporcionarles sugerencias que les faciliten el manejo de los contenidos geométricos que se señalan en los diferentes objetivos integrados en el programa de matemáticas de sexto grado, por lo que, los aspectos teóricos que se consignan, y que en este caso son sustentados por Piaget, son una generalidad, que sin duda el maestro debe enriquecer preferentemente con fuentes primarias, para de esta manera estar en posibilidades de elaborar sus propias propuestas tomando en consideración, entre otras cosas, aparte de los elementos teóricos, su propia experiencia profesional, las ideas que, como en esta obra, se le puedan sugerir y las propias características de su grupo.

Lo anterior permite resaltar un punto, que aunque no se señala explícitamente se infiere: la necesidad, de que el profesor de grupo, planee sus actividades, no de una manera mecánica, sino reflexiva, para estar en posibilidades de alcanzar el éxito requerido.

Para terminar, y a manera de recomendación, se puede señalar la conveniencia de que la UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL, inicie un rescate de obras escritas por sus docentes, alumnos y egresados, que por su calidad, puedan hacerse llegar a los maestros en servicio, con la finalidad de que cuenten con herramientas que les permitan mejorar su-práctica docente. De esta manera la UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL, -tendría un elemento más de vinculación con el magisterio en servicio.

BIBLIOGRAFIA

BELTRAN DOMINGUEZ, Rigoberto y Manuel Alberto Covarrubias Loaiza. Las matemáticas y su dominio por alumnos y profesores de tercero a sexto en la escuela primaria. Culiacán, Sin., 1984. 274 p. Tesis (Licenciatura en Educ. Primaria) Universidad Pedagógica Nacional.

BEARD, Ruth M. Psicología evolutiva de Piaget. tr. de María Celia Eguibar. Argentina, Ed. Kapelusz, 1971. (c 1971) 127 p.

CLIFFORD, Margaret M. Enciclopedia práctica de la pedagogía océano. Fundamentos y desarrollo. V. 1. Barcelona 1981, 260 p.

JUNQUERA MUNE, José. Didáctica del cálculo. Barcelona, Ed. Labor, S.A. 1961. (c 1960) 771 p.

PIAGET, Jean. Seis estudios de psicología. tr. de Nuria Petit. México, Ed. Seix Barral, 1983. (c 1967) 227 p.

_____. Problemas de psicología genética. tr. de Miguel A. Quintanilla. México, Ed. Ariel, 1981. (c 1980) 196 p.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA. Dirección General de Educación Primaria. Didáctica de las matemáticas de 3º a 6º grados. México, 1982. 237 p.

_____. Libro para el maestro. sexto grado. México, 1988. (c 1982) 345 p.

_____. Matemáticas. sexto grado. 10 ed., México, 1983. (c 1974) 192 p.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL. Sistema de educación a distancia. Matemáticas 1. V. 1. México, 1979. (c 1979) 143 p.

_____. Ensayos didácticos. México, 1985. (c 1985) 465 p.

_____. Teorías del aprendizaje. México 1986. (c 1986) 450 p.

_____. Contenidos de aprendizaje. México, 1983. (c 1983) 264 p.