

# UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

---



SECRETARIA ACADÉMICA

COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

*La enseñanza del sistema de numeración de una lengua originaria de México en una escuela primaria pública del estado de Oaxaca: El caso del tu'un savi (mixteco)*

Tesis que, para obtener el Grado de  
Maestra en Desarrollo Educativo  
Línea: Educación Matemática

P r e s e n t a

Fanny Cruz García

Director de tesis: Dr. José Luis Cortina Morfín

México, D.F.

Diciembre de 2012

*A satsi Meê: Ale, Gwendolyn, Issac,  
Isis, Jacobo, Karla, Itansivi, Astrid, Sofía  
para no olvidar nuestras raíces porque el que  
sabe de donde viene, sabe a donde va.*

*A los niños na savi de Ñuu dokoxi  
para que sigan extendiendo su pensamiento,  
tanto como los antiguos na savi lo extendieron  
para crear el sistema de numeración  
tu'un savi.*

## RESUMEN

En México se reconocen oficialmente 68 lenguas nacionales además del español. La lengua *tu'un savi* (palabra del pueblo de la lluvia) que se habla principalmente en Oaxaca, Guerrero y Puebla es la tercera lengua más hablada en nuestro país, Mexico, y posee un sistema de numeración oral. Este poco a poco está siendo desplazado por el sistema de numeración en español.

El estudio que se reporta en esta tesis consistió en diseñar y aplicar una propuesta para enseñar el sistema de numeración oral *tu'un savi*. Los participantes del estudio fueron niños entre 10 y 12 años de edad, originarios de Cosoltepec, Oaxaca, no hablantes de *tu'un savi*; estudiantes de 5º y 6º grado de Educación Básica en una escuela multigrado.

El objetivo del estudio fue reconocer las oportunidades y retos educativos que conllevaba la acción de apoyar a un grupo de estudiantes de un pueblo originario para que conocieran el sistema de numeración de su cultura original.

Los datos encontrados reflejan por un lado, el espacio que se generó como una oportunidad para que los estudiantes aprendieran y reflexionaran acerca del sistema numérico *tu'un savi*. Por otro lado, se observan los retos que enfrentaron los estudiantes al organizar los números naturales de acuerdo al sistema de numeración *tu'un savi* de carácter vigesimal, el cual es diferente al sistema decimal indo-arábigo.

Este estudio es una propuesta para llevar a cabo una educación intercultural bilingüe que considera la diversidad cultural y lingüística, específicamente en la clase de matemáticas. También se reporta un análisis lingüístico de las expresiones numéricas *tu'un savi*, el cual fue imprescindible para llevar a cabo la enseñanza de ese sistema numérico.

## AGRADECIMIENTOS

Al Ser Supremo por darme luz en mi camino profesional y personal, muchas, muchas gracias.

A mi padre, Fausto Cruz Martínez, por proporcionarme las bases para brindarte un logro más en mi carrera profesional. Muchas gracias por todo tu amor que me brindas desde allá.

A mi madre, Virginia García Barragán, por toda la fortaleza que me sigues dando para levantarme y enseñarme a mirar de frente. Muchas gracias por el amor incondicional que me das en todo momento.

A mi hermana y hermanos, porque aún sin estar juntos, sé que siempre están cerca de mi.

A *ana mee* por caminar conmigo senderos nunca explorados, por compartir conmigo tu sabiduría y hacerme parte de tu vida.

Al doctor Cortina por darme la oportunidad de incursionar en el terreno de la educación matemática bajo su guía. Muchas gracias por creer en mi y afrontar juntos el reto de mostrar que los pueblos originarios tienen el derecho de recibir una educación que considere su lengua y cultura. Muchas gracias por darme seguridad en el campo de la investigación.

Al H. Ayuntamiento de Cosoltepec por el apoyo que me dieron para realizar este estudio en nuestro pueblo.

A los niños que participaron en este estudio, muchas gracias por trabajar conmigo con interés y compartirme sus pensamientos lo cual hizo posible este estudio.

Al CONACyT por proporcionarme los medios para la realización de este trabajo.

A la UPN-Ajusco y a mis maestros de la línea en educación matemática. Especialmente a los lectores de este trabajo: Dra. Mariana Sáiz, Dra. Cristianne Butto, Mtra. Edda de la Rosa, Dr. Armando Solares y Mtro. Francisco A. Cruz R.

# ÍNDICE

	Página
<b>Introducción .....</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo <i>Ín</i>. Marco normativo y teórico .....</b>	<b>4</b>
<b>1.1. Definición de educación intercultural .....</b>	<b>5</b>
<b>1.2. El Plan de estudios 2011 de Educación Básica y la educación intercultural .....</b>	<b>7</b>
<b>1.3. La educación matemática y la educación intercultural .....</b>	<b>9</b>
<b>1.4. Por qué enseñar el sistema de numeración <i>tu'un savi</i> .....</b>	<b>12</b>
<b>Capítulo <i>Ui</i>. El sistema de numeración oral <i>tu'un savi</i> .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1. Metodología para analizar el sistema de numeración oral <i>tu'un savi</i> .....</b>	<b>14</b>
<b>Capítulo <i>Uni</i>. Contextualización y diseño del estudio .....</b>	<b>28</b>
<b>3.1. Participantes del estudio .....</b>	<b>28</b>
3.1.1. Características cultural y lingüística de los participantes .....	28
3.1.2. Características de la escuela de los participantes .....	29
<b>3.2. El lugar del estudio: Cosoltepec .....</b>	<b>29</b>
<b>3.3. Objetivos del estudio .....</b>	<b>31</b>
<b>3.4. Etapas del estudio .....</b>	<b>31</b>
3.4.1. Primera etapa: Análisis del sistema de numeración oral <i>tu'un savi</i> , revisión de documentos oficiales: Programa de estudio 2009 de matemáticas y de una lección del libro de texto de 5º grado .....	31
3.4.2. Segunda etapa: El diseño de la propuesta de enseñanza del sistema de numeración oral <i>tu'un savi</i> .....	32
3.4.3. Tercera etapa: Aplicación y análisis de los resultados del taller “La enseñanza del sistema de numeración oral <i>tu'un savi</i> ” .....	36
<b>Capítulo <i>Kumi</i>. Resultados de las etapas del estudio .....</b>	<b>38</b>
<b>4.1. Resultados de la primera etapa del estudio .....</b>	<b>38</b>
4.1.1. Resultados del análisis del sistema numérico oral <i>tu'un savi</i> (mixteco) .....	38
4.1.2. Resultados de la revisión del Programa de Estudio 2009 de matemáticas y de una lección del libro de texto de 5º grado .....	38
<b>4.2. Resultados de la segunda etapa del estudio: El diseño del taller para la enseñanza del sistema de numeración oral <i>tu'un savi</i> .....</b>	<b>41</b>
<b>4.3. Resultados de la tercera etapa del estudio: Aplicación y análisis de los resultados del taller “La enseñanza del sistema de numeración oral del <i>tu'un savi</i>” .....</b>	<b>49</b>
4.3.1. Aplicación y análisis de los resultados de la primera sesión del taller .....	49
4.3.2. Aplicación y análisis de los resultados de la segunda sesión del taller .....	58
4.3.3. Aplicación y análisis de los resultados de la tercera sesión del taller .....	63
4.3.4. Aplicación y análisis de los resultados de la cuarta sesión del taller .....	75
<b>Conclusiones .....</b>	<b>98</b>
<b>Referencias bibliográficas .....</b>	<b>104</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>106</b>
<b>Anexo 1. Cuestionario inicial .....</b>	<b>107</b>
<b>Anexo 2. Ejercicio <i>Ín</i> .....</b>	<b>110</b>

<b>Anexo 3. Ejercicio Ui .....</b>	<b>111</b>
<b>Anexo 4. Ejercicio Uni.....</b>	<b>112</b>
<b>Anexo 5. Ejercicio Kumi .....</b>	<b>112</b>
<b>Anexo 6. Ejercicio U'un.....</b>	<b>113</b>
<b>Anexo 7. Ejercicio In.....</b>	<b>114</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

	Página
Tabla 1. Los diez primeros numerales tu'un savi .....	15
Tabla 2. Los numerales tu'un savi del uxi ín (11) al sa'un kumi (19).....	16
Tabla 3. Numerales tu'un savi del oko (20) al oko uxi (30) .....	16
Tabla 4. Numerales tu'un savi del oko uxi (30) al oko sa'un (35).....	17
Tabla 5. Numerales tu'un savi del ui diko (40) al ui diko sa'un (55) .....	18
Tabla 6. Numerales tu'un savi del ui diko (40) al ui diko uxi (50).....	18
Tabla 7. Numerales tu'un savi del ui diko uxi (50) al ui diko sa'un (55).....	19
Tabla 8. Numerales tu'un savi del ui diko sa'un ín (56) al ui diko sa'un kumi (59) .....	19
Tabla 9. Numerales tu'un savi del uni diko (60) al uni diko sa'un (75) .....	20
Tabla 10. Numerales tu'un savi del uni diko sa'un ín (76) al kumi diko sa'un (95) .....	21
Tabla 11. Numerales tu'un savi del kumi diko sa'un (96) al u'un diko (100) .....	21
Tabla 12. Tabla aditiva con las agrupaciones uxi y sa'un .....	23
Tabla 13. Tabla aditiva con la agrupación oko.....	24
Table 14. Tabla aditiva con las agrupaciones oko, uxi .....	24
Table 15. Tabla aditiva con las agrupaciones oko, sa'un.....	24
Table 16. Tabla multiplicativa con la agrupación oko .....	25
Tabla 17. Tabla del sistema de numeración tu'un savi de Cosoltepec.....	26

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 1. Las ideas intuitivas sobre la discriminación de la cifra mayor en unidades de millar .....	52
Figura 2. Escritura de nombres de cifras sucesoras .....	53
Figura 3. Descomposición de una cantidad por un estudiante de 5º grado.....	54
Figura 4. Descomposición de una cantidad por un estudiante de 6º grado.....	55
Figura 5. Los nombres de los números cardinales en tu'un savi .....	60
Figura 6. Las expresiones numéricas tu'un savi y su representación con los números indo-arábigos .....	61
Figura 7. Ejercicio Uni .....	62
Figura 8. La teleraña con los nombres de los números en tu'un savi .....	64
Figura 9. Ejercicio Kumi .....	65
Figura 10. Las hipótesis de los nombres en tu'un savi del 10 al 14.....	66

Figura 11. Las hipótesis acertadas de los nombres en tu'un savi del 15 al 19 ...	67
Figura 12. Las ideas intuitivas de los nombres en tu'un savi del 15 al 19 .....	68
Figura 13. Las hipótesis de los nombres en tu'un savi del 20 al 29 .....	68
Figura 14. Las ideas intuitivas de los nombres en tu'un savi del 30 al 34 .....	69
Figura 15. Las hipótesis adecuadas de los nombres en tu'un savi del 30 al 34 .	70
Figura 16. Letrero del ín al in y las agrupaciones tu'un savi .....	71
Figura 17. Las figuras de madera para representar uxi, sa'un, oko .....	72
Figura 18. Material concreto para representar los numeros tu'un savi .....	73
Figura 19. Estudiantes formando oko u'un (25) .....	73
Figura 20. "Diko" como una agrupación de cuarenta unidades .....	89
Figura 21. Diko como dos agrupaciones de veinte .....	90
Figura 22. Reprerentación con números indo-arábigos de los nombres de los números en tu'un savi .....	91
Figura 23. De oko a diko .....	92
Figura 24. De las expresiones tu'un savi a los números indo-arábigos .....	92
Figura 25. el número 73 como $7 \times 10 + 3$ .....	93
Figura 26. Ejemplo de un problema para descomponer cantidades.....	94
Figura 27. el dinerito de acuerdo con las agrupaciones tu'un savi .....	94
Figura 28. Estudiante B.....	95
Figura 29. Estudiante C.....	95

## Introducción

En México son reconocidas 68 lenguas nacionales además del español como lengua oficial. Una de estas lenguas nacionales u originarias es el *tu'un savi* (mixteco). Ésta se habla en tres estados del país: Oaxaca, Guerrero y Puebla y ocupa el tercer lugar de las lenguas más habladas en el territorio mexicano. El *tu'un savi* posee un sistema de numeración oral el cual se ha ido perdiendo; es decir, los hablantes de esta lengua poco a poco lo están dejando de utilizar en sus actividades que requieren cuantificación, en su lugar han adoptado el sistema de numeración en español.

En este trabajo se reporta el estudio que consistió en diseñar y aplicar una propuesta de enseñanza del sistema de numeración oral *tu'un savi* de carácter vigesimal. Se llevó a cabo en el pueblo de Cosoltepec, Oaxaca de la región *Ñuu savi* (territorio histórico del pueblo de la lluvia o pueblo mixteco) con trece niños entre 10 y 12 años de edad, no hablantes de *tu'un savi*, estudiantes de 5º y 6º grado de Educación Básica primaria en una escuela multigrado.

El objetivo del estudio fue reconocer las oportunidades y retos educativos que conlleva la acción de apoyar a un grupo de estudiantes de un pueblo originario para que conocieran el sistema de numeración de la cultura de la cual son herederos.

Los datos encontrados reflejan la oportunidad que tuvieron estos estudiantes de aprender el sistema numérico *tu'un savi* y al reflexionar cómo se estructura ese sistema se encontraron con el reto de organizar los números naturales de otra forma diferente al sistema de numeración decimal indo-arábigo.

A su vez, el estudio muestra la importancia de explorar la enseñanza específicamente en la clase de matemáticas, desde el punto de vista de la educación intercultural bilingüe, la cual propone reconocer la diversidad cultural y lingüística desde la escuela para abatir el rezago educativo de los educandos de los pueblos originarios. Así, se tomó en cuenta una parte del conocimiento



ancestral de los pueblos originarios para llevar a cabo una educación intercultural, lo cual es un derecho constitucional de estos.

También se reporta un análisis lingüístico de las expresiones numéricas *tu'un savi*, el cual fue imprescindible realizar porque permitió conocer la estructura de ese sistema numérico para llevar a cabo la enseñanza del mismo.

Los objetivos del estudio fueron:

1. Identificar las oportunidades y retos que enfrentan los estudiantes de 5° y 6° grado de Educación Básica cuando reflexionan en las formas orales y escritas en las que se representan los números naturales tanto de manera decimal como vigesimal.
2. Favorecer que los estudiantes de Cosoltepec conozcan el sistema de numeración oral *tu'un savi* al aprenderlo y analizarlo, y de esta manera lo reconozcan como un sistema de cuantificación propio.

La tesis está organizada en cuatro capítulos y se encuentran enumerados conforme a las primeras cuatro expresiones numéricas del sistema de numeración *tu'un savi*. Es decir, los “Capítulos *Ín, Ui, Uni, Kumí*” son los capítulos 1, 2, 3, 4 respectivamente.

En el capítulo “*Ín*” (uno) se muestran las disposiciones internacionales y nacionales para llevar a cabo una educación intercultural bilingüe. También se expone la reflexión de Oliveras y Bishop que, como educadores matemáticos, abordan la problemática de la enseñanza de las matemáticas en contextos multiculturales. A su vez, se esboza la perspectiva de D'Ambrosio sobre la generación de la información, la cual se realiza a través de la relación intercultural. Así, él explica que las *etnomatemáticas* son el estudio de las distintas formas de conocer. Al final del capítulo se muestra de qué manera estos estudios permitieron justificar la enseñanza del sistema de numeración *tu'un savi* desde el punto de vista de la interculturalidad en la clase de matemáticas.

En el capítulo “*Ui*” (dos) se presenta la metodología de análisis del sistema de numeración oral *tu’un savi*. De esta manera, se da cuenta que este sistema posee bases aditivas y una base multiplicativa.

En el capítulo “*Uni*” (tres) se describen quiénes son los participantes del estudio. Se presentan los objetivos y las etapas del estudio. Se desarrolla el diseño del taller para enseñar el sistema de numeración oral *tu’un savi*, la cual fue elaborada con base en los principios de diseño para la enseñanza de Cobb y McClain (2004). En este diseño de enseñanza se explica por qué son más importantes los objetivos de aprendizaje que la secuencia de actividades.

En el capítulo “*Kumi*” (cuatro) se presentan y analizan los resultados de las acciones concretas que se llevaron a cabo para enseñar el sistema de numeración oral *tu’un savi*. Se explica cómo los estudiantes enfrentaron los retos al reflexionar sobre un sistema de numeración diferente al sistema de numeración decimal indo-arábigo.

Así, estos estudiantes que no conocían ese sistema de conteo y en la escuela no se les había enseñado, aprendieron a contar en *tu’un savi*; reflexionaron sobre las configuraciones aritméticas (aditivas y multiplicativas) de ese sistema numérico y pudieron transitar entre los dos sistemas: *tu’un savi* e indo-arábigo

Finalmente, en el apartado de conclusiones se retoma la discusión de la atención a la diversidad cultural y lingüística desde las disposiciones oficiales así como de las reflexiones de los educadores matemáticos y con éstas se justifica por qué enseñar el sistema de numeración oral *tu’un savi* a los niños de los pueblos originarios tanto del punto de vista de la educación matemática, como de la educación intercultural bilingüe.

## Capítulo *Ín*. Marco normativo y teórico

La interculturalidad y específicamente la educación intercultural es un tema que ha adquirido cada vez más relevancia entre los educadores matemáticos. Desde ese panorama, en este capítulo se revisará la definición de educación intercultural dada por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), la cual es, una de las instancias, encargada de orientar la política educativa en todo el mundo. También se revisará la definición dada por la Coordinación General de Educación Intercultural Bilingüe (CGEIB) que depende de la Secretaría de Educación Pública (SEP), el cual es un organismo nacional encargado de la educación de la población mexicana.

Posteriormente, se describirá el planteamiento del Plan de Estudios 2011, de la Secretaría de Educación Pública (SEP) sobre la política educativa de la educación intercultural bilingüe que busca favorecer la calidad de la educación básica en México.

Después se presentarán parte de las reflexiones realizadas por algunos educadores matemáticos, Oliveras (2006) y Bishop (1999). Ellos replantean qué son las matemáticas en el marco de la diversidad cultural y cómo la educación intercultural apoya la enseñanza y el aprendizaje de éstas en contextos multiculturales. Asimismo, D'Ambrosio (2007) argumenta sobre la importancia de generar información por medio de la interculturalidad para que los individuos enriquezcan su conocimiento matemático y trasciendan como seres humanos.

Finalmente, se aportan argumentos sobre la importancia de la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración de la lengua *tu'un savi*. Estos se realizan con base en el marco de la educación intercultural bilingüe la cual es una política educativa en México.

En este trabajo, el término *pueblos originarios* se utilizará para hacer referencia al conjunto de personas que se autoreconocen como parte de las poblaciones asentadas y conformadas antes de la colonización. No se usará el término de "pueblos indígenas"; en el mismo sentido se les llamará *lenguas*

*originarias* y no “lenguas indígenas” al conjunto de signos lingüísticos que utilizan estos pueblos para comunicarse, además de los del español.

### 1.1. Definición de educación intercultural

En el documento *Directrices para la Educación Intercultural Bilingüe*, la UNESCO define que la educación intercultural es una forma de ofrecer una *educación de calidad para todos*. Para entender qué es una educación de calidad para todos cita la *Declaración Universal de Derechos Humanos (promulgada en 1948)* la cual especifica el objetivo de la educación es lograr el desarrollo pleno del ser humano y favorecer la comprensión, la tolerancia y la amistad entre los diversos grupos humanos llámesele naciones o etnias.

Para llevar a cabo la educación intercultural, la UNESCO dicta en el tercer principio, los conocimientos, las actitudes y las competencias culturales proporcionadas en la educación deben permitir lograr el respeto, el entendimiento y la solidaridad entre grupos étnicos o grupos culturales.

*Principio III:* La educación intercultural enseña a todos los educandos los conocimientos, actitudes y las competencias culturales que les permiten contribuir al respeto, el entendimiento y la solidaridad entre individuos, entre grupos étnicos, sociales, culturales y religiosos y entre naciones. (p. 39)

Para esto, la UNESCO sugiere elaborar los programas de estudio tomando en cuenta la diversidad cultural como una situación positiva y de respeto al *patrimonio cultural* de los pueblos. De acuerdo con la definición de la *Conferencia Mundial sobre las Políticas Culturales* que se cita en ese mismo documento, el patrimonio cultural se conforma por:

las obras materiales y no materiales que expresan la creatividad de ese pueblo: la lengua, los ritos, las creencias, los lugares y monumentos históricos, la literatura, las obras de arte y los archivos y bibliotecas... (p. 15)

Asimismo, para concretar la educación intercultural en cuanto a los métodos pedagógicos o métodos de enseñanza y aprendizaje se asienta tratar con la misma dignidad, integridad e importancia el patrimonio cultural, las experiencias y las contribuciones de los diferentes grupos étnicos. Estas directrices orientan la política educativa en general y la educación intercultural para todo el mundo.

En el caso de México, el documento *Políticas y Fundamentos de la Educación Intercultural Bilingüe en México* de la CGEIB (2007) define que la *educación intercultural* es el reconocimiento y la interacción de la diversidad cultural desde la escuela:

el reconocimiento de la diversidad cultural y la necesidad de propiciar, desde la escuela, el diálogo de saberes, de lenguas, de valores y de las distintas visiones del mundo, para el fortalecimiento de la identidad individual y colectiva de los pueblos indígenas, así como de la sociedad nacional en su conjunto. (p. 13)

La CGEIB (2007) define *la diversidad cultural, étnica y lingüística* en el contexto mexicano como la existencia de diferentes grupos de personas y del contacto entre ellas. Esto genera diferentes realidades porque “la realidad es una construcción histórica y cultural” (p. 35).

Así, la *diversidad cultural* es la variedad de realidades que se construyen de diferente manera en una y otra cultura; esto define la visión particular del mundo en cada cultura y la existencia de las personas en un espacio y tiempo. La CGEIB distingue la diversidad cultural, étnica y lingüística de otras diversidades que aunque constituyen o no la identidad de un pueblo son de otra naturaleza:

...la diversidad es constitutiva de los pueblos, las etnias, las culturas y las naciones, y debe diferenciarse, a la vez, de otros rasgos que pueden o no ser elementos de identidad de un pueblo: la religión, la cuestión de género, la preferencia sexual, la cuestión generacional, las clases sociales, etc. En este sentido, cabe señalar que si bien la CGEIB tiene como propósito central atender la diversidad cultural, étnica y lingüística, se reconocen y asumen estas diversidades como rasgos constitutivos de la identidad, aunque de naturaleza distinta. (p. 35)

De acuerdo con la CGEIB (2007), el concepto de interculturalidad surge para reconocer la diversidad cultural, étnica y lingüística. En Europa ésta se da por la constante migración y en Latinoamérica por la existencia de los pueblos originarios. Así, la educación intercultural es una propuesta educativa para desarrollar recursos a través de la escuela; así reconocer y atender la diversidad cultural de los seres humanos.

La interculturalidad es un concepto relativamente nuevo en el mundo. Todavía se encuentra en construcción y discusión en cuáles contextos sociales puede desarrollarse y concretarse. A continuación se presentan distintas reflexiones de educadores matemáticos sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en contextos multiculturales. También se esboza la visión de que la interacción entre individuos de culturas distintas ayuda a proJosé el conocimiento matemático para lograr la trascendencia como seres humanos.

Se puede decir, en sentido bidireccional, que la interculturalidad encuentra en el contexto educativo un campo fértil para desarrollarse y concretarse, y a su vez la educación matemática se apoya en ella para explicar algunas dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en un contexto multicultural.

## **1.2. El Plan de estudios 2011 de Educación Básica y la educación intercultural**

La actual política pública para la Educación Básica en México es la *Reforma Integral de la Educación Básica* (RIEB). Ésta es una propuesta de formación integral orientada al desarrollo de competencias para la vida y está centrada en el aprendizaje de los estudiantes. Entre otros propósitos de la RIEB se encuentra el compromiso de consolidar al país como una nación multicultural y plurilingüe en el siglo XXI.

El *Plan de estudios 2011* es el documento-eje que guía la calidad de la educación pública para desarrollar la RIEB. En él se expresa el reconocimiento de la diversidad lingüística, social y cultural presente en las escuelas de México.

En las “Características de este Plan”, se define el trayecto formativo de los estudiantes mexicanos en su Educación Básica. Aquí, se estipula la atención a la diversidad cultural dentro de los “Principios pedagógicos”, las “Competencias para la vida” y en el “Perfil de egreso”.

En los *Principios pedagógicos que sustentan el Plan de estudios* se encuentra el punto 1.8. “Favorecer la inclusión para atender a la diversidad”. Éste menciona el deber del sistema educativo nacional de ofrecer una *educación pertinente e inclusiva*:

- Pertinente porque valora, protege y desarrolla las culturas, sus visiones y conocimientos del mundo, mismos que se incluyen en el desarrollo curricular.
- Inclusiva porque se ocupa de reducir al máximo la desigualdad del acceso a las oportunidades, y evita los distintos tipos de discriminación a los que están expuestos niñas, niños y adolescentes.” (Plan de estudios, 2011, p. 35)

En el mismo sentido, el punto 1.9 “Incorporar temas de relevancia social” menciona que una sociedad cambiante requiere de la actuación responsable de sus integrantes ante la diversidad social, cultural y lingüística entre otros aspectos sociales. Por lo tanto en cada uno de los niveles (preescolar, primaria y secundaria) y grados de estudio se favorecerán los temas relacionados al aprendizaje de valores y actitudes, conocimientos y habilidades para la atención a la diversidad.

En el apartado *Competencias para la vida* se especifican algunas competencias que todos los estudiantes de Educación Básica aprenderán y desarrollarán a lo largo de la vida. Dentro de éstas se puntualiza las *Competencias para la convivencia* la cual se refiere al reconocimiento y la valoración de la diversidad social, cultural y lingüística para relacionarse armónicamente con otros, trabajar de manera colaborativa, tomar acuerdos y crecer con los demás.

El apartado *Perfil de egreso* define que el individuo practique la interculturalidad al término de su escolaridad básica como riqueza y forma de convivencia dentro de la diversidad social, cultural y lingüística.

Aunque es en el “Perfil de egreso” donde se espera que el estudiante “practique” la interculturalidad y en los “Principios pedagógicos” así como en las “Competencias para la vida” se señala la atención a la diversidad se puede apreciar que estos enunciamientos son apenas algunas oportunidades para llevar a cabo una educación intercultural.

La interculturalidad no se presenta como un elemento transversal en el Plan de estudios 2011. Es hasta en los apartados “Mapa Curricular”, “Diversificación y contextualización curricular: Marcos curriculares para la Educación Indígena” y “Parámetros curriculares para la Educación Indígena” donde se hace explícita la educación intercultural bilingüe. Como se puede observar aún falta ser más claro en estipular una educación intercultural para todos y no sólo para los pueblos originarios.

### **1.3. La educación matemática y la educación intercultural**

Oliveras (2006), con base en su experiencia como docente e investigadora señala que la diversidad cultural podría considerarse en la educación matemática como una riqueza potencial por medio de la práctica intercultural:

En la sociedad europea, [...] convivimos personas con diferentes características culturales [...] Estas diversidades, que son un potencial de riqueza, a menudo se presentan como causa de problemas y conflictos.

Para superar esta situación consideramos neJoséio plantear la práctica intercultural en todos los niveles [social, cultural, educativo] y en particular en relación con la educación matemática... (p. 137)

Esta investigadora explica que el modelo de educación intercultural se fundamenta en el reconocimiento de la presencia de distintas culturas y promueve la interacción entre las formas particulares en que cada una de éstas pueden desarrollar las distintas áreas de conocimiento y particularmente en las matemáticas.



Denominamos modelos interculturales a los que valoran positivamente las diferencias culturales y promueven la interacción entre los grupos diferentes como medio para generar el conocimiento [...] (p. 140)

Oliveras (2006), afirma que aún se carece de recursos didácticos en matemáticas para atender la diversidad aunque los sistemas educativos de distintos países europeos tengan como principio pedagógico la atención a la diversidad cultural. Ante esta problemática, ella ha trabajado en la creación de microproyectos para llevar a cabo una educación matemática intercultural.

Bishop (1999), por su parte, estimulado por el bajo resultado en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los jóvenes se propuso explorar, desde una perspectiva antropológica, que las matemáticas son un fenómeno cultural.

Propone un enfoque de la educación matemática como “una manera de conocer” y no “una manera de hacer” matemáticas. Se refiere con “una manera de hacer”, a la forma de hacer matemáticas aplicando reglas y técnicas de resolución y “una manera de conocer” es observar el conocimiento matemático desde una perspectiva cultural.

Lo que me interesa son los problemas de la educación matemática y tengo que encontrar maneras educativamente significativas de relacionar las personas y su cultura matemática. Concretamente, tengo que encontrar maneras de relacionar a los niños con su cultura matemática. (p. 24)

Así, propone que “las matemáticas son un fenómeno pancultural”, es decir, que las matemáticas existen en todas las culturas (Bishop, 1999, p.37) y por lo tanto los estudios interculturales nos pueden mostrar que no existe una razón por la cual la educación matemática deba ser igual en todas las sociedades.

D'Ambrosio (2007), como educador matemático subordina su conocimiento matemático a su función de educador dirigido al individuo social y entonces su preocupación está centrada en que éste logre una mejor calidad de

vida en su interacción con el medio ambiente natural y sociocultural a través de la matemática.

D'Ambrosio explica que el individuo no genera información por sí solo, lo hace a través de su relación con los otros y aunque el proceso de la información es individual ésta se nutre con el intercambio y la comunicación entre individuos. Este intercambio de información se llevará a cabo siempre y cuando exista un “contrato” entre ellos, lo cual hará posible la convivencia. De esta manera, se pasa del conocimiento individual al colectivo.

Esta conceptualización sustenta su propuesta de un programa de investigación sobre el conocimiento llamado *Programa de Etnomatemáticas*. En éste afirma que todas las culturas tienen manifestaciones de lo que hoy en día se conoce como matemática (procesos de organización, clasificación, conteo, medición, inferencia). Asimismo las relaciones entre individuos de una misma cultura (intra-culturales) y sobre todo las relaciones entre individuos de culturas distintas (interculturales) representan el potencial creativo de la especie.

Así como la *biodiversidad* representa el camino para el surgimiento de nuevas especies, en la *diversidad cultural* reside el potencial creativo de la humanidad. (p. 95)

D'Ambrosio explica que las *etnomatemáticas* no son el estudio de las “matemáticas de las diversa etnias” sino es el estudio de las distintas formas de conocer. Así, afirma que todas las culturas tienen sus propias técnicas para entender y convivir con los distintos contextos naturales:

Para componer la palabra “etno-matema-tica” utilicé las raíces *tica*, *matema* y *etno* para referirme a que hay varias maneras, técnicas, habilidades (*ticas*) de explicar, de entender, de tratar y de convivir con (*matema*) distintos contextos naturales y socioeconómicos de la realidad (*etnos*). (p. 97)

Como se puede apreciar una de las preocupaciones de estos educadores matemáticos es señalar que el conocimiento matemático se produce en la

interacción social y cultural, y considerar esto en el aula escolar es una ventaja en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

#### **1.4. Por qué enseñar el sistema de numeración *tu'un savi***

El sistema de numeración oral *tu'un savi* es un aspecto de la cultura y de la lengua de los *pueblos Ñuu savi* (pueblo de la lluvia). Estos se encuentran asentados en México principalmente en los estados de Oaxaca, Guerrero y Puebla, sin embargo, en muchos lugares del territorio mexicano y en el extranjero hay gente *na savi* (gente del pueblo de la lluvia).

Los pueblos *Ñuu savi* entre otros pueblos originarios o pueblos indígenas [sic] conforman a México como una nación *pluricultural*. Los pueblos indígenas tienen una unidad social, económica y cultural propios. Esta declaración se encuentra en el Artículo 2º de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos: “La Nación Mexicana es única e indivisible”.

La legislación nacional nos permite reconocer la existencia de la diversidad cultural y lingüística en nuestro país. En ese mismo sentido, se legitima el conocimiento de los pueblos originarios y se enuncia incluirlo en los programas educativos para favorecer la educación bilingüe e intercultural como una opción para abatir las carencias y el rezago educativo de los educandos de los pueblos originarios.

*//. Garantizar e incrementar los niveles de escolaridad, favoreciendo la educación bilingüe e intercultural, la alfabetización, la conclusión de la educación básica, la capacitación productiva y la educación media superior y superior. Establecer un sistema de becas para los estudiantes indígenas en todos los niveles. Definir y desarrollar programas educativos de contenido regional que reconozcan la herencia cultural de sus pueblos, de acuerdo con las leyes de la materia y en consulta con las comunidades indígenas. Impulsar el respeto y conocimiento de las diversas culturas existentes en la nación. (Art. 2º de la Constitución Política, última reforma DOF 09-08-2012)*

En este contexto en el que se reconoce la diversidad cultural y lingüística en nuestro país, por un lado se legitima el sistema de numeración oral *tu'un savi*

como un conocimiento de la cultura y de la lengua de los pueblos *Ñuu savi*. Por otro lado la enseñanza del sistema de numeración *tu'un savi* propicia una educación intercultural bilingüe en la clase de matemáticas.

En este capítulo se han presentado las disposiciones oficiales sobre la educación intercultural. Ésta se dictó internacionalmente a través de la UNESCO para ofrecer una educación de calidad a todos. En México, esta disposición se manifiesta como la política educativa intercultural y bilingüe para reconocer y atender la diversidad cultural y lingüística lo cual está establecido en la Constitución Política, así como en las “Características del Plan de estudios 2011” de Educación Básica.

Ante este panorama se torna importante hacer una reflexión como educadores matemáticos sobre nuestra intervención pedagógica cuando la enseñanza de las matemáticas está dirigida a los estudiantes de un pueblo originario, los cuales tienen sus propios referentes culturales. Al tomar en cuenta la cultura de los pueblos originarios en la clase de matemáticas se estaría haciendo valer su derecho de recibir una educación pertinente e inclusiva.

Por otro lado, se ha presentado, en este capítulo, el interés de algunos educadores matemáticos por incorporar aspectos de la cultura para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en contextos multiculturales. Estas reflexiones sirvieron para reafirmar la importancia de incorporar la enseñanza del sistema de numeración *tu'un savi* en la clase de matemáticas como un aspecto de la cultura y de la lengua de los pueblos *Ñuu savi*.

Así, la enseñanza de ese sistema numérico es una propuesta para reconocer y utilizar la diversidad cultural y lingüística de los estudiantes de un pueblo originario en la clase de matemáticas como un potencial para desarrollar el conocimiento matemático. También es una forma de hacer valer el derecho que tienen esos estudiantes de recibir una educación matemática de acuerdo con el conocimiento ancestral del que son herederos.

## Capítulo *Ui*. El sistema de numeración oral *tu'un savi*

Los pueblos *Ñuu savi* (pueblo de la lluvia) tienen un sistema de numeración que se manifiesta a través de la lengua *tu'un savi*. Ésta ocupa el tercer lugar entre las lenguas originarias de nuestro país con mayor número de hablantes (INEGI 2010).

El análisis de las expresiones orales numéricas de esta lengua *tu'un savi* permitieron comprender cómo funciona este sistema de numeración para poder enseñarlo. Para llevar a cabo el análisis de las expresiones orales de los números *tu'un savi*, se adaptó una metodología basada en el trabajo de Joseph H. Greenberg, antropólogo americano, quien por medio de la *comparación tipológica*, método para comparar lenguas, buscó en ellas rasgos distintivos que las definieran (Tovar, 1977).

De esta manera, Greenberg encontró relaciones genéticas entre las lenguas para proponer una clasificación de éstas. Así, él determinó aspectos universales de las lenguas (Denning y Kemmer, 1990) y con esto hizo generalidades acerca de los sistemas de numeración en las lenguas. Se retomaron algunas generalizaciones de Greenberg para reconstruir una metodología que permitió analizar del sistema de numeración oral *tu'un savi*.

Se hizo un análisis lingüístico por la propia naturaleza del objeto de estudio: las expresiones orales numéricas en *tu'un savi*, el cual se especificará a lo largo de este capítulo. Este análisis fue para la enseñanza; es decir, se necesitó entender cómo funcionaba este sistema numérico para identificar las posibles dificultades tanto en su enseñanza como en el aprendizaje de éste.

### 2.1. Metodología para analizar el sistema de numeración oral *tu'un savi*

a) De acuerdo con Greenberg (según citado en Denning y Kemmer, 1990), primero se identificaron las expresiones numéricas o numerales *tu'un savi* y posteriormente cuál era el número asignado a cada uno de éstos. Así, se indagó qué palabras numéricas utilizan los hablantes del *tu'un savi* para cuantificar

hasta cien y qué número le asignaban a cada una de esas expresiones numéricas.

Así, se encontró que a los primeros diez numerales *tu'un savi*: *ín*, *ui*, *uni*, *kumi*, *u'un*, *iñu*, *usa*, *una*, *in*, *uxi* se les asignaba los números del uno al diez respectivamente, ver tabla 1.

Tabla 1. Los diez primeros numerales *tu'un savi*

Unidades o elementos									
<i>ín</i>	<i>ui</i>	<i>uni</i>	<i>kumi</i>	<i>u'un</i>	<i>iñu</i>	<i>usa</i>	<i>una</i>	<i>in</i>	<i>uxi</i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

En un contexto de cuantificación, la cardinalidad de las primeras diez unidades o elementos en la cadena numérica *tu'un savi* se nombra *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro), *u'un* (cinco), *iñu* (seis), *usa* (siete), *una* (ocho), *in* (nueve), *uxi* (diez) respectivamente.

b) Después, según Greenberg (según citado en Denning y Kemmer, 1990), una vez identificadas las expresiones numéricas se pueden inferir las funciones aritméticas implícitas en ellas. El orden de las palabras u otras características recurrentes en la lengua permiten dar cuenta de dichas funciones aritméticas.

En el caso de la lengua *tu'un savi*, el orden de las palabras numéricas permitió inferir las operaciones aritméticas implícitas en éstas. Al analizar las expresiones numéricas *uxi* (diez), *uxi ín* (diez uno), *uxi ui* (diez dos), *uxi uni* (diez tres), *uxi kumi* (diez cuatro), se puede observar que al numeral *uxi* (diez) se le agrega *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para formar los números del 11 al 14, con lo cual se infieren operaciones aditivas:  $10+1$ ,  $10+2$ ,  $10+3$ ,  $10+4$ .

Posteriormente, al numeral *sa'un* (quince) se le agrega *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para formar los números del 16 al 19. Aquí existen, nuevamente, operaciones aditivas:  $15+1$ ,  $15+2$ ,  $15+3$ ,  $15+4$ , ver en la tabla 2.

El orden de las palabras numéricas va conformando la cadena numérica *tu'un savi* y permite inferir las operaciones o configuraciones aritméticas del sistema.

**Tabla 2. Los numerales *tu'un savi* del *uxi ín* (11) al *sa'un kumi* (19)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Uxi ín</i>	Diez uno	11	10+1
<i>Uxi ui</i>	Diez dos	12	10+2
<i>Uxi uni</i>	Diez tres	13	10+3
<i>Uxi kumi</i>	Diez cuatro	14	10+4
<i>Sa'un</i>	Quince	15	15
<i>Sa'un ín</i>	Quince uno	16	15+1
<i>Sa'un ui</i>	Quince dos	17	15+2
<i>Sa'un uni</i>	Quince tres	18	15+3
<i>Sa'un kumi</i>	Quince cuatro	19	15+4

Las siguientes expresiones numéricas son *oko* (veinte), *oko ín* (veinte uno), *oko ui* (veinte dos), *oko uni* (veinte tres), *oko kumi* (veinte cuatro), *oko u'un* (veinte cinco), *oko iñu* (veinte seis), *oko usa* (veinte siete), *oko una* (veinte ocho), *oko in* (veinte nueve), *oko uxi* (veinte diez).

A *oko* (veinte) se le agrega del numeral *ín* (uno) al numeral *uxi* (diez) para llegar hasta el número 30 y la operación aritmética implícita es de suma: 20+1, 20+2, 20+3, 20+4, 20+5, 20+6, 20+7, 20+8, 20+9, 20+10, ver tabla 3.

**Tabla 3. Numerales *tu'un savi* del *oko* (20) al *oko uxi* (30)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Oko</i>	Veinte	20	
<i>Oko ín</i>	Veinte uno	21	20+1
<i>Oko ui</i>	Veinte dos	22	20+2
<i>Oko uni</i>	Veinte tres	23	20+3
<i>Oko kumi</i>	Veinte cuatro	24	20+4
<i>Oko u'un</i>	Veinte cinco	25	20+5
<i>Oko iñu</i>	Veinte seis	26	20+6
<i>Oko usa</i>	Veinte siete	27	20+7
<i>Oko una</i>	Veinte ocho	28	20+8
<i>Oko in</i>	Veinte nueve	29	20+9
<i>Oko uxi</i>	Veinte diez	30	20+10

Posteriormente, sigue habiendo operaciones aditivas porque a las dos expresiones *oko uxi* (veinte) (diez) se les agrega *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para llegar al número 34; es decir, se suma  $(20+10)+1$ ,  $(20+10)+2$ ,  $(20+10)+3$ ,  $(20+10)+4$ .

Sin embargo, para formar el número 35 la operación aditiva no es  $20+10+5$  sino  $20+15$  porque a *oko* (veinte) se le agrega el numeral *sa'un* (quince), ver tabla 4.

**Tabla 4. Numerales *tu'un savi* del *oko uxi* (30) al *oko sa'un* (35)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
Oko uxi	Veinte diez	30	$20+10$
Oko uxi ín	Veinte diez uno	31	$(20+10)+1$
Oko uxi ui	Veinte diez dos	32	$(20+10)+2$
Oko uxi uni	Veinte diez tres	33	$(20+10)+3$
Oko uxi kumi	Veinte diez cuatro	34	$(20+10)+4$
Oko sa'un	Veinte quince	35	$20+15$

Si en la numeración oral *tu'un savi* el orden de las palabras es “veinte diez”, “veinte diez uno”, “veinte diez dos”, “veinte diez tres”, “veinte diez cuatro”; con facilidad se podría inferir que la cadena numérica *tu'un savi* continúe “veinte diez cinco”. Sin embargo, se continúa “veinte quince” para formar el número 35.

En el estudio de Cruz (2012) con hablantes de *tu'un savi*, estudiantes de 2º y 3º grado de primaria de una escuela pública rural bilingüe en San Juan Mixtepec, Oaxaca, que no habían reflexionado sobre el sistema de numeración *tu'un savi* se muestra cómo ellos escribieron “*oko utsi u'un*”, “*oko utsi iñu*”, “*oko utsi utsa*”, “*oko utsi una*”, “*oko utsi iin*”, que significa “veinte diez cinco”, “veinte diez seis”, “veinte diez siete”, “veinte diez ocho”, “veinte diez nueve” respectivamente. Cruz concluye que estos estudiantes mezclaron algunos principios del sistema decimal al escribir las expresiones numéricas *tu'un savi* porque como hablantes de esta lengua, el 35 lo expresaban como “veinte quince” pero lo escribieron “veinte diez cinco”.

De acuerdo con Cruz (2012) sobre la tendencia a formar el número 35 como  $20+10+5$  y no  $20+15$ , para el estudio que se reporta en esta tesis se pensó



en tener una estrategia de enseñanza para que los niños formaran el 35 como  $20+15$ , lo cual podría ser un reto para los niños.

A los numerales *oko sa'un* (veinte quince) se les va agregando *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para formar los números del 36 al 39. En este orden de palabras numéricas se pueden encontrar las sumas  $(20+15)+1$ ,  $(20+15)+2$ ,  $(20+15)+3$ ,  $(20+15)+4$ , ver tabla 5.

**Tabla 5. Numerales tu'un savi del ui diko (40) al ui diko sa'un (55)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Oko sa'un ín</i>	Veinte quince uno	36	$(20+15)+1$
<i>Oko sa'un ui</i>	Veinte quince dos	37	$(20+15)+2$
<i>Oko sa'un uni</i>	Veinte quince tres	38	$(20+15)+3$
<i>Oko sa'un kumi</i>	Veinte quince cuatro	39	$(20+15)+4$

El número 40 se nombra *ui diko* (dos) (veinte). A partir de la segunda veintena la expresión numérica *tu'un savi* para 20 es *diko*, entonces se dice *ui diko* (dos veinte) y no "*ui oko*". En *ui diko* (dos) (veinte), la operación inferida es la multiplicativa:  $2 \times 20$ . A *ui diko* (dos) (veinte) se le agrega del numeral *ín* (uno) al *uxí* (diez) para llegar al número 50. El orden de estas expresiones numéricas indica dos tipos de operaciones aritméticas: multiplicativa y aditiva,  $(2 \times 20)+1$ ,  $(2 \times 20)+2$ ,  $(2 \times 20)+3$ ,  $(2 \times 20)+4$ ,  $(2 \times 20)+5$ ,  $(2 \times 20)+6$ ,  $(2 \times 20)+7$ ,  $(2 \times 20)+8$ ,  $(2 \times 20)+9$ ,  $2 \times 20+10$ , ver tabla 6.

**Tabla 6. Numerales tu'un savi del ui diko (40) al ui diko uxi (50)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Ui diko</i>	Dos veinte	40	$2 \times 20$
<i>Ui diko ín</i>	Dos veinte uno	41	$(2 \times 20)+1$
<i>Ui diko ui</i>	Dos veinte dos	42	$(2 \times 20)+2$
<i>Ui diko uni</i>	Dos veinte tres	43	$(2 \times 20)+3$
<i>Ui diko kumi</i>	Dos veinte cuatro	44	$(2 \times 20)+4$
<i>Ui diko u'un</i>	Dos veinte cinco	45	$(2 \times 20)+5$
<i>Ui diko iñu</i>	Dos veinte seis	46	$(2 \times 20)+6$
<i>Ui diko usa</i>	Dos veinte siete	47	$(2 \times 20)+7$
<i>Ui diko una</i>	Dos veinte ocho	48	$(2 \times 20)+8$
<i>Ui diko ín</i>	Dos veinte nueve	49	$(2 \times 20)+9$
<i>Ui diko uxi</i>	Dos veinte diez	50	$(2 \times 20)+10$

Seguidamente a los tres numerales *ui diko uxi* (dos-veinte-diez) se les agrega *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para llegar al número 54 y *sa'un* (quince) para formar el número 55. Entonces, nuevamente, las operaciones involucradas son la multiplicación y la adición:  $(2 \times 20) + 10 + 1$ ,  $(2 \times 20) + 10 + 2$ ,  $(2 \times 20) + 10 + 3$ ,  $(2 \times 20) + 10 + 4$  y  $(2 \times 20) + 15$ , ver tabla 7.

**Tabla 7. Numerales tu'un savi del ui diko uxi (50) al ui diko sa'un (55)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Ui diko uxi</i>	Dos veinte diez	50	$(2 \times 20) + 10$
<i>Ui diko uxi ín</i>	Dos veinte diez uno	51	$(2 \times 20) + 10 + 1$
<i>Ui diko uxi ui</i>	Dos veinte diez dos	52	$(2 \times 20) + 10 + 2$
<i>Ui diko uxi uni</i>	Dos veinte diez tres	53	$(2 \times 20) + 10 + 3$
<i>Ui diko uxi kumi</i>	Dos veinte diez cuatro	54	$(2 \times 20) + 10 + 4$
<i>Ui diko sa'un</i>	Dos veinte quince	55	$(2 \times 20) + 15$

Después, *ui diko sa'un* (dos veinte quince) se les adiciona *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para llegar al número 59. Primero se realiza una multiplicación y luego una suma:  $(2 \times 20) + 15 + 1$ ,  $(2 \times 20) + 15 + 2$ ,  $(2 \times 20) + 15 + 3$ ,  $(2 \times 20) + 15 + 4$ , ver tabla 8.

**Tabla 8. Numerales tu'un savi del ui diko sa'un ín (56) al ui diko sa'un kumi (59)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Ui diko sa'un ín</i>	Dos veinte quince uno	56	$(2 \times 20) + 15 + 1$
<i>Ui diko sa'un ui</i>	Dos veinte quince dos	57	$(2 \times 20) + 15 + 2$
<i>Ui diko sa'un uni</i>	Dos veinte quince tres	58	$(2 \times 20) + 15 + 3$
<i>Ui diko sa'un kumi</i>	Dos veinte quince cuatro	59	$(2 \times 20) + 15 + 4$

Para el número 60, las expresiones numéricas son *uni diko* (tres veinte). A éstas se les agrega del numeral *ín* (uno) al *uxi* (diez) para llegar al número 70. Las operaciones presentes en este orden de palabras son la multiplicación y la adición:  $(3 \times 20) + 1$ ,  $(3 \times 20) + 2$ ,  $(3 \times 20) + 3$ ,  $(3 \times 20) + 4$ , etc.

Luego a los tres numerales *uni diko uxi* (tres-veinte-diez) se les adiciona *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para llegar al número 74 y para el número 75 se le agrega el numeral *sa'un* (quince). Aquí, una vez más, las

operaciones de multiplicación y adición están presentes:  $(3 \times 20) + 10 + 1$ ,  $(3 \times 20) + 10 + 2$ ,  $(3 \times 20) + 10 + 3$ ,  $(3 \times 20) + 10 + 4$  y  $(3 \times 20) + 15$ , ver tabla 9.

**Tabla 9. Numerales tu'un savi del uni diko (60) al uni diko sa'un (75)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Uni diko</i>	Tres veinte	60	$3 \times 20$
<i>Uni diko ín</i>	Tres veinte uno	61	$(3 \times 20) + 1$
<i>Uni diko ui</i>	Tres veinte dos	62	$(3 \times 20) + 2$
<i>Uni diko uni</i>	Tres veinte tres	63	$(3 \times 20) + 3$
<i>Uni diko kumi</i>	Tres veinte cuatro	64	$(3 \times 20) + 4$
<i>Uni diko u'un</i>	Tres veinte cinco	65	$(3 \times 20) + 5$
<i>Uni diko iñu</i>	Tres veinte seis	66	$(3 \times 20) + 6$
<i>Uni diko usa</i>	Tres veinte siete	67	$(3 \times 20) + 7$
<i>Uni diko una</i>	Tres veinte ocho	68	$(3 \times 20) + 8$
<i>Uni diko ín</i>	Tres veinte nueve	69	$(3 \times 20) + 9$
<i>Uni diko uxi</i>	Tres veinte diez	70	$(3 \times 20) + 10$
<i>Uni diko uxi ín</i>	Tres veinte diez uno	71	$(3 \times 20) + 10 + 1$
<i>Uni diko uxi ui</i>	Tres veinte diez dos	72	$(3 \times 20) + 10 + 2$
<i>Uni diko uxi uni</i>	Tres veinte diez tres	73	$(3 \times 20) + 10 + 3$
<i>Uni diko uxi kumi</i>	Tres veinte diez cuatro	74	$(3 \times 20) + 10 + 4$
<i>Uni diko sa'un</i>	Tres veinte quince	75	$(3 \times 20) + 15$

A *uni diko sa'un* (75) se les añade *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para formar del 76 al 79 y las operaciones aritméticas implícitas son la multiplicación y la adición:  $(3 \times 20) + 15 + 1$ ,  $(3 \times 20) + 15 + 2$ ,  $(3 \times 20) + 15 + 3$ ,  $(3 \times 20) + 15 + 4$ .

Para formar el número 80 se utilizan las expresiones numéricas *kumi diko* (cuatro veinte). A éstas se les agrega del numeral *ín* (uno) al *uxi* (diez) para llegar al número 90. Aquí también hay multiplicación y adición:  $(4 \times 20) + 1$ ,  $(4 \times 20) + 2$ ,  $(4 \times 20) + 3$ ,  $(4 \times 20) + 4$ ,  $(4 \times 20) + 5$ ,  $(4 \times 20) + 6$ ,  $(4 \times 20) + 7$ ,  $(4 \times 20) + 8$ ,  $(4 \times 20) + 9$ ,  $(4 \times 20) + 10$ .

Luego a los tres numerales *kumi diko uxi* (cuatro-veinte-diez) se les agrega *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para llegar al número 94. Las operaciones aritméticas involucradas son la multiplicación y la adición:  $(4 \times 20) + 10 + 1$ ,  $(4 \times 20) + 10 + 2$ ,  $(4 \times 20) + 10 + 3$ ,  $(4 \times 20) + 10 + 4$ .

Posteriormente, a estos dos numerales *kumi diko* (cuatro-veinte) se les adiciona *sa'un* (quince) para llegar al número 95 y las operaciones son  $(4 \times 20) + 15$ , observar tabla 10.

**Tabla 10. Numerales tu'un savi del uni diko sa'un ín (76) al kumi diko sa'un (95)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Uni diko sa'un ín</i>	Tres veinte quince uno	76	$(3 \times 20) + 15 + 1$
<i>Uni diko sa'un ui</i>	Tres veinte quince dos	77	$(3 \times 20) + 15 + 2$
<i>Uni diko sa'un uni</i>	Tres veinte quince tres	78	$(3 \times 20) + 15 + 3$
<i>Uni diko sa'un kumi</i>	Tres veinte quince cuatro	79	$(3 \times 20) + 15 + 4$
<i>Kumi diko</i>	Cuatro veinte	80	$4 \times 20$
<i>Kumi diko ín</i>	Cuatro veinte uno	81	$(4 \times 20) + 1$
<i>Kumi diko ui</i>	Cuatro veinte dos	82	$(4 \times 20) + 2$
<i>Kumi diko uni</i>	Cuatro veinte tres	83	$(4 \times 20) + 3$
<i>Kumi diko kumi</i>	Cuatro veinte cuatro	84	$(4 \times 20) + 4$
<i>Kumi diko u'un</i>	Cuatro veinte cinco	85	$(4 \times 20) + 5$
<i>Kumi diko iñu</i>	Cuatro veinte seis	86	$(4 \times 20) + 6$
<i>Kumi diko usa</i>	Cuatro veinte siete	87	$(4 \times 20) + 7$
<i>Kumi diko una</i>	Cuatro veinte ocho	88	$(4 \times 20) + 8$
<i>Kumi diko in</i>	Cuatro veinte nueve	89	$(4 \times 20) + 9$
<i>Kumi diko uxi</i>	Cuatro veinte diez	90	$(4 \times 20) + 10$
<i>Kumi diko uxi ín</i>	Cuatro veinte diez uno	91	$(4 \times 20) + 10 + 1$
<i>Kumi diko uxi ui</i>	Cuatro veinte diez dos	92	$(4 \times 20) + 10 + 2$
<i>Kumi diko uxi uni</i>	Cuatro veinte diez tres	93	$(4 \times 20) + 10 + 3$
<i>Kumi diko uxi kumi</i>	Cuatro veinte diez cuatro	94	$(4 \times 20) + 10 + 4$
<i>Kumi diko sa'un</i>	Cuatro veinte quince	95	$(4 \times 20) + 15$

A las tres expresiones numéricas *kumi diko sa'un* (cuatro-veinte-quince) que implican multiplicación (*kumi diko*,  $4 \times 20$ ) y adición (*sa'un*,  $+15$ ) se les suma *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro) para llegar al número 99. Continúan las expresiones *u'un diko* (cinco) (veinte) las cuales hacen referencia al número 100 y a la multiplicación  $5 \times 20$ , ver tabla 11.

**Tabla 11. Numerales tu'un savi del kumi diko sa'un (96) al u'un diko (100)**

Numeral	Traducción en español	Número asignado	Operación aritmética
<i>Kumi diko sa'un ín</i>	Cuatro veinte quince uno	96	$4 \times 20 + 15 + 1$
<i>Kumi diko sa'un ui</i>	Cuatro veinte quince dos	97	$4 \times 20 + 15 + 2$
<i>Kumi diko sa'un uni</i>	Cuatro veinte quince tres	98	$4 \times 20 + 15 + 3$
<i>Kumi diko sa'un kumi</i>	Cuatro veinte quince cuatro	99	$4 \times 20 + 15 + 4$
<i>U'un diko</i>	Cinco veinte	100	$5 \times 20$

También en las expresiones numéricas o “la numeración hablada” [*sic*] en español, la yuxtaposición de las palabras numéricas mil cuatro y ochocientos

nos lleva a suponer las operaciones aritméticas adición y multiplicación respectivamente. Así, mil cuatro significa  $1000+4$  y ochocientos significa  $8 \times 100$  (Lerner y Sadovsky, 1994).

c) De acuerdo con Greenberg (según citado en Denning y Kemmer, 1990), las regularidades o recurrencias en las expresiones numéricas *tu'un savi* se pueden considerar como una *seriación*, la cual permite realizar las operaciones aditiva y multiplicativa para llegar a la generalización de las agrupaciones del sistema numérico.

A continuación se muestra la regularidad en el orden de las expresiones numéricas, lo cual hace posible el sistema de numeración oral *tu'un savi*:

1. A las expresiones numéricas *uxi* (diez) y *sa'un* (quince) se les va agregando los numerales *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro):  $10+1$ ,  $10+2$ ,  $10+3$ ,  $10+4$  y  $15+1$ ,  $15+2$ ,  $15+3$ ,  $15+4$ .

2. A *oko uxi* (veinte-diez) y a *oko sa'un* (veinte-quince) se les va agregando las expresiones *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro):  $(20+10)+1$ ,  $(20+10)+2$ ,  $(20+10)+3$ ,  $20+10+4$  y  $(20+15)+1$ ,  $(20+15)+2$ ,  $(20+15)+3$ ,  $(20+15)+4$ .

3. A *oko* se le antepone las expresiones *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro), *u'un* (cinco):  $2 \times 20$ ,  $3 \times 20$ ,  $4 \times 20$ ,  $5 \times 20$ .

4. A *oko* (veinte), a *ui diko* (dos veinte), a *uni diko* (tres veinte), a *kumi diko* (cuatro veinte) se les agrega *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro), *u'un* (cinco), *iñu* (seis), *usa* (siete), *una* (ocho), *in* (nueve) respectivamente para formar otros números:

$20+1$	$20+2$	$20+3$	$20+4$	$20+5$	$20+6$	$20+7$	$20+8$	$20+9$
$2 \times 20+1$	$2 \times 20+2$	$2 \times 20+3$	$2 \times 20+4$	$2 \times 20+5$	$2 \times 20+6$	$2 \times 20+7$	$2 \times 20+8$	$2 \times 20+9$
$3 \times 20+1$	$3 \times 20+2$	$3 \times 20+3$	$3 \times 20+4$	$3 \times 20+5$	$3 \times 20+6$	$3 \times 20+7$	$3 \times 20+8$	$3 \times 20+9$
$3 \times 20+1$	$3 \times 20+2$	$3 \times 20+3$	$3 \times 20+4$	$3 \times 20+5$	$3 \times 20+6$	$3 \times 20+7$	$3 \times 20+8$	$3 \times 20+9$

5. A *oko uxi* (veinte diez), a *ui diko uxi* (dos veinte diez), a *uni diko uxi* (tres veinte diez), a *kumi diko uxi* (cuatro veinte diez) se les va agregando las expresiones *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro):

20+10+1, 20+10+2, 20+10+3, 20+10+4;  
 2x20+10+1, 2x20+10+2, 2x20+10+3, 2x20+10+4;  
 3x20+10+1, 3x20+10+2, 3x20+10+3, 3x20+10+4;  
 4x20+10+1, 4x20+10+2, 4x20+10+3, 4x20+10+4.

6. A *oko sa'un* (veinte quince), *ui diko sa'un* (dos veinte quince), *uni diko sa'un* (tres veinte quince), *kumi diko sa'un* (cuatro veinte quince) se les agrega las expresiones *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro):

20+15+1, 20+15+2, 20+15+3, 20+15+4;  
 2x20+15+1, 2x20+15+2, 2x20+15+3, 2x20+15+4;  
 3x20+15+1, 3x20+15+2, 3x20+15+3, 3x20+15+4;  
 4x20+15+1, 4x20+15+2, 4x20+15+3, 4x20+15+4.

Así, las expresiones numéricas *uxi* (diez), *sa'un* (quince) y *oko* (veinte) son las agrupaciones del sistema de numeración oral *tu'un savi*.

La primera agrupación es *uxi* (diez), a ésta se le va sumando las unidades *ín*, *ui*, *uni*, *kumi* para obtener 11, 12, 13 y 14 elementos. La segunda agrupación es *sa'un* (quince) y también se le suman las unidades *ín*, *ui*, *uni*, *kumi* para obtener 16, 17, 18 y 19 elementos respectivamente, ver tabla 12.

**Tabla 12. Tabla aditiva con las agrupaciones *uxi* y *sa'un***

	Unidades o elementos			
	ín	ui	uni	kumi
Agrupaciones	1	2	3	4
<i>uxi</i> 10	11	12	13	14
<i>sa'un</i> 15	16	17	18	19

A la tercera agrupación *oko* (veinte) se le van sumando las unidades *ín* (uno), *ui* (dos), *uni* (tres), *kumi* (cuatro), *u'un* (cinco), *iñu* (seis), *usa* (siete), *una* (ocho), *in* (nueve), *uxi* (diez) para llegar al *oko uxi* (veinte diez o 30), ver tabla 13.

**Tabla 13. Tabla aditiva con la agrupación oko**

	Unidades o elementos									
	ín	ui	uni	kumi	u'un	iñu	usa	una	in	uxi
Agrupación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
oko 20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

A *oko uxi* (veinte) (diez) como agrupaciones se les va sumando las unidades *ín*, *ui*, *uni*, *kumi* para formar hasta el treinta y cuatro, ver tabla 14.

**Table 14. Tabla aditiva con las agrupaciones oko, uxi**

		Unidades o elementos			
		ín	ui	uni	kumi
Agrupaciones		1	2	3	4
oko 20	uxi 10	31	32	33	34

A las agrupaciones *oko sa'un* (veinte quince) se les va sumando, nuevamente, las unidades *ín*, *ui*, *uni*, *kumi* para llegar a treinta y nueve elementos, ver tabla 15.

**Table 15. Tabla aditiva con las agrupaciones oko, sa'un**

			Unidades o elementos			
			ín	ui	uni	kumi
Agrupaciones			1	2	3	4
oko 20	sa'un 15	35	36	37	38	39

d) Según Greenberg (según citado en Denning y Kemmer, 1990), una vez identificadas las agrupaciones éstas se pueden interpretar como bases de la estructura matemática del sistema numérico. Así, las agrupaciones *uxi* (diez),

*sa'un* (quince) y *oko* (veinte) son bases aditivas, aunque *oko* (veinte) también es base multiplicativa.

La agrupación *oko* (veinte) es la base multiplicativa que se duplica, triplica, cuadruplica, quintuplica etc. Esto caracteriza al sistema de numeración oral *tu'un savi* como base vigesimal. Sin embargo, antes de llegar a la base multiplicativa *oko* (veinte) se presentan dos bases aditivas: *uxi* (diez) y *sa'un* (quince).

En un contexto de enseñanza, se identificó que la posibilidad de agrupar en *sa'un* (quince) era poco probable, tal vez porque los estudiantes trabajan con el sistema de numeración decimal y habitualmente agrupan con los múltiplos de la base 10. Esto implicaría idear una estrategia de enseñanza para que los estudiantes validarán la posibilidad de agrupar en *sa'un* (15) aunque ésta no sea múltiplo de la base 20 del sistema de numeración oral *tu'un savi*, ver tabla 16.

**Table 16. Tabla multiplicativa con la agrupación oko**

	Agrupación	
	Oko 20	
	Diko 20	
Ín 1	1x20	oko
Ui 2	2x20	Ui diko
Uni 3	3x20	Uni diko
Kumi 4	4x20	Kumi diko
U'un 5	5x20	U'un diko


En un contexto de cuantificación podemos decir que cada vez que se multiplica una agrupación *oko* (veinte) se cuantifican cantidades mayores. De esta manera para cuantificar sesenta, ochenta, cien o más elementos, en este sistema de numeración oral *tu'un savi*, se agrupa de veinte en veinte: *uni diko* (tres veinte), *kumi diko* (cuatro veinte), *u'un diko* (cinco veinte), así sucesivamente. Este afianzamiento en los estudiantes también nos implicaría un reto en la enseñanza de este sistema numérico.

Las tablas anteriores se pueden concentrar en una sola tabla numérica *tu'un savi*, ver tabla 17:



Tabla 17. Tabla numérica del sistema de numeración oral *tu'un savi* de Cosoltepec

		unidades o elementos									1ª agrupa					2ª agrupa										
		<i>ín</i>	<i>uí</i>	<i>uní</i>	<i>kumí</i>	<i>u'un</i>	<i>íñu</i>	<i>usa</i>	<i>una</i>	<i>ín</i>	<i>uxí</i>	<i>uxí ín</i>	<i>uxí uí</i>	<i>uxí</i>	<i>uní</i>	<i>uxí</i>	<i>kumí</i>	<i>sa'un</i>	<i>sa'un</i>	<i>ín</i>	<i>sa'un</i>	<i>uí</i>	<i>sa'un</i>	<i>uní</i>	<i>sa'un</i>	<i>kumí</i>
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19						
3ª agrupa	<i>oko</i>	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39					
<i>uí</i>	<i>diko</i>	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59					
<i>uní</i>	<i>diko</i>	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79					
<i>kumí</i>	<i>diko</i>	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99					
<i>u'un</i>	<i>diko</i>	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119					

agrupaciones 

e) De acuerdo con Greenberg (según citado en Denning y Kemmer, 1990), los sistemas de numeración presentan “irregularidades” en la oralidad de la lengua. Esto significa que la lengua pierde cierta sistematicidad en algunas expresiones numéricas. Por ejemplo, en la variante dialectal que es la forma particular de hablar la lengua *tu'un savi* en Cosoltepec, Oaxaca, el numeral *oko* (veinte) a partir de la segunda veintena cambia a la expresión *diko*. También el número 50, se dice *kumí tuní* (*kumí*: cuatro, *tuní*: muy, mucho) y para decir 100 se ha tomado el léxico del español, entonces se dice *ín cientú* (uno cien).

La primera “irregularidad” de la lengua, cuando *oko* cambia a *diko*, se decidió que al enseñar el sistema de numeración *tu'un savi* se mencionaría pero no se enfatizaría el cambio en las palabras para no confundir a los estudiantes. Con respecto a las otras dos irregularidades, *kumí tuní* (50) e *ín cientú* (100), se consideró pertinente no utilizarlas ni mencionarlas, en ningún momento de la enseñanza, para no desviar la atención de los estudiantes en las agrupaciones del sistema.

Cabe recordar que 50 se forma utilizando dos agrupaciones de veinte y una de diez: *ui diko uxi* (dos-veinte-diez); a su vez el cien se forma con cinco agrupaciones de veinte: *u'un diko* (cinco-veinte), entonces el objetivo al enseñar ese sistema numérico sería que los estudiantes reflexionaran y comprendieran la presencia de las agrupaciones en la cadena numérica *tu'un savi* como una seriación.

En este capítulo se mostró el análisis de las expresiones numéricas *tu'un savi* del número *ín* (1) al *u'un diko* (100). El orden de las palabras numéricas dio cuenta de las configuraciones aritméticas implícitas en ese sistema de numeración, las cuales son de tipo aditivo y multiplicativo.

Este análisis permitió reflexionar en la forma particular que tienen los pueblos *Ñuu savi* (pueblo de la lluvia) para organizar los números naturales, lo cual es un conocimiento propio de su pensamiento matemático. Esto proporciona una fundamentación desde el punto de vista de la educación matemática de la importancia de enseñar ese sistema numérico para generar oportunidades de reflexión hacia otras formas de organización de los números naturales.

## Capítulo *Uni*. Contextualización y diseño del estudio

En este capítulo describe a los participantes del estudio. Se precisa su situación socio-cultural y lingüística, su tipo de escuela y su pueblo de origen. Después, se presentarán los objetivos y las etapas del estudio.

### 3.1. Participantes del estudio

En el estudio participaron niños de 5° y 6° grado de Educación Básica de una escuela pública rural federal en el municipio de Cosoltepec, Oaxaca. Fueron cinco niñas y cuatro niños del quinto grado escolar. De éstos, la mayoría tenía diez años de edad y uno de ellos tenía once porque estaba repitiendo el curso. Del sexto grado participó una niña de doce años de edad que estaba repitiendo el curso y tres niños con once años de edad. En total participaron trece estudiantes.

#### 3.1.1. Características cultural y lingüística de los participantes

El estudio fue dirigido a una población que pertenece a Cosoltepec, un pueblo originario de nuestro país, México. Se les aplicó un cuestionario para indagar su situación cultural y lingüística. En éste, ellos reconocieron que la lengua *tu'un savi* es una lengua viva en su pueblo, además del español.

Señalaron a sus abuelos, en ciertos casos a sus padres, y a otras personas del pueblo como hablantes del *tu'un savi*. Comentaron que los adultos utilizan esta lengua cuando platican cuestiones importantes o hablan acerca de ellos. Por eso, a los niños, les gustaría aprenderla para entender y comunicarse con los adultos.

De esta manera, los participantes de este estudio se identificaron como originarios de Cosoltepec y declararon tener acercamiento con la lengua *tu'un savi* tanto en su casa como en la comunidad: la escuchaban en su casa cuando su familia conversaba y también cuando la gente mayor de la comunidad platicaba en la calle o en las fiestas. Ellos dijeron no hablar *tu'un savi* pero sí sabían nombrar algunos animales y objetos. También conocían el significado de

algunas expresiones cotidianas como *kueni kueni* “despacio”, *kuxi* “come”, *kadiyu* “guarda silencio” entre otras. Cabe señalar que los niños no conocían los números porque entre otros factores, estos no son usados en la comunidad.

### *3.1.2. Características de la escuela de los participantes*

La Escuela Primaria rural federal “Melchor Ocampo” es de tipo *multigrado* con tres docentes. Esto significa que cada docente atiende a estudiantes de diferentes grados escolares, uno de ellos a la par de su trabajo docente asume el cargo de director(a) de la escuela (SEP 2012).

Así, en el momento del estudio, se encontró que una docente se hacía cargo de los grupos de primer y segundo grado, la otra hacía la función de directora y atendía los grupos de tercer y cuarto grado, y el otro docente trabajaba con los niños de quinto y sexto grado.

Los docentes mencionados expresaron ser originarios de poblaciones cercanas a Cosoltepec. Reconocieron que la lengua *tu'un savi* está siendo desplazada por el español y este fenómeno es común en toda la región *Nuu savi*. Señalaron la importancia de no dejarla morir y de recuperarla porque es la lengua que hablaron nuestros antepasados y la siguen hablando nuestros abuelos.

Esta escuela aunque está ubicada en una población originaria no es una escuela primaria indígena. Tiene la denominación de Escuela Primaria General por lo que no se consideran en ella los *Marcos Curriculares* de educación indígena estipulados en el Plan de estudios 2011 de la SEP, los cuales señalan la inclusión de contenidos propios de la cultura de los pueblos originarios, así como el desarrollo de los programas de estudio articulando la diversidad social, cultural y lingüística (Plan de estudios 2011).

## **3.2. El lugar del estudio: Cosoltepec**

El Municipio de Cosoltepec pertenece al Distrito de Huajuapán de León del Estado de Oaxaca, cuenta con una población de 379 habitantes (INEGI, 2010).

Este número se debe a la constante migración. Desde varias generaciones atrás, gente joven ha migrado hacia distintas partes del país y del extranjero. La mayoría de los jóvenes que han migrado para trabajar o estudiar se asentaron y formaron asociaciones civiles en su nuevo lugar de residencia. Actualmente, año 2012, existen ocho organizaciones distribuidas en diferentes partes de la república mexicana y en el extranjero. Éstas mantienen una red de comunicación con la autoridad: el Ayuntamiento Municipal, para recibir noticias y apoyar en diferentes actividades de Cosoltepec. Una de las principales aportaciones de estas organizaciones es la planeación y ejecución de la fiesta patronal.

En el año 2010, Cosoltepec contaba con 103 habitantes como población económicamente activa. Esta información fue recuperada del Censo de Población y Vivienda 2010 proporcionada por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía. La economía principalmente se sustenta en la agricultura, la ganadería y en negocios familiares. La gente adulta que ya no puede trabajar recibe una pensión económica por parte de sus hijos migrantes. Por otro lado, el gobierno proporciona ayuda económica a través de diferentes programas sociales y también brinda el apoyo en especie para el “Albergue Escolar Indígena” en donde pueden ir a desayunar y a comer los niños de la población.

La gente está organizada políticamente por el sistema de *usos y costumbres* el cual es una práctica cultural donde la máxima autoridad radica en el pueblo. Entonces el pueblo se reúne en asamblea para elegir al ayuntamiento municipal o para tomar acuerdos generales sobre el pueblo.

En 2010 se censaron 125 habitantes de 3 años y más que hablan alguna lengua indígena y español (INEGI, 2010). Este dato es el 32.9% del total de la población de Cosoltepec que habla *tu'un savi* y español. Conforme a los datos arrojados en el cuestionario inicial donde los niños declararon no hablar *tu'un savi* se podría interpretar que el 32.9% de hablantes bilingües –*tu'un savi* y español- corresponde a la gente adulta.

La lengua *tu'un savi* sigue siendo desplazada paulatinamente por el español en Cosoltepec. La gente adulta todavía se comunica en *tu'un savi* pero

para cuantificar solamente utilizan el español. Así, se encontró que muy pocos sabían contar hasta el cien pero decían *in cientu* (uno cien) para 100, *ui cientu* (dos cientos) para 200. Estas personas ya habían adoptado el léxico del español para nombrar las centenas. Otros contaban hasta el cincuenta, algunos hasta el veinte o diez y otros sólo reconocían algunas expresiones numéricas y la mayoría de los niños no conocían ni sabían que se puede cuantificar en *tu'un savi*.

### 3.3 Objetivos del estudio

Este estudio tuvo como objetivos:

1. Identificar las oportunidades y retos que enfrentan los estudiantes de 5° y 6° grado de Educación Básica cuando reflexionan en las formas orales y escritas en las que se representan los números naturales tanto de manera decimal como vigesimal.
2. Favorecer que los estudiantes de Cosoltepec conozcan el sistema de numeración oral *tu'un savi* al aprenderlo y analizarlo, y de esta manera lo reconozcan como un sistema de cuantificación propio.

### 3.4. Etapas del estudio

Este trabajo de investigación comprendió tres etapas, las cuales se describirán a continuación:

*3.4.1. Primera etapa: Análisis del sistema de numeración oral tu'un savi, revisión de documentos oficiales: Programa de estudio 2009 de matemáticas y de una lección del libro de texto de 5° grado*

La primera etapa consistió primeramente en analizar el sistema de numeración oral *tu'un savi*; después se revisó del *Programa de Estudio 2009 de Matemáticas* de Educación Básica Primaria el cual se encontraba vigente en el momento del estudio. También se revisó la lección 24 del libro de texto de matemáticas de 5° grado. Este es editado por la SEP y se utiliza en las escuelas primarias públicas de nuestro país.

### ***a) Análisis del sistema de numeración oral Tu'un savi***

El análisis del sistema de numeración oral *tu'un savi* de carácter vigesimal tuvo el objetivo de entender cómo funcionaba y cuál era su estructura para enseñarlo en un contexto escolar.

El sistema de numeración *tu'un savi* se expresa oralmente por lo que se adaptó una metodología de análisis lingüístico para entender cómo estaban estructuradas las expresiones numéricas del sistema. Esta metodología se basó en las *Generalizaciones de los Sistemas Numéricos* de Greenberg (según citado en Denning y Kemmer, 1990).

### ***b) Revisión del Programa de estudio 2009 de Matemáticas***

Se revisó el eje temático *Sentido numérico y pensamiento algebraico*, el cual abarca desde primero hasta sexto grado, del Programa de estudio 2009 de Matemáticas con el objetivo de indagar si el sistema de numeración oral *tu'un savi* podría ser enseñado como parte de un contenido matemático de la Educación Básica.

### ***c) Revisión de la lección del libro de texto de 5º grado de educación básica***

Se revisó y analizó la lección número 24 de libro de texto de quinto grado de primaria 2011, la cual está planteada para lograr que los estudiantes reconozcan las relaciones entre las reglas de funcionamiento del sistema de numeración decimal oral y de otros sistemas numéricos (Programas de Estudio, 2009). Esta revisión tuvo el propósito de conocer cómo se planteaba la reflexión sobre otros sistemas de numeración diferentes al decimal.

### ***3.4.2. Segunda etapa: El diseño de la propuesta de enseñanza del sistema de numeración oral tu'un savi***

Se consideró que a través de un taller con los estudiantes se podría trabajar la reflexión del sistema de numeración oral *tu'un savi*. Entonces la segunda etapa del estudio consistió en diseñar el taller "La enseñanza del sistema de

numeración oral *tu'un savi'*. Los objetivos y las actividades de aprendizaje del taller fueron planteados como un acercamiento al diseño de enseñanza propuesto por Cobb y McClain (2004) en *Principles of Instructional Design for Supporting the Development of Students' Statistical Reasoning*.

Ellos proponen el diseño de enseñanza como un sistema de actividades productivas de aprendizajes en la clase. Éste consiste en proporcionar a los docentes los recursos necesarios para guiar el desarrollo de la clase y propiciar la participación de los estudiantes en las actividades de aprendizaje. Se busca desarrollar sus ideas y que ellos contribuyan a la evolución de su propio entendimiento. A su vez el docente retomará las producciones de los estudiantes para guiar el desarrollo de la clase.

El diseño de enseñanza que llevaron a cabo Cobb y McClain (2004) tuvo el propósito de apoyar a un grupo de estudiantes en su razonamiento sobre estadística específicamente en el análisis de datos univariados. El diseño fue dirigido al trabajo en el aula escolar con estudiantes de 12 años de edad en Estados Unidos. Esta experiencia implicó ciclos estrechamente integrados entre el diseño para la enseñanza y el análisis del aprendizaje de los estudiantes lo cual sirvió para retroalimentar el diseño de la enseñanza. Esta experiencia los llevó a proponer los siguientes principios de diseño de enseñanza para el razonamiento sobre estadística:

1. El enfoque en las ideas centrales de estadística
2. Las actividades de enseñanza
3. La estructura de la actividad en el aula
4. Las herramientas de informática que usaron los estudiantes
5. El discurso en el aula

A continuación se describirá brevemente en qué consisten cada uno de estos principios y diremos cómo se retomaron y adaptaron para diseñar el taller de enseñanza del sistema de numeración oral *tu'un savi*.

1. El enfoque en las ideas centrales de estadística: Cobb y McClain retoman a Wiggins y McTighe (1998) para destacar la importancia de comenzar el



proceso de diseño mediante la identificación de las "grandes ideas" las cuales están en el corazón de la disciplina y tienen un valor perdurable más allá del aula. Éstas ofrecen un potencial para involucrar a los estudiantes en su propio aprendizaje.

Al diseñar el taller se tuvo en cuenta las agrupaciones *uxi*, *sa'un* y *oko* (diez, quince y veinte) como "las grandes ideas" que los estudiantes deberían comprender. Éstas van más allá del contexto escolar porque son la base para construir todo el sistema de numeración oral *tu'un savi* y son "el corazón" de ese sistema numérico.

2. Las actividades de enseñanza: En esta parte, Cobb y McClain propusieron que las actividades de enseñanza, por un lado, buscaran desarrollar en los estudiantes el espíritu de investigación en el análisis de los datos estadísticos, lo vieran como un objetivo realista y lo consideraran legítimo. Por otro lado, que las actividades permitieran a los docentes lograr sus agendas educativas a través de las producciones de los estudiantes. Así, los análisis de los estudiantes se tornarían un recurso para que el maestro iniciará y guiará las discusiones en la clase.

En este sentido, primero se diseñaron las dos primeras sesiones del taller, después en función de los datos arrojados sobre el aprendizaje de los estudiantes se diseñaron las siguientes. Se analizarían las producciones de los estudiantes y éstas retroalimentarían el diseño de las siguientes sesiones.

3. La estructura de la actividad del aula: Cobb y McClain señalan la importancia del diálogo entre el docente y los estudiantes. Primero, el maestro presentaba el tema, después entre él y los estudiantes delineaban los aspectos importantes del proceso de la generación de datos estadísticos que se deberían medir. La clase quedaba estructurada de la siguiente manera: a) Se discutía el proceso de generación de datos; b) Con una actividad individual o en pequeños grupos se analizaban los

datos con las herramientas de informática; c) Se discutían los análisis de los estudiantes entre todo el grupo.

Se retomó esta estructura para diseñar algunas actividades del taller: se presentaría el tema a los estudiantes, luego ellos trabajarían individual o en equipo y posteriormente presentarían su trabajo a todo el grupo para discutir y contrastar respuestas. Todo esto con el objetivo de interactuar con los estudiantes e identificar los aciertos y los retos o dificultades que estarían enfrentando en su aprendizaje del sistema de numeración oral *tu'un savi*.

4. Uso de la herramienta: Cobb y McClain diseñaron las herramientas de informática de tal manera que los estudiantes pudieran analizar los datos y no sólo trabajar con los números. El diseño de las herramientas serían un medio para apoyar la reorganización del razonamiento de los estudiantes sobre datos estadísticos, específicamente del proceso de generación y análisis de los datos.

Se diseñaron materiales o recursos de aprendizaje para el taller. Estos serían un apoyo en el entendimiento de las agrupaciones del sistema de numeración oral *tu'un savi* y que los estudiantes logran transitar con flexibilidad entre los sistemas de numeración *tu'un savi* y decimal indo-arábigo.

5. El discurso en el aula: Aquí, Cobb y McClain le confirieron al docente el papel de mediador entre los argumentos sostenidos por los estudiantes y “las grandes ideas” de estadística. Organizaron actividades para que los estudiantes escribieran sus análisis, el docente los examinara y entendiera las formas en las que los estudiantes habían razonado los datos estadísticos. Utilizaban estas producciones para planificar y mediar las discusiones en la clase, sin perder de vista las grandes ideas de estadística. Ésta fue una manera de apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

De esta parte, se consideró que la maestra del taller debería ser la mediadora entre los objetivos de enseñanza y el razonamiento de los estudiantes en la

construcción del sistema de numeración oral *tu'un savi*. Así, la maestra del taller tendría la consigna de analizar las producciones de los estudiantes para comprender qué habían entendido, antes de pasar al siguiente objetivo de aprendizaje. Otro aspecto es que se tendría como prioridad capitalizar el razonamiento de los estudiantes mediante la previa identificación de las posibles dificultades en el entendimiento del sistema numérico.

Teniendo en cuenta los principios de diseño de Cobb y McClain (2004) se diseñó el taller para apoyar a los estudiantes en el aprendizaje del sistema de numeración oral *tu'un savi*. Primeramente, se planearon dos sesiones de trabajo de aproximadamente dos horas cada una. La primera sesión consistió en aplicar un cuestionario inicial que constaba de dos partes: la primera era para obtener un panorama general de la situación socio-lingüística de los participantes y la segunda para indagar qué conocimiento tenían sobre el sistema de numeración indo-arábigo y el sistema de numeración oral en español.

La segunda sesión fue para que los estudiantes conocieran y aprendieran el sistema de numeración oral *tu'un savi*. Las sesiones, tercera y cuarta se diseñaron con base en los datos arrojados de las dos primeras sesiones y fueron para reflexionar en la construcción del sistema de numeración oral *tu'un savi* de carácter vigesimal.

### *3.4.3 Tercera etapa: Aplicación y análisis de los resultados del taller “La enseñanza del sistema de numeración oral tu'un savi”*

Las dos primeras sesiones del taller “La enseñanza del sistema de numeración oral *tu'un savi*” se aplicaron dentro del horario escolar y participaron trece estudiantes: nueve de 5º grado y cuatro de 6º grado de educación básica primaria.

La tercera y cuarta sesión se realizaron fuera del horario escolar. En la tercera participaron once estudiantes y dos personas adultas de la comunidad y en la cuarta, siete estudiantes y las mismas dos personas de la comunidad.

Las personas adultas estaban interesadas en aprender la lengua *tu'un savi*. Su participación en las actividades del taller ayudo en algún momento a

entender las agrupaciones del sistema numérico. Esto se puede observar en los diálogos que se reportan en el capítulo kumi (cuatro).

La premisa en la aplicación del taller fue cumplir con los objetivos de aprendizaje y no con la secuencia de actividades. A través de la aplicación del taller se exploró un diseño de enseñanza como un sistema de actividades productivas de aprendizajes en la clase escolar con base en Cobb y McClain (2004).

## **Capítulo *Kumi*. Resultados de las etapas del estudio**

A continuación se muestran los resultados de cada una de las etapas del estudio. En la primera etapa, se habla del análisis del sistema de numeración *tu'un savi*, la revisión del Programa de estudio 2009 y la revisión de la lección número 24 del libro de texto de 5° grado de educación básica. En la segunda etapa, se plantea el diseño del taller para enseñar el sistema de numeración *tu'un savi*. En la tercera etapa, se reportan los resultados de la aplicación del taller, así como el análisis de los mismos.

En este capítulo se encontraran con frecuencia los términos “ejercicios” y “ejercitación”. Estos se utilizan, en este trabajo, con la concepción de que los estudiantes tienen adquirido un conocimiento, el cual solificarán o afianzaran a través de la práctica.

### **4.1. Resultados de la primera etapa del estudio**

#### ***4.1.1. Resultados del análisis del sistema numérico oral tu'un savi (mixteco)***

El resultado del análisis del sistema de numeración oral *tu'un savi* ya se ha reportado en el capítulo número dos de este trabajo. Ahí, el lector, podrá encontrar la estructura de este sistema de numeración: las configuraciones u operaciones aritméticas implícitas en las expresiones numéricas *tu'un savi*, por ejemplo, hay agrupaciones que fungen como bases aditivas y otra agrupación que es la base multiplicativa del sistema.

#### ***4.1.2. Resultados de la revisión del Programa de Estudio 2009 de matemáticas y de una lección del libro de texto de 5° grado***

#### ***Resultados de la revisión del Programa de Estudio 2009 de matemáticas***

En el Programa de estudios 2009 de matemáticas existe el objetivo “que los niños reconozcan las relaciones entre las reglas de funcionamiento del sistema de numeración decimal oral y las de otros sistemas no decimales” (Programas de estudio 2009, p.102). Esto se encuentra enunciado en el bloque III, en el eje *Sentido numérico y pensamiento algebraico*, y en el subtema *Números naturales* de quinto grado de Educación Primaria.

Este objetivo de aprendizaje resultó ser consistente con el objetivo general del estudio que se reporta en esta tesis: enseñar el sistema de numeración oral *tu'un savi*; de esta manera, se encontró un espacio dentro de la agenda educativa de los docentes para propiciar la reflexión de un sistema de numeración distinto al sistema decimal indo-arábigo.

Cabe señalar que en el espacio dedicado en el Programa de estudio de matemáticas para comparar sistemas de numeración no se retoma ningún sistema de numeración propio de los pueblos originarios de México. Sin embargo, se puede aprovechar este espacio para enseñar y reflexionar el sistema numérico *tu'un savi*. Así, se estaría reconociendo las formas que tienen nuestros pueblos originarios para expresar y organizar los números naturales dentro de un sistema de numeración oral, en su mayoría de carácter vigesimal.

### ***Resultados de la revisión de la lección número 24 del libro de texto de 5º grado de educación primaria***

La lección número 24 del libro de texto de la SEP (2011), de Matemáticas Quinto grado de Educación Básica consta de la sección “Lo que conozco”, de seis actividades con varios ejercicios cada una y de la sección “Reto”.

En la sección “Lo que conozco” y en las tres primeras actividades se plantean ejercicios para que los estudiantes escriban y lean cantidades desde las unidades de millar hasta las unidades de millón con base en el sistema de numeración indo-arábigo; también se solicita identificar la cantidad mayor. Se pide pasar de las expresiones numéricas en español a la escritura de cifras con números indo-arábigo y al contrario.

En las actividades 4 y 5 se explican las reglas para formar cantidades con los números romanos y se proponen ejercicios para transformar números romanos a números indo-arábigos y no viceversa.

La actividad 6 solicita resolver operaciones aditivas con números indo-arábigos y transcribir el resultado con números romanos. En la sección “Reto”, primero, se requiere resolver sumas planteadas con números romanos. Después se pide transcribir esas mismas operaciones con números indo-arábigos para comprobar si el resultado es correcto. En esta sección no se explican las reglas para sumar con los números romanos, por lo tanto a la solicitud “Intenta resolver las siguientes operaciones utilizando los números romanos” se podría proceder de la misma manera que en la actividad 6; es decir, resolver la operación con los números indo-arábigos y transcribir el resultado con números romanos.

En esta lección se pretende que los estudiantes relacionen la dificultad para realizar operaciones con el sistema de numeración romano con la facilidad de operar con los algoritmos del sistema indo-arábigo. Al establecer esta relación se espera que los estudiantes se inclinen por “operar” o sumar con el sistema de numeración indo-arábigo. Asimismo, busquen apropiarse de las reglas y principios de ese sistema.

Tanto en el Programa de estudios 2009 de matemáticas como en el libro de texto de 5º grado no se retoma la reflexión sobre algún sistema de numeración de los pueblos originarios de México; sólo se propone reflexionar sobre el sistema de numeración romano en la lección 24 y, sobre los sistemas de numeración egipcio y chino en la lección 35. Este hecho es incongruente con la disposición política de la educación intercultural bilingüe, la cual señala considerar el conocimiento de los pueblos originarios en la educación básica para atender la diversidad cultural y lingüística presente en México.

## **4.2. Resultados de la segunda etapa del estudio: El diseño del taller para la enseñanza del sistema de numeración oral *tu'un savi***

Se diseñó el taller “La enseñanza del sistema de numeración oral del *tu'un savi*” con base en los principios de diseño para la enseñanza de Cobb y McClain (2004).

### ***Primera sesión del taller***

La primera sesión tuvo dos objetivos:

1. Generar la reflexión, en los estudiantes, de que el sistema de numeración *tu'un savi* es de Cosoltepec, por lo tanto es de su propiedad como descendientes *na savi* (gente del pueblo de la lluvia).
2. Aplicar un cuestionario inicial escrito para obtener algunas nociones sobre la identidad cultural y lingüística de los participantes del estudio y por otro lado saber qué conocimientos poseían sobre el sistema de numeración decimal indo-arábigo y del sistema de numeración oral en español.

### ***Descripción del cuestionario inicial***

La primera parte del cuestionario consistió en preguntas abiertas para indagar la situación sociolingüística de los participantes. Se buscaba saber de qué manera se identificaban con la lengua *tu'un savi* como originarios de Cosoltepec.

El segundo principio de diseño de la enseñanza de Cobb y McClain (2004) menciona aprovechar la producción de los estudiantes como un recurso para que el maestro inicie y guíe la discusión en clase y a su vez los estudiantes puedan ver el objeto de estudio como un objetivo de aprendizaje realista y legítimo. De acuerdo con este principio, se buscaba aprovechar la producción de



los estudiantes proporcionada a través del cuestionario inicial sobre su pertenencia *na savi* (gente del pueblo de la lluvia) para explicarles y negociar con ellos la aplicación del taller. Se pretendía que ellos se sintieran orgullosos de tener un sistema de numeración propio de su pueblo y tuvieran el ánimo e interés de conocerlo y aprenderlo.

La segunda parte del cuestionario consistió en resolver ejercicios numéricos relacionados con el sistema decimal indo-arábigo y con el sistema de numeración oral del español. Estos consistieron en comparar cifras y pasar de los nombres de los números a la escritura con cifras y viceversa; habían ejercicios para determinar sucesores y antecesores de números y para descomponer cantidades.

En la comparación de cifras se pedía a los niños determinar cuál era mayor en una agrupación de decenas, en una de centenas y en una agrupación de unidades de millar. En la escritura de cifras, primero leerían cantidades escritas con los nombres de los números en español y las escribirían con números indo-arábigos; por ejemplo: leer “ciento tres” guajes – y escribir “103” guajes. También tenían que leer cifras escritas con los números indo-arábigos y escribirlas con los nombres de los números; ejemplo: leer “193,062” – y escribir “ciento noventa y tres mil sesenta y dos”. En los ejercicios de números sucesores y antecesores se solicitaba por un lado, escribir el nombre del número sucesor de un número dado y por otro lado, escribir con números indo-arábigos el antecesor de un número dado. Finalmente, se requería descomponer una cantidad conformada por la unidad de millar. Ver anexo 1, cuestionario inicial.

### ***Segunda sesión del taller***

La segunda sesión tuvo tres objetivos de aprendizaje:

1. Enseñar de manera oral los números naturales del uno al diez en *tu'un savi* y utilizarlos para cuantificar.
2. Enseñar a escribir y leer el nombre de las expresiones numéricas en *tu'un savi*.

3. Lograr que los estudiantes transitaran con flexibilidad entre los nombres de los números en *tu'un savi* y en español, así como también con los números indo-arábigos.

### ***Descripción de la secuencia de actividades de la segunda sesión***

La actividad para conocer y aprender a contar secuencialmente del uno al diez en *tu'un savi* se planteó en un contexto de cuantificación y no sólo por repetición de los números en forma de lista. Primero, los participantes escucharían cómo se cuantifica en *tu'un savi* a diez niños del grupo, después cada uno de ellos contaría oralmente, con voz alta, a diez de sus compañeros.

En cuanto a la escritura y lectura de los nombres de los números en *tu'un savi*, se planearon actividades para escribir la expresión numérica o el nombre del número cardinal de conjuntos desde uno hasta diez elementos. De esta manera se pretendía enseñar la convención de la escritura de la lengua *tu'un savi*; es decir cómo se escribe en esta lengua.

Una de las primeras actividades sería resolver el “Ejercicio *Ín*” y el “Ejercicio *Ui*” en papel y lápiz; en el primero se solicitaba contar y escribir el nombre del número cardinal en *tu'un savi* de los conjuntos dibujados. En el segundo se pedía leer la expresión numérica *tu'un savi* y dibujar los conjuntos con las cantidades solicitadas. Los ejercicios *Ín* y *Ui* se pueden observar en los anexos 2 y 3 respectivamente. Otra actividad sería observar conjuntos de objetos y escribir en *tu'un savi* el nombre del número cardinal de cada conjunto.

Para trabajar la relación de los nombres de los números en *tu'un savi* y su representación con los números indo-arábigos se confeccionaron “memoramas”. Este sería un recurso que según Cobb y McClain (2004) serviría para apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

Cada memorama contenía dos tipos de tarjetas; unas tenían escrito las expresiones numéricas *tu'un savi*: *ín, ui, uni, kumi, u'un, iñu, usa, una, ín, uxi* (uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez). Las otras tarjetas tenían escritos los números indo-arábigos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Los niños tendrían que formar parejas con las tarjetas: *ín-1, ui-2*, etc. Posteriormente, a

este juego se le agregarían las tarjetas escritas con los nombres de los números en español para formar tríos: *ín-1-uno*, *uí-2-dos*, etc. Con esto se pretendía que los niños transitaran con flexibilidad entre los nombres de los números naturales del uno al diez en *tu'un savi* y en español, así como con su representación con los números indo-arábigos.

Se pensó en evaluar el alcance de los objetivos de aprendizaje planteados para esta sesión con el juego del *pin-pon* y el ejercicio *Uni*. El *pin-pon* consiste en formar un círculo con los niños e ir pasando aleatoriamente un objeto, en este caso sería una madeja de estambre. El participante que poseyera el objeto tendría que decir el número de la cadena numérica *tu'un savi* del *ín* al *uxi* (uno al diez). En el “Ejercicio *Uni*” se pedía unir con una línea los nombres de los números en *tu'un savi* con su respectivo número indo-arábigo (ver anexo 4).

### ***Tercera sesión del taller***

Con base en los aprendizajes logrados por los estudiantes en la sesión anterior se diseñaron la tercera sesión y los objetivos de aprendizaje fueron:

1. Lograr que los estudiantes transitaran con flexibilidad en la cadena numérica *tu'un savi* del *ín* (uno) al *uxi* (diez) contando oral y secuencialmente hacia delante, hacia atrás y de dos en dos.
2. Analizar las hipótesis de los estudiantes para formar del número *ín* (1) al *oko uxi kumi* (34).
3. Llevar a los estudiantes a la reflexión de las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*: *uxi* (diez), *sa'un* (quince) y *oko* (veinte).

### ***Descripción de la secuencia de actividades de la tercera sesión***

El primer objetivo relacionado a la cadena numérica se pretendía lograr con la dinámica “la telaraña”. Ésta consiste en hacer un círculo con los niños; el primer

participante sostiene la punta de una madeja de estambre y sin soltarla dice la primera expresión numérica *tu'un savi* del *ín* al *uxi* (uno al diez), inmediatamente pasa la madeja a otro participante, éste a su vez dice el número que sigue. Así, se iría formando, al mismo tiempo, una telaraña de estambre y la cadena numérica *tu'un savi* de manera oral hacia delante: del *ín* al *uxi* (uno al diez), hacia atrás: del *uxi* al *ín* (diez al uno), de dos en dos hacia delante: *ui*, *kumi*, etc. (dos, cuatro, etc.) y de dos en dos hacia atrás: *uxi*, *una*, etc. (diez, ocho, etc.).

Posteriormente, se resolvería el “Ejercicio kumi” en el cual completarían escribiendo en *tu'un savi* el nombre del número sucesor y antecesor de los números dados (ver anexo 5).

Para el segundo objetivo, correspondiente a la formación de los números del uno al treinta y cuatro se diseñó el “Ejercicio U'un”. En éste se pedía completar tablas haciendo sus propias hipótesis de cómo se dice en *tu'un savi* del diez al catorce, luego del quince al diecinueve, después del veinte al veintinueve y por último del treinta al treinta y cuatro (ver anexo 6).

Esta forma de presentar el ejercicio se hizo con la intención de que los estudiantes tuvieran un primer acercamiento con las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*: *uxi*, *sa'un* y *oko* (diez, quince y veinte). Con las cuales se van formando los demás números de la cadena numérica *tu'un savi* como ya se explicó en el capítulo dos. Es decir, a partir del *uxi* (diez) se forma *uxi ín* (diez uno u once), *uxi ui* (diez dos o doce) etc.; a partir del *sa'un* (quince) se forma *sa'un ín* (quince uno o dieciséis), *sa'un ui* (quince dos o diecisiete) etc.; también a partir de *oko* (veinte) se continúa la cadena numérica.

El tercer objetivo de aprendizaje planteado era reflexionar cuáles son las agrupaciones del sistema de numérico. Para introducir esta reflexión se colocaría un letrero grande, en el pizarrón, con las expresiones numéricas *tu'un savi* del *ín* al *in* (uno al nueve), y las agrupaciones *uxi*, *sa'un* y *oko* (diez, quince y veinte); todos con su respectiva representación numérica indo-arábiga.

Posteriormente, se utilizaría un material concreto que apoyara a los estudiantes en su reflexión sobre las agrupaciones implícitas en las expresiones numéricas mixtecas para formar cantidades mayores a *uxi* (diez). Antes de

utilizar el material que constaba de figuras hechas con madera se *negociaría* con ellos el significado de cada una de las figuras. La negociación consistiría en explicarles que sus ancestros en su necesidad de cuantificar habían utilizado los dedos de una persona. Así, fueron agrupando los dedos y la primera agrupación resultante fue de *uxi* (diez) dedos, la segunda fue de *sa'un* (quince) dedos y la tercera agrupación fue de *oko* (veinte) dedos.

Este material concreto representaría cada una de las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*. Así, había una figura para representar la agrupación *uxi* (diez), otra para *sa'un* (quince), otra para *oko* (veinte) y se utilizarían fichas para representar las unidades: *ín, ui, uni, kumi, u'un, iñu, usa, una, ín* (uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve).

Se trabajaría con las figuras de madera por equipos, la formación de los números del once al treinta y cuatro. Se haría énfasis en las agrupaciones *tu'un savi*. Las respuestas de cada equipo se mostraría a los demás y se pediría su opinión sobre las diferentes posibilidades de formar el número solicitado. Ejemplo: Una de las posibilidades de formar el dieciséis era colocar la figura de madera que representa el quince más una ficha que representa la unidad.

Esta última actividad serviría para evaluar si los estudiantes habían comprendido cómo se agrupa en el sistema de numeración oral *tu'un savi*. Cabe destacar que el diseño del taller estaba centrado en esta parte: “Lograr que los estudiantes reflexionaran cuáles son las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*: *uxi, sa'un, y oko* (diez, quince y veinte)”.

Éste objetivo contenía “las grandes ideas” del sistema de numeración *tu'un savi*. De acuerdo con Cobb y McClain (2004), “las grandes ideas” son las ideas centrales de lo que se pretende enseñar. Son las ideas que perduran en los estudiantes más allá del contexto escolar y sirven para involucrar a los estudiantes en el objeto de estudio, que en este caso sería la reflexión de la construcción del sistema de numeración *tu'un savi*.

### ***Cuarta sesión del taller***

La cuarta sesión se diseñó con base en los datos de aprendizaje arrojados por los estudiantes en la tercera sesión, entonces se trazaron dos objetivos:

1. Lograr que los estudiantes comprendieran que las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi* son unidades compuestas; es decir *uxi* (diez), *sa'un* (quince) y *oko* (veinte) son al mismo tiempo unidades y agrupaciones que forma un solo conjunto respectivamente.
2. Facilitar que los estudiantes reconocieran que *uxi*, *sa'un* y *oko* (diez, quince y veinte) son bases aditivas y a su vez *oko* (veinte) es la base multiplicativa del sistema de numeración *tu'un savi*.

### ***Descripción de la secuencia de actividades de la cuarta sesión***

Para trabajar la comprensión de las unidades compuestas del sistema de numeración *tu'un savi*, se plantearía el reto de dilucidar si las expresiones numéricas *uxi ín* (diez uno) e *ín uxi* (uno diez) significaba lo mismo. Para resolver esto se recurriría a relacionar nuevamente estas expresiones numéricas con los dedos de una persona. Es decir, al extender los dedos de las dos manos se pueden observar *uxi* (diez) dedos o diez unidades, pero al unir todos los dedos de ambas manos se forma un solo conjunto de diez dedos. Por lo tanto *ín uxi* es *ín* conjunto de *uxi* dedos “un conjunto de diez dedos” y *uxi ín* es un conjunto de *uxi* (diez) dedos más *ín* (uno) dedo. De la misma manera, se trabajarían las agrupaciones *sa'un* (quince) y *oko* (veinte).

El recurso de aprendizaje, nuevamente, serían los dedos de una persona. Se pensó así porque por un lado, cuando los estudiantes requirieran pensar en las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi* podrían recurrir a sus propios dedos y no necesitarían utilizar otro tipo de material concreto.

Por otro lado, se buscaba justificar la forma en la que pensaron los antiguos *na savi* (gente del pueblo de la lluvia) para cuantificar cantidades mayores. Así se explicaría que ellos agruparon de una manera distinta a la del sistema decimal.

También se planeó jugar “memorama” para reafirmar la comprensión de las agrupaciones. El memorama consistía en encontrar las parejas de tarjetas con las mismas expresiones numéricas *tu'un savi* del *uxi* al *oko* (diez al veinte): *uxi-uxi*, *uxi ín-uxi ín*, *uxi ui-uxi ui*, etc.

El objetivo de trabajar las agrupaciones *uxi*, *sa'un*, *oko* (diez, quince, veinte) permitiría a los niños comprender que *uxi*, *sa'un* y *oko* (diez, quince o veinte) son respectivamente un solo conjunto a los que se les puede sumar unidades u otras agrupaciones para formar los demás números naturales de la cadena numérica *tu'un savi* con los cuales se pueden cuantificar cantidades cada vez mayores.

La maestra del taller decidiría pasar o no al siguiente objetivo de enseñanza sólo si los estudiantes habían comprendido las agrupaciones del sistema numérico *tu'un savi*. Esto con base en Cobb y McClain (2004) que consideran al docente como un mediador entre los objetivos de enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes.

Para trabajar la unidad compuesta *oko* (veinte) como base multiplicativa se pensó en seguir trabajando con la representación del cuerpo humano como recurso de aprendizaje. Se pediría a los niños observar que una persona tiene veinte dedos, lo cual hace referencia a veinte unidades, pero al mismo tiempo una sola persona hace referencia a un solo conjunto de veinte unidades.

A éste conjunto se le puede agregar unidades-dedos o agrupaciones de dedos para ir obteniendo cantidades mayores. Así, las cantidades *ui diko* (dos veinte), *uni diko* (tres veinte), *kumi diko* (cuatro veinte), *u'un diko* (cinco veinte) se forman con el conjunto *oko* (veinte) dedos de dos, tres, cuatro o cinco personas respectivamente.

Se planeó continuar el trabajo con las agrupaciones *uxi*, *sa'un*, *oko* (diez, quince, veinte) con otro material concreto: cerillos o fósforos. Primero se les

pediría hacer conjuntos de *uxi*, *sa'un*, *oko* (diez, quince, veinte) cerillos. Después se nombraría algún número en *tu'un savi*, por ejemplo el *uni diko u'un* (65), ellos tendrían que reconocer esa cantidad para representarla con los conjuntos de cerillos, y con las piezas de cerillos como unidades. Otra variación de esta actividad sería nombrar números en español como el “sesenta y cinco” y ellos representarían esa cantidad utilizando las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*.

Para evaluar la cuarta sesión se aplicaría el “Ejercicio *In*” ver anexo 7. Éste consistía en verificar la flexibilidad de los estudiantes para transitar entre la escritura de los nombres de los números del sistema de numeración *tu'un savi* y los números indo-arábigos: se les solicitaba escribir y leer los nombres en *tu'un savi* de algunas cifras y representarlos con los números indo-arábigos. También se les planteaba un problema para descomponer una cantidad conforme a las agrupaciones *tu'un savi*. Finalmente, con preguntas abiertas se les cuestionaba si les gustó aprender a contar en *tu'un savi* y hasta qué número sabían contar después del taller. Se les pidió opinar que tan fácil o difícil fue aprender a contar en *tu'un savi*.

### **4.3. Resultados de la tercera etapa del estudio: Aplicación y análisis de los resultados del taller “La enseñanza del sistema de numeración oral del *tu'un savi*”**

#### *4.3.1. Aplicación y análisis de los resultados de la primera sesión del taller*

En este apartado se describen las respuestas que dieron los estudiantes de 5° y 6° grado de Educación Básica a las actividades de aprendizaje realizadas en el taller. Después, cada resultado se analiza con base en los objetivos de aprendizaje de cada sesión del taller y con los principios de diseño de Cobb y McClain (2004).



## ***Resultados de la secuencia de actividades de la primera sesión del taller***

### **Actividad 1. Los números en *tu'un savi* son una herencia ancestral**

La primera dinámica del taller fue justificar la intención de enseñar el sistema de numeración *tu'un savi*. La discusión entre la persona que aplicó el taller, de aquí en adelante solamente le llamaremos “maestra”, y los estudiantes giró en torno a que Cosoltepec tiene una forma propia de cuantificar la cual se realiza en lengua *tu'un savi*. Este sistema de numeración oral *tu'un savi* les pertenece porque ellos son cosoltepecanos y descendientes de *na savi*. Los estudiantes manifestaron que sí creían que se podía contar en *tu'un savi* hasta el cien o cantidades más grandes y querían aprender cómo se hacía.

#### ***Análisis de la actividad 1***

De acuerdo con los principios de diseño para la enseñanza de Cobb y McClain (2004) se logró que los estudiantes percibieran el sistema de numeración *tu'un savi* como un objetivo de aprendizaje fundado y real.

### **Actividad 2. Aplicación del cuestionario inicial**

El cuestionario inicial constó de dos partes. La primera estuvo relacionada a la situación socio-cultural de los participantes y la segunda a los conocimientos de los sistemas de numeración: decimal indo-arábigo y oral en español.

Los resultados de la primera parte del cuestionario inicial relacionada con la identidad cultural y lingüística reveló que los trece niños del estudio reconocen el *tu'un savi* como una lengua viva en Cosoltepec, además del español. Señalaron a sus abuelos, a sus padres, en ciertos casos, y a otras personas del pueblo como hablantes del *tu'un savi*. Comentaron que los adultos la utilizan cuando platican cuestiones importantes o hablan acerca de ellos; por eso les gustaría aprenderla para entender y comunicarse con los adultos.

Respecto a la cuantificación, la mayoría declaró no saber contar en *tu'un savi*, así como su desconocimiento de los números en esta lengua. Solamente hubo una niña que tenía la noción de tres números en *tu'un savi*; ella escribió: “un, umi, qumi”; que quiere decir *ui* (dos), *uni* (tres) y *kumi* (cuatro).

### ***Análisis de la primera parte de la actividad 2***

El interés de los niños por aprender la lengua *tu'un savi* se puede interpretar en dos sentidos. Por el lado funcional y comunicativo de la lengua le encuentran utilidad para establecer comunicación. Por el lado de la identidad cultural, reconocen que esta lengua es hablada por sus familiares y por la gente adulta del pueblo, y esto los caracteriza como cosoltepecanos y *na savi* (gente del pueblo de la lluvia).

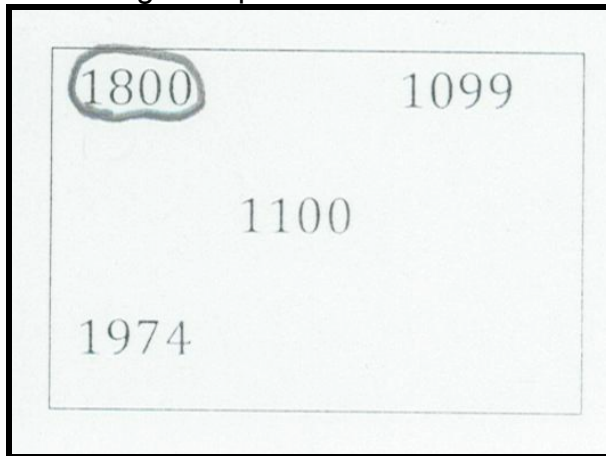
### ***Resultados de la segunda parte del cuestionario inicial: el sistema de numeración decimal indo-arábigo y el sistema de numeración oral en español***

Los resultados de segunda parte del cuestionario inicial relacionados con el sistema de numeración decimal indo-arábigo fueron los siguientes:

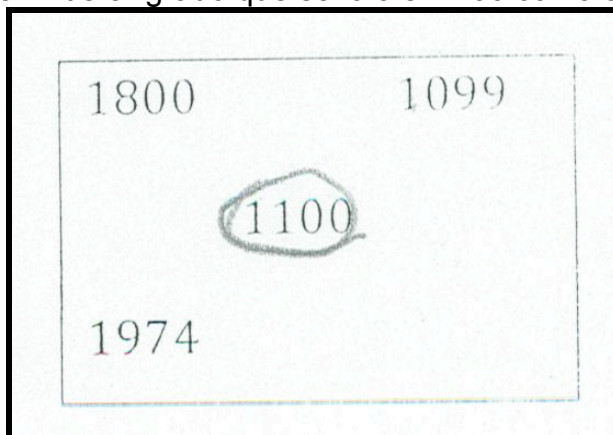
Ante la solicitud de identificar qué cifra era mayor en la agrupación de cifras de decenas, en la de centenas y en la de unidades de millar, los nueve estudiantes de 5º grado discriminaron correctamente qué cifra era mayor en el grupo de las decenas y en las centenas, pero cinco de ellos tuvieron dificultad en señalar la cifra mayor del grupo de cifras formadas con unidades de millar: 1800, 1099, 1100 y 1974. Dos estudiantes señalaron el 1800 como la cifra mayor; otros dos señalaron el 1100 y una eligió el 1099; como ejemplo se presenta la figura 1.

**Figura 1. Las ideas intuitivas sobre la discriminación de la cifra mayor en unidades de millar**

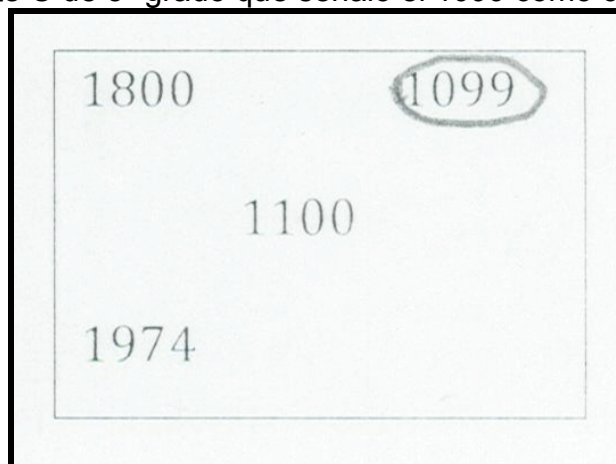
Estudiante A de 5º grado que señaló el 1800 como cifra mayor:



Estudiante B de 5ª grado que señaló el 1100 como cifra mayor:



Estudiante C de 5º grado que señaló el 1099 como cifra mayor:



En el caso de los estudiantes de 6° grado, todos supieron discriminar qué cifra era la mayor en los tres grupos de cifras mencionadas.

Hubo un segundo ejercicio de comparación de cifras en el cual se les pidió que resolvieran el siguiente problema:

En el pueblo *Nuu Kua'a* viven 5300 personas, en *Santa Rosa* viven 7089 personas, en *San Bartolo* viven 7100 personas y en *Santiago* viven 5245 personas. Ordena de mayor a menor el número de personas que vive en cada pueblo. Escríbelos en la tabla.

Todos los estudiantes de 5° y 6° grado respondieron adecuadamente el problema. También los que no pudieron discriminar la cifra mayor de las unidades de millar en el ejercicio anterior.

En el ejercicio para determinar el sucesor de una cantidad dada se solicitó que escribieran el nombre de la cifra. Por ejemplo, el nombre de la cifra sucesora de “mil noventa y nueve” es “mil cien”.

Ante esta solicitud, tanto los estudiantes de 5° como los de 6° grado tuvieron errores. Algunos escribieron que el nombre de la cifra sucesora de *mil noventa y nueve* era “Mil noventa y diez”; otros escribieron esto mismo pero mezclando nombres de cifras y números indo-arábigos “Mil noventa y 10” (ver figura 2). Otros escribieron que la cifra sucesora era “mil noventa y cien” o “mil doscientos” o “dos mil”.

**Figura 2. Escritura de nombres de cifras sucesoras**

Ciento noventa y tres mil sesenta y dos	Ciento noventa y tres mil sesenta y tres
Mil noventa y nueve	Mil noventa y 10
Quinientos	Quinientos y seiscientos

Otro ejercicio consistió en determinar el antecesor de una cantidad dada y se solicitó escribirlo con números indo-arábigos. La mayoría de los estudiantes de 5° grado lo hicieron bien, pero dos señalaron el antecesor de 500 como 501 y otra dijo que era 400. A su vez, los estudiantes de 6° solamente uno se equivocó y señaló que el antecesor de 1099 era 100 y el antecesor de 500 era 400.

Se planteó un problema que tenía un contexto de dinero en el cual se solicitaba descomponer una cantidad. Se solicitó dibujar las denominaciones de dinero con las que deberían pagar la cantidad \$2,785.

Así, algunos estudiantes de 5° grado antes de dibujar “el dinero” fueron sumando cantidades para completar la cantidad solicitada; es decir fueron sumando centenas de 500, 200 ó 100, luego decenas de 50, 20 ó 10 y unidades de 5 hasta llegar a la cantidad solicitada. Después dibujaron “el dinero” con el que tenían que pagar (ver figura 3).

**Figura 3. Descomposición de una cantidad por un estudiante de 5° grado**

Por último, compraron una estufa y pagaron ~~\$2,785~~ pesos. Dibuja el dinero con el que crees que pagaron, puedes utilizar billetes de \$500, \$200, \$100, \$50 y monedas de \$10, \$5 y \$1. Después escribe la cantidad con número y el nombre de la cantidad.

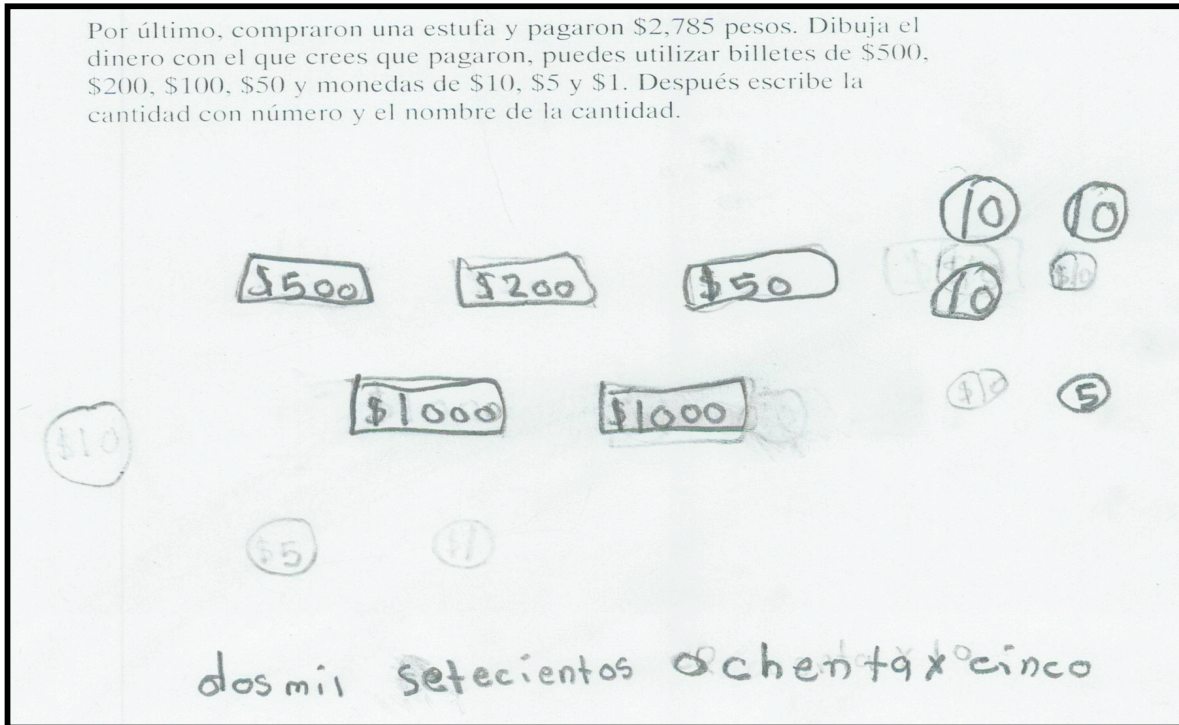
Descomposición de decenas

Dos mil seiscientos ochenta y cinco

La mayoría de los estudiantes de 6° grado encontraron la solución descomponiendo la cantidad solicitada realizando cálculos mentales. Descompusieron la cantidad primero en centenas, luego en decenas y por último en unidades. Otros descompusieron la cantidad en unidades de millar (“billetitos” de 1000), luego en centenas (“billetitos” de 500, 200, 100), después en decenas

("billetitos o monedas" de 50, 10) y finalmente en unidades "monedas" de 5 y 1, (ver figura 4).

**Figura 4. Descomposición de una cantidad por un estudiante de 6° grado**



Los estudiantes de 6° grado, una vez más, mostraron tener un manejo de cifras conformadas por unidades de millar.

Los ejercicios de la segunda parte, del cuestionario inicial, consistieron en pasar de la escritura de los nombres de los números a la escritura de cifras con números indo-arábicos y por otro lado de la lectura de cifras con números indo-arábicos a la escritura de sus nombres.

En el primer ejercicio estaba escrito el nombre del número en español "tres mil sesenta y dos giotillas" y ellos tenían que escribir con números indo-arábicos "3062 giotillas". Ante esta solicitud cinco estudiantes de 5° grado escribieron "362", otro escribió "3602", otro "3702" y sólo dos estudiantes escribieron "3062". En el caso de los estudiantes de 6° grado hubo un estudiante que no contestó bien: escribió "362 giotillas".

El siguiente ejercicio consistió en leer ciertas cifras representadas con los números indo-arábigos y se solicitó escribir el nombre en español de las cifras dadas. Por ejemplo estaba escrito con números “234 402” y ellos tenían que escribir el nombre de esa cifra en español: “doscientos treinta y cuatro mil cuatrocientos dos”. Ante esta solicitud, encontramos que los estudiantes de 5º grado escribieron el nombre en español de esa cifra de diversas formas: “dosinetos treinta y cuatro mil” o “do trencuatro mil dosintos dos” o “dosientos treinta y cuatro mil dos” o “dosientos treintaicuatro y cuatro mil dos”.

En estas escrituras se puede apreciar que escribieron correctamente el nombre de la cifra en español que correspondió a las centenas de millar, pero hubo quien ya no continuó con la escritura y otros se equivocaron en la lectura del número y por lo tanto escribieron mal el nombre de la cifra en español. Este ejercicio fue resuelto correctamente por todos los estudiantes de 6º grado.

### ***Análisis de los resultados sobre los sistemas de numeración: decimal indo-arábigo y oral en español***

Algunos estudiantes tuvieron dificultad para discernir el valor de cantidades cuando éstas se presentaron fuera de un contexto de cuantificación; es decir cuando no encontraron explícitamente una relación entre cantidades en un problema. La relación entre cantidades planteadas a través de un problema les ayudó a establecer y a diferenciar el valor de las cantidades pudiendo dar cuenta de qué cifra fue mayor que otra.

En los ejercicios de sucesores y antecesores se puede observar que los estudiantes tuvieron más errores para determinar el sucesor de una cantidad cuando tenían que escribir los nombres de los números en español. Sin embargo, cuando se les pidió escribir con números indo-arábigos el número antecesor de una cierta cantidad los errores fueron mínimos.

La poca ejercitación de los estudiantes en la escritura de los nombres de las cifras en español se notó en la mezcla que hicieron al escribir los nombres de los números con los números indo-arábigos. Además pareciera ser que esa

poca ejercitación en la escritura de los nombres de los números en español se convirtió en una dificultad para determinar el sucesor de un número.

Con lo anterior podemos decir que la escritura de los números con base en el sistema decimal indo-arábigo ayudó a los estudiantes a determinar el antecesor sin mayores dificultades porque es una escritura de las cifras que van dominando. Cabe señalar la dificultad de los estudiantes con el manejo del cero como un número que indica la ausencia de cantidad y su valor dentro del sistema de numeración decimal indo-arábigo muestra el valor posicional.

Los estudiantes llevaron a cabo diversas técnicas para descomponer una cantidad. Algunos utilizaron el algoritmo de la adición, otros realizaron cálculos mentales de adición sin tener que plantearse el algoritmo con lápiz y papel. Los que utilizaron el algoritmo de suma dan cuenta de la forma en la que han razonado algunos principios del sistema de numeración decimal indo-arábigo específicamente en cuanto al valor posicional. Como el caso de la figura 3 que no llega a la solución correcta por colocar el número 50 en el lugar de las centenas en el algoritmo de suma.

A algunos estudiantes todavía les falta manejar el valor posicional del cero como la representación de la ausencia de cantidad en la posición de las centenas para llegar a formar la cantidad en unidades de millar que se estaba solicitando. Sin embargo, otros estudiantes tuvieron acercamientos importantes a la escritura correcta de las cifras conforme a los principios del sistema de numeración decimal indo-arábigo; por ejemplo alguien escribió 3602 en lugar de 3062 y otro escribió 3702 podemos interpretar que no leyó bien la cifra porque en cuanto a la posición de los números sí los escribió correctamente.

Con los resultados arrojados por parte de los estudiantes de 5º grado se confirmó que ellos no estaban familiarizados con la escritura de los nombres de los números en español, pues no pudieron escribir completo el nombre de la cifra.



#### ***4.3.2. Aplicación y análisis de los resultados de la segunda sesión del taller***

Esta sesión se llevó a cabo aproximadamente en tres horas: una en el primer día y dos en el segundo día.

#### ***Resultados de la secuencia de actividades de la segunda sesión del taller***

##### **Actividad 1. Los números naturales del *ín* (uno) al *uxi* (diez) en *tu'un savi***

Se enseñó a los estudiantes a cuantificar en *tu'un savi* del *ín* (uno) hasta *uxi* (diez). Primero, la maestra del taller cuantificó a *uxi* (diez) niños del grupo. Cuando ellos escucharon por primera vez *uxi* (diez) les causó risa; esto les sirvió para que ya no olvidaran como se decía diez (*uxi*) en *tu'un savi*.

Después se hizo un círculo con los 13 niños y cada uno se contaba como parte del círculo pronunciando el número en *tu'un savi* que le tocaba. Contarse uno a uno sirvió para que asociaran la expresión numérica en *tu'un savi* con ellos mismos y así no olvidaran esos números. Un niño asoció el número *iñu* (seis) con él mismo cuando le tocó “ser el número *iñu* (seis)” y ya no lo olvidó. Así, él ayudaba a sus compañeros a recordar que número seguía después del *u'un* (cinco) porque casi todos podían contar secuencialmente del *ín* (uno) hasta *u'un* (cinco) pero se les dificultaba recordar del *iñu* al *in* (seis al nueve).

Otra variación de esta dinámica fue que cada uno contará oralmente en voz alta, hasta diez de sus compañeros. Si alguien olvidaba la secuencia numérica los demás le ayudaban a recordar diciéndole el número que seguía.

#### ***Análisis de los resultados de la actividad 1***

Las dinámicas de esta actividad tuvieron el objetivo de que los estudiantes conocieran de manera oral los números naturales del uno al diez en *tu'un savi* y los utilizaran para cuantificar. Se logró que los niños conocieran los números *tu'un savi* en un contexto de cuantificación. De acuerdo con los principios de

diseño para la enseñanza de Cobb y McClain (2004), esta actividad fue un recurso de aprendizaje para que los estudiantes no olvidaran los diez primeros números de ese sistema numérico. Los niños establecieron una asociación entre la secuencia numérica en español con las expresiones numéricas en *tu'un savi*, entonces el recurso de aprendizaje fue asociar la secuencia de conteo en español con la secuencia numérica en *tu'un savi*.

## **Actividad 2. La escritura y lectura en *tu'un savi* de los nombres de los números del *ín* (uno) al *uxi* (diez)**

Se les proporcionó el “Ejercicio ín” y el “Ejercicio ui” en papel, los cuales fueron ejercicios de cuantificación y escritura del nombre del número cardinal en *tu'un savi* de conjuntos desde uno hasta diez elementos (ver anexo 2 y 3). Con estos ejercicios los estudiantes tuvieron su primer acercamiento a la escritura en *tu'un savi*, del uno al diez: *ín, ui, uni, kumi, u'un, iñu, usa, una, ín, uxi*.

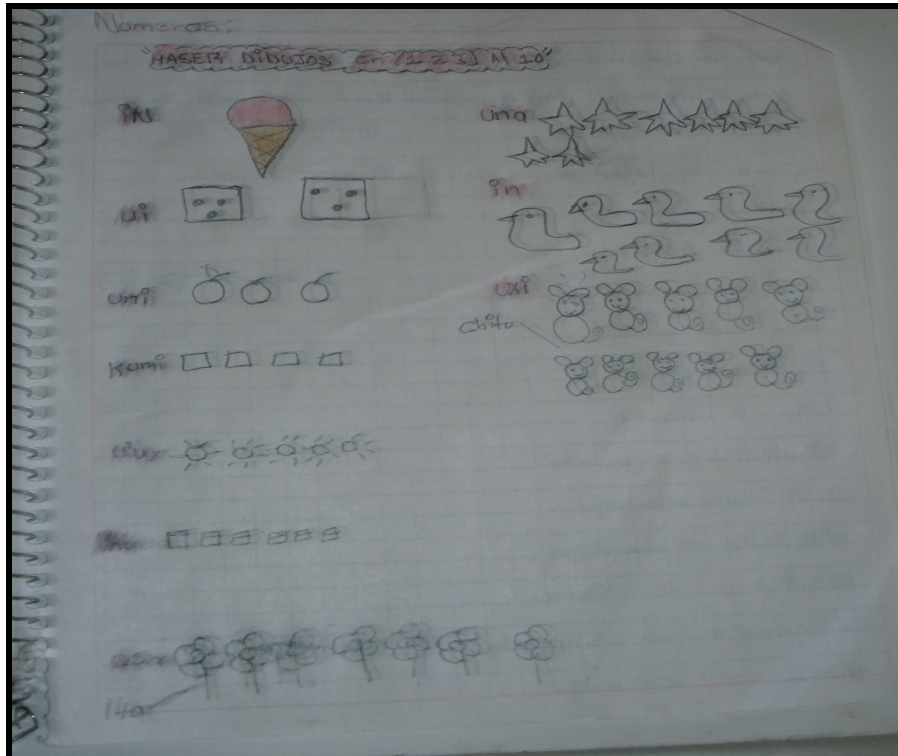
Se les señaló que el uno y el nueve tienen una pronunciación similar en *tu'un savi*, entonces para diferenciarlos en la escritura el *ín* (uno) lo escribiríamos con un tilde ( ´ ) sobre la “i” y en el *ín* (nueve) subrayaríamos la “ i ”. Otra especificación en la escritura que se hizo fue en el número *u'un* (cinco). Esta palabra se pronuncia haciendo un corte después de la primera vocal, seguidamente se articula la segunda vocal. El corte de la palabra se marca, nuevamente, con un tilde ( ´ ), entonces se escribiría: *u'un* (cinco). También se aclaró que en *tu'un savi* se escribe *kumi* (cuatro) solamente con el grafema “k” y no se usa en ningún caso los grafemas “q” o “c”. De la misma manera, al escribir *uxi* (diez) se utiliza el grafema “x” y no “sh”. Un estudiante preguntó si *ui* (dos) se escribía con “y” (uy), pero se le explicó que se escribe con “i”.

La mayoría de las reglas de escritura del *tu'un savi* que se les explicó están basadas en lo estipulado en *Bases para la escritura de tu'un savi* (2005) editado por *Ve'e tu'un savi A.C.* “Academia de la lengua mixteca”.

Otro ejercicio fue dibujar en su cuaderno conjuntos desde *ín* (uno) hasta *uxi* (diez) animales y escribir en *tu'un savi* el nombre del número cardinal del conjunto seguido del nombre del animal dibujado. Los niños investigaron el

nombre en *tu'un savi* de los animales que dibujaron, algunos no sólo plasmaron animales sino otros dibujos como figuras geométricas, frutas u objetos (ver figura 5).

Figura 5. Los nombres de los números cardinales en *tu'un savi*



Para ejercitar una vez más el conteo y la escritura de los nombres de los números en la lengua meta, todos juntos cuantificaron con voz alta uno a uno los elementos de cada conjunto de animales que previamente dibujaron en el pizarrón seguido del nombre en *tu'un savi* del número cardinal de cada conjunto y el nombre del animal dibujado.

### **Análisis de los resultados de la actividad 2**

Los ejercicios de esta actividad tuvieron como objetivo de aprendizaje que los estudiantes aprendieran a escribir y leer el nombre de las expresiones numéricas en *tu'un savi*. Los estudiantes acataron rápidamente las reglas para escribir en *tu'un savi* porque ya sabían leer y escribir en español. Esta afirmación se basa en la teoría de *Dominio o competencia subyacente común* de Cummins (2000).

El dominio o competencia subyacente común es una transferencia de conocimientos de una lengua a otra. Cummins (2000) explica que este fenómeno ocurre comúnmente con la competencia de la lecto-escritura, así un sujeto con conocimientos de lectura y escritura en su primera lengua transfiere ese conocimiento o competencia a una segunda lengua.

### Actividad 3. Los nombres de los números en *tu'un savi* y los números indo-arábigos

Se les proporcionó un “memorama” el cual contenía tarjetas con el nombre de los números en *tu'un savi* del *ín* al *uxi* (uno al diez) y tarjetas con los números indo-arábigos del 1 al 10. Se les pidió a los niños que en equipos fueran encontrando las parejas con las tarjetas respectivas: *ín-1*, *ui-2*, etc. Este juego les gustó mucho a los niños, trabajaron en equipos y consiguieron asociar los nombres de los números en *tu'un savi* con los números indo-arábigos, ver figura 6.

Figura 6. Las expresiones numéricas *tu'un savi* y su representación con los números indo-arábigos



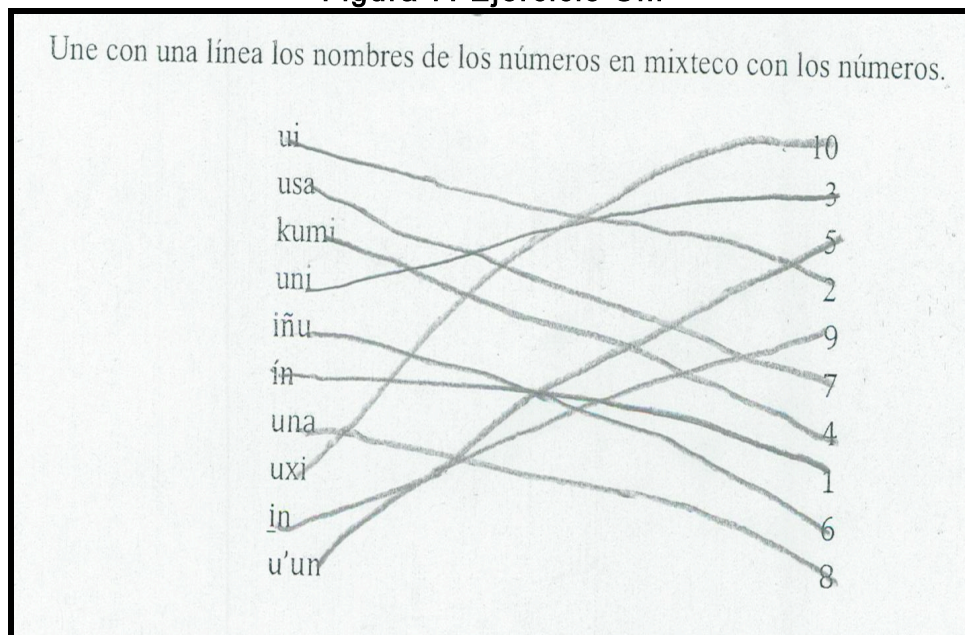
Después se agregaron otras tarjetas con los nombres de los números en español y se les pidió que formarían tríos, con las anteriores y con las nuevas tarjetas: *ín-1-uno*, *ui-2-dos*, etc. Con esta variación del “memorama” tuvieron la

oportunidad de ejercitar la asociación de los nombres de los números en *tu'un savi* y en español con los números indo-arábigos

Para verificar que los estudiantes habían aprendido a contar oralmente del *ín* al *uxi* (uno al diez) jugaron “pin-pon”. Este juego consistió en formar un círculo, con los niños, e ir pasando aleatoriamente una madeja de estambre; el participante que poseyera la madeja decía en *tu'un savi* el número de la cadena numérica del *ín* al *uxi*. Todos podían seguir fácilmente la secuencia del *ín* al *u'un* (uno al cinco) y el *uxi* (diez) no lo olvidaron desde que lo escucharon por primera vez pero a algunos niños todavía se les dificultaba recordar los números del *iñu* al *ín* (seis al nueve).

También se les proporcionó en papel impreso el “Ejercicio *Uni*” para saber sí los estudiantes podían asociar los nombres de los números en *tu'un savi* con los números indo-arábigos. En este ejercicio unieron con una línea cada nombre de los números en *tu'un savi* con su correspondiente número indo-arábigo (ver figura 7). La mayoría pudo contestar correctamente el ejercicio, sólo hubo un niño que se equivocó en cuatro números.

**Figura 7. Ejercicio Uni**



### ***Análisis de la actividad 3***

La mayoría de los niños podían asociar las primeras diez expresiones numéricas en *tu'un savi* con su respectiva representación indo-arábiga. Este avance en el aprendizaje de los estudiantes fue la base para continuar la enseñanza de la construcción de la cadena numérica en *tu'un savi*. Sin embargo, faltaba que los estudiantes transitaran con mayor flexibilidad entre los nombres de los números en *tu'un savi* y su representación con números indo-arábigos.

#### ***4.3.3. Aplicación y análisis de los resultados de la tercera sesión del taller***

##### ***Resultados de la secuencia de actividades de la tercera sesión del taller***

La tercera sesión del taller se realizó fuera de la escuela porque esos días no hubo clases ordinarias. Hubo trece participantes, siete niños de 5° grado, cuatro de 6° grado y dos personas adultas de la comunidad.

#### **Actividad 1. Los números antecesores y sucesores en *tu'un savi***

Primero, se promovió que los estudiantes transitaran con flexibilidad en la cadena numérica del *ín* al *uxí* (uno al diez): deberían contar oral y secuencialmente hacia delante, hacia atrás y de dos en dos. Para lograr esto, se hizo la dinámica de “la telaraña”. Ésta consistió en hacer un círculo con los niños; el primer participante sostuvo la punta de una madeja de estambre y sin soltarla la pasó a otro participante diciendo un número en *tu'un savi*; el que recibió la madeja contestó con el número correspondiente. Ver figura 8.

Figura 8. La teleraña con los nombres de los números en tu'un savi



Así, se fue formando una teleraña de estambre y los participantes iban contando oralmente en *tu'un savi* hacia delante: *ín* (uno) al *uxi* (diez), hacia atrás: del *uxi* (diez) al *ín* (uno), de dos en dos hacia delante: *ui, kumi...* (dos, cuatro, etc.) y de dos en dos hacia atrás: *uxi, una...* (diez, ocho, etc).

Después resolvieron el “Ejercicio *Kumi*” en el cual escribieron en *tu'un savi* el nombre del número sucesor y antecesor de números dados (ver figura 9). Todos los estudiantes lo realizaron correctamente pero para poder contestarlo algunos tenían que ir repitiendo la serie numérica desde el *ín* (uno) hasta llegar al número solicitado.

**Figura 9. Ejercicio Kumi**

**Ejercicio Kumi**

a) Escribe en mixteco el número sucesor de los números que están en la tabla.

Nombre del número en mixteco	Número sucesor
ui	uni
u'un	iñu
ín	ui
usa	una
uni	kumi
iñu	usa
kumi	u'un
in	uxi
una	in

b) Escribe en mixteco el número antecesor de los números que están en la tabla.

Número antecesor	Nombre del número en mixteco
in	ui
kumi	u'un
in	uxi
iñu	usa
ui	uni
u'un	iñu
uni	kumi
una	in
usa	una

**Análisis de la actividad 1**

El objetivo de aprendizaje de esta actividad fue que los estudiantes transitaran con flexibilidad en la cadena numérica *tu'un savi* del *ín* al *uxi* (uno al diez), contando oral y secuencialmente hacia delante, hacia atrás y de dos en dos. Los estudiantes lograron cuantificar oralmente de manera progresiva, regresiva y de dos en dos sin embargo, en el ejercicio escrito "*Kumi*" al tener que repetir la cadena numérica hasta llegar al número solicitado se percibió la falta de flexibilidad para determinar el número sucesor y antecesor de un número en *tu'un savi*. Esto, por un lado, daba cuenta que los estudiantes seguían reafirmando la secuencia numérica oral *tu'un savi* que ya habían aprendido.

Por otro lado no tenían que recurrir a la secuencia numérica en español para relacionarlas con las expresiones numéricas en *tu'un savi*. Esto porque el sujeto que está aprendiendo una segunda lengua muchas veces se apoya en su primera lengua para establecer relaciones de significado entre ambas lenguas.



**Actividad 2. Los números naturales del *uxi ín* (diez uno) al *oko uxi kumi* (veinte diez cuatro)**

Se les proporcionó el “Ejercicio *U'un*” en el cual se escribieron los números indo-arábigos del 10 al 34 y se les pedía hacer sus propias hipótesis de cuál era el nombre en *tu'un savi* de esos números.

El ejercicio se dividió en cuatro partes: se pidió que dijeran cómo se decía en *tu'un savi* del 10 al 14, del 15 al 19, del 20 al 29 y del 30 al 34. En la primera parte del 10 al 14 (ver figura 10), todos contestaron correctamente.

**Figura 10. Las hipótesis de los nombres en *tu'un savi* del 10 al 14**

1. ¿Cómo se dice en mixteco del 10 al 14? Fíjate en los ejemplos.

Número	Nombre del número en mixteco
10	Uxi
11	Uxi ín
12	UXI' UI
13	UXI' UNÍ
14	UXI KUMÍ

En la parte del 15 al 19, hubo de tres niños, dos de quinto y uno de sexto, que sí pudieron ver el *sa'un* (quince) como una agrupación a la que le fueron agregando las unidades ín (uno), ui (dos), uni (tres), kumi (cuatro). Entonces, escribieron: *sa'un ín* (quince uno), *sa'un ui* (quince dos), *sa'un uni* (quince tres), *sa'un kumi* (quince cuatro) para nombrar en *tu'un savi* del 15 al 19 (ver figura 11).

Figura 11. Las hipótesis acertadas de los nombres en tu'un savi del 15 al 19

2. ¿Cómo se dice en mixteco del 15 al 19?

Número	Nombre del número en mixteco
15	Sa'un
16	Sa'un in
17	Sa un u
18	Sa un uni
19	Sa un kumi

Sin embargo, la mayoría de los niños compuso el nombre de estos números. Primero, escribieron *sa'un* (quince) después colocaron el nombre del número indo-arábigo en *tu'un savi* que estaban observando.

Escribieron que el nombre de 16 era *sa'un iñu* (quince seis) y así siguieron formando el 17: *sa'un usa* (quince siete), el dieciocho: *sa'un una* (quince ocho) y el diecinueve: *sa'un in* (quince nueve), ver figura 12.

Figura 12. Las ideas intuitivas de los nombres en tu'un savi del 15 al 19

2. ¿Cómo se dice en mixteco del 15 al 19?

Número	Nombre del número en mixteco
15	Sa'un
16	Sa'un iñü
17	Sa'un USA
18	Sa'un una
19	Sa'un in

Después se pidió que hicieran sus hipótesis de cuál era el nombre en *tu'un savi* del 20 al 29 (ver figura 13) y la mayoría lo hizo correctamente.

Figura 13. Las hipótesis de los nombres en tu'un savi del 20 al 29

3. ¿Cómo se dice en mixteco del 20 al 29?

Número	Nombre del número en mixteco
20	Oko
21	Oko ín
22	oko ui,
23	oko uni,
24	oko kumi
25	oko u'un
26	oko iñu
27	oko USA
28	oko una
29	oko in

En la formación de los números en *tu'un savi* del 20 al 29 podemos decir por un lado, que los estudiantes siguieron la sistematicidad de los nombres de los números en *tu'un savi*; es decir observaron los nombres de los números que se pusieron como ejemplo y siguieron completando los nombres faltantes. Así es como se nombran los números en *tu'un savi* del 20 al 29: *oko* (20), *oko ín* (21), *oko ui* (22), *oko uni* (23), *oko kumi* (24), *oko u'un* (25), *oko iñu* (26), *oko usa* (27), *oko una* (28), *oko ín* (29).

Por otro lado, también se puede decir que se guiaron visualmente escribiendo *oko* (veinte) seguido de *ín* que correspondía al número "1" del "21", así sucesivamente, escribieron el nombre en *tu'un savi* de las unidades de las cifras escritas con los números indo-arábigos.

Por último, se pidió dijeran cuál era el nombre en *tu'un savi* del 30 al 34. Cuatro niños no contestaron esta parte del ejercicio, tres niños utilizaron *oko* (veinte), omitieron la agrupación *uxi* (diez) y escribieron en *tu'un savi* el nombre del número indo-arábigos observado. Entonces, para 31 escribieron *oko ín* (veinte-uno), para el número 32 escribieron *oko ui* (veinte-dos) así sucesivamente (ver figura 14).

**Figura 14. Las ideas intuitivas de los nombres en *tu'un savi* del 30 al 34**

4. Por ultimo, ¿cómo se dice en mixteco del 30 al 34?

Número	Nombre del número en mixteco
30	Oko uxi
31	Oko ín
32	Oko Ui
33	Oko Uni
34	Oko Kumi

Los demás pudieron nombrar adecuadamente en *tu'un savi* del 30 al 34; es decir nombraron 31, 32, 33, 34 con *oko* (veinte) seguido de *uxi* (diez) y luego las unidades respectivas: *ín, ui, uni, kumi* (ver figura 15).

**Figura 15. Las hipótesis adecuadas de los nombres en tu'un savi del 30 al 34**

4. Por ultimo, ¿cómo se dice en mixteco del 30 al 34?

Número	Nombre del número en mixteco
30	Oko uxi
31	OKO UXI U
32	OKO UXI UI
33	OKO UXI UNI
34	OKO UXI KUMI

Las particiones de la cadena numérica presentadas en este ejercicio: del 10 al 14, del 15 al 19, del 20 al 29, del 30 al 34 se pensaron para introducir la enseñanza de las agrupaciones del *tu'un savi*: *uxi* (diez), *sa'un* (quince) y *oko* (veinte). Como ya fue mencionado, estas agrupaciones son “el corazón o las grandes ideas” que deberían ser comprendidas por los estudiantes porque con éstas se van formando cantidades mayores. Para nombrar estas nuevas cantidades se van yuxtaponiendo los nombres de las agrupaciones con el nombre de las unidades, según sea el caso.

**Análisis de la actividad 2**

De acuerdo con los principios de diseño de la enseñanza de Cobb y McClain (2004), esta producción sobre el aprendizaje de los estudiantes constituyó un recurso para explorar cómo los estudiantes estaban entendiendo la construcción del sistema de numeración oral *tu'un savi*.

De esta manera, la producción de los estudiantes en cuanto a las hipótesis que hicieron los estudiantes al nombrar los números en *tu'un savi* del *uxi ín* (diez uno) al *oko uxi kumi* (veinte diez cuatro) mostró que había una

relación muy estrecha entre su conceptualización de las primeras diez expresiones numéricas *tu'un savi* y la representación de éstas con los números indo-arábigos. Esto se puede ver cuando escribieron que el nombre en *tu'un savi* de 16 era *sa'un iñu* (quince seis), luego para nombrar el 17 escribieron *sa'un usa* (quince siete) así sucesivamente.

También de acuerdo con los resultados presentados se puede decir que hubo dos clases de respuestas:

a) Los estudiantes que infirieron las operaciones aritméticas implícitas en los nombres de los números: cuando expresaron que *oko uxi ín* era 31; es decir pudieron inferir la operación  $20+10+1$  etc.

b) Los estudiantes que no lograron inferir las operaciones aritméticas en los nombres de los números porque establecieron una relación entre el número indo-arábigos y su respectivo nombre en *tu'un savi*. Es decir, cuando expresaron que 31 era *oko ín* (veinte uno), primero escribieron *oko* y luego *ín* (uno) que correspondía al número "1" de "31". Así, hicieron esta relación antes de inferir la operación aritmética implícita en las expresiones numéricas *tu'un savi*.

### Actividad 3. Las agrupaciones del *tu'un savi*: *uxi*, *sa'un* y *oko*

Se inició la enseñanza de las agrupaciones presentando un letrero grande con la secuencia numérica del *ín* al *in* (1 al 9) y las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*: *uxi* (10), *sa'un* (15), *oko* (20); todos con su respectiva representación en números indo-arábigos (fig. 16). Este letrero sirvió para tener presente los nombres de los primeros números trabajados, así como los nombres de las agrupaciones del sistema de numeración mixteco.

Figura 16. Letrero del *ín* al *in* y las agrupaciones *tu'un savi*

Ín	Ui	Uni	Kumi	U'un	Iñu	Usa	Una	In
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Uxi	Sa'un	Oko Diko
10	15	20

Posteriormente, se les entregó un material de figuras hechas con madera. Antes de utilizarlas se negoció su significado explicándoles que sus ancestros, los antiguos *na savi*, habían pensado en un sistema de cuantificación basándose en los dedos de las manos y de los pies de las personas. Primero, contaron los dedos de ambas manos y formaron la primera agrupación de “*uxi* dedos” (diez dedos); siguieron contando los dedos del primer pie y formaron la segunda agrupación de “*sa’un* dedos” (quince dedos); después cuando contaron los otros cinco dedos del segundo pie formaron otra agrupación de “*oko* dedos” (veinte dedos).

Estas agrupaciones del sistema de numeración oral *tu’un savi* las íbamos a representar con las figuras de madera: una representaba *uxi* (diez), otra *sa’un* (quince), otra *oko* (veinte). También se les entregó fichas las cuales cada una representaba una unidad, ver figura 17.

Figura 17. Las figuras de madera para representar *uxi*, *sa’un*, *oko*



Se formaron equipos y se les pidió que representaran con este material cantidades del 11 al 34, ver figura 18.

**Figura 18. Material concreto para representar los numeros tu'un savi**



Cada equipo mostró, a los demás, cómo había representado la cantidad solicitada. Cuando se les pidió que representarían la cantidad 25 un equipo colocó dos figuras: *sa'un* (15) y *uxi* (10); es decir, formaron y sumaron *sa'un* (quince) más *uxi* (diez). Otro equipo representó es misma cantidad colocando una figura *oko* (veinte) y *u'un* (cinco) fichas; es decir sumaron *oko* (veinte) más *u'un* (cinco) unidades (ver figura 19).

**Figura 19. Estudiantes formando oko u'un (25)**





Se comentó que estas maneras de representar la cantidad solicitada estaban correctas, sin embargo, hubo un equipo que no había logrado asociar su representación con la forma en la que cuantificaban y agrupaban los *na savi*. Ante esta observación estos niños manifestaron que era muy difícil pensar como *na savi*.

La representación de un equipo para la cantidad 25 fue sumar *oko* (veinte) más *u'un* (cinco). Esta forma estuvo de acuerdo con sistema de numeración *tu'un savi*. Sin embargo, el equipo que utilizó *sa'un* y *uxi* (quince y diez) también estaba usando las agrupaciones *tu'un savi*, pero, no conforme a ese sistema numérico. En general, se notó que no se había comprendido cómo utilizar *uxi*, *sa'un* y *oko* (diez, quince y veinte) para formar las cantidades solicitadas según el sistema de numeración oral vigesimal *tu'un savi*.

### ***Análisis de la actividad 3***

El objetivo de aprendizaje de esta actividad fue que los estudiantes reflexionaran cuáles son las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*: *uxi*, *sa'un*, y *oko* (diez, quince y veinte).

El letrero de las primeras expresiones numéricas y las agrupaciones *tu'un savi* que se colocó en el pizarrón no sirvió como recurso de aprendizaje para apoyar la comprensión de las agrupaciones porque los niños no recurrieron a él para recordarlas.

Aunque se había anticipado la posible dificultad de que los estudiantes observaran la expresión numérica *sa'un* (quince) como una agrupación y se había decidido trabajar con las figuras de madera como el recurso que facilitara el aprendizaje de ésta y las otras agrupaciones, esta actividad no tuvo éxito del todo porque los estudiantes habían logrado asociar las figuras con las agrupaciones *tu'un savi* pero no habían asociado las figuras con la estructura del sistema de numeración *tu'un savi*.

Al no alcanzar el objetivo de aprendizaje sobre la comprensión de las agrupaciones se replantearon las actividades posteriores para conseguir el objetivo.

#### 4.3.4 Aplicación y análisis de los resultados de la cuarta sesión del taller

Ante la dificultad con la que se quedaron los niños la sesión anterior, se replantearon las actividades para alcanzar el objetivo de aprendizaje sobre la comprensión de las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*.

#### **Actividad 1. Las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi* son unidades compuestas**

Se retó a los estudiantes esclarecer si *uxi ín* (diez uno) era lo mismo que *ín uxi* (uno diez) y si no, explicar por qué. A continuación se presentan algunos extractos de los diálogos que muestran cómo los niños fueron dilucidando las agrupaciones del sistema.

Primero, descubrieron si *uxi ín* (diez uno) era o no lo mismo que *ín uxi* (uno diez):

Se formó un círculo y pasaron al frente un niño y dos niñas.

Maestra: –Cada uno de ustedes muestren *uxi* dedos (diez dedos);

–ahora junten esos dedos (cada niño entrelazó sus diez dedos).

–Entonces, aquí hay *uxi* dedos (diez dedos) (señalando los dedos entrelazados del niño). –Aquí también hay *uxi* dedos (señalando los dedos entrelazados de una niña) –y aquí también hay *uxi* dedos (señalando los dedos entrelazados de la otra niña).

Volviendo a señalar los dedos entrelazados del niño, la maestra dijo

–Pero, aquí hay un *uxi*, un conjunto de dedos *uxi*, ¿lo pueden ver?.

Aquí hay un solo conjunto de dedos *uxi*.

Señalando, ahora, los dedos entrelazados de la niña, la maestra dijo

–Aquí hay *ín* conjunto de dedos *uxi* .

Señalando los dedos entrelazados de la segunda niña, dijo: –Y, aquí hay *ín* conjunto de dedos *uxi*. Entonces ¿cuántos conjuntos *uxi* de dedos hay entre los tres niños?

Una niña contestó: –Tres

Maestra: –¿Y en *tu'un savi*?

La niña: –*Uni*

Señalando el primer conjunto de dedos la maestra dijo: –En *tu'un savi*, cuenten. Aquí hay...

Después de una breve pausa todos los niños empezaron a contar con voz alta: –*Ín, ui, uni* (uno, dos, tres)

Un niño: –Hay *uni uxi* (tres) (diez)

Maestra: –Entonces, ¿cuántos conjuntos de *uxi* (diez) hay?

Todos los niños: –*Uni* (tres)

Maestra: –Ajá

Se les pidió a las dos niñas que se sentaran y sólo quedó de pie el niño.

Maestra: –Muéstranos diez dedos sueltos (el niño extendió los dedos de sus manos)

Maestra: –Ahora, muéstranos *ín* conjunto *uxi* de dedos (el niño entrelazó los dedos de sus manos)

Maestra: –Ajá, ahora ya tenemos aquí un conjunto de dedos *uxi*. Ahora contéstenme, es lo mismo decir *uxi ín* que *ín uxi*.

El niño que estaba al frente: -No

Otros niños: –No

Maestra: –¿No?, ¿porque no?

El niño que estaba al frente: –Porque *ín uxi* sería como un conjunto de *uxi* (diez)

Yo: –Exacto, ¿y entonces *uxi ín*?

El niño que estaba al frente: -Sería como uno...

Maestra: –Ajá, entonces vamos a formar *uxi ín* (diez) (uno).

Señalando los dedos entrelazados del niño, la maestra dijo:

–Fíjense, aquí tenemos *ín uxi*, un conjunto de dedos *uxi*, ahora le vamos a sumar un “dedito” del pie.

El niño llevaba puestos sus huaraches y esto sirvió para ir contando cada uno de los dedos de sus pies. Señalando los dedos entrelazados de las manos y un dedo del pie, la maestra dijo:

–Entonces vamos a decir *ín uxi ín*, ¿*ín* qué era?

Un niño: –Once

Los demás niños: –Uno

Señalando, nuevamente, los dedos entrelazados de las manos del niño la maestra dijo: –Entonces, aquí tenemos *uxi* que es este conjunto.

Señalando un dedo del pie del niño dijo: –y luego *ín*.

Señalando dos dedos del pie la maestra dijo: –Luego vamos a contar dos “deditos” y tenemos *uxi ui* (diez dos).

Se iba señalando el conjunto de dedos de las manos *uxi* (diez) y cada dedo de un pie y los niños iban contando con voz alta: –*uxi uni, uxi kumi*.

### **Comentario:**

Los estudiantes observaron a *uxi* como un conjunto al cual le sumaron unidades. Es decir, sí al conjunto *uxi* se le agregaba otro elemento entonces se obtenía *uxi ín*: once elementos. También se dieron cuenta que un solo conjunto *uxi* está compuesto por diez elementos. Por lo tanto, dilucidaron y llegaron a la conclusión que no significaba lo mismo decir *ín uxi* (uno diez) que *uxi ín* (diez

uno). Los estudiantes se acercaron al significado de la unidad compuesta; es decir vieron a *ín uxi* como diez elementos y como un solo conjunto.

Para trabajar la segunda agrupación *tu'un savi: sa'un* (quince), se continuó relacionando esta agrupación con los dedos de manos y pies. Los estudiantes lo trabajaron de la siguiente manera:

Maestra: –Luego vamos a juntar este conjunto de dedos (señalando los dedos entrelazados de las manos) con los dedos de este primer pie.

Todos los niños: –*Sa'un* (quince)

Maestra: –Decimos *sa'un*. Aquí tenemos quince dedos. Tenemos un conjunto de *uxi* más cinco; entonces, vamos a formar otro conjunto, sería el segundo conjunto y a ese le vamos a llamar *sa'un*. Éste con éste (señalando los dedos entrelazados de las manos y los dedos de un pie), así juntos vamos a decirle *sa'un*.

Algunos niños repetían: –*Sa'un*

Maestra: –Ahora a este conjunto *sa'un* le vamos a ir sumando uno a uno

Un niño: –*Sa'un ín* (quince uno)

Maestra: –Exacto, entonces vamos a decir *sa'un ín...*

Los niños empezaron a contar con voz alta y la maestra iba señalando el conjunto *sa'un* y cada dedo del otro pie del niño que estaba al frente.

Todos los niños: –*Sa'un ui, sa'un uni, sa'un kumi* (quince dos, quince tres, quince cuatro)

### ***Comentario:***

Los niños observaron la segunda agrupación *sa'un* (quince) como un conjunto al que le iban sumando unidades para formar los números del *sa'un ín* (quince uno), *sa'un ui*, (quince dos) *sa'un uni*, (quince tres), *sa'un kumi* (quince cuatro).

Después se trabajó *oko* (veinte) como la tercera agrupación del sistema de numeración *tu'un savi*. A continuación, se puede observar cómo los estudiantes pudieron ver que *oko* eran veinte dedos o veinte elementos:

Al llegar al quinto dedo del segundo pie del niño, la maestra dijo:

–Y ahora, a todo este conjunto de dedos (señalando todos los dedos del niño, de sus manos y pies) le vamos a decir ¿cómo?...

Los niños: –*Oko* o *diko*

Maestra: –*Oko* (veinte) o a veces *diko*. Entonces, Hugo (el niño que estaba mostrando sus dedos) dijo: –es un conjunto de dedos...

Un niño: –*Okó*

**Comentario:**

Para los niños *oko* eran veinte dedos, entonces se trabajaría con ellos *oko* como un solo conjunto de dedos. Para eso, se les preguntó ¿cuántos conjuntos de *oko* hay en un niño?. A tal cuestionamiento hubo varias respuestas:

Maestra: –¿Cómo se llama todo el conjunto de dedos de Hugo?

Los niños: –*Okó*

Maestra: –Entonces, ¿cuántos conjuntos de *oko* hay en Hugo de dedos?

Hugo: –Cinco

Algunos niños: –*Ín* (uno)

Un niño: –Uno

Maestra: –En total (señalando a Hugo)

Un niño: –*Uxi* (diez)

Otro niño: –*Ui* (dos)

Maestra: –A ver, otra vez. Aquí tenemos...

Hugo: –*Uí* (dos) conjuntos

Maestra: –¿*Ui* conjuntos de qué?

Hugo: –De *uxi* (diez)

Maestra: –Ajá, esa es una forma de pensar. Aquí tenemos *uxi* (señalando los dedos entrelazados de las manos) y ahí tendríamos otro *uxi* (señalando los dedos de los pies), entonces tendríamos dos...

Los niños: –*Ui* (dos)

Maestra: –*Ui* (dos) conjuntos de *uxi* dedos. Pero también vamos a decir que tenemos *ín* (uno) conjunto de dedos *oko*. Todo el conjunto de dedos de Hugo es *ín* conjunto de dedos *oko*, ¿sí lo pueden ver?

Los niños: –Sí

**Comentario:**

Como se puede notar en el diálogo, uno de los estudiantes vio cuatro conjuntos de cinco dedos y otro vio dos conjuntos de diez. Estas formas de descomponer el veinte eran correctas, pero se buscaba que los estudiantes vieran a *oko* (veinte) como unidad compuesta: además de ser veinte unidades, también es un solo conjunto de veinte. Algunos niños sí observaron el conjunto de *oko* (veinte) dedos que tiene una persona.

A esta agrupación de *oko* se le van sumando desde *ín* (uno) hasta *uxi* (diez) unidades para formar los números del *oko ín* (veinte uno) al *oko uxi* (veinte diez). Entonces, para seguir cuantificando se necesitaban los dedos de otra

persona. A *ín conjunto de oko dedos* (un conjunto de veinte dedos) se le fueron sumando uno a uno los diez dedos de las manos de una niña:

Maestra: –Ahora, ¿qué necesitamos para formar *ui* (dos) conjuntos de dedos *oko*?, ¿qué necesitamos además de Hugo?, aquí ya tenemos *ín* conjunto de dedos *oko*.

Un niño: –Juntar

Maestra: –¿Qué vamos a juntar?

Hugo: –Los dedos de los pies

Maestra: –Pero, aquí ya tenemos todos los dedos que tiene Hugo y ya formamos *ín* conjunto de dedos *oko*

El señor de la comunidad: –Ponemos otra persona

Maestra: –Vamos a poner a otra persona

Se le pidió a Luisa que pasara al frente, junto a Hugo.

Maestra: –Ayer, Pedro hacía una pregunta muy interesante ¿cómo vamos a contar cuando ya se nos acaben los dedos?, entonces vamos a contar con los dedos de la otra persona.

Dirigiéndose al niño Hugo y a Luisa, que estaban al frente, la maestra dijo: –Ustedes dos formen *oko ín* (veinte uno)

Hugo mostró todos los dedos de sus manos y pies, y dijo: –*Oko*

Luego extendiendo un dedo de su mano derecha, dijo: –*ín*

Maestra: –¿A poco tú tienes *oko ín* dedos?

Hugo le levanta un dedo a Luisa y dice: –*Oko ín* (veinte uno)

Maestra: –Eso, entonces esto es *oko ín*, ¿a ver *oko ui* (veinte dos)?

Luisa extendió dos dedos de su mano.

Maestra: –Ajá. *Oko uni* (veinte tres)

Luisa extendió tres dedos de su mano.

Maestra: –Ajá. *Oko u'un* (veinte cinco)

Luisa se quedó pensando.

Maestra: –¿Qué era *u'un*?

Los niños: –Cinco

Entonces, Luisa extendió cinco dedos de su mano.

Maestra: –*Oko iñu* (veinte seis)

Luisa mostró seis dedos con sus manos.

Maestra: –*Oko una* (veinte ocho)

Luisa se quedó pensando y Hugo le dijo: –ocho. Entonces, ella mostró ocho dedos con sus manos.

Maestra: –Eso. Luego, *oko uxi* (veinte diez)

Luisa extendió diez dedos de sus manos.

Maestra: –Entonces, ahí (señalando a Hugo y a Luisa), ¿cuántos dedos tenemos?, juntando *ín oko*, el conjunto de Hugo y los *uxi* dedos de Luisa, ¿cuántos dedos tenemos?

Los niños: –*Oko uxi* (veinte diez)

**Comentario:**

Como se puede observar los niños fueron agregando unidades al conjunto *oko* (veinte) que estaba representado por el niño (Hugo) y fueron deduciendo el nombre en *tu'un savi* de los números del 21 al 30. Lo hicieron cuantificando los dedos de ambos niños, entonces a *ín* conjunto de *oko* dedos (un conjunto de veinte dedos) le fueron sumando uno a uno los diez dedos de las manos de Luisa (Luisa) para llegar al treinta. Así, formaron el treinta con todos los dedos (de manos y pies) de una persona y los diez dedos de las manos de la segunda persona. Por lo tanto, ya tenían *oko uxi* (veinte-diez).

Después, siguieron contando los dedos de los pies de la niña para nombrar en *tu'un savi* del 31 al 40. Primero, fueron agregando los dedos del primer pie de Luisa, así llegaron hasta 34, posteriormente hicieron sus hipótesis de cómo se formaba el número 35. A continuación se presenta un extracto del diálogo de cómo los estudiantes van nombrando y entendiendo cómo se forman los números del treinta al treinta y cinco:

A Luisa no se le veían los dedos de sus pies, así que la maestra le sobrepuso en sus zapatos “dedos” confeccionados con papel para hacer visible la cuantificación de cada dedo.

Maestra: –*Okó uxi* (veinte diez) dedos. Ahora vamos a decir *oko uxi ín* (señalando el pie de Luisa)

Maestra: –Como a Luisa no se le ven los dedos (del pie) le vamos a poner “un dedito”. (Se le colocó sobre el zapato un dedo hecho con papel) –Entonces, ¿cómo se dice este número?

Un niño: –*Okó ín* (veinte uno)

Algunos niños: –*Okó uxi* (veinte diez)

Otros niños: –*Okó uxi ín* (veinte diez uno)

Maestra: –Ajá. Luego vamos a ponerle otro “dedito” ¿qué número sería ese?

Un niño: –*Okó uxi ui* (veinte diez dos)

Otros niños: –*Okó uxi uni* (veinte diez tres)

Reafirmando, la maestra dijo: –*Okó uxi ui* (veinte diez dos). Luego vamos a ponerle otro “dedito” y es *oko uxi uni* (veinte diez tres). Luego otro “dedito”.

Algunos niños: –*Okó uxi kumi* (veinte diez cuatro)

Maestra: –Y si le ponemos el otro dedo ¿qué se va a formar?

Un niño: –*Okó uxi u'un* (veinte diez cinco)

Maestra: –Fíjense bien

Un niño: –Treinta y cinco

Maestra: –¿Cómo se dice treinta y cinco en *tu'un savi*?

Algunos niños: –*Oko sa'un* (veinte quince)

Maestra: –*Oko sa'un* porque miren aquí está este conjunto de *uxi* dedos más este pie ¿cómo se decía?

Algunos niños: –*Sa'un* (quince)

Maestra: –Este conjunto (señalando el pie y las manos de Luisa), junto con su pie y sus manos, ¿cómo se dice?

Algunos niños: –*Sa'un* (quince)

Maestra: –Entonces, este conjunto (señalando al niño) es *oko* y este otro conjunto (señalando los dedos entrelazados y el pie de Luisa) es *sa'un*. Entonces, ¿qué número se está diciendo?

Los niños: –El treinta y cinco

### **Comentario:**

En esta conversación se puede notar la aseveración del estudiante que señaló al 31 como *oko ín* (veinte uno): él sólo se fijó en la agrupación *oko* (veinte) y el dedo del pie que se iba señalando. Otros estudiantes veían la agrupación *oko* (veinte) y la agrupación *uxi* (diez) por eso decían: *oko uxi* (veinte diez). Pero hubo estudiantes que pudieron ver las agrupaciones *oko*, *uxi* (veinte) (diez) y la unidad que se estaba señalando; entonces, supieron nombrar el número 31 en *tu'un savi*: *oko uxi ín* (veinte diez uno o 31). Se puede conjeturar que fueron sumando las cantidades que representaban esas expresiones numéricas *tu'un savi*; es decir, infirieron las operaciones aritméticas que estaban implícitas en los nombres de los números.

Así sucesivamente, los estudiantes fueron deduciendo la cadena numérica del *oko uxi ín* al *oko uxi kumi* (del 31 al 34). Al llegar a 35, algunos dijeron que era *oko uxi u'un* (veinte diez cinco). Ellos veían las agrupaciones *oko* y *uxi* (veinte y diez) a las que le iban agregando las primeras cinco expresiones numéricas de esta lengua. Sí treinta y cuatro era *oko uxi kumi* (veinte diez cuatro) entonces treinta y cinco se nombraría *oko uxi u'un* (veinte diez cinco). Estos estudiantes tuvieron que repensar las agrupaciones *oko* y *sa'un* (veinte y quince) para comprender porque 35 se nombraba en *tu'un savi* como *oko sa'un* (veinte quince) y no *oko uxi u'un* (veinte diez cinco).



Lo estudiantes que sí vieron las agrupaciones *oko* y *sa'un* (veinte y quince) para formar el número 35 ayudaron a los demás niños a entender como se nombraba el número 35 en *tu'un savi*.

Posteriormente, a los conjuntos *oko* y *sa'un* se le fueron agregando cuatro dedos del segundo pie de Luisa para llegar al número 39 y saber cómo se nombran del 36 al 39 en *tu'un savi*:

Maestra: –Muy bien. Ahora, ¿*oko sa'un ín* que número es?

Hugo: –Treinta y seis

Maestra: –Ajá. ¿*oko sa'un ui*?

Los niños: –Treinta y siete

Maestra: –¿*oko sa'un uni*?

Los niños: –Treinta y ocho

Maestra: –¿*Oko sa'un kumi*?

Los niños: –Treinta y nueve

Maestra: – Y entonces volvemos a llegar al *oko*, pero entonces él es un conjunto de *oko* (señalando a Hugo) y aquí tenemos otro conjunto de *oko* (señalando a Luisa). Entonces él sería *ín oko* y ella también sería *ín oko*, y entonces para juntarlos a los dos, estos dos conjuntos, vamos a decir *ín* (señalando a Hugo) y luego *ui* (señalando a Luisa) y entonces ya no decimos *oko* sino...

Un niño: –*Diko*

Maestra: –Entonces decimos *ín* (señalando al niño), *ui* (señalando a Luisa) *diko*

Un niño: –*Ín, ui diko*

### **Comentario:**

Los estudiantes nombraron en *tu'un savi* los números del 35 al 39 tomando en cuenta las agrupaciones *oko* y *sa'un* (veinte y quince) y les fueron agregando las unidades: *ín, ui, uni, kumi* (uno, dos, tres, cuatro) para nombrar *oko sa'un ín* (veinte quince uno), *oko sa'un ui* (veinte quince dos), *oko sa'un uni* (veinte quince tres), *oko sa'un kumi* (veinte quince cuatro) al mismo tiempo que iban realizando la suma de esas cantidades:  $20+15+1$ ,  $20+15+2$ ,  $20+15+3$ ,  $20+15+4$  para llegar al 36, 37, 38 y 39 respectivamente.

Cuando se concluyó la cuenta de todos los dedos de manos y pies de la niña se aclaró que ya teníamos otro conjunto de *oko*. Tomando en cuenta al niño que ya conformaba un conjunto *oko*, ahora ya se tenía *ui oko* (dos conjuntos de veinte). A estos dos conjuntos de veinte en *tu'un savi* no se les nombra *ui oko*

(dos veinte) sino *ui diko*. Los estudiantes primeramente comenzaron a llamarle diko al cuarenta entendiéndolo como cuarenta unidades o cuarenta dedos “suelos” y no lo veían como *ui diko*, dos conjuntos de veinte, pero después sí vieron las dos agrupaciones de *oko* (veinte). Esto se puede notar en el siguiente diálogo:

Maestra: –Pero *diko* es porque estamos juntando todos los dedos de Hugo y todos los dedos de Luisa. Entonces, ¿cuántos dedos “suelos” hay? contéstenme en *tu’un savi*, ¿cuántos dedos suelos hay en ellos?

Un niño: –*Diko*

Otro niño: –*Oko diko*

Otros niños: –*Diko*

El señor de la comunidad: –Cuarenta

Maestra: –¿Están de acuerdo todos?, que aquí hay *diko* dedos suelos. Ahora, ¿cuántos conjuntos de *oko* hay aquí? (señalando al niño y a la niña)

Un niño: –Cuatro

Maestra: –¿de *oko*?

Los niños: –Dos

Otro niño: –*Ui* (dos)

Maestra: –¿En *tu’un savi*?

Los niños: –*Ui* (dos)

Maestra: –Entonces aquí hay dos conjuntos de *oko* (veinte), o sea hay *ui oko* (dos veinte) o también podemos decir *ui diko* (dos veinte).

### **Comentario:**

Una vez que el cuarenta fue reconocido por los estudiantes como dos conjuntos de veinte, se les planteó el reto de decir qué número es *uni diko* (tres veinte) para explorar cómo los estudiantes estaban comprendiendo la agrupación *oko* (veinte); es decir se quería observar si ellos podían ver que cada niño estaba representando un conjunto de *oko* (veinte) y al juntar otro conjunto de *oko* (veinte) se llegaba al número sesenta. Ante este reto, sucedió lo siguiente:

Maestra: –Ahora, ¿Qué número sería *uni diko* (tres veinte)?

Hugo: –Cuarenta y cinco

Los demás niños estaban en silencio...

Maestra: –¿ya se las puse muy difícil?

Hugo: –Tres conjuntos de *diko*

La señora de la comunidad: –*Uni diko* (tres veinte)

### **Comentario:**

Como los demás niños no contestaban se procedió a explicar cómo a los dos conjuntos de *oko* se le van sumando cada dedo de las manos de una tercera persona para llegar *ui diko uxi* (dos veinte diez o cincuenta). Después se sumarían los dedos de los pies de la tercera persona para llegar al *uni diko* (tres veinte o sesenta).

Maestra: –A ver, aquí tenemos *ín oko* (señalando a Hugo)

Hugo: –Tres conjuntos de *oko* (veinte)

Maestra: (señalando a Hugo y a Luisa) –Con ellos dos tenemos *ín, ui diko*. A ver, ahora José... (se pidió a José pasar al frente)

Maestra: –Ahora formen *ui diko ín* (dos veinte uno). Él es un conjunto (señalando a Hugo) y ella es otro conjunto (señalando a Luisa) tenemos *ui diko*... (extendiéndole un dedo de la mano a José)

Algunos niños: –*ín*

Maestra: –Ajá. Ahora formen el *ui diko ui*. (José extendió dos dedos de su mano)

Maestra: –Ajá. Ahora *ui diko uni* (José extendió tres dedos). –*Ui diko kumi* (José extendió cuatro dedos). –Luego, *ui diko u'un* (José extendió cinco dedos).

–Luego, *ui diko iñu* (José extendió seis dedos). –*Ui diko usa* (José extendió siete dedos). –*Ui diko una* (José extendió ocho dedos). –*Ui diko in* (José extendió nueve dedos). –Y luego, *ui diko uxi*

Hugo: –¿*Ui diko uxi?* ¿cincuenta?

Maestra: –Ajá. Ahí, ¿qué número estamos formando?

Algunos niños: –Cincuenta

Maestra: –Entonces para decir cincuenta ¿cómo decimos cincuenta? Aquí tenemos *ui diko* (señalando a Hugo y a Luisa) y aquí ¿cuántos dedos tenemos? (señalando los dedos de José).

Un niño: –*Uxi* (diez)

Maestra: –Entonces para decir cincuenta decimos *ui diko*...

José: –*Uxi*

### **Comentario:**

De esta manera, los estudiantes observaban a los dos conjuntos de veinte representados por los dos niños, a los cuales le fueron sumando uno a uno los diez dedos de las manos del tercer niño. Así, llegaron a contar hasta el *ui diko uxi* (dos veinte diez). Después, se fueron agregando uno a uno los dedos de los pies de José tomando en cuenta el conjunto *sa'un* (quince) que se forma con los

dedos de las dos manos y de un pie. Así, llegamos al segundo pie y por tanto a una tercera agrupación *oko*:

La maestra le puso un dedo de papel al zapato de José y dijo:

–Vamos a decir *ui diko uxi ín* (dos veinte diez uno o 51)

Karla, ¿cómo se dice ese número?

Karla: –*Ui diko uxi ín* (dos veinte diez uno)

Maestra: –¿Sí le ponemos otro dedo?

Algunos niños: –*Ui diko uxi ui* (dos veinte diez dos)

Maestra: –¿y en español qué número es?

Los niños: –Cincuenta y dos

Maestra: –Eso. Y si le ponemos otro dedo

Un niño: –*Ui diko uxi uni* (dos veinte diez tres)

Maestra: –Ajá.

Hugo: –El cincuenta y cinco, ¿sería *ui diko sa'un*? (¿sería dos veinte quince?)

Maestra: –Ajá. Si le ponemos otro “dedito”

Los niños: –*Ui diko kumi* (dos veinte cuatro)

Maestra: –*Ui diko uxi kumi* (dos veinte diez cuatro) –Si juntamos este conjunto (señalando los dedos entrelazados y un pie de José)

Hugo: –*Ui diko sa'un* (dos veinte quince)

Maestra: –Eso. ¿Si juntamos el conjunto de quince?, ¿se acuerdan que este era otro conjunto? (señalando los dedos entrelazados y el pie de José), entonces, ¿cómo vamos a decir este número?

Los niños: –*Ui diko sa'un* (dos veinte quince)

Maestra: –Y ese, ¿Qué número es?

Algunos niños: –Cincuenta y cinco

Maestra: –Y en *tu'un savi* ¿cómo se dice?

Los niños: –*Ui diko sa'un* (dos veinte quince)

Maestra: –Ahora vamos a juntar otro dedito de José (señalando el otro pie de José) –Entonces decimos *ui diko sa'un...*

Los niños: –*ín* (uno)

Los niños siguieron contando y la maestra iba señalando cada dedo del segundo pie de José

Los niños –*Ui diko sa'un ui* (dos veinte quince dos), *ui diko sa'un uni* (dos veinte quince tres), *ui diko sa'un kumi* (dos veinte quince cuatro)

Maestra: –Ahora él (señalando a José) ya es un conjunto de *oko* porque ya vamos a juntar todos sus dedos. Entonces, ¿cuántos conjuntos de *oko* hay aquí? (señalando a los tres niños)

Un niño: –*Uni* (tres)

Maestra: –Entonces, cuántos dedos hay en total?

Un niño: –*Sesenta*

Maestra: –Entonces, ¿cómo se dice sesenta en *tu'un savi*?

Algunos niños: –*Uni diko* (tres veinte)

**Comentario:**

Los estudiantes vieron *uni diko* o tres agrupaciones de veinte y también sesenta unidades o dedos “suelos”. Observaron que cuando se cuantifica todos los dedos de tres niños se puede obtener *uni diko* (tres veinte) pero también se obtienen sesenta dedos.

Así sucesivamente, al contar en *tu'un savi* todos los dedos de cuatro niños se obtiene *kumi diko* (cuatro veinte) cuatro conjuntos de veinte u ochenta dedos y al contar todos los dedos de cinco niños se obtiene *u'un diko* (cinco veinte) cinco conjuntos de veinte o cien dedos.

La gente de Cosoltepec, hablante de *tu'un savi*, nombra el número cien como *ín cientu* (uno de a cien o un ciento) y no *u'un diko* (cinco veinte). Sin embargo, en el taller se fue consistente al manejar las agrupaciones de veinte en veinte hasta llegar al cien; por lo tanto para nombrar la cantidad de cien se hizo como *u'un diko* (cinco veinte) o cinco conjuntos de veinte.

Para evaluar el aprendizaje sobre las unidades compuestas se retomó el reto inicial de que los estudiantes argumentaran si era lo mismo decir *ín uxi* (uno diez) que *uxi ín* (diez uno) o *ín sa'un* (uno quince) que *sa'un ín* (quince uno) e *ín oko* (uno veinte) que *oko ín* (veinte uno):

Maestra: –Es lo mismo *uxi ín* que *ín uxi*

Los niños: –No

Maestra: –¿Qué es *ín uxi*?

Los niños: –Diez

Maestra: - O...

Los niños: –Es un conjunto de *uxi*

Maestra: Un conjunto de *uxi* y entonces ¿es lo mismo *ín sa'un* que *sa'un ín*?

Los niños: –No

Maestra: –¿qué es *ín sa'un*?

Los niños: –Un conjunto *sa'un* (quince)

Maestra: –Y entonces, ¿qué es *sa'un ín*?

Los niños: –Dieciséis

Maestra: –Entonces, ¿es lo mismo *ín oko* que *oko ín*?

Los niños: –No

Maestra: –¿Qué es *ín oko*?

Los niños: –Un conjunto *oko*. Es *ín* conjunto *oko* (un conjunto de veinte).

Maestra: –Entonces, ¿qué es *oko ín*?  
Los niños: –Veintiuno  
Maestra: –¿Veintiun qué?  
Los niños: –Dedos  
Maestra: –Veintiun dedos

### ***Análisis de la actividad 1***

Con este último diálogo se puede decir que los estudiantes habían comprendido las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi* como unidades compuestas; es decir *uxi* (diez), *sa'un* (quince) y *oko* (veinte) son unidades, pero también son agrupaciones o conjuntos. Las expresiones numéricas *uxi* (diez), *sa'un* (quince), *oko* (veinte) son unidades compuestas en tanto son agrupaciones formadas por unidades y al mismo tiempo cada agrupación forma un solo conjunto o una sola agrupación.

El proceso para llegar a esta comprensión fue mostrado en los diálogos anteriores. Con base en Coob y McClain (2004) se puede decir que “el corazón o las grandes ideas” del sistema de numeración oral *tu'un savi* fueron entendidas por los estudiantes. Por otro lado, los dedos de las manos y los pies fueron un recurso de aprendizaje porque los niños lograron hacer la asociación de los dedos de manos y pies con las agrupaciones del sistema de numeración oral *tu'un savi*.

### **Actividad 2. Reafirmando las agrupaciones del sistema de numeración oral vigesimal mixteco**

Se les entregó por equipos un “memorama” el cual contenía pares de tarjetas con las expresiones numéricas del *uxi* al *oko* (diez al veinte), se les pidió que las mezclaran entre sí y encontraran las parejas. Un estudiante encontró la pareja de tarjetas con el nombre *sa'un ui* (quince dos o diecisiete), la maestra le preguntó: –¿qué número es ese? y él contestó:

–*sa'un* (quince), después miró la tarjeta y sumó *ui* (dos) para finalmente decir “diecisiete”. Así, durante esta actividad, los estudiantes tenían que repensar las

agrupaciones para entender qué cantidad refería el nombre del número en *tu'un savi* que estaba en la tarjeta.

Luego tenían que encontrar la tarjeta con el nombre de un número en *tu'un savi* y su correspondiente con el número indo-arábigo del *uxi* (10) al *oko* (20): *uxi* – 10, *uxi ín* – 11, *uxi ui* – 12 etc. Con esta variación en el memorama, los niños continuaron ejercitando las agrupaciones *uxi* y *sa'un* (diez y quince) para saber qué número indo-arábigo le correspondía al nombre del número de la tarjeta. Por ejemplo: Una estudiante obtuvo una tarjeta con el número indo-arábigo 19 y para obtener la pareja de esa tarjeta, se le preguntó ¿Qué número en *tu'un savi* le tenía que salir?, la niña después de pensar contestó: *sa'un kumi* (quince cuatro). Con esta actividad los estudiantes consiguieron asociar los nombres de los números en *tu'un savi* del *uxi* (diez) al *oko* (veinte) con su número indo-arábigo correspondiente.

Para seguir reafirmando las agrupaciones de ese sistema numérico, se trabajó con cerillos o fósforos. Se solicitó a los estudiantes amarrar los cerillos en los siguientes conjuntos: *ín uxi* (uno diez); *ín sa'un* (uno quince) y *u'un* de *oko* (cinco de veinte). Después se les decía una cantidad en *tu'un savi* y ellos la tenían que representar con los conjuntos y con piezas de cerillos según fuera el caso. Por ejemplo: se les solicitó el número *uni diko sa'un ín* (tres veinte quince uno o 76) y un equipo lo representó con tres conjuntos de veinte cerillos, un conjunto de quince y un cerillo. Seguidamente se les preguntó: –Qué número formaron y procedieron a sumar los conjuntos de veinte luego sumaron el conjunto de quince y la unidad y contestaron: –Setenta y seis.

También se les decía el nombre del número en español y ellos lo representaban con las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*. Por ejemplo: se les solicitó el número “veintiocho” y un equipo lo formó colocando un conjunto *oko* (veinte) cerillos más *una* (ocho) cerillos sueltos. En este caso, ya no procedieron a formar el número solicitado con otras agrupaciones del *tu'un savi* como *sa'un uxi uni* (quince diez tres) porque ya vieron a *oko* (veinte) como la agrupación a la que le sumaron ocho cerillos para llegar al veintiocho.

## Análisis de la actividad 2

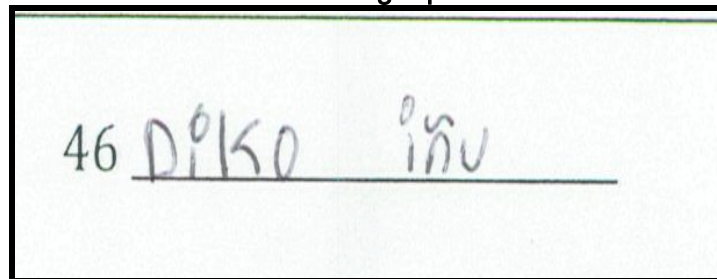
Agrupar los cerillos fue otro recurso de aprendizaje que permitió a los estudiantes ejercitar y manejar con más flexibilidad las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*. De acuerdo con estos resultados se puede decir que se alcanzó el objetivo de aprendizaje de esta actividad el cual consistió en reafirmar las agrupaciones *tu'un savi*.

## Cuestionario final de evaluación de los objetivos de aprendizaje del taller

Para terminar el taller, los niños resolvieron el cuestionario final, "Ejercicio *In*" el cual tuvo el propósito de evaluar si los estudiantes podían transitar entre los nombres de los números en *tu'un savi* y su representación con los números indo-arábigos, desde cantidades representadas con decenas hasta la centena.

Este cuestionario final tuvo cuatro ejercicios. En el primero, se solicitó escribir el nombre en *tu'un savi* de cifras de decenas representadas con números indo-arábigos. Los resultados fueron que algunos estudiantes tenían la noción de que la expresión numérica "*diko*" representaba cuarenta elementos a la cual le sumaron unidades. Esto se puede ver en la figura 20.

Figura 20. "Diko" como una agrupación de cuarenta unidades

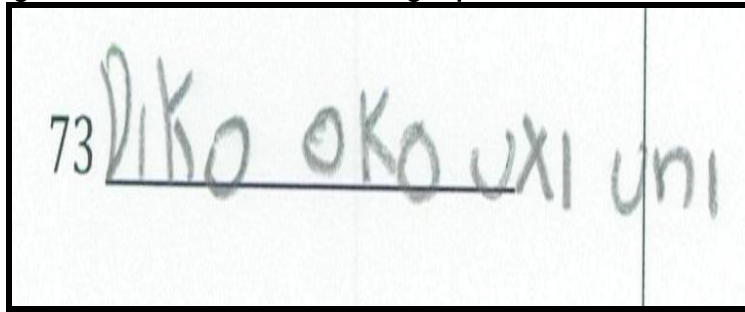


Aquí, la estudiante escribió "Diko iñu" para 46. Esto indicó que ella había entendido "diko" como cuarenta y después le sumó *iñu* (seis) unidades.

Otro estudiante entendió que *diko* eran dos agrupaciones de veinte. A éstas les sumó otra agrupación de veinte, luego una agrupación de diez y tres unidades (ver figura 21).



Figura 21. Diko como dos agrupaciones de veinte



En la figura 21 se nota que este estudiante tuvo un acercamiento muy importante a las reglas formales de agrupación del sistema de numeración *tu'un savi* porque para formar el número 73 se comienza con *uni diko* (tres veinte), entonces él había entendido que para llegar a 73 primero tenía que sumar tres agrupaciones de veinte los cuales expresó como “Diko oko” es decir “dos veinte más veinte”, luego le sumó la agrupación *uxi* (diez) y *uni* (tres) unidades. Cabe recordar que el nombre en *tu'un savi* para 73 es *uni diko uxi uni* (tres veinte diez tres) y la operaciones implícitas son  $3 \times 20 + 10 + 3$ .

**Análisis:** Ambas producciones revelaron que los niños elaboraron sus propias reglas de agrupación muy cercanas a las reglas formales de agrupar en el sistema de numeración *tu'un savi*.

La primera producción indicó que la expresión numérica *diko* se había entendido como cuarenta unidades. Cabe recordar que en *tu'un savi* para nombrar el cuarenta se dice *ui diko* (dos veinte), no se dice *ui oko* (dos veinte). *Oko* sólo se utiliza para nombrar la primera veintena pero a partir de la segunda veintena se utiliza *diko*. Sin embargo, algunos niños entendieron este cambio en la expresión numérica de *oko* a *diko* como veinte y cuarenta respectivamente.

Al entender *diko* como cuarenta unidades fue un acercamiento importante a comprender que *diko* es también dos agrupaciones de veinte unidades.

La segunda producción indicó que *diko* fue entendido como dos agrupaciones de veinte a las que le sumaron otra agrupación *oko* (veinte), esto lleva a concluir sobre el acercamiento muy importante a considerar la agrupación *oko* (veinte) como la base multiplicativa del sistema de numeración oral *tu'un*

*savi* porque la construcción de *uni diko* (tres veinte) se realiza multiplicando tres veces el veinte. De esta manera veinte funge como la base del sistema.

En el segundo ejercicio del cuestionario final, se solicitó representar con números indo-arábigos ciertas expresiones numéricas *tu'un savi*, ver figura 22.

**Figura 22. Representación con números indo-arábigos de los nombres de los números en tu'un savi**

2. Escribe el número que le corresponde a cada nombre del número en mixteco

Nombre del número en mixteco	Número
Oko sa'un	35
Uni diko una	48
Kumi diko uxi ui	52
U'un diko ín	41

Se puede observar que este estudiante considera el vocablo *diko* como la agrupación de cuarenta elementos a la que le fue sumando unidades o agrupaciones. Es decir, a *diko* “como cuarenta” le sumó la expresión numérica: *una* (ocho), por eso él escribió que el número 48 correspondía a la expresión *Uni diko una* (tres veinte ocho); no tomó en cuenta el vocablo *uni* (tres) que le antecedió a *diko*.

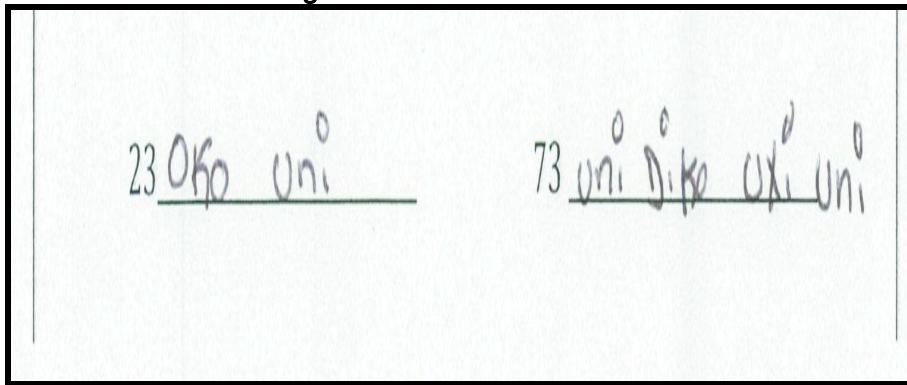
Con esa misma regla siguió representando las siguientes cantidades, nuevamente a *diko* “como cuarenta” le suma *uxi* (diez) y *ui* (dos). No tomó en cuenta el vocablo *kumi* (cuatro) que le antecedió a *diko* en la expresión *Kumi diko uxi ui* (cuatro veinte diez dos), por eso escribió que a esta expresión le correspondía el número 52. Utilizó la misma regla para *U'un diko ín* (cinco veinte uno). Él consideró *diko ín* como “cuarenta uno” y escribió 41.

**Análisis:** En esta evidencia se puede observar que este estudiante no infirió la operación aritmética de multiplicación en las expresiones numéricas *tu'un savi*.

No percibió que *uni diko una* (tres veinte ocho) era  $3 \times 20 + 8$ , que *kumi diko uxi ui* (cuatro veinte diez dos) era  $4 \times 20 + 10 + 2$  y que *u'un diko ín* (cinco veinte uno) era  $5 \times 20 + 1$ .

Una estudiante escribió *oko uni* (veinte tres) para 23 y *uni diko uxi uni* (tres veinte diez tres) para 73. Ella había comprendido que a partir de la segunda veintena ésta se nombraría *diko* y no *oko* (ver figura 23).

**Figura 23. De oko a diko**



Otros estudiantes escribieron 35 para la expresión numérica *oko sa'un* (veinte quince), 68 para *uni diko una* (tres veinte ocho), 92 para *kumi diko uxi ui* (cuatro veinte diez dos). Ésta es la forma correcta de utilizar las agrupaciones conforme a las reglas del sistema de numeración vigesimal *tu'un savi* (ver figura 24).

**Figura 24. De las expresiones *tu'un savi* a los números indo-arábigos**

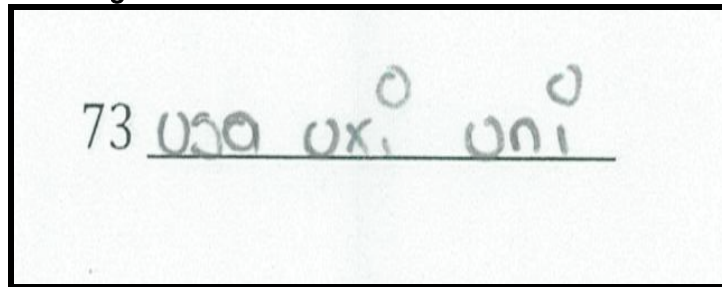
2. Escribe el número que le corresponde a cada nombre del número en mixteco

Nombre del número en mixteco	Número
Oko sa'un	35
Uni diko una	68
Kumi diko uxi ui	92
U'un diko ín	101

**Análisis:** Con estas evidencias se da cuenta de los estudiantes que por un lado, sí comprendieron el cambio de la expresión numérica *oko* para nombrar la primera veintena por el vocablo *diko* para nombrar de la segunda veintena en adelante. Por otro lado, se puede decir que utilizaron correctamente las reglas relacionadas a las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi* e infirieron correctamente las operaciones aritméticas implícitas en los nombres de los números en *tu'un savi*.

Hubo una niña que nombró el 73 como *usa uxi uni* (siete diez tres), ver figura 25.

**Figura 25. el número 73 como  $7 \times 10 + 3$**




**Análisis:** Ella elaboró una hipótesis de cómo se nombraba este número conforme a las reglas del sistema de numeración decimal:  $7 \times 10 + 3$ . En otras construcciones numéricas ella había utilizado adecuadamente las agrupaciones *tu'un savi* pero en esta ocasión utilizó los principios del sistema de numeración decimal. Así, esta niña seguía reorganizando la información: la del sistema indo-arábigo que ya poseía y la nueva información de las agrupaciones *tu'un savi*.

En el tercer ejercicio del cuestionario final se presentó a través de un problema matemático. En este se planteaba descomponer la cantidad de una decena conforme a las agrupaciones *tu'un savi*. Primero se puso el ejemplo, ver figura 26.

**Figura 26. Ejemplo de un problema para descomponer cantidades**

3. Los abuelitos de Pedro hace mucho tiempo, cuando solo se hablaba en mixteco, compraron un guajolote que les costó \$97, entonces pagaron con el siguiente dinero:



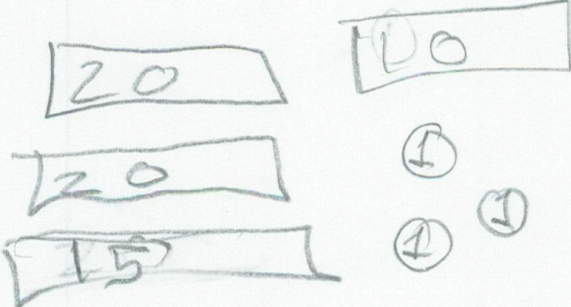
The diagram shows five rectangular bills representing \$20 and two circular coins representing \$1. The bills are arranged in two rows: three in the top row and two in the bottom row. The coins are grouped together in a larger oval on the right side.

Posteriormente, se les solicitó descomponer una cantidad también conforme las agrupaciones numéricas *tu 'un savi*. Este ejercicio no se trabajó detenidamente con los estudiantes, sin embargo, ellos hicieron sus propias conjeturas sobre lo que se les estaba solicitando y se puede observar que tuvieron acercamientos muy importantes a las reglas relacionadas a las agrupaciones del sistema de numeración *tu'un savi*, ver figuras 27, 28 y 29.

**Figura 27. El dinerito de acuerdo con las agrupaciones tu'un savi**

Estudiante A

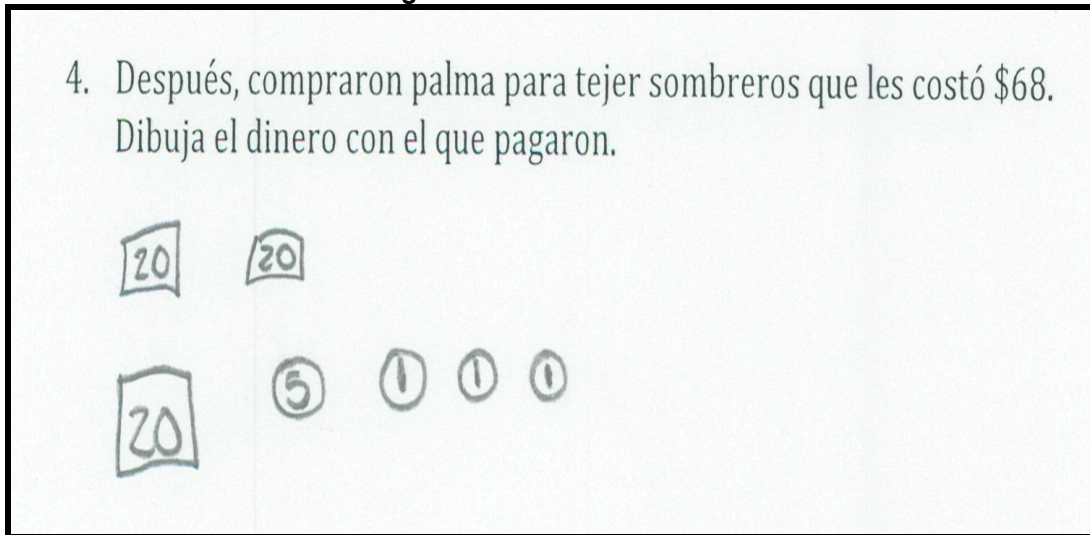
4. Después, compraron palma para tejer sombreros que les costó \$68. Dibuja el dinero con el que pagaron.



The diagram shows three rectangular bills representing 20, 20, and 15, and three circular coins representing 1, 1, and 1. The bills are arranged vertically on the left, and the coins are arranged in a small group on the right.

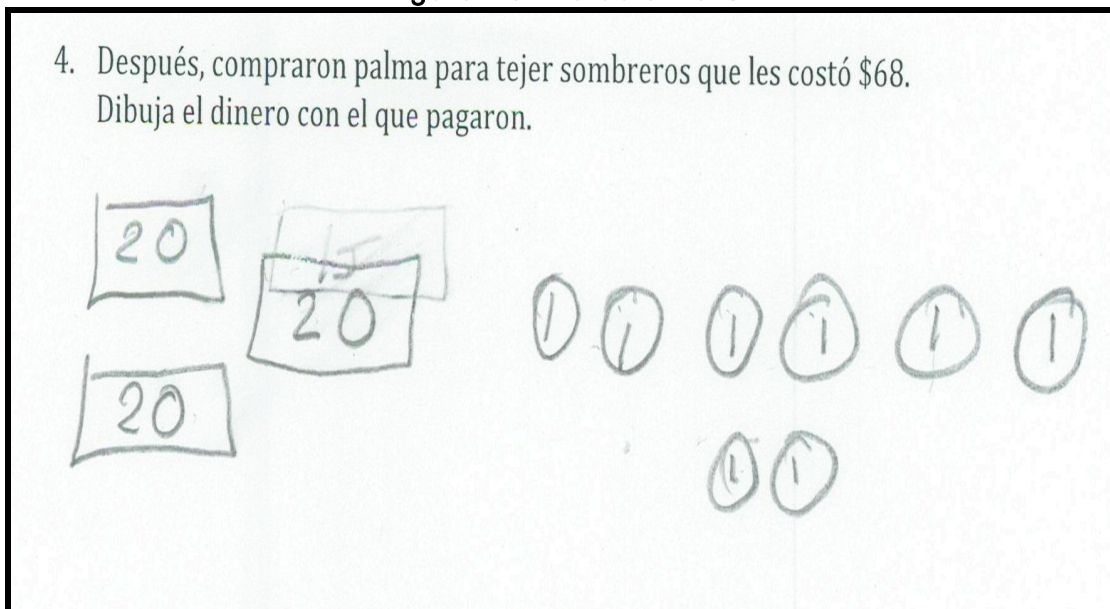
La estudiante "A" descompuso la cantidad solicitada con las agrupaciones *oko*, *sa'un*, *uxi* (veinte, quince, diez) y *uni* (tres) unidades.

Figura 28. Estudiante B



La estudiante "B" descompuso la cantidad 68 con tres agrupaciones *oko* (veinte), con *u'un* (cinco) como si éste fuera una agrupación del sistema numérico *tu'un savi*, después colocó *uni* (tres) unidades.

Figura 29. Estudiante C



El estudiante "C" utilizó tres agrupaciones *oko* (veinte) y sumó *una* (ocho) unidades.

**Análisis:** El estudiante “A” utilizó las agrupaciones del sistema de numeración *tu’un savi* pero no lo hace conforme a las reglas de este sistema.

El estudiante “B” dibujó tres veces la agrupación *oko* (veinte). Esto se puede interpretar que él utilizó *oko* (veinte) como base multiplicativa para llegar al número 60.

El estudiante “C” utilizó la agrupación *oko* (veinte) como base multiplicativa para llegar al número 60 y luego le suma ocho unidades. Esta forma de descomponer la cantidad 68 se realizó está conforme a las reglas formales del sistema de numeración *tu’un savi*.

En el cuarto y último ejercicio del cuestionario final se solicitó con preguntas abiertas que expresaran si les gustó aprender a contar en *tu’un savi*, hasta qué número sabían contar después del taller y si fue fácil o difícil aprender a contar en ese sistema. La mayoría expresó que sí les gustó aprender a contar en *tu’un savi* porque es la lengua de su pueblo Cosoltepec, sin embargo, era difícil aprenderlo y después del taller sabían contar hasta el cien en *tu’un savi*.

También hubo preguntas relacionadas con los diferentes objetivos de aprendizaje del taller; se requirió que discriminaran entre lo que se les dificultó o facilitó. Los incisos fueron: a) Aprender del número *ín* al *uxi*, b) Aprender que al *uxi*, al *sa’un* y al *oko* se le pueden sumar otros números, c) Aprender que el *oko* o *diko* se multiplica para formar otros números en *tu’un savi*, d) Formar el dinero en *tu’un savi*.

Los estudiantes expresaron que los objetivos de enseñanza más fáciles para ellos fueron: aprender a contar del número *ín* al *uxi* (uno al diez) y la descomposición de cantidades conforme a la agrupaciones *tu’un savi* en el problema del contexto del “dinerito”. Los objetivos de enseñanza difíciles para ellos fueron: Aprender que a *uxi*, *sa’un* y *oko* (diez, quince y veinte) se le pueden sumar otros números y aprender que *oko* o *diko* se multiplica para formar otros números en *tu’un savi*.

Cabe señalar que no se abarcó el objetivo de aprendizaje: “ Facilitar que los estudiantes reconocieran que *uxi*, *sa’un* y *oko* (diez, quince y veinte) son bases aditivas y a su vez *oko* (veinte) es la base multiplicativa del sistema de

numeración *tu'un savi'* por falta de tiempo establecido para el taller. Sin embargo, los resultados de los estudiantes reportados en esta última parte del taller fueron acercamientos importantes a la comprensión de las bases aditivas y la base multiplicativa del sistema de numeración *tu'un savi'*.



## Conclusiones

La UNESCO establece las *Directrices para la Educación Intercultural Bilingüe* en las cuales se estipula que la educación intercultural es brindar una educación de calidad para todos para lograr el desarrollo pleno del ser humano. Para llevar adelante este tipo de educación se propone el reconocimiento de la diversidad cultural en los programas de estudio y que en la enseñanza se traten las expresiones materiales y no materiales de cada pueblo para permitir desde la educación el respeto, el entendimiento y la solidaridad entre los diversos grupos culturales.

Asimismo, la Constitución Mexicana declara a México como un país pluricultural. Se reconoce la existencia de la diversidad cultural y lingüística sustentada en sus pueblos originarios. Así, en el Artículo 2º se garantiza la disminución del rezago educativo de esta población a través de la educación bilingüe e intercultural. Para esto se enuncia desarrollar programas educativos con contenidos regionales que reconozcan la herencia cultural de los pueblos y estos estén de acuerdo con las leyes de la materia.

De acuerdo con lo dispuesto en la Constitución, la SEP en el documento *Políticas y Fundamentos de la Educación Intercultural Bilingüe en México (2007)* establece que la educación intercultural es el reconocimiento de la diversidad cultural y lingüística a partir de la escuela. Cabe resaltar que la lucha de los pueblos originarios por mantener su cultura y lengua autóctona ha contribuido a la realización de ésta y otras reformas.

Estos marcos normativos internacionales y nacionales, sustentaron inicialmente el propósito de este estudio: enseñar el sistema de numeración oral tu'un savi. Por un lado, se reconoce y legitima que este sistema numérico es una de las expresiones culturales de los pueblos originarios como parte de la diversidad cultural y lingüística de México. Y por otro lado, es un derecho de los pueblos originarios recibir una educación retomando su propio conocimiento cultural.

Así, la escuela se convierte en un espacio propicio para llevar a cabo una propuesta educativa que reconozca la diversidad cultural y lingüística y la Educación Básica Primaria que se ofrece en las escuelas públicas se comienza a visualizar como un campo fértil para la realización de la educación intercultural bilingüe.

Desde el punto de vista de la educación matemática existe el interés por generar una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas considerando la diversidad cultural como una fuente de riqueza para generar y desarrollar el conocimiento en el área de las matemáticas. Actualmente, se propone diseñar recursos didácticos para llevar hacia adelante la educación matemática intercultural (Oliveras 2006).

Dada la diversidad cultural en la sociedad, Bishop (1999) afirma que las matemáticas existen en todas las culturas por lo tanto la educación matemática no puede ser igual en todas las sociedades.

Con estas referencias teóricas-académicas de la relación entre la educación matemática y la educación intercultural se puede dar cuenta de la preocupación e interés por abordar la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva cultural.

Desde este panorama la enseñanza del sistema de numeración tu'un savi es una propuesta concreta que considera la cultura y la lengua de los pueblos originarios en la clase de matemáticas. Es una oportunidad para establecer un intercambio de las formas de cuantificación entre una y otra cultura. Así, se va generando el conocimiento a través de la relación con el otro como lo afirma D'Ambrosio (2007) que apoya las relaciones interculturales porque generan información, siempre y cuando haya "un contrato" para posibilitar la convivencia.

De esta manera se puede afirmar que abrir mayores espacios de reflexión relacionados a la organización de números naturales de los sistemas numéricos de las lenguas originarias de nuestro país permite llevar a cabo una educación intercultural en la clase de matemáticas.

De acuerdo con Courant y Robbins (2002) si los números naturales son los elementos "más simples" que los niños necesitan comprender para así

entender el sistema de números entonces enseñar el sistema de numeración oral tu'un savi abre espacios y oportunidades de reflexión de otras formas de organización de los números naturales de manera oral.

Lo anterior es congruente con uno de los objetivos establecidos en el Programa de estudio 2009 de Educación Básica para matemáticas de quinto grado el cual enuncia que los niños relacionen las reglas de funcionamiento del sistema de numeración decimal oral y las de otros sistemas no decimales.

Al analizar el sistema de numeración oral tu'un savi se pudo reflexionar que la organización de los números naturales de manera oral tienen sus propias reglas de agrupación.

La organización de los números naturales en estos sistemas orales se encuentra analizando las expresiones numéricas de la lengua. A través de los nombres que reciben los números naturales en determinada lengua se puede inferir cómo estos se van agrupando para formar cantidades mayores y de esa forma se determina la regla de agrupación propia de ese sistema numérico oral. Así, también el sistema de numeración oral en español tiene su propia forma de agrupar los números naturales. Éste lo hace de manera decimal.

El sistema de numeración oral tu'un savi tiene una base multiplicativa: *oko* (veinte) pero antes tiene dos bases aditivas: *uxi* y *sa'un* (diez y quince). Esto fue analizado con la metodología adaptada de las generalizaciones que hizo Greenberg de los sistemas de numeración en las lenguas (Denning y Kemmer 1990).

Al reflexionar en la forma de agrupación en los sistemas orales se reafirma que éstos son diferentes a las reglas y principios del sistema de numeración indo-arábigo. Entonces pasar de un sistema oral al indo-arábigo no es un proceso fácil y de acuerdo con Corbalán (2005) aunque un sujeto trabaje con el sistema indo-arábigo no quiere decir que lo tiene totalmente adquirido; es decir que sea consciente de sus reglas y principios.

También esta dificultad se manifiesta cuando los niños pasan de la numeración hablada en español a la escritura de las cantidades conforme al sistema de numeración indo-arábigo (Lerner y Sadovsky 1994).

Al clarificar y hacer la distinción entre un sistema de numeración oral y el sistema de numeración indo-arábigo me permitió llegar a la hipótesis que los docentes den por entendido que la estructura del sistema de numeración oral en español de carácter decimal es equivalente al sistema de numeración decimal indo-arábigo.

Al enseñar el sistema de numeración *tu'un savi* se identificaron algunos retos que afrontaron los estudiantes al trabajar con otra forma de organización de los números naturales diferente a la del sistema de numeración decimal indo-arábigo.

Un reto fue despegarse de la regla de agrupación del sistema de numeración decimal indo-arábigo para comprender las agrupaciones del sistema de numeración oral *tu'un savi* de carácter vigesimal y entender que éste tiene otra forma de agrupar las cantidades.

Para entender las agrupaciones *tu'un savi* el reto consistió en no dejarse llevar por la representación indo-arábigo para nombrar los números en *tu'un savi*.

El *sa'un* (quince) fue la agrupación que más se les dificultó adquirir. Tal vez porque ésta no es múltiplo de la base multiplicativa *oko* (veinte) y ellos están acostumbrados a trabajar con los múltiplos de diez dados por el sistema indo-arábigo.

Aunque se les dificultaba transitar entre las expresiones numéricas *tu'un savi* y su representación con los números indo-arábigos sí lograron hacerlo desde cantidades representadas por decenas hasta la centena.

Los niños del pueblo de Cosoltepec poseen un sistema de numeración propio el cual es un recurso de aprendizaje para desarrollar ideas hacia el pensamiento aritmético.

Otro reto fue aprender oralmente las primeras expresiones numéricas *tu'un savi* además de leerlas y escribirlas porque aunque se identificaban con el *tu'un savi* no eran hablantes de esta lengua. Aprendieron a cuantificar en esta lengua en un periodo corto. Esto me lleva a la reflexión que no fueron suficientes cuatro sesiones del taller para trabajar con los tres sistemas de numeración: oral en *tu'un savi*, oral en español y el indo-arábigo.

La población del estudio, inicialmente, agrupaba las cantidades conforme a los múltiplos de base diez. Esto representaba una riqueza del entendimiento de los niños sobre una de las posibles formas de organización de los números naturales; sin embargo como maestra del taller me faltó explorar, aún más, estas formas de agrupación que estaban produciendo los estudiantes para acercarlos a las agrupaciones del sistema numérico *tu'un savi*.

Me faltó tomar en cuenta en el diseño de enseñanza estrategias que consideraran la constante reorganización de las agrupaciones del sistema indo-arábigo para apropiarse de las agrupaciones del sistema numérico *tu'un savi*.

Por otro lado, la aplicación del taller me permitió mi primera experiencia de explorar el diseño de un sistema de actividades de enseñanza según la perspectiva de Cobb y McClain (2004). En esta oportunidad experimenté que uno de los papeles fundamentales del docente es entender e interpretar qué están aprendiendo los estudiantes de acuerdo con sus producciones. Así, al avanzar en los objetivos de aprendizaje y no preocuparse por cubrir todas las actividades programadas para el taller se probó que las actividades de enseñanza sólo fueron un recurso para alcanzar los objetivos de aprendizaje.

Aunque la agenda educativa para este estudio fue enseñar del sistema de numeración *tu'un savi* no se puede pasar por alto la problemática del desplazamiento de la lengua *tu'un savi* en el pueblo de Cosoltepec. Así, se encontró que el sistema cuantitativo *tu'un savi* ha sido uno de los aspectos más frágiles de la lengua por donde se ha permitido el desplazamiento de esta lengua.

Uno de los factores que influyen en el desuso de este sistema de cuantificación es no tomarlo en cuenta en la enseñanza de los contenidos

matemáticos en la escuela. En ese sentido, la escuela puede ser un agente activo que contribuya a la revitalización de la lengua *tu'un savi* en Cosoltepec.

## Referencias bibliográficas

- Ahuja, R., *et al* (2007). Políticas y fundamentos de la Educación Intercultural Bilingüe. México: Coordinación General de Educación Intercultural y Bilingüe (CGEIB).
- Bishop, A. J. (1999), *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Cobb, P. and K. McClain (2004). Principles of Instructional Design for Supporting the Development of Students' Statistical Reasoning in: *The Challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. (p. 375-396).
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. Texto vigente: Última reforma publicada DOF 25-06-2012. Recuperado 16 de septiembre de 2012 en: <http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/1.pdf>
- Corbalán F. (2005). Nuestro sistema de numeración en: La matemática aplicada en la vida cotidiana. Séptima edición. España: Grao
- Courant, R. y Robbins H. (2002). *¿Qué son las matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales*. México: FCE
- Cruz, F. (2012). Problemas de estructura aditiva con estudiantes de 2do y 3er grados de primaria de una escuela pública del Estado de Oaxaca: una propuesta de enseñanza. Tesis de maestría [inédita]: Universidad Pedagógica Nacional
- Cummins, J. (2000). Lenguaje poder y pedagogía. Madrid: Ediciones Morata-Ministerio de educación, cultura y deporte.
- D'Ambrosio, U (2007). La matemática como ciencia de la sociedad en: Giménez, J., Diez-Palomar J. y Civil M. (coords.) (2007). *Educación Matemática y exclusión*. Barcelona: Grao
- Denning K. & Kemmer s. (Eds.) (1990), On languages: Selected writings of Joseph H. Greenberg. California, EEUU: Stanford University Press (pp. 271-309). Recuperado el 21 de septiembre de 2012 en: [http://books.google.com.mx/books/about/On\\_Language.html?id=\\_B2BVI2JpT0C&redir\\_esc=y](http://books.google.com.mx/books/about/On_Language.html?id=_B2BVI2JpT0C&redir_esc=y)
- Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En Parra, C. y Saiz, I. Didáctica de las matemáticas: Aportes y reflexiones. Buenos Aires: Paidós.
- Oliveras María Luisa (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje en: Goñi J. (coord.) (2006). *Matemáticas e Interculturalidad*. Barcelona: Grao.
- SEP (2012). Plan de estudios 2011
- SEP (2012), Programas de estudios 2009
- SEP (2011), Matemáticas. Quinto grado. 2ª edición. México: SEP

Tovar, A. (1977). Recuperado el 22 de septiembre en [www.euskaltzindia.net/ikerbilduma/11842.pdf](http://www.euskaltzindia.net/ikerbilduma/11842.pdf)  
UNESCO (2006). *Directrices para la Educación Intercultural Bilingüe*. Paris: UNESCO.  
Ve'e tu'un savi A.C. "Academia de la lengua mixteca" (2007). *Bases para la escritura de tu'un savi*. Oaxaca, México: colección Diálogos. Pueblos originarios de Oaxaca.

#### **Sitios web:**

[www.inegi.org.mx](http://www.inegi.org.mx)

SEP (2012) Recuperado el 02 de octubre de 2012 en: <http://168.255.106.22/principalescifras/consulta.aspx>

INEGI (2010) Recuperado el 03 de octubre de 2012 en: [http://www3.inegi.org.mx/sistemas/iter/consultar\\_info.aspx](http://www3.inegi.org.mx/sistemas/iter/consultar_info.aspx)

#### **Bibliografía General:**

Garza Ch. E., Estrada B. G. *et al* (1994). *Habilidades numéricas*

INALI (2003), Ley General de Derechos Lingüísticos de los Pueblos Indígenas.

Kline, M. (2009). *Matemáticas para los estudiantes de humanidades*. 2a. ed. México: FCE.



# Anexos

## Anexo 1. Cuestionario inicial

I. Contesta las preguntas, escribiendo sobre la línea.

Nombre completo: \_\_\_\_\_

Grado escolar: \_\_\_\_\_ Edad: \_\_\_\_\_

¿Sabes qué lenguas se hablan en Cosoltepec? \_\_\_\_\_

¿Has escuchado a la gente platicando en mixteco? \_\_\_\_\_ ¿en dónde? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Quién de tu familia habla mixteco? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Escribe el nombre de algunas personas que hablan mixteco en Cosoltepec.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Sabes contar en mixteco? \_\_\_\_\_

Escribe en la línea de abajo los números en mixteco que sepas:

\_\_\_\_\_

¿Te gusta la lengua mixteca? \_\_\_\_\_ ¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

II. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Encierra con un círculo el número más grande de cada cuadro.

79	98
46	57

421	989
998	850

1800	1099
	1100
1974	

2. En el pueblo *Ñuu Kua'a* viven 5300 personas, en *Santa Rosa* viven 7089 personas, en *San Bartolo* viven 7100 personas y en *Santiago* viven 5245 personas. Ordena de mayor a menor el número de personas que vive en cada pueblo. Escríbelos en la tabla.



Nombre del pueblo	Número de personas

3. Escribe con números las siguientes cantidades.

Cantidad	Número
Ciento tres guajes	103 guajes
Ciento noventa ciruelas	
Tres mil sesenta y dos giotillas	

4. Escribe los nombres de los números:

Número	Nombre del número
215	
193 062	Ciento noventa y tres mil sesenta y dos
234 402	

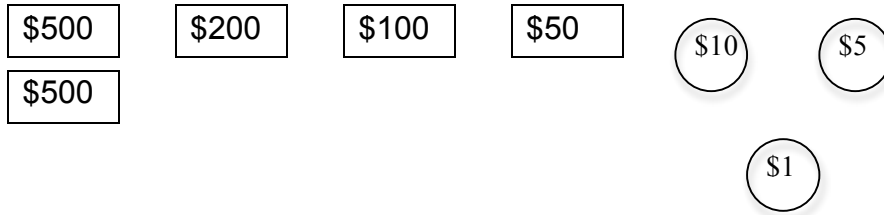
5. Ahora escribe los nombres de los números que van después del nombre de cada número de abajo:

Ciento noventa y tres mil sesenta y dos	Ciento noventa y tres mil sesenta y tres
Mil noventa y nueve	
Quinientos	

6. Finalmente, escribe los números que van antes de cada número:

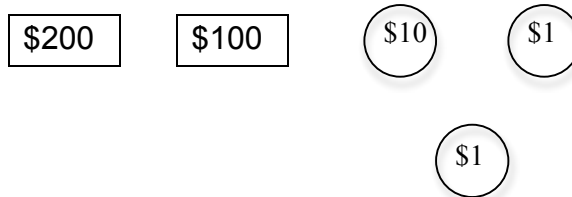
193 062	193 063
	1099
	500

7. Los tíos de Pedro compraron una bicicleta y pagaron \$1 366 pesos. Utilizaron las siguientes cantidades de dinero para pagar.



La bicicleta costó \$1 366 pesos (mil trescientos sesenta y seis pesos).

Después, compraron una mesa que les costó \$312 pesos. Entonces pagaron así:



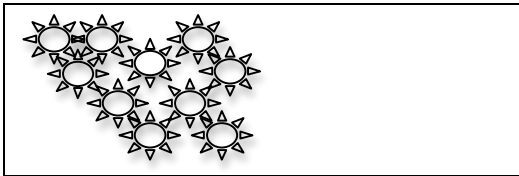
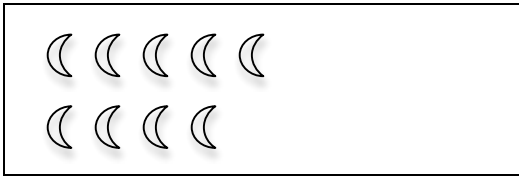
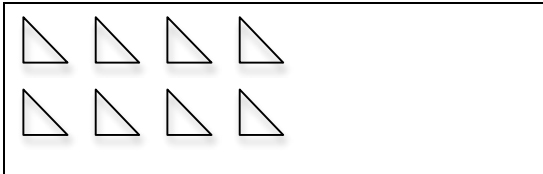
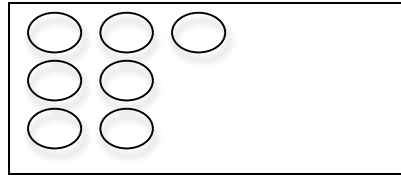
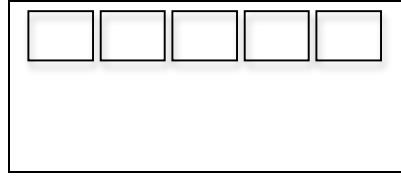
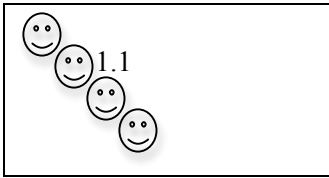
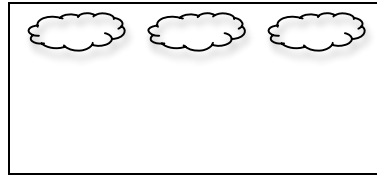
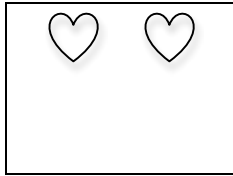
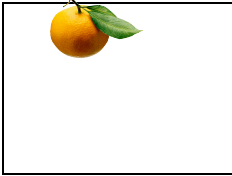
La mesa costó \$312 pesos (trescientos doce pesos).

Por último, compraron una estufa y pagaron \$2,785 pesos. Dibuja el dinero con el que crees que pagaron, puedes utilizar billetes de \$500, \$200, \$100, \$50 y monedas de \$10, \$5 y \$1. Después escribe la cantidad con número y el nombre la cantidad.

## Anexo 2. Ejercicio Ín

Nombre: \_\_\_\_\_

Cuenta en *tu'un savi* cuántos dibujos hay en cada cuadro y escribe en mixteco el número.

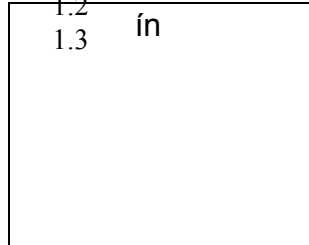


### Anexo 3. Ejercicio Ui

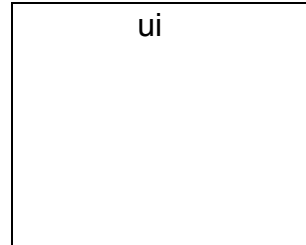
Nombre: \_\_\_\_\_

Dibuja en cada cuadro la cantidad que se te pide.

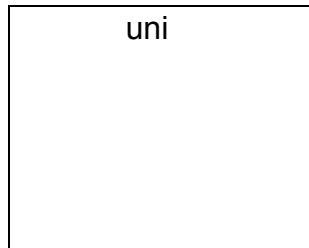
1.2  
1.3    ín



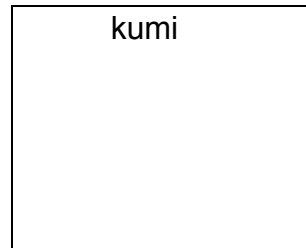
ui



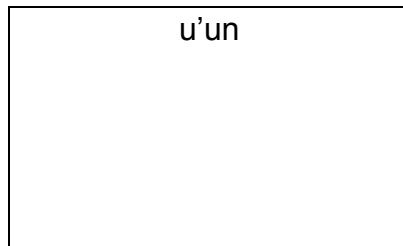
uni



kumi



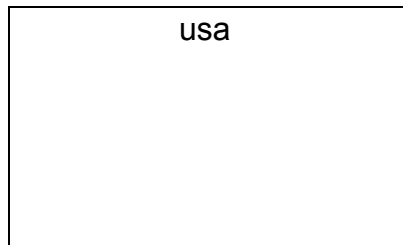
u'un



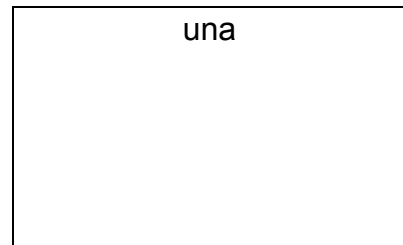
iñu



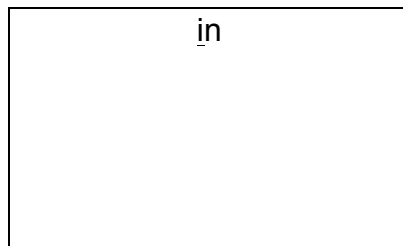
usa



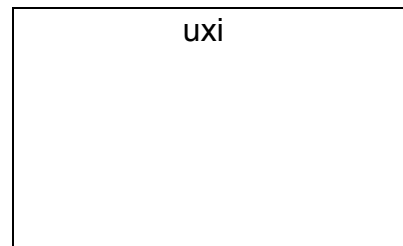
una



in



uxi



## Anexo 4. Ejercicio Uni

Nombre: \_\_\_\_\_

Une con una línea los nombres de los números en *tu'un savi* con los números.

ui	10
usa	3
kumi	5
uni	2
iñu	9
ín	7
una	4
uxi	1
in	6
u'un	8

## Anexo 5. Ejercicio Kumi

- a) Escribe en *tu'un savi* el número sucesor de los números que están en la tabla.

Nombre del número en mixteco	Número sucesor
ui	
u'un	
ín	
usa	
uni	
iñu	
kumi	
in	
una	

- b) Escribe en mixteco el número antecesor de los números que están en la tabla.

Número antecesor	Nombre del número en mixteco
	ui
	u'un
	uxi
	usa
	uni
	iñu
	kumi
	in
	una

## Anexo 6. Ejercicio U'un

Nombre completo: \_\_\_\_\_

1. ¿Cómo se dice en mixteco del 10 al 14? Fíjate en los ejemplos.

Número	Nombre del número en mixteco
10	Uxi
11	Uxi ín
12	
13	
14	

2. ¿Cómo se dice en mixteco del 15 al 19?

Número	Nombre del número en mixteco
15	Sa'un
16	
17	
18	
19	

3. ¿Cómo se dice en mixteco del 20 al 29?

Número	Nombre del número en mixteco
20	Oko
21	Oko ín
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	

4. Por ultimo, ¿cómo se dice en mixteco del 30 al 34?

Número	Nombre del número en mixteco
30	Oko uxi
31	
32	
33	
34	



## Anexo 7. Ejercicio In

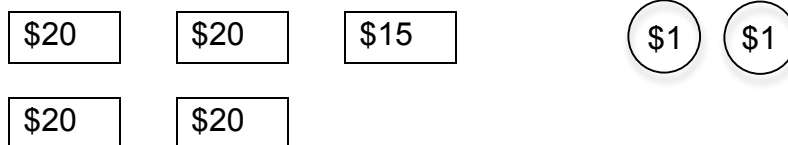
1. Escribe los nombres de los números en mixteco.

18 _____	46 _____
23 _____	73 _____

2. Escribe el número que le corresponde a cada nombre del número en mixteco

Nombre del número en mixteco	Número
Oko sa'un	
Uni diko una	
Kumi diko uxi ui	
U'un diko ín	

3. Los abuelitos de Pedro hace mucho tiempo, cuando solo se hablaba en mixteco, compraron un guajolote que les costó \$97, entonces pagaron con el siguiente dinero:



4. Después, compraron palma para tejer sombreros que les costó \$68. Dibuja el dinero con el que pagaron.

5. ¿Qué números tienes que sumar o multiplicar en *tu'un savi* para obtener las cantidades que se te piden? Observa el ejemplo.

uxi		uni	
10	+	3	=13

	+		=17

			=		=85

			=		=63

6. ¿Te gustó aprender los números en mixteco? \_\_\_\_\_

¿por qué? \_\_\_\_\_

7. Ahora, ¿hasta qué número sabes contar en mixteco? \_\_\_\_\_

8. Escribe tu opinión ¿es fácil o difícil contar en mixteco? \_\_\_\_\_

9. Tacha lo que se te hizo más difícil y encierra con un círculo todo lo que se te hizo fácil de aprender.

- a) Aprender del número *ín* al *uxi*
- b) Aprender que al *uxi*, al *sa'un* y al *oko* se le pueden sumar otros números
- c) Aprender que el *oko* o *diko* se multiplica para formar otros números en mixteco
- d) Formar el dinero en mixteco