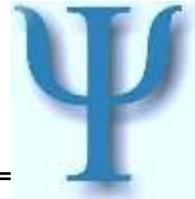




**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD AJUSCO**



**PROGRAMA EDUCATIVO DE LA LICENCIATURA EN PSICOLOGÍA
EDUCATIVA**

TÍTULO

**INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE
ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS A ALUMNOS
DE TERCER GRADO DE PRIMARIA**

MODALIDAD

INFORME DE INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICA

PRESENTAN

**ANA KAREN ORTIZ MARTÍNEZ
EYRA JOSSETTE SANTILLÁN COMPEÁN**

ASESOR: MTRO. CUAUHTÉMOC GERARDO PÉREZ LÓPEZ

MEXICO DF. 2012

AGRADECIMIENTOS

Al Mtro. Cuauhtémoc Gerardo Pérez López por haber confiado en nosotras. Nos encaminó, y aconsejó para la mejora de este trabajo. A todos los Maestros que fueron parte de nuestra formación profesional. Gracias por su apoyo.

A los directivos de la escuela primaria Sebastián Lerdo de Tejada por permitirnos el acceso a la institución, en especial a la docente: Lizbeth N. López Melo y a los alumnos del grupo "3º A" por la accesibilidad y apoyo para la realización de este trabajo.

A nuestra familia, amigos y a todos aquellos que fueron participes en la realización de este trabajo, gracias por su apoyo y comprensión.

A Dios, por darme sabiduría, entendimiento y paciencia durante todo este tiempo. Por haberme permitido terminar la carrera profesional y por acompañarme en el cumplimiento de esta meta tan importante en mi vida.

A mis padres que me vieron crecer y han estado conmigo en las buenas y en las malas. Por creer en mí, y a pesar de las adversidades me han apoyado con sus oraciones, cariño y comprensión.

A Christian Abigail Flores Olín por haber compartido conmigo esta etapa de mi vida, que siempre me mostró su apoyo incondicional y motivación constante.

A mis herman@s que siempre me tuvieron paciencia, comprensión y cariño y con los he disfrutado cada etapa de mi vida.

A mis amigas que me impulsaron en la realización de esta tesis, me tuvieron paciencia, comprensión, y siempre mostraron una mano sincera.

Gracias

Eyra

A MI FAMILIA, Por este nuestro logro. Como una muestra de agradecimiento por toda una vida llena de esfuerzo, sacrificios, pero siempre brindándome su apoyo incondicional. Por haberme guiado por el camino correcto y no dejarme sola.

Quiero expresar un profundo agradecimiento a ustedes, quienes con su apoyo, comprensión, paciencia y amistad me alentaron a luchar por esta etapa, que hoy ha llegado a su fin.

Por el amor, cariño y apoyo, y porque en compañía de ustedes mis padres y hermanos, veo llegar a su fin una de mis metas, les agradezco la orientación que siempre me han otorgado, gracias...

Finalmente a todos aquellos que fueron partícipes de una u otra forma en la realización y conclusión de esta gran logro, gracias a mis amigas, amigos, profesores, y de mas personas influyeron en mi formación profesional y personal. A todos ustedes gracias.

México, DF. 2012

INDICE

RESUMEN

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. MARCO REFERENCIAL	5
1.1. Problema aritmético	5
1.1.1. Concepciones de problema aritmético	6
1.1.2. Clasificación de los problemas	8
1.2. Resolución de problemas	12
1.2.1. ¿Qué es la resolución de problemas?	12
1.2.2. Proceso de resolución de problemas	14
1.3. Dificultades en la resolución de problemas	16
1.4. Estrategias para la resolución del problema	20
1.4.1. ¿Qué es una estrategia?	21
1.4.1.1. Método de Polya (1965)	22
1.4.1.2. La representación gráfica	26
1.5. Concepción de los problemas aritméticos desde los planes y programas 2011	29
1.5.1. Competencias matemáticas	32
CAPÍTULO II. PROCEDIMIENTO	35
2.1. Metodología	35
2.1.1. Primera Fase. Evaluación Inicial	36
2.1.2. Segunda Fase. Programa de Intervención	39
2.1.3. Tercera Fase. Evaluación Final	41
2.2. Análisis y Resultados	43
2.2.1. Fase 1 “Evaluación Inicial”	43
2.2.2. Fase 2 “Programa de Intervención”	53
2.2.3. Fase 3 “Evaluación Final”	68
CAPITULO III. CONCLUSIONES	83
REFERENCIAS	91
ANEXOS	¡Error! Marcador no definido.

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo fue diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención psicopedagógico a un grupo de tercer grado de primaria, con la finalidad de fortalecer las habilidades de los alumnos al resolver problemas aritméticos. Se realizó una evaluación diagnóstica, para conocer las dificultades, habilidades, procesos y estrategias que utilizan los alumnos ante la resolución de problemas aritméticos. El instrumento de evaluación inicial se realizó a partir de la categorización de problemas aritméticos (estructura aditiva y multiplicativa), así como los contenidos académicos que se pretenden alcanzar en este grado. Con base en los resultados obtenidos en la evaluación inicial, se diseñó y aplicó el programa de intervención, cuyo eje principal fueron la propuesta del método de resolución de problemas de Polya (1965) y la Representación Gráfica de Castro, Morcillo y Castro (1992), para la resolución de problemas. La intervención se desarrolló en 18 sesiones de 45 minutos aproximadamente, dos veces por semana. Para tal fin se realizaron diferentes actividades dirigidas a la resolución de problemas. Después de la intervención se aplicó un instrumento para conocer los alcances obtenidos por los alumnos.

Se puede concluir, a partir de los hallazgos encontrados en el programa de intervención, la importancia de realizar y desarrollar este tipo de trabajos. Realizar una propuesta de intervención en el contexto educativo, ayuda a ser eficaces en la utilización de estrategias en la resolución de problemas aritméticos, el utilizar el método de resolución de problemas de Polya de la mano de la Representación Gráfica, permitió a los alumnos, analizar, reflexionar y desarrollar habilidades cognitivas que les ayudaron a solucionar los problemas de forma fácil y sencilla.

La importancia de que el docente a cargo del grupo esté presente en el desarrollo de la intervención, no solo permitió y facilitó el trabajo con el grupo, sino que también conoció el trabajo realizado con sus alumnos y lo retomó en su planeación (trabajo) diario en grupo.

A partir de los resultados obtenidos, se pudo corroborar que después de haber participado en el programa propuesto, los alumnos fueron más eficaces en la resolución de problemas.

INTRODUCCIÓN

Un objetivo que ha planteado la educación básica en los últimos años, es el desarrollo de habilidades matemáticas, para la resolución de problemas. Al resolver problemas, se consigue en los alumnos el desarrollo de estrategias que les permiten relacionar los conocimientos matemáticos que poseen, con situaciones de la vida cotidiana.

En la actualidad la sociedad demanda una serie de destrezas que deben ser desarrolladas plenamente por los alumnos, para que en el futuro logren estar inmersos no sólo en el ámbito escolar sino también en lo laboral.

En el nivel básico, la enseñanza de las matemáticas está dirigida al desarrollo de aptitudes y habilidades, que permitan desarrollar estrategias, con la finalidad de que los alumnos logren dar significado, entender conceptos y métodos matemáticos; del mismo modo, generar la capacidad para razonar lógicamente los planteamientos matemáticos y finalmente, aplicar conceptos, métodos y procedimientos para resolver problemas en cualquier contexto (SEP, 2011). La enseñanza de la resolución de problemas es, en consecuencia, uno de los ejes que toma mayor interés en la educación primaria.

Por tal razón, la enseñanza de la resolución de problemas no debe considerarse como una simple tarea de resolución de ejercicios, sino como una situación dinámica, en la que es posible poner en práctica múltiples estrategias, métodos y procedimientos para resolver los problemas. Asumir de esta forma los problemas ayudará a los alumnos a poner mayor interés en su resolución y hacerlo exitosamente.

Si la práctica escolar no está encaminada a presentar problemas reales, esta puede ser una causa de que la enseñanza de matemáticas no tenga significado y sentido para los alumnos, por lo que no le dan el debido interés en su aprendizaje. En consecuencia, los alumnos no llegan a comprender, razonar y analizar los conceptos matemáticos, sino que sólo los memorizan. Cuando el maestro les pide aplicar lo aprendido en otros contextos, no pueden transferirlo de forma correcta y, por lo tanto, no llegan a un buen resultado y alcanzar el objetivo que se planteó.

Por ello, es de gran importancia que los alumnos no sólo aprendan los procedimientos de resolución de problemas, sino que los comprendan, reflexionen y analicen sobre ellos. Así, cada vez que los utilicen podrán evaluar si en realidad les funcionan para resolver algún problema, o bien, encontrar otro procedimiento y mediante la ayuda de una estrategia llegar a resolver el problema de forma correcta y sencilla.

Para apoyar y ayudar al alumno significativamente en esta tarea, es necesario que el maestro actúe como un mediador en el desarrollo del proceso de resolución de problemas. El maestro debe guiar a sus alumnos proponiéndoles una serie de estrategias que les permitan comprender y encontrar la solución del problema.

Por lo que si los maestros, directores, padres de familia y demás agentes educativos generan ambientes y condiciones en beneficio de los alumnos, con la finalidad de que aprendan y desarrollen habilidades que les permitan transferir esos aprendizajes a conocimientos más complejos, se podrá lograr que los aprendizajes sean significativos.

Por lo tanto, para ayudar a los alumnos a mejorar en su aprendizaje, la psicología educativa, plantea que es necesario conocer el contexto de los alumnos, mediante la realización y puesta en marcha de diferentes herramientas que permitan ayudar no solo a los alumnos sino a los docentes. Es primordial realizar una evaluación diagnóstica o inicial, el desarrollo de un programa de intervención, sin olvidar que en cada uno de estos momentos, se debe realizar una evaluación continua, que permita dar cuenta de los avances o retrocesos en los alumnos, para realizar adecuaciones al plan de trabajo y que al final los resultados sean favorables para los alumnos, y una evaluación final en la que se verifiquen los alcances obtenidos.

Con base en lo anterior y el interés que tiene desde la psicología el desarrollo de programas de intervención, el objetivo de este trabajo fue, “Diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención psicopedagógico a alumnos de tercer grado de primaria, para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos, por medio del método de Polya (1965) y la representación gráfica de Castro, Morcillo y Castro (1992)”.

Este trabajo se desarrolla a lo largo de tres capítulos, con el fin de conocer sobre el tema y tener herramientas para el desarrollo y cumplimiento del objetivo.

El primer capítulo corresponde al marco referencial, en este se hace una revisión de bibliográfica sobre la enseñanza de estrategias para la resolución de problemas aritméticos, discutidos en cinco apartados. En el primer apartado se argumenta acerca de la concepción de problema y problema aritmético; asimismo, se diserta sobre la clasificación de los problemas y los tipos de problemas aritméticos que se pueden presentar.

En el segundo apartado se recupera el significado de resolución de problemas y el proceso o pasos que se siguen y deben considerar para resolver un problema. En ese sentido, se menciona algunos aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la solución de problemas.

Se presenta en el tercer apartado, la discusión sobre algunas de las dificultades a las que se enfrentan o pueden tener los alumnos cuando intentan resolver un problema, las cuales pueden ser una barrera que les impida llegar y encontrar la solución del problema de forma correcta.

En el cuarto apartado se desarrolla el tema de estrategias, se menciona la definición de una estrategia y se describen dos forma por las cuales se puede desarrollar el proceso de resolución de problemas, la primera el método de Polya y la segunda la representación gráfica, las cuales pueden ser utilizadas para ayudar a sus alumnos a resolver problemas aritméticos.

Finalmente se presenta la perspectiva que se tiene de la resolución de problemas, desde la revisión de Planes y Programas 2012.

En el segundo capítulo se desarrolla el procedimiento utilizado para este trabajo; la cual ayudará a dar respuesta y cumplir con el objetivo planteado; éste consistió en tres fases. El trabajo se desarrolló mediante el diseño de un programa de intervención, se trabajó con un grupo de tercer grado de primaria.

La primera fase corresponde a la evaluación inicial, para la cual se diseñó y aplicó un instrumento que consta de una hoja con doce problemas aritméticos, con el cual fue posible detectar e identificar los procedimientos y estrategias que utilizaban los alumnos para la resolución de problemas, así como las posibles dificultades que pudieran presentar en la resolución de éstos. La segunda fase, consistió en el desarrollo y aplicación del programa de intervención, se desarrolló mediante el modelaje de la resolución de problemas, tomando

como bases; el método (1965) y Representación Gráfica de Castro et al. (1992). En la última fase, con el fin de ver los avances en los alumnos, se diseñó y aplicó una hoja con doce problemas aritméticos. Se procuró que fuera equivalente, sin embargo se ajustó a los conocimientos y habilidades de los alumnos.

En el capítulo tres se presentan las conclusiones, limitaciones y alcances del trabajo. Se puede mencionar que tanto la contextualización de los problemas, como el utilizar estrategias, facilitó a los alumnos la resolución de los problemas aritméticos, así como el desarrollo de habilidades y transferirlas a problemas complejos, en el caso de los alumnos con los que se trabajó, a problemas de estructura multiplicativa.

Como se plantea en el documento, desarrollar este tipo de trabajos permite, no solo que los alumnos mejoren en su aprendizaje, sino que también los maestros retomen la propuesta en el aula y los avances sean más satisfactorios, como fue el caso de la maestra del grupo con el que se trabajó.

CAPÍTULO I. MARCO REFERENCIAL

1.1. Problema aritmético

El concepto problema, tiene connotaciones diferentes, de acuerdo al contexto y área en la que se utilice. Autores como, Vilanova et al (2010), Mayer (1986), Luceño (1999), Brun (citado en Peltier, 2003), Gaulin (2000) y Cuevas (1972), definen el concepto de problemas.

Vilanova et al. (2010) menciona que un problema *es un enunciado o proposición dirigida a averiguar el modo de obtener el resultado cuando ciertos datos son*. Así mismo Mayer (1986) considera que los problemas deben contener los siguientes elementos:

1. Datos. Son formados por la información que se encuentra presente en el problema. Esta información puede ser de manera implícita o explícita.
2. Objetivos. Establecen el estado final o esperado del problema. Está encargado de cambiar el problema a partir de su estado inicial hasta llegar al estado final del problema.
3. Obstáculos. Son las dificultades propias de las distintas operaciones que se vayan a utilizar para obtener la respuesta correcta o la solución del problema.

Al integrar todos los elementos anteriores, Luceño (1999) define el concepto de problema como: *toda situación en la que se haya un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo*.

Por otra parte, Brun (citado en Peltier, 2003) considera que un problema se define como el planteamiento de una situación inicial, en la cual se pretende alcanzar el o los objetivos que se plantearon. En tal situación se pide al alumno realizar una serie de acciones u operaciones para alcanzar ese objetivo.

Gaulin (2000) hace una diferencia notable entre lo que es un problema y un ejercicio. Considera que el término problema no se refiere a una simple resolución de ejercicios, sino a situaciones donde hay que pensar mucho y poner en marcha los conocimientos previos que posee el alumno. Mientras que el término de ejercicio lo define como una forma de ejercitarse, es decir, aplicar o practicar una habilidad que se adquirió.

Finalmente, Cuevas (1972) considera que un problema es una proposición en la cual se dan ciertos datos, que facilitarán o guiarán el camino para hallar un resultado, que es la solución del problema.

Analizado el concepto de problema en el apartado anterior, es conveniente mencionar lo que se entiende por problema aritmético.

1.1.1. Concepciones de problema aritmético

Un problema es aritmético cuando están implícitos en él, conocimientos de conceptos, técnicas y algoritmos para llegar a su resolución. En tal resolución se deben realizar una o varias operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división). Lo que define más claramente un problema aritmético son las características que hacen referencia al enunciado y a la resolución del problema (Luceño, 1999).

Características

- Enunciado
 - La información es de carácter cuantitativo (los datos proporcionados son cantidades).
 - Las relaciones que expresa son de tipo cuantitativo.
 - Las preguntas se refieren a la determinación de una o varias cantidades, o relaciones entre cantidades.
- Resolución
 - Se realiza una o varias operaciones aritméticas.

Puig y Cerdán (1995) mencionan que la estructura de un problema aritmético se divide en dos partes: la parte informativa y la pregunta del problema. La parte informativa se conforma por el conjunto de datos que se encuentran en el enunciado que ayudan a encontrar la solución. La pregunta del problema es la incógnita que se busca. Las cantidades dadas en el problema son tres; dos de las cuales son datos y la otra la incógnita del problema; es decir, dos están en la parte informativa y la otra en la pregunta del problema.

Con base en lo anterior, las partes de un problema son:

1. Incógnita. Es la parte del problema que se quiere determinar. Esto se logra resolviendo el problema.
2. Datos. Son partes del problema que vienen dados en el enunciado.
3. Condiciones. Es la parte esencial del problema, funciona como nexo entre los datos y la incógnita.

Es esencial que cada una de las partes del problema las internalice el alumno. De ese modo será fácil su recuperación cuando se resuelva un problema. Al resolver un problema, es importante buscar un punto de contacto entre los conocimientos previos y los datos; eso ayudará a interpretar la expresión y encontrar un plan que conduzca a solucionar el problema.

De acuerdo a lo anterior Barrantes (2010) considera que los problemas aritméticos deben ser actividades vivas, que estén relacionados con el contexto de los alumnos y que éstos interpreten como problema. La tarea de los profesores es presentar a sus alumnos los problemas en una etapa manipulativa, con experiencias cercanas a ellos.

Bermejo (1990) afirma que el niño construye el aprendizaje de los problemas aritmética en dos contextos separados: en el aula y fuera de ella. Considera que los problemas que se les presentan a los alumnos, no tienen nada que ver con los objetos y problemas del mundo real; por tal razón, los problemas se les dificultan, puesto que no encuentran relación con lo que ellos conocen. Esto conlleva a no poder resolverlos.

En el momento de construir problemas aritméticos, los maestros deben considerar las concepciones y el entorno inmediato de los alumnos, para que éstos conciban como reales las situaciones que se les presentan.

Al no estar la práctica escolar encaminada a presentar problemas reales, relacionados con lo conocido, puede causar que los alumnos no encuentren sentido, relación e interés por aprender matemáticas, concluye el autor. En la enseñanza los maestros utilizan rutinas sistemáticas, en la que los alumnos sólo memorizan o mecanizan procedimientos, pero no los reflexionan y analizan sobre ello. Por lo cual cuando los alumnos se enfrentan a otros contextos de

resolución de problemas, no saben o consideran insuficientes los procesos y procedimientos aprendidos, lo que los lleva a cometer errores.

Desde que los alumnos ingresan a la escuela están en constante interacción con situaciones aritméticas, en las que encuentran inmersos números, operaciones y problemas. Toda actividad de resolución de problemas aritméticos implica un esfuerzo por aprender a contar, recitar la secuencia numérica; a reconocer cifras y escribirlas; a coordinar y comparar conjuntos de objetos que se encuentran, determinar en dónde hay más o menos; y a expresar simbólicamente estas relaciones; a sumar con los dedos, posición u orden de los números; comprensión del sistema numérico (Puig y Cerdán 1995).

En la literatura especializada se concluye que mediante la introducción de los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas, en especial en la aritmética, se promueve el desarrollo del pensamiento matemático desde edades tempranas. El alumno lo construye desde su interior, a partir de la interacción con el entorno, mediante experiencias e interacciones que él enfrenta antes de ingresar a la escuela. Estas experiencias son la mayor parte de las ocasiones inconscientes para ellos y sus interlocutores. En éstas, el niño maneja cantidades, objetos, números, entre otros conceptos, con los que posteriormente podrá resolver operaciones sencillas. A este tipo de aprendizaje se le considera como informal; estos saberes serán la base para construir los conocimientos formales.

Con base en la definición y características de un problema aritmético, se han propuesto diferentes clasificaciones, las cuales se describirán en el siguiente apartado.

1.1.2. Clasificación de los problemas

Los alumnos, al resolver los problemas que les plantea el maestro, se pueden encontrar con casos en los que para alcanzar la solución es necesario realizar distintas operaciones aritméticas. Debido a ello y para su mejor comprensión, los problemas pueden clasificarse de grosso modo, en las siguientes dos categorías:

- a) Problemas de Estructura Aditiva. Se resuelven con la adición y la sustracción.
- b) Problemas de Estructura Multiplicativa. Para resolver este tipo de problemas, se utiliza la multiplicación y la división.

A su vez los problemas de estructura aditiva han sido clasificados según su estructura semántica. Santiago, Josetxu y Lieven (2008) establecen las siguientes categorías.

- Problemas de Cambio. En éstos se presenta al alumno un problema con una situación dinámica (cambiante). Está presente una situación inicial, posteriormente se le aplica un cambio a la situación inicial y, finalmente, se da un cambio en la situación final; que es el resultado obtenido. Como ejemplo: Luis tiene cinco lápices, Pedro le regala tres ¿Cuántos lápices tiene Luis ahora?
- Problemas de Combinación. En este tipo de problemas se presenta al alumno situaciones estáticas (sin movimiento). En estos problemas inicialmente se encuentran dos cantidades, que se combinan entre sí para encontrar la parte que falta, que es el resultado o lo que se está buscando. Por ejemplo: Juan tiene ocho canicas y José tiene cinco. ¿Cuántas canicas tienen entre los dos?
- Problemas de Comparación. En estos problemas se plantean situaciones comparativas. En ellos se presentan dos cantidades que se comparan entre sí, para establecer la diferencia y encontrar el resultado. Un ejemplo de este tipo de problemas es: Sandra tiene siete muñecas, Laura tienes dos muñecas más que Sandra. ¿Cuántas muñecas tiene Laura?
- Problemas de igualación. Se presenta una situación de cambio, la cual se inserta en otra más general de comparación, de manera que el conjunto de diferencias, es la cantidad que hay que añadir o quitar a la primera situación para que sea igual a la segunda situación, la cual facilita a encontrar la respuesta que se busca. Por ejemplo: Esteban tiene ocho pelotas, Raúl tiene cinco pelotas. ¿Cuántas canicas le tienen que dar a Raúl para tener las mismas que Esteban?

Los problemas de estructura multiplicativa no tienen una clasificación universal. En la clasificación propuesta por Aguilar y Navarro (2000) se toman en cuenta las siguientes cuatro categorías:

- Isomorfos de medida. Se trata de problemas que utilizan cantidades extensivas discontinuas. En la que propuestas dos cantidades, se pregunta por la cantidad resultante. Es la categoría más sencilla al no plantear contradicciones entre su sentido y las operaciones con las que se resuelven. Dichas operaciones guardan un estrecho

parentesco con las de sumar y restar, por lo que a veces los alumnos los resuelvan con estas últimas. Por ejemplo: Hay cinco estantes de libros en la habitación de Juan. Juan puso ocho libros en cada estante. ¿Cuántos libros puso Juan en su habitación? La descripción existencial es los cinco estantes de libros y la regla de correspondencia, los ocho libros.

- Producto cartesiano. Esta categoría implica la combinación de dos cantidades determinadas, para formar una tercera que no es igual ni al multiplicando ni al multiplicador. Es el caso del producto cartesiano, donde se establece la combinación uno a uno de los elementos de los dos factores, con independencia del orden de colocación de los mismos. Un ejemplo de esta categoría es: Isabel tiene 12 vestidos y 8 blusas ¿De cuántas formas distintas puede combinar su ropa?
- Escalares grandes. En este tipo de problemas se establece una proporción a escala entre las cantidades extensivas o intensivas. En este tipo de problemas se expresa la regla de proporción entre ambas cantidades. Dada la cantidad de uno y las veces que otro la tiene de más, se pregunta por la cantidad resultante. En este tipo de problemas se utiliza el término “veces más”. Por ejemplo: Paola tiene 7 paletas y su hermana tiene 3 veces más paletas que ella. ¿Cuántas paletas tiene su hermana?
- Escalares pequeños. Al igual que la categoría anterior se establece una proporción entre las cantidades propuestas, para llegar al resultado, solo que en este tipo de problemas se utiliza el término “veces menos”. Un ejemplo es: Iván tiene 135 canicas. Su hermano José tiene 2 veces menos canicas que él ¿Cuántas canicas tiene José?

Además de clasificarlos por el tipo de estructura semántica, relacionada con la operación aritmética que los soluciona, los problemas pueden clasificarse en las categorías problemas de consistencia o problemas de inconsistencia (Lewis y Mayer, 1987). La resolución de los problemas consistentes se alcanza más fácilmente.

- Problemas consistentes. La estructura del problema coincide con la operación a realizar; ejemplo: Luis tiene tres soldaditos, en la feria juega canicas, y gana dos. ¿Cuántos muñecos tiene en total?

- Problemas inconsistentes. Son aquellos en los que la estructura del problema no coincide con la operación. Paola trabajó en una tienda y ganó 350 pesos, compró tres vestidos, por lo cual gastó en total 150 pesos, ¿Cuánto le quedó de dinero?

Puig y Cerdán (1995) clasifican los problemas aritméticos, en problemas de una etapa o simples y en problemas de más de una etapa o compuestos.

- Problemas de una etapa: en estos problemas se encuentra solo una relación entre dos datos, de los cuales una parte es para encontrar la incógnita y solucionar el problema, el alumnos solo necesita realizar una operación.
- Los problemas de más de una etapa: en este tipo de problemas se da más de una relación entre los datos del problema, son aquellos en los que se necesita la combinación de varias operaciones para llegar al resultado.

Al realizar una combinación de los cuatro tipos de operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división), de dos en dos, se obtienen dieciséis parejas de operaciones; que pueden ser utilizadas en la resolución de problemas compuestos de dos etapas (Castro, et. al, 1988).

(+,+)	(x,+)
(+,-)	(x,-)
(+,x)	(x,x)
(+,/)	(x,/)
(-,+)	(/,+)
(-,-)	(/,-)
(-,x)	(/,x)
(-,/)	(/,/)

Fuente: Castro, et. al, 1988.

El grupo de EGB de la APMA (1986) establecen una lista de verbos, los cuales son palabras clave para problemas de adición, sustracción, multiplicación y división.

- Los verbos de adición: juntar, unirse, añadir, adherir-se, sumarse, contar, incorporar, etc.
- En la sustracción se puede encontrar los siguientes verbos: robar, apartar-se, recortar, quitar, disminuir, tomar, extraer, sustraer-se, etc.
- En la multiplicación: cuadruplicar, duplicar, multiplicar-se, redoblar, repetir, triplicar, etc.
- En la división los verbos son: compartir, despedazar, distribuir, dividir, fraccionar, fragmentar, partir, trozar.

Los problemas aritméticos, de acuerdo con sus características y clasificación, necesitan ser resueltos; para tal acción, el sujeto debe poner en marcha una serie de pasos que le guiarán en tal proceso. En donde la resolución de problemas, es un medio para el desarrollo de habilidades y estrategias.

1.2. Resolución de problemas

1.2.1. ¿Qué es la resolución de problemas?

La resolución de problemas se entiende como la actividad generadora de un proceso a través del cual el que aprende combina conocimientos de: reglas, técnicas, habilidades y conocimientos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva (Orton, 1996).

De acuerdo con Juidías y Rodríguez (2007), la resolución de problemas, dentro de la educación matemática, es considerada como un objetivo principal, ya que aprender matemáticas está ligado a que los alumnos sean capaces de resolver problemas.

La resolución de problemas es una capacidad que deben adquirir los alumnos, para que aprendan técnicas y estrategias, que les ayuden a llegar a la solución de los problemas que se le plantean. Y por último, se considera la resolución de problemas como una metodología constructivista que utiliza el maestro para la enseñanza de conceptos matemáticos.

Buschiazzo, Cattaneo, De Hinrichsen, Filipputti y Lagrece (1997) mencionan que el proceso de resolución de problemas, es la actividad mental elaborada por el alumno, su trabajo inicia

desde el momento en que se le presenta el problema, y debe trabajar en él, realizando una serie de acciones para darle solución. Debe poner en marcha los conocimientos adquiridos (buscar la incógnita, los datos, palabras clave, etc.), para encontrar la incógnita (el resultado) y resolver el problema.

Para Barrantes (2010), la enseñanza de resolución de problemas no sólo se debe mostrar un algoritmo o el método de resolución, enfatiza que el objetivo es ayudar a los alumnos a desarrollar habilidades intelectuales para resolver en ese momento el problema planteado y problemas posteriores, tanto escolares como de la vida cotidiana. En consecuencia, para que esto sea posible, los problemas presentados a los alumnos deben tener estrecha relación con lo que ellos viven a diario (su contexto).

En la escuela, la resolución de un problema aritmético parece consistir fundamentalmente en la realización de una o varias operaciones aritméticas, que lleven y/o ayuden a los alumnos a encontrar la solución, pero no solo eso; también es construir un proceso, procedimiento o plan, que pueda implementarse para solucionar el problema.

Los maestros deben tomar en cuenta que, el alumno tenga un interés por resolverlos. Por lo cual, se debe aprovechar las experiencias que el alumno tiene y el contexto en el que se desenvuelve para formular y resolver problemas que sean de su interés. Los problemas deben estar relacionados con actividades cotidianas, con el mundo social y natural: la familia, la escuela, los compañeros, juegos, diversiones y preferencias, que los alumnos experimentan y conocen. Si no es así los alumnos no encuentran utilidad práctica al resolver problemas, no los integran e interpretan como un conocimiento que les sea útil y práctico en otras situaciones que ellos viven a diario.

Al respecto Buschiazzo et al, (1997) mencionan que en la resolución de problemas no se deben involucrar cálculos largos, ya que éstos provocan en el alumno fatiga, pérdida de su concentración y el interés por su resolución. La dificultad del problema debe estar en encontrar las relaciones que le permitan resolver el problema y no en la práctica de la técnica operatoria.

Barrantes (2010) concluye que es necesario que los maestros dejen de lado la idea tradicional de aprender teoría, memorizarla y, por último, aplicarla en la resolución de problemas. Se conocen y están evidenciados los resultados de este tipo de enseñanza tradicional. Un problema y su solución no son objetos para aplicarlos al final, sirven también para explorar una idea nueva y consolidarla antes, durante o después de la teoría.

Orton (1996) menciona que para resolver problemas, el alumno debe poner en marcha la serie de procedimientos, reglas, técnicas, destrezas y conceptos, que él posee como conocimientos previos y que adquirió en la escuela, de modo que al hacer la combinación de éstos se generen herramientas para poder resolver los nuevos problemas que se le presenten. En ese sentido, se considera que la resolución de problemas ha de ser el lugar de la producción del conocimiento, o el lugar donde se apliquen los conocimientos adquiridos a situaciones no familiares (nuevas).

Las acciones de los alumnos adquieren un papel importante en la resolución de problemas, éstos deberán trabajar arduamente en alcanzar la solución. No será suficiente que utilicen algoritmos o fórmulas, sino que buscarán distintas estrategias y/o procesos, que puedan ayudarles a dar respuesta a los problemas planteados. La respuesta no se obtendrá de forma automática, sino que tendrán que probar varios caminos para llegar a la solución.

Por tal motivo, se debe considerar la resolución de problemas como un proceso a adquirir y no como un simple contenido. Si el alumno lo ve como un proceso, le ayudará a entender mejor lo que debe hacer y cómo utilizarlo. De ese modo, encontrará sentido y significado al resolver los problemas y no lo verá como un simple depósito de contenidos.

1.2.2. Proceso de resolución de problemas

En el proceso de resolución de problemas aritméticos están implícitos múltiples componentes. De acuerdo a Aguilar, Navarro y Alcalde (2003), éstos se categorizan en dos etapas:

- 1) Comprensión o representación del problema. Implica un proceso de traslación e integración del problema; en esta etapa, la tarea del alumno es entender y comprender; dar significado al problema de forma general, para que lo pueda contextualizar. Esto

no sólo implica entender el significado matemático de las palabras, sino comprender la estructura completa del problema.

El orden y la manera de presentar la información, puede hacer que el problema sea más fácil o difícil de entender para los alumnos.

- 2) Resolución o ejecución del problema. La tarea del alumno es partir de la comprensión, para estructurar un plan y ejecutarlo, para resolver el problema. Realiza un trabajo de translación de la información a selección de datos, operaciones, algoritmos.

Así, el significado que el alumno le dé al problema es lo que hará que sea atractivo al momento de resolver el problema, será un desafío para el alumno y lo impulsará a esforzarse y resolverlo.

Dewey (citado en Puig y Cerdán 1995) por su parte, propone un proceso de resolución de problemas aritméticos y lo describe en cuatro fases:

- 1) Identificación de la situación problemática.
- 2) Definición precisa del problema.
- 3) Análisis de medios-fines. Plan de resolución.
- 4) Ejecución del plan.

Puig y Cerdán (1995) presentan una adaptación al método de resolución de problemas de Polya (1965) y Dewey (1888); así, propone un proceso para que los alumnos enfrenten los problemas aritméticos, con el fin de que puedan encontrar la solución del problema de una manera más sencilla. Para lo cual se proponen las siguientes fases:

- 1) Fase de lectura. Los alumnos leen el problema, para tener un acercamiento con él, aún no se pide que lo reflexionen y analicen para comprenderlo.
- 2) Fase de comprensión. Deben comprender, entender y dar sentido al enunciado, en consecuencia, identificar lo que pide realizar.
- 3) Fase de traducción. Consiste en traducir el enunciado a una expresión aritmética. En esta fase se decide qué operación u operaciones se pueden realizar para encontrar el resultado.

- 4) Fase de cálculo. En la cual se debe poner en marcha o realizar la o las operaciones que en la fase anterior decidió realizar, para llegar el resultado.
- 5) Solución. Se debe de contestar a la pregunta del problema, encontrar la incógnita.
- 6) Revisión-comprobación. En la cual se realiza una revisión del proceso utilizado con el fin de verificar el resultado obtenido.

Tomando como referencia lo anterior, el punto de partida para la resolución de un problema es familiarizarse con él, conocerlo; partir del enunciado y visualizarlo como un todo, entenderlo e interpretar su significado. El alumno debe interactuar con el problema, poner en práctica sus conocimientos previos y ver el problema como algo que está cerca de él (que lo pueda relacionar con su vida cotidiana), con el fin de poder solucionarlo fácilmente.

Para una mejor comprensión del problema, el alumno debe conocer cada parte que describe el enunciado; de qué trata, qué pide, qué pregunta, qué se busca. Puede partir de lo que se conoce: los datos proporcionados.

Esto le debe resultar claro y preciso, lo usará y recurrirá a ello para crear un plan y transferirlo a la selección y realización de operaciones y algoritmos que le ayuden a encontrar la incógnita, y verificar si su solución fue correcta y, sino es así, verificar su proceso y corregir.

En el proceso de resolución de problemas los alumnos, aunque pongan en marcha un plan de acción, éste no siempre les puede resultar claro y fácil de aplicar; en ocasiones pueden cometer errores o encontrarse con dificultades externas que les imposibiliten llegar al objetivo que plantea el problema a resolver.

1.3. Dificultades en la resolución de problemas

La resolución de problemas es el medio para enseñar conceptos matemáticos y el eje principal de la educación básica, por lo que los encargados de realizar el curriculum, así como el maestro de aula deben tener en cuenta algunos factores, para que los alumnos puedan llegar al objetivo que se les planteó, y no encontrarse en el camino con dificultades que desvíen el objetivo que se persigue, que es llegar a la solución del problema.

Por ello, con el fin de que los alumnos puedan relacionarlos con su vida cotidiana, es mejor que los maestros planteen más problemas genuinos que abstractos. De ese modo será menos difícil al momento de resolverlos en clase.

Al respecto Buschiazzo et al. (1997) mencionan que existen dos papeles que intervienen al plantear los problemas en el aula; el pedagógico y el formativo. Dichos papeles se desarrollan a partir de los objetivos que el maestro persigue y el fin de la actividad o tarea a realizar.

De esta forma, los problemas pueden ser, desde el plano pedagógico:

- El motivador de un tema nuevo. Una manera significativa de introducir a los alumnos a un concepto nuevo, es a través de problemas que sean creativos, interesantes y motivadores.
- El problema como medio para afianzar conocimientos adquiridos. Mediante la solución de problemas es factible el fortalecimiento de los conceptos que fueron adquiridos; lo novedoso radica en el enfoque con el que se presenta el concepto a los alumnos.

Desde el plano formativo se encuentran el desarrollo intelectual y el desarrollo socio-afectivo.

- Para el desarrollo intelectual la resolución del problema debe considerarse como la aplicación de mecanismos calculistas, proponerse un planteo de datos y la aplicación de sus propiedades. El alumno, cuando resuelve problemas, contribuye en la formación de su personalidad; cuando pone en práctica la resolución de problemas se internaliza el razonamiento que le permite buscar relaciones (sujeto-problema), se reconoce su valor y, de esa forma, se transfiere ese saber a situaciones que no son matemáticas de modo inconsciente.
- El desarrollo socio-afectivo desarrolla la iniciativa, la voluntad, la disciplina, la honestidad, la solidaridad y el respeto. Las dos últimas se ligan directamente con el trabajo en grupo, por lo cual para su logro, no debe olvidarse implementar situaciones que lo promuevan.

Es importante considerar lo anterior, ya que cuando sólo plantean y resuelven ejercicios del libro, que no están relacionados con el contexto de los alumnos, éstos no tienen la posibilidad de relacionarlos con los contenidos y/o conceptos nuevos, con lo que ellos conocen. Por consecuencia se vuelve complicada la resolución.

Algunas de las dificultades a las que se enfrentan los alumnos al resolver problemas, pueden ser: la redacción del enunciado y el lenguaje.

- Redacción del enunciado

Se ha demostrado que los alumnos al resolver problemas, tienen dificultad al comprender el tipo de palabras que se utiliza en la redacción del enunciado. En la mayoría de los casos éstas son técnicas y pocas veces comprensibles. Al no poder comprender el problema, los alumnos son incapaces de abstraer los elementos básicos del mismo, así como la información adicional o complementaria (Botsmanova, 1989). En consecuencia, el maestro debe procurar que los enunciados estén escritos en un vocabulario que puedan entender, y transferir el enunciado a un plan y poder llegar a la solución.

- Enfoque Lingüístico

Otra dificultad que presentan los alumnos, en la resolución de problemas, es la función del lenguaje utilizado en el enunciado. Este es un factor que interviene, pero no en todos los casos. Dentro del enfoque lingüístico, Castro, Rico y Gil, (1992) ponen atención y se centran en:

- a) Habilidad lectora

Lessenger, Wilson, Monroe y Engelhart (citado en Reed, 1962) ponen atención, en la importancia que tiene la lectura para la resolución de problemas aritméticos, al mencionar que es necesario que los alumnos mejoren día a día su habilidad lectora, para incrementar la capacidad en la resolución de problemas aritméticos.

- b) Legibilidad

La legibilidad de los textos es un aspecto necesario. De ello depende que los alumnos identifiquen el tipo de problema y la operación a realizar, ya sea una suma, resta, división o multiplicación, de acuerdo con el problema que se plantea.

Buschiazzo et al. (1997) mencionan que los enunciados deben ser atractivos y con situaciones acordes con la realidad del alumno. El autor expone que al elaborar un problema no se debe hacer uso excesivo de verbos como: *agregar, adicionar, repartir, quitar*, entre otros. Esto hace que los alumnos mecánicamente, lo relacionen con la operación, perdiendo, de esta forma, la característica de problema, volviéndose una rutina y no algo atractivo e interesante para los alumnos.

Así mismo, Juidías y Rodríguez (2007) realizan una recopilación sobre las dificultades que pueden presentar los alumnos en la resolución de problemas. A éstas los consideran como factores que pueden influir en el proceso. Las cuales se presentan a continuación.

- Contextualización de los problemas. Es importantes que se presenten problemas relacionados con el contexto del alumno, en los que se presenten situaciones dinámicas e interesantes y, no problemas clásicos, ya que los alumnos los consideran como aburridos y difíciles de resolver.
- Comprensión del problema. Esto se debe a la carencia de conocimientos semánticos y lingüísticos o una deficiente comprensión lectora de los textos; por la estructura que este presenta. Entre estas se encuentra:
 - Complejidad sintáctica
 - Vocabulario técnico
 - Utilización de la notación matemática
 - Relación con el contexto
- La presencia de datos irrelevantes. Obstaculiza su representación y comprensión de lo que se persigue.
- No interpretan con sus propias palabras el enunciado. Se encaminan en el mismo orden en el que esta escrito, y no logran establecer correctamente las relaciones que se presentan.
- Automatismo en la resolución. Lee el enunciado rápidamente y, enseguida, se dispone a hallar la solución, sin una reflexión sobre cuál es la demanda del problema, solo se centra en poner en práctica los conocimientos adquiridos.

- Aplicación de conocimientos previos. No se sabe cuándo y como aplicar los conocimientos que poseen, por causa de la forma en como se aprendió, o los generaliza para cualquier tipo de problema.
- Comprensión del procedimiento. Realiza las operaciones pero no se sabe explicar el procedimiento empleado o, cuando se comente un error es necesaria una ayuda para comprender en qué se equivocó.
- Elección de la operación. Aunque se haya comprendido el enunciado del problema, se elige equivocadamente la operación a realizar, en algunos casos esto sucede por consecuencia de un análisis superficial de los problemas.
- Problemas de más de una etapa. Al aumentar el número de operaciones y la cantidad numérica que se emplean en el problema, provoca confusión en la comprensión del problema y fracaso en la resolución.

Con la finalidad de desestructurar las dificultades que presentan los alumnos en la resolución de problemas, el maestro debe enseñar y desarrollar un pensamiento estratégico en el alumno, mediante la aplicación de habilidades y estrategias.

1.4. Estrategias para la resolución del problema

Los alumnos de educación primaria presentan déficit en el área matemática, principalmente en la resolución de problemas aritméticos. Pero también cuentan con un conjunto de habilidades y estrategias, que les permiten enfrentar con éxito los problemas aditivos y multiplicativos. En muchos de los casos estas habilidades y estrategias las pueden utilizar de forma flexible, recurriendo a ellas en cualquier situación.

Carpenter, Ansell, Franke, Fennema y Weisbeck (1993) consideran que el rendimiento de los alumnos en la resolución de problemas de adición y multiplicación es similar, aunque presentan dificultades. Además independientemente de la operación a realizar, los alumnos aplican estrategias, representando con objetos las acciones y relaciones que se encuentran entre las variables del enunciado.

1.4.1. ¿Qué es una estrategia?

Una estrategia es una ayuda, herramienta o técnica que facilita la comprensión del problema, sugiere caminos para alcanzar la solución. Las estrategias son útiles ya que guían al resolutor a abordar el problema, así como comprender los elementos con los que cuenta para su resolución. En ese sentido, una estrategia es un plan ideado para coordinar las acciones y maniobras necesarias para lograr el fin. En el campo de la psicología cognitiva, la estrategia es un programa o plan mental estructurado de tal forma que permite alcanzar un objetivo.

Reys (citado en Luceño, 1999) considera importante la enseñanza de estrategias en la resolución de problemas, menciona que son útiles y una buena herramienta para resolver cualquier tarea y que además enseñando estrategias se enseña a abordar los problemas. El maestro es la guía en la enseñanza de estrategias. Los alumnos por su parte no las deben tomar como recetas o instrucciones que utilicen rutinariamente, sino que deben analizar su utilidad, reflexionar y crear sus propias estrategias, a partir de las enseñadas, para que éstas le ayuden a resolver cualquier problema que se le presente.

La resolución de problemas matemáticos es una tarea privilegiada para desarrollar procesos y estrategias útiles en el momento de abordar cualquier problema. En el transcurso de la tarea se ponen de manifiesto y se ejecutan destrezas y procesos cognitivos, que el alumno ha aprendido. Por lo cual, se considera que las estrategias matemáticas constituyen al desarrollo de un proceso reflexible, que está orientado a una meta; ésta es que los alumnos puedan resolver satisfactoriamente cualquier tipo de problema.

Hernández (1997) considera necesario e importante la enseñanza de estrategias cognitivas, metacognitivas y heurísticas en la solución de problemas matemáticos, al definir las como:

- Estrategias cognitivas. Son aquellas que se encuentran relacionadas con los conocimientos matemáticos, necesarios para la resolución de problemas aritméticos; así mismo, la adquisición del significado de cada operación aritmética, la ejecución de los algoritmos, la comprensión de los textos escritos, la discriminación de los datos y la incógnita del problema.

- Estrategias metacognitivas. Desde el punto de vista de Nickerson, Perkin y Smith (1990), son aquellas que llegan a ser necesarias o útiles para la adquisición, empleo y control del conocimiento. Las estrategias metacognitivas se desarrollan a partir de las estrategias cognitivas.

Entre las habilidades metacognitivas, se encuentran la planificación, la predicción, la verificación y la comprobación.

- Estrategias heurísticas. Son estrategias que se utilizan para la resolución problemas aritméticos, que se recurren al uso de métodos no rigurosos como la representación, el tanteo, reglas empíricas, etc.

Para atender las dificultades que presentan los alumnos en la comprensión y resolución problemas, éstos deben desarrollar habilidades y estrategias, que les permitan comprender y transferir los problemas a situaciones reales. Por lo cual es importante que los maestros conozcan, desarrollen y apliquen estrategias que sean útiles, para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos. Que permitan el desarrollo del razonamiento autónomo por parte de los alumnos. Entre las estrategias que pueden ser utilizadas en el proceso de resolución de problemas, se puede mencionar el método de Polya y la Representación gráfica.

1.4.1.1. Método de Polya (1965)

Una de las estrategias que se ha utilizado, por diferentes autores, en estudios realizados sobre la enseñanza de resolución de problemas, es el método de Polya (1965). Aunque el autor no considera su aportación como una estrategia, sino como un método o proceso, diversos autores la retoman como un procedimiento estratégico.

Polya (1965) describe su propuesta en cuatro fases de trabajo. La primera es comprender el problema, es decir, saber qué se está pidiendo y cuáles son los datos que proporciona el enunciado. La segunda es ligar la información proporcionada en el enunciado con la incógnita para encontrar una posible solución y hacer un plan. Tercera, ejecutar el plan. Finalmente la cuarta fase, es volver atrás, cuando se haya encontrado una solución, se debe revisar y discutir, con el fin de corroborar si es la solución correcta.

Es importante retomar cada una de estas fases para la resolución de problemas aritméticos, cuando no se lleva a cabo alguna es muy probable que se obtenga una solución inadecuada. Si no se tiene una comprensión clara y el plan trazado para la resolución del problema entonces pueden suceder más errores, que si se tiene un plan desde el inicio.

A continuación se describe la propuesta de Polya (1965):

1) Comprensión del problema. Significa poder determinar y entender de qué se trata y cuál es la información proporcionada.

Para poder comprender un problema aritmético es necesario desear resolverlo, es decir, sentirse identificado con el problema, además el maestro debe tomar en cuenta y plantear problemas aptos para el nivel educativo del alumno.

En esta fase se pretende que el alumno interprete el problema, para lo cual el profesor utilizará las siguientes preguntas para corroborar esta etapa:

¿Qué pide el problema?

¿Puedes identificar los datos más relevantes?

¿Se entiende lo que dice?

¿Sabes a qué tienes que llegar?

¿Hay suficiente información?

Otra forma de corroborar que el alumno entendió, es pidiéndole que explique con sus propias palabras el problema. Además, tendrá que identificar la incógnita, los datos y la o las condiciones del problema.

2) Concepción de un plan. Implica planear un conjunto de pasos ordenados. Los alumnos deben establecer las relaciones que existen entre la incógnita y los datos, a fin de trazar un plan para llegar a la solución. Tener un plan es señalar que se ha entendido el problema e identificado qué cálculos, qué razonamientos o construcciones se utilizarán para encontrar la incógnita.

Es importante concebir la idea de un plan. Esta idea se puede ir dando por medio de las preguntas que el maestro debe hacer al alumno. A través de ellas se genera en el alumno un proceso cognitivo que da por resultado una “idea brillante”, sin embargo lo importante es que por medio de las preguntas realizadas al alumno, sea él quien dé resolución al problema.

Es importante que el alumno tenga conocimientos previos sobre la resolución de problemas aritméticos o de lo contrario no entenderá el problema. Es necesario plantear la siguiente pregunta: *¿Conoces algún problema relacionado o parecido?*

Al hacer esta pregunta se hace que el alumno recuerde si, en otra circunstancia, él resolvió un problema similar que le pueda ayudar a resolver el que tiene en ese momento. Pero si llega a acordarse de varios problemas relacionados con el que va a resolver y no sabe cuál escoger, una sugerencia es la siguiente: *Mira bien la incógnita. Trata de pensar en algún problema que te sea familiar y que tenga la misma incógnita o una similar.*

Si existe algún problema resuelto y relacionado con el problema original, entonces hay que plantear otra pregunta: *¿Puedo hacer uso de él?*

Cuando se examina correctamente cada una de estas preguntas para resolver el problema original, puede dar como resultado un enlace entre el problema original y el problema encontrado. Sin embargo, esto no siempre se da así, ya que como lo menciona el autor, los procedimientos y las estrategias no son fórmulas mágicas si no que cambian de acuerdo con las necesidades del problema.

En el caso que no se tenga en el pensamiento un problema anterior para resolver el problema original se procede a cambiar, transformar o modificarlo. Se pregunta lo siguiente: *¿Puede enunciarse el problema en forma diferente?*

Se pueden utilizar varios criterios para cambiar el problema original, como la generalización, la particularización, el empleo de analogías, entre las más socorridas. Es necesario considerar también que al modificar el problema original, se puede conducir a otro que sea un auxiliar apropiado. *Si no se puede resolver el problema propuesto, trate de resolver algún problema relacionado con él.*

Se debe tener en cuenta que al utilizar un problema auxiliar se corre el riesgo de perder el sentido del problema original. Por tal motivo es necesario plantear la siguiente pregunta para volver al sentido original: *¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha hecho uso de toda la condición?*

3) Ejecución del plan. Se tratará que los alumnos implementen el plan trazado, en el que aplicarán la o las técnicas y estrategias que fueron escogidas en la fase anterior. Es en este momento, en el que intervienen tanto los conocimientos previos del alumno como la ejecución del plan.

El maestro se puede dar cuenta si en realidad el alumno tiene un plan; si llega a olvidarse de el a mitad del procedimiento eso significa que no es un plan propio, sino que fue dado por alguien externo; pero si no lo olvida quiere decir que el alumno realmente lo diseñó y, por lo cual se supone entendió el problema. Es importante que el maestro revise que el alumno siga todos los pasos.

Es fundamental que el alumno esté seguro de cada uno de los pasos del plan, utilizando estas preguntas: *¿Pueden ustedes ver claramente que el paso es correcto?; pero ¿Pueden también demostrar que es correcto?*

4) Visión retrospectiva. En esta última fase se orientará a los alumnos para que revisen la solución, verifiquen si se cometieron errores en la misma, y también para ver si se puede pensar una manera distinta para obtener el resultado. Mirar hacia atrás permite familiarizarse con el método y esto puede ser útil para resolver un problema futuro.

Por lo que el maestro debe despertar en sus alumnos el interés de no conformarse con la solución obtenida, es decir, se puede mejorar el resultado obtenido por medio de la búsqueda de otro tipo de incógnitas del mismo problema. Para estimular a los alumnos a realizar esta tarea, el profesor puede realizar algunas de las siguientes preguntas: *¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? ¿Adviertes una solución más sencilla? ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?*

El método o estrategia propuesto por el autor está encaminado a llevar a los alumnos a reflexionar y analizar sobre el problema a realizar. El método da una serie de pasos creativos y fáciles de utilizar en la solución de problemas, que los alumnos pueden utilizar de forma sencilla. Por lo cual, el maestro debe guiar el proceso y modelar cada una de las fases, con el fin de que los alumnos las entiendan, comprendan y finalmente las puedan poner en práctica.

1.4.1.2. La representación gráfica

La representación gráfica o esquema grafico es una estrategia o herramienta que se desarrolla mediante la utilización de elementos simbólicos; utilizar esta estrategias permitirá al alumno hacer visibles los elementos que componen el enunciado y las relaciones que se establecen entre los mismos, así como guiará y facilitará la solución del problema.

Una expresión gráfica es una forma de presentación visual específica para ejemplificar el problema abstracto de una manera fácil y sencilla. La expresión gráfica del problema se puede dar por medio de imágenes visuales, que el alumno experimenta a nivel del pensamiento; es decir, es una esquematización del problema, que llevará al alumnos al final del problema, sin perder detalles de lo que originalmente se persigue (Botsmanova, 1989). De manera que la representación gráfica es una parte esencial para apoyar a los alumnos en la comprensión de conceptos matemáticos y relaciones que se encuentran en el problema.

Por medio de la representación, los alumnos pueden organizar su información sobre un concepto u operación, para poder expresar su comprensión y, de esa forma, utilizarla en situaciones y problemas prácticos o en situaciones escolares.

La representación gráfica es importante en la resolución de problemas aritméticos, el papel que juegan los alumnos en este proceso, es hacer dibujos, gráficos o esquemas que les ayuden a distinguir entre los datos útiles y los no útiles, para que comprendan, de una forma más simplificada, el problema y puedan tener una representación mental del mismo.

Botsmanova (1989) menciona que cuando los alumnos recurren a las representaciones y esquemas gráficos, se les facilita la resolución de los problemas aritméticos, así como la comprensión de la redacción del problema. La utilización de imágenes (representaciones),

ayuda a los alumnos a que puedan comprender y resolver los problemas matemáticos fácilmente.

Autores que han realizado investigaciones sobre el uso de la representación gráfica, como un medio para solucionar problemas, han categorizado las representaciones que utilizan los alumnos, las cuales se presentan a continuación.

- Castro et al. (1992) realizaron, una tipología de representaciones empleadas por los estudiantes y consideran la siguiente clasificación:
 - a) Numérica. Resuelven el problema por medio de números y operaciones aritméticas.
 - b) Pictórica–numérica. Su proceso de solución es numérico, sin embargo, se apoyan de figuras o diagramas para representar datos y visualizar relaciones.
 - c) Pictórica. A pesar de que se utilizan números y se realizan algunas operaciones aritméticas, la solución depende más de la figura o diagrama utilizado para representar el problema.

- Peltier (2003) propone en relación con la representación gráfica, la siguiente modalidad de representación, dividida en dos categorías:
 - 1) Modalidad de representación icónica, figurativa y analógica.
 - Modalidad de representación figurativa no operativa o icónica: se utiliza principalmente en los primeros grados de primaria. El alumno representa los problemas por medio de dibujos sin considerar la numeración, porque en esta etapa no representan una resolución del problema.
 - La modalidad de representación figurativa operativa: el alumno sigue tomando en cuenta los dibujos, pero los organiza en forma operativa. Es decir, ocupa la información numérica del problema para el soporte de su resolución. Se encuentra en una búsqueda de relación entre los dibujos que no tenían sentido al principio, con los números que se encuentran en los enunciados.
 - La modalidad de las representaciones analógicas: es en la que el alumno todavía utiliza su contexto para ejemplificar el enunciado, pero a diferencia de la anterior, sólo conserva lo que es representativo del enunciado.

2) Modalidad de representación simbólica

- En la modalidad de las representaciones simbólicas se deja de lado la representación icónica, para enfocarse en las relaciones entre los objetos y variables.

Por otra parte, Barrantes (2010) propone la estrategia de representación gráfica, apoyándose de la dramatización, en la que se propone a los alumnos escenificar el problema, como si fuera un cuento. Con ello se logrará que los alumnos vayan vivenciando todas las variables y las relaciones entre ellas, para así poder encontrar una posible solución.

La dramatización o la acción de objetos simples hará que el alumno perciba de manera concreta mediante las acciones que realice, cuál es la operación necesaria para resolver el problema que se le presente.

Por ejemplo, Pérez (2008) *retoma el siguiente problema: en un corral hay conejos y gallinas. Cada conejo tiene 4 patas, cada gallina tiene 2 patas. Si contamos las cabezas de los animales se tienen en total 39 cabezas. Si contamos las patas hay un total de 122. ¿Cuántos animales de cada tipo hay en el corral?*

El autor considera que una de las formas de solución de este problema, es a partir de la representación gráfica icónica, que puede encontrarse en alumnos de primaria y en nivel básico de secundaria; aunque este sea un problema algebraico.

La solución de problemas por medio de la realización de imágenes es una parte importante de este proceso, porque los alumnos para resolver el problema anterior lo primero que hacen es dibujar las cabezas de los animales, después a cada animal le dibujan dos patas, y finalmente, agregan dos patas a cada animal hasta completar las ciento veintidós patas. Esto da como consecuencia que en ocasiones los alumnos no hagan uso de operaciones.

En un estudio realizado por Aguilar et al. (2003) se retoma la representación gráfica como estrategia para la solución de problemas, desarrollándola en un programa que corresponde a un modelo de instrucciones. En este caso se utilizan elementos manipulativos, gráficos, figurativos y simbólicos, aplicado a alumnos de educación primaria. En este programa se pretende que los alumnos desarrollen destrezas en la solución de problemas. El objetivo fue

que los alumnos logran identificar las partes e información del problema con la que lo resolverían, así como la operación a realizar, y transferirlo a una representación gráfica.

Con este tipo de estrategia, como mencionan los autores citados en el párrafo anterior, utilizarla en la resolución de problemas aritméticos, permite que el alumno vea como reales los problemas que se le presentan, y de esa forma sea capaz de descubrir con mayor sencillez las relaciones y solucionar el problema.

Por lo que los problemas que se presenten a los alumnos, deben ser manipulativos al menos en los primeros años escolares, ya que esto les facilita tanto la comprensión como la resolución, utilizando la representación gráfica como una estrategia o herramienta.

1.5. Concepción de los problemas aritméticos desde los planes y programas 2011

Dentro de los contenidos del currículum escolar de educación primaria, se incluye la enseñanza de la resolución de problemas, con el objetivo de que el alumno comprenda y entienda los contenidos y conocimiento matemáticos, así como su aplicación y uso en lo cotidiano. De esta forma resultaría más significativo e importante su estudio.

La resolución de problemas es un recurso metodológico que contribuye a desarrollar diferentes capacidades y competencias en los alumnos. Es el eje de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula. Por lo cual, es importante que los alumnos, desde temprana edad, comiencen a resolver problemas para aprender a aplicar diferentes estrategias e incluso poder plantear esos mismos problemas y buscar diferentes estrategias que les ayuden a encontrar la solución fácil y precisa.

En México, a lo largo de los años, se han presentado reformas en los planes y programas de educación primaria. La reforma actual es la de 2011, denominada Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB). Esta reforma se centra en impulsar y/o guiar el desarrollo tanto armónico como integral de los alumnos, que permita a la población alcanzar un buen nivel en el aprendizaje, así como atender las necesidades específicas de cada uno de los alumnos. Lo anterior tiene el fin de encaminar su aprendizaje y permitir su desarrollo personal, con el fin de que el alumno aprenda a aprender, aprenda para la vida y a lo largo de la vida (Planes y programas, 2011).

En el área de matemáticas, atender cada una de las necesidades que presenta los alumnos, ayudará a comprender, en primer lugar, los procesos por los que pasa cada alumno, así como facilitar el desarrollo de conocimientos matemáticos, que serán utilizados en la resolución de problemas aritméticos.

En la RIEB se toma como punto principal de aprendizaje al alumno. Se considera que ellos son sujetos activos que desde edad temprana desarrollan y generan habilidades del pensamiento para solucionar problemas, piensan críticamente, comprenden y explican situaciones desde diversas áreas del saber, manejan información; la cual les servirá y se desarrollará a lo largo de la vida en cualquier situación que se le presente.

Para guiar la práctica docente y conseguir que los alumnos adquieran conocimientos y desarrollen habilidades para la solución de problemas es elemental la planificación del maestro; esto implica organizar actividades de aprendizaje así como seleccionar estrategias didácticas. Los maestros deben tomar en cuenta las situaciones inmediatas al contexto de los alumnos, tener conocimiento de cómo aprenden, ya que de ello dependerá que adquieran los conocimientos y se interesen por los contenidos.

La enseñanza de las matemáticas en el plan 2011 está encaminada principalmente a fortalecer, en el alumno, el desarrollo del pensamiento matemático, mediante la enseñanza y aprendizaje de resolver y formular preguntas en las que sea útil este conocimiento matemático. Otro de los aspectos por fortalecer en los alumnos es que sean capaces de identificar la validez de los procedimientos que utilizan y los resultados que obtienen, a través del uso del lenguaje matemático.

La educación básica intenta lograr que los alumnos construyan nuevos conocimientos a partir de sus saberes previos. Lograr esto implica:

- Formular y validar conjeturas.
- Plantearse nuevas preguntas.
- Comunicar, analizar e interpretar procedimientos de resolución.
- Buscar argumentos para validar procedimientos y resultados.
- Encontrar diferentes formas de resolver los problemas.
- Manejar técnicas de manera eficiente (Planes y programas, 2011).

En la actualidad el alumno como aprendiz está obligado a construir una visión sobre la realidad. En esta realidad los alumnos se encontrarán ante problemas que tendrán que resolver; la solución la alcanzarán mediante el uso del razonamiento lógico y analítico, que los guíe a resolver el problema.

El estudio de las matemáticas permitirá tener acceso al conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y significación de procesos y conceptos matemáticos, comprender y analizar este conjunto de conocimientos permitirá que los alumnos los puedan utilizar de manera flexible y comprensible para solucionar problemas (SEP, 2011).

El énfasis en el campo de la solución de problemas permitirá generar en los alumnos la formulación de argumentos para explicar los resultados encontrados, así como el diseño de estrategias y procedimientos para la resolución de problemas.

Según la RIEB, con esta visión curricular del pensamiento matemático se busca despertar el interés de los alumnos, desde edades tempranas, en la escuela y hasta las carreras universitarias, para generar un conocimiento matemático que se empleará y demanda la sociedad actual (Planes y programas, 2011).

Con base en Planes y programas se espera que los alumnos, al término de tercer grado de primaria, sean capaces de resolver problemas aditivos con cualquier estructura o categoría, así como problemas multiplicativos simples.

Además de la adquisición de los conocimientos y habilidades matemáticas, los alumnos podrán desarrollar con base en la metodología didáctica, un conjunto de actitudes y valores esenciales para la construcción de la competencia matemática. Así mismo, utilizar secuencias de situaciones problemáticas, que despierten el interés para resolver los problemas; de esa forma reflexionarán y encontrarán nuevas formas de resolver problemas, así como, argumentos que validen los resultados. Sin dejar de lado, los conocimientos y habilidades que se espera desarrollar en el alumno.

1.5.1. Competencias matemáticas

Hay cuatro competencias matemáticas que se deben desarrollar en educación básica.

- 1) Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos puedan identificar, plantear y resolver los diferentes tipos de problemas: problemas con una solución, con varias soluciones o ninguna solución, problemas en donde sobren o falten datos, problemas en donde los alumnos sean los que planteen las preguntas. De esta forma, se pretende que logren resolver un problema, por medio, del uso de más de un procedimiento, para que se pueda dar cuenta cuál o cuáles son los más eficientes, y puedan verificar la eficacia de un procedimiento al hacer un cambio de uno o más valores en las variables del problema.
- 2) Comunicar información matemática. Abarca la posibilidad de que los alumnos sean capaces de expresar, representar e interpretar la información matemática de una situación o fenómeno. Además, se necesita que comprendan y empleen las diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación.
- 3) Validar procedimientos y resultados. Los alumnos deben adquirir la confianza para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, por medio de argumentos que se encuentren a la mano y sean de apoyo para orientar al razonamiento deductivo y a una demostración formal.
- 4) Manejar técnicas eficientemente. Deben manejar de forma eficiente los procedimientos y las formas de representación, que utilizan al realizar los cálculos, con o sin calculadora. Esta competencia está principalmente dirigida al desarrollo del significado y el uso de los números y las operaciones, que ayudan en la elección adecuada de las operaciones para poder resolver problemas.

Estas competencias se desarrollarán a lo largo del curso de matemáticas, en los siguientes cuatro ejes temáticos:

- I. Sentido numérico y pensamiento algebraico. Con el estudio de éste se espera que los alumnos:
 - o Lean, escriban y comparen números naturales de hasta cuatro cifras.

- Resuelvan problemas de reparto en los que el resultado es una fracción de la forma $m/2^n$
- Resuelvan problemas que impliquen sumar o restar números naturales, utilizando los algoritmos convencionales.
- Resuelvan problemas que impliquen multiplicar o dividir números naturales utilizando procedimientos informales.

II. Forma, espacio y medida. Se espera que los alumnos:

- Midan y comparen longitudes, utilizando unidades no convencionales y algunas convencionales comunes (m, cm).

III. Manejo de información. Se espera que los alumnos:

- Hagan análisis y representación de datos (gráficas, tablas, cuadros).
- Realicen la lectura de información establecida en tablas.
- Resuelvan problemas y que con ello extraigan información necesaria.

IV. Actitud hacia el estudio de las matemáticas. Se espera que los alumnos:

- Desarrollen el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.
- Apliquen el razonamiento matemático en la solución de problemas personales, sociales y naturales.
- Desarrollen el pensamiento racional y utilicen las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
- Compartan e intercambien ideas sobre el procedimiento y resultados al resolver problemas.

Hasta ahora se ha discutido y revisado aspectos y conceptos en el área de matemáticas específicamente en la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos, así como de algunas estrategias que pueden utilizar los alumnos al resolver los problemas.

De acuerdo con la revisión de documentos en el tema, un problema es un enunciado o proposición dirigida a averiguar el modo de obtener el resultado. Gaulin (2000) hace referencia y considera que el término problema, no se refiere a una simple resolución de ejercicios, sino a situaciones donde hay que pensar mucho y poner en marcha los conocimientos previos que posee el alumno, para llegar a la solución del mismo.

Los alumnos, al resolver los problemas planteados en el aula, se encuentran con dificultades. Esto puede ser ocasionado por diversas causas, en primer lugar los problemas que les presentan están descontextualizados, en consecuencia, no encuentran significado y relación con lo que los alumnos conocen. Por lo cual es importante que los maestros pongan atención en las características de sus alumnos, en su contexto, con el fin de que su aprendizaje sea óptimo y se observen avances y no retrocesos en su aprendizaje.

Otro de los ejes y aspecto importante para el desarrollo de este trabajo, es el uso y aplicación de estrategias. Algunas de las estrategias que retomadas, que pueden ser importantes y útiles para la resolución de problemas, son el método propuesto por Polya (1965), así como la estrategia de Representación Gráfica. Éstas pueden ser utilizadas por los alumnos y maestros para la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas.

Por lo tanto, se considera importante el estudio y diseño de un programa de intervención para fortalecer las habilidades de los alumnos al resolver problemas, por lo que el objetivo del presente informe es, “Diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención psicopedagógico a alumnos de tercer grado de primaria, para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos, por medio del método de Polya (1965) y la representación gráfica Castro et al. (1992)”.

CAPÍTULO II. PROCEDIMIENTO

2.1. Metodología

En este apartado se describe la metodología utilizada en el presente estudio. En la primera parte se menciona el objetivo general y objetivos específicos del trabajo, los participantes, el escenario. Finalmente se mencionará el procedimiento que se llevó a cabo para el cumplimiento del objetivo. En términos generales esto último se divide en tres fases:

- 1) Evaluación inicial
- 2) Intervención psicopedagógica
- 3) Evaluación final

Objetivo general

Diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención psicopedagógica a alumnos de tercer grado de primaria, para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos, por medio del método de Polya (1965) y la representación gráfica de Castro, et al. (1992).

Objetivos específicos

1. Elaborar problemas aritméticos que estén contextualizados de acuerdo con la edad y características del alumno.
2. Identificar los procesos y estrategias que utilizan los alumnos al resolver problemas.
3. Diseñar un programa de intervención dirigido a enseñar a los alumnos el uso de estrategias en el proceso de resolución problemas.
4. Evaluar el programa de intervención, verificando si los procesos y estrategias enseñados en el programa de intervención son utilizados por los alumnos.

Participantes

En este estudio participaron 36 alumnos, 16 niñas y 20 niños, los cuales forman parte de un grupo de tercer grado de primaria, entre las edades de 8 a 9 años, de una escuela pública ubicada al sur del Distrito Federal, en una zona de nivel socioeconómico medio-bajo. De los

cuales en la evaluación inicial solo participaron 34 alumnos, mientras que en la intervención y en la evaluación final se trabajó con la totalidad de los alumnos.

Escenario

La aplicación de los instrumentos e intervención se realizaron en una escuela primaria pública, de nivel socioeconómico medio-bajo de la zona sur del Distrito Federal. El espacio asignado para trabajar con los alumnos fue el salón de clases.

2.1.1. Primera Fase. Evaluación Inicial

La prueba académica de evaluación inicial se aplicó a un total de 34 alumnos de un grupo de tercer grado de primaria, conformado por 15 niñas y 19 niños. Se llevó a cabo en dos sesiones, de una hora aproximadamente.

Objetivo

El objetivo de la evaluación inicial fue conocer e identificar los procesos y estrategias que utilizan los alumnos al resolver problemas, así como las dificultades que presentan.

Instrumento

- Hoja de problemas de evaluación inicial

Se elaboró un instrumento exprofeso, el cual consta de una hoja con doce problemas aritméticos; en la que se crearon tanto problemas de estructura aditiva como de estructura multiplicativa (ver anexo 1).

Los problemas se encuentran clasificados en dos categorías semánticas: a) los problemas aditivos, que involucran los problemas de adición y sustracción, y b) los problemas multiplicativos, que para su realización utilizan multiplicación y división; de los cuales sólo se retomaron problemas de multiplicación, ya que de acuerdo con las fechas y considerando los contenidos de Planes y Programas de Estudio podría ser el caso de que los alumnos aún no pudieran realizar la operación de división.

De los problemas aditivos, a su vez, se crearon considerando incluir al menos uno de cada subcategorías: cambio, combinación, comparación e igualación. Mientras que en los problemas de estructura multiplicativa, se crearon de las subcategorías: isomorfos de medida, producto cartesiano, escalares grandes y escalares pequeños. En el cuadro 1 se muestra la cantidad y tipo de problemas construidos.

Cuadro 1

Categoría	Subcategoría	N°
Aditivos	Cambio	2
	Combinación	2
	Comparación	2
	Igualación	2
Multiplicativos	Isomorfos de medida	1
	Producto cartesiano	1
	Escalares grandes	1
	Escalares pequeños	1
Total		12

La evaluación inicial se organizó así, ya que al revisar “La Reforma Integral de Educación Básica, 2011”, en ella se considera que los alumnos de tercer grado de primaria son capaces de resolver problemas tanto de estructura aditiva como multiplicativa. Se tomaron en cuenta los contenidos, ejes temáticos y las competencias que se pretende los alumnos desarrollen al finalizar el curso de Matemáticas. Por ello, se seleccionaron ocho problemas de estructura aditiva; dos de cada subcategoría y de los problemas de estructura multiplicativa se seleccionó un problema por cada subcategoría.

El motivo por el cual sólo se plantearon doce problemas, fue porque se supuso que se ocasionaría aburrimiento y falta de concentración por parte de los alumnos, al resolver una cantidad muy grande de problemas, así como tampoco emplearían los conocimientos previos y habilidades al resolverlos. Además, se quería corroborar qué tipo de problemas eran capaces de resolver, e identificar las estrategias utilizadas para obtener el resultado. Al no ser de esa forma no se obtendrían datos que ayudaran a diseñar el programa de intervención.

Si bien la aplicación del instrumento se llevó a cabo antes de concluir tercer grado, se esperaba con base en lo mencionado en Planes y programas, que los alumnos fueran capaces de resolver problemas aditivos con sus distintas subcategorías; así mismo problemas multiplicativos simples utilizando procedimientos informales, así como observar las estrategias y procedimientos que usaban y tenían como conocimientos previo para resolver los problemas. Este fue el motivo que originó plantear el instrumento de evaluación inicial con dos problemas de cada subcategoría de estructura aditiva y un problema por cada subcategoría de estructura multiplicativa.

Por otra parte aunque la subcategoría de los problemas de estructura multiplicativa son complejas y no de acuerdo con lo que se espera sepan los alumnos en tercer grado, sólo se retomaron para saber si tenían conocimiento previo y/o estrategias para resolver este tipo de problemas, y usarlos en el desarrollo del programa de intervención o trabajar con problemas de estructura aditiva.

El instrumento se calificó de forma cualitativa y cuantitativa. Los indicadores que se tomaron en cuenta para la evaluación cualitativa son los siguientes:

- Proceso: Los pasos que siguieron para dar solución.
 - Comprensión del problema
 - Identificación de los datos
 - Resolución o ejecución del problema
- Estrategias. Aquellos medios o herramientas utilizaron para resolver el problema.
 - Representación
- Dificultades. Factores que obstaculizan la solución del problema.

Esta categorías se calificaron mediante el monitoreando del trabajo de los alumnos cuando estaban resolviendo los problemas (observación).

Para la evaluación cuantitativa, se tomó como referente que el resultado obtenido fuera correcto, así como el tipo de problema que resolvían, de acuerdo con la estructura que presentaba (aditiva o multiplicativa).

2.1.2. Segunda Fase. Programa de Intervención

Objetivo

El programa de intervención tuvo como objetivo enseñar a los alumnos a ser estratégicos en el proceso de resolución de problemas aritméticos.

Objetivo específico

1. Que al término del programa de intervención, los alumnos sepan utilizar el método propuesto por Polya (1965) y la representación gráfica propuesta por Castro et al. (1992); en la resolución de problemas aritméticos.

Participantes

36 alumnos; 16 niñas y 20 niños, y la participación de la maestra a cargo del grupo.

Procedimiento

El programa de intervención fue construido a partir del método de resolución de problemas propuesto por Polya (1965), y la segunda el uso y aplicación de la estrategia de representación gráfica de Castro et al. (1992).

Con base en la revisión teórica y principalmente con el objeto de desarrollar y potencializar las competencias planteadas en la RIEB, y alcanzar los objetivos para este trabajo, con el fin de desarrollar en los alumnos el interés y capacidad de reflexión, análisis y crítica en la resolución de problemas, se retomó la propuesta de Polya y la representación gráfica; mediante la puesta en marcha de las cuatro fases que propone Polya, y la inserción de la representación gráfica en dos fases: la fase dos que es la concepción de un plan, que después de comprender el problema el alumno expresara una forma de resolverlo, y/o en la cuarta fase de visión retrospectiva, como un medio para verificar y corroborar su resultado mediante la representación del problema.

Por otro lado, retomar ambas propuestas fue para evitar una enseñanza tradicional de las matemáticas, en la que el alumno sólo es receptor de información y sujeto pasivo, sino llevarlo a analizar y desarrollar un pensamiento crítico que le permita proponer diferentes formas de

solucionar un mismo problema, partiendo de un aprendizaje colaborativo que posteriormente pueda generar un aprendizaje autónomo.

Para lo cual se construyó un instrumento de trabajo, el mismo consta de una carta descriptiva, para cada sesión, en la que se consideran los siguientes aspectos: objetivo de la actividad, actividades a realizar, recurso y observación (ver anexo 2).

El programa se desarrolló a lo largo de 18 sesiones, cada sesión tuvo una duración de 30 a 50 min., aproximadamente, durante el periodo del 25 de enero al 25 de abril.

El trabajo de las primeras sesiones se centró en la enseñanza de conceptos, se revisó aspectos como los siguientes: ¿Qué es un problema?; sus características, las partes de un problema. Las sesiones posteriores se trabajaron básicamente con la resolución de problemas. En total se construyeron 11 problemas para trabajarlos en el aula, para la construcción de estos problemas se tomó en cuenta los resultados de la evaluación inicial, el contexto de los alumnos, así como que los problemas tuvieran una complejidad de acuerdo con la edad y características de los alumnos (que estén relacionados con la vida cotidiana).

Se retomaron algunas actividades en las que se involucrara a los alumnos, con el fin de que entendieran el proceso de resolución y su aplicación en cualquier tipo de problemas. Los problemas utilizados en el programa de intervención se distribuyen de la siguiente manera (ver cuadro 2).

Cuadro 2

Categoría	Subcategoría	N°
Aditivos	Cambio	5
	Combinación	1
	Comparación	1
	Igualación	1
Multiplicativos	Isomorfos de medida	1
	Producto cartesiano	1
	Escalares grandes	0
	Escalares pequeños	0
Problema algebraico		1
Total		11

2.1.3. Tercera Fase. Evaluación Final

Con la finalidad de evaluar la funcionalidad del programa de intervención y los aprendizajes de los alumnos, al término de la misma se aplicó como instrumento una hoja con doce problemas aritméticos.

Objetivos

1. Evaluar el efecto que el programa de intervención produjo en los alumnos.
2. Evaluar el programa de intervención, verificando si los procedimientos y estrategias enseñados en el programa son utilizados por los alumnos.

Participantes

Los participantes fueron 36 alumnos, la aplicación del instrumento se llevó a cabo en dos sesiones cada una de dos horas.

Instrumento

- Hoja de problemas de evaluación final

El instrumento utilizado para la evaluación final tuvo algunos ajustes en comparación con la evaluación inicial. Para su construcción sólo se retomaron algunos problemas de la evaluación inicial y algunos otros utilizados en la intervención. El instrumento quedó conformado de la siguiente manera:

Cuadro 3

Categoría	Subcategoría	Nº
Aditivos	Cambio	4
	Combinación	2
	Comparación	1
	Igualación	1
Multiplicativos	Isomorfos de medida	1
	Producto cartesiano	1
	Escalares grandes	1
	Escalares pequeños	0
Problema algebraico		1
Total		12

Como se observa en el cuadro, el instrumento fue conformado por 12 problemas. En ellos existen tanto problemas de estructura aditiva como multiplicativa y un problema algebraico. El fin de este último no era que los alumnos lo respondieran por medio del procedimiento de ecuaciones; sabemos que no cuentan con los conocimientos previos para resolverlo así. Por ello la finalidad fue que utilizaran la representación como una estrategia para lograr la solución, sin importar que su procedimiento fuera informal. La estructura que presenta, permite resolverlo mediante ambos procedimientos (ver anexo 3).

Para la selección de los problemas de la evaluación final, se retomaron algunos de la evaluación inicial y otros de la intervención, considerando dos aspectos:

1. Que el nivel de abstracción no fuera muy complejo, sino que fuera fácil de entender y contextualizado para los alumnos.
2. Que los problemas permitieran ser representados sin hacer un trabajo complejo.

Por lo cual en comparación con la evaluación inicial, no se presenta uniformidad en la cantidad de problemas en relación con la evaluación final.

Para obtener los datos que nos permitieran realizar un análisis y corroborar si se alcanzó el objetivo planteado en esta fase, el instrumento se calificó cualitativa y cuantitativamente. Los aspectos que se tomaron en cuenta para la calificación cualitativa son los siguientes:

- Método de Polya
 - Comprensión del problema
 - Concepción de un plan
 - Ejecución del plan
 - Visión retrospectiva
- Representación gráfica. Que utilizaran esta estrategia, como un medio o apoyo de solución al problema. Pudiendo utilizar dibujos, gráficos o esquemas. En la que se observara la relación entre los datos y las variables del problema.

Para la obtención de datos cuantitativamente, se tomó sólo como referente que el resultado fuera correcto.

2.2. Análisis y Resultados

2.2.1. Fase 1 “Evaluación Inicial”

La intervención se realizó con un grupo de tercer grado de primaria en una escuela pública ubicada en el sur del Distrito Federal, en una zona de nivel socioeconómico medio bajo. El grupo estaba constituido por 34 alumnos. De ellos 15 eran niñas y 19 niños.

La evaluación inicial fue llevada a cabo en dos sesiones de una hora aproximadamente. Este fue el tiempo que otorgó la maestra para que los alumnos contestaran con tranquilidad y sin ninguna presión el cuestionario. El instrumento utilizado estuvo constituido por doce problemas aritméticos (ver cuadro 1).

Los resultados de los 34 alumnos del grupo participante en la evaluación inicial, se calificaron cualitativa y cuantitativamente. De los 34 alumnos sólo 10 obtuvieron más de 6 problemas correctos de los 12, estos alumnos son quienes tienen mejor promedio en el grupo (ver tabla 1). Así mismo se puede observar que son hábiles en la resolución de problemas aditivos, pero no se debe olvidar que algunos lograron resolver problemas con estructura multiplicativa de forma correcta, aunque su procedimiento fuese informal.

Al realizar un análisis de los 10 alumnos que obtuvieron de 6 a 9 aciertos, mayor puntaje encontrado, se puede decir que de los 8 problemas de estructura aditiva, estos alumnos resolvieron de 4 a 7 y de los 4 problemas multiplicativos presentados, lograron resolver de 1 a 3 problemas.

A pesar de que los 10 alumnos con mejores calificaciones salieron bien en esta evaluación inicial, se puede observar que más de la mitad del grupo presentó déficit en la resolución problemas de estructura aditiva; pero que es mayor la dificultad en los problemas de estructura multiplicativa (las dificultades se describirán en el análisis cualitativo).

En general nueve de cada diez alumnos que respondieron de uno a tres problemas de estructura multiplicativa no utilizaron el algoritmo de la multiplicación, la sustituían por la suma; sólo una alumna fue capaz de resolver tres problemas de este tipo usando el algoritmo correspondiente. En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos por cada alumno.

Tabla 1. Frecuencia de problemas resuelto por estructura, por alumno.

ALUMNOS	EVALUACIÓN INICIAL		TOTAL	ALUMNOS	EVALUACIÓN INICIAL		TOTAL
	P A	P M			P A	P M	
Alumno 1	0	0	0	Alumno 19	4	0	4
Alumno 2	0	0	0	Alumno 20	2	2	4
Alumno 3	0	0	0	Alumno 21	4	0	4
Alumno 4	1	0	1	Alumno 22	3	1	4
Alumno 5	1	0	1	Alumno 23	3	2	5
Alumno 6	1	0	1	Alumno 24	5	0	5
Alumno 7	2	0	2	Alumno 25	5	1	6
Alumno 8	2	0	2	Alumno 26	5	1	6
Alumno 9	1	1	2	Alumno 27	4	2	6
Alumno 10	2	0	2	Alumno 28	5	1	6
Alumno 11	2	0	2	Alumno 29	5	1	6
Alumno 12	1	1	2	Alumno 30	5	2	7
Alumno 13	2	1	3	Alumno 31	6	1	7
Alumno 14	2	1	3	Alumno 32	5	3	8
Alumno 15	3	0	3	Alumno 33	6	2	8
Alumno 16	3	0	3	Alumno 34	6	3	9
Alumno 17	1	2	3	Alumno 35			
Alumno 18	4	0	4	Alumno 36			

PA Problemas aditivos; PM Problemas multiplicativos

Al realizar un análisis de los 10 alumnos que obtuvieron de 6 a 9 aciertos, mayor puntaje encontrado, se puede decir que de los 8 problemas de estructura aditiva, estos alumnos resolvieron de 4 a 7 y de los 4 problemas multiplicativos presentados, lograron resolver de 1 a 3 problemas.

A pesar de que los 10 alumnos con mejores calificaciones salieron bien en esta evaluación inicial, se puede observar que más de la mitad del grupo presentó déficit en la resolución problemas de estructura aditiva; pero que es mayor la dificultad en los problemas de estructura multiplicativa (las dificultades se describirán en el análisis cualitativo).

En general nueve de cada diez alumnos que respondieron de uno a tres problemas de estructura multiplicativa no utilizaron el algoritmo de la multiplicación, la sustituían por la suma; sólo una alumna fue capaz de resolver tres problemas de este tipo usando el algoritmo correspondiente.

En el grupo, se observó que sólo eran capaces de resolver los problemas de estructura aditiva. La principal razón es que no se encontraban familiarizados con problemas de estructura multiplicativa. De acuerdo con lo informado por la maestra, se explicó que en ese momento había un desfase en la revisión de los temas que plantea el plan de estudios de la SEP (2011). Para el momento de la aplicación aún no se les había enseñado la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

En el análisis cualitativo de las respuestas se observa que, en general; los alumnos no trabajaban de manera estratégica, ni regulaban su proceso cognitivo y metacognitivo, que son aquellos que se encuentran relacionados con la resolución de problemas aritméticos y los procesos que se llevan a cabo. Se pudo observar que los alumnos sólo realizaban algoritmos y, en algunos casos, únicamente escribían el resultado sin saber cómo lo obtenían; por lo tanto, no utilizaban la planificación, revisión y autorregulación en el proceso que realizaban, por cual sus resultados eran erróneos. Como menciona Nickerson, Perkin y Smith (1990), es necesario que los alumnos, planifiquen, predigan, verifique y comprueben su proceso de resolución de problemas, con el fin de obtener mejores resultados.

En cuanto al uso de la representación gráfica, los alumnos se dedicaron sólo a ilustrar el problema, sin utilizar la representación como una estrategia o herramienta para resolverlo. Al respecto, Carpenter (citado en Rodríguez, et, al. 2008) menciona que los alumnos sólo son capaces de representar el problema con objetos, representan las acciones o las relaciones que le lleguen a plantear, sin reflexionar en su utilidad.

Por lo que Botsmanova (1989) menciona que la representación gráfica debe ser utilizada por lo alumnos como apoyo en la comprensión de conceptos matemáticos y las relaciones entre las partes del problema, facilitándoles su solución así como la comprensión del mismo. Si bien esto sería lo ideal, los alumnos que participaron en la evolución no la utilizan de esta forma, aunque mencionaba la maestra sabían utilizar la estrategia, no le dan el debido uso, y en la mayoría de las producciones no se observa este trabajo. Sólo se observó que utilizan estrategias como hacer palitos o bolitas para contar las cantidades (pero esto lo hacían en otra hoja), contar con los dedos y en su mayoría los alumnos no utilizan alguna estrategia observable y solo ponían el resultado.

Al no ser estratégicos, los alumnos resuelven los problemas mecánicamente, es decir, utilizan los números proporcionados en el problema, sin razonar y reflexionar lo que está pidiendo la pregunta del problema, o si los números utilizados son los indicados para obtener el resultado. Esta es una de las dificultades que Juidías y Rodríguez (2007) mencionan en su investigación, al decir que los alumnos leen el enunciado rápidamente y, enseguida, se disponen a hallar la solución, sin una reflexión sobre cuál es la demanda del problema, sólo se centran en poner en práctica los conocimientos adquiridos.

Con base en lo anterior, es posible decir que las principales dificultades que presentaron los alumnos fueron:

- Falta de conocimientos previos con respecto a los problemas aritméticos.
- Carecer de las estrategia(s) adecuada(s) en la resolución de problemas aritméticos.
- Identificación incorrecta de los datos relevantes del problema para dar solución a la pregunta en cuestión.
- Utilizar inadecuadamente la representación para resolver los problemas planteados.
- Elección de la operación y orden en las operaciones realizadas.
- Desarrollo de algoritmos incorrectos.
- Desconocer cómo utilizar el punto decimal. En la pregunta donde se encontraba un dato con estas características sólo lo copiaron sin hacer el intento de resolverlo.
- Comprensión del problema.
- No interpretan con sus propias palabras el enunciado.
- Automatismo en la resolución.
- Comprensión del procedimiento.

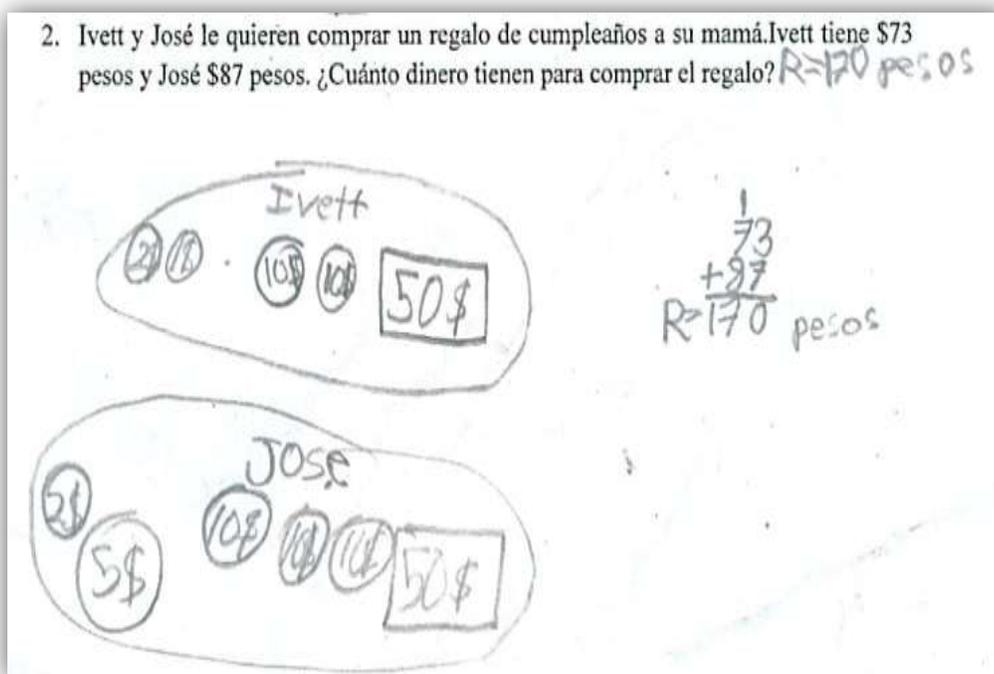
A pesar de los errores cometidos en la resolución de problemas, debe mencionarse que una mínima parte del grupo utiliza los algoritmos de forma correcta. A continuación se muestran algunos casos en las que se denotan las dificultades antes mencionadas.

Alumno 11

En la evaluación del alumno, se pueden atribuir los errores; con base en la hoja de evaluación y observaciones. Que hay falta comprensión en el proceso de resolución que llevó a cabo. De acuerdo con la imagen el algoritmo él hace para responder el problema coincide con lo que pide el problema; sin embargo, la reproducción del algoritmo es incorrecta al sumar a las decenas una decena más de la que correspondía.

Si hubiera corroborado su respuesta con la representación gráfica, se habría percatado que su respuesta era incorrecta, ya que ésta es correspondiente y se pueden observar la relación entre los datos. Como se menciona en las cuatro fases del método de Polya, el alumno, comprendió el problema, ejecutó bien el plan trazado, pero no realizó la fase de visión retrospectiva.

Imagen 1



Como se menciona, la representación la trasfiere de forma correcta y utiliza bien los datos (inicia bien), pero se puede observar que no le fue de utilidad; no es visible como la usó para corroborar o verificar su resultado.

Otra dificultad que se presentó entre los alumnos, fue que no saber cómo restar con punto decimal; en el caso del alumno11 (ver imagen 2), al realizar la operación sólo bajó los números al resultado; con eso obtuvo una resta incorrecta, en el caso de cero menos dos también bajo el número, sólo restó cinco menos uno, como se muestra en la imagen. Este alumno obtuvo dos aciertos de los doce problemas propuestos. Por lo que se pueden decir que carece de conocimientos previos sobre la utilización del punto decimal.

Imagen 2

5. Guillermo tenía \$50 pesos para comprar 5 cuadernos, pero se le perdieron \$12.50 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó para comprar sus cuadernos?

$$\begin{array}{r} 50 \\ -12.50 \\ \hline R=42.50 \end{array}$$

Alumno 12

En la imagen 3 se observa que si bien el alumno utilizó la representación para esquematizar el problema, ésta es inadecuada. Se puede decir que es aislada y poco significativa en la resolución de este problema. Como se observa solo pone las dos cantidades de dinero que corresponde a los sujetos del problema, pero esto no le ayudó a corroborar su respuesta.

Así como no presenta tampoco se observa cuál fue el procedimiento que utilizó para obtener el resultado, ya que solo presenta su resultado (correcto), pero no se sabe cómo lo obtuvo.

Imagen 3

2. Ivett y José le quieren comprar un regalo de cumpleaños a su mamá. Ivett tiene \$73 pesos y José \$87 pesos. ¿Cuánto dinero tienen para comprar el regalo?

$R = 160$ pesos



Imagen 4

4. En un partido de futbol el quipo café metió 7 goles, si mete 6 goles más tendrá la misma cantidad de goles que el equipo gris. ¿Cuántos goles metió el equipo gris?

$R = 6$ goles



En la imagen 4 se puede observar falta de comprensión del problema, al preguntarle al alumno sobre cómo había obtenido su respuesta; él menciona que en el problema se plantea que si el equipo gris metiera seis goles más, tendría los mismos goles que el equipo café; por lo tanto él

atribuyó que el equipo gris había metido sólo seis goles. De esta forma él comprendió el problema, eso fue lo que representó del mismo.

Al realizar un automatismo en la resolución, el alumno no lleva a cabo la reflexión y análisis del problema; hasta llegar a comprenderlo, por lo que enseguida, se dispuso a hallar la solución, sin corroborar cuál era la demanda del problema.

Alumno 33

Imagen 5

1. En el puesto de películas de Pedro hay 237 películas, su hermano le compra 95 más.
¿Cuántas películas tiene Pedro en total? 242 películas

Películas

237
- 95

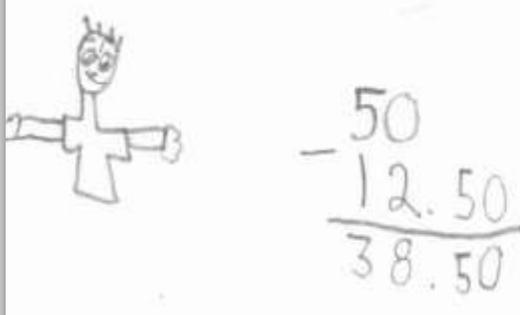
242

En esta imagen se observa la misma dificultad, al utilizar la representación sólo como ilustración del problema y no como herramienta para solucionarlo. El alumno 33, al igual que los demás, no pone atención al leer el problema (falta de comprensión) porque quería terminar rápido (automatismo). La operación realizada no corresponde con lo que pide el problema, por lo tanto su respuesta es incorrecta. Esto se debe a la falta de comprensión y traslación de los datos en su proceso, a la realización del algoritmo.

En este problema donde se utiliza el de punto decimal, el alumno iba bien (ver imagen 6), pero por la falta de conocimientos previos sobre el uso del punto decimal, lo respondió incorrectamente, sin embargo, el procedimiento que realizó es correcto. Por lo que la dificultad del alumno sólo se atribuye a la falta de conocimientos previos.

Imagen 6

5. Guillermo tenía \$50 pesos para comprar 5 cuadernos, pero se le perdieron \$12.50 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó para comprar sus cuadernos? R. 38.50 pesos

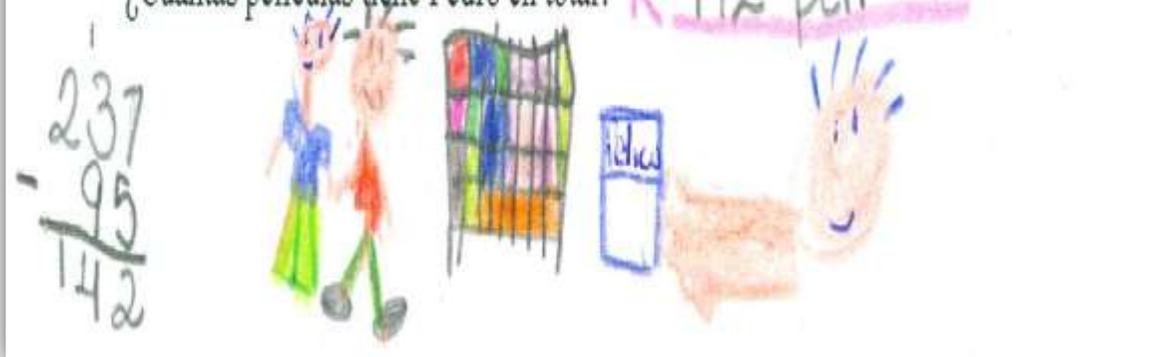


A hand-drawn illustration of a boy with a crown and a cross on his chest. To his right is a subtraction problem:
$$\begin{array}{r} 50 \\ - 12.50 \\ \hline 38.50 \end{array}$$

Alumno 34

Imagen 7

1. En el puesto de películas de Pedro hay 237 películas, su hermano le compra 95 más. ¿Cuántas películas tiene Pedro en total? R. 142 películas



A hand-drawn illustration of a movie booth with a sign that says 'películas'. Two people are standing in front of it. To the left is a subtraction problem:
$$\begin{array}{r} 237 \\ - 95 \\ \hline 142 \end{array}$$

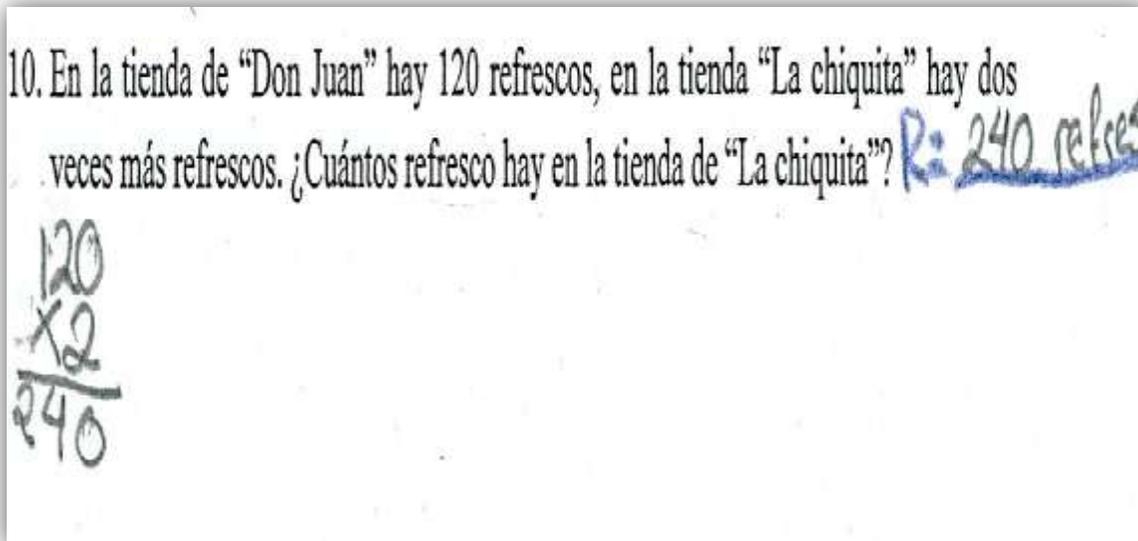
En la imagen 7, se ilustra como el alumno 34, usó la representación como ilustración sin tener ninguna relación con el problema. En general, en su evaluación no considero la representación.

De acuerdo con las dificultades que mencionan Juidías y Rodríguez (2007), el alumnos realizó una mala elección de la operación, si bien comprendió adecuadamente el problema se equivoca en la selección de la operación; como lo mencionan los autores, puede suceder por realizar un análisis superficial y no detenerse a identificar las relaciones y variables que se establecen en el problema.

Este alumno al igual que el alumno 32, fueron los únicos del grupo que respondieron correctamente tres de los cuatro problemas de estructura multiplicativa (ver tabla 1), pero a diferencia del alumno 32, el alumno 34 utilizó la multiplicación para responderlos, mientras que su compañero sólo puso el resultado sin reflejar cómo lo obtuvo.

A continuación se presenta la resolución del alumnos 34, del problema de estructura multiplicativa (ver imagen 8). En la que se puede observar en la imagen y en la observación en el aula, que el alumno comprendió el problema, y que cuenta con conocimientos previos sobre cómo y en qué situaciones aplicarlos.

Imagen 8



Al igual que los otros alumnos, el alumno 34 tiene dificultades al utilizar el punto decimal, no tiene conocimientos previos sobre ellos. En este caso eligió bien la operación a realizar (resta), aunque su procedimiento está bien, tuvo un descuido que causó que desarrollara mal el algoritmo.

Imagen 9

5. Guillermo tenía \$50 pesos para comprar 5 cuadernos, pero se le perdieron \$12.50 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó para comprar sus cuadernos? R: 38⁵⁰ pesos

The image shows a student's handwritten work for a math problem. The problem is: "5. Guillermo tenía \$50 pesos para comprar 5 cuadernos, pero se le perdieron \$12.50 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó para comprar sus cuadernos? R: 38⁵⁰ pesos". The student has written the answer as 38.50 pesos. There are three subtraction problems shown: 50 - 12.50 = 38.50, 50 - 12.5 = 37.5, and 50 - 12.5 = 37.5. A stick figure is drawn with a green '50' next to it.

A partir de la información obtenida se puede mencionar, que el grupo requería apoyo para trabajar la resolución de problemas aritméticos. La intervención fue planteada no sólo para que aprendieran a resolver problemas, sino también para ser estratégicos y desarrollar habilidades matemáticas que ayudaran y mejoraran su nivel académico en el área de matemáticas, en particular en la resolución de problemas aritméticos verbales.

2.2.2. Fase 2 “Programa de Intervención”

Con base en los resultados obtenidos en la evaluación inicial se propuso diseñar, desarrollar y aplicar un programa de intervención dirigido a atender las necesidades y dificultades que presentan los alumnos en la resolución de problemas aritméticos. Para tal fin, uno de los objetivos del programa es, “Que al término de la intervención, los alumnos sepan utilizar el método de resolución de problemas de Polya (1965) y la representación gráfica propuesta por Castro et al. (1992) en la resolución de problemas aritméticos”.

Para el desarrollo del programa se conjuntaron; el método de resolución de problemas propuesto por Polya (1965) y la representación gráfica retomada de los trabajos de Castro et al. (1992). De este modo, a partir del desarrollo de un conjunto de cartas descriptivas se planearon las actividades (ver anexo 2). En donde en las primeras sesiones, se modeló a los alumnos a identificar cada una de las partes del problema, familiarizarse con él, seleccionar los

datos útiles para la resolución del problema, conocer y responder la pregunta para encontrar la incógnita, y por último, corroborar cada uno de los pasos antes mencionados para verificar el resultado obtenido (método de Polya). Se propuso también utilizar la representación gráfica para llevar a cabo este último proceso y confirmar si el resultado fue adecuado o no; se enfatizó la necesidad de regresar a revisar el proceso si se encontraba alguna inconsistencia, de modo que pudieran corregirlo.

Aunque desde la evaluación inicial estaba considerado trabajar con las cuatro operaciones básicas, fue necesario, con base en los resultados, realizar un ajuste a la secuencia de trabajo porque los alumnos sólo sabían utilizar el algoritmo de la suma y la resta. Por lo cual, se dejó de lado enseñar la estrategia propuesta con problemas de estructura multiplicativa.

El programa de intervención se desarrolló a lo largo de dieciocho sesiones. En un inicio el tiempo designado por la maestra fue de 30 minutos, después de trabajar dos sesiones, la maestra se interesó en el trabajo realizado, por lo que nos permitió estar más tiempo 45–60 minutos con sus alumnos.

Se notó que desde el inicio la maestra mostró un interés en el proyecto presentado. A lo largo de las sesiones, ella estuvo siempre presente, brindó su ayuda y participación. En algunas sesiones intervino para que los alumnos comprendieran lo que se les explicaba, asimismo, hizo sugerencias de trabajo con el grupo en general.

Cuando se inició la intervención, el grupo no estaba interesado en participar; sólo eran algunos alumnos los que participaban por iniciativa propia, al resto se le tenía que pedir que pasaran al pizarrón o explicaran lo que se preguntaba desde su lugar. Conforme pasaron las sesiones y se desarrollaban las actividades, los alumnos empezaron a interesarse en el trabajo y participar, algunas veces se notó cierta incomodidad en algunos porque no se les elegía para participar; pero se pedía su ayuda para complementar lo que su compañero había realizado.

Durante las primeras seis sesiones el avance en el grupo fue muy lento, lo que se estaba enseñando era nuevo, no veían la aplicación correcta y significativa en los problemas, además de que con la aplicación de la representación gráfica veían su proceso más largo. Como ejemplo de lo anterior cuando se trabajó con el segundo problema los alumnos no lograban comprender a lo que se refería y pedía el problema. La dificultad se observó cuando se solicitó

a los alumnos responderlo de forma distinta a lo que realizaban habitualmente, dejando de lado la realización de algoritmos, sino que crearan o buscaran una forma distinta de solucionarlo, tomando en cuenta lo que se había revisado en las tres sesiones anteriores (ver anexo 2).

El problema que se presentó a los alumnos es el siguiente:

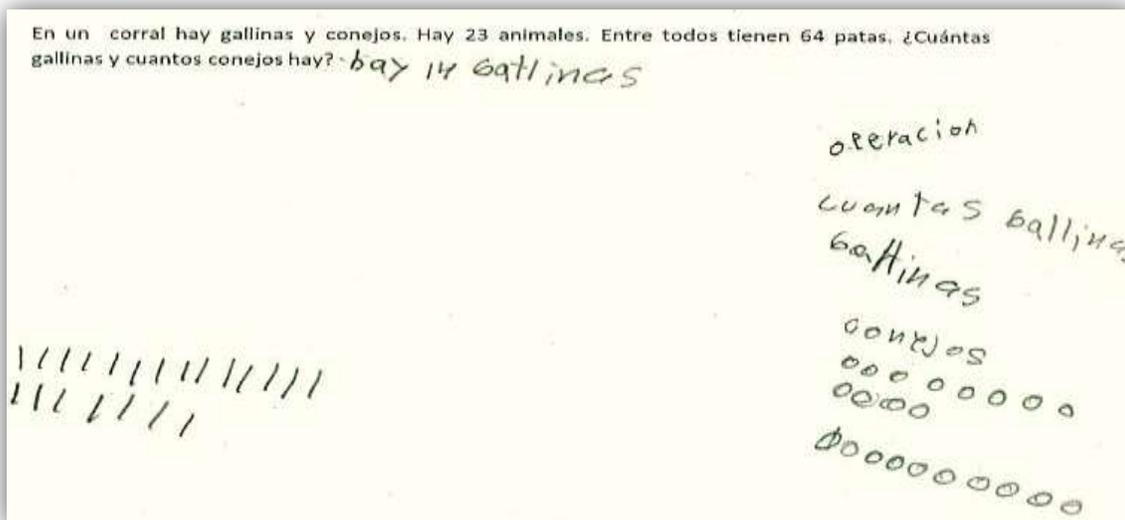
Problema 2. En un corral hay gallinas y conejos. Hay 23 animales. Entre todos tienen 64 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay?

Para que los alumnos visualizaran mejor los elementos que se estaban tomando en cuenta para la solución de problemas, esta sesión se desarrolló con el uso de la tecnología; se preparó una presentación en Power Point. En ella se describían; retomando el problema 2, cada una de las fases del método de Polya (1965); se insertó a su vez la representación gráfica (ver anexo 2, sesión 4). Aunque la forma de trabajar en esta sesión favoreció, cuando se pidió a los alumnos que lo respondieran solos se presentaron algunas dificultades, las cuales se presentan a continuación con algunos ejemplos.

En este primer caso a pesar de las indicaciones dichas a los alumnos, acerca de ordenar y diferenciar la información importante para solucionar el problema, se resistían a esa reestructuración cognitiva, en la que debían cambiar los conocimientos previos para poder adquirir los nuevos y que beneficiaría en la solución del problema.

En la imagen 10 se observa que el alumno no ordenan los datos, reescriben una parte de la pregunta, su representación no es significativa para el proceso de resolución, no se observa ninguna operación realizada en la que se pueda corroborar el resultado que aparece, además su resultado es incorrecto y no contesta a la pregunta. A esto se le puede denominar automatización en la resolución de problemas. Al no utilizar estrategias que le ayuden a obtener el resultado de este problema; el alumno no comprende ni reflexiona, por lo tanto, no genera un plan que le ayude a resolverlo.

Imagen 10



Para lograr que los alumnos avanzaran en el proceso de adquisición de estos nuevos conocimientos y que se interesaran en las actividades realizadas, se conformó con los alumnos un ambiente favorable de trabajo; se motivó al grupo para que se apoyaran en la resolución de los problemas, se les pidió respeto: sin gestos de burla, sino alentarlos a hacerlo, ayudándose entre todos para que posteriormente realizaran la tarea solos, basándonos en trabajar con el grupo, mediante un aprendizaje entre iguales o colaborativo.

En la séptima sesión se trabajó el problema tres, donde se observó una mejoría en una gran parte del grupo; comenzaban entendiendo a que se refería el problema, al principio seleccionaban los datos de forma incorrecta, sus representaciones eran simples y aisladas; éstas no les ayudaban. Posteriormente, se logró que identificaran los datos correctos, que ayudarían a solucionar el problema. Como se ilustra en la imagen 11.

El problema planteado para la sesión fue el siguiente:

Problema 3. Un hombre tiene \$45 pesos en su bolsa derecha y \$32 en la bolsa izquierda. Pierde \$12 pesos de su bolsa derecha. ¿Cuánto dinero le queda en ambas bolsas?

Imagen 11

Un hombre tiene \$45 pesos en su bolsa derecha y \$32 pesos en la bolsa izquierda. Pierde \$12 pesos de su bolsa derecha. ¿Cuánto dinero le queda en ambas bolsas?

Derecha \$45 izquierda 32

\$35 \$12 (stick figure)

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 12 \\ \hline 33 \\ + 32 \\ \hline 65 \end{array}$$

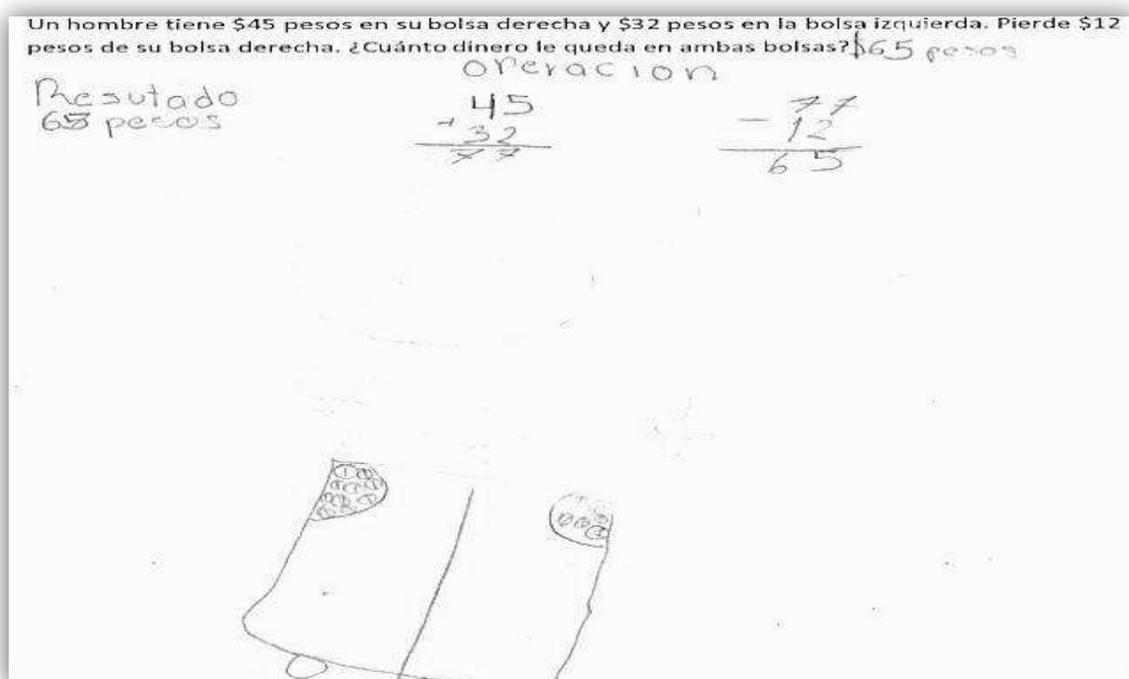
Dato

Aunque todavía se seguía operando la información del problema, hay un cambio significativo en los alumnos, por ejemplo; en la imagen 11 se observa que hacen uso de la representación como apoyo; en este caso el tipo de representación utilizada fue de tipo pictórica-numérica, de acuerdo con la clasificación de Castro et al. (1992), porque utilizó los números como apoyo al representar cuánto dinero tenía en la bolsa derecha y en la izquierda; y con el uso de algoritmos obtuvo el resultado.

Este alumno siguió los cuatro pasos del método de Polya, al lograr la comprensión del problema; identificando los datos relevantes, la incógnita y la pregunta, idealizó un plan y lo puso en acción cuando realizó las operaciones. El procedimiento que siguió el alumno es el siguiente: a 45 pesos le resta 12 pesos perdidos de esa bolsa; y a ese resultado suma los 32 pesos de la bolsa izquierda, para saber cuánto dinero le quedaban en ambas bolsas.

Mientras que en la imagen 12, la solución es distinta. El procedimiento del alumno fue distinto, pero llegó al mismo resultado que su compañero de la imagen 11. El alumno suma las dos cantidades de las bolsas ($45 + 32$), y a ese resultado le restó los 12 pesos perdidos; con esto obtuvo el resultado correcto. En este caso la representación, sólo ilustra lo que el problema describe acerca del hombre, pero no le sirve como apoyo en la resolución del problema.

Imagen 12



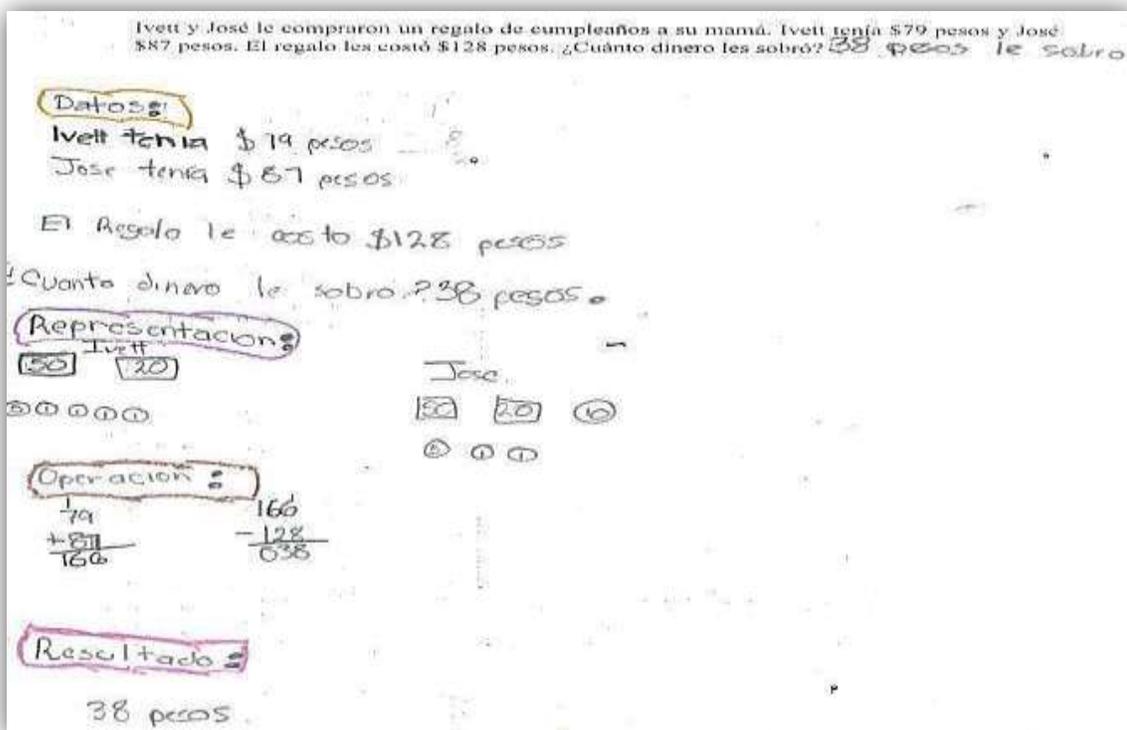
A partir de esta sesión, los alumnos empezaron a utilizar la representación como una herramienta útil y, sobre todo versátil puesto que la podían adecuar-modificar según el problema que se les presente.

De acuerdo a lo trabajado en las primeras sesiones, se observó que los problemas presentados a los alumnos eran muy complejos. Por esa causa, se decidió reducir su complejidad, ya que por ser más complejos no comprendían el problema, no analizaban ni reflexionaban, además de que se confundían al tener y manejar demasiados datos.

El cambio de complejidad se realizó a partir de la duodécima sesión, en la que se trabajó con el problema seis. Cuando se presentó y preguntó a los alumnos sobre cómo habían sentido el problema, ellos mencionaron – fue más fácil de resolverlo y pude aplicar lo que nos han enseñado –, se observó que lograron resolverlo en menor tiempo comparado con los problemas anteriores. Comenzaron a usar con mayor facilidad lo aprendido en sesiones pasadas. A continuación se muestran algunos ejemplos de lo realizado por los alumnos.

En estos dos ejemplos (ver imagen 13 y 14), se observa que los alumnos comprendieron en general el problema, al seleccionar y ordenar la información relevante, además de ir paso por paso; seleccionan la información, la ordenan, crean un plan y lo aplican (realizan la representación de la información y las operaciones necesarias para conocer el resultado).

Imagen 13



En algunos casos todavía se presenta la representación de forma aislada, pero en su mayoría la ocupan como apoyo en el proceso de resolución de los problemas. Otro aspecto que se logró, es que los alumnos pusieran el resultado completo, ya que anteriormente sólo ponían el número sin decir a qué se refería; por ejemplo colocaban 38 y cambiaron a escribirlo así: “resultado 38 pesos sobró” o “38 pesos” (ver imagen 13 y 14). Además de no apresurarse en contestar, lograron analizar y reflexionar sobre su ejecución en el proceso de resolución del problema y se toman el tiempo suficiente para resolverlo sin presiones. Por lo que se podría decir que estaban en el proceso de construcción de lo es la tarea de resolución de problemas y no solo resolver ejercicios, como lo menciona, Gaulin (2000).

Imagen 14

Ivett y José le compraron un regalo de cumpleaños a su mamá. Ivett tenía \$79 pesos y José \$87 pesos. El regalo les costó \$128 pesos. ¿Cuánto dinero les sobró?

Datos
Ivett tiene \$79 pesos
José tiene \$87 pesos
El regalo les cuesta 128 pesos
¿Cuánto dinero les sobró?

operación

$$\begin{array}{r} 79 \\ +87 \\ \hline 166 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 166 \\ -128 \\ \hline 038 \end{array}$$

Representación

Resultado
38 pesos les sobró

Un aspecto importante, es que los alumnos no podían resolver problemas de estructura multiplicativa de forma convencional, ni informalmente (confirmado en la evaluación inicial). Pero en la sesión dieciséis, se presentó un problema que se podía resolver con suma o multiplicación, según lo respondieran y comprendieran los alumnos, de acuerdo con sus conocimientos previos.

El problema estuvo diseñado para solucionarse con el uso de la suma o multiplicación, en un principio no se esperó que los alumnos lo resolvieran mediante el algoritmo de la multiplicación, pero al resolverlo y revisar las producciones de los alumnos, algunos utilizaron esta operación para dar solución al mismo.

El problema que se presentó a los alumnos es el siguiente:

Problema 10. Laura y Perla tienen \$137 pesos, fueron a la tienda y compraron: 5 paletas de \$2 pesos cada una, 3 jugos de \$7 pesos cada uno y 15 chocolates de \$4 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero gastaron en lo que compraron? ¿Cuánto les sobró de dinero?

En este problema, la incógnita que se busca es saber cuánto dinero gastó Laura y Perla por lo que compraron, entre los datos tenemos qué y cuánto pagaron por unidad, pero no el total de ello.

Por ejemplo, para saber cuánto gastaron Laura y Perla por las 5 paletas, algunos alumnos usaron la multiplicación y otros la suma, para saber cuánto pagarían, si cada una costaba \$2 pesos. Lo que realizaron fue lo siguiente:

Imagen 15 A

Suma

Laura y perla tienen \$137 pesos, fueron a la tienda y compraron: 5 paletas de \$2 pesos cada una, 3 jugos de \$7 pesos cada uno y 15 chocolates de \$4 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero gastaron en lo que compraron? ¿Cuánto les sobró de dinero? 46

91

$$\begin{array}{r}
 + \\
 \text{NNNNN} \\
 \hline
 10
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + \\
 7 \\
 7 \\
 7 \\
 \hline
 21
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + \\
 \text{IIIIIIIIIIIIIIIIIIII} \\
 \hline
 60
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 - 137 \\
 91 \\
 \hline
 46
 \end{array}$$

DATOS: Laura y Perla tienen \$137 pesos compraron 5 paletas de \$2 pesos cada una, 3 jugos de \$7 y 15 chocolates de \$4 pesos.

En este ejemplo se observar que utilizan todo lo propuesto anteriormente (selección y ordenación de datos, operación, representación y la colocación del resultado) de forma más clara.

Quienes se guiaron para resolver el problema con suma (ver imagen 15 A), explicaron que se habían cansado mucho porque tenían que sumar 15 veces 4; 5 veces 2 y 3 veces 7, y después de hacer esto tenían que sumar y restar porque se presentaban dos incógnitas. Sin embargo algunos de los alumnos sólo respondieron a la segunda pregunta, ya sea con el uso del algoritmo de la suma o multiplicación. Al preguntar a los alumnos cuánto habían gastado

Laura y Perla en lo que compraron, respondieron con base en los resultados que habían obtenido.

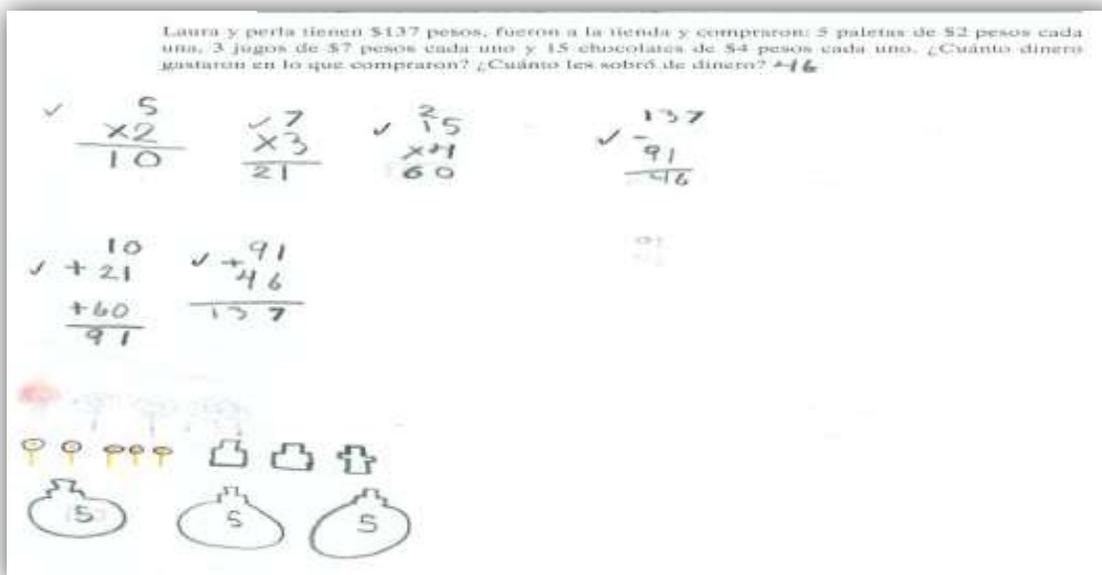
Hasta este momento entendimos que nuestra propuesta de intervención (el método de Polya y la representación gráfica) era significativa para los alumnos, utilizaban el procedimiento o creaban otro de acuerdo con las características del problema, podemos concluir que su proceder era estratégico. Al principio de la intervención, se les hacían preguntas acerca de lo que habían realizado y no podían contestar.

En este ejemplo (ver imagen 15 A) solo se representó un objeto de lo que iban a comprar Laura y Perla, el alumno puso arriba del dibujo la cantidad a comprar por cada objeto. No obstante, esta representación no le fue de utilidad para resolver el problema, y explico que lo había resuelto de esta forma porque no conocía otra forma de hacerlo.

Multiplicación

Algunos alumnos buscaron otra forma para resolver el problema, lo hicieron usando la multiplicación; hubo quienes se acercaron a preguntar si era posible resolverlo mediante esta operación, se les contestó que sí lo podían. Se recomendó que decidieran la forma más fácil para resolverlo; otros no preguntaron y solo respondieron.

Imagen 15 B



Este alumno, terminó de contestar muy rápido y al preguntarle por qué lo había resuelto de esa manera, contestó – la maestra nos esta enseñando la multiplicación y sé que es más fácil y rápido responderlo así –.

A partir de lo sucedido en la sesión, se decidió que el último problema a trabajar estuviera diseñado para solucionarse con multiplicación o suma de acuerdo a los conocimientos de cada alumno.

Así, el problema once se planteó de la siguiente manera: Tengo 30 patos, metí 7 en un cajón ¿Cuántos picos y cuántas patas hay dentro del cajón?

Al igual que en el problema diez, este problema fue resuelto por algunos alumnos con el algoritmo de multiplicación. Lo realizado por los alumnos se ilustra a continuación. En estas imágenes se observan dos formas en que los alumnos resolvieron el problema.

Imagen 16 A

1.- Tengo 30 patos, metí 7 en un cajón ¿Cuántos picos y cuántas patas hay dentro del cajón?

Datos
30 patos
metí 7 en un cajón

Representacion

picos patas

Operacion

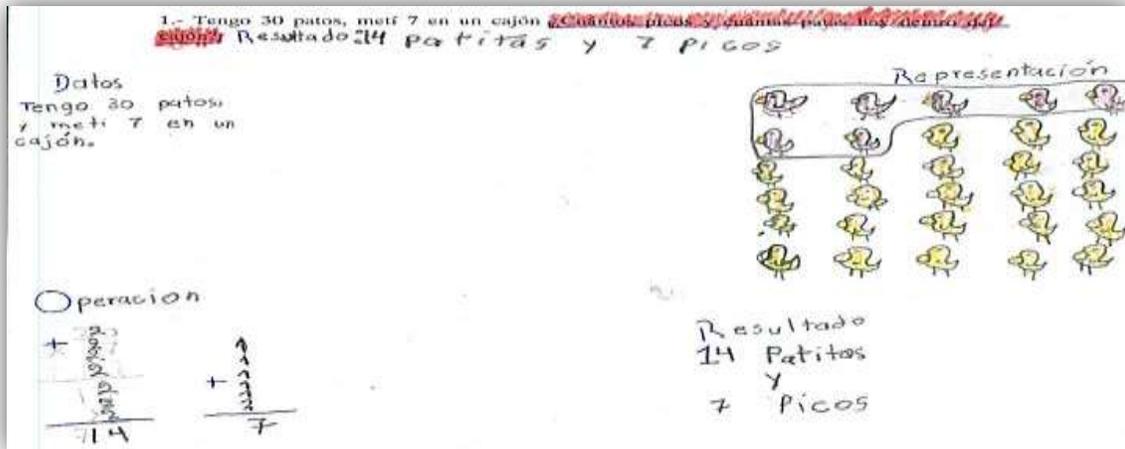
$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 2 \\ \hline 14 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 1 \\ \hline 7 \end{array}$$

Resultado
14 patas
7 picos

En la imagen se observa la solución con multiplicación, en la que el alumno utilizó la operación para corroborar el resultado obtenido en la representación. Realizo primero la representación y, posteriormente la operación. Ilustró el cajón con el número de patos y de esa forma supo la cantidad de picos y patas que habían dentro del cajón.

En el caso del alumno que resolvió el problema con suma, también ocupó la representación antes que la operación para saber el resultado del problema. La diferencia que existe entre una y otra es que puso todos los patos, y después encerró los patos que se encontraban dentro del cajón y de allí obtuvo el resultado esperado.

Imagen 16 B



Sí se observan con detenimiento las operaciones, se percibe que intento hacer una multiplicación, pero finalmente la borró porque no sabía qué era lo que se multiplicaba o no tenía los suficientes conocimientos previos de cómo aplicar este algoritmo. Por esa razón, optó por realizar sumas, se le hizo más fácil y familiar, para resolver el problema.

A continuación se ilustran algunas producciones de los alumnos, en las que se muestra cómo fueron insertando lo que se enseñó a lo largo del programa de intervención y, sobre todo, cómo lo usaban y qué acciones llevaban a cabo para solucionar los problemas.

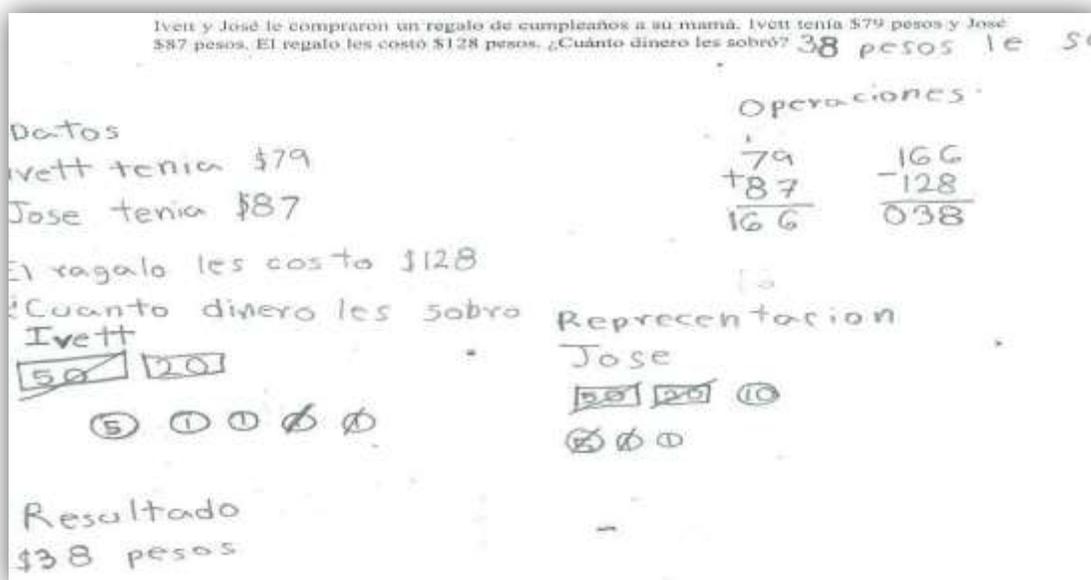
Alumno 30

La participación del alumno no fue notoria (al principio), pero conforme pasaron las sesiones, se observó que aunque no participaba constantemente se interesaba en el trabajo y lo realizaba de acuerdo a lo que se les enseñaba.

Al presentar el problema al alumno, éste expresó que no era difícil de responder. Lo que realizaba, antes de resolver el problema era leerlo hasta que lograr comprenderlo, seleccionaba los datos que le ayudarían a darle solución, realizaba el algoritmo, y finalmente hacia la representación, esta le permitía verificar su resultado.

En las producciones que se presentan, se observa que trabaja de forma ordenada, realiza parte por parte cada proceso, a cada uno de ellos le asigna un espacio para trabajar. Selecciona de forma correcta los datos, agrega la pregunta para tenerla presente y regresar fácilmente a ella, lo que le permite seleccionar la operación y realizar los algoritmos correctos.

Imagen 17



La imagen 17 ilustra, como el alumno 30, utiliza la representación como una herramienta para verificar el resultado obtenido, como refiere Castro et al. (1992) y Botsmanova (1989). En el caso del problema 6, la representación que hace el alumno es significativa, expresar las cantidades y a partir de ellos quita (resta) lo que los niños gastaron para comprar el regalo, al final cuenta lo que no seleccionó (con una línea) para ver qué cantidad obtiene y lo verifica con las operaciones que realiza.

El siguiente problema ilustra cómo se logró que algunos alumnos transfirieran las estrategias enseñadas, en la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

En este caso, el alumno 30, para encontrar las incógnitas y contestar la pregunta del problema, lo que realizó, fue, sacar lo que pagaría por cada producto, una vez que sabía cuánto pagaría por una unidad, decidió usar la multiplicación, por ejemplo: 1 jugo le costaba \$7 pesos, quiso saber cuánto pagaría por los 3 y para saberlo; multiplicó lo que cuesta un jugo por la cantidad que compraría.

Imagen 18

Laura y perla tienen \$137 pesos, fueron a la tienda y compraron: 5 paletas de \$2 cada una, 3 jugos de \$7 pesos cada uno y 15 chocolates de \$4 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero gastaron en lo que compraron? ¿Cuánto les sobró de dinero?

Datos
 Laura y perla tienen \$137
 5 paleta de \$2
 3 jugos de \$7
 15 chocolates de \$4

Representacion

100
 \$10 \$10 \$10
 \$5 \$1 \$1
 15 cho
 jugos
 paletas

Operacion

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 7 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 4 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 137 \\ - 91 \\ \hline 46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 21 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ + 46 \\ \hline 137 \end{array}$$

Resultado
 \$91 gastaron
 \$46 les sobraron

Alumno 12

Al inicio de la intervención el alumno, se mostraba inseguro en la resolución de problemas. Con el transcurso de las sesiones logró atender y aplicar el proceso propuesto, pero cuando se le presentaba el problema y lo leía una o dos veces (de acuerdo a lo observado en las sesiones), no lo comprendía y recurría a preguntar, para aclarar sus dudas y poder trabajar.

Después de leer el problema, seleccionaba los datos que le ayudarían e incluía la pregunta para tenerla presente, y verificar lo que hacía y corroborar si en realidad daba respuesta a la pregunta. Al realizar la selección de los datos y no perder de vista lo que buscaba, eligió bien la operación a realizar y los algoritmos los realizó correctamente.

En este problema (ver imagen 19), en el que se pide comparar las canicas chicas y grandes de José, la representación le permitió verificar su resultado, asimismo realizar una representación fácil y adecuada, no parte de poner todas las canicas sino sólo las 67 canicas chicas; escribe el número y, a partir de ellos, dibujó otra cantidad hasta llegar a las 93 canicas grandes. Para finalizar contó las canicas dibujadas marcándolas con una línea; y de esta forma verificando el resultado obtenido en el algoritmo.

Imagen 20



Se puede concluir a partir de los hallazgos mencionados, que los alumnos mejoraron notablemente en el proceso de resolución de problemas, lograron desarrollar una habilidad estratégica, en la que aprendieron a analizar y reflexionar sobre su proceso. Por lo cual y para verificar el alcance de los objetivos planteados, se desarrolló la tercera fase, que consistió en la aplicación de la hoja de evaluación final.

2.2.3. Fase 3 “Evaluación Final”

El instrumento de evaluación final no fue igual al de la evaluación inicial. En éste sólo se retomaron algunos problemas aplicados en la evaluación inicial y otros que se usaron durante el programa de intervención.

Se agregó un problema que no pertenece a ninguna de las estructuras antes mencionadas, pero este facilitó el uso de la estrategia de representación gráfica. La estructura de este problema es de tipo algebraico. No se esperaba que los alumnos lo respondieran usando fórmulas (convencionalmente), sino haciendo uso de la representación gráfica como un medio para dar solución al problema.

El instrumento fue organizado de acuerdo con los hallazgos de la evaluación inicial y el desarrollo de la intervención. Los problemas de estructura multiplicativa ayudaron a corroborar como transferían lo enseñado a este tipo de problemas, a pesar de que los resolvían

con suma o multiplicación. Por lo cual se consideró significativo retomarlo en la evaluación final.

En la aplicación del instrumento de evaluación final, los participantes fueron 36; dos más que en la evaluación inicial. Aun cuando no se tiene registro de ambos alumnos en la evaluación inicial, sí estuvieron presentes durante la aplicación y desarrollo del programa de intervención. Por lo que su participación en el instrumento de evaluación final fue activa.

La aplicación del instrumento de evaluación final estaba planeada para realizarse en sólo una sesión de dos horas, pero por la forma en que trabajaron los alumnos, la aplicación se extendió a dos sesiones, de dos horas cada una.

En este caso, la instrucción que se dio a los alumnos fue “lean con atención los problemas y resuélvelos contestando lo que te pide”. Al revisarlas respuestas, se pudo observar que utilizaron los conocimientos adquiridos durante el programa de intervención. Al responder se preocuparon principalmente por seleccionar los datos correctamente y realizar la representación de forma adecuada. Se logró que algunos de los alumnos usaran la representación como una forma de corroborar su resultado. Por tal razón se extendió la aplicación de la evaluación final a dos sesiones.

La evaluación final nos permitió corroborar y observar los alcances y avances que tuvieron los alumnos después de haber recibido el programa de intervención; asimismo, ver en qué medida se cumplió el objetivo planteado.

El objetivo se alcanzó considerablemente, es decir, los alumnos que presentaron mayores dificultades en la evaluación inicial, lograron reducir los errores y alcanzar respuestas correctas con alta frecuencia; algunos presentaron dificultades menores en la resolución, éstas radicaron principalmente, en la falta de comprensión del problema y la supervisión de los procesos matemáticos a realizar.

El instrumento se calificó de forma cualitativa y cuantitativa. Los resultados cuantitativos, muestran que 21 alumnos de los 36 que participaron, obtuvieron más de 6 problemas correctos de los 12 planteados. En la tabla 2, se muestran los resultados de cada uno de los alumnos.

Como se puede observar, 21 alumnos lograron responder correctamente seis de los doce problemas; uno de ellos logró los doce problemas.

De los ocho problemas de estructura aditiva, los alumnos lograron responder correctamente de cuatro a ocho problemas. La distribución de aciertos no fue mayoritaria en ninguna subcategoría, los alumnos respondieron correctamente los problemas, sin importar la subcategoría perteneciente.

En cuanto a los problemas de estructura multiplicativa, de los tres problemas que se presentaron, el 25 % de los alumnos lograron contestar los tres correctamente, el 50 % obtuvo de uno a dos problemas bien, y el 25 % de alumnos restantes no logró responder los problemas acertadamente.

Tabla 2. Frecuencia de aciertos en la evaluación inicial y final por tipo de problema.

ALUMNOS	EVALUACIÓN FINAL			TOTAL	ALUMNOS	EVALUACIÓN FINAL			TOTAL
	P A	P M	P AL			P A	P M	P AL	
Alumno 1	5	0	1	6	Alumno 19	7	1	0	8
Alumno 2	0	0	0	0	Alumno 20	3	1	0	4
Alumno 3	4	0	0	4	Alumno 21	3	1	0	4
Alumno 4	5	3	0	8	Alumno 22	5	2	0	7
Alumno 5	1	0	0	1	Alumno 23	7	3	0	10
Alumno 6	5	2	0	7	Alumno 24	8	2	0	10
Alumno 7	5	2	0	7	Alumno 25	5	3	0	8
Alumno 8	2	1	0	3	Alumno 26	6	1	1	8
Alumno 9	1	0	0	1	Alumno 27	4	2	0	6
Alumno 10	4	2	0	6	Alumno 28	7	3	0	10
Alumno 11	8	1	0	9	Alumno 29	3	2	0	5
Alumno 12	7	3	1	11	Alumno 30	6	2	1	9
Alumno 13	2	0	0	2	Alumno 31	5	1	1	7
Alumno 14	7	3	0	10	Alumno 32	2	0	0	2
Alumno 15	8	3	0	11	Alumno 33	6	3	1	10
Alumno 16	5	2	0	7	Alumno 34	8	3	1	12
Alumno 17	2	1	0	3	Alumnos 35	2	0	0	2
Alumno 18	7	1	1	9	Alumno 36	1	0	0	1

PA Problemas aditivos; PM Problemas multiplicativos; PAL Problema algebraico

Presentar el problema algebraico en la evaluación final confundió a los alumnos, por la estructura que presenta. El objetivo de incluir este tipo de problema fue que usaran la representación gráfica como un medio para resolverlo. Menos del 25% de los alumnos lo respondió adecuadamente.

A pesar que un poco menos del 50% del grupo obtuvo cómo máximo cinco aciertos, también es importante mencionar que los alumnos lograron transferir los nuevos conocimientos para alcanzar la resolución de problemas multiplicativos.

Por otra parte se puede mencionar, en cuanto al análisis cualitativo, que los alumnos lograron reflexionar y analizar los problemas, así como utilizar y poner en práctica tanto el método de Polya, como la representación gráfica. En las producciones de los alumnos se observa cómo pasaron de sólo poner el resultado y representar el problema con las acciones (evaluación inicial), a leer y reflexionar el problema antes de responder, seleccionar los datos correctamente, identificar la operación a realiza y ejecutar el algoritmo y, finalmente, corroborar y verificar su proceso mediante el uso de la representación.

En cuanto a los problemas multiplicativos, aunque no todos usaron la multiplicación para solucionarlos, más de la mitad utilizó el algoritmo correspondiente, realizando las mismas acciones, como en el caso de los problemas aditivos.

En las producciones de los alumnos se puede observar, que aun cuando el grupo de manera general no obtuvo todos los problemas correctos, se logró que trabajaran de manera estratégica, reflexiva, analítica y verificaran el proceso que seguían en la resolución de los problemas.

Con el fin de conocer con mayor detalle los logros alcanzados y dificultades que persistieron, después de recibir el programa de intervención, a continuación se muestran los resultados de la evaluación final. Se ilustra con algunos ejemplos la forma en que los alumnos alcanzaron la solución a los doce problemas.

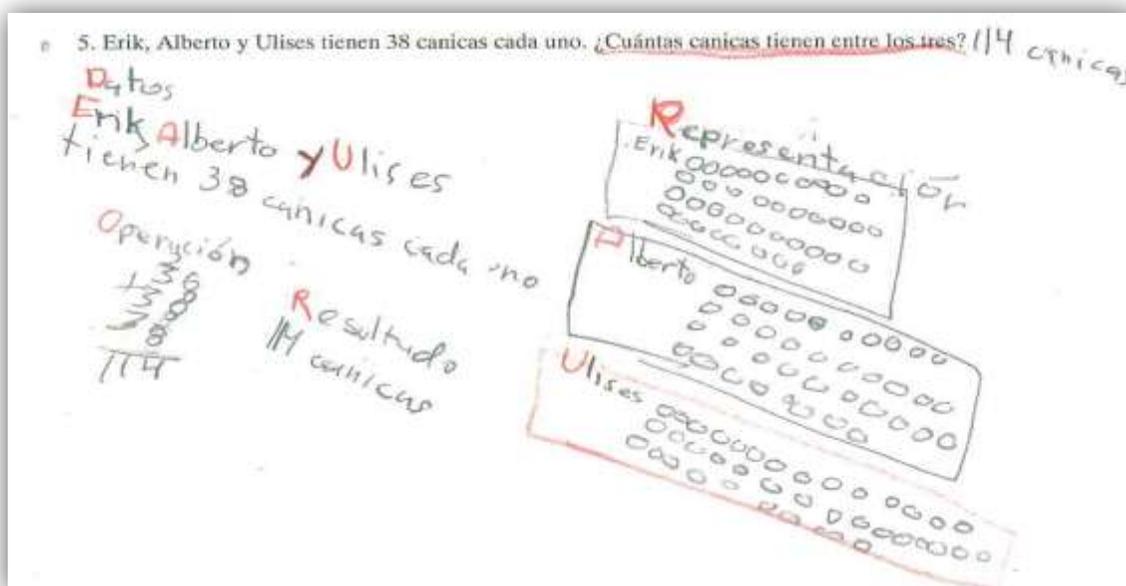
El análisis se inicia mencionando los avances y alcances que se obtuvieron después de haber recibido el programa de intervención, se corroboran mediante la aplicación de la evaluación final. Para poder ilustrar los avances favorables en los alumnos, se retomaron algunos casos.

Alumno 11

El avance en este alumno fue notorio, antes de comenzar a trabajar el problema, el alumno: lee, selecciona sus datos de forma correcta; enmarca la pregunta para que la tenga presente y si tenia duda o no entendía el problema, regresa a él y lo relee. Lo que se pudo observar después de calificar su prueba.

El ejemplo que se muestra a continuación es un problema que se puede solucionar con el algoritmo de suma o multiplicación para encontrar la incógnita. En este caso el alumno, a pesar de no contar con los conocimientos previos de la multiplicación, comprendió el problema y logró crear un plan que le permitió darle solución, utilizando el algoritmo de la suma, y la representación de forma acertada. Ésta le ayudó a corroborar el resultado.

Imagen 21



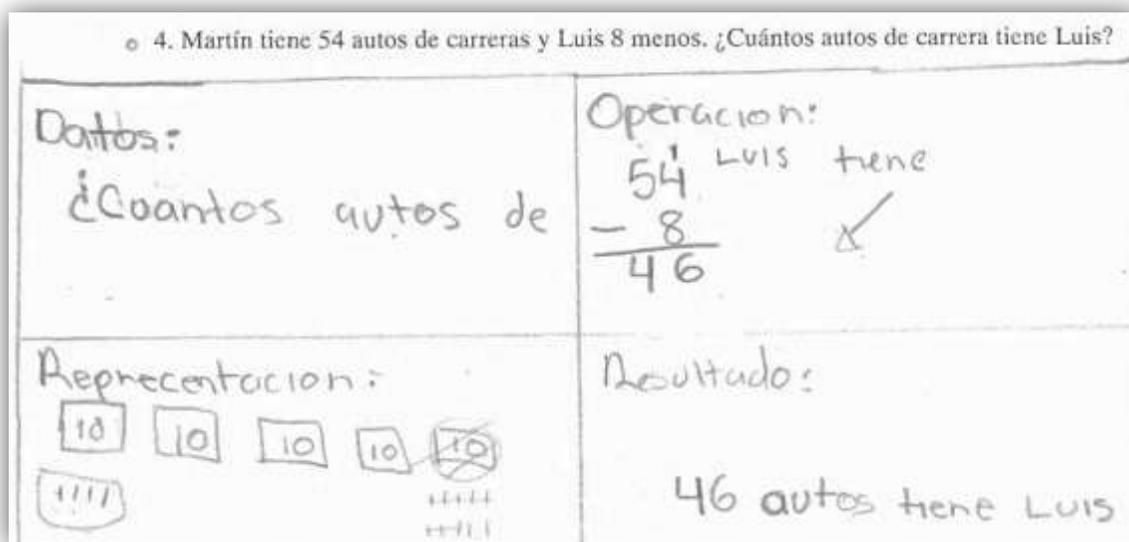
Alumno 12

Logró analizar y reflexionar sobre cada paso que realiza. Se observó que para poder trabajar el problema, lo analiza en general antes de comenzar a solucionarlo (leía y releía el problema para lograr comprenderlo).

Trabajaba de forma ordenada, para cada uno de los problemas a resolver dividía su hoja en cuatro columnas: datos, operación, representación y resultado (ver imagen 22), en cada una de ellas hacía un procedimiento diferente, esto ayudó a observar la forma de trabajo y, principalmente, los avances que se lograron, este alumno logró desarrollar una habilidad estratégica, que le permitió dar solución a cualquier problema que se le presentaba.

Un aspecto importante de mencionar que realizaba durante el proceso de resolución, es que no seleccionaba los datos, lo que escribía en el apartado de datos era la pregunta del problema; sin embargo, los interpretaba de manera correcta, por consecuencia la operación a realizar y la aplicación de los algoritmos fueron correctas. La representación se convirtió en una herramienta para corroborar el resultado obtenido; con ello hacía la revisión de su proceso y verificaba el resultado. De acuerdo a Botsmanova (1989), éste es el objetivo de la utilización de la representación en la solución de problemas, cumpliéndose en el caso de este alumno.

Imagen 22



Alumno 33

Este caso fue muy particular, su trabajo y colaboración siempre fueron buenos; fue de los alumnos que aun cuando al inicio cometió errores, logró superarlos. En un principio él daba solución rápida (automatismo en la resolución), no obstante, en la evaluación final fue uno de los primeros que terminó de responder y obtuvo un buen puntaje.

Al igual que otros compañeros, después de leer una o dos veces y entender el problema, seleccionaba los datos que le ayudarían a encontrar la incógnita; marcaba la pregunta, y regresaba a ella cuando lo consideraba necesario para completar su proceso de resolución.

Imagen 23

2. Ivett y José le quieren comprar un regalo de cumpleaños a su mamá. Ivett tiene \$73 pesos y José \$87 pesos. ¿Cuánto dinero tienen los dos para comprar el regalo?

Datos	Representación		Resultado
Ivett tiene \$73		73	160
José tiene \$87		+ 87	
		$\begin{array}{r} 73 \\ + 87 \\ \hline 160 \end{array}$	

En cuanto a la selección de la operación, en todos los casos la realizó de forma correcta, pero en algunas ocasiones cometía pequeños errores de cálculo (matemáticos). En la imagen se nota que el procedimiento que realizó fue el correcto, lo que le permitió llegar a la solución del problema. En algunos casos la representación fue aislada, aun así le fue útil para verificar su procedimiento y regresar si lo consideraba conveniente. Este alumno tomó en cuenta la visión retrospectiva en todas sus producciones, ayudándose sobre todo de la representación gráfica.

Alumno 34

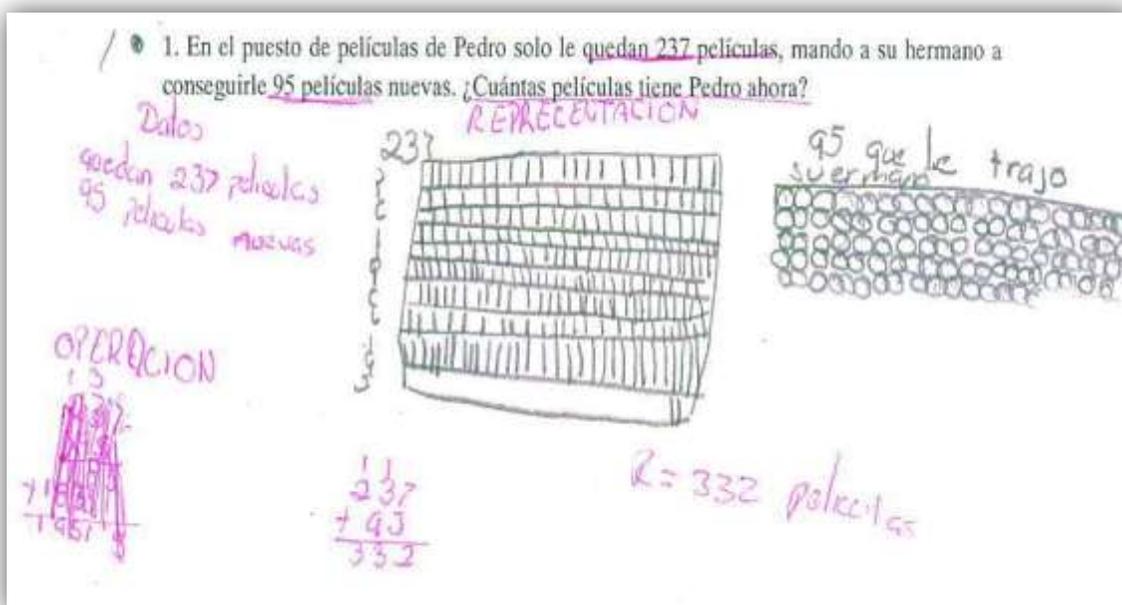
Sus avances fueron significativos, obtuvo el mayor puntaje (12 aciertos), su trabajo e interés por las actividades siempre fueron notorios. Al comenzar a resolver los problemas, reflexionaba minutos antes de iniciar el proceso, y se preguntaba cómo podría resolverlo (corroborado mediante las observaciones, se le preguntaba lo que hacía).

De acuerdo con la selección de los datos, trataba de simplificarlos y los interpretaba con sus propias palabras, con el fin de entenderlos fácilmente y usarlos correctamente, en la concreción de su plan de resolución. Lo que le permitía ejecutarlo de forma correcta, dando

como consecuencia una buena selección de la operación, así como el proceso que seguía en la realización del algoritmo era correcto (no cometía errores).

Sus representaciones, en algunos casos fueron aisladas. No obstante le ayudaron en el proceso que realizaba, para corroborar y verificar si la respuesta que daba a la incógnita era adecuada o no.

Imagen 24



En esta imagen, se muestra que, aunque la selección de datos es correcta, el alumno no comprendió por completo el problema; por ello crea dos planes en diferente momento. En el primer plan, de acuerdo con lo que había comprendido del problema, aplicó el algoritmo de la multiplicación, pero se dio cuenta que el resultado era incorrecto, al utilizar como visión retrospectiva la representación gráfica. Por tal motivo, revisó su plan y se dio cuenta que no había comprendido bien el problema, por lo que ralló su primer algoritmo. Lo cual le permitió crear un segundo plan, basándose en su representación (realizada en el primer plan) para poder aplicar la operación correcta.

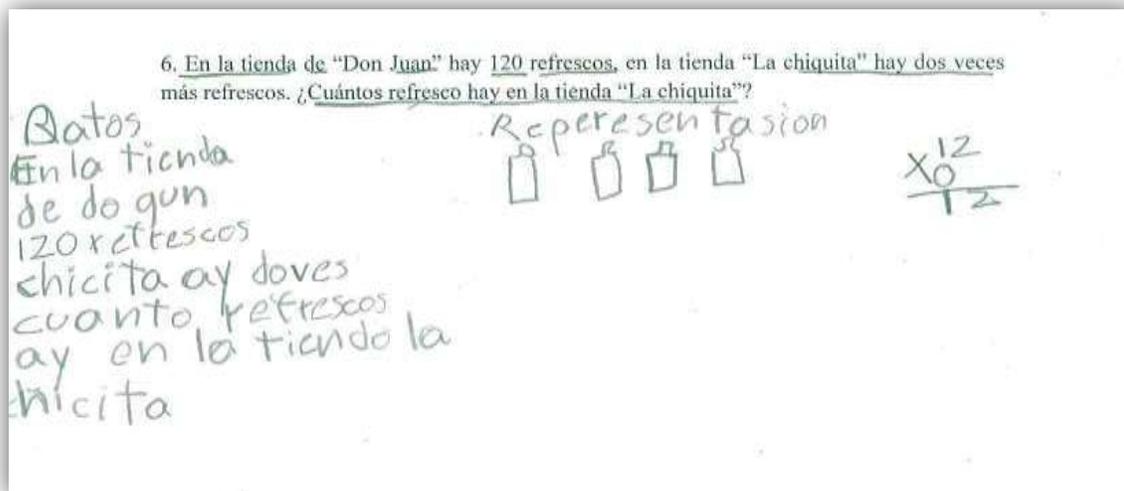
De acuerdo con lo mostrado en los hallazgos de la evaluación final, se refleja que mediante el desarrollo del programa de intervención, los alumnos mejoraron notablemente en la resolución de problemas aritméticos.

Se logró que resolvieran con éxito y aplicaran la propuesta de intervención para la resolución de problemas en más de la mitad del grupo; a pesar de ello algunos se resistieron a usar ambas propuestas, y querían resolver los problemas automáticamente, sin pensar antes en lo que tenían que hacer o podían hacer para solucionarlo. Esto los llevó a cometer algunos errores. Es importante mencionar que éstos fueron menores y haciendo una revisión de los instrumentos y observación de lo realizado, nos damos cuenta que pudo deberse principalmente a la de comprensión y aplicación de los conocimientos previos, en los procesos matemáticos realizados por parte de cada uno de los alumnos. Lo anterior se ilustra con algunos ejemplos.

Alumno 2

La solución de los doce problemas fue incorrecta; aunque en el trascurso de la intervención se vio el interés y mejoría del alumno, nos damos cuenta que su principal dificultad se encuentra en la comprensión del problema, al no trazar claramente el plan que debería ejecutar para solucionar. De acuerdo a lo observación en el aula, el alumno comienza bien, pero se distrae fácilmente en poner atención en lo que hacen sus compañeros, y en situaciones que pasan fuera del salón. Por lo que se pierde en el proceso que llevaba a cabo.

Imagen 25

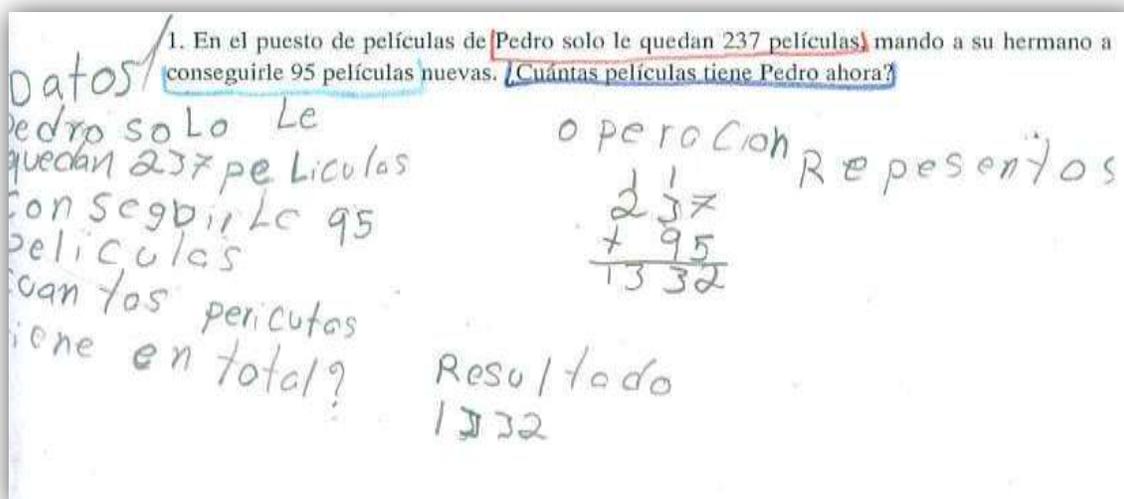


En la mayoría de sus producciones se observa que la selección de los datos es incorrecta; omite palabras clave que le ayudarían a deducir y seleccionar la operación a realizar. En consecuencia, al tratar de realizar su representación lo hace de forma incorrecta, pues no atiende los datos y relaciones que se establecen entre ellos. A pesar de cometer errores, crea

un plan que no le resulta, pero no regresa, para aplicar la cuarta fase que propone Polya (visión retrospectiva), para poder solucionar el proceso que seguía, y llegar a la solución correcta del problema.

Alumno 35

Imagen 26



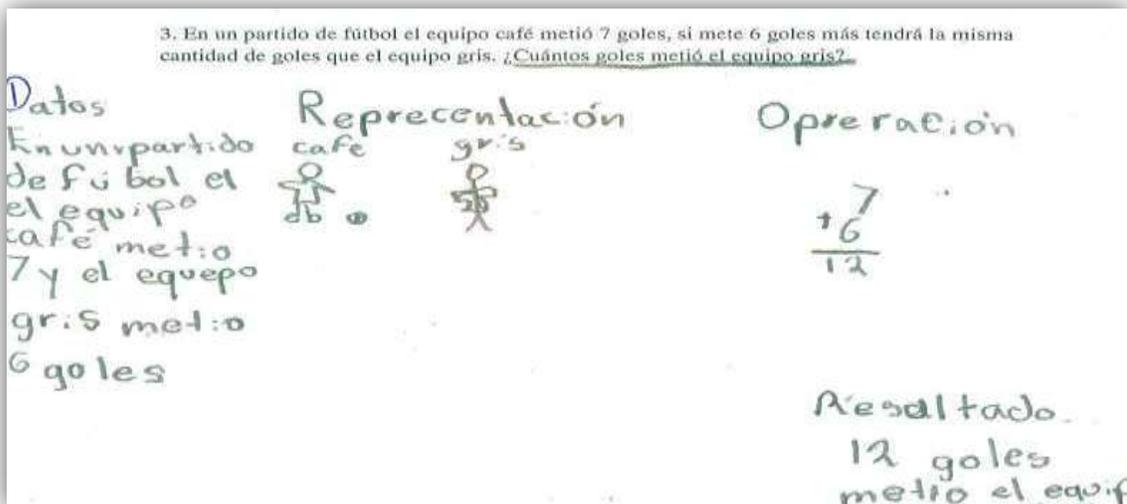
Los errores de este alumno radican principalmente en la realización del algoritmo; de cálculo matemático (ver imagen 26). La respuesta numérica o resultado final es incorrecta; sin embargo, el procedimiento y proceso que sigue son correctos. Realizó un análisis del problema en general antes de comenzar a solucionarlo; tanto la selección e interpretación de los datos es correcta, así como la operación. No obstante, al realizar el o los algoritmo(s), comete algunos errores (en la mayoría de los casos) de cálculo. Esto se puede observar en su producción; al no darse cuenta de la posición que ocupan los números. La operación que realiza aunque la selecciona correctamente, lo conduce a un resultado inesperado.

Alumno 3

En este caso el alumno se resistió a usar la representación gráfica como apoyo para dar solución al problema. Se notó que comprendía correctamente los problemas, esto le permitía crear un plan y desarrollar su proceso de resolución. En la imagen 27, se nota cómo realiza una selección adecuada de los datos, se puede observar que le ayudan; pero en algunos casos reescribe todo el enunciado como parte de ello; aun así los traduce de forma correcta a la operación a realizar (algunas correctas y en otros problemas incorrectas). No logra realizar y

transferir los datos a la representación, siendo su representación aislada. En general representa a los sujetos y la acción o actividad que realizan, por consecuencia esto no le ayuda a corroborar su resultado.

Imagen 27



Se puede concluir que si bien los alumnos que obtuvieron un puntaje por debajo de lo esperado; ya que cometen errores, siendo la mayoría de ellos producto de una incorrecta selección de: datos, operación o el desarrollo del algoritmo (cálculos matemáticos). A pesar de ello, podemos decir que se logró que los alumnos realizaran un análisis detallado del problema, al analizar la información y traducirla a operaciones, algoritmos y representación. En general que lograran aplicar las cuatro fases del método de Polya y la representación gráfica en la resolución de problemas aritméticos.

Para contrastar los avances de la evaluación inicial a la final, a continuación se muestra una tabla, en la que se observa que los alumnos pasaron de resolver los problemas con errores a lograr tener por lo menos más de la mitad de aciertos. Todo ello usando las estrategias enseñadas en un poco más del 50 % de los alumnos, es decir, los alumnos que presentaron dificultades en la evaluación inicial, lograron reducirlas y alcanzaron mayor puntuación.

En la tabla 3 se observa que los alumnos; no en todos los casos, pasaron de dos problemas de estructura aditiva resueltos correctamente a ocho, y de un problema de estructura multiplicativa, a responder los tres de forma correcta con el algoritmo correspondiente.

Tabla 3. Frecuencia de aciertos en la evaluación inicial y final por tipo de problema.

ALUMNOS	EVALUACIÓN INICIAL		TOTAL	EVALUACIÓN FINAL			TOTAL
	P A	P M		P A	P M	P AL	
Alumno 1	0	0	0	5	0	1	6
Alumno 2	0	0	0	0	0	0	0
Alumno 3	0	0	0	4	0	0	4
Alumno 4	1	0	1	5	3	0	8
Alumno 5	1	0	1	1	0	0	1
Alumno 6	1	0	1	5	2	0	7
Alumno 7	2	0	2	5	2	0	7
Alumno 8	2	0	2	2	1	0	3
Alumno 9	1	1	2	1	0	0	1
Alumno 10	2	0	2	4	2	0	6
Alumno 11	2	0	2	8	1	0	9
Alumno 12	1	1	2	7	3	1	11
Alumno 13	2	1	3	2	0	0	2
Alumno 14	2	1	3	7	3	0	10
Alumno 15	3	0	3	8	3	0	11
Alumno 16	3	0	3	5	2	0	7
Alumno 17	1	2	3	2	1	0	3
Alumno 18	4	0	4	7	1	1	9
Alumno 19	4	0	4	7	1	0	8
Alumno 20	2	2	4	3	1	0	4
Alumno 21	4	0	4	3	1	0	4
Alumno 22	3	1	4	5	2	0	7
Alumno 23	3	2	5	7	3	0	10
Alumno 24	5	0	5	8	2	0	10
Alumno 25	5	1	6	5	3	0	8
Alumno 26	5	1	6	6	1	1	8
Alumno 27	4	2	6	4	2	0	6
Alumno 28	5	1	6	7	3	0	10
Alumno 29	5	1	6	3	2	0	5
Alumno 30	5	2	7	6	2	1	9
Alumno 31	6	1	7	5	1	1	7
Alumno 32	5	3	8	2	0	0	2
Alumno 33	6	2	8	6	3	1	10
Alumno 34	6	3	9	8	3	1	12
Alumno 35				2	0	0	2
Alumno 36				1	0	0	1

PA Problemas aditivos; PM Problemas multiplicativos; PAL Problema algebraico

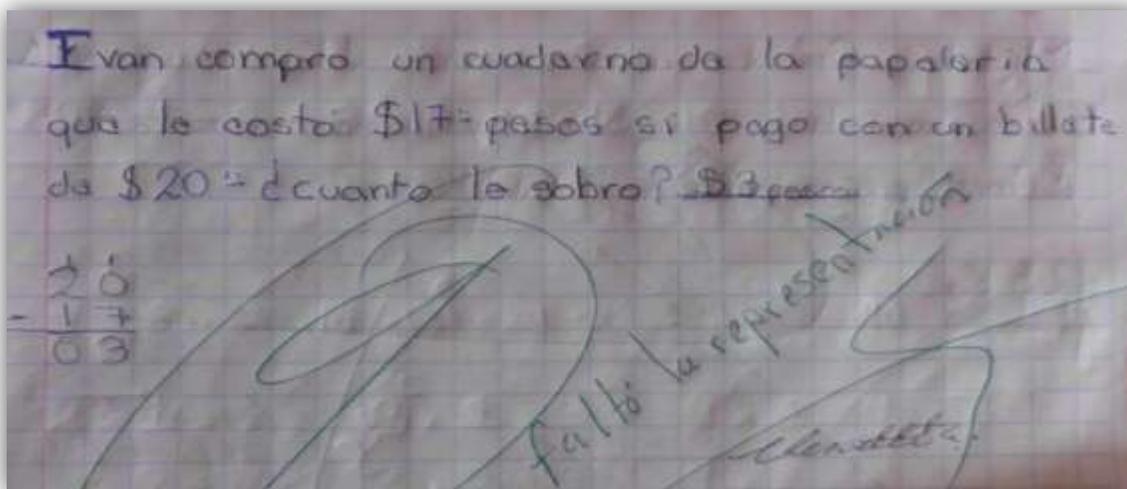
Finalmente y aunque no fue uno de los objetivos a perseguir, es importante mencionar que por el interés y apoyo que presentó la maestra en el trabajo realizado en el grupo, nos preguntamos. “Sí la maestra usaría y pondría en práctica la propuesta de intervención, en el trabajo de aula”.

Para obtener respuesta, pedimos a la maestra la oportunidad de observar y revisar algunos cuadernos de sus alumnos. Encontramos de forma agradable y positiva, que el trabajo realizado fue bueno y que no sólo les sirvió a los alumnos, sino que la maestra lo estaba retomando y transfiriendo a los contenidos curriculares del año en curso.

A continuación, con el fin de ilustrar el hallazgo, se muestran algunas imágenes de los cuadernos de los alumnos, en las que se puede observar cómo antes de iniciar la intervención los alumnos sólo realizaban algoritmos para contestar los problemas y, durante el proceso y al finalizar la intervención, los alumnos introdujeron para la resolución de problema, el método de Polya y la representación gráfica. En éstas se observa cómo las aplican para contestar los problemas que les presentaba la maestra en clase.

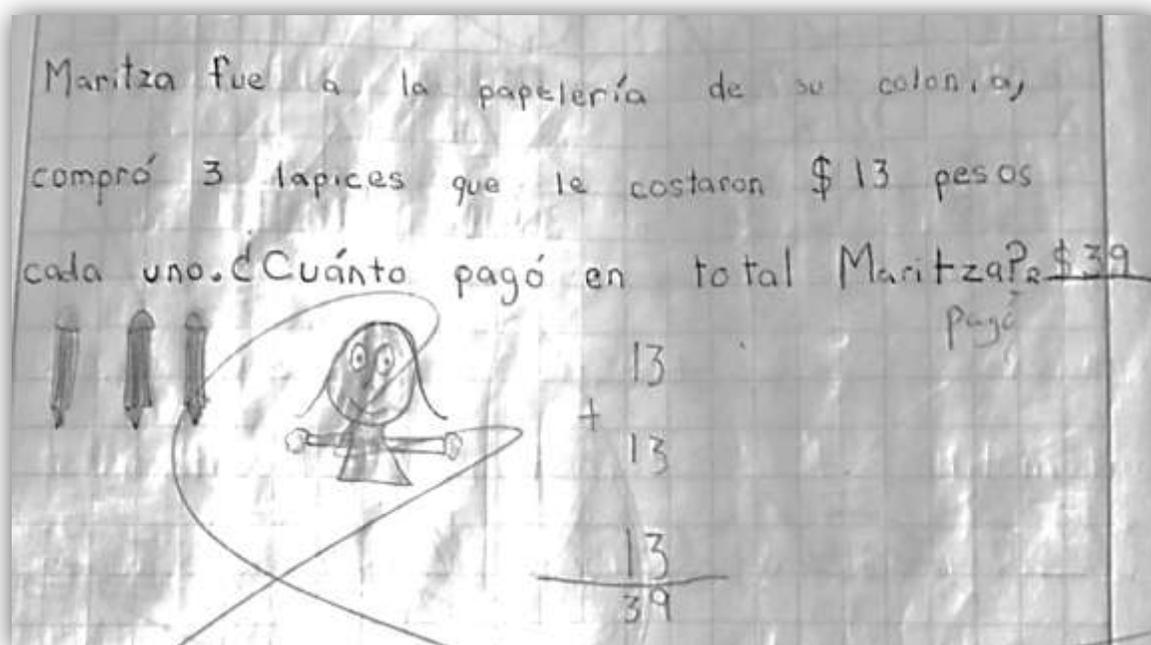
En la imagen 28, se puede observar como el alumno, sólo para responder el problema realiza el algoritmo de la resta, sin hacer otro tipo de trabajo que le ayude a dar solución al mismo, así como en la nota escrita por la maestra, se puede ver que les pedía una representación, pero el alumno no la usaba.

Imagen 28



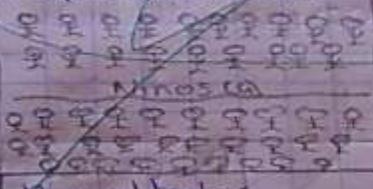
En la siguiente imagen 29, el alumno utilizó la representación gráfica para resolver el problema a diferencia de su compañero (ver imagen 28), pero como se ha mencionado la utiliza de forma aislada y sin utilidad para solucionar o corroborar el problema. Como se puede observar en esta imagen, la maestra les puso este problema que tiene dos formas de solución, siendo la multiplicación o la suma, pero como los alumnos aún no eran capaces y no tenían los conocimientos previos, necesarios para resolver problemas de estructura multiplicativa convencionalmente, el alumno lo resolvió por medio de la suma.

Imagen 29



En las siguientes dos imágenes, se ilustra cómo los alumnos y la maestra durante y después de la intervención usan y transfieren correctamente los procesos que se enseñaron en el aula. Se puede ver que seleccionan correctamente los datos, los transfieren y construyen un plan que ponen en marcha. Las representaciones utilizadas por los alumnos son significativas, al ser útiles para solucionar y corroborar el problema. Se observa que lograron desarrollar un proceso estratégico, utilizando el método de Polya y la representación gráfica.

Raul invito a su fiesta a 19 niños y 29 niñas ¿Cuántos invitados tuvo raul?

Datos: ¿Cuántos invitados tuvo raul?	Representaciones: 
Operación: $\begin{array}{r} 19 \text{ niños} \\ + 29 \text{ niñas} \\ \hline 48 \end{array}$	Resultado: 48 niños y niñas

Luis tiene 12 canicas verdes e Ivan tiene 8 rojas. ¿Cuántas canicas son en total?

Datos	Representación	Operación	Total
Luis tiene 12 canicas verdes, e Ivan 8 rojas		$\begin{array}{r} 12 \\ + 8 \\ \hline 20 \end{array}$	20 canicas

CAPITULO III. CONCLUSIONES

El objetivo de este estudio fue, diseñar, aplicar y evaluar un programa de intervención psicopedagógico a alumnos de tercer grado de primaria, para la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos, por medio del método de Polya (1965) y la Representación Gráfica para mejorar sus habilidades y destrezas, y con base en los resultados obtenidos en el análisis de la intervención, se puede concluir lo siguiente:

Para el diseño de la evaluación inicial se consideró lo que la RIEB (planes y programas, 2011), menciona acerca de las habilidades que los alumnos de tercer grado de primaria ya son capaces de realizar con respecto a la resolución de problemas aritméticos de estructura aditiva y multiplicativa. Al aplicar esta evaluación nos percatamos que no sabían cómo responder a los problemas de estructura multiplicativa ni informal ni convencionalmente, por lo que se tuvo que rediseñar el programa de intervención. Principalmente se realizó un ajuste en los problemas de acuerdo con las necesidades de los alumnos y también con base en sus conocimientos previos.

De manera general, y con base en los hallazgos aquí informados, se puede decir que la intervención incluyó la contextualización del procedimiento de Polya y la Representación Gráfica. Esto facilitó a los alumnos la resolución de los problemas de forma concisa, el utilizar ambos procesos, les permitió ser estratégicos en la resolución. Lograron la identificación de cada uno de los datos del problema, incógnita, etc. Se pudo observar que los alumnos contaban con estrategias y habilidades, en la mayoría de los casos se puede mencionar que no son desarrolladas por la maestra del aula. Pero una vez que las desarrollan los alumnos pueden aplicarlas en la resolución de problemas.

A pesar de que la maestra les había enseñado a sus alumnos la representación gráfica, ellos no habían transferido esos conocimientos a la resolución de problemas aritméticos, al utilizar esta estrategia, sólo para ilustrar el problema, y no como un apoyo para encontrar una solución o para corroborar el resultado.

La aplicación del programa de intervención orientó a los alumnos e indirectamente a la maestra a usar correctamente la representación, como apoyo en la resolución de problemas aritméticos, como menciona Botsmanova (1989). Para ello, se planteó un problema de

estructura algebraica, con el principal objetivo de que los alumnos observaran la importancia que tiene la representación gráfica en un problema aritmético. Al mismo tiempo se les enseñó la forma en la que debían de ordenar la información del problema, para poder entender y construir un plan, retomado el método de Polya (1965).

En las últimas sesiones, y aunque sabíamos que los alumnos no tenían los conocimientos previos para resolver problemas de estructura multiplicativa, se supuso que los alumnos lograrían resolver este tipo de problemas; esto se corroboró al revisar algunos cuadernos de los alumnos y se observó que la maestra estaba iniciando con la enseñanza de la resolución de problemas y algoritmos de estructura multiplicativa.

Al contar con esta información se consideró que si transferían el método de Polya y la representación gráfica para solucionar estos problemas, lograrían resolverlos, aún si sus procedimientos eran informales (no utilizando el algoritmo de la multiplicación). Los resultados confirman que esto fue favorable para algunos alumnos. Quienes contestaron correctamente estos problemas utilizaron tanto el método de Polya como la representación gráfica, para la realización de su proceso y procedimiento de resolución.

En las últimas tres sesiones se implementaron dos problemas que podían resolverse con multiplicación o suma. Hubo algunos alumnos que resolvieron estos problemas con multiplicación, mientras que la mayoría lo resolvió con suma. A pesar de este suceso, en ambos casos supieron poner de forma adecuada la información proporcionada en los problemas y, también utilizar correctamente la representación gráfica.

Si bien los problemas empleados en la evaluación inicial no fueron los mismos que en la evaluación final, si se retomaron algunos, así como de los empleados en la intervención. El cambio fue muy significativo, porque se observó, al comparar las producciones de los alumnos, que cambiaron su forma de resolución, al visualizar que lograron en la evaluación final: organizar los datos, su forma de resolver los problemas e incluso hubo alumnos que comenzaron a utilizar la multiplicación para resolverlos, aun cuando nuestro objetivo no estaba dirigido a que implementaran la propuesta en esta operación y en los problemas con esta estructura.

Es importante mencionar que al finalizar la intervención, revisamos los cuadernos de los alumnos para identificar los avances alcanzados. Se pudo observar que los problemas que la maestra les planteaba eran similares a los que se trabajaron, además para su solución retomaron la representación gráfica y el método de Polya. Otro punto importante de mencionar es que los alumnos ya no se ponían nerviosos al pasar al pizarrón para resolver los problemas, sus compañeros también hacían una retroalimentación, apoyándose de problemas resueltos anteriormente y trabajando colaborativamente. Cuando alguno de sus compañeros se equivocaba se le pedía a otro alumno que quisiera apoyarlo(a) a identificar los errores cometidos y la forma en la que podían corregirlos. Esto lo retomamos del aprendizaje entre iguales; ya que al integrar sus conocimientos podían reencaminarlos y explicarlos con sus propias palabras y continuar con su plan de resolución. También se observó que leían con calma, reflexionaban y analizaban el problema antes de resolverlo.

Es importante rescatar y mencionar que la maestra estuvo presente durante casi toda la intervención, rescataba dentro de sus clases lo revisado en la intervención y lo reforzaba con otros problemas similares y siempre observando el desempeño del grupo.

Se puede señalar que al término de las sesiones fueron notorios los logros académicos de los alumnos, lo cual fue corroborado por la revisión de sus cuadernos y con base en los resultados obtenidos en la aplicación de la evaluación final (en donde lograron identificar de forma significativa el algoritmo, la incógnita y la aplicación de la representación gráfica en cada uno de los problemas propuestos). Por lo cual suponemos que también incrementaron sus calificaciones en la asignatura de matemáticas.

Anteriormente, para resolver los problemas, los alumnos sólo utilizaban algoritmos y representaciones que no ayudaban a solucionar el problema, al no relacionar las variables con su representación. Después de la intervención, modificaron su forma de resolver los problemas aritméticos en las clases con su maestra e incluso les hacía el comentario de retomar lo aprendido.

Con la implementación de la propuesta de Polya y la representación gráfica se logró desarrollar en los alumnos estrategias cognitivas, metacognitivas y heurísticas para la resolución de problemas aritméticos. Dentro de las estrategias cognitivas que desarrollaron los

alumnos se encuentran identificar las partes del problema, aprender a separar y ordenar los datos más relevantes del problema. En las estrategias metacognitivas, vieron y revisaron paso a paso el proceso que usaron en la resolución; analizaron y reflexionaron sobre el trabajo realizado e identificaron en lo que fallaban para corregir y mejorar su proceso. En tanto, con el uso de las estrategias heurísticas, los alumnos lograron usar y transferir la representación gráfica, mediante la reflexión y el análisis de lo que planteaba el problema.

Uno de los factores trascendentes para el éxito en nuestro trabajo fue ganarnos la confianza del grupo y de la maestra. Al principio de la intervención ella solo nos había otorgado 30 minutos de la clase; por otro lado, el grupo no nos prestaba la atención necesaria, recurrimos al uso de imágenes proyectadas por medio de un cañón; además tuvimos que aumentar el tono de voz para llamar su atención. A partir de la tercera sesión la maestra nos fue aumentando el tiempo poco a poco hasta llegar de 45 a 60 minutos y el grupo en general mejoró notablemente su conducta y la atención brindada a los contenidos enseñados. Cabe señalar que la maestra siempre mostró interés en nuestro trabajo, estuvo presente en casi todas las sesiones y nos hacía sugerencias para la dirección del grupo.

De acuerdo con los objetivos planteados para el desarrollo de este trabajo, se puede decir que éstos se cumplieron en gran medida. Se logró que una buena parte del grupo (sino es que en la mayoría de los alumnos), implementaran tanto el método de Polya y la representación gráfica, para solucionar los problemas que se les presentaron durante el desarrollo de la intervención. Pero no sólo en ella, sino que también transfieran la propuesta para trabajarla en el aula, por lo que los alcances fueron mayores no sólo para evaluar funcionalidad de nuestra propuesta, también para la maestra, quien menciona que los alumnos a partir de recibir la intervención mejoraron notablemente en el área de las matemáticas.

Es importante mencionar que aun cuando los logros (cuantitativa y cualitativamente), por parte de los alumnos fueron buenos, también en el trabajo con el grupo nos encontramos con limitaciones.

Cuando estuvimos frente al grupo durante las primeras sesiones, los alumnos se mostraron indiferentes a lo que les estábamos enseñando; los alumnos se encontraban desmotivados y tal vez no había un interés en lo que les enseñaba. Por lo que propusimos actividades en las que

participaran además de hacerles ver que estábamos para ayudarles, y por tal motivo tuvieron confianza en plantearnos preguntas cuando les surgiera alguna duda con respecto a lo que estábamos enseñando.

Por otro lado, el tiempo otorgado (30 minutos) durante las primeras 6 sesiones fue insuficiente, se tenían que aclarar a detalle las dudas que tenían los alumnos y reestructurar el conocimiento previo que tenían acerca de la representación gráfica (por esta razón, nos retrasamos en la planeación). Esto produjo un ocasional aburrimiento por parte de algunos alumnos, al no avanzar en los contenidos previstos. Así cuando la maestra dio más tiempo (50 minutos) para el desarrollo de las sesiones, logramos estabilizar y adecuar el tiempo para enseñar y producir los aprendizajes esperados sin atrasarnos más de lo esperado.

Otra limitante encontrada, referente a los alumnos fue que no podían aplicar algunos algoritmos correctamente. Hubo la necesidad de repasar y revisar esto con ellos. Lo que era más difícil para los alumnos fue no saber utilizar el algoritmo de la resta por la dificultad para respetar el valor posicional de los números, teniendo como consecuencia un resultado incorrecto, así que tuvimos que insertar una breve explicación para que recordaran cómo se realiza la resta.

Tal y como lo menciona la RIEB (2011), es importante que los maestros cuenten con estrategias y sean capaces de transmitirlos, no sólo para el caso de los contenidos de matemáticas, sino para el desarrollo de las actividades de todas las asignaturas. En este caso para la resolución de problemas, como se menciona en la revisión de la literatura, muchas veces la enseñanza es tradicional y, en consecuencia, se produce un desinterés generalizado entre los alumnos. La dificultad que se encontró en el grupo radicó principalmente en la falta de comprensión y aplicación de estrategias.

Aunque la maestra conocía y trataba de usar esta estrategia, no logró transmitir y desarrollarla de forma adecuada y útil para sus alumnos en la resolución de problemas. Asumió que la utilizaban como un apoyo didáctico, pero no era así; ya que ésta no les servía en el proceso de resolución de problemas, sino que solo para ilustrar los sujetos del problema y no como lo retoma Botsmanova (1989), quien menciona que cuando los alumnos recurren a las

representaciones y esquemas gráficos, se les facilita la resolución de los problemas aritméticos, así como la comprensión del problema.

Este resultó ser un factor negativo, al creer que los alumnos ya conocían lo que es la representación gráfica. No obstante desde la aplicación de la evaluación inicial y en las 3 primeras sesiones, se observó que el grupo en general no la utilizaba adecuadamente, al no tener las habilidades y herramientas necesarias. Lo anterior se retomó para el desarrollo del programa de intervención.

Las recomendaciones que se plantean con base en los hallazgos del presente trabajo son las siguientes.

- Enseñar a los alumnos estrategias acordes con su edad, que faciliten la resolución de los problemas no solo matemáticos sino cualquiera que se le presente.
- Motivarlos para que empleen procedimientos fuera de lo cotidiano, como es el caso del método de Polya y de la representación gráfica, para que los alumnos comprendan mejor los datos implícitos y explícitos de los problemas.
- Realizar constantemente retroalimentación de los contenidos para la verificar si el tema fue comprendido, y si no lo fue, cambiar la estrategia empleada.
- Proporcionar un ambiente de confianza y tolerancia ante las cuestiones de los alumnos, para que no haya temor de participar o preguntar y quedarse con dudas.
- Trabajar además de los problemas previstos en los libros de texto, problemas cotidianos y contextualizados para los alumnos.

Finalmente, es importante hacer mención del papel y desempeño que se tiene en las aulas como psicólogos educativos. Al respecto, se debe considerar fundamental la tarea de ayuda, apoyo o mediador en el aula. Se debe tener en cuenta que el trabajo debe ser tanto con los maestros como con los alumnos para reducir las dificultades que éstos presentan, sin dejar de lado que también participan otros agentes que pueden o no repercutir en el proceso de aprendizaje de los alumnos y enseñanza de los maestros.

El trabajo en las aulas debe ser multidisciplinario, en el que intervengan el maestro, directores, padres de familia y demás sujetos que participan en el proceso de aprendizaje de los alumnos, con el fin de generar las condiciones óptimas y ambientes favorables en su

beneficio, para que aprendan y desarrollen habilidades que les permitan transferir los aprendizajes a contenidos más complejos, logrando que éstos sean significativos y trascendentales para los alumnos.

Para ayudar a los alumnos a mejorar en su aprendizaje, la psicología educativa plantea que es necesario la realización y puesta en marcha de diferentes herramientas que permitan ayudar no solo a los alumnos sino a los docentes. Por lo que como agentes educativos y al estar trabajando en el aula es primordial realizar una evaluación diagnóstica o inicial, que permita identificar las necesidades de cada uno de los alumnos. El desarrollo de programas de intervención; para apoyar a los alumnos en las dificultades que llegaran a presentar y, una evaluación final; en la que se aprecien los avances. Sin dejar de lado la realización de una evaluación continúa durante el desarrollo del programa de intervención, que permita dar cuenta de los avances o retrocesos en los alumnos, para realizar adecuaciones al plan de trabajo y que al final los resultados sean favorables.

El trabajo realizado como psicólogos educativos, comenzó antes del diseño de la intervención, ya que previamente se conoció el medio (contexto), para poder diseñar y aplicar el programa de acuerdo a la identificación de necesidades de los alumnos. En este caso se inició al aplicar la evaluación inicial, donde se determinaron las dificultades, estrategias, habilidades y procesos empleados por los alumnos ante la resolución de problemas aritméticos.

Posteriormente, durante la intervención se pudo observar que los alumnos presentaban un rezago con respecto a los temas que estaban revisando en sus clases regulares. Esto tuvo como consecuencia que no respondieran los problemas de estructura multiplicativa planteados en la evaluación inicial. El papel del psicólogo educativo fue reencaminar sus conocimientos y que estos los pudieran transferir a cualquier otra situación (como es el caso de la multiplicación).

A partir de los datos encontrados fue posible fortalecer en los alumnos las habilidades que les fueran útiles para la resolución de los problemas aritméticos, mostrándoles una forma distinta de organizar, trabajar el problema, hacerlos analíticos y reflexivos con respecto a los procedimientos que empleaban, con el fin de que la adquisición de conocimientos fuera significativa.

Aunque la RIEB marca que los maestros deben fomentar un aprendizaje colaborativo, se observaba lo contrario, porque los alumnos tenían miedo de participar cuando la maestra se los pedía o cuando se pedía la opinión de algún alumno. Se observó presentaban mucha inseguridad al participar. El trabajo en la clase también influyó para que los alumnos se desinhibieran y lograran participar en clase, propiciando un ambiente de seguridad y armonía. Así, al finalizar la intervención se vio reflejado en la participación de casi todo el grupo sin ningún temor de ser reprimidos.

Finalmente, el desarrollo de este trabajo condujo a ver lo importante que es trabajar de la mano con el maestro para ayudar, orientar, crear y diseñar formas didácticas y dinámicas de enseñar contenidos y, no caer en lo tradicional de memorizar, sino que se den cuenta de que hay otros caminos de enseñar y aprender que conducen a un aprendizaje significativo. Sin dejar de lado los procesos de aprendizaje de cada alumno, ya que cada uno de ellos es distinto (aprenden a su ritmo). Por lo que se debe estar abierto al cambio de actitudes, capacidades, habilidades y destrezas de cada uno de ellos, con el fin de desarrollarlas y lleguen a un aprendizaje autónomo. Esta experiencia, permitió darnos cuenta de lo importante que es la labor de un psicólogo educativo en las aulas, en específico para mejorar el desempeño académico de los alumnos.

REFERENCIAS

- Aguilar, V. M., y Navarro G. J. I. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de psicología general y aplicada* , 63-83.
- Aguilar, V. M., Navarro, J.-I., y Alcalde, C. (2003). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Journals Educacion y Cultura*, 385-397.
- Barrantes, L. M. (2010). La resolución de problemas aritméticos y su tratamiento didáctico en educación primaria. *Universidad de Extremadura. Peru.*, 1-19.
- Bermejo, F. V. (1990). *El niño y la aritmética: instrucción y construcción de la primera noción aritmética* . Barcelona, España : Paidós .
- Botsmanova, E. (1989). El papel del análisis gráfico en la resolución de problemas aritméticos. *comunicación, lenguaje y educación*, 17-21.
- Bruer , J. T. (1995). CAP. 4, Matemáticas: darles significado . En J. T. Bruer , *Escuelas para pensar: una ciencia del aprendizaje en el aula* (págs. 94-135). Barcelona, España: Paidós .
- Buschiazzo, N., Cattaneo, L., De Hinrichsen, S., Filipputti, S., y Lagreca, N. (1997). Procedimientos del quehacer matemático. En N. Schiazzo, L. Cattaneo, S. De Hinrichsen, S. Filipputti, y N. Lagreca. *Matemática hoy en la E.G.B* (págs. 55 - 100). Rosario. Arg: HomoSapiens.
- Carpenter, T., Ansell, E., Franke, M., Fennema, E., y Weisbeck, L. (1993). Models of problem solving: A study of kindergarden children's problem-solving processes. *Journal for Research in Mathematics Education* , 428-441.
- Castro, E., Castro, E., Rico, L., Gutiérrez, J., Tortosa, A., Segovia, I., González, E., Morcillo, N., y Fernández, F. (1988). Problemas aritméticos compuestos de dos relaciones. *Seminario de CIEM*, (págs. 63-76). Universidad de Granada .
- Castro, E., Morcillo, N., y Castro, E. (1992). Representation produced by secondary education pupils in mathematical problem solving. E.F. Hitt y M. Santos (edis.). Proceedings of the twenty first Annual Meeting of the North America Chapter for the international group of psychology of mathematics education. Columbus OH: ERIC cleaninghouse for science mathematics and enviromental education
- Castro, E., Rico, L., y Gil, F. (1992). Enfoques de Investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Enseñanza de las ciencias*, 243-253.

- Cuevas, A. S. (1972). Los problemas. En S. Cuevas Aguilar , *Didáctica de la aritmética y la geometría* (págs. 101-104). México : Ediciones Oasis .
- El grupo de la EGB de la APMA. (1986). Aritmética elemental para la resolución de problemas en el tercer ciclo de la EGB. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 55-72.
- García, J. R., y Ortiz, J. (2007). Representaciones y modelización matemática en la resolución de problemas . En E. Castro , y J. L. Lupiañez , *Investigaciones en educación matemática: pensamiento numérico. Libro homenaje a Jorge Cázares Solórzano* (págs. 283-302). Granada: Universidad de Granada.
- Gaulin, C. D. (2000). Tendencias Actuales de la Resolución de Problemas., (págs. 51-63).
- Hernández, J. (1997). La resolución de problemas aritméticos verbales y los sistemas de representación semióticos. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 19-34.
- Juidías, B. J., y Rodríguez, O. I. R. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación*, 257-286.
- Kaplan, R., Yamamoto, T., y Ginsburg, H. (1989). La enseñanza de conceptos matemáticos. En L. Resnick, y L. Klopfer, *Curriculo y cognición* (pág. 1989). Argentina: Aique.
- Lewis, A. B., y Mayer, R. E. (1987). Student's miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems . *Journal of Educational Psychology*, 363-371.
- Luceño, J. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula* . Málaga: Aljibe.
- Martí, I. (2003). *Diccionario enciclopédico de educación*. Barcelona, España: CEAC.
- Mayer, E. R. (1986). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición* . Barcelona, España : Paidós.
- Nickerson, S. R., Perkins, N. D., y Smith, H. E. (1990). *Enseñar a pensar: aspectos en la aptitud intelectual* . México : Paidós .
- Orton, A. (1996). *Didáctica de las matemáticas: cuestiones, teoría y práctica en el aula*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia; Morata.
- Peltier, M. L. (2003). Problemas aritméticos, articulación, significados y procedimientos de resolución. *Educación Matemática*, 29-55.
- Pérez , C. O. (2008). Diferentes formas de representación en la resolución de problemas . *Correo Pedagógico* , 27-32.

- Polya, G. (1965). *Como Plantear y Resolver Problemas*. Mexico: Trillas.
- Puig, L., y Cerdán, F. (1995). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- Reed, H. (1962). *Psicología de las materias de enseñanza primaria*. México : UTEHA.
- Rodríguez, P., Lago, M. O., Caballero, S., Dopico, C., Jiménez, L., y Solves, I. (2008). El desarrollo de las estrategias infantiles. Un estudio sobre razonamiento aditivo y multiplicativo. *Anales de psicología*, 240-252.
- Ruiz, D., y García, M. (2003). El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de educación básica. *Artículos Arbitrados*, 321-327.
- Santiago, V., Josetxu, O., y Lieven, V. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 463-483.
- Schoenfeld H., A. (1989). La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas. En L. B. Resnick, y L. E. Klopfer, *Currículum y cognición* (págs. 141-170). Argentina : Aique .
- SEP (2011). *Plan de estudios de Educación Básica*. Mexico D.F: SEP.
- SEP (2011). *Programa de estudios; Guía para el maestro educación básica. Tercer grado*. México D.F: SEP.
- Socas, M. M., Hernández, J., y Noda, A. (1998). Clasificación de los PAEV aditivos en una etapa con cantidades discretas relativas. *Enseñanza de las ciencias*, 46-62.
- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., y otros. (2010). La educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista iberoamericana de educación*, 1-11.

ANEXOS

Anexo 1. Instrumento de Evaluación Inicial

Nombre. _____

Grado. _____

Instrucciones. A continuación se te presentan una serie de problemas, léelos con atención y resuélvelos de acuerdo con lo que se te pide.

1. En el puesto de películas de Pedro hay 237 películas, su hermano le compra 95 más. ¿Cuántas películas tiene Pedro en total?
2. Ivett y José le quieren comprar un regalo de cumpleaños a su mamá. Ivett tiene \$73 pesos y José \$87 pesos. ¿Cuánto dinero tienen para comprar el regalo?
3. Paola tiene 12 años y su hermana Adriana 5 años más que Paola. ¿Cuántos años tiene Adriana?
4. En un partido de futbol el quipo café metió 7 goles, si mete 6 goles más tendrá la misma cantidad de goles que el equipo gris. ¿Cuántos goles metió el equipo gris?
5. Guillermo tenía \$50 pesos para comprar 5 cuadernos, pero se le perdieron \$12.50 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó para comprar sus cuadernos?
6. José tenía 67 canicas chicas y 93 grandes, ¿Cuantas canicas chicas le faltan a José para tener la misma cantidad de canicas grandes?
7. Martín tiene 54 autos de carreras y Luis 8 menos. ¿Cuántos autos de carrera tiene Luis?
8. Marcos tiene \$76 pesos, Raquel tiene \$55 pesos. ¿Cuánto dinero le falta a Raquel para que tenga lo mismo que Marcos?
9. Erik, Alberto y Ulises tienen 38 canicas cada uno. ¿Cuántas canicas tienen entre los tres?
10. En la tienda de “Don Juan” hay 120 refrescos, en la tienda “La chiquita” hay dos veces más refrescos. ¿Cuántos refresco hay en la tienda de “La chiquita”?
11. La mamá de Luisa tiene \$670 pesos. Tiene tres veces menos dinero que la mamá de Laura. ¿Cuánto dinero tiene la mamá de Laura?
12. Con 2 tipos de carne y 3 salsas distintas, ¿cuántos platos diferentes puedes formar?

Anexo 2. Cartas descriptivas

SEMANA 1 MIERCOLES 25 DE ENERO DEL 2012		NO. SESIÓN: 1	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Analizar la concepción que los alumnos tienen sobre los conceptos de problema.</p>	<p>En la primera sesión, se planteó a los alumnos la pregunta: ¿Qué es un problema?</p> <p>ACTIVIDAD. Lluvia de ideas</p> <p>DESARROLLO. La actividad se trabajó grupalmente.</p> <p>Se le pidió a algunos alumnos que explicaran la concepción que tenían acerca de lo que es un problema</p> <p>Tomando en cuenta lo que los alumnos mencionaron, la instructoras explicaron el significado del problema, así como se hizo la diferenciación entre la definición de problema cotidiano y uno aritmético.</p> <p>Ambos conceptos se explicaron con un ejemplo cada uno.</p> <p>Los ejemplos sirvieron para explicar con claridad y contextualizar los problemas y que vieran reflejada la diferencia entre ambas, además se les explicó que un problema cotidiano puede convertirse también en problema aritmético.</p>	<p>Laminas con ejemplo de los problemas:</p> <p>Ejemplo de problema aritmético</p> <p><i>1.-En la granja de Don Manuel, hay 17 gallinas en el corral verde y 16 en el corral azul ¿Cuántas gallinas hay en total en la granja de Don Manuel?</i></p> <p>Ejemplo de problema cotidiano</p> <p><i>2.-Luis está en un restaurante de comida mexicana y no sabe que elegir para comer porque todo se le antoja. Él está entre un pozole, unas enchiladas verdes o un plato de pollo con mole.</i></p>	<p>Entre las respuestas que dieron los niños al preguntarles, ¿Qué es un problema? La mayoría de ellos respondió que: “problema es realizar una operación”, “encontrar un resultado”, “pensar” y “leer”. Ellos también mencionaron que “para resolver un problema, sólo se hacen operaciones”.</p> <p>Después de explicar la definición de un problema aritmético y un problema cotidiano, su concepción cambió un poco. Explicaron que un problema es una situación que requiere ser resuelta y, en la que se pueden utilizar algunas operaciones.</p> <p>Cuando se les presentó el ejemplo, los niños se dieron cuenta de algunas características que tienen los problemas, esto les ayudó a comprender la idea/concepto de problema.</p>

SEMANA 2 LUNES 30 DE ENERO 2012		NO. SESIÓN: 2	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Conocer las partes del problema (datos, incógnita)</p> <p>¿Qué es la representación, la operación y resultado?</p>	<p>ACTIVIDAD. Discriminar información e identificarla en el problema</p> <p>DESARROLLO. Se explicó que son los datos y la utilidad que tienen para la resolución de los problemas, así como la identificación de la pregunta o incógnita.</p> <p>En el pizarrón se les presentó el problema (en papel bond), se les pidió a algunos alumnos que identificaran un dato y que mencionara el porqué es útil para solucionar el problema. Los datos que no sirvieron para resolver el problema se fueron cubriendo con las tiras de papel.</p> <p>A la información seleccionada se le dio el nombre de datos (la información que no se tapó).</p> <p>Después de seleccionar los datos, se explicó qué es y cómo utilizar la representación, operación y el resultado.</p> <p>A partir de la información seleccionada y lo explicado se les pidió que resolvieran el problema.</p>	<p>Hoja impresa con el problema 1 (para los alumnos).</p> <p>Papel bond con el problema</p> <p>Tiras de papel para cubrir datos en el problema.</p> <p>Pizarrón, plumones, cinta adhesiva.</p>	<p>Todos los alumnos trabajaron en conjunto, para seleccionar la información que fue utilizada para dar solución al problema. Algunos de ellos pasaron a tapar la información que no fue útil; para quedarse sólo con la información más relevante.</p> <p>En esta sesión, los alumnos utilizaron la representación como ellos quisieron, no se les dijo nada, con el fin de ver cómo y si utilizan la esta estrategia y, si les ayudó a resolver el problema.</p> <p>La mayoría la utilizaron de forma aislada, no transferían los datos a una representación, sino que representaban a los participantes.</p>

SEMANA 2 MIERCOLES 1 DE FEBRERO DEL 2012		NO. SESIÓN: 3	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
Que los alumnos, resuelvan un problema, considerando la estrategia de Polya y representación gráfica (Conocer y desarrollar la estrategia de Polya).	<p>ACTIVIDAD: “Vamos a resolver el problema, todos juntos”</p> <p>DESARROLLO</p> <p>Se retomó el problema anterior, para corroborar los resultados de los alumnos, se les explico la utilización de la estrategia de Polya.</p> <p>La actividad, se realizó de forma grupal.</p> <p>Cada una de las fases se explico de la siguiente manera:</p> <p>En la fase 1 “Comprensión del problema”</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Leer 2. Comprender el problemas (saber de qué nos habla y que nos pregunta) 3. Identificar de los datos 4. Identificar la pregunta <p>La fase 2 “Concepción de una plan”, se explico y se enseñó a (retomando lo revisado la sesión anterior):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Elegir los datos. 2. Tener un constructo o plan de cómo resolver el problema, como pasar esos datos a una representación (algoritmos, grafica, etc.), para llegar a la incógnita. 3. Identificar la operación a realizar. <p>Fase 3 “Aplicación del plan”</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Aplicar el plan construido, (como se va a resolver el problema) 2. Realizar la operación y representación gráfica del problema. <p>Fase 4 “Visión retrospectiva”</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Revisar si el plan es el correcto (realizando una relectura del problema), con el fin de verificar si lo realizado fue correcto, si no es así regresar y revisar nuestro plan, para llegar a encontrar la incógnita que buscamos 	En la misma hoja del problema anterior (problema 1), se pidió a los alumnos que reconstruyeran el problema, en la parte blanca de la hoja.	<p>Con esta actividad se pretendió que los alumnos, comprendieran el problema, analizaran y reflexionaran sobre el problema (fase 1).</p> <p>Aunque ya se había seleccionado la información relevante en la sesión pasada, los alumnos se confundieron al ver muchos números. Por lo que se retomó nuevamente lo anterior.</p> <p>Al trabajar la fase 3 y 4. Los alumnos se confunden un poco con las palabras que pueden ayudar a seleccionar la operación a realizar, por lo que se les explico, y se les dieron algunas sugerencias sobre que palabras les podían ayudar a identificar la operación, se hizo énfasis en que eso dependerá de la forma de interpretar y forma en la que está escrito el problema.</p> <p>Aún después de ver estas palabras, se encontró que algunos niños decían que se haría suma y otros resta, pero se les pidió explicar el por qué una u otra operación.</p> <p>Finalmente se resolvió problema, conjuntamente con ellos</p>

SEMANA 3 MIÉRCOLES 8 FEBRERO DEL 2012	NO. SESIÓN: 4	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
---------------------------------------	---------------	------------------------------

Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Replantear, recordar y corroborar la estrategia de Polya. Utilizando la representación gráfica, como otra estrategia para la resolución de problemas aritméticos.</p>	<p>ACTIVIDAD: “La granja”</p> <p>DESARROLLO:</p> <p>Para esta sesión, se realizó con anticipación; una serie de diapositivas, con la finalidad de presentar a los alumnos de forma gráfica y dinámica ambas estrategias.</p> <p>Se les presentó a los alumnos, de forma esquemática las fases de resolución de problemas.</p> <p>Se les sugirió que dividieran su hoja en cuatro columnas de la siguiente manera:</p> <p><i>Datos Operación Representación Resultado</i></p> <p>Con la finalidad que de identificaran cada paso y no revolvieran, para que en las sesiones siguientes pudieran organizar su información.</p> <p>Con forma pasaron las diapositivas, se volvió a replantear las estrategias (Polya y representación gráfica), esto se realizó con colores, diagramas, que ayudaran a los alumnos a identificar claramente cada una de las fases.</p> <p>Conforme trascurrieron las diapositivas, se les daba un tiempo para que los alumnos fueran contestando el problema.</p> <p>Para trabajar cada las fases se realizó lo siguiente:</p> <p>Se preguntó lo siguiente:</p> <p>¿Qué entendiste del problema?</p> <p>¿Qué nos pregunta?</p> <p>¿Qué podemos hacer?</p> <p>Con las preguntas anteriores, se pretendió que los alumnos analicen y reflexionen sobre el problema (fase 1).</p> <p>Se les sugirió que marcaran con colores lo datos, así como la pregunta (fases 2).</p>	<p>Diapositivas, cañón, pizarrón</p> <p>Problema 2, impreso para cada uno de los alumnos.</p>	<p>La presentación de diapositivas, les gustó. Aunque estamos trabajando con el segundo problema se les dificultó comprender el enunciado; saber de qué habla y qué pide hacer.</p> <p>La identificación de los datos, fue más fácil, al presentarla con colores se dieron cuenta de la importancia y la forma de seleccionarla.</p> <p>Antes de continuar con la 3 fase, se sugirió como opción que dividieran su hoja en cuatro secciones:</p> <p>Datos Operación Representación Resultado</p> <p>Esta sesión se concluyó con la 3ra fase, en la que se trabajó con la representación de los datos. Para dicha fase se les pidió a los alumnos que dieran sugerencias de cómo lo podíamos representar. Algunos sugirieron que con conejos y gallinas, otros con círculos y palitos, que fue con la opción que se trabajó.</p>

SEMANA 4 LUNES 13 DE FEBRERO DEL 2012		NO. SESIÓN: 5		DURACIÓN DE LA SESIÓN 50 MIN	
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones		
Utilizar la representación	ACTIVIDAD: “Formando conejos y gallinas”	Diapositivas, cañón,	No se presentó la maestra, y estuvo al frente del grupo otra persona, pero cuando nosotras llegamos, se salió		

<p>(manipulación de objetos) como un medio para dar solución al problema propuesto.</p>	<p>DESARROLLO: esta sesión se trabajó por equipos, el grupo se dividió en 5 equipos, a cada uno, se les entregó un paquetito de círculos y palitos, con los que se representaron las gallinas y los conejos. Con el fin de que pudieran manipularlo y con ellos identificar la utilidad que tiene la representación en este tipo de problema.</p> <p>La instrucción fue la siguiente: con el paquete que se les entregó, darán solución al problema, formaran las gallinas y los conejos que sean necesarios, recuerden los datos que tenemos.</p> <p>Las instructoras, recorrieron cada equipo, para verificar y observar lo que los alumnos hacían.</p>	<p>pizarrón Problema 2, de cada alumno</p> <p>Material didáctico (23 círculos y 64 rectángulos)</p>	<p>dejándonos la responsabilidad del grupo.</p> <p>Se tuvo que repetir la instrucción (con los círculos y palitos digan ¿Cuántas gallinas y conejos hay?, recuerden que las gallinas tienen 2 patas y los conejos 4) en 3 ocasiones porque el grupo no ponía atención.</p> <p>Al manipular el material otorgado no sabían qué hacer, por tal motivo, se decidió explicar las instrucciones a cada equipo; para que explicaran sus dudas.</p> <p>Manipulación del material:</p> <p>Se observó que 2 grupos pequeños no tenían una estrategia para poner las patas a los círculos.</p> <p>1° intento. Decían que les sobraban patas.</p> <p>2° intento. Les sobraban patas, pero cada niño agarró cierta cantidad de círculos y patas para hacerlo de forma individual, lo que ocasionó que algunos círculos tuvieran 3 patas.</p> <p>3° intento. Se les recordó que las gallinas tienen 2 patas y los conejos 4; y con esta información los niños le pusieron 4 patas a las que serían los conejos y las restantes a los que representarían a las gallinas.</p> <p>Después de la explicación por equipo, algunos se organizaron para formar los animales y así poder encontrar la respuesta.</p> <p>El grupo en general estuvo muy inquieto toda la sesión. Pero aun así se logró llegar a resolver el problema</p>
---	---	---	--

SEMANA 4 MIÉRCOLES 15 FEBRERO DEL 2012		NO. SESIÓN: 6	DURACIÓN DE LA SESIÓN 50 MIN.
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Utilizar la representación (manipulación de objetos) como un medio para dar solución al problema propuesto.</p>	<p>Se retomó el problema 2, con el fin de dar una retroalimentación, de los pasos para resolver un problema. ACTIVIDAD: ¿Cuántas gallinas y cuantos conejos son? DESARROLLO: Participación de todo el grupo, para ejemplificar la representación de los datos y verificar y analizar el resultado obtenido. Se realizó lo siguiente: Se seleccionaron algunos alumnos para que pasaran al frente y manipularan el material, nuevamente, formaron los animales correspondientes, para dar respuesta al problema y encontrar la incógnita.</p> <p>El resultado obtenido se verificó mediante una operación (suma). Y se concluyó dicha actividad con la utilización de la 4 fase</p>	<p>23 círculos y 64 rectángulos grandes.</p> <p>Problema 2, de cada alumno</p>	<p>En esta sesión se retomó el problema anterior. Para trabajar la 4ª fase visión retrospectiva, tomando como referente la fase 3.</p> <p>Cuando se inició la sesión, no querían participar los niños y se mostró el descontento cuando llegamos al salón.</p> <p>Durante la sesión: Los niños siguen sin comprender el problema, por lo que se llevó un material parecido, la única diferencia que había era el tamaño, esto con la finalidad de que lo manipulara todo el grupo. Se les pidió a ciertos niños que pasarán al frente a manipular el material y lo hicieron de forma correcta al poner las patas correspondientes con los animales. Para verificar lo realizado, se releó el problema y se les pregunto a los alumnos que era lo que buscábamos (¿Cuál era nuestra incógnita?) Ello dijeron que era saber: ¿cuántas gallinas y cuántos conejos había?, como ya solo sabíamos, para verificar teníamos un dato, (23 animales), se pasó al frente a un alumno, para que resolviera una operación (14+9) para que se verifique si la respuesta obtenida era la correcta. No pudo resolverla porque no sabía qué hacer, así que tuvimos que intervenir y ayudarlo a realizar la operación (sumó con los dedos, pero no sabe contar).</p> <p>Se cuestionó al grupo si eran capaces de resolver un problema ellos solos, su respuesta fue afirmativa y la maestra estuvo de acuerdo. Para la siguiente sesión, se consideró dejarlos solos para observar lo que hacen.</p>

SEMANA 5 LUNES 20 DE FEBRERO	NO. SESIÓN: 7	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
-------------------------------------	----------------------	-------------------------------------

Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Verificar, el aprendizaje que han tenido los alumnos, de lo enseñado en las sesiones anteriores.</p>	<p>ACTIVIDAD: ¿Me ayudas a saber cuánto dinero tengo?</p> <p>DESARROLLO: Se presentó el problema para evaluar lo aprendido en las sesiones anteriores.</p> <p>Se pidió a los alumnos resolver el problema, de forma individual, se les dio un tiempo de 10 minutos.</p> <p>Después de haber transcurrido el tiempo, se les pregunto a algunos alumnos, sobre lo que habían realizado, como y porque lo realizaron así. Después de escuchar algunas respuestas, se seleccionó a 5 alumnos, para que pasaran a realizar su procedimiento en el pizarrón, con el fin de comparar y corroborar, el procedimiento y respuestas de los alumnos (retroalimentación).</p>	<p>Problema 3, impreso para cada uno de los alumnos.</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Se les dio 15 minutos para resolver el problema, aunque se había contemplado menos, se decidió dar 5 minutos más, por qué los alumnos no terminaban. Conforme fueron terminando se les pidió que voltearan sus hojas sobre la mesa, porque se esperaba a los que todavía no terminaban.</p> <p>Después del tiempo transcurrido, se consensó lo que realizaron para resolver el problema planteado. (¿Qué habían hecho?). Tomando como referente lo que habían hecho algunos de ellos, se pasaron a 5 alumnos, para mostrar al grupo los pasos que siguieron para resolver el problema. Ninguno utilizó los pasos que sugerimos en las sesiones pasadas. Al observar las respuestas del grupo, en general tenían la respuesta incorrecta e incompleta por no tomar en cuenta los datos que del problema.</p> <p>Un alumno hizo el comentario, de que no le gusta hacer la representación porque se tarda mucho y con leer el problema sabe qué operación(es) debe realizar.</p> <p>Para concluir el problema, se retomó lo hecho por ellos, se les pidió a los demás que observaran y mencionaran si algo nos hacía falta, si sugerían algo se les preguntó el por qué, nos faltaba eso.</p> <p>En esta sesión empezaron a utilizar más la representación, en esta ocasión lo representaron con monedas de \$1 peso</p>

SEMANA 5 MIÉRCOLES 22 DE FEBRERO DE 2012		NO. SESIÓN: 8		DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN	
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones		

<p>Verificar, el aprendizaje que han tenido los alumnos, de lo enseñado en las sesiones anteriores</p>	<p>ACTIVIDAD: “El viaje”</p> <p>DESARROLLO: se le dio a cada uno de los alumnos, el problema a trabajar. Se les pidió resolver el problema de forma individual, el tiempo designado fue de 15 minutos.</p> <p>La instrucción fue: lean el problema, utilicen y seleccionen los datos, después de terminar con esta actividad se les pregunto ¿Entendieron el problema? ¿De qué nos habla? ¿Cuál es la incógnita? ¿Cómo lo podemos resolver?</p> <p>Posteriormente, los alumnos terminaron de resolver el problema.</p> <p>Análisis, mediante el proceso realizado por 3 alumnos.</p>	<p>Problema 4, impreso para los alumnos.</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>El problema, que se presentó en esta sesión, involucro varias operaciones para resolverlo. Se les dio 15 min., para que resolvieran el problema ellos solos. Al finalizar su tiempo, se pasó al frente a 3 alumnos a resolver el problema. Se observó que algunos de ellos, siguen sin utilizar la estrategia propuesta para resolver problemas aritméticos, y tampoco utilizan la representación gráfica. No organizan la información, por tal motivo, las operaciones que realizan tampoco son las correctas. Los pocos alumnos que obtuvieron la respuesta correcta, sí utilizaron la estrategia propuesta de Polya incluyendo la representación gráfica. De los alumnos que pasaron al pizarrón, ninguno utilizó adecuadamente la representación gráfica, ya que lo siguen utilizando sólo para ejemplificar el problema en general (hacen en camión). Uno de ellos sí colocó los datos del problema, pero su respuesta no estuvo correcta. En esta sesión no se terminó de revisar el problema, se retomará en la siguiente sesión</p>
--	--	--	--

SEMANA 6. LUNES 27 DE FEBRERO DEL 2012		NO. SESIÓN: 9	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Verificar el aprendizaje que han tenido los alumnos, de lo enseñado en las sesiones anteriores</p>	<p>ACTIVIDAD: “El viaje”</p> <p>DESARROLLO: Se retomó el problema de la sesión anterior con el fin de que los alumnos analizaran, identificaran sus errores y se den cuenta si han utilizado lo enseñado hasta el momento.</p> <p>Para esta actividad, se dividió el pizarrón en cuatro columnas. Nuevamente se seleccionaron a 4 alumnos para que explicaran su procedimiento al frete.</p> <p>La selección de los 4 alumnos, se realizó tomando en cuenta las siguientes características: por la forma de organizar sus operaciones para llegar al resultado; porque el resultado es incorrecto y porque ha utilizado la forma de resolver el problema como se les ha enseñado (antes se revisaron las hojas de los problemas).</p> <p>Cuando cada alumno terminó de explicar, se les preguntó a los demás si tenían un procedimiento similar. No se les dio el resultado, hasta que paso el 4° alumno (su resultado era correcto)</p> <p>Al final, se resolvió el problema con el grupo.</p>	<p>Hoja con el problema 4</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Pasaron al pizarrón otros tres niños distintos (con las características antes mencionadas), a los de la sesión anterior para que expliquen su resultado, pero no se acordaron como lo realizaron.</p> <p>Se pasó a un cuarto alumno, para que les mostrara a sus compañeros lo que el realizo para resolver el problema. El utiliza todos los pasos de Polya y la representación gráfica de una forma adecuada.</p> <p>Para verificar el problema (fase 4), cambiamos la dinámica, utilizamos a los alumnos como pasajeros del autobús, para que se dieran cuenta de lo que decía cada parte del problema (paso por paso), bajando y subiendo pasajeros (sí se dieron cuenta de la utilización de la representación, como ayuda para resolver el problema).</p> <p>Se observó que algunos copian a sus compañeros la respuesta, ya que si se les pregunta por lo que hicieron, dicen que no recuerdan</p>

SEMANA 6 MIÉRCOLES 29 DE FEBRERO DEL 2012		NO. SESIÓN: 10	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Analizar cada uno de los datos del problema y pedir que los alumnos siguieran un plan para resolver el problema (utilizando las sugerencias de las sesiones anteriores)</p>	<p>ACTIVIDAD. “¿Cuántas personas pasan por mi puesto?”</p> <p>DESARROLLO: Con este problema se pretendió que los alumnos analizaran cada uno de los datos y comprendieran lo que se debe realizar en el problema.</p> <p>Antes de dejar que los alumnos resolvieran el problema, se leyó y se preguntó sobre lo que nos pregunta el problema y si lo habían entendido bien, con base en lo dicho, se les pidió que propusieran un plan para resolverlo.</p> <p>Después de esto, se dejó que ellos resolvieran el problema, se les dio un tiempo de 15 min.</p> <p>Al finalizar la sesión se resolvió el problema con el grupo para identificar los pasos que siguieron cada uno</p>	<p>Hoja con el problema 5, para cada alumno</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Aunque ya se había, leído y hasta cierto punto entendido el problema, minutos después de que los alumnos comenzaron a resolver el problema, la mayoría del grupo expresó que no podían resolverlo y no sabían qué hacer.</p> <p>Se tuvo que intervenir y analizar con ellos cada parte del problema.</p> <p>Se les presentaron los datos de manera esquemática y con ello se les explicó cómo sería el procedimiento hasta el segundo dato. Se pidió que continuaran en la resolución del problema.</p> <p>El problema se terminó resolviendo junto con el grupo, ya que la mayoría seguía sin entender lo que se tenía que hacer.</p> <p>En este caso, después de calcular cuántas personas pasaban en cada intervalo de tiempo, se realizó la operación. Hasta este punto se concluyó la sesión</p>

SEMANA 7 LUNES 5 DE MARZO DEL 2012		NO. SESIÓN: 11		DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN	
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones		
Que los alumnos, representaran el problema antes de realizar una operación	<p>ACTIVIDAD. “¿Cómo se cuántas personas pasan por mi puesto?”</p> <p>DESARROLLO. Se retomó el problema anterior. Se pidió a los alumnos, que antes de que utilizaran una operación para encontrar la incógnita, representaran, cada uno de los datos Para esta actividad se les dio 10 min.</p> <p>Para la retroalimentación, nos basamos en la representación gráfica, para corroborar si el resultado era el correcto</p>	<p>Hoja de problema 5, de cada alumno</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Aunque la sesión anterior se les explico cómo resolver el problema, cuando se pidió que expliquen el procedimiento que siguieron, muchos aun no lo pueden explicar. Por lo que a partir de lo sucedió este día y en días anteriores, se decidió bajar la complejidad de los problemas, ya que por ser más complejos no atienden lo que el problema les pide realizar, consideramos que ésta es una dificultad para ellos</p>		

SEMANA 7 MIÉRCOLES 7 DE MARZO DEL 2012		NO. SESIÓN: 12	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
Identificar los conocimientos que están utilizando los alumnos, para la resolución de problemas, después de bajar la complejidad de los mismos.	<p>ACTIVIDAD. “El regalo de cumpleaños”</p> <p>DESARROLLO. Se les explicó brevemente el problema, y se identificó la pregunta del problema, se les recordó que debían poner en práctica lo visto en las clases pasadas.</p> <p>Se les dio un tiempo de 15 min., para resolver solos el problema.</p> <p>Se les pidió identificar los datos más importantes y ponerlos en orden para que se les hiciera más fácil resolver los problemas</p> <p>Después se pasaron al pizarrón a dos alumnos para analizar su procedimiento y la respuesta del problema. Con esta actividad se pretendió que el resto del grupo verifiquen y corroboren el procedimiento que utilizó cada uno y comparándolo con lo enseñado en las sesiones anteriores con respecto a la estrategia propuesta por Polya y la estrategia de la representación gráfica.</p> <p>Se enfatizó en errores y aciertos, con el fin de mostrarles en que se equivocaron, para ayudarles a corregir esos errores, pero ayudándose de todo el grupo</p>	<p>Hoja con el problema 6, para cada alumno</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Antes de iniciar la resolución del problema, se les pidió que si tenían dudas preguntaran, (para explicar individualmente lo que el problema expone).</p> <p>Este problema se les hizo más fácil y la mayoría del grupo lo resolvió en menos tiempo de lo asignado y su resultado fue el correcto.</p> <p>Algunos siguen sin utilizar la propuesta para resolver el problema, en particular la elección de datos, ya que rescriben nuevamente todo el problema. Para algunos, su representación sigue siendo aislada, no representan los datos, sino el problema en general.</p> <p>En otros casos, la representación sirvió para dar respuesta al problema.</p> <p>Algunas de estas representaciones, fueron realizadas con billetes y otras con monedas.</p> <p>Con la de billetes, se observó una representación más fácil y sencilla de llegar a la respuesta</p>

SEMANA 8 MIÉRCOLES 14 DE MARZO DE 2012		NO. SESIÓN: 13	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
Identificar si los alumnos están empleando la estrategia de Polya y la representación gráfica para la resolución del problema	<p>ACTIVIDAD. “Comparando las canicas de José”</p> <p>DESARROLLO. Se les presentó el problema, se pidió a los alumnos que lo resolvieran de forma individual. (Utilizando, los datos, operación, representación y resultado), en un tiempo de 15 min.</p> <p>Al terminar de resolver el problema se les dio la instrucción de remarcar su resultado con bolígrafo y voltear su hoja. Esto se hizo, con la finalidad de ver si cometen errores y en donde, para poder ayudar en las sesiones posteriores.</p> <p>Para la retroalimentación, también sirvió, en primer lugar para que no hicieran correcciones en su resultado y que observaran el proceso de otros compañeros (se les dijo que si corregirían, fuera al reverso de la hoja).</p> <p>En la retroalimentación se les pidió a tres niños que pasaran al pizarrón a escribir los pasos que siguieron para resolver el problema.</p>	<p>Hoja con problema impreso, número 7, para cada alumno</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Al verificar con el grupo su resultado, nos dimos cuenta de que tienen una dificultad, que radicaba, en la lectura o significado que le dieron a la pregunta. En su respuesta ponían la cantidad total de canicas que tenía José, y no ponían atención que preguntaba sobre la cantidad que faltaba para llegar a la otra.</p> <p>Les dimos la instrucción de que volvieron a leer el problema, para que entendieran lo que la pregunta estaba pidiendo, y de esa forma realizar las operaciones.</p> <p>Se pasó al frente a tres niños para que explicaran lo que realizaron y solo uno de ellos no obtuvo la respuesta correcta.</p> <p>En esta ocasión sus estrategias fueron variadas y, muy acertadas para resolver el problema, ahora se ven mayores mejorías al resolver los problemas</p>

SEMANA 9 LUNES 26 DE MARZO DE 2012		NO. SESIÓN: 14	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
Identificar si los alumnos seleccionan y utilizan los datos correctos para resolver este problema.	<p>ACTIVIDAD. “¿Me ayudas a saber cuánto tengo para mis cuadernos?”</p> <p>DESARROLLO. Se les pidió a los alumnos que resolvieran el problema, en un tiempo de 15 min.</p> <p>Al terminar de resolver el problema, se pidió que lo volvieran a checar antes de revisarlo con todo el grupo.</p> <p>La retroalimentación se hizo de forma grupal, se preguntó lo siguiente ¿Qué nos pregunta? ¿Qué podemos hacer?</p> <p>Se pidió a los alumnos, que mencionaran que datos habían seleccionada y se les pregunto porque lo habían hecho así.</p> <p>Al igual que en las sesiones pasadas, se pidió que no corrigieran el resultado obtenido (lo marcaron con bolígrafo), si lo querían hacer lo hicieran con otro color.</p>	<p>Hoja impresa con problema 8, para cada uno de los alumnos.</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Hoy se presentó un niño que no había estado durante todo este tiempo por causa de enfermedad, así que dimos una retroalimentación de los visto en las sesiones pasadas para que lo utilizará al resolver su problema.</p> <p>Una buena parte del grupo logro resolver el problema utilizando todos los pasos ya mencionados en sesiones pasadas.</p> <p>La dificultad se presentó al realizar las operaciones, en especial la resta, porque no sabían cómo restarle a 50 la cantidad de 12, porque varios niños bajaron el 0 ó el 2 y lo único que restaban era el 5 y el 1.</p> <p>Se les preguntó a los niños que presentaban esta dificultad si a cero se le podía restar 2, o cómo se resolvería esta operación. Ellos recordaron como se hace la resta cuando se le resta al cero cierta cantidad y corrigieron su respuesta.</p> <p>En esta sesión, se vio un cambio en la selección de los datos.</p>

SEMANA 10 LUNES 16 ABRIL DEL 2012		NO. SESIÓN: 15	DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones
<p>Verificar si logran identificar individualmente las partes del problema, y si ya son capaces de resolver el problema, sin ayuda de las guías</p>	<p>ACTIVIDAD. “Quiero saber cuántos años tienen mis hermanas”</p> <p>DESARROLLO. La instrucción fue: que identificaran las partes más importantes del problema, y resolverlo poniendo en práctica lo que hayan aprendido de lo que se había enseñado en sesiones pasadas (trabajado de forma individual).</p>	<p>Hoja impresa con problema 9, para los alumnos</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Cuando se les presentó el problema los alumnos tuvieron una confusión, no le dieron el significado correcto a una palabra, lo que pudo haber traído como consecuencia, que no pasaran o trasladaran esos datos a una operación correcta.</p> <p>Por lo cual se tuvo que ayudar y explicar lo que decía la palabra “más que”. Esta fue la única intervención que se tuvo que hacer.</p> <p>Después de la explicación, los alumnos entendieron y resolvieron el problema. Aunque el objetivo no se logró cumplir por completo, una parte del grupo tuvo su proceso y resultado correcto, después de la intervención.</p>

SEMANA 10 VIERNES 20 DE ABRIL DE 2012		SESIÓN 16		DURACIÓN DE LA SESIÓN 25 MIN.
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones	
<p>Que los alumnos, desarrollen la estrategia enseñada, en el problema propuesto, con la finalidad de ver si son capaces de resolverlo con la utilización de la multiplicación.</p>	<p>ACTIVIDAD. “Vamos a la Tiendita”</p> <p>DESARROLLO. Se les pidió que recordaran cuando ellos van a la tienda a comprar dulces, para que se les hiciera más sencillo resolver el problema.</p> <p>Se les dio la hoja impresa con el problema y se les recordó que aplicaran los conocimientos previos sobre la resolución de problemas (se recordaron, ya que habían regresado del periodo de vacaciones).</p> <p>Se les dijo que debían resolver el problema individualmente y si tenían alguna duda preguntaran para ayudarles.</p> <p>Tiempo para resolver el problema de forma individual 15min.</p> <p>Retroalimentación.</p> <p>Se seleccionan a algunos alumnos, para poner solo una parte de lo que hicieron, con la ayuda del grupo se complementa o corrige (se pregunta si hacen correcciones, porque las hacen).</p>	<p>Hoja con problema 10 impreso para cada alumno.</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>La sesión del día de hoy tuvo que ser muy corta por petición de la maestra, porque tenía reunión de profesores, así que nuestra sesión fue de 25 minutos en total, sólo logramos que los alumnos respondieran el problema, y dejamos pendiente la retroalimentación para la siguiente sesión porque el tiempo fue muy corto.</p> <p>Se planteó el problema y se les recordó que tenían que utilizar lo que se había enseñado antes de irnos de vacaciones. Se les pidió que mencionen las partes que se utilizan para resolver problemas; todos alzaron la mano, sólo se pidió a algunos que mencionaran algún paso que se debe seguir.</p> <p>Posteriormente, cada uno respondió el problema, y se les dijo que si tenían alguna alzaran la mano, y nosotras nos acercaríamos para ayudar.</p> <p>Algunos alumnos no sabían qué hacer, porque en este problema se plantean dos preguntas, y muchos de ellos solo contestaban a la segunda pregunta y no ponían atención a la primera, y consideraban que las 5 paletas costaban \$2 pesos, lo mismo ocurrió con los jugos y los chocolates, pero cuando se les recordó que una paleta costaba \$2 pesos, se les preguntó; ¿Cuánto era de 5 paletas?</p> <p>Logramos observar que hubo varios niños que utilizaron la multiplicación para resolver el problema, sin que se les hubiera dicho que la utilizarán.</p> <p>Al no tener mucho tiempo recogimos las hojas y les dijimos que se retomaría para la siguiente sesión.</p>	

SEMANA 11 LUNES 23 ABRIL DEL 2012		SESIÓN 17		DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN.
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones	
Que los alumnos observen que el problema se podía resolver utilizando la multiplicación.	<p>ACTIVIDAD. “¿Cuánto gaste y cuanto me sobre?”</p> <p>DESARROLLO. Se recordó un poco de lo que se había realizado en la sesión anterior, posteriormente se les entregó su hoja a cada alumno.</p> <p>Para la retroalimentación, se pidió a algunos alumnos que pasaran al pizarrón a explicar su procedimiento (se seleccionaron antes y se eligió a uno que utilizó la suma y otro que utilizó la multiplicación, ambos que llegaron al resultado correcto).</p>	<p>Hoja con el problema 10 resultado de cada uno de los alumnos.</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Inmediatamente se retomó el problema de la sesión anterior; se trabajó con lo que los alumnos seleccionados escribieron en el pizarrón, antes de nuestra intervención, se pidió que ambos explicaran lo realizado para dar respuesta al problema.</p> <p>Se pasó a una alumna llamada Fátima al pizarrón, cuando colocó las operaciones que utilizó al resolver el problema, lo hizo en desorden y uno de sus compañeros se dio cuenta de lo sucedido, por lo que alzo la mano y le preguntó a Fátima de donde había obtenido el resultado final que había colocado en el pizarrón porque no correspondía con las operaciones realizadas, entonces ella le explicó que todavía no terminaba de colocar sus operaciones, pero a pesar de este comentario Fátima contestó de donde había obtenido su resultado, y su compañero quedó satisfecho con la respuesta.</p> <p>En estas últimas sesiones, se ha observado una mejoría y el cumplimiento de nuestro objetivo hacia esta intervención. Siguen destacando los alumnos que ya dominan nuestra propuesta, algunos otros también ya la logran aprovechar y utilizar, no solo en particular en nuestro trabajo en el aula, sino que en sus clases también lo están poniendo en práctica.</p>	

SEMANA 11 MIÉRCOLES 25 DE ABRIL DE 2012		SESIÓN 18		DURACIÓN DE LA SESIÓN 40 MIN.
Objetivo de la actividad	Actividades a realizar	Recursos	Observaciones	
Identificar el avance de los alumnos en la resolución de problemas.	<p>ACTIVIDAD. “Los patos en el cajón”</p> <p>DESARROLLO. Con este problema se hizo hincapié en el uso de la representación gráfica como una forma de obtener el resultado de una forma más sencilla; sin dejar de lado las fases de Polya.</p> <p>Se les explicó brevemente de que trata el problema.</p> <p>Se pidió que resolvieran el problema, de forma individual. Finalmente se realizó la retroalimentación.</p>	<p>Hoja impresa con problema 11 para cada uno de los alumnos.</p> <p>Pizarrón, pintaron, borrador</p>	<p>Al principio este problema no presentaba ninguna complejidad, pero después de terminar de leer el problema, un alumnos preguntó sobre la palabra “metí” se explicó el significado de esta la palabra para que todos la comprendieran y no tuvieran duda al contestar la pregunta planteada en el problema.</p> <p>Otra de las dificultades que se presentaron, fue saber la cantidad total de patas y picos que se pide en la pregunta del problema, así que se les recordó que este problema es similar al que se había planteado en semanas anteriores, se les pidió que mencionaran cuántas patas y cuántos picos tiene un pato.</p> <p>Para la retroalimentación, seguimos con la actividad de pasarlos al frente y que sean ellos quienes expliquen lo que se debe hacer para resolver el problema, de esta forma se ha logrado que se ayuden y expliquen a los compañeros que presentan dificultades, a comprender el problema y resolverlo de forma correcta.</p>	

Problemas utilizados en el Programa de Intervención

Problema 1. *En el puesto de películas de Pedro solo le quedan 237 películas, mando a su hermano a conseguirle 95 películas nuevas. ¿Cuántas películas tiene Pedro ahora?*

Problema 2. *En un corral hay gallinas y conejos. Hay 23 animales. Entre todos tienen 64 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay?*

Problema 3. *Un hombre tiene \$45 pesos en su bolsa derecha y \$32 pesos en la bolsa izquierda. Pierde \$12 pesos de su bolsa derecha. ¿Cuántos pesos le quedan en ambas bolsas?*

Problema 4. *De la terminal de autobuses sale un autobús, en él van a bordo 15 personas. En la primera parada suben 4 personas; en la segunda parada suben 8 personas y bajan 6; en la última parada sólo bajan 3 personas. ¿Cuántas personas quedaron a bordo del autobús?*

Problema 5. *Por un puesto de periódicos pasa una persona sola cada minuto. Además, cada 3 minutos pasan dos juntas, y cada 5 minutos pasa un grupo de tres personas. ¿Cuántas personas habrán pasado en total después de 15 minutos?*

Problema 6. *Ivett y José le compraron un regalo de cumpleaños a su mamá. Ivett tenía \$79 pesos y José \$87 pesos. El regalo les costó \$128 pesos. ¿Cuánto dinero les sobró?*

Problema 7. *José tenía 67 canicas chicas y 93 grandes, ¿Cuantas canicas chicas le faltan a José para tener la misma cantidad de canicas grandes?*

Problema 8. *Guillermo tenía \$50 pesos para comprar 5 cuadernos, pero se le perdieron \$12 pesos, por lo que tuvo que regresar a su casa, su mamá le dio \$7 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene ahora para comprar sus cuadernos?*

Problema 9. *Paola tiene 12 años y su hermana Adriana tiene 5 años más que ella y Jimena tiene 3 años más que Adriana ¿cuántos años tiene Adriana y Jimena?*

Problema 10. *Laura y perla tienen \$137 pesos, fueron a la tienda y compraron: 5 paletas de \$2 pesos cada una, 3 jugos de \$7 pesos cada uno y 15 chocolates de \$4 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero gastaron en lo que compraron? ¿Cuánto les sobro de dinero?*

Problema 11. *Tengo 30 patos, metí 7 en un cajón ¿Cuántos picos y cuántas patas hay dentro del cajón?*

Anexo 3. Instrumento de Evaluación final

Nombre: _____

Grado: _____

Instrucciones. A continuación se te presenta una serie de problemas, léelos con atención y resuélvelos de acuerdo con lo que se te pide.

1. En el puesto de películas de Pedro solo le quedan 237 películas, mando a su hermano a conseguirle 95 películas nuevas. ¿Cuántas películas tiene Pedro ahora?
2. Ivett y José le quieren comprar un regalo de cumpleaños a su mamá. Ivett tiene \$73 pesos y José \$87 pesos. ¿Cuánto dinero tienen los dos para comprar el regalo?
3. En un partido de fútbol el equipo café metió 7 goles, si mete 6 goles más tendrá la misma cantidad de goles que el equipo gris. ¿Cuántos goles metió el equipo gris?
4. Martín tiene 54 autos de carreras y Luis 8 menos. ¿Cuántos autos de carrera tiene Luis?
5. Erik, Alberto y Ulises tienen 38 canicas cada uno. ¿Cuántas canicas tienen entre los tres?
6. En la tienda de “Don Juan” hay 120 refrescos, en la tienda “La chiquita” hay dos veces más refrescos. ¿Cuántos refrescos hay en la tienda “La chiquita”?
7. En un corral hay gallinas y conejos. Hay 23 animales. Entre todos tienen 64 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay?
8. Un hombre tiene \$45 pesos en su bolsa derecha y \$32 pesos en su bolsa izquierda. El hombre pierde \$12 pesos de su bolsa derecha. ¿Cuánto dinero le queda en ambas bolsas?
9. De la terminal de autobuses sale un camión, en él van a bordo 15 personas. En la primera parada suben 4 personas. En la segunda suben 8 personas y bajan 6, y en la última parada solo bajan 3 personas. ¿Cuántas personas quedaron a bordo del camión?
10. Guillermo tenía \$50 pesos para comprar 5 cuadernos, pero se le perdieron \$12 pesos, por lo que tuvo que regresar a su casa, su mamá le dio \$7 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene ahora para comprar sus cuadernos?
11. Ivett y José le compraron un regalo de cumpleaños a su mamá. Ivett tenía \$79 pesos y José \$87 pesos. El regalo les costó \$128 pesos. ¿Cuánto dinero les sobró?
12. Tengo 30 patos, metí 7 en un cajón ¿Cuántos picos y cuántas patas hay dentro del cajón?