

**LA ENSEÑANZA TRADICIONAL DE LA MATEMÁTICA  
Y SU INFLUENCIA EN EL APROVECHAMIENTO  
ESCOLAR DE LOS ALUMNOS DE NIVEL PRIMARIA**

**MARIELA GARCÍA HIPÓLITO**

**CD. DEL CARMEN, CAMPECHE, 2011**

**LA ENSEÑANZA TRADICIONAL DE LA MATEMÁTICA  
Y SU INFLUENCIA EN EL APROVECHAMIENTO  
ESCOLAR DE LOS ALUMNOS DE NIVEL PRIMARIA**

**TESINA  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
LICENCIADA EN EDUCACIÓN  
PLAN 94**

**PRESENTA:  
MARIELA GARCÍA HIPÓLITO**

**CIUDAD DEL CARMEN, CAMPECHE 2011**

## DEDICATORIA

### **A DIOS**

*Doy gracias a Dios por darme la oportunidad y la inteligencia para poder lograr mi más anhelado sueño; por estar conmigo y por bendecir cada momento de mi vida.*

### **A MIS PADRES**

*Por la oportunidad, el apoyo y confianza que me dieron para estudiar, por motivarme cuando sentía decaer.*

### **A MIS MAESTROS**

*Por tenerme paciencia, aclarar mis dudas, por sus consejos sabios que me impulsaron a seguir y en especial a la maestra Mercedes por confiar en que podía terminar lo que un día empecé.*

## ÍNDICE

	Pág.
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>6</b>
 <b>CAPÍTULO I: LA MATEMÁTICA</b>	
1.1 Concepto de la matemática.....	9
1.2 Antecedentes de la matemática.....	11
1.3 Periodos de la matemática.....	15
1.4 Importancia.....	30
 <b>CAPÍTULO II: ENSEÑANZA TRADICIONAL DE LA MATEMÁTICA</b>	
2.1 El problema de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.....	35
2.2 La matemática en la escuela.....	36
2.3 Características de la enseñanza tradicional.....	38
2.4 Teorías que sustentan la enseñanza tradicional.....	40
2.5 Desventajas de la enseñanza tradicional.....	44
 <b>CAPÍTULO III: LA ENSEÑANZA ACTIVA DE LA MATEMÁTICA</b>	
3.1 La enseñanza activa y el aprovechamiento escolar en primaria.....	48
3.2 La matemática activa en el currículo de primaria.....	51
3.3 Estrategias para la enseñanza y aprendizaje activo de la matemática en primaria.....	56
3.4 Uso y manejo de los materiales didácticos para la enseñanza de la matemática.....	61

<b>3.5</b>	<b>Evaluación del proceso enseñanza aprendizaje de la matemática.....</b>	<b>65</b>
	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>67</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>69</b>

## INTRODUCCIÓN

La clave para el desarrollo del país es una educación con actitud positiva, ante los nuevos retos que se presenta en la actualidad. Para lograrlo, los profesores deben brindar a los alumnos la mejor enseñanza que garantice un aprendizaje autónomo y flexible, esto es, deben propiciar un ambiente en que los alumnos formulen y validen probabilidades o hipótesis planteadas por ellos mismos.

La enseñanza de la matemática en las escuelas ha sido y sigue siendo una fuente de preocupaciones para padres, profesores y especialistas en el tema. En todo tiempo el estudio, la enseñanza y aprendizaje de la matemática ha tenido constantes obstáculos y dificultades de diferente índole.

Este problema se debe en gran parte a que en las escuelas los profesores continúan trabajando con métodos tradicionalistas, esto se ve reflejado en las pruebas de ENLACE (Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares), la apatía de los alumnos al trabajar con esta materia y el miedo que muestran al momento de cursar a otro nivel educativo.

Muchos niños, jóvenes y adultos se preguntan ¿para qué estudiar matemática? ¿Cuál es su importancia? ¿Cómo enseñarla?, estas y otras son las interrogantes que en la presente investigación se intentará dar respuestas.

El propósito fundamental de esta investigación es brindar al lector un análisis comparativo entre la enseñanza tradicional y la enseñanza activa de la matemática; describiendo de cada una de esta enseñanza los resultados obtenidos, los efectos que tiene en el aprovechamiento escolar de los alumnos de nivel primaria, sus características y la influencia que tiene para el desarrollo de las competencias de los planes de estudios actuales.

Para lograrlo se ha considerado abordar el tema en tres capítulos, en el primero se describe la matemática, su concepto, los antecedentes y la evolución que ha tenido.

El capítulo dos hace referencia a algunas teorías que sustentan la enseñanza tradicional, se incluyen algunos conceptos de esta y su repercusión en la escuela de nuestro tiempo, en el cual el avance tecnológico ha rebasado y por mucho las antiguas maneras de enseñanza.

El tercer capítulo incluye algunos aspectos relacionados con la enseñanza activa de la matemática. Se consideran algunas estrategias para la enseñanza y el aprendizaje activo de la matemática además se explica cómo debe evaluarse esta asignatura.

Finalmente se incluyen las conclusiones, las cuales hacen referencia a las reflexiones obtenidas durante la investigación y que pueden ayudar al mejoramiento de la enseñanza de esta materia en las escuelas primarias.

**CAPÍTULO I**  
**LA MATEMÁTICA**

## 1.1 Concepto de la matemática

La matemática como una expresión de la mente humana, refleja la voluntad activa, la razón contemplativa y el deseo de perfección estética. Definir la matemática es muy difícil, ya que muchos autores la definen desde diferentes puntos de vista, algunos subrayan el aspecto formal, abstracto, puro, su aplicación y su uso en la vida del ser humano.

De acuerdo con Perero (1914:99) algunos autores definen la matemática de la siguiente manera:

“Aristóteles: Es la ciencia de la “cantidad”.

René Descartes: Es la ciencia del orden y de la medida.

Lancelot Hogben: Es un método que permite descubrir y expresar, de la manera más económica posible, reglas útiles de razonamiento correcto sobre cálculos, medida y forma.

Charles P. Steinmetz: Es la ciencia más exacta y sus operaciones permiten la demostración absoluta. Pero eso ocurre solo porque la matemática no trata de deducir conclusiones absolutas. Todas las verdades matemáticas son relativas, condicionales.

Carl F. Gauss: Es la reina de las ciencias, y la aritmética es la reina de las matemáticas.

Eric T. Bell: Es la reina y la sirvienta de la ciencia.

Félix Klein: Es la ciencia de las cosas evidentes e incontrovertibles.

Gustau J. Jacobi: Es la ciencia de lo que es claro de por sí.

Henri Poincaré: La matemática no estudia objetos sino relaciones entre objetos; podemos reemplazar un objeto por otros siempre y cuando la relación entre ellos no cambie.

Benjamín Pierce: Es la ciencia que obtiene conclusiones necesarias.

David Hilbert: Es un juego con reglas muy sencilla que deja marcas sin significado en un papel.

Alfred N. Whitehead: En su significado más amplio, es el desarrollo de todo tipo de razonamiento formal, necesario y deductivo.

Bertrand Russell: se puede definir como la materia en la que nunca se sabe de que se habla ni si lo que se dice es cierto.

Julio Rey Pastor: Es la "ciencia de los conjuntos". De los conjuntos finitos nace, por abstracción, el concepto de número fundamento de toda la matemática".

Es de vital importancia, destacar también, que si por un lado es indiscutible mencionar a los filósofos que de alguna manera se consideran clásicos, también por otra parte habría que destacar el origen etimológico de esta tan renombrada ciencia, para esto la siguiente definición es la más apropiada para ejemplificar tal fin, la cual dice :

“Se llama **matemáticas** o **matemática** (del lat. *mathemática*, y éste del gr. τὰ μαθηματικά, derivado de μάθημα, conocimiento) al estudio de las propiedades y las relaciones de entes abstractos (números, figuras geométricas) a partir de notaciones básicas exactas y a través del razonamiento lógico”. La forma plural matemáticas viene de la forma latina mathematica (Cicerón), basada en el plural en griego τα μαθηματικά (ta mathēmatiká), usada por Aristóteles y que significa, a grandes rasgos, "todas las cosas matemáticas" (2009:<G:\Matemáticas - Wikipedia, la enciclopedia libre.htm>).

Con base a la enciclopedia Encarta (2009) la matemática se define como: “estudio de las relaciones entre cantidades, magnitudes y propiedades y de las operaciones lógicas utilizadas para deducir cantidades, magnitudes y propiedades desconocidas”.

La matemática es la ciencia que estudia las cantidades, magnitudes, números y principalmente los fundamentos que rigen y que la hacen ser una ciencia exacta. El

término exacto se refiere a que de ninguna manera puede fallar, ya que los números son universales y no tienen nada que ver su enseñanza con el idioma en que se encuentre.

A título personal podría decir que la matemática se define a menudo como el estudio de patrones de estructura, cambio y espacio.

De manera informal, se podrá decir que puede concebir como el estudio de figuras y números. Desde un punto de vista formal, es la investigación de estructuras definidas mediante notación lógica y matemática.

Dada su aplicabilidad en una extensa variedad de disciplinas científicas, a la matemática se le suele dominar como el lenguaje del universo.

## **1.2 Antecedentes de la matemática.**

La matemática es una de las ciencias más antiguas. Los conocimientos matemáticos fueron adquiridos por los hombres ya en las primeras etapas del desarrollo bajo la influencia, incluso de la más imperfecta actividad educativa. A medida que se iba complicando esta actividad, cambió y creció el conjunto de factores que influían en el desarrollo de las matemáticas, siendo el desarrollo observable a lo largo de la historia, la cual está basada en ejemplos que demuestran cómo la matemática surgió de las actividades realizadas por el hombre.

Sestier (1997:9, 11, 17) destaca que:

“La palabra matemáticas tiene su origen en un vocablo griego, *máthema*, que significa la ciencia. El origen de la matemática griega suelen situarse en los tiempos y las enseñanzas de tales de Mileto, quien vivió en el siglo VI a.C., y es llamado padre de las matemáticas y de la filosofía griegas, por ende también padre de la filosofía y las matemáticas occidentales. Pero la aparición de las matemáticas como sistema estructurado de

conocimiento se acredita a la escuela de Pitágoras (contemporáneo y probablemente discípulo de Tales de Mileto) personaje legendario y fundador de una secta que en la historia lleva su nombre.

El que la matemática existiera como conocimiento sistemático, como ciencia, es decir como matemática, desde mucho antes, digamos desde el tercer milenio a.c., es un asunto muy controvertido y se reduce a decir si pueblos como el caldeo-asirio o el egipcio poseían un sistema de conocimientos y manipulaciones numéricas o tan solo tenían receta más o menos dispersas o desconectadas para operar con los números.

Los griegos fueron los primeros en concebir un sistema de conocimientos orgánico, consistente, irrefutable y tendiente a la universalidad. En este sentido, no existen matemáticas anteriores a la edad clásica de Grecia, que abarca los siglos sexto, quinto y cuarto antes de Cristo.

Los orígenes de los conocimientos, de las experiencias de índole matemática se encontrarán, como para otras ciencias, como la medicina y la astronomía, en los esfuerzos del hombre por agilizar el intercambio con su medio o para hacer este más propicio a la vida humana.

Joseph Fourier dice que se cuenta con un importante documento histórico escrito en el siglo VI d.c. según la tradición, fueron los egipcios quienes por primera vez usaron las ternas pitagóricas, para volver a trazar los linderos de los terrenos tras las retiradas de las aguas del Nilo.

El papiro de Rhind escrito en el siglo XVII a.c., así como el de Moscú, son testigos de la existencia de estos conocimientos y de su transmisión a las generaciones siguientes”.

Existen también evidencias de las actividades matemáticas de los pueblos de Mesopotamia en los miles de tablillas de arcilla y barro cocido, recolectadas en los últimos 150 años, en las que hicieron inscripciones los antiguos sumerios, asirios y babilonios. Muchas de las tablillas muestran los ejercicios de los alumnos en las escuelas especiales de los escribas, y otras son la constancia de arreglo comercial.

Las inscripciones se practicaban en la arcilla fresca con un estilete o tallo afilado, y los símbolos son en formas de una pequeña cuña llamados por ello cuneiformes.

El trabajo de su recolección e interpretación es enorme y dio lugar a una ciencia llamada la asiriología. Esta ciencia es de la misma familia que la egiptología, creada antes por un matemático francés que fuera a Egipto con Napoleón. Este matemático, Joseph Fourier, es creador de una teoría matemática importantísima, base de la teoría de la conducción del calor.

Igual se han encontrado tablillas de arcilla anteriores a la primera dinastía de babilonia donde los aprendices de adivino comparaban la forma de los hígados que habían presagiado acontecimientos políticos. En uno de los documentos pueden leerse: "presagio de la ruina de Accad". Esta práctica adivinatoria, la hepatoscopia, se extendió después a Grecia.

Las ciencias se reducían a la lista: la botánica, la zoología, pero también la matemática son en este tiempo, listas, por ejemplo tabla de cálculos, tablas de sumar y multiplicar enteros y fracciones; y cuando aparece un esbozo de método se trata de un artificio aplicable por analogía. Pero los problemas eran difíciles: implicaban sistemas de ecuaciones de segundo grado y algunos de tercero. La más antigua aplicación del teorema que se llamaría 1500 años más tarde de Pitágoras", es precisamente uno de estos problemas inscrito en una tablilla del año 2000 aproximadamente.

Parece increíble que estos problemas se usaran en las escuelas de hace 3000 años y más, pero está claro que aun en ausencia de métodos generales de solución, la matemática eran una actividad común y corriente.

Las dos principales escuelas de historia de la matemática tienen sus mayores desacuerdos en el caso de documentos como el que se acaba de mencionar. Para

unos se trata de un problema resuelto por analogía, y para otros la solución misma es garantía del conocimiento de un método general de parte de los autores.

Aproximadamente en el año 2000 a.c., los babilonios usaban métodos algebraicos para la solución de problemas, no empleando para ello símbolos matemáticos más complejos que los números naturales. La falta del uso de símbolos algebraicos permaneció durante mucho tiempo para que el hombre alcanzara un concepto abstracto del número pilar indispensable para la formación de esta parte de la matemática llamada álgebra.

La operación de suma es la primera operación que se realiza, ya que los incas de América lo consideraban como una colección o reunión de objetos o cosas, aunque no la llamaban como tal. En el año 1489, aparecen los signos de (+) más y (-) menos, empleándose con regularidad en 1544. El inglés Roberto Recorde, introduce por primera vez el signo de igualdad (=). El signo de multiplicación (\*), aparece alrededor de 1620 y el de división (/) en 1659 en el libro *Teutsche Álgebra* de Rahn.

La historia o antecedentes de la matemática es un área de estudio que abarca las investigaciones sobre los orígenes de los descubrimientos en matemática y, en menor grado, de los métodos matemáticos y la notación. Los textos más antiguos disponibles son Plimpton 322 (matemáticas en Babilonia c. 1900 a. c.), el Papiro de Moscú (Matemáticas en el antiguo Egipto c. 1850 a. c.), el papiro de Rhind (Matemáticas en Egipto c. 1650 a. c.), y el Shulba Sutras (matemáticas en la India c. 800 a. c.). Todos estos documentos tratan sobre el teorema de Pitágoras, el cual parece ser el más antiguo y extendido desarrollo matemático después de la aritmética básica y la geometría.

En la actualidad se reconoce a la educación matemática o matemática educativa como un campo de estudio y actividad científica en el mundo, que se ha ganado a pulso un lugar en la clasificación de las actividades científicas que realizan especialistas, con metodologías apropiadas a sus estudios y múltiples marcos

teóricos que subsisten y conviven entre diferencias, pero que dan por resultado la publicación de artículos de investigación, produciendo y fortaleciendo nuevas teorías que buscan explicaciones a los problemas educativos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

### 1.3 Periodos de la matemática

En la historia de la matemática pueden distinguirse periodos aislados, diferenciados uno del otro por una serie de características y peculiaridades, periodicidad que, por otro lado, resulta imprescindible para realizar su estudio. La matemática ha llegado hasta nuestros días por dos corrientes principales, el número y la forma. La primera comprendió la aritmética y el álgebra, la segunda, la geometría.

En esencia la historia podría dividirse en cuatro grandes bloques según la periodicidad establecida por Kolmogorov, (<http://almez.pntic.mec.es/~agos0000/>).

- a) **“Nacimiento de las matemáticas:** este periodo se prolonga hasta los siglos VI-V a. c. cuando las matemáticas se convierten en una ciencia independiente con objeto y metodología propia. También podría denominarse matemáticas antiguas o prehelénicas y en ella se suelen englobar las matemáticas de las antiguas civilizaciones de Egipto, Mesopotamia, China e India. Grecia estaría situada a caballo entre este periodo y el siguiente.
- b) **Periodo de las matemáticas elementales:** A continuación del anterior, se prolonga desde los siglos VI-V a. c. hasta finales del siglo XVI. Durante este periodo se obtuvieron grandes logros en el estudio de las matemáticas constantes, comenzando a desarrollarse la geometría analítica y el análisis infinitesimal.
- c) **Periodo de formación de las matemáticas de magnitudes variables:** el comienzo de este periodo está presentado por la introducción de las magnitudes variables en la geometría analítica de descartes y la creación del cálculo diferencial e integral en los trabajos de I. Newton y G. V. Leibniz. En el transcurso de este periodo se formaron casi todas las disciplinas conocidas actualmente, así como los fundamentos

clásicos de las matemáticas contemporáneas. Este periodo se extendería aproximadamente hasta mediados del siglo XIX.

**d) Periodo de las matemáticas contemporáneas:** en proceso de creación desde mediados del siglo XIX. En este periodo el volumen de las formas espaciales y relaciones cuantitativas abarcadas por los métodos de las matemáticas han aumentado espectacularmente, e incluso podríamos decir exponencialmente desde la llegada del ordenador”.

La enciclopedia Encarta (2009) hace mención de la evolución que ha tenido la matemática desde sus primeros aparecimientos y los aportes de grandes matemáticos que hasta la actualidad son recordados por dichas aportaciones:

#### **a) Las matemáticas en la antigüedad**

Las primeras referencias a matemáticas avanzadas y organizadas datan del tercer milenio a. c., en Babilonia y Egipto. Estas matemáticas estaban dominadas por la aritmética, con cierto interés en medidas y cálculos geométricos y sin mención de conceptos matemáticos como los axiomas o las demostraciones.

Los egipcios desarrollaron la geometría, debido a que el río Nilo constantemente inundaba las tierras de cultivo, borrando los límites de propiedad, por tal motivo, las tierras tenían que ser medidas y repartidas periódicamente.

Los primeros libros egipcios, escritos hacia el año 1800 a.c., muestran un sistema de numeración decimal con distintos símbolos para las sucesivas potencias de 10 (1, 10, 100...), similar al sistema utilizado por los romanos. Los números se representaban escribiendo el símbolo del 1 tantas veces como unidades tenía el número dado, el símbolo del 10 tantas veces como decenas había en el número, y así sucesivamente. Para sumar números, se sumaban por separado las unidades, las decenas, las centenas... de cada número. La multiplicación estaba basada en duplicaciones sucesivas y la división era el proceso inverso.

Los egipcios utilizaban sumas de fracciones unidad ( $1/n$ ), junto con la fracción  $2/3$ , para expresar todas las fracciones. Por ejemplo,  $2/7$  era la suma de las fracciones  $1/4$  y  $1/28$ . Utilizando este sistema, los egipcios fueron capaces de resolver problemas aritméticos con fracciones, así como problemas algebraicos elementales. En geometría encontraron las reglas correctas para calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios, y el volumen de figuras como ortoedros, cilindros y, por supuesto, pirámides. Para calcular el área de un círculo, los egipcios utilizaban un cuadrado de lado  $8/9$  del diámetro del círculo, valor muy cercano al que se obtiene utilizando la constante pi (3.14).

Los babilonios desarrollaron diversas aplicaciones en ingeniería y administración; ellos poseían formulas para obtener áreas y volúmenes de sólidos simples; sus cálculos, los realizaban utilizando un sistema sexagesimal (este sistema se refiere a un sistema de numeración o de medida, que tiene como base el número 60).

El sistema babilónico de numeración era bastante diferente del egipcio. En el babilónico se utilizaban tablillas con varias muescas o marcas en forma de cuña (cuneiforme); una cuña sencilla representaba al 1 y una marca en forma de flecha representaba al 10. Los números menores que 59 estaban formados por estos símbolos utilizando un proceso aditivo, como en las matemáticas egipcias. El número 60, sin embargo, se representaba con el mismo símbolo que el 1, y a partir de ahí, el valor de un símbolo venía dado por su posición en el número completo. Por ejemplo, un número compuesto por el símbolo del 2, seguido por el del 27 y terminado con el del 10, representaba  $2 \times 60^2 + 27 \times 60 + 10$ . Este mismo principio fue ampliado a la representación de fracciones, de manera que el ejemplo anterior podía también representar  $2 \times 60 + 27 + 10 \times (1/60)$ , o  $2 + 27 \times (1/60) + 10 \times (1/60)^2$ . Este sistema, denominado sexagesimal (base 60), resultaba tan útil como el sistema decimal (base 10).

Con el tiempo, los babilonios desarrollaron unas matemáticas más sofisticadas que les permitieron encontrar las raíces positivas de cualquier ecuación de segundo

grado. Fueron incluso capaces de encontrar las raíces de algunas ecuaciones de tercer grado, y resolvieron problemas más complicados utilizando el teorema de Pitágoras. Los babilonios compilaron una gran cantidad de tablas, incluyendo tablas de multiplicar y de dividir, tablas de cuadrados y tablas de interés compuesto. Además, calcularon no sólo la suma de progresiones aritméticas y de algunas geométricas, sino también de sucesiones de cuadrados.

## **b) Las matemáticas en Grecia**

El pueblo griego dio un impulso sin precedente a la matemática; con este se formalizaron los conocimientos de la geometría y los ordenamientos lógicos. A Grecia se le ha llamado la cuna de la civilización occidental.

Los griegos tomaron elementos de las matemáticas de los babilonios y de los egipcios. La innovación más importante fue la invención de las matemáticas abstractas basadas en una estructura lógica de definiciones, axiomas y demostraciones. Según los cronistas griegos, este avance comenzó en el siglo VI a.c. con Tales de Mileto y Pitágoras de Samos. Este último enseñó la importancia del estudio de los números para poder entender el mundo. Algunos de sus discípulos hicieron importantes descubrimientos sobre la teoría de números y la geometría, que se atribuyen al propio Pitágoras.

En el siglo V a.c., algunos de los más importantes geómetras fueron el filósofo atomista Demócrito de Abdera, que encontró la fórmula correcta para calcular el volumen de una pirámide, e Hipócrates de Cos, que descubrió que el área de figuras geométricas en forma de media luna limitadas por arcos circulares es iguales a las de ciertos triángulos. Este descubrimiento está relacionado con el famoso problema de la cuadratura del círculo (construir un cuadrado de área igual a un círculo dado). Otros dos problemas bastante conocidos que tuvieron su origen en el mismo periodo son la trisección de un ángulo y la duplicación del cubo (construir un cubo cuyo volumen es dos veces el de un cubo dado). Todos estos problemas fueron resueltos,

mediante diversos métodos, utilizando instrumentos más complicados que la regla y el compás. Sin embargo, hubo que esperar hasta el siglo XIX para demostrar finalmente que estos tres problemas no se pueden resolver utilizando solamente estos dos instrumentos básicos.

A finales del siglo V a. c., un matemático griego descubrió que no existe una unidad de longitud capaz de medir el lado y la diagonal de un cuadrado, es decir, una de las dos cantidades es enorme. Esto significa que no existen dos números naturales  $m$  y  $n$  cuyo cociente sea igual a la proporción entre el lado y la diagonal. Dado que los griegos sólo utilizaban los números naturales (1, 2, 3...), no pudieron expresar numéricamente este cociente entre la diagonal y el lado de un cuadrado (este número,  $\sqrt{2}$ , es lo que hoy se denomina número irracional). Debido a este descubrimiento se abandonó la teoría pitagórica de la proporción, basada en números, y se tuvo que crear una nueva teoría no numérica. Ésta fue introducida en el siglo IV a. c. por el matemático Eudoxo de Cnido, y la solución se puede encontrar en los Elementos de Euclides. Eudoxo, además, descubrió un método para demostrar rigurosamente supuestos sobre áreas y volúmenes mediante aproximaciones sucesivas.

Euclides, matemático y profesor que trabajaba en el famoso Museo de Alejandría, también escribió tratados sobre óptica, astronomía y música. Los trece libros que componen sus Elementos contienen la mayor parte del conocimiento matemático existente a finales del siglo IV a. c., en áreas tan diversas como la geometría de polígonos y del círculo, la teoría de números, la teoría de los inconmensurables, la geometría del espacio y la teoría elemental de áreas y volúmenes.

El siglo posterior a Euclides estuvo marcado por un gran auge de las matemáticas, como se puede comprobar en los trabajos de Arquímedes de Siracusa y de un joven contemporáneo, Apolonio de Perga. Arquímedes utilizó un nuevo método teórico, basado en la ponderación de secciones infinitamente pequeñas de figuras geométricas, para calcular las áreas y volúmenes de figuras obtenidas a partir de las

cónicas. Éstas habían sido descubiertas por un alumno de Eudoxo llamado Menaechmo, y aparecían como tema de estudio en un tratado de Euclides; sin embargo, la primera referencia escrita conocida aparece en los trabajos de Arquímedes. También investigó los centros de gravedad y el equilibrio de ciertos cuerpos sólidos flotando en agua. Casi todo su trabajo es parte de la tradición que llevó, en el siglo XVII, al desarrollo del cálculo. Su contemporáneo, Apolonio, escribió un tratado en ocho tomos sobre las cónicas, y estableció sus nombres: elipse, parábola e hipérbola. Este tratado sirvió de base para el estudio de la geometría de estas curvas hasta los tiempos del filósofo y científico francés René Descartes en el siglo XVII.

### **c) Las matemáticas aplicadas en Grecia**

En paralelo con los estudios sobre matemáticas puras hasta ahora mencionados, se llevaron a cabo estudios de óptica, mecánica y astronomía. Muchos de los grandes matemáticos, como Euclides y Arquímedes, también escribieron sobre temas astronómicos. A principios del siglo II a. c., los astrónomos griegos adoptaron el sistema babilónico de almacenamiento de fracciones y, casi al mismo tiempo, compilaron tablas de las cuerdas de un círculo. Para un círculo de radio determinado, estas tablas daban la longitud de las cuerdas en función del ángulo central correspondiente, que crecía con un determinado incremento. Eran similares a las modernas tablas del seno y coseno, y marcaron el comienzo de la trigonometría. En la primera versión de estas tablas, las de Hiparco, hacia el 150 a. c., los arcos crecían con un incremento de  $7\frac{1}{2}^\circ$ , de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . En tiempos del astrónomo Tolomeo, en el siglo II d. c., la maestría griega en el manejo de los números había avanzado hasta tal punto que Tolomeo fue capaz de incluir en su Almagesto una tabla de las cuerdas de un círculo con incrementos de  $\frac{1}{2}^\circ$  que, aunque expresadas en forma sexagesimal, eran correctas hasta la quinta cifra decimal.

Mientras tanto, se desarrollaron otros métodos para resolver problemas con triángulos planos y se introdujo un teorema, que recibe el nombre del astrónomo

Menelao de Alejandría, para calcular las longitudes de arcos de esfera en función de otros arcos. Estos avances dieron a los astrónomos las herramientas necesarias para resolver problemas de astronomía esférica, y para desarrollar el sistema astronómico que sería utilizado hasta la época del astrónomo alemán Johannes Kepler.

#### **d) Las matemáticas en la edad media**

Durante la edad media, el avance de las ciencias en general se vio frenado, esto repercutió en la matemática. La actividad científica se practicó dentro de los conventos, y sus impulsores principales fueron los monjes.

En Grecia, después de Tolomeo, se estableció la tradición de estudiar las obras de estos matemáticos de siglos anteriores en los centros de enseñanza. El que dichos trabajos se hayan conservado hasta nuestros días se debe principalmente a esta tradición. Sin embargo, los primeros avances matemáticos consecuencia del estudio de estas obras aparecieron en el mundo árabe.

El pueblo árabe fue el difusor de los conocimientos, debido a su actividad comercial; un ejemplo de ello es el sistema de numeración desarrollado en la India, que difundió en Europa gracias a las caravanas de comerciantes y a la expansión y dominación árabe sobre este continente. Los árabes realizaron mediciones astronómicas y se les reconoce como creadores del álgebra.

#### **e) Las matemáticas en el mundo Islámico**

Después de un siglo de expansión en la que la religión musulmana se difundió desde sus orígenes en la península Arábiga hasta dominar un territorio que se extendía desde la península Ibérica hasta los límites de la actual China, los árabes empezaron a incorporar a su propia ciencia los resultados de “ciencias extranjeras”. Los traductores de instituciones como la Casa de la Sabiduría de Bagdad, mantenida por

los califas gobernantes y por donaciones de particulares, escribieron versiones árabes de los trabajos de matemáticos griegos e indios.

Hacia el año 900, el periodo de incorporación se había completado y los estudiosos musulmanes comenzaron a construir sobre los conocimientos adquiridos. Entre otros avances, los matemáticos árabes ampliaron el sistema indio de posiciones decimales en aritmética de números enteros, extendiéndolo a las fracciones decimales. En el siglo XII, el matemático persa Omar Jayyam generalizó los métodos indios de extracción de raíces cuadradas y cúbicas para calcular raíces cuartas, quintas y de grado superior. El matemático árabe Al-Jwārizmī (de su nombre procede la palabra algoritmo, y el título de uno de sus libros es el origen de la palabra álgebra) desarrolló el álgebra de los polinomios; al-Karayi lo completó para polinomios incluso con infinito número de términos. Los geómetras, como Ibrahim ibn Sinan, continuaron las investigaciones de Arquímedes sobre áreas y volúmenes. Kamal al-Din y otros aplicaron la teoría de las cónicas a la resolución de problemas de óptica. Los matemáticos Habas al-Hasib y Nasir ad-Din at-Tusi crearon trigonometrías plana y esférica utilizando la función seno de los indios y el teorema de Menelao. Estas trigonometrías no se convirtieron en disciplinas matemáticas en Occidente hasta la publicación del *De triangulis omnimodis* (1533) del astrónomo alemán Regiomontano.

Finalmente, algunos matemáticos árabes lograron importantes avances en la teoría de números, mientras otros crearon una gran variedad de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones. Los países europeos con lenguas latinas adquirieron la mayor parte de estos conocimientos durante el siglo XII, el gran siglo de las traducciones. Los trabajos de los árabes, junto con las traducciones de los griegos clásicos fueron los principales responsables del crecimiento de las matemáticas durante la edad media. Los matemáticos italianos, como Leonardo Fibonacci y Luca Pacioli (uno de los grandes tratadistas del siglo XV en álgebra y aritmética, que desarrollaba para aplicar en el comercio), se basaron principalmente en fuentes árabes para sus estudios.

## **f) Las matemáticas durante el renacimiento**

Aunque el final del periodo medieval fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, y fue publicado en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano en su *Ars magna*. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superior. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Évariste Galois a principios del XIX.

También durante el siglo XVI se empezaron a utilizar los modernos signos matemáticos y algebraicos. El matemático francés François Viète llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, incluyendo a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra.

## **g) Avances del siglo XVII**

Durante el siglo XVII tuvieron lugar los más importantes avances en las matemáticas desde la era de Arquímedes y Apolonio. El siglo comenzó con el descubrimiento de los logaritmos por el matemático escocés John Napier (Neper); su gran utilidad llevó al astrónomo francés Pierre Simon Laplace a decir, dos siglos más tarde, que Neper, al reducir el trabajo de los astrónomos a la mitad, les había duplicado la vida.

La ciencia de la teoría de números, que había permanecido aletargada desde la época medieval, es un buen ejemplo de los avances conseguidos en el siglo XVII basándose en los estudios de la antigüedad clásica. La obra *Las aritméticas* de Diofante ayudó a Fermat a realizar importantes descubrimientos en la teoría de

números. Su conjetura más destacada en este campo fue que no existen soluciones de la ecuación  $a^n + b^n = c^n$  con  $a$ ,  $b$  y  $c$  enteros positivos si  $n$  es mayor que 2. Esta conjetura, conocida como último teorema de Fermat, ha generado gran cantidad de trabajos en el álgebra y la teoría de números.

En geometría pura, dos importantes acontecimientos ocurrieron en este siglo. El primero fue la publicación, en el Discurso del método (1637) de Descartes, de su descubrimiento de la geometría analítica, que mostraba cómo utilizar el álgebra (desarrollada desde el renacimiento) para investigar la geometría de las curvas (Fermat había hecho el mismo descubrimiento pero no lo publicó). El Discurso del método, junto con una serie de pequeños tratados con los que fue publicado, ayudó y fundamentó los trabajos matemáticos de Isaac Newton hacia 1660. El segundo acontecimiento que afectó a la geometría fue la publicación, por el ingeniero francés Gérard Desargues, de su descubrimiento de la geometría proyectiva en 1639. Aunque este trabajo fue alabado por Descartes y por el científico y filósofo francés Blaise Pascal, su terminología excéntrica y el gran entusiasmo que había causado la aparición de la geometría analítica retrasó el desarrollo de sus ideas hasta principios del siglo XIX, con los trabajos del matemático francés Jean Víctor Poncelet.

Otro avance importante en las matemáticas del siglo XVII fue la aparición de la teoría de la probabilidad a partir de la correspondencia entre Pascal y Fermat sobre un problema presente en los juegos de azar, el llamado problema de puntos. Este trabajo no fue publicado, pero llevó al científico holandés Christiaan Huygens a escribir un pequeño folleto sobre probabilidad en juegos con dados, que fue publicado en el *Ars coniectandi* (1713) del matemático suizo Jacques Bernoulli. Tanto Bernoulli como el francés Abraham de Moivre, en su *Doctrina del azar* de 1718, utilizaron el recién descubierto cálculo para avanzar rápidamente en su teoría, que para entonces tenía grandes aplicaciones en pujantes compañías de seguros.

Sin embargo, el acontecimiento matemático más importante del siglo XVII fue, sin lugar a dudas, el descubrimiento por parte de Newton de los cálculos diferencial e

integral, entre 1664 y 1666. Newton se basó en los trabajos anteriores de dos compatriotas, John Wallis e Isaac Barrow, así como en los estudios de otros matemáticos europeos como Descartes, Francesco Bonaventura Cavalieri, Johann van Waveren Hudde y Gilles Personne de Roberval. Unos ocho años más tarde, el alemán Gottfried Wilhelm Leibniz descubrió también el cálculo y fue el primero en publicarlo, en 1684 y 1686. El sistema de notación de Leibniz es el que se usa hoy en el cálculo.

### **h) Situación del siglo XVIII**

Durante el resto del siglo XVII y buena parte del XVIII, los discípulos de Newton y Leibniz se basaron en sus trabajos para resolver diversos problemas de física, astronomía e ingeniería, lo que les permitió, al mismo tiempo, crear campos nuevos dentro de las matemáticas. Así, los hermanos Jean y Jacques Bernoulli inventaron el cálculo de variaciones y el matemático francés Gaspard Monge la geometría descriptiva. Joseph Louis Lagrange, también francés, dió un tratamiento completamente analítico de la mecánica en su gran obra *Mecánica analítica* (1788), en donde se pueden encontrar las famosas ecuaciones de Lagrange para sistemas dinámicos. Además, Lagrange hizo contribuciones al estudio de las ecuaciones diferenciales y la teoría de números, y desarrolló la teoría de grupos. Su contemporáneo Laplace escribió *Teoría analítica de las probabilidades* (1812) y el clásico *Mecánica celeste* (1799-1825), que le valió el sobrenombre de 'el Newton francés'.

El gran matemático del siglo XVIII fue el suizo Leonhard Euler, quien aportó ideas fundamentales sobre el cálculo y otras ramas de las matemáticas y sus aplicaciones. Euler escribió textos sobre cálculo, mecánica y álgebra que se convirtieron en modelos a seguir para otros autores interesados en estas disciplinas. Sin embargo, el éxito de Euler y de otros matemáticos para resolver problemas tanto matemáticos como físicos utilizando el cálculo sólo sirvió para acentuar la falta de un desarrollo adecuado y justificado de las ideas básicas del cálculo. La teoría de Newton estaba

basada en la cinemática y las velocidades, la de Leibniz en los infinitésimos, y el tratamiento de Lagrange era completamente algebraica y basada en el concepto de las series infinitas. Todos estos sistemas eran inadecuados en comparación con el modelo lógico de la geometría griega, y este problema no fue resuelto hasta el siglo posterior.

### **i) Las matemáticas en el siglo XIX**

En 1821, un matemático francés, Augustin Louis Cauchy, consiguió un enfoque lógico y apropiado del cálculo. Cauchy basó su visión del cálculo sólo en cantidades finitas y el concepto de límite. Sin embargo, esta solución planteó un nuevo problema, el de la definición lógica de número real. Aunque la definición de cálculo de Cauchy estaba basada en este concepto, no fue él sino el matemático alemán Julius W. R. Dedekind quien encontró una definición adecuada para los números reales, a partir de los números racionales, que todavía se enseña en la actualidad; los matemáticos alemanes Georg Cantor y Karl T. W. Weierstrass también dieron otras definiciones casi al mismo tiempo. Un problema más importante que surgió al intentar describir el movimiento de vibración de un muelle, estudiado por primera vez en el siglo XVIII, fue el de definir el significado de la palabra función. Euler, Lagrange y el matemático francés Joseph Fourier aportaron soluciones, pero fue el matemático alemán Peter G. L. Dirichlet quien propuso su definición en los términos actuales.

Además de fortalecer los fundamentos del análisis, nombre dado a partir de entonces a las técnicas del cálculo, los matemáticos del siglo XIX llevaron a cabo importantes avances en esta materia. A principios del siglo, Carl Friedrich Gauss dio una explicación adecuada del concepto de número complejo; estos números formaron un nuevo y completo campo del análisis, desarrollado en los trabajos de Cauchy, Weierstrass y el matemático alemán Bernhard Riemann. Otro importante avance del análisis fue el estudio, por parte de Fourier, de las sumas infinitas de expresiones con funciones trigonométricas. Éstas se conocen hoy como series de Fourier, y son herramientas muy útiles tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas. Además, la investigación de funciones que pudieran ser iguales a series de Fourier

llevó a Cantor al estudio de los conjuntos infinitos y a una aritmética de números infinitos. La teoría de Cantor, que fue considerada como demasiado abstracta y criticada como “enfermedad de la que las matemáticas se curarán pronto”, forma hoy parte de los fundamentos de las matemáticas y recientemente ha encontrado una nueva aplicación en el estudio de corrientes turbulentas en fluidos.

Otro descubrimiento del siglo XIX que se consideró abstracto e inútil en su tiempo fue la geometría no euclídea. En esta geometría se pueden trazar al menos dos rectas paralelas a una recta dada que pasen por un punto que no pertenece a ésta. Aunque descubierta primero por Gauss, éste tuvo miedo de la controversia que su publicación pudiera causar. Los mismos resultados fueron descubiertos y publicados por separado por el matemático ruso Nikolái Ivánovich Lobachevski y por el húngaro János Bolyai. Las geometrías no euclídeas fueron estudiadas en su forma más general por Riemann, con su descubrimiento de las múltiples paralelas. En el siglo XX, a partir de los trabajos de Einstein, se le han encontrado también aplicaciones en física.

Gauss es uno de los más importantes matemáticos de la historia. Los diarios de su juventud muestran que ya en sus primeros años había realizado grandes descubrimientos en teoría de números, un área en la que su libro *Disquisitiones arithmeticae* (1801) marca el comienzo de la era moderna. En su tesis doctoral presentó la primera demostración apropiada del teorema fundamental del álgebra. A menudo combinó investigaciones científicas y matemáticas. Por ejemplo, desarrolló métodos estadísticos al mismo tiempo que investigaba la órbita de un planeta recién descubierto, realizaba trabajos en teoría de potencias junto a estudios del magnetismo, o estudiaba la geometría de superficies curvas a la vez que desarrollaba sus investigaciones topográficas.

De mayor importancia para el álgebra que la demostración del teorema fundamental por Gauss fue la transformación que ésta sufrió durante el siglo XIX para pasar del mero estudio de los polinomios al estudio de la estructura de sistemas algebraicos.

Un paso importante en esa dirección fue la invención del álgebra simbólica por el inglés George Peacock. Otro avance destacado fue el descubrimiento de sistemas algebraicos que tienen muchas propiedades de los números reales. Entre estos sistemas se encuentran las cuaternas del matemático irlandés William Rowan Hamilton, el análisis vectorial del matemático y físico estadounidense Josiah Willard Gibbs y los espacios ordenados de dimensiones del matemático alemán Hermann Günther Grassmann. Otro paso importante fue el desarrollo de la teoría de grupos, a partir de los trabajos de Lagrange. Galois utilizó estos trabajos muy a menudo para generar una teoría sobre qué polinomios pueden ser resueltos con una fórmula algebraica.

Del mismo modo que Descartes había utilizado en su momento el álgebra para estudiar la geometría, el matemático alemán Félix Klein y el noruego Marius Sophus Lie lo hicieron con el álgebra del siglo XIX. Klein la utilizó para clasificar las geometrías según sus grupos de transformaciones (el llamado Programa Erlanger), y Lie la aplicó a una teoría geométrica de ecuaciones diferenciales mediante grupos continuos de transformaciones conocidas como grupos de Lie. En el siglo XX, el álgebra se ha aplicado a una forma general de la geometría conocida como topología.

También los fundamentos de las matemáticas fueron completamente transformados durante el siglo XIX, sobre todo por el matemático inglés George Boole en su libro *Investigación sobre las leyes del pensamiento* (1854) y por Cantor en su teoría de conjuntos. Sin embargo, hacia finales del siglo, se descubrieron una serie de paradojas en la teoría de Cantor. El matemático inglés Bertrand Russell encontró una de estas paradojas, que afectaba al propio concepto de conjunto. Los matemáticos resolvieron este problema construyendo teorías de conjuntos lo bastante restrictivas como para eliminar todas las paradojas conocidas, aunque sin determinar si podrían aparecer otras paradojas, es decir, sin demostrar si estas teorías son consistentes. Hasta nuestros días, sólo se han encontrado demostraciones relativas de consistencia (si la teoría B es consistente entonces la teoría A también lo es).

Especialmente preocupante es la conclusión, demostrada en 1931 por el lógico estadounidense Kurt Gödel, según la cual en cualquier sistema de axiomas lo suficientemente complicado como para ser útil a las matemáticas es posible encontrar proposiciones cuya certeza no se puede demostrar dentro del sistema.

## **j) Las matemáticas actuales**

En la Conferencia Internacional de Matemáticos que tuvo lugar en París en 1900, el matemático alemán David Hilbert expuso sus teorías. Hilbert era catedrático en Gotinga, el hogar académico de Gauss y Riemann, y había contribuido de forma sustancial en casi todas las ramas de las matemáticas, desde su clásico Fundamentos de la geometría (1899) a su Fundamentos de la matemática en colaboración con otros autores. La conferencia de Hilbert en París consistió en un repaso a 23 problemas matemáticos que él creía podrían ser las metas de la investigación matemática del siglo que empezaba. Estos problemas, de hecho, han estimulado gran parte de los trabajos matemáticos del siglo XX, y cada vez que aparecen noticias de que otro de los “problemas de Hilbert” ha sido resuelto, la comunidad matemática internacional espera los detalles con impaciencia.

A pesar de la importancia que han tenido estos problemas, un hecho que Hilbert no pudo imaginar fue la invención del ordenador o computadora digital programable, primordial en las matemáticas del futuro. Aunque los orígenes de las computadoras fueron las calculadoras de relojería de Pascal y Leibniz en el siglo XVII, fue Charles Babbage quien, en la Inglaterra del siglo XIX, diseñó una máquina capaz de realizar operaciones matemáticas automáticamente siguiendo una lista de instrucciones (programa) escritas en tarjetas o cintas. La imaginación de Babbage sobrepasó la tecnología de su tiempo, y no fue hasta la invención del relé, la válvula de vacío y después la del transistor cuando la computación programable a gran escala se hizo realidad. Este avance ha dado un gran impulso a ciertas ramas de las matemáticas, como el análisis numérico y las matemáticas finitas, y ha generado nuevas áreas de investigación matemática como el estudio de los algoritmos. Se ha convertido en una

poderosa herramienta en campos tan diversos como la teoría de números, las ecuaciones diferenciales y el álgebra abstracta. Además, el ordenador ha permitido encontrar la solución a varios problemas matemáticos que no se habían podido resolver anteriormente, como el problema topológico de los cuatro colores propuestos a mediados del siglo XIX. El teorema dice que cuatro colores son suficientes para dibujar cualquier mapa, con la condición de que dos países limítrofes deben tener distintos colores. Este teorema fue demostrado en 1976 utilizando una computadora de gran capacidad de cálculo en la Universidad de Illinois (Estados Unidos).

El conocimiento matemático del mundo moderno está avanzando más rápido que nunca. Teorías que eran completamente distintas se han reunido para formar teorías más completas y abstractas. Aunque la mayoría de los problemas más importantes han sido resueltos, otros como las hipótesis de Riemann siguen sin solución. Al mismo tiempo siguen apareciendo nuevos y estimulantes problemas. Parece que incluso las matemáticas más abstractas están encontrando aplicación.

#### **1.4 Importancia**

En la actualidad vivimos en mundo de constantes cambios, determinados por diversas conquistas del ser humano por alcanzar el espacio, la influencia de la tecnología de la información y comunicación, la robótica, la genética, los diversos inventos imaginarios, ha llevado al ser humano a replantearse la importancia que tiene la matemática en la actualidad.

La matemática, “en la vida cotidiana, es necesaria para comprender y analizar la abundante información que nos llega. Genera en la gente la capacidad de pensar en forma abstracta, encontrar analogías entre diversos fenómenos y crear el hábito de enfrentar problemas, tomar consecuentes iniciativas y establecer criterios de verdad y otorga confianza frente a muchas situaciones como valor cultural, amplía el universo cultural del individuo ya que desarrolla hábitos de lectura, perfecciona habilidades investigativas y hace acopio mayor de un vocabulario en la asignatura y junto a todos estos elementos significativos aparecen las posibilidades de interpretar las situaciones históricas, vivencias emocionales que repercuten en

la formación de valores y los principios morales del respeto y el agradecimiento a quienes han trabajado a favor de la humanidad". (Carmona, 2007, <<http://matematicss.blogspot.com/2007/09/la-matematica-y-su-importancia.html>>).

Se considera que la matemática es útil para contar, medir, comparar cosas entre sí, entonces es necesario para la vida del ser humano. Se aprende y se enseña eficazmente si el maestro propicia la actividad constructiva del conocimiento y el alumno participa, con sus propias posibilidades, en la construcción de sus propios conceptos y estrategias.

Ávila y Muñoz (1987:9) mencionan tres aspectos importantes de la matemática:

“1. Son un lenguaje que sirve para cuantificar todo lo que existe. Es decir, expresan lo matemático que esconden las cosas que nos rodean.

2. Son un recurso que ayuda a desarrollar el pensamiento. Pues, al trabajar con ellas debemos seguir determinados pasos.

3. Son una herramienta con la que se resuelven problemas cotidianos”.

La mayoría de las personas desconocen que tan importante es la matemática en la vida del ser humano y solo se limitan al conocimiento de las cuatro reglas la adición, sustracción, multiplicación y la división.

La matemática está en el centro de la cultura de las personas, a menudo se confunde con la filosofía y con otras teorías, se debe de saber que la matemática esta en todo lo que el ser humano realiza a diario.

La matemática según Martín y Riera “las utilizamos en la vida cotidiana y son necesarias para comprender y analizar la abundante información que nos llega” (1999,<<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/publicacionesdiv/medios/elpaisNDet.asp?Id=218>>).

Con base en lo antes dicho, la importancia de la matemática va mucho más allá, se relaciona con todas las ramas donde se desenvuelve el ser humano; el cual utiliza modelos matemáticos no solo en la física, sino que gracias a los ordenadores la matemática se aplica a todas las disciplinas, están en la base de la ingeniería, de la tecnología avanzada, en los vuelos espaciales, en las modernas técnicas de diagnósticos médicos, por ejemplo: la tomografía axial computarizada, la meteorología, los estudios financieros, la ingeniería genética, etc.

La matemática no se aprende por repetición, si no por la realización de la actividad matemática, la cual se caracteriza por una indagación constante, el replanteamiento de lo elaborado, la búsqueda de una comprensión más profunda de los contenidos y la realización de esfuerzos para interactuar constantemente con los contenidos matemáticos.

A continuación se hace mención de tres argumentos en tres líneas distintas, pero que están relacionadas entre sí con la importancia que tiene la enseñanza de la matemática (2009, <<http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorridohistorico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/porqueesnecesarioaprender.php>>)

- “porque forma parte del pensamiento humano;
- porque es una obra, una construcción de la humanidad, y como tal se transmite a las nuevas generaciones;
- y porque es una necesidad de la sociedad en que vivimos”.

Se dice que en la enseñanza de la matemática no hay nada que se pueda descubrir, sino que todo está hecho. Por lo contrario, en la experiencia escolar, con los contenidos básicos, se tiene una fuerte importancia de descubrimientos que los individuos deben tener la posibilidad de lograr, aquello en apariencia inmutable es digno de ser replanteado.

La matemática es la única materia que, por diferentes motivos, se incluye en todos los niveles educativos en todas partes del mundo. Esto es más que suficiente para darle importancia a su enseñanza y prestarle toda la atención posible.

La mayoría de los individuos no gozan ni aprenden a disfrutar esta insistente presencia de la matemática en la vida escolar, la sufren y hasta llegan a odiarla y a culparla de sus fracasos o frustraciones, esto se debe a que los profesores no le dan la importancia necesaria a esta asignatura y continúan enseñando con métodos tradicionalistas.

“La importancia atribuida a la matemática se debe a diversas creencias y supuestos sobre los beneficios obtenidos por los individuos con su aprendizaje. Se dice que estudiar matemática ayuda a desarrollar el razonamiento o que es de gran utilidad en la vida cotidiana. Esto es cierto, pero al parecer algo no concuerda con esta versión, porque la opinión que se desarrolla en la escuela es otra totalmente contraria”.  
(Mancera, 2000:11)

Cuando no son suficientes los argumentos sobre la importancia y utilidad de la matemática o el razonamiento, se alude a su belleza, precisión, exactitud, pureza y otras cualidades difíciles de aceptar por muchos críticos de esta ciencia.

## **CAPÍTULO II**

# **ENSEÑANZA TRADICIONAL DE LA MATEMÁTICA**

## 2.1 El problema de la enseñanza y aprendizaje de la matemática

Uno de los problemas trascendentales en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática tiene que ver con el desarrollo mental en el educando, en otras palabras tanto al alumno, como al docente no se le facilita la comprensión lógica de esta ciencia exacta ya que no es de ninguna manera fácil hacer que fluya el pensamiento abstracto en el alumno y se nota más cuando el docente no tiene fuertes fundamentos analíticos deductivos y de análisis que se requiere en la matemática para hacer de ella una práctica científica que junto con el español son las bases en la educación básica muy particularmente en la primaria.

Según Gil y de Guzmán “La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, y no al menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápida mutuamente de la situación global venga exigiendo”. (2001:77)

También influyen de una manera particular la metodología y las estrategias didácticas que el docente utilice para pretender “enseñar” las matemáticas, ya que de ello dependerá en cierta forma que se aprenda correctamente la matemática y sobre todo sus aplicaciones en la vida diaria de los alumnos.

La matemática como ciencia exacta en el universo del conocimiento científico, tiene los más claros resultados, los cuales son dados con todos los fundamentos comprobables y por ello es necesario que en su enseñanza se apliquen los métodos didácticos para que se pueda comprender y sobre todo interpretar cada resultado expuesto en el orden matemático, es claro que como ciencia exacta que es no puede contener errores, la exactitud existe, lo importante es que al aplicar la matemática a la vida diaria muestre la misma fidelidad de lo que es ella.

La enseñanza de la matemática implica una simbolización adecuada, que permita al alumno presentar de manera eficaz las operaciones que maneja, una manipulación racional y rigurosa que permitan manejar un conocimiento nuevo y combinarlo con el que ya tiene, un buen dominio de la realidad a la que se dirigen cada día, primero de manera racional, del modelo mental que se construye cada alumno y después de la realidad exterior.

Cada docente tendrá su forma de enseñanza, pero lo que no puede cambiar es en la autenticidad de esta ciencia, sus fundamentos y leyes seguirán siendo los mismos, no importando el lugar en que se aplique, siempre un producto, un factor, una ecuación, una incógnita, identificarán claramente a las matemáticas.

## **2.2 La matemática en la escuela**

La escuela representa un espacio cognoscitivo y socio cultural para el alumno, es en los primeros años escolares que el educando se encuentra de frente y de lleno con la ciencia de los números aunque sea para dar sus primeros acercamientos con esta en la educación primaria.

Es en este nivel en el que se debe apropiarse de los incipientes conocimientos que le servirán en la posteridad para poder desarrollar un pensamiento lógico abstracto. Según Mancera (2000:7) “La enseñanza de la matemática implica, además del conocimiento profundo del tema, una búsqueda sistemática y constante de estrategias tendientes a satisfacer los propósitos educativos. El conocimiento o dominio, por parte del maestro, de una disciplina, aunque fundamental, no es suficiente para comunicar, convencer, motivar, encausar y propiciar actitudes positivas en los estudiantes”.

De cualquier forma cabe destacar que la incorporación de nuevas tecnologías en los centros escolares para la enseñanza de las matemáticas ha sido un aliciente para llevar a efecto el fin último de esta ciencia.

La utilización de nuevas tecnologías en la enseñanza está, sin duda, plenamente justificada si tenemos en cuenta que uno de los objetivos básicos de la educación ha de ser “la preparación de los adolescentes para ser ciudadanos de una sociedad plural democrática y tecnológicamente avanzada” (Gil y de Guzmán, 2001:21). Por eso es imperativo que en las escuelas sean usadas de alguna manera y sobre todo incorporados los medios tecnológicos para resolver este problema ingente que representa la presencia de la matemática actual en la escuela primaria.

Se trata de poner al alumno en contacto con la realidad matemática, los cuales desde tiempos remotos han dado lugar a los muchos conceptos que en la actualidad se quieren explorar con los alumnos, para llevar a cabo lo antes mencionado es necesario conocer a fondo el contexto histórico que enmarca estos conceptos.

De acuerdo con Gil y de Guzmán (2001) el acercamiento inicial a la enseñanza y aprendizaje de la matemática en la escuela se puede dar a través de una modelización de la realidad. Se puede recurrir a las otras ciencias que hacen uso de la matemática, a circunstancias de la realidad cotidiana o a través del diseño de actividades por medio de juegos.

La matemática es una ciencia muy importante y básica en la escuela primaria, de ahí dependen las habilidades mentales e intelectuales en los alumnos para más adelante.

Se busca que a través de las actividades los conocimientos matemáticos sean para el alumno una herramienta flexible y adaptable, para enfrentar las situaciones problemáticas que se le presenten.

“La matemática debería enseñarse en la escuela porque forma parte del pensamiento de toda persona de la misma manera que forma parte del dibujo o deseo de representar objetos, personas, aspectos de la vida que le rodea en un papel. Es natural en los niños que disponen de lápices y papeles ponerse a dibujar,

aun fuera de toda enseñanza; las tribus primitivas lo hicieron aun sin contar con esos elementos”. (2009, <[http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/por\\_que\\_es\\_necesario\\_aprender.php](http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/recorrido-historico/matematica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/por_que_es_necesario_aprender.php)>).

“Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de la escuela primaria la matemática escolar ha de realizarse de modo que los alumnos se apropien de los conocimientos esenciales y desarrollen las habilidades que les permitan aplicar de forma independiente sus conocimientos para resolver los problemas del entorno social, e incluyendo dos grandes bloques de contenidos: los aritméticos y los geométricos”. (Proenza y Leyva, 2008, <[http://www.rieoi.org/expe/2235Garrido\\_Maq.pdf](http://www.rieoi.org/expe/2235Garrido_Maq.pdf)>).

### **2.3 Características de la enseñanza tradicional**

Básicamente la enseñanza tradicional está encargada y centrada más que nada en el contenido y en el maestro no en el alumno, por ello se pierde demasiado tiempo en que el alumno se aprenda de memoria conocimientos enciclopedistas; aquí el conocimiento memorístico de contenidos elementales que se encuentran consignados en el programa de estudios son relevantes para el maestro. Por lo tanto no toma en cuenta al alumno, según él no puede perder tiempo en dialogar con sus alumnos, porque estaría atrasado en el programa de estudio. Este tipo de enseñanza ha permeado por mucho tiempo en el largo recorrido de la educación.

La enseñanza tradicional del siglo XVII, significaba método y orden. A continuación se mencionan los siguientes aspectos que caracterizaban dicha enseñanza según Morales (<<http://www.monografias.com/trabajos14/enfoq-didactica/enfoque-didactica.shtml>>).

- A. Magistrocentrismo. “El maestro es la base y condición del éxito de la educación. A él, le corresponde organizar el conocimiento, aislar y elaborar la materia que ha de ser aprendida, trazar el camino y llevar por él a sus alumnos. El maestro es el modelo y el guía, al que se le

debe imitar y obedecer. La disciplina y el castigo se consideran fundamentales, la disciplina y los ejercicios escolares son suficientes para desarrollar las virtudes humanas en los alumnos. El castigo ya sea en forma de reproches o de castigo físico estimula constantemente el progreso del alumno.

- B. Enciclopedismo. La clase y la vida colectiva son organizadas, ordenadas y programadas. El manual escolar es la expresión de esta organización, orden y programación; todo lo que el niño tiene que aprender se encuentra en él, graduado y elaborado, si se quiere evitar la distracción y la confusión nada debe buscarse fuera del manual.
- C. Verbalismo y pasividad. El método de enseñanza será el mismo para todos los niños y en todas ocasiones. El repaso entendido como la repetición de lo que el maestro acaba de decir tiene un papel fundamental en este método”.

La enseñanza verbalista en matemática tiene una larga tradición y los alumnos están acostumbrados a ella. Por tradición los alumnos toman notas de apuntes que después trataran de memorizar al momento de estudiar para los exámenes.

El maestro está acostumbrado a cubrir en su totalidad los extensos programas y no se da tiempo para generar el dialogo, fomentar las intervenciones de los alumnos y hacerles ver que es posible sacar más provecho a los tiempos de las clases.

La enseñanza tradicional según de Leonardo (1986) es un proceso de continuidad deliberada; sin embargo, puede mostrarse, por medio del análisis, que la tradición es una selección y reelección de aquellos elementos significativos recibidos y recobrados del pasado que representan no una continuidad necesaria, sino una continuidad deseada, la cual se parece mucho a la educación, porque ambas son una selección, comparable de un conocimiento deseado y de formas de aprendizaje y autoridad.

En la antigüedad la educación estaba más enfocada a la formación general del hombre y del cuidado, que a la transmisión y al contenido de los conocimientos. Dentro de los sistemas educativos tradiciones se ha buscado que el niño adquiriera el dominio de los conceptos, signos y símbolos matemáticos, aun antes de que pueda

ponerlos en práctica, esto es, antes de que puedan comprenderlos a través de la manipulación de objetos, cosas o personas presentes en su medio ambiente a su experiencia inmediata.

De acuerdo con Morales (<<http://www.monografias.com/trabajos14/enfoq-didactica/enfoque-didactica.shtml>>) “La filosofía de la escuela tradicional, considera que la mejor forma de preparar al niño para la vida es formar su inteligencia, su capacidad de resolver problemas, sus posibilidades de atención y de esfuerzo. Se le da gran importancia a la transmisión de la cultura y de los conocimientos, en tanto que se les considera de gran utilidad para ayudar al niño en el progreso de su personalidad. Esta filosofía aún perdura en la educación de la matemática actual.

Quizás porque por generaciones se ha delegado el mismo currículo y no ha habido cambio de estafeta, esto se demuestra en que las nuevas generaciones de docentes solo enseñan lo que les enseñaron a ellos sus antiguos maestros.

Es muy importante que la enseñanza tradicional sea cambiada, si seguimos con las aplicaciones pasadas estaremos estancados y los métodos más actualizados y de fácil aplicación, nunca se podrían poner en práctica por el simple hecho que parecerá difícil de aplicar y sobre todo desconocido.

#### **2.4 Teorías que sustentan la enseñanza tradicional**

Desde principios del XX, incluso desde antes, ha existido una preocupación por el aprendizaje de los niños, lo cual ha originado la realización de investigaciones que ayuden a encontrar las dificultades que obstaculizan dicho aprendizaje.

Las teorías del desarrollo humano, que se ocupan de la persona desde el punto de vista moral, emocional, del autoconcepto, entre otros aspectos, aportan conocimientos para analizar los factores que influyen en el aprendizaje.

A lo largo de la historia de la psicología, el estudio de la matemática se ha realizado desde perspectivas diferentes. En el periodo inicial de la psicología se produjo un enfrentamiento entre los partidarios de un aprendizaje de las habilidades matemáticas elementales basado en la práctica y el ejercicio y los que defendían que era necesario aprender algunos conceptos y formas de razonar antes de pasar a la práctica y que la enseñanza se debía centrar principalmente en la significación o en la comprensión de los conceptos.

La enciclopedia general de la educación hace mención de algunas teorías que sustentan la enseñanza tradicional (1999:255-259):

### **Teorías conductistas**

- **Teorías del aprendizaje de Thorndike.** “El aprendizaje se realiza a través de asociaciones o conexiones entre estímulos y respuestas (conexionismo de Thorndike). El establecimiento de las conexiones depende esencialmente de la proximidad en el tiempo entre estímulo y la respuesta. Una larga dilación temporal impide la conexión.
- **El condicionamiento clásico de Pavlov.** Formuló las leyes del condicionamiento, que tratan de la adquisición y duración de los reflejos condicionados, estableciendo que el aprendizaje tiene lugar mediante la formación de intrincados sistemas de reflejo condicionados basados en reflejos incondicionados. Igualmente señalo que la interferencia, es decir, la confusión producida por estímulos similares, identificada a menudo como distracción, es un fenómeno frecuentemente en el aprendizaje humano.
- **El condicionamiento operante de Skinner.** El condicionamiento operante hace posible el aprendizaje de nuevos comportamientos mediante dos tipos de proceso complementarios: de discriminación o distinción entre estímulos similares, que permite dar la respuesta apropiada a un estímulo específico y no a otros estímulos parecidos (por ejemplo, identificar una letra por su nombre, en presencia de otras letras), y de generalización, mediante la cual las propiedades se hacen extensivas a estímulos similares (reconocer, por ejemplo, una misma letra escrita por personas distintas o en distintas modalidades: manuscrita, imprenta, mayúscula, minúscula, cursiva, etcétera).

La acción combinada de la discriminación y generalización permite el aprendizaje de conceptos y la transferencia de conocimientos aprendidos de una situación a otra”.

El conductismo defendía el empleo de procedimientos estrictamente experimentales para estudiar la conducta, tomando en cuenta el entorno y considerándolo como un conjunto de estímulos-respuesta.

## Teorías cognitivas

- **Teoría de la Gestalt.** “Afirma que cuando registramos nuestros pensamientos sobre nuestras sensaciones en el primer momento no nos fijamos en los detalles, pero luego lo colocamos en nuestra mente formando parte de entidades o patrones organizados y con significado.
- **Teoría de Piaget.** El aprendizaje consiste en el conjunto de mecanismo que el organismo pone en movimiento para adaptarse al medio ambiente”. (Alonso, Gallego y Honey, 1994:26).

La teoría de Piaget afirma que el aprendizaje se basa mediante dos movimientos simultáneos o integrados, pero de sentido contrario: la asimilación y la acomodación.

Por la asimilación el organismo explora el ambiente y adquiere conocimiento que después transforma y las incorpora a sí mismo.

Por la acomodación, el organismo transforma su propia estructura para adecuarse a la naturaleza de los objetos que serán aprendidos.

En conclusión se puede decir que la teoría cognitiva es la que se encarga de los procesos a través de los cuales el individuo obtiene conocimiento del mundo y toma conciencia de su entorno y los resultados que obtiene.

- **Teoría de la enseñanza intuitiva.** De acuerdo con Aebli (1973:10) “su característica es ofrecer, en lo posible elementos sensibles a la percepción y a la observación de los alumnos”.

Esta teoría también se calificó como sensual-empírica, la cual hallaba su origen de todas las ideas en la experiencia sensible y le atribuía al sujeto un papel insignificante en la adquisición de conocimientos. En un principio el alumno era considerado como una tabla rasa sobre la cual se imprimían progresivamente impresiones suministradas por los sentidos, lo único que variaba en los alumnos era el grado de sensibilidad que cada uno poseía, es decir, la capacidad de recibir impresiones y la aptitud que tenían para extraer los elementos comunes a las diferentes imágenes comúnmente dominadas facultad de abstracción.

El análisis de los procedimientos de la enseñanza intuitiva, muestra que es necesario acudir a técnicas didácticas que no derivan en manera alguna de la psicología sensual-empirista.

“La psicología sensual-empírica trataba el origen de todas las ideas en la experiencia sensible y no atribuye al sujeto sino, un papel insignificante en su adquisición. Esta psicología decía que en el principio de la existencia, el espíritu del niño es una especie de tabla rasa sobre la que se imprimen progresivamente las impresiones sumistradas por los sentidos, y que lo único que variaba de un sujeto a otro, era el grado de sensibilidad, es decir, la capacidad de recibir Impresiones y la aptitud para extraer los elementos comunes a las diferentes imágenes comúnmente denominada facultad de abstracción” (Aebli, 1973:13).

El valor real que se le atribuye a la teoría intuitiva se funda, en efecto, en que satisface una de las condiciones indispensables para adquirir la mayor parte de las nociones y operaciones: la utilización de la enseñanza de ciertos datos intuitivos (figuras geométricas, objetos, ilustraciones, modelos, relieves, etc. Solo con estos materiales las nociones y operaciones pueden ser elaboradas.

- **Teoría social cognoscitiva.** “Es una teoría conductista de la imitación basada en la premisa de que el aprendizaje más importante requiere modelos de varias clases que actúen como influencias sociales en el niño. En otro nivel es una teoría cognoscitiva, ya que conoce la importancia de nuestra capacidad de pensar, simbolizar representar relaciones causa-efecto para anticipar los resultados de la conducta” (Bandura 1977, citado por Coon y le Francois 2001: 131).

La teoría del aprendizaje social de Bandura es una teoría basada en el aprendizaje por observación, que se sustenta en la suposición de que el aprendizaje y el comportamiento humano proceden de observar e imitar la conducta de modelos y que el aprendizaje que se obtiene se puede explicar en gran parte mediante los principios del condicionamiento operante.

Cada una de estas teorías refleja diferencia en la naturaleza del conocimiento, cómo se adquiere éste y que significa aprender, y que estrategias se deben emplear para atraer la atención de los niños en las actividades.

Estas teorías insisten en la modificación de la conducta. Después de haber analizado la conducta observable en función de la interacción que se da entre herencia y ambiente, consideran que la mayor parte de la conducta humana es aprendida y, por lo tanto, susceptible de ser modificada mediante técnicas adecuadas (refuerzo, modelado, etcétera).

## **2.5 Desventajas de la enseñanza tradicional**

Es evidente suponer que este tipo de enseñanza tradicional no reviste más que desventajas y atraso en el sistema educativo, no es que todo lo arcaico sea un lastre u obsoleto, sino que el método expositivo memorístico, heurístico, limitativo retrasa el aprendizaje del alumno.

En la práctica se ha comprobado que da muy raquíticos resultados, tanto así que tenemos en la actualidad una educación no de tercer mundo sino hasta de quinto ya que los estándares internacionales lo han marcado de esa manera, trayendo como consecuencia que el alumno no sea participativo, no colabore en equipo, no desarrolle las competencias básicas de aprendizaje, no sepa interactuar en medio hostil de aprendizaje y de rivalidad con otros de sus pares.

Por otra parte Carraher, Carraher y Schliemann (2002:152-153) dicen: “El conjunto de situaciones usado en la escuela para el aprendizaje de los conceptos puede ser restringido o amplio, dependiendo de la practica pedagógica efectiva de cada profesor. Sin embargo, esas situaciones están siempre distanciadas de las prácticas diarias. No resolvemos un problema de dinero en la escuela usando dinero. No resolvemos un problema de cortar un pedazo de alambre en partes iguales, midiendo y cortando. No resolvemos una división de canicas entre niños, distribuyendo canicas. Además de esto, los estudiantes, por lo general, no tienen interés particular en la resolución del problema, y con frecuencia no intentan siquiera evaluar si la solución que encontraron fue razonable. Su objetivo en la escuela es utilizar alguna fórmula o alguna operación que el profesor enseñó; aplicando el procedimiento, encontrando el número, el problema está resuelto. En contraste, los modelos matemáticos en la vida diaria son instrumentos para encontrar soluciones de problemas donde el significado desempeña un papel fundamental. Los resultados no son sencillamente números; son indicaciones de decisiones que se deben tomar: cuánto dar de cambio, que longitud debe dársele a la pared que se va a construir, etc. Un resultado erróneo tiene consecuencias; por eso necesitamos saber evaluar la solución encontrada”

Hay que destacar que en su momento fue aplicable estas posiciones tradicionalistas pero el avasallamiento de los recursos tecnológicos en la didáctica, así como la apertura de los medios electrónicos a la cuestión escolar, permitieron conocer otros modelos novedosos de enseñanza que vienen a ser la panacea al gran problema educativo de nuestros tiempos.

Si en estos tiempos actuales en los que la ciencia va diariamente en aumento y la gran innovación mundial sigue su curso infinito, se sigue sosteniendo que la enseñanza tradicional es muy buena y correcta, solamente veremos pasar las

grandes potencias mundiales sobre nosotros por su gran capacidad de aprendizaje que tienen y lo que han logrado hacer por ellos y para ellos con el simple hecho de haber tenido la curiosidad de probar nuevas metas, nuevos objetivos, nuevas dimensiones y poderlas alcanzar con la decisión de ser mejores cada día, dejando métodos que dieron resultado algún día pero que hoy se demanda una mejor calidad de la enseñanza.

“El propio carácter, las bases sociales de nuestra sociedad reclaman que el hilo vinculador principal entre educador y educando esté trenzado de sinceros deseos: el deseo del educando de ser mejor y el deseo en el pedagogo de ver al educando mejor de lo que ahora es”. (Sujomlinski, 2003:59)

## **CAPÍTULO III**

# **LA ENSEÑANZA ACTIVA DE LA MATEMÁTICA**

### **3.1 La enseñanza activa de la matemática y el aprovechamiento escolar en primaria**

La enseñanza activa de la matemática busca que el niño adquiera el dominio de los conceptos, signos y símbolos matemáticos, el cual se puede entender como el manejo abstracto de resoluciones matemáticas, aún antes de ponerlo en práctica a través de la manipulación de objetos, cosas o personas presentes en su medio ambiente y que serán de gran ayuda en su vida cotidiana, es decir en lo concreto.

Desde el siglo XIX se ha buscado que el profesor cambie su forma de enseñanza, en la cual se han propuestos diversas alternativas. “La tarea del profesor debe dirigirse fundamentalmente hacia el alumno y su desarrollo personal y social” (Enciclopedia General de la Educación, 1999:36).

Actualmente la matemática ha recibido un sin número de críticas injustificables entre las cuales se acusa de abstracción en demasía y falta de práctica por parte del profesorado. La amplitud del contenido de la nueva enseñanza de la matemática se debe a que entre el paso de la matemática tradicional a la matemática activa se han descubierto muchos conceptos nuevos como fruto de la evolución del tiempo. Se puede afirmar que el contenido actual de la matemática es el mismo de ayer nada más que está escrita en un nuevo lenguaje, estructurado lógicamente y con una nueva ordenación de los contenidos.

Hoy en día gran parte de los contenidos programáticos tradicionales como: relaciones métricas entre circunferencias, raíces cuadradas y cúbicas, tablas de algoritmos, etc., han desaparecido por considerarse de poco interés para la formación matemática del alumnado. Este hueco programático ha sido llenado por conceptos de la matemática moderna desconocido por la clásica y completado por un nuevo lenguaje simbólico y un vocabulario matemático más actualizado.

En la actualidad los alumnos estudian conceptos tradicionales que han sido traducidos al lenguaje nuevo que dan una nueva dimensión al aprendizaje moderno de esta disciplina. Por ejemplo el concepto de los sistemas de numeración posicional es estudiado en la actualidad por alumnos de los primeros grados de educación primaria con un horizonte más amplio en el cuál no solo se hace referencia al sistema de base diez, sino que el estudio de los sistemas de numeración en base dos, tres, cuatro, cinco, etc., llevan al alumno a conocer en forma más amplia su sistema decimal de numeración y entender a la vez, el lenguaje actual de los ordenadores y de la teoría de la información, el cuál es un mundo nuevo en el que el hombre se encuentra inmerso cada día más (García, 1985).

Una educación matemática con objetivos concretos de calidad va a empezar por la adquisición de competencias básicas que garanticen la capacidad del alumno para aprender a aprender. Para que el sistema educativo consiga los objetivos propuestos debe tomar en cuenta al profesorado como un agente fundamental para el desarrollo educativo, al cual se le debe brindar una formación continua para facilitar el desarrollo educativo de un trabajo compartido. Para lograr todo lo anterior es preciso abordar medidas que contribuyan a mejorar y a enriquecer la labor de los equipos docentes.

La matemática activa se relaciona con diversas disciplinas como psicología y educación que son disciplinas diferentes, de lugares diferentes: ciencias humanas, ciencias exactas y ciencias sociales aplicadas, hasta se puede decir que no pueda existir alguna relación entre estas disciplinas, por ejemplo: cuando un niño resuelve en la calle un problema con números usando sus propios métodos, pero que son métodos compartidos por otros niños y adultos, se podría decir que se está ante un fenómeno que incluye a la matemática, debido al contenido del problema; a la psicología por que ciertamente en el niño hay un razonamiento, y a la educación por que se quiere saber cómo aprendió a resolver problemas. Cuando alguien resuelve un problema matemático se puede decir que estamos frente a una persona que piensa. La matemática que efectúa un sujeto no es independiente de su pensamiento

por cuanto lo produce, pero se puede volver parte de una ciencia, la matemática, que se enseña en la escuela y se aprende dentro y fuera de ella.

En el nivel de su organización como ciencia, en matemática sólo son aceptables las pruebas por deducción, sin embargo la matemática no solo es una ciencia, sino una forma de actividad humana.

De acuerdo con Carraher, Carraher y Schliemann “El aprendizaje de las matemáticas en el salón de clases es un momento de interacción entre las matemáticas organizada por la comunidad científica, o sea las matemáticas formales, y las matemáticas como actividad humana”. (1991:12).

Los diferentes programas de investigación ponen de manifiesto que no se dispone de un solo modelo de enseñanza y que estos dependen de gran parte de los objetivos de la institución y de las habilidades y conocimientos que posea cada alumno.

Para obtener un mejor aprovechamiento en la enseñanza de la matemática es necesario, replantear los objetivos, donde se le permita al profesorado en la reconstrucción del conocimiento didáctico de la matemática a partir de situaciones problemáticas abordables desde tres ámbitos:

- “Modelo de estrategias específicas, cuando estas no son directamente accesibles por el profesorado sin una preparación explícita.
- Uso de conocimientos informales, de estrategias intuitivas para la resolución de problemas.
- Construcción del conocimiento a partir de la cultura y el contexto, además de las interacciones con otras personas”. (2010, <<http://www.gobierno de canarias.org/educación/udg/ord/documentos/ProyMateActiva/Proyectoenseact matematicas.pdf>>).

Muchos docentes tienen ilusiones de que si ellos enseñan bien los conceptos matemáticos, los niños tienen que aprenderlos bien, sin embargo el proceso de aprendizaje requiere cierto tiempo que en ocasiones suele ser largo, ya que los alumnos no poseen el mismo nivel de entendimiento y no siempre aunque se explique bien se aprende bien.

### **3.2 La matemática activa en el currículo de primaria**

La matemática es una ciencia que está ligada a todas las demás como se mencionó anteriormente, es como, dice Gil y de Guzmán, es saber hacer (habilidades), con saber (conocimientos) y hacer (valores y actitudes), es una ciencia en la que los métodos predominan sobre los contenidos que se desean que los alumnos adquieran durante su vida escolar (2001).

“La integración del currículum ha sido parte de la escena educativa americana desde el tiempo del movimiento Herbartiano, constituyó el elemento central de la Escuela de Dewey, fue una de las presuposiciones básicas de los programas de estudios sociales de Harold Rugg en los años 1930 y dio un gran impulso al desarrollo del currículum y de los proyectos basados en el currículum durante los años 1940. Aunque este concepto fue siempre muy polémico entre los educadores, se utilizó en las escuelas de forma considerable, llegando a constituir una de las características importantes del currículum en las escuelas americanas”. (Coll, 2002:203).

“El objetivo al enseñar matemática es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática. Los estudiantes deben desarrollar la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos. Deben estar en capacidad de ver y creer que las matemáticas hacen sentido y que son útiles para ellos. Maestros y estudiantes deben reconocer que la habilidad matemática es parte normal de la habilidad mental de todas las personas, no solamente de unos dotados”. (Zelman, Daniels, Hyde, 2003, <<http://www.educateka.org/MejoresPracticas.php>>).

Enseñar matemática requiere ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los alumnos y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la

comunicación. Se debe motivar a formular y resolver problemas relacionados con su entorno para que puedan ver las diferentes partes de la matemática en cada aspecto de su vida. Buscar experiencias y materiales concretos que ayuden a entender concepto y que construyan significados nuevos, para que cada uno trate de crear sus propias formas de interpretar una idea matemática que está relacionada con sus propias experiencias.

Que comprendan que las ideas matemáticas son mucho más importantes que el número de habilidades que puedan adquirir. Los profesores deben ayudar a los alumnos a desarrollar su capacidad matemática, donde realicen actividades que promuevan la participación activa de los alumnos y que apliquen lo aprendido en su vida diaria. Esto se puede lograr por medio de actividades con material concreto, hacerles preguntas que promuevan la exploración, la discusión, el cuestionamiento y las explicaciones de cómo se encontró un resultado.

Los contenidos que se estudian en la educación primaria, el programa de estudios 2009, lo ha organizado en tres ejes temáticos, los cuales tiene relación con los de nivel secundaria:

“Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida y Manejo de la información.

Sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y la algebra:

La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje matemático.

La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrían ser formulas y validadas con el algebra.

La puesta en juego de diferentes formas de representar y formular cálculos.

Forma, espacio y medida encierra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira, en la educación básica, el estudio de la geometría y la medición.

Explorar las características y propiedades de las figuras geométricas.

Generar condiciones para que el alumnos ingresen a un trabajo con características deductivas.

Conocer los principios básicos de la ubicación espacial y el cálculo geométrico.

Manejo de la información incluye aspectos que en la sociedad actual, asediada por una gran cantidad de información que proviene de distintas fuentes, hace que su estudio desde la educación básica sea fundamental. Los alumnos de primaria tendrán la posibilidad de:

Formular preguntas y recabar, organizar, analizar, interpretar y presentar la información que dé respuesta a dichas preguntas

Conocer los principios básicos de la aleatoriedad.

Vincular el estudio de las matemáticas con el de otras asignaturas". (2009:83)

Tomando como referencia a Zelman, Daniels y Hyde (2003, <<http://www.educateka.org/MejoresPracticas.php>>) se puede decir que:

La matemática no es un conjunto de temas de conversación aislados de otros temas, sino más bien un todo integrado. La matemática es la ciencia de patrones y relaciones. Utilizar dichos patrones constituye una gran parte de la habilidad o competencia matemática. Los alumnos necesitan aprender las relaciones entre conceptos y aplicaciones de principios generales en diversas áreas.

La solución de problemas es el núcleo de un currículo que fomenta el desarrollo de la capacidad matemática. La solución de problemas es parte integral de toda actividad matemática. En lugar de considerar la solución de problemas como algo aislado debería considerarse como un proceso que atraviesa el currículo, el cual proporciona contextos en los que se aprenden conceptos y habilidades nuevas.

Los alumnos necesitan muchas oportunidades de usar el lenguaje para comunicar ideas matemáticas. Discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas profundizan

el entendimiento en esta área. Los alumnos aprenden a comunicar sus ideas de diferentes maneras relacionándolo de manera activa con materiales físicos, imágenes y diagramas; reflexionando sobre ellas y clarificando su propio pensamiento; estableciendo relaciones entre el lenguaje cotidiano con ideas y símbolos matemáticos y abriendo un espacio a la discusión de ideas entre compañeros.

Continuando con la referencia citada, el currículo de la matemática activa debe de contener las siguientes características para un mejor aprendizaje:

**Prácticas de Enseñanza:** dentro de esta característica se busca propiciar el uso de materiales manipulables, trabajo de grupo cooperativo, discusiones sobre matemática, cuestionar y realizar probabilidades, justificación del pensamiento, escribir acerca de la matemática, solución de problemas con un enfoque de enseñanza, integración de contenidos, uso de calculadoras y computadoras, ser un facilitador del aprendizaje y evaluar el aprendizaje como parte de la enseñanza.

**Matemática como solución de problemas:** esta característica con tiene los siguientes aspectos, planteamiento verbal de problemas con variedad de estructuras y de formas de solución, problemas y aplicaciones de la vida diaria, estrategias de solución de problemas, problemas abiertos y proyectos de solución de problemas ampliados e investigación y formulación de preguntas provenientes de problemas o situaciones reales.

**Matemática como Comunicación:** se busca discusiones matemáticas, lecturas sobre matemáticas, escritura sobre matemática y escuchar la exploración de ideas matemáticas.

**Matemática como Razonamiento:** deducir conclusiones lógicas, justificar respuestas y procesos de solución y razonar inductiva y deductivamente a situaciones de la vida real.

**Conexiones Matemáticas:** conectar la matemática a otras materias y al mundo real, conectar temas dentro del mismo campo matemático y aplicar la matemática en todo momento de la vida diaria.

**Números/Operaciones/Cálculos:** busca desarrollar sentido numérico y de operaciones, entender el significado de conceptos claves como posición numérica, fracciones, decimales, razones, proporciones y porcentajes, buscar varias estrategias para evaluar o valorar, pensar en estrategias para hechos básicos y uso de calculadoras para operaciones de cálculos complejos.

**Geometría/Medición:** desarrollo de sentido espacial, mediciones reales y los conceptos relacionados con unidades de medida y uso de geometría en solución de problemas.

**Estadísticas/Probabilidad:** recolección y organización de datos, usar métodos estadísticos para describir, analizar, evaluar y tomar decisiones.

**Patrones/Funciones/Álgebra:** reconocimiento y descripción de patrones, identificación y uso de relaciones funcionales, desarrollo y utilización de tablas, graficas y reglas para describir situaciones y utilización de variables para expresar relaciones.

**Evaluación:** se busca una evaluación/valoración como parte integral de la enseñanza, enfocarse en una amplia gama de tareas matemáticas y optar por una visión integral de la matemática, desarrollar situaciones de problemas que para su solución requieran la aplicación de un número de ideas matemáticas y hacer uso de técnicas múltiples de evaluación haciendo uso de pruebas escritas orales y demostraciones.

En el momento actual se puede decir que gran parte de los profesores que enseñan matemática básica, no tienen la formación adecuada, ni la pedagogía para brindar

una enseñanza significativa para el alumno. Si se analiza a fondo la formación de los profesores se puede distinguir que predomina la enseñanza tradicional que solo generaliza sobre las competencias específicas de matemática, el cual no permite enfocarse a los verdaderos valores formativos generales para una enseñanza activa.

### **3.3 Estrategias para la enseñanza y aprendizaje activo de la matemática en primaria**

La enseñanza de la asignatura de matemática se ha hecho a través de algunas prácticas basadas en la mecanización, repeticiones de algoritmos de diferentes operaciones, el aplicar formulas para obtener algunos resultados por ejemplo: perímetros, áreas, volúmenes de figuras u objetos sin desarrollarse en un contexto real ha provocado que los alumnos memoricen los conceptos matemáticos sin desarrollar su carácter reflexivo y de razonamiento.

De acuerdo al análisis del libro para el maestro de matemáticas de primer grado (2000:14,15) se hace mención de las siguientes estrategias didácticas para trabajar matemática:

- **El papel del maestro en la enseñanza de la matemática**

La actividad central del maestro en la enseñanza de la matemática va mucho más allá de la transmisión de conocimientos, definiciones y algoritmos matemáticos:

Busca o diseña problemas matemáticos adecuados para propiciar el aprendizaje de los distintos contenidos.

Elige actividades para favorecer que los alumnos pongan en juego los conocimientos matemáticos que poseen, graduándola de acuerdo con su nivel.

Propone situaciones que contradigan las hipótesis de los alumnos, favoreciendo la reflexión sobre los problemas y la búsqueda de nuevas explicaciones o procedimientos que los aproximen hacia la formalización de los conocimientos matemáticos.

Promueve y coordina la discusión sobre las ideas que tienen los alumnos acerca de las situaciones que se plantean, mediante preguntas que les permitan conocer el porqué de sus respuestas.

El maestro debe tomar en cuenta que su papel no se limita a ser un facilitador de la actividad de los alumnos. Respetando su actividad y creatividad, debe intervenir con sus orientaciones, explicaciones y ejemplos ilustrativos cuando así lo requiera el avance del grupo.

- **El papel de los problemas en la enseñanza de la matemática**

Los problemas se han utilizado en la escuela para que los alumnos apliquen los conocimientos que les han enseñado previamente; sin embargo, la experiencia nos dice que a pesar de que se dedican muchas horas de trabajo con este propósito, cuando los alumnos se enfrentan a la resolución de problemas, la mayoría presenta serias dificultades para aplicar dichos conocimientos.

Una de las principales causas de estas dificultades reside en que los contenidos se han trabajado de manera aislada, es decir, fuera de un contexto que le permita al alumno descubrir su significado, sentido y funcionalidad.

La manera en que se plantean los problemas no permite que los alumnos se enfrenten realmente a ellos. Se le dice cómo resolverlos o se les proponen problemas modelos en los que deben aplicar el conocimiento que se le ha enseñado previamente. Es decir, no se estimula la búsqueda personal y la creación de procedimientos propios.

Para la resolución de problemas sea el motor que promueve el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos, es necesario invertir el orden en el que tradicionalmente hemos procedido.

La resolución de problemas y la adquisición de conocimientos significativos y duraderos son procesos que deben avanzar en estrecha relación.

En primer grado, los alumnos pueden resolver numerosos problemas, aunque no sepan leer y escribir. El maestro debe plantearles, oralmente, diversos problemas para que lo resuelvan como puedan, contando con sus dedos, usando material concreto o haciendo dibujos.

Cuando los alumnos tienen la libertad para buscar la manera de resolver un problema, por lo general encuentran al menos una forma de aproximarse al resultado. Esta a su vez, pueden generar en el grupo una valiosa diversidad de procedimientos.

En la construcción de los conocimientos matemáticos, los niños necesitan de sus experiencias. El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vistas ayudan al aprendizaje y la construcción de conocimientos, los cuales son reforzados al interactuar con sus compañeros y con el docente.

Una misma situación, con poca variación, seguirá siendo interesante para los niños mientras no hayan encontrado una forma sistemática de resolverla. Cuando la han encontrado deja de ser un problema para construir conocimientos, convirtiéndose en un problema que permite a los alumnos mostrar lo que han aprendido y reforzar sus conocimientos.

A fin de que los alumnos desarrollen su capacidad para explorar y comprender las relaciones entre los datos de un problema, se propone programar actividades en las que los alumnos resuelvan problemas de suma, de resta, de multiplicación o de reparto. Esta forma de trabajo permitirá a los alumnos construir diferentes

significados de las operaciones al relacionarlas con las acciones que realizan para resolverlo.

La Guía de autoformación docente para orientar el trabajo del docente en la asignatura de matemática propone “que el docente organice situaciones donde los alumnos empleen sus conocimientos matemáticos a través de diferentes estrategias para resolver un problema, utilicen distintos procedimientos para llegar a la solución y verifiquen su respuesta para corregir los errores”. (2009:55).

Se pretende buscar elementos estéticos, lúdicos y recreativos a la enseñanza y aprendizaje de la matemática para incrementar el interés en el alumnado y apoyar el carácter formativo e instrumental de esta materia.

El carácter lúdico ofrece al niño y docente la posibilidad de disfrutar de su enseñanza y aprendizaje superando los retos que esta asignatura tiene. A continuación se describen algunas estrategias didácticas donde se hace presente la enseñanza lúdica.

- **La tiendita, un espacio para aprender y compartir**

El objetivo de esta actividad es de involucrar a los alumnos a la integración de productos y la asignación de precios para el planteamiento de problemas. Por ejemplo: se coloca dos o tres puesto. Los alumnos se organizan por parejas; cada una debe tener 15 monedas de un peso. Las parejas eligen 2 objetos y reúnen el dinero que necesitan para comprarlo. Cuando pasen a los puestos preguntan cuanto cuesta el producto por separado y cuanto deben pagar en total.

- **Problemas matemáticos y vida cotidiana**

Objetivo: retomar algunas de las actividades que los niños realicen en su localidad, casa y escuela. Por ejemplo: compras y ventas, elaboración de croquis y planos, medición de diferentes objetos con unidades arbitrarias y convencionales.

- **Revistas y periódicos revisamos, y preguntas planteamos**

Objetivo: ofrecer un abanico de materiales como folletos, recibos, empaques, textos informativos donde se plantean problemas sobre situaciones recientes y novedosas relacionadas con temas de salud, ecología, deportes, política, sociales, culturales o económicos, promoviendo el conocimiento de contextos distintos a la cotidianidad de los alumnos para ampliar sus perspectivas. Ejemplo: repartición de pasteles. Se reparten 4 pasteles entre 5 niños, a todos les toca igual y no sobra. ¿Le toca más de un pastel a cada niño o menos de un pastel? ¿Cuánto le toca a cada niño?

- **Matemáticas y otras asignaturas**

Objetivo: aprovechar el tema que se esté revisando en otras asignaturas, como Ciencias Naturales, Geografía o Historia, para abordar algún contenido de matemática. Por ejemplo: elaborar tablas de registro, graficas, croquis o planos, líneas del tiempo sobre algún suceso histórico, entre otros.

- **El juego, un recurso didáctico en el aula multigrado**

Objetivo: utilizar los juegos en situaciones didácticas de Matemática, propiciando en los niños la búsqueda de estrategias para encontrar la forma de ganar, además de desarrollar habilidades como calcular, estimar, comparar, entre otras. Ejemplo: basta numérico, se forma a los niños en pareja y se dibuja un cuadro en el pizarrón con 4 filas y 4 columnas y se coloca en la columnas numero como +5,+6, +7, +2, el profesor coloca en la primer fila 5, 3, 4, 2, y luego los niños irán sumando, gana el que termina primero de sumar.

- **Fracciones, algo más que círculos y cuadrados**

Objetivo: partir de situaciones donde los niños trabajen con fracciones asociadas a unidades de medida, de longitud, peso, capacidad o tiempo, permite que comparen,

agreguen o quiten partes de la unidad para encontrar la medida solicitada. Por ejemplo: el profesor presenta a los alumnos un listón y pregunta cuanto creen que mide. Los alumnos utilizaran diferentes unidades de medida hasta encontrar la medida correcta.

Así como las estrategias antes mencionadas, hay otras que ayudan al desarrollo del pensamiento matemático del alumnado para lograr el perfil de egreso deseado, lo único que se necesita para lograrlo es que el docente se actualice y se comprometa con la educación del país.

### **3.4 Uso y manejo de los materiales didácticos**

La enseñanza de la matemática no sólo requiere que los alumnos aprendan a utilizar la escuadra, el compas, la regla y el transportador en el aula, sino que deben saber aplicarla en la resolución de problemas geométricos, trigonométricos o de otra índole, al igual existen otros materiales didácticos alternos para la enseñanza de la matemática que son de igual manera necesarios en la actualidad.

Mendoza, Quintanilla y Gallardo cita a Álvarez (1996:9) dicen que material didáctico es “todo objeto, juego, medio técnico, etc. Capaz de ayudar al alumno a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas” <[http://www.gonzalezmari.es/recursos\\_y\\_materiales\\_didacticos\\_Mendoza\\_Quintanilla\\_Gallardo\\_pdf](http://www.gonzalezmari.es/recursos_y_materiales_didacticos_Mendoza_Quintanilla_Gallardo_pdf)>).

De acuerdo con López (1981), hay diversos métodos de resolver un problema.

- Método directo: conocer la situación y el contexto donde se produce el problema.
- Simulación: es la representación de un hecho de la vida real.
- Modelos simbólicos: marcar símbolos en hojas de papel de los elementos del problema y la posición que guardan entre sí.

- Resolución mental: consiste en representar mentalmente los elementos del problema y manejando estas imágenes mentales resolver el problema

El uso y manejo del material didáctico se aborda desde tres momentos:

- Desde el colectivo docente: se busca que los profesores reflexionen sobre las diversas posibilidades de emplear recursos o materiales concretos y luego revisar materiales como libros de texto y buscar como plantearlo a su grupo.
- Desde el aula: se propone al profesor una secuencia de actividades para que la aplique con su grupo, ya sea con todos sus alumnos de los grados que atiende o con uno solo.
- Recuperando la experiencia: que el profesor analice si los resultados fueron favorables al aplicar dichas estrategias, y las comparta con sus demás compañeros y en conjunto buscar nuevas actividades.

En la actualidad de acuerdo con Nava (2007, <<http://www.revistaalternativa.org/numeros/no13/taxo13.pdf>>) en educación matemática los materiales didácticos han estado presente en todo momento y han sido utilizadas de manera dinámica, cognoscitivas, mentales, educativas o tecnológicas educativas, etc., y el afán del hombre por construir más no se detuvo ahí, sino continuo con el paso de los años, tal fue el caso de la tecnología digital: audio, video, animación, video conferencia soportado por computadora y conectadas a través de líneas telefónicas, sistemas inalámbricos. La video conferencia abrió la posibilidad de varios individuos se desarrollaran como instructores, alumnos, profesionistas, al igual de poder construir foros, seminarios, cursos virtuales, etc.

Se vieron cambios nunca antes visto de índole cualitativa, donde por ejemplo: cualquier alumno puede tener una biblioteca especializada en cualquier campo de su interés en un solo CD-ROM o estudiantes y especialistas de distintos lugares estar interactuando al mismo tiempo. Sin embargo no se puede pasar por alto que todo lo

que se hizo anteriormente mención y lo que se puede seguir haciendo en un futuro, no es más que el uso de materiales didácticos bien diseñados para hacer más rápido el trabajo del alumno y del docente.

El uso y manejo de tales materiales debe hacerlo un docente que esté preparado y capacitado para darle el uso correcto y eficiente que tienen dichos materiales. De dichos usos que se le dé dependerá una fructífera y satisfactoria en enseñanza y aprendizaje de la matemática que es una ciencia muy compleja.

Mendoza, Quintanilla y Gallardo plantean que para asegurar el uso adecuado del material didáctico en el aula de matemática se busca que el profesor reflexione sobre los aspectos siguientes:

(<[http://www.gonzalez.es/recursos\\_y\\_materiales\\_did\\_cticos\\_Mendoza\\_Quintanilla\\_Gallardo\\_pdf](http://www.gonzalez.es/recursos_y_materiales_did_cticos_Mendoza_Quintanilla_Gallardo_pdf)>)

“a) Sofisticación del material: Conviene utilizar materiales didácticos sencillos de manejar y adecuados al nivel de los alumnos. Si se emplean materiales demasiado complejos, la comprensión de la tarea matemática a tratar puede quedar obstaculizada por la dificultad en el manejo del material.

b) Distancia entre el material y el concepto matemático: El profesor de matemáticas debe ser consciente de que el material didáctico no se ajusta con exactitud al concepto matemático que pretende ser introducido a través de él.

c) Adicción al material: Los materiales didácticos deberían utilizarse exclusivamente para cubrir aquellos objetivos docentes en los que la aportación sea claramente efectiva. Sería un error tratar de ajustar contenidos matemáticos para poder utilizar nuestro material didáctico favorito.

d) Manipulación del material: Si el profesor decide emplear un material manipulativo en clase debe asegurarse de que todos los alumnos tendrán la oportunidad de

manejarlo. De no ser así, perdería todo su interés y potencialidad. Esta es una objeción que podría hacerse a los libros de texto.

e) Diseño de las tareas: Las distintas actividades en las que se emplean recursos y materiales didácticos deben estar bien diseñadas, siempre en relación con los objetivos que se pretendan conseguir. Sin embargo, el profesor deberá ser consciente de que estas tareas no tienen porqué ser definitivas. De hecho, es normal que se modifiquen de un curso para otro con idea de ir mejorándolas cada vez más”.

Hoy en día la educación se basa en lo virtual, al igual hacia una educación a distancia. Pero si no se hace un cambio estructural o se modifiquen los planes de estudios y se capacite al profesorado para utilizar y aprovechar la tecnología que tenga a su alcance no se obtendrá ningún beneficio.

Se debe abordar la tecnología de manera semipresencial, es decir, utilizando solo los materiales y los medios de forma auxiliar, sin sustituir a los profesores y a la metodología establecida que pueda ser reemplazada por dichos aparatos, se le debe enseñar al profesor saberlo utilizar y sacarle provecho, sin olvidarse del dominio de cada contenido de la organización escolar de la metodología para el diseño de actividades de aprendizaje y sobre todo de la convivencia y relación entre profesor-alumno.

Los cursos diseñados para profesores y estudiantes deben continuar de forma presencial y conociendo los beneficios puede utilizar los recursos tecnológicos, identificando cuales son de ayuda para propiciar el proceso enseñanza aprendizaje y que sean accesibles a los estudiantes. Por ejemplo: el correo electrónico se puede aprovechar para enviar trabajos, revisarlos y responder por la misma vía, el internet para investigar, etc.

En la red se puede encontrar varios sitios con buen material para trabajar matemática. Los materiales didácticos pueden ser de valiosa ayuda si van acompañadas de una concepción didáctica del proceso enseñanza-aprendizaje. Es

necesario crear una cultura tecnológica con fines didácticos, apoyados en resultados de trabajo de investigación y en las experiencias en las aulas matemáticas.

### **3.5 Evaluación del proceso enseñanza aprendizaje de la matemática**

En todo proyecto, actividad o ejecución, es de rigor que tiene que realizarse una evaluación para observar las fallas y errores, así como para juzgar que tan viable es el seguir manteniendo vigente tales elementos.

Según Giry (2002:29) la evaluación “Es cuantitativa y cualitativa. Cuantitativa a la manera de test de diagnóstico, permite la evaluación de algunos cambios operados en los mecanismos intelectuales. Cualitativa, debido a una sesión de balance y a un cuestionario, permite analizar de manera más sutil lo adquirido, las dificultades que subsisten...

El formador dispone:

- de una libreta de diagnóstico
- de una libreta de 150 fichas, o sea, cerca de 450 ejercicios,
- de la libreta de formador, al mismo tiempo guía metodológica y pedagógica.

En el proceso enseñanza- aprendizaje de la matemática, la situación no es diferente, ya que es de vital importancia evaluar que tan eficiente, provechoso, útil, creativo e innovador es este proceso. La manera de evaluar depende del proceso de enseñanza que aplico el profesor y de proceso de aprendizaje que mostro el alumno. Debido más que nada a que si no está rindiendo los resultados esperados es mejor cambiarlo o adecuarlo a las necesidades del alumno, porque no es solamente enseñar matemática a través de teoría, cuando es bien sabido que la matemática son prácticas, esto no quiere decir que no tenga metodología la cual también debe ser evaluada tal vez no con los mismos indicadores que la práctica, pero si con el mismo fin evaluar el aprendizaje y no solo el contenido.

“Al hablar de evaluación se utiliza términos específicos que la describen: formativa, continua, iluminativa, con referencia a criterios, a norma..., pero según la manera de entender el proceso de enseñanza/aprendizaje se pueden estar interpretando, en cada uno de los casos, formas de hacer muy distintas. La evaluación continua puede significar para un profesor realizar no sólo un examen sino muchos parciales y, para otro, aprovechar cualquier situación en la clase para recoger datos sobre el alumno” (Escaño y Gil, 2003:127).

El portafolio es otra metodología estratégica que nos sirve para evaluar el aprendizaje del alumnado, este consiste en la aportación de producciones de diferente índole por parte del alumno a través de los cuales se pueden juzgar sus capacidades en la materia de matemática.

El portafolio del estudiante responde a dos aspectos esenciales del proceso de enseñanza-aprendizaje, implica toda una metodología de trabajo y de estrategias didácticas en la interacción docente –alumno y por otro lado, es un método de evaluación que permite unir y coordinar un conjunto de evidencias para emitir una valoración lo más ajustada a la realidad que es difícil adquirir con otros instrumentos de evaluaciones tradicionales que solo aportan una visión fragmentada.

## CONCLUSIÓN

En la actualidad es importante que el profesor reconozca la importancia de emplear nuevos métodos para la enseñanza de la matemática, ya que en estos tiempos modernos la matemática tiene infinidad de aplicaciones. Hoy en día los conocimientos ya no se transmiten de generación en generación como en la antigüedad, sino de manera global y por medio de la percepción de los sentidos la cual nos permite interactuar con la realidad.

Para finalizar con el trabajo de investigación de la enseñanza tradicional y su influencia en el aprovechamiento escolar de los alumnos de nivel primaria y dar respuesta al propósito que se menciona en la introducción sobre la comparación de los resultados, efectos, características y la influencia que tiene la enseñanza tradicional y la enseñanza activa de la matemática, se llega a las siguientes conclusiones.

La matemática se continúa enseñando con métodos tradicionalista debido en parte a que los profesores no toman la iniciativa de innovarse, los métodos tradicionalistas están basados en la instrucción y la transmisión directa de conocimientos estándares y memorísticos, sin la más importancia de investigar ¿para qué? y ¿por qué de la matemática?

El modelo tradicionalista de la matemática se basaba en transmitir una enseñanza dogmática del conocimiento, el cual incluye saberes limitados, donde el profesor enseña de manera memorística y los recursos didácticos que se utilizan son la intervención del profesor, apuntes, libros y figuras en el pizarrón.

Los resultados que se han obtenido de esta enseñanza han sido raquíticos y se ven reflejados, como se dijo en un principio en las pruebas de ENLACE, en la reprobación de los alumnos en esta asignatura. Es tanta la influencia que tiene esta

enseñanza que los alumnos optan por abandonar sus estudios o solo que darse con la educación básica en algunos casos.

La enseñanza activa, busca cambiar en los profesores su manera de conceptualizar la enseñanza matemática y luego hacer una reestructuración al currículo y a los planes y programas de acuerdo a las necesidades de los alumnos.

La actitud positiva que se busca en la matemática activa, consiste en despertar y desarrollar en los alumnos la curiosidad y el interés por empezar procesos de búsqueda para resolver problemas, la creatividad para encontrarle respuestas a dichos problemas, la flexibilidad para utilizar los distintos recursos que tienen a su alcance y la autonomía intelectual para enfrentarse a situaciones desconocidas.

El profesor debe tener presente que en la actualidad se está trabajando por competencias, que el alumno desde sus primeros años en la escuela debe ser competente, para que al momento de enfrentarse a la vida pueda vencer todo tipo de obstáculos que se le presente.

Gracias a las diversas tecnologías se han diseñado estrategias innovadoras que han permitido al profesorado plantear nuevos enfoques didácticos, donde se busca que el alumno sea el propio creador de su conocimiento y el profesor solo un mediador.

Para concretar lo antes mencionado; se puede afirmar que para enseñar y aprender matemática debe utilizarse materiales concretos y situaciones de la vida real que permitan al alumno, explorar, manipular, analizar discutir, plantear y replantear hipótesis, realizar comparaciones de resultados y finalmente poner en práctica lo aprendido en cualquier ámbito laboral.

## BIBLIOGRAFÍA

AEBLI H. Jean Piaget psicología y pedagogía, Kapelusz, Buenos Aires, 1973.

ALONSO C., Gallego D., Honey P. Los estilos de aprendizaje, Gestingraf, SAL-C° de Ibarsusi, 1994.

ÁVILA A., Muñoz O. Cómo aprendemos matemáticas, la prensa, México, 2006.

CARIAHER T., Cariaher D., Schliemann A. En la vida diez, en la escuela cero, programas educativos, México, 2002.

COON D., Le Francois G. Psicología educativa para la enseñanza eficaz, Thomson Learning, México, 2001.

COLL C., psicología genética y aprendizajes escolares, compilación de Cesar Coll, programas educativos, México, 2002.

LEONARDO P. La nueva sociología de la educación, el caballito, México, 1986.

ESCAÑO J. y Gil M., cómo se aprende y cómo se enseña, multimedios libros y comunicaciones, México, 2003.

GARCÍA J. Matemática para la escuela de hoy, Litoarte, México, 1985.

GIL D. y De Guzmán M. La enseñanza de las ciencias y la matemática, Tendencias e innovaciones, popular, Madrid-España, 2001.

GIRY M., Aprender a razonar, aprender a pensar, dinámica de acabado, México, 2002.

- LOPEZ S. Modelos matemáticos, Trillas, México, 1981.
- MANCERA E. Saber matemáticas es saber resolver problemas, Iberoamérica, México, 2000.
- ORTIZ R. Historia de las Matemáticas, fondo de cultura económica, México, 2002.
- PERERO M. Historia e historias de las matemáticas, Iberoamérica, México, 1914.
- SESTIER A. Historia de las matemáticas, Limusa, México, 1997.
- SUJOMLINSKI V., pensamiento pedagógico, Gráficos Lor, México, 2003.
- Microsoft Encarta 2009 [DVD]. Microsoft Corporation, 2008. "Matemáticas".
- Océano (1999) Enciclopedia General de la Educación. España: Autor.
- SEP (2000). Libro para el maestro, matemática, primer grado. México: Autor.
- SEP (2000) Fichero. Actividades didácticas Matemáticas, Primer grado, Xalco, México: Autor.
- SEP (2009) Guía de Autoformación Docente, Grafotec, México: Autor.
- SEP (2009) Programas de estudios 2009, primer grado, Litografía Magno Graf, México: Autor.
- SEP (2010) Programas de estudio 2009, quinto grado, Lyon papier, México: Autor
- UPN (1994) Planeación, evaluación y comunicación en el proceso enseñanza-aprendizaje, México: Autor.

## FUENTES ELECTRÓNICAS CONSULTADAS:

CARMONA C. (2007). La matemática y su importancia, consultado el 23 de Noviembre de 2010, desde <<http://matematicss.blogspot.com/2007/09/la-matemtica-y-su-importancia.html>>.

CIBILS W. (n. d). Las dificultades de la matemática en Uruguay, consultado el 20 de marzo de 2010, desde <[http://www.monografias.com/trabajos28/dificultades-matematicas/dificultades\\_matematicas.shtml](http://www.monografias.com/trabajos28/dificultades-matematicas/dificultades_matematicas.shtml)>.

CORTÉS Z., García P., Guerrero M. y Sepúlveda L (n. d). Antecedentes de la matemática, consultado el 8 de junio de 2009, desde <<http://polya.dme.umich.mx/Antecedentes.htm>>.

ESCANDÓN C. (2006) Un paseo por la historia de las matemáticas, consultado el 23 de abril de 2009, desde<[http://ciencia.astroseti.org/matematicas/articulo\\_3521\\_Un\\_paseo\\_por\\_Historia\\_las\\_matematicas.htm](http://ciencia.astroseti.org/matematicas/articulo_3521_Un_paseo_por_Historia_las_matematicas.htm)>

KOLMOGOROV A. (n. d). Historia de las matemáticas, estructuración de la información, consultado el 8 de junio de 2009, desde <<http://almez.pntic.mec.es/~agos0000/>>.

MARTINÓN A., Riera T., (1999). Importancia de las matemáticas, consultado el 3 de Noviembre de 2010, desde: <<http://divulgame.ehu.es/weborriak/publicacionesdiv/medios/elpaisNDet.asp?Id=218>>.

MENDOZA L., Quintanilla V. Y Gallardo J. (n. d). Recursos y materiales didacticos para la enseñanza de las matematicas, consultado el 28 de junio de 2011, desde

<[http://www.gonzalez.mari.es/recursos\\_y\\_materiales\\_didcticos\\_Mendoza\\_quintanilla\\_Gallardo\\_pdf](http://www.gonzalez.mari.es/recursos_y_materiales_didcticos_Mendoza_quintanilla_Gallardo_pdf)>.

MORALES M. (n. d.). Enfoque tradicional vs enfoque contemporáneo de la didáctica, consultado el 2 de noviembre de 2009, desde <<http://www.monografias.com/trabajos14/enfoq-didactica.shtm1>>.

NAVA A. (2007). Herramientas e instrumentos y contextos virtuales en Educación Matemática, consultado el 13 de marzo de 2010, desde <<http://www.revistaAlternativa.org/nu7meros/no13/taxo13.pdf>>.

PROENZA y., Leyva L. (n. d. Aprendizaje desarrollador en la matemática: estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios, consultado el 3 de julio de 2009, desde <[http://www.rieoi.org/expe/2235Garrido\\_Maq.pdf](http://www.rieoi.org/expe/2235Garrido_Maq.pdf)>.

SAIZ I. y Acuña N. (2006). ¿Por qué es necesario aprender matemática en la escuela?, consultado el 3 de julio de 2009, desde <<http://aporte.educ.ar/maticas/nucleo-teorico/recorrido-historico/matemtica-en-la-escuela-en-busca-del-sentido/porque-es-necesario-aprender.php>>.

THOMAS H. (n. d). Matemáticas, consultado el 7 de mayo de 2009, desde <G:\Matemáticas-Wikipedia, la enciclopedia libre.htm>.

ZEMELMAN S., Daniels H., Hyde A. (2003). Mejores prácticas, consultado el 6 de marzo de 2010, desde <<http://www.eduteka.org/MejoresPracticas.php>>.

La enseñanza activa de las matemáticas en educación primaria, Consultado 6 de marzo de 2010, desde

<<http://www.gobiernodecanarias.orgeducación/udg/ord/documentos/poyMateActiva/Proyectoenseactmatica.pdf>>.